

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Институт компьютерных и инженерных наук
Кафедра математического анализа и моделирования
Направление подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы «Прикладная математика и информатика»

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

И.о. зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова

« _____ » _____ 2025 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Моделирование оптимального отбора состава нештатных аварийно-спасательных формирований

Исполнитель

студент группы 1101об

(подпись, дата)

Д.А. Жидяев

Руководитель

доцент, канд. физ.-мат. наук

(подпись, дата)

В.В. Сельвинский

Нормоконтроль

ассистент

(подпись, дата)

В.О. Салмиянов

Благовещенск 2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Институт компьютерных и инженерных наук
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ

И.о. зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова

«_____» _____ 2025 г.

З А Д А Н И Е

К бакалаврской работе студента Жидяева Дениса Андреевича

1. Тема выпускной квалификационной работы: «Моделирование оптимального отбора состава нештатных аварийно-спасательных формирований» (утверждена приказом от 03.04.2025 № 879-уч).

2. Срок сдачи студентом законченной работы (проекта) 26.06.2025г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: отчет по преддипломной практике.

4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов): оптимизация цена/качество в контексте отбора персонала, оптимизация с учетом взаимного влияния элементов, взаимодействие математических моделей из разных областей, исследование на основе реальных запросов.

5. Перечень материалов приложения: листинг вычислительной программы для анализа динамики принятия решений в среде Matlab, акт о внедрении.

6. Консультанты по бакалаврской работе: рецензент – Сельвинский В.В., канд. физ.-мат. наук; нормоконтроль – Салмиянов В.О., ассистент

7. Дата выдачи задания: 14.04.2025 г.

Руководитель выпускной квалификационной работы: Сельвинский Владимир Владимирович, доцент, кандидат физ.-мат. наук.

Задание принял к исполнению (14.04.2025): _____ Жидяев Д.А.

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 64 с., 20 рисунков, 3 таблицы, 3 приложения, 26 источников.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПРИНЦИП АНАЛОГИИ, MATLAB, OPTIMIZATION TOOLBOX, МОДЕЛЬ МАРКОВИЦА, ПОРТФЕЛЬНАЯ ТЕОРИЯ, ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ, КВАДРАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Исследована связь между финансовыми моделями и моделями принятия решений в экстремальных ситуациях, с акцентом на применение модели Марковица для формирования нештатных аварийно-спасательных формирований (НАСФ).

Цель работы – продемонстрировать практическую значимость этой связи и возможность внедрения модели в систему управления пожарной охраной и аварийно-спасательными службами.

Проведён сравнительный анализ методов формирования команд, рассмотрены их ограничения, и предложен подход на основе теории портфельного инвестирования. Разработан алгоритм для формирования оптимального состава команды на основе параметров операции и доступного штата.

Эксперименты показали реалистичность модели, что может повысить эффективность реагирования и снизить риски, особенно в частных пожарных отделах.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Постановка задачи	5
1.1 Содержательная и концептуальная постановка задачи	4
1.2 Математическая постановка задачи	11
1.2.1 Построение матрицы оценок	11
1.2.2 Расчет взаимодействия сотрудников	13
1.2.3 Подготовка модели	14
2 Выбор, обоснование выбора и описание методов для исследования модели	19
2.1 Методы исследования проблемы	19
2.2 Существующие методы и их краткое описание	19
2.3 Программные средства для решения исследуемой задачи	26
2.4 Выбор и описание выбранного программного средства	26
3 Программные средства исследования модели	29
3.1 Программная реализация модели	29
3.2 Формулировка целевой функции	30
3.3 Модификация оценок с учетом опыта	31
3.4 Метод реализации модели в ППП Matlab	33
3.4.1 Принцип работы функции	33
3.4.2 Алгоритм работы функции	34
3.4.3 Пример вычисления	35
3.5 Реализация интерфейса в системе ППП Matlab «App designer»	38
4 Эксперименты и анализ реалистичности результатов	43
Заключение	54
Библиографический список	55
Приложение А Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим минимизации риска)»	59
Приложение Б Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим максимизации риска)»	60

ВВЕДЕНИЕ

Одна из причин существования науки математического моделирования – тесная взаимосвязь между разными на первый взгляд сферами, и находится порой в самых неожиданных аспектах.

Идея о том, что математика может быть связана с природой реальности, восходит к древним философам, таким как Пифагор. Однако современную форму эта гипотеза получила благодаря развитию теоретической физики и квантовой механики, где математические модели показывают удивительное соответствие экспериментальным данным. Например, уравнения Эйнштейна точно описывают гравитацию, а уравнения квантовой механики позволяют предсказать поведение элементарных частиц с невероятной точностью.

Таким образом, целью данной работы является установка и проверка на реалистичность такой связи – между сферами финансовой оптимизации и тактикой управления персоналом.

Основные задачи работы заключаются в консультации с реальными экспертами в области управления персоналом, определении основных функций и параметров, поиске существующих моделей, удовлетворяющих этим запросам, разработке алгоритма, объединяющего все выбранные модели в одну, составление интерфейса для удобной работы с конечной моделью.

Основное внимание уделяется анализу корреляции между показателями сотрудников и разработке алгоритма, позволяющего учитывать эффективность каждого отдельного оперативника через его оценки по нормативам и опыт, а также, его потенциальное взаимодействие в команде, риски, и сложность операции.

Были выбраны программные продукты, удовлетворяющие поставленной задаче, разработан алгоритм, проведен анализ результатов нескольких экспериментов, сделан вывод о возможности применения модели на практике.

Среди различных служб, в которых практикуется управление персоналом была выбрана пожарная охрана, так как, их действия и выборы логичны и ви-

димы, а значит – легко анализируемые, а необходимость быстро и четко принимать оптимальные по ресурсам и времени действия, сводя к минимуму влияние человеческого фактора – упрощает моделирование самого процесса принятия решений.

Входные данные: база данных нормативов и оценок сотрудников по ним, параметры «сложность операции» и «размер команды».

Выходные данные: в результате работы программы, оператор получает список с идентификаторами самых приоритетных сотрудников для данной сложности ЧС.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1 Содержательная и концептуальная постановка задачи

Среди различных форм умозаключений, наиболее часто используемых в практической и научной деятельности человека, важное место принадлежит умозаключениям по аналогии. Аналогия (греч. *analogia* – сходство, соответствие) представляет собой сходство, подобие предметов (явлений) в каких-либо свойствах, признаках, отношениях. Научных открытий, совершаемых по аналогии, множество. Закономерность распространения звука в воздухе была обнаружена на основе сравнения этого явления с распространением волн на поверхности воды, а природа света устанавливалась по аналогии со звуком. Д.И. Менделеев, открыв периодическую систему элементов, посредством аналогии предсказал свойства новых элементов. Примером использования аналогий служит и возникновение аналоговых математических машин, которые основаны на аналогии между системами физических и математических объектов.

Аналогия нашла свое применение не только в естествознании, технике и точных науках, но и в гуманитарной сфере и культурной сферах. На этом методе работают некоторые компьютерные программы по созданию заголовков, одним из примеров которых может служить программа «HeadLiner/Заголовщик».

Аналогия может быть использована при экономическом анализе определенного исторического периода в развитии общества. Учитывая характер развития страны, многоукладность ее экономического развития целесообразно сравнить со сходными признаками развития другой страны, прошедшей подобные периоды в своей истории. Метод аналогии в таком случае даст возможность учесть позитивное и негативное в развитии общества, избежать промахов и ошибок.

Умозаключения по аналогии присутствуют и в логике рассуждений врача, который ставит диагноз по сходству признаков болезни. С помощью суждений по аналогии юристы решают правовые вопросы. Сравнение конкретного уголовного дела с уже расследованными способствует выявлению сходства между

ними, позволяет обнаружить ранее неизвестные признаки и обстоятельства преступления.

Воспитание этого необходимого во многих сферах человеческой деятельности качества ума следует начинать с малого, чтобы оно могло проявиться в большем, и занятия математикой в этом могут послужить одним из основных средств. Как известно, целью математического образования является не только усвоение определенного набора фактов, но и развитие мышления.

Сопоставление явлений и умозаключения по аналогии является основой при разработке новых гипотез, выявлении новых закономерностей. Ниже предлагаются новые варианты решений хорошо известных школьному учителю и учащимся арифметических задач, поиск которых осуществлялся на основе выводов по аналогии [1].

Это затрагивает и более глубокий аспект познания: идея о том, что математика может быть связана с природой реальности, восходит к древним философам, таким как Пифагор. Однако современную форму эта гипотеза получила благодаря развитию теоретической физики и квантовой механики, где математические модели показывают удивительное соответствие экспериментальным данным. Например, уравнения Эйнштейна точно описывают гравитацию, а уравнения квантовой механики позволяют предсказать поведение элементарных частиц с невероятной точностью.

Тегмарк заметил, что если законы физики действительно универсальны и независимы от наблюдателя, то они должны быть выражены в чисто математических терминах. Таким образом, он сделал вывод, что реальность не только описывается математикой, но и состоит из неё. Он считает, что если убрать из научного описания мира все, что в него искусственно привнесено нашим мышлением, убрать все метафоры и аналогии, то единственное, что останется и будет точно отражать реальность – это математика. А многие явления, особенно в квантовой физике, сегодня и вовсе можно описать только лишь математически и никак иначе.

Макс Тегмарк, профессор физики в Массачусетском технологическом ин-

ституте (MIT), известен своей работой над различными аспектами космологии и фундаментальной физики. Его книга «Наша математическая Вселенная» стала научно-популярным изложением гипотезы математической Вселенной.

В своей работе Тегмарк выдвигает две ключевые идеи:

1. Внешняя реальность: Реальность за пределами нашего восприятия должна быть полностью независимой от нас как наблюдателей. Это значит, что она должна быть выражена исключительно через математические структуры, без ссылок на человеческие понятия или язык.

2. Математическая структура: все, что существует, можно свести к математическим отношениям и объектам. Каждый аспект реальности – будь то время, пространство или энергия – представляет собой часть определенной математической конструкции.

Тегмарк также рассматривает возможность существования многомерных Вселенных, каждая из которых соответствует разной математической структуре. Согласно его теории, наша Вселенная – это всего лишь один из вариантов в огромном ландшафте возможных миров.

Стивен Вольфрам и его подход к моделированию реальности

Если Тегмарк фокусируется на том, чтобы показать, почему реальность может быть математической, то Стивен Вольфрам, основатель собственной компании Wolfram Research, будучи физиком и программистом, исследует конкретные механизмы, через которые это могло бы происходить.

В своей книге «A New Kind of Science» («Новый род науки»), опубликованной в 2002 году, Вольфрам предложил радикальную идею: базовые процессы во Вселенной могут быть порождены простыми правилами, подобными тем, которые используются в клеточных автоматах. Клеточные автоматы – это дискретные модели, состоящие из сетки ячеек, состояние каждой из которых определяется простыми правилами на основе соседних ячеек.

Вольфрам продемонстрировал, что даже самые простые правила могут приводить к сложному и неожиданному поведению. Он предположил, что аналогичным образом наши физические законы могут возникать из базовых про-

цессов, которые сами по себе крайне просты, но их комбинация создает богатую и многослойную реальность.

Особенно интересным является предположение Вольфрама о том, что пространство и время могут быть результатом эволюции сети связей между элементарными объектами. Вместо того чтобы рассматривать пространство как данность, он видит его как динамическую систему, которая формируется в результате взаимодействий на уровне фундаментальных компонентов.

Связь между концепциями Тегмарка и Вольфрама:

Подходы Тегмарка и Вольфрама отлично дополняют друг друга. Тегмарк предоставляет общую философскую основу для гипотезы математической Вселенной, а Вольфрам исследует конкретные механизмы, которые могут лежать в основе этой идеи.

Тегмарк задается вопросом: «Что такое реальность?» И отвечает, что она – математическая структура. Вольфрам же спрашивает: «Как именно создаются эти структуры?» И отвечает, что возможно, через простые правила, подобные тем, которые мы видим в клеточных автоматах [1].

Оба ученых соглашаются, что реальность глубже, чем кажется на первый взгляд, и что её истинная природа может быть гораздо более абстрактной, чем традиционные научные представления. В данной работе на локальном уровне это проявилось во всей красе.

Если обращаться к данной работе: почему была выбрана именно эта сфера для именно этой оптимизации?

В пожарных отделах работают специалисты разного уровня подготовки, и существует относительно чёткая система их оценки, в которую входят теория, соревнования по пожарно-прикладному спорту, тренировки в теплодымокамере личного состава караулов и управляющих, занятия на огневой полосе психологической подготовки и т.д. [2, 3], но специалистов большое количество, и для происшествий разной сложности может потребоваться разный уровень подготовки: на простую операцию можно послать менее компетентных сотрудников, оставив профессионалов в резерве, а на сложные – только опытных, кроме того,

на эффективность команды также влияет сочетаемость сотрудников [4]. В данной работе предлагается использовать модель Марковица, традиционно применяемую в финансовой сфере, для оптимизации распределения персонала с целью балансировки риска и эффективности работы команды.

Идея и цель работы заключаются в разработке математической модели для демонстрации взаимосвязи между сферами финансов и сферой принятия решений, путем оптимизации формирования пожарных команд на основе модели Марковица, которая учитывает индивидуальную эффективность сотрудников, риск нестабильности их результатов и взаимное влияние внутри команды, а также стажа работы [5-8].

Мануальный выбор команды в пожарных подразделениях актуален в основном в частных и добровольных пожарных подразделениях, так как часто такие подразделения работают с ограниченным числом сотрудников и техники. Ручной выбор позволяет максимально эффективно использовать доступные ресурсы, назначая наиболее подходящих специалистов на конкретные задачи, но он медленнее, и присутствует человеческий фактор. Частные и добровольные пожарные команды могут сталкиваться с широким спектром задач, от тушения пожаров до проведения аварийно-спасательных работ. Это требует формирования команд с учетом специфики каждой ситуации. Также в таких подразделениях часто проводится обучение на месте, и ручной выбор команды позволяет учитывать уровень подготовки каждого сотрудника, назначая их на соответствующие роли. В состав современной пожарной охраны России входят:

- государственная противопожарная служба;
- муниципальная пожарная охрана;
- ведомственная пожарная охрана;
- частная пожарная охрана;
- добровольная пожарная охрана.

Таким образом, одной из разновидностей пожарной охраны в Российской Федерации является частная пожарная охрана. Она создается в населенных пунктах и организациях, оказывая услуги в области пожарной безопасности на

основе заключаемых с предприятиями договоров [2-4]. Сегодня в России частные пожарные подразделения не занимают большую долю в системе пожарной охраны: на март 2010 численность подразделений частной пожарной охраны в России составляла 7 тысяч человек, а в 2016 году в России существовало 616 подразделений частной пожарной охраны, из более 25000 в общем [9], однако в более необычных условиях, где требуется гибкость и оперативность при формировании боевых расчетов, данная задача может быть актуальной и в государственных отделах [6, 10, 11]. Некоторые случаи, в которых мануальный выбор команды применим, кроме частных отделов:

1. Работа в условиях ограниченных ресурсов

В малочисленных или добровольных пожарных формированиях, где отсутствует постоянный штат, командир может вручную назначать состав команды из доступных на месте сотрудников или добровольцев. Это позволяет оперативно реагировать на чрезвычайные ситуации, несмотря на ограниченные ресурсы.

2. Специализированные аварийно-спасательные работы

При проведении сложных спасательных операций, таких как разбор завалов, вскрытие металлических конструкций или использование гидравлического инструмента, требуется подбор команды с определенными навыками. В таких случаях командир вручную формирует расчет, учитывая квалификацию и опыт каждого члена команды.

3. Тушение пожаров в сложных условиях

В условиях, где стандартные процедуры неэффективны (например, при лесных пожарах или в труднодоступных районах), командир может вручную выбирать команду, способную адаптироваться к нестандартным ситуациям и принимать оперативные решения на месте.

4. Обучение и тренировки

Во время учебных занятий и тренировок ручной выбор команды позволяет командирам оценить способности сотрудников в различных ролях и условиях, что способствует повышению общей эффективности подразделения [4, 12,

13].

Основные концепты включают оценки отдельного сотрудника, его опыт, дисперсию его оценок и корреляцию с другими сотрудниками (разницу оценок сотрудников в одном нормативе разница в успешности сдачи норматива).

Гипотеза:

Если учитывать не только индивидуальные оценки сотрудников, но и их опыт и совместимость в команде, можно повысить эффективность тушения пожаров и аварийно-спасательных работ, минимизировав риск и экономя людские и материальные ресурсы. Модель Марковица, применяемая в финансах для диверсификации активов, может быть адаптирована для оптимального подбора пожарных команд, учитывая как квалификацию сотрудников, так и их совместимость.

Методология:

Анализировать карточки сотрудников (оценки за нормативы, опыт, стабильность, взаимодействие с другими). Использовать модель Марковица для нахождения оптимального состава команды, определить оптимальное распределение сотрудников в зависимости от сложности ЧС. Возможно повышение эффективности работы пожарных служб, экономия ресурсов за счет рационального распределения сотрудников, автоматизация процесса формирования команд, но в первую очередь – методическая демонстрация и анализ аналогии между двумя математическими моделями из разных сфер.

1.2 Математическая постановка задачи

1.2.1 Построение матрицы оценок

Представим, что у нас есть сотрудники, и нам необходимо посмотреть, у кого лучше оценки (не только по физподготовке, но и теоретические знания правил пожарной безопасности, меры первой помощи, психологическая устойчивость, реакция и т.д.), получается матрица, в которой по строкам идут оценки сотрудников по нормативам (конкретизировать в данном случае будет тяжело, поскольку ответственный за организацию комплекса нормативов волен самостоятельно выбирать их количество и временные рамки) [2, 3].

Полученная матрица оценок имеет следующий вид:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & x_{1T} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & x_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & x_{iT} \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nj} & x_{NT} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – сотрудники;

$j = 1, 2, \dots, T$ – нормативы / тесты;

x_{ij} – оценка сотрудника i по нормативу j .

Важно отметить, что оценки по разным нормативам должны заноситься в матрицу в одной и той же последовательности для всех. Это необходимо для дальнейшей правильной работы модели.

Но есть ещё одно необходимое качество – опыт – ведь если человек давно в деле, он будет надежнее, и в экстренных службах это особо ценится. Поэтому последнее число в строке оценок сотрудника, а значит – последний столбец матрицы – будет отражать стаж работы, и преумножать оценки по нормативам.

$$\begin{bmatrix} Exp_1 \\ Exp_2 \\ \vdots \\ Exp_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ \vdots \\ 4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где Exp_i ($i \in [1, N]$) – вектор стажа сотрудников.

1.2.2 Модификация оценок с учетом опыта

В контексте пожарной охраны, опыт играет даже более важную роль, чем оценки, поэтому модификация модели для учета опыта является необходимой.

Есть несколько возможных примеров построения моделей приобретения опыта, однако процесс приобретения опыта пожарных похож на *логистическую кривую* [23], поскольку обычно при устройстве на новую, тем более, сложную работу, буквально, проверяющую пределы, сотрудник проходит стадии адаптации, накопления опыта, стагнацию из-за насыщения.

Более того, из-за сложности и системности, с четкими требованиями, предъявляемыми сотрудникам, логистическая кривая является практически универсальной для любого человека с любым прошлым.

$$R_{ij}(x_{ij}) = \frac{1}{1 + e^{(-k(x_{ij} - x_0))}}, (i \in [1, N]), (j \in [1, T]), \quad (3)$$

где $R_{ij}(x_{ij})$ – новое значение оценки i -го сотрудника по нормативу j с учетом опыта по логистической кривой;

k – крутизна кривой (скорость усвоения опыта);

x_0 – точка интенсивного роста (длительность периода адаптации);

x_{ij} – старое значение оценки i -го сотрудника по нормативу j .

Эта кривая ведет себя следующим образом:

1. Быстрый рост эффективности в первые годы;
2. Замедление роста по мере накопления опыта;
3. Достижение максимального предела – потолка эффективности.

Оптимизируем параметры, чтобы кривая приближалась к реальному опыту:

Логистическая кривая относится к тому типу моделей, для которой крайне сложно подобрать подходящие параметры из-за ограниченности или отсутствия статистических данных [24]. Поэтому в данном случае сформируем следующие гипотезы: работники государственной противопожарной службы, входящих в МЧС России, имеют право на досрочное пенсионное обеспечение в возрасте 50 лет при стаже работы не менее 25 лет [25]. Поэтому, предположим, что сотрудник за этот период проходит путь от начала до конца, и при стаже в 25 лет наступает стагнация.

Но теперь необходимо определить минимальный и максимальный множитель оценок. Если для новичка очевидно – единица, то какой множитель будет для профессионала?

Предположим, что подобно логистической кривой эффективности от стажа, накопительная эффективность сотрудника также подчинена этой кривой,

а конкретнее – логарифмической зависимости, поэтому, за множитель оценок для максимально опытного возьмем тройку, поскольку дальнейший прирост эффективности будет очень медленным [19, 23, 24]. Работает следующим образом: В процессе профессионального становления сотрудника, особенно в условиях, требующих высокой подготовки (например, в работе пожарных или спасателей), эффективность растёт с приобретением опыта. Однако на определённом этапе этот рост начинает замедляться. Первоначальные усилия и практика дают значительный прирост, но с течением времени каждое новое улучшение требует всё больше усилий при меньшем приросте результата. Этот эффект известен как эффект убывающей отдачи (*diminishing returns*) и отражает неравномерную динамику обучения и профессионального роста.

И так, благодаря логистической кривой получается следующая динамика модификации оценок сотрудников:

- Начальная стадия – темп прироста низкий: изучаются основы, маленькая гибкость в действиях, не происходит резких скачков;
- Средняя стадия – темп прироста высокий: закрепляются нюансы, повышается гибкость в действиях;
- Фаза насыщения – прирост минимален: сотрудник близок к своему максимуму, рост идёт за счёт редких ситуационных обновлений и передачи опыта другим.

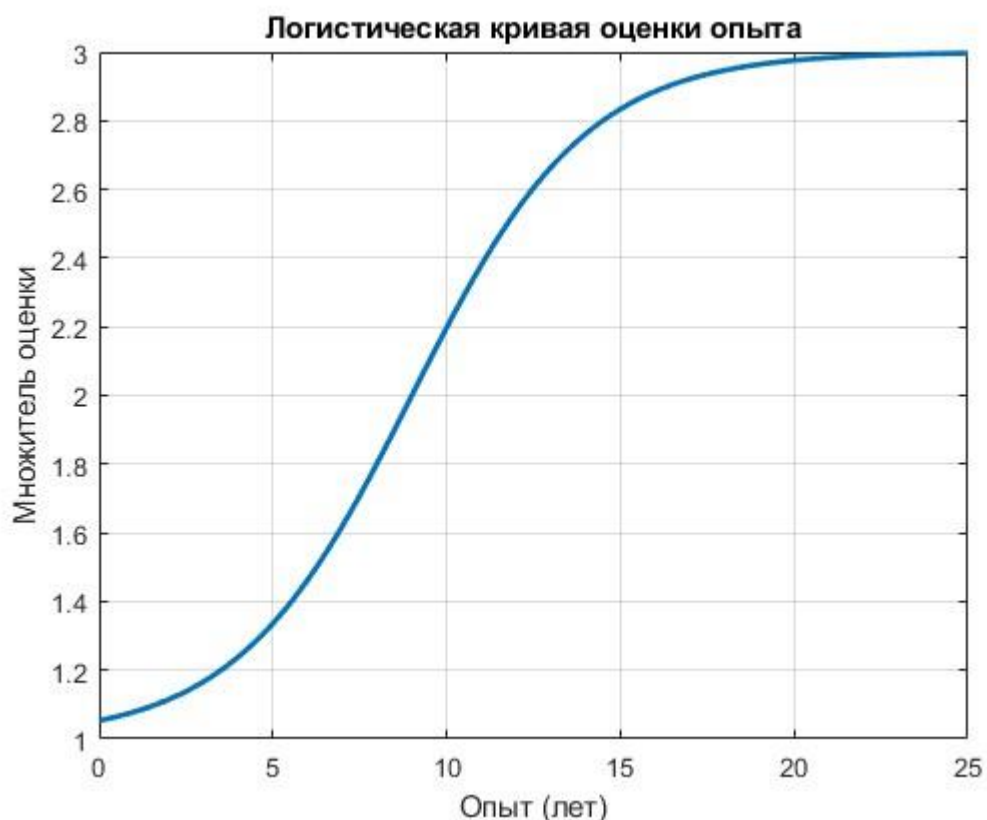


Рисунок 1 – Логистическая кривая-модификатор оценок ($k = 0,4$ $x_0 = 9$)

Теперь формулу эту модель к матрице оценок, и вот что получится:

Таблица 1 – Перерасчет оценок с учетом опыта

Стаж (Exp)	Множитель	Оценки	Новая оценка
0	1,0	8 5 7	8 5 7
10,0	2,0		16 10 14
20,0	$\approx 2,8$		22,4 14 19,6
25,0	$\approx 3,0$		24 15 21

Данные пересчитанные оценки будут использоваться в модели дальше.

1.2.3 Расчет взаимодействия сотрудников

Шаг 1: Средняя эффективность каждого сотрудника

Далее для работы модели необходимо вычислить среднюю оценку каждого сотрудника по всем нормативам:

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T R_{ij}, (i \in [1, N]), \quad (4)$$

где $\mu_i, (i \in [1, N])$ – средняя оценка сотрудника i по всем нормативам;

Шаг 2: Ковариационная матрица

Чтобы оценить взаимосвязь между оценками сотрудников и понять, у кого по одному тесту высокая оценка, а у другого – низкая. Ковариация показывает, насколько оценки двух сотрудников ведут себя похоже или наоборот – разнонаправленно.

Сначала рассчитывается ковариация между всеми возможными парами сотрудников:

$$C_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \mu_i)(R_{jt} - \mu_j), \quad (5)$$

где C_{ij} – число, выражающее степень «синхронизации» оценок сотрудников i и j ;

R_{it} – оценка сотрудника i по нормативу t ;

R_{jt} – оценка сотрудника j по нормативу t ;

$\frac{1}{T-1}$ – несмещенная оценка Бесселя.

В статистике оценка Бесселя используется чтобы результат был более точным и реалистичным, так как в реальности почти невозможно производить расчёты по генеральной совокупности, и всегда берется какая-то выборка. Особенно это заметно при небольшом количестве измерений, когда количество наблюдений небольшое [15].

Формула применяется поочерёдно ко всем сотрудникам и всем оценкам и из всех значений получается строится итоговая ковариационная матрица:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \cdots & c_{NN} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Стоит обратить внимание, что она является транспонированной по срав-

нению с X , и имеет размерность N . Так получается, потому что мы смотрим на все комбинации всех пар «Сотрудник-Оценка», подобно турнирным таблицам.

Таблица 2 – Транспонированная матрица на примере турнирной таблицы

Ученик	Тур 1	Тур 2	Тур 3	Результат
Василёк Л.		0	1	1
Котов Г.	0		1/2	1/2
Кузнецов А	0	1/2		1/2

В местах пересечения – оценка взаимосвязи между сотрудниками (от минус 1 до 1). Кроме того, ковариационная матрица также является симметричной.

Эта гигантская по объёму операция станет базой модели.

1.2.4 Подготовка модели

Теперь цель – оптимально выбрать команду (или распределить веса между сотрудниками), исходя из цели: минимизировать риск или максимизировать эффективность при ограничениях.

Доходность в модели Марковица – это ожидаемая (средняя) эффективность каждого актива: сколько он приносит за период. Она измеряется как среднее арифметическое исторических доходностей.

Доходность – это числовая оценка его потенциальной силы исходя из оценок по пройденным испытаниям. Один приносит стабильный результат, другой – нестабильный, но с высоким пиком.

Если «портфель» – это бригада пожарных, то доходность показывает, сколько пожаров она тушит в среднем за смену при текущем составе.

Риск (нестабильность) отдельного сотрудника оценивается как средне-квадратичное (стандартное) отклонение его доходности (оценок). Для расчета общей нестабильности команды необходимо отразить совокупное изменение рисков отдельного оперативника и их взаимное влияние (через ковариации и корреляции – меры взаимосвязи):

$$\sigma_p = \sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}}, (p, i, j \in [1, N]), \quad (7)$$

где σ_p – стандартное отклонение оценки пары сотрудников от средней (с учетом их ковариации);

r_i – приоритет сотрудника i в команде (количество вложенных средств);

r_j – приоритет сотрудника j в команде;

C_{ij} – коэффициент корреляции между i -м и j -м сотрудником;

k_{ij} – ковариация оценок i -го и j -го сотрудника;

n – количество оперативников в рамках команды.

Для составления команды (инвестиционного портфеля) решается следующая оптимизационная задача:

$$P = \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot \sigma_i, \quad (8)$$

где P – итоговая команда;

μ_i – средняя оценка сотрудника i за все нормативы;

σ_i – риск для пары i .

– Максимизация дохода при заданном уровне риска:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot r_i \rightarrow \max, \\ \sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \leq \sigma_{input}, \\ \sum_{i=1}^N r_i = 1, \\ r_i \geq 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot r_i \rightarrow \max$ – целевая функция (максимизация дохода);

σ_{input} – уровень допустимого риска (сложность операции, вводится вручную);

$\sum_{i=1}^N r_i = 1$ – приоритет распределяется между всеми сотрудниками, и их сумма не больше единицы;

$r_i \geq 0$ – Каждый оперативник гарантированно получит свою долю приоритета.

Функция означает, что сумма всех оценок в сочетании с её дисперсией будет стремиться к максимуму, но этот режим, по сути, работает персонально для каждого сотрудника, и из полученных результатов составляет команду (портфель).

– Минимизация риска при заданном уровне дохода:

$$\begin{cases} \sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot r_i \geq \omega_{input}, \\ \sum_{i=1}^N r_i = 1, \\ r_i \geq 0, \end{cases} \quad (10)$$

где $\sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \rightarrow \min$ – целевая функция (минимизация риска);

ω_{input} – уровень необходимого дохода (также вводится вручную).

Здесь функция означает, что приоритет сотрудника, рассчитанный через ковариацию и оценки в сочетании с приоритетами других сотрудников не будет превышать допустимую дисперсию.

Этот режим работает не персонально на каждого сотрудника, а на команду в целом, поэтому данный режим будет более грамотным выбором с точки зрения стратегии.

Таблица 3 – сравнение двух разных режимов работы модели Марковица

Параметр / Элемент	Минимизация риска	Максимизация эффективности
Цель (цел. функция)	$\sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \rightarrow \min$	$\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot r_i \rightarrow \max$
Что фиксируется	$\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot r_i \geq \omega_{input}$	$\sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \leq \sigma_{input}$
r – веса/доли	Ожидаемая эффективность/результативность каждого участника	
μ – вектор эффективности	Отражает, насколько поведение или способности разных участников коррелируют между собой	
Ограничения	$\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot r_i \geq \omega_{input},$ $\sum_{i=1}^N r_i = 1,$ $r_i \geq 0,$	$\sqrt{r_i \cdot r_j \cdot C_{ij}} \leq \sigma_{input},$ $\sum_{i=1}^N r_i = 1,$ $r_i \geq 0,$
Контекстный смысл	Собрать наиболее надёжную команду, гарантируя нужный уровень эффективности, при этом, максимально универсальную	Из доступных участников собрать максимально эффективную команду, не выходя за допустимый уровень риска (например, при операции на тонущем корабле)
Когда применяется	При ограничениях на минимально допустимую эффективность или при высоких рисках	Когда ключевая задача – выжать максимум, а риск можно допускать до заданного уровня
Допустимые веса (участие)	$r \in [0,1]$, сумма всех весов = 1 – это может быть доля смены, доля участия, вероятность выбора	

Если главная цель – безопасность и надёжность достижения хотя бы базового уровня эффективности, выбирайте режим минимизации риска при заданной эффективности [16, 17, 18].

Пример: тушение крупного пожара в жилом доме, где даже небольшая ошибка может привести к тяжёлым последствиям.

– например, эффективность не ниже 0,7 (70 %), и система подбирает команду с наименьшей вероятностью коллективного сбоя.

Если задача максимально критична по результату (максимизировать эффективность), и вы готовы принять заранее определённый уровень риска, вы-

бирайте режим максимизации эффективности при ограничении риска [16, 17, 18].

Пример: срочная спасательная операция на затонувшем судне, где каждая секунда на счету, и небольшие сбои допустимы.

– допустимый уровень «риска» (например, 0,05), и система даст максимально сильный состав, не выходя за этот порог.

По описанию видно, что в контексте пожарной охраны намного чаще возникает ситуация именно для режима минимизации риска при заданной эффективности [2-4, 10-14].

2 ВЫБОР, ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА И ОПИСАНИЕ МЕТОДОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ

2.1 Методы исследования проблемы

Для исследования оптимального подбора активов, учитывая их доходность и корреляцию:

- Математическое моделирование: построение и анализ формализованной модели, описывающей оптимальное распределение сотрудников в команды;
- Методы оптимизации: использование теории оптимального управления для нахождения наилучшего состава команд;
- Корреляционный анализ: выявление взаимосвязей между оценками сотрудников, их стабильностью и успешностью выполнения операций;
- Стохастическое моделирование: учет вероятностного характера успешности выполнения задач, основанный на вариативности результатов сотрудников;
- Численные методы: применение численных алгоритмов для решения оптимизационных задач, связанных с формированием команд;
- А самое главное – квадратическое программирование. [16, 17]

2.2 Существующие методы и их краткое описание

Данная задача является задачей квадратического программирования и относится к классу NP-трудных, то есть, если говорить простым языком: ее невозможно решить вручную в каких-либо разумных временных рамках из-за простых, но многочисленных операций [18], поэтому логично полностью доверить вычисление компьютеру.

На данный момент существует несколько моделей, применяемых для задач оптимального распределения ресурсов и формирования групп:

- Задача о назначениях: используется для оптимального распределения ограниченного количества работников на задачи с учетом их эффективности. Применяется в логистике и кадровом планировании;

- Модель многокритериального выбора (*AHP*, метод Аналитической Иерархии), позволяет ранжировать кандидатов на основе множества критериев, однако не учитывает совместимость членов команды;

- Модели кластерного анализа (*K-means*, *DBSCAN*, агломеративная кластеризация). Используются для объединения объектов (сотрудников) в группы на основе схожих характеристик, но не дают возможности оптимизировать риск [16, 17, 19].

Модели представляют сотрудников и их связи в виде графа, анализируют структуру взаимодействия, но не позволяют учитывать вероятность отклонений в результатах.

Кроме модели Марковица, существует еще несколько способов связать корреляцию, исторические данные и дисперсию в одну модель:

1. Модель *Black-Litterman*

Фактически портфельная теория Блэка-Литтермана не является самостоятельной теорией формирования инвестиционного портфеля, а представляет собой математическую модель распределения (расчета и оптимизации весов) активов в портфеле, которая предназначена для устранения недостатков классической теории Марковица.

В теории Марковица одним из узких мест являются величины прогнозируемой будущей доходности активов. Инвесторы используют различные методики прогнозирования:

- на основании экстраполяции исторических данных;
- допущение о равных доходностях всех активов;
- допущение о равенстве доходностей в отношении к рискам и пр.

При расчетах с применением любых из этих методов в рамках оптимизационной теории Марковица наблюдаются схожие результаты:

- ошибка в прогнозах доходности даже одного актива может привести к необходимости существенной реструктуризации сформированного портфеля (может потребоваться корректировка структуры вплоть до 50%);

- в структуре появляется несколько огромных (преобладающих над другими) длинных и коротких позиций;

- при ограничениях на короткие продажи портфели превращаются в концентрированные – при любом количестве активов во входном наборе для структуры отбирается незначительное (нередко всего два-три) количество активов вплоть до одного.

Основным препятствием является значительный объем инвестиционного капитала, который требует очень глубокой диверсификации (в идеале даже не десятки активов). Решение подобной задачи вручную практически невозможно, а о результатах программных методов, использующих теорию Марковица, сказано выше.

Именно крупным инвесторам и потребовалась усовершенствованная математическая модель распределения активов в портфеле, которая была бы способна устранить указанные недостатки. Считается, что модель Блэка-Литтермана решает проблему достаточно успешно.

В ней в качестве данных для расчета используются:

- вектор ожидаемых доходностей активов, для расчета которых применяются любые из методов расчета цен активов в будущем, например, описанные выше, и использующие склонность инвестора к риску в виде масштабирующего коэффициента;

- равновесная доходность для входящих в портфель финансовых инструментов, которая вычисляется с учетом их весов из допущения, что рынок на момент формирования портфеля эффективен.

Фактически такой подход равносителен сравнению двух различных портфелей:

- рыночный (равновесный), который фактически может быть представлен одним из текущих биржевых индексов (бенчмарком);

- пользовательский, который учитывает индивидуальные прогнозы инвестора по доходности активов и его склонность к риску.

Решение поставленной задачи – расчет распределения активов – выполняется в следующей последовательности:

С учетом структуры рынка (бенчмарка), ковариации активов и склонности инвестора к риску рассчитывается равновесная доходность каждого из активов и формируется соответствующий вектор. Для расчета используется метод обратной оптимизации Шарпа.

При качественном прогнозировании полученный портфель показывает стабильную разность доходности (показатель альфа) по сравнению с рынком или бенчмарком, выбранным в качестве эталона при выборе структуры. Однако чувствительность к ошибкам прогнозирования в этой модели существенно ниже, чем у Марковица, что дает небольшое отставание от рынка (бенчмарка) даже при совершенно неверных прогнозах. Кроме того, использование эталонного индекса всегда обеспечивает глубокую диверсификацию.

Таким образом, собранный с помощью модели Блэка-Литтермана портфель действительно в значительной мере избавлен от недостатков, выявленных в классической модели Марковица. Решение задачи хорошо поддается формализации, может быть реализовано как в виде отдельных программ, так и в Excel. Соответствующим софтом широко пользуются многие хедж-фонды и другие крупные инвесторы, а реализация в электронных таблицах подойдет для применения даже частными инвесторами, которые хотят получить более устойчивые и качественные портфели [20].

Таким образом:

Эта модель также как и модель Марковица использует ковариационную матрицу и оптимизацию по доходности и риску, но также включает субъективные взгляды инвестора (или руководителя), комбинирует их с рыночным равновесием.

Но, эта модель слишком абстрактна для работы с человеческими ресурсами, требует явной оценки «рыночного» мнения и уверенности в прогнозах.

2. модели, основанные на *Mean-CVaR*:

В настоящее время при выборе портфеля ценных бумаг часто используются новые математические модели, которые учитывают различные меры риска одновременно. В этом разделе мы рассмотрим проблему выбора портфеля, в которой случайные величины описываются тремя статистическими показателями: ожидаемой доходностью, дисперсией и CVaR.

Модель *mean-variance-CVaR* предлагает оптимальное решение как компромисс между эффективными фронтами моделей Марковица и *mean-CVaR*.

CVaR (усреднённый убыток при худших сценариях) – это альтернативная мера риска, которая измеряет потери на хвосте распределения случайной величины доходности. CVaR часто используется вместе с VaR, и эта комбинация инструментов может быть применена для оценки риска для несимметричных распределений потерь с высоким или низким коэффициентом асимметрии.

Было показано, что введение ограничения на CVaR в проблему выбора портфеля может дать лучшие результаты, чем введение ограничения на равенства/неравенства.

Равенства/неравенства не показывают степень потерь, которые могут находиться за пороговой границей, предложенной равенств/неравенств. В отличие от них, CVaR определяет количественно те потери, которые могут находиться на хвосте распределения. CVaR – это ожидаемый убыток на основе шанса обрушения. [21].

В этом дополнении представлена интересная идея компромисса между доходностью и риском, и учет мирового кризиса, благодаря использованию CVaR вместо стандартного отклонения. Но она также не совсем вписывается в данный контекст, потому что фокус в ней на экстремальных потерях – это скорее про финансовые риски, чем про управление операциями или командой, в которой экстремальные потери просто недопустимы.

3. Модель *Risk Parity*

Модель *Risk Parity* – это стратегия управления финансовым портфелем, которая фокусируется на балансировании рисков, а не капитала. Цель модели

состоит в достижении более стабильного и диверсифицированного портфеля, который может эффективно работать в разных условиях рынка.

В основе модели также лежит концепция риска, который чаще всего измеряется волатильностью или стандартным отклонением доходности.

Основные ее принципы заключаются в равном вкладе в риски. В отличие от традиционных портфелей, где, например, 60% может быть выделено на акции, а 40% – на облигации, в модели Risk Parity стремятся к равному вкладу рисков от каждого класса активов.

Диверсификация и распространение рисков по разным классам активов помогает снизить общую волатильность портфеля.

Использование кредитного плеча. Это помогает выровнять уровень рисков по различным активам в портфеле.

Динамическая перебалансировка. Модели Risk Parity обычно требуют регулярной перебалансировки для поддержания желаемого распределения рисков.

Некоторые преимущества модели Risk Parity: возможность улучшения диверсификации, повышения стабильности портфеля. Однако у неё есть и недостатки, например, зависимость от исторических данных и потенциальная низкая эффективность на сильных рынках [22].

Да. Эта в этой модели также стремится сбалансировать риск между активами, но она не оптимизирует доходность напрямую, а делает вклад каждого актива в общий риск равным. Поэтому, в данном случае модель может оказаться полезна для снижения риска, но не позволяет ясно управлять приоритетами (доходностью), как нужно в управлении командой.

В отличие от других моделей, классическая модель Марковица обеспечивает прямое управление компромиссом между приоритетами (доходностью) и стабильностью (риском). Это позволяет эффективно оптимизировать состав команд или распределение ресурсов, где важны и результат, и его устойчивость.

Такие аспекты, как «опыт», «ограничения» и даже субъективные оценки, могут быть встроены внутрь модели через модификацию входных данных (как в нашей работе) – без усложнения самой логики. Это делает модель гибкой, интерпретируемой и удобной для презентации в практических задачах. Также, этот выбор обусловлен тем, что модель позволяет учитывать одновременно три аспекта:

1. Эффективность сотрудников – аналог доходности в финансовой интерпретации модели.
2. Риск нестабильности результатов – аналог волатильности в классической модели Марковица.
3. Корреляция между сотрудниками – показатель синергии или конфликта в команде.
4. Статичность модели – модель не отдает приоритет более ранним, или более поздним оценкам. Поэтому, базу данных модели необходимо обновлять при повторном прохождении нормативов.

Данный подход можно адаптировать для задачи подбора пожарных команд по следующим причинам:

- Вместо доходности рассматривается эффективность сотрудников, измеряемая средним баллом по нормативам.
- Вместо риска используется нестабильность результатов сотрудников, оцениваемая через дисперсию оценок.
- Вместо активов в портфеле рассматриваются сотрудники, формирующие команду.
- Корреляция между сотрудниками позволяет оценить синергию или конфликт внутри команды, что критично для боевой работы.

2.3 Программные средства для решения исследуемой задачи

Для реализации модели Марковица и проведения оптимизационных расчетов могут быть использованы следующие прикладные пакеты:

1. MATLAB (*Optimization Toolbox, Financial Toolbox*):
 - Поддерживает численные методы оптимизации;

- Включает функции «quadprog» для решения квадратичных программ;
- Позволяет визуализировать зависимость эффективности команды от риска.

2. Python (*NumPy, SciPy, CVXPY, Pandas*):

- Открытое ПО с широким спектром аналитических инструментов
- «*scipy.optimize.minimize*» для решения оптимизационных задач
- «*cvxpy*» для работы с квадратичным программированием

3. R (*quadprog, PortfolioAnalytics*):

- Позволяет работать с финансовыми моделями и адаптировать их под кадровые задачи;

- Поддерживает статистический анализ и корреляционные исследования.

4. Excel + Solver:

- Визуальный интерфейс для малых задач оптимизации;
- Возможность работы с простыми квадратичными программами.

5. GAMS (*General Algebraic Modeling System*):

- Подходит для решения больших оптимизационных задач;
- Имеет мощные инструменты работы с линейным и квадратичным программированием.

2.4 Выбор и описание выбранного программного средства

Для реализации модели Марковица и оптимизации состава пожарных команд среди множества доступных инструментов был выбран MATLAB. Данный выбор обусловлен следующими ключевыми факторами:

1. Поддержка оптимизационных и финансовых инструментов

MATLAB предоставляет мощные библиотеки для работы с моделями оптимизации, в том числе:

- *Optimization Toolbox* – включает «quadprog», который позволяет решать задачи квадратичного программирования, что критично для модели Марковица.
- *Financial Toolbox* – содержит готовые функции для построения эффективных границ, анализа риска и оптимального распределения ресурсов.

– *Statistics and Machine Learning Toolbox* – помогает анализировать данные сотрудников, оценивать корреляции и строить предсказательные модели.

2. Простота работы с матрицами и векторами

Модель Марковица основана на матричных вычислениях (ковариационная матрица, вектор средних значений эффективности и др.). MATLAB, как язык для численных расчетов, изначально оптимизирован для работы с матрицами, что позволяет выполнять вычисления быстрее и удобнее по сравнению с Python (где требуется *NumPy*) или Excel (где нет встроенных инструментов для работы с матрицами).

3. Визуализация и интерпретация данных

В MATLAB легко реализовать графики эффективной границы, трехмерные визуализации зависимости эффективности, риска и состава команды, корреляционные матрицы в виде тепловых карт, динамическую визуализацию оптимального состава команды при изменении параметров.

Это важно для интерпретации результатов и анализа зависимости между сотрудниками.

4. Производительность и оптимизация вычислений: MATLAB имеет оптимизированные численные алгоритмы, позволяющие быстрее решать сложные задачи, чем Python, поддержка параллельных вычислений делает MATLAB эффективным для обработки больших объемов данных.

5. Инструменты для интеграции и моделирования: MATLAB позволяет легко интегрировать оптимизированную модель в симуляционные системы для тестирования работы пожарных команд в различных сценариях, возможна работа с данными реального времени, что позволяет использовать систему для адаптивного формирования команд в зависимости от текущей ситуации.

6. Гибкость для будущего расширения: в случае расширения модели на динамическое распределение сотрудников в режиме реального времени, MATLAB поддерживает интеграцию, внешними базами данных и сенсорными системами, можно расширить функционал, добавив машинное обучение для предсказания эффективности команд на основе исторических данных.

3 ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧИ

3.1 Программная реализация модели

Код представляет из себя классическую реализацию модели Марковица: матрица оценок сотрудников: содержит исторические оценки каждого работника. Каждая строка – отдельный тип сотрудника. Каждое число – оценка в разные моменты времени. В случае неравенства рядов матрицы необходимо отсечь самые старые оценки, фильтр низких оценок проверяет каждую оценку на преодоление порогового значения, в противном случае фильтр обнуляет оценку, чтобы не учитывать в оптимизации сотрудников, которые систематически проваливают задачи. Работает следующим образом: в начале удаляем низкие оценки (считаем, что сотрудник не справился), затем, значение меньше 5 заменяется на 0, и в конце оставляем только оценки, которые больше 5;

Получается, что, если у двух сотрудников оценки сильно коррелируют, их совместное использование может увеличить подобающую для них сложность операции. То есть, если один сотрудник выполнил 3 последние операции хорошо, а другой – плохо, то их совместное использование рекомендуется при масштабном бедствии.

С одной стороны, это – хорошо, ведь для просевшего сотрудника появляется шанс получить практический урок совместно с более опытным специалистом. Те, у кого периоды взлёта и падения противоположны могут компенсировать слабости друг друга. Но с другой стороны: это снизит эффективность команды в целом до некоторого усредненного уровня, что может стать критическим в обстановке с высоким риском.

Вектор средних оценок сотрудников: определяет среднюю продуктивность каждого сотрудника на основе предыдущих операций, чтобы модель предпочитала сотрудников с высокими стабильными оценками. Каждая переменная (обычно вектор w) представляет долю участия каждого сотрудника в операции, например: $w(3) = 0,2$ означает, что третий сотрудник имеет приоритет 20%, а $w(1) = 0,001$ означает, что первый сотрудник имеет приоритет мень-

ше одного процента и он будет находиться в самом низу списка. Этот приоритет используется чтобы определить, кого стоит включить и в какой степени для достижения оптимального баланса.

3.2 Формулировка целевой функции

а) Максимизация суммарных оценок: цель – максимизировать произведение весов сотрудников и их оценок. Логика такова: чем выше средняя оценка у выбранных сотрудников, тем более эффективной будет команда.

б) Допустимый уровень сложности: чтобы команда была не только продуктивной, но и управляемой в сложных условиях добавляется ограничение, чтобы итоговая сложность операции (вычисляемая с помощью ковариации оценок и весов) не превышала заданное значение.

в) Порог оценки «неудовлетворительно»: для понижения приоритета некомпетентным сотрудникам вводится порог оценки за норматив ниже которого она считается равной нулю.

г) Расчет средних оценок и ковариационной матрицы:

Аналогия следующая: средняя доходность – средняя оценка сотрудника, матрица ковариации риска – матрица зависимости сложностей операций.

д) Задание диапазона сложности операций: задаем диапазон сложности от минимальной к максимальной, подготавливаем массив для хранения весов сотрудников в зависимости от сложности. Он позволяет рассчитать оптимальное распределение сотрудников для каждой сложности;

е) Оптимизация распределения сотрудников: для каждого уровня сложности решается задача квадратичного программирования. В этом отчете не будет примера ручного расчёта итерации процесса оптимизации, поскольку квадратичное программирование – очень объёмная, не самая подходящая для ручного счёта задача, поэтому используем встроенную функцию «quadprog» чтобы минимизировать сложность при достижении нужной оценки.

Ограничения следующие: общая оценка сотрудников должна быть равна заданной, сумма весов сотрудников равна 1 (все ресурсы распределены), нет увольнений ($lb = 0$), нет перегрузки ($ub = 1$). После этого идет визуализация

распределения сотрудников. Отображаем, какие сотрудники задействованы на разных уровнях сложности.

Ось X – сложность операции, ось Y – доля сотрудника в распределении.

3.4 Метод реализации модели в ППП Matlab

3.4.1 принцип работы функции

Для решения задачи будет использоваться функция «*quadprog*», которая используется для квадратичного программирования – задачи оптимизации, где целевая функция квадратичная, а ограничения линейны.

Функция «*quadprog*» решает задачу квадратичной оптимизации в стандартной форме:

$$\min_x \left(\frac{1}{2} x^T H x + f^T x \right), \quad (11)$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} Ax \leq b, \\ A_{eq} x = b_{eq}, \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases} \quad (12)$$

где H – Квадратичная матрица (симметричная положительно полуопределённая). Отвечает за кривизну (риск, взаимодействие переменных);

F – Вектор линейных коэффициентов (обычно – доходности или затрат, а в данном случае – эффективности сотрудников и их нестабильность);

A, b – матрица и вектор для линейных неравенств;

A_{eq}, b_{eq} – Матрица и вектор для линейных равенств;

lb, ub – нижняя и верхняя границы переменных;

x_0 – начальное приближение (опционально);

options – настройки оптимизации (тип алгоритма, точность и др.).

первое выражение представляет неравенства, заданные в виде линейных функций;

второе – представляет ограничения, которые задаются в виде равенств;

третье – допустимые границы переменных.

3.4.2 алгоритм работы функции

Шаг 1 – Проверка входных данных:

- Проверяет размерность и согласованность всех входов;
- Проверяет, что H симметрична.
- Проверяет наличие ограничений: равенства, неравенства, границы.

Шаг 2 – Выбор алгоритма:

- MATLAB использует несколько внутренних алгоритмов, включая:
 1. *Interior-Point-Convex* (по умолчанию) – наиболее универсальный для больших задач;
 2. *Active-Set* – лучше подходит для небольших задач с ограниченным числом переменных;
 3. *Trust-Region-Reflective* – только для задач без неравенств, но с границами;

Алгоритм можно задать через:

«*options = optimoptions('quadprog', 'Algorithm', 'interior-point-convex')* »

Шаг 3 – Решение задачи:

Происходит расчет весов для всех сотрудников чтобы минимизировать дисперсию их результатов, при этом, пытаясь строго придерживаться заданного уровня эффективности.

Шаг 4 – Проверка сходимости:

Если точка удовлетворяет ограничениям, а изменения становятся малы, *quadprog* завершает работу и возвращает:

- x – оптимальный вектор;
- $fval$ – значение целевой функции;
- $exitflag$ – код завершения (0 – не сошлось, 1 – успешно);
- $output$ – структура со статистикой;
- $lambda$ – множители Лагранжа (иногда важны).

Иначе – начинается новая итерация.

Это есть алгоритм решения задачи оптимизации.

3.4.3 пример вычисления

Для демонстрации работы алгоритма был написан стандартный вариант

модели Марковица, на которой наглядно показывается динамика изменения долей активов в портфеле:

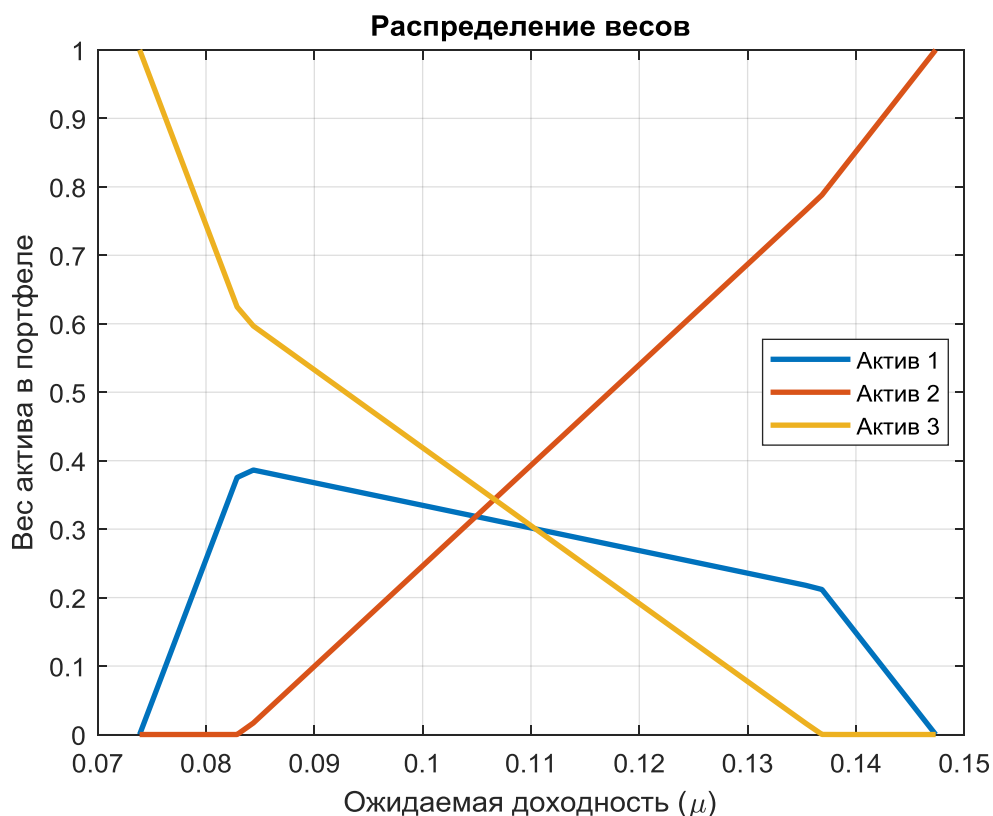


Рисунок 2 – Распределение весов

Данные графики отображают распределение весов активов в модели Марковица – это процесс определения доли (веса) каждого актива в портфеле, при котором достигается оптимальный баланс между риском и доходностью.

Как веса распределяются в самой модели:

Активы с высокой доходностью получают большие веса, но активы с высокой волатильностью (риск) могут быть ограничены.

Если активы коррелированы, модель старается их разбавить другими.

Пример:

Если два актива *A* и *B* одинаково доходны, но *B* сильно коррелирует с другими и более волатилен – его вес будет снижен [16].

То есть, в контексте пожарных команд это означает, что сотрудники, которые имеют одинаковые сильные и слабые стороны с меньшей вероятностью

попадут в одну команду, кроме того, помимо оценок, сильно ценится стабильность результатов.

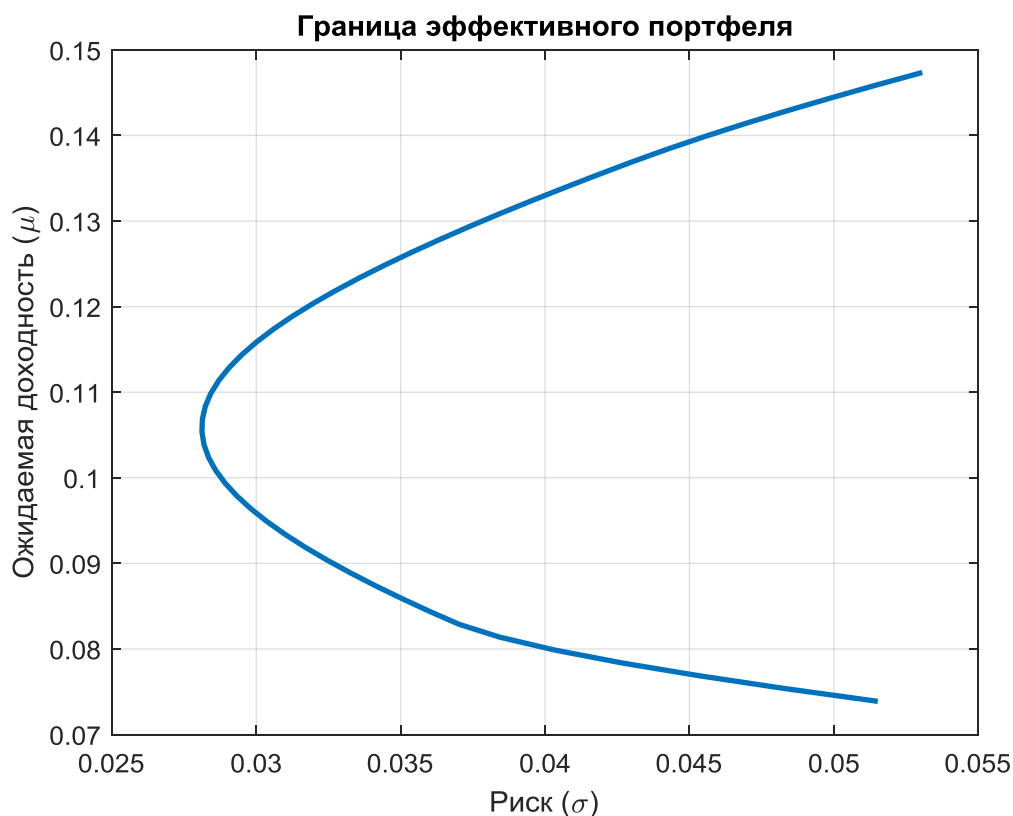


Рисунок 3 – Граница эффективного портфеля

Кривая эффективного портфеля (также известная как эффективный фронт или *efficient frontier*) – это центральное понятие в модели Марковица. Она показывает наилучшие возможные комбинации риска и доходности для портфеля из доступных активов.

Каждая точка на кривой – это оптимальный портфель, который при заданной доходности имеет наименьший риск, или при заданном риске даёт максимальную доходность.

Читать данный график стоит следующим образом:

Левая часть кривой – самые надёжные портфели с низким риском;

Правая часть – более доходные, но рискованные портфели;

Наивысшая точка по доходности – портфель с максимальной доходностью при допустимом уровне риска [16];

Точка касания с касательной от безрискового актива – портфель Тангенса

(*Sharpe-optimal*);

Любой портфель ниже кривой считается неэффективным: либо берётся слишком большой риск, либо слишком малая доходность.

3.5 Реализация интерфейса в системе ППП Matlab «App designer»

При разработке программного обеспечения для экстренных и оперативных служб (и не только) одним из ключевых требований является интуитивно понятный, устойчивый и защищённый пользовательский интерфейс.

В условиях ограниченного времени, высокой нагрузки и возможного стресса у операторов недопустимо наличие интерфейса, требующего специальных навыков или допускающего непреднамеренное вмешательство в критические параметры системы.

Для реализации интерфейса подходит App Designer в MATLAB, поскольку позволяет:

- Создавать строго ограниченные пользовательские интерфейсы, в которых конечный пользователь может взаимодействовать только с теми элементами, которые предусмотрены разработчиком;
- Скрывать внутреннюю логику модели, обеспечивая стабильность и безопасность – пользователь видит только кнопки и поля, необходимые для работы, не затрагивая внутренние расчеты;
- Упрощать обучение персонала – интерфейс может быть построен таким образом, что пользователь выполняет последовательность шагов без необходимости разбираться в математической или программной сути происходящего;
- Снижать риск ошибок – фиксированные элементы, выпадающие списки, предварительно определённые диапазоны значений и блокировка редактирования моделей повышают надёжность при работе в оперативной обстановке.

Подобные требования, кстати, характерны не только для МЧС, но и, например:

- В авиации – интерфейсы бортовых систем строятся по принципу «fail-safe» и «pilot-proof», исключая критическое воздействие оператора на системы управления;

– В медицине – системы поддержки принятия решений (например, в реанимации) проектируются так, чтобы врач не мог случайно изменить алгоритм работы или параметры мониторинга;

– В энергетике – интерфейсы на атомных и тепловых станциях максимально жёстко регламентированы и исключают ручную настройку формул или моделей.

Даже несмотря на то, что сегодня в такие системы внедряются системы искусственного интеллекта, человеческое участие все ещё остается решающим фактором.

Разработка программного приложения с использованием App Designer в среде MATLAB позволяет интегрировать графический пользовательский интерфейс (GUI) с математическими вычислениями, что делает такие приложения особенно полезными для специалистов, не обладающих глубокими знаниями программирования [26].

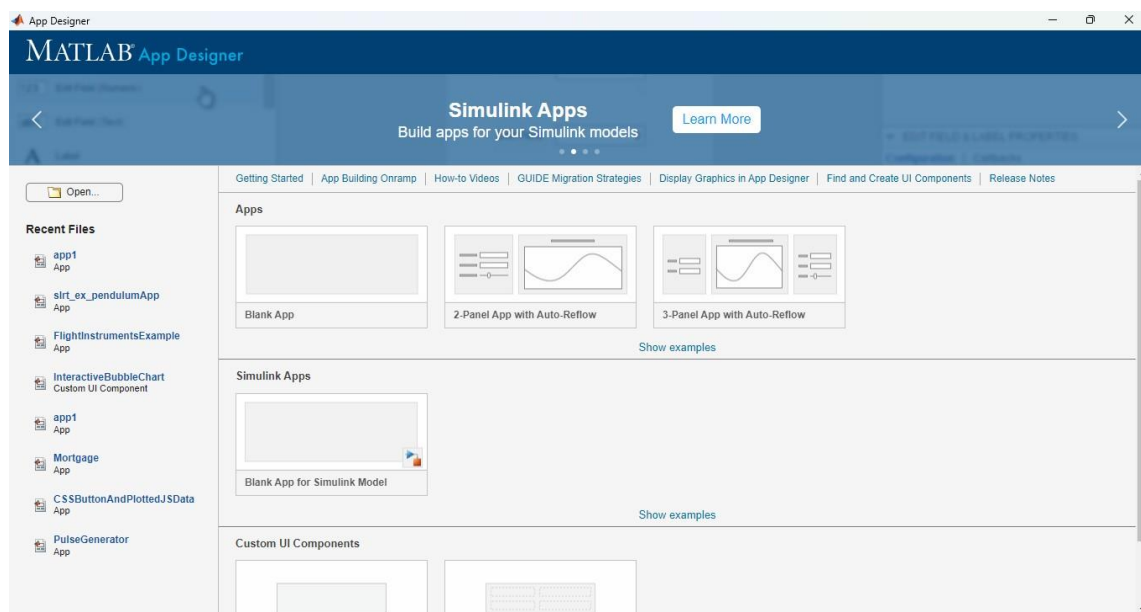


Рисунок 4 – Общий вид интерфейса приложения в среде App Designer

Приложение включает в себя несколько функциональных блоков: область ввода исходных данных, панель управления расчётами и область отображения результатов. Каждый элемент интерфейса связан с конкретными функциями,

определёнными в кодовой части программы, но недоступными для редактирования пользователем.

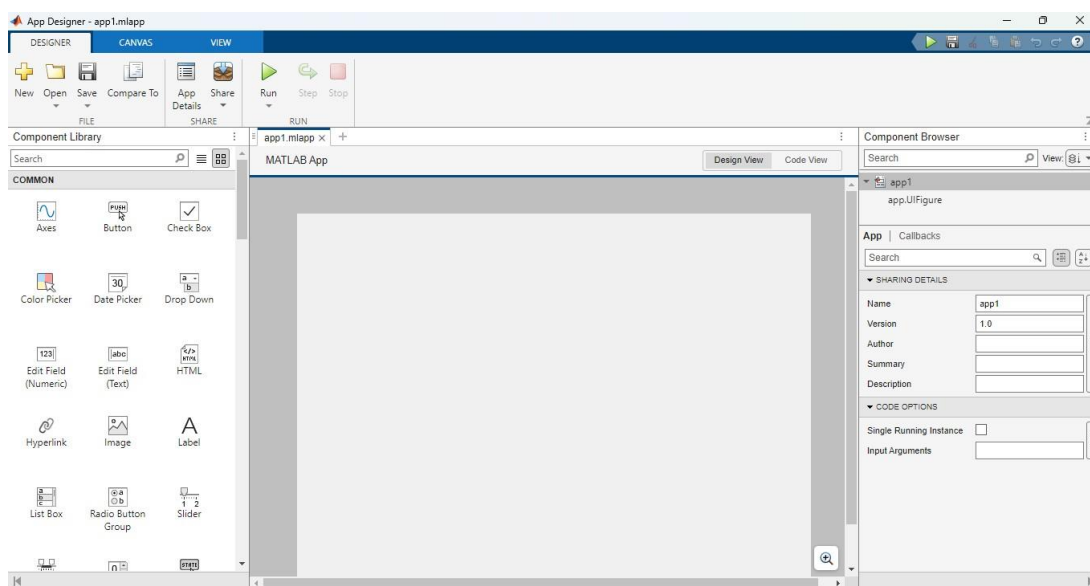


Рисунок 5 – Структура интерфейса: поля ввода, кнопки и графические элементы

Пользователь вводит данные в определённые поля или выбирает параметры из выпадающих списков. При нажатии кнопки «Рассчитать» запускается функция обратного вызова, которая обрабатывает входные данные, вызывает математическое ядро модели и выводит результат в виде чисел, таблиц или графиков. Все расчёты скрыты от пользователя, что предотвращает возможные ошибки при взаимодействии.

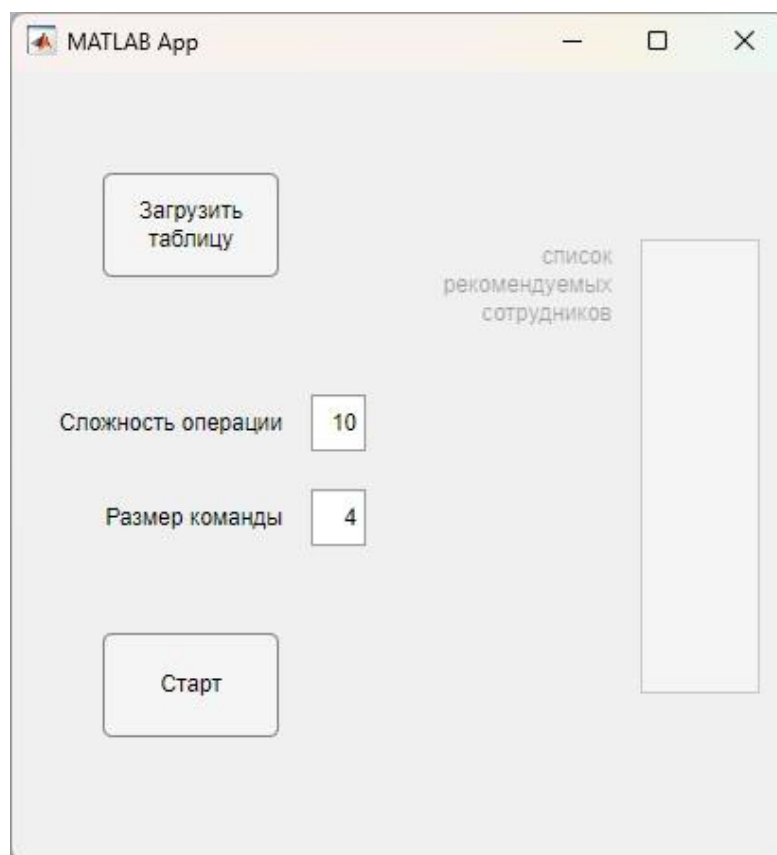


Рисунок 6 – Интерфейс приложения (подготовка)

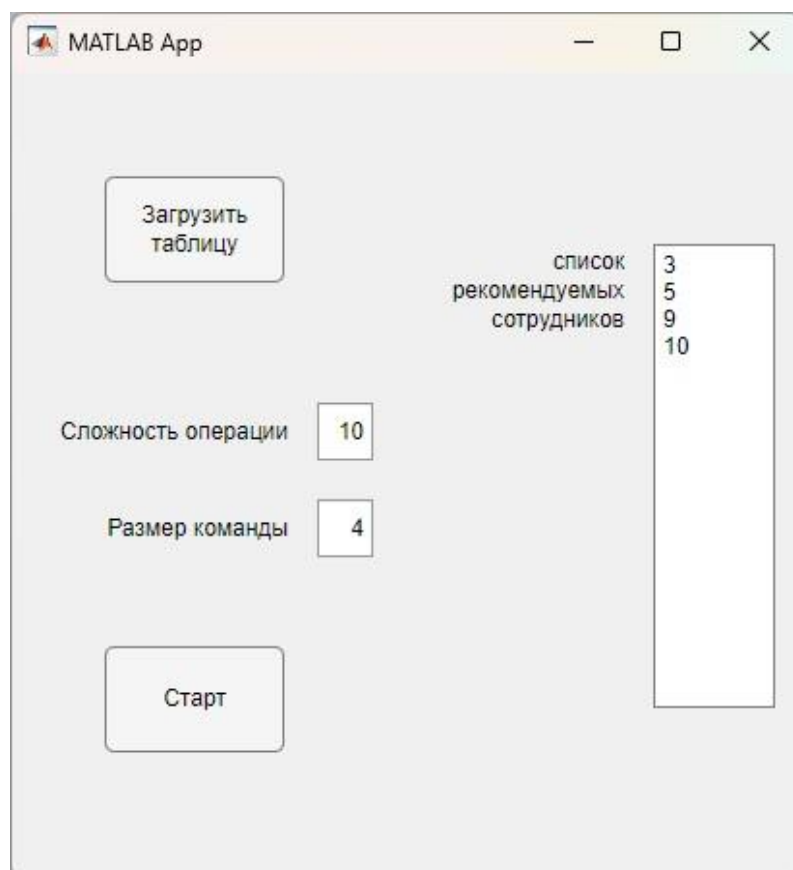


Рисунок 7 – Интерфейс приложения (выполнение)

Таким образом, интерфейс позволяет оператору вводить желаемый размер команды, и предположительную сложность задания, а программа выдает список идентификаторов сотрудников в зависимости от выбранных условий.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ И АНАЛИЗ РЕАЛИСТИЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для анализа были созданы следующие образы:

- «Золотой» – стабильно показывает почти идеальные результаты;
- «Просевший» – стабильные хорошие результаты, но в середине произошло резкое падение качества, но восстановился со временем;
- «Поднялся» – в начале показывал плохие результаты, но под конец сильно улучшил их;
- «Средний» – стабильные средние результаты;
- «Рухнувший» – в начале показывал хорошие результаты, но под конец скатился.

Данные архетипы являются самыми распространёнными в любой области деятельности. Они же будут использованы и для анализа. Проведём несколько экспериментов, меняя только порог удовлетворительной оценки:

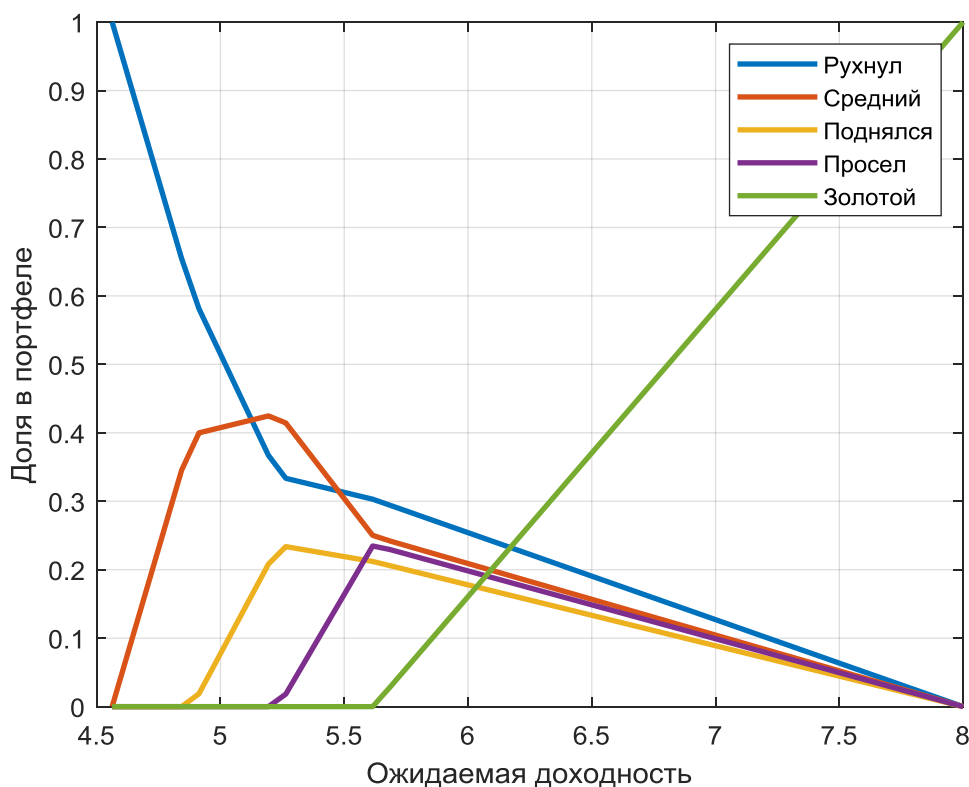


Рисунок 8 – Результат моделирования при пороге 0 без учета стажа

Из рисунка видно, что при низкой сложности операции программа отдаёт приоритет самым некомпетентным сотрудникам: «Рухнувшему» и «Среднему», при этом, оставляя в запасе «Золотого», что вполне логично: слабые сотрудники отправляются решать лёгкие задачи, а опытные в это время находятся в резерве. Но по мере роста сложности растёт и необходимая подготовка специалиста. Проблема в том, что команда крайне редко может состоять всего из одного «Золотого» оперативника, а если посмотреть внимательнее на график, то видно, что при высоком риске после «Золотого» приоритет отдаётся сначала «Рухнувшему», который в последнее время показывает плохие результаты, что явно неразумно в ситуации с высоким риском, после этого на очереди идёт «Средний», что также неразумно из-за его низких показателей, несмотря на стабильность. После этого идут «Просевший», который почти всё время был компетентен и Поднявшийся, который на момент возникновения ЧС как раз набрался опыта и показывает результаты не хуже «Золотого».

Создаётся впечатление, что программа противоположна здравому смыслу. Но если добавить нижнюю границу оценки и менять ее, получаются другие результаты:

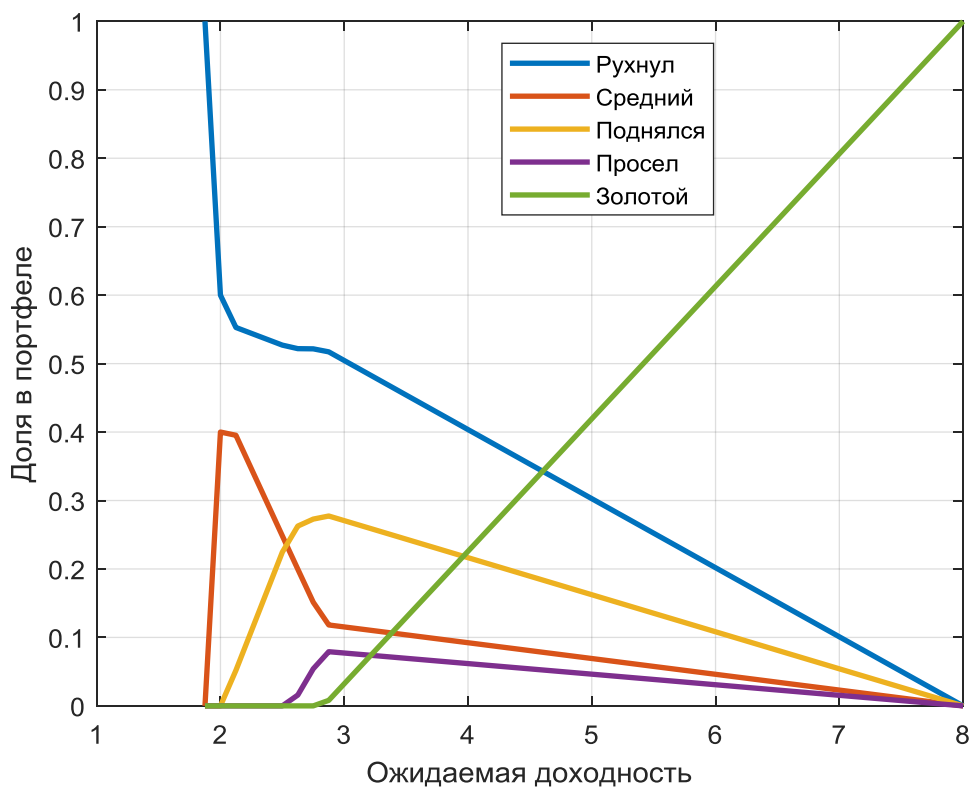


Рисунок 9 – Результат моделирования при пороге 7 без учета стажа

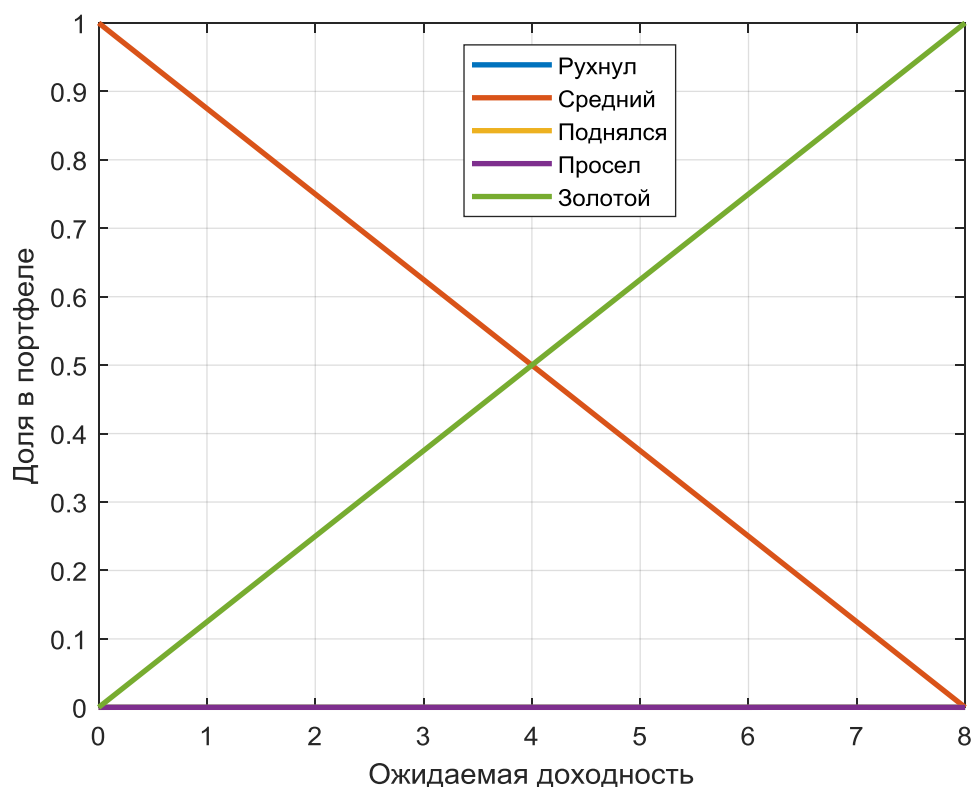


Рисунок 10 – Результат моделирования при пороге 8 без учета стажа

При слишком высокой пороговой оценке программа ломается и отдаёт предпочтение «Среднему» и «Золотому», полностью уходя в стабильность, жертвуя качеством. Это можно сравнить с бедствием мирового масштаба, когда оценки перестают иметь смысл. С точки зрения модели это плюс, так как это означает приоритет стабильности при высоких требованиях.

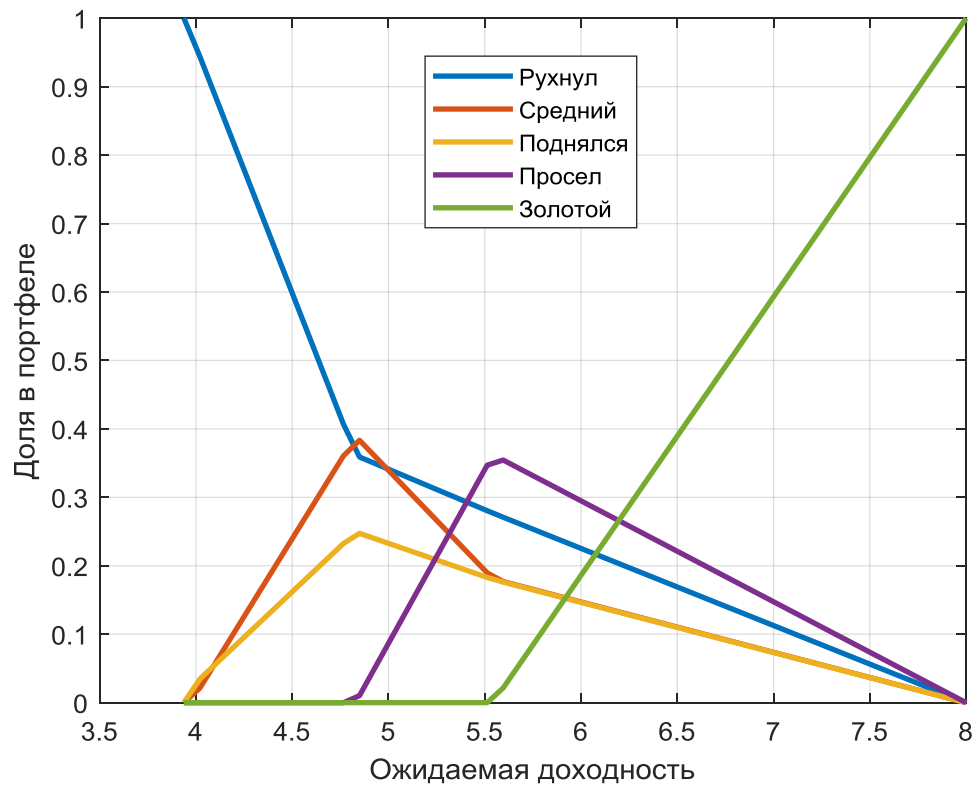


Рисунок 11 – Результат моделирования при пороге 4 без учета стажа

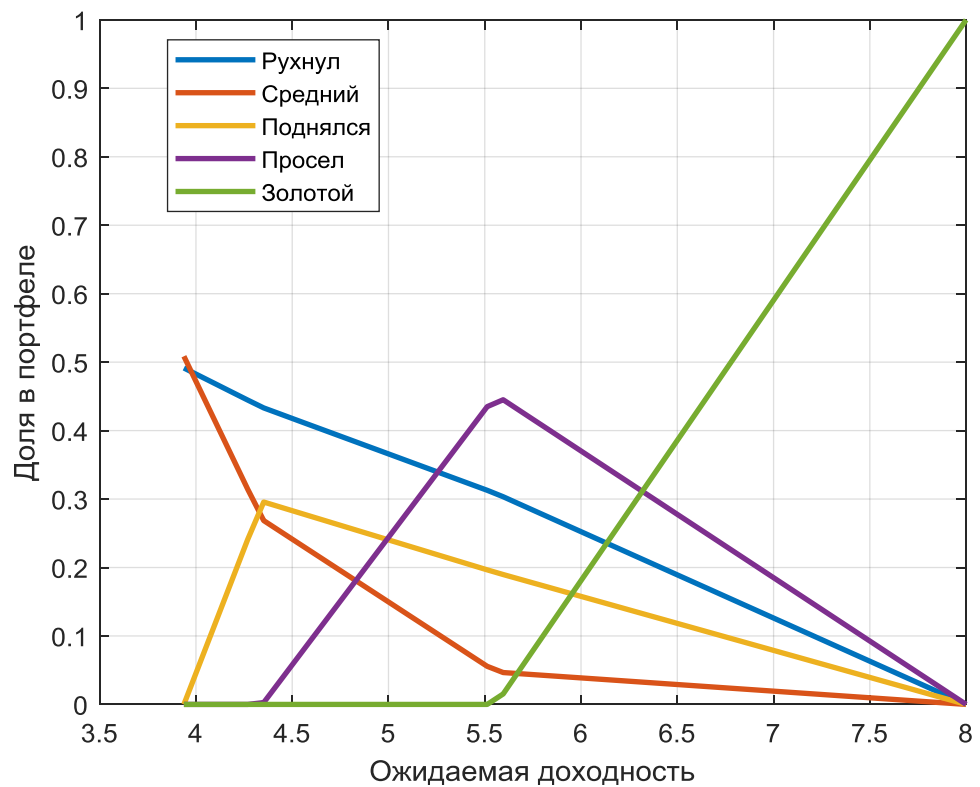


Рисунок 12 – Результат моделирования при пороге 5 без учета стажа

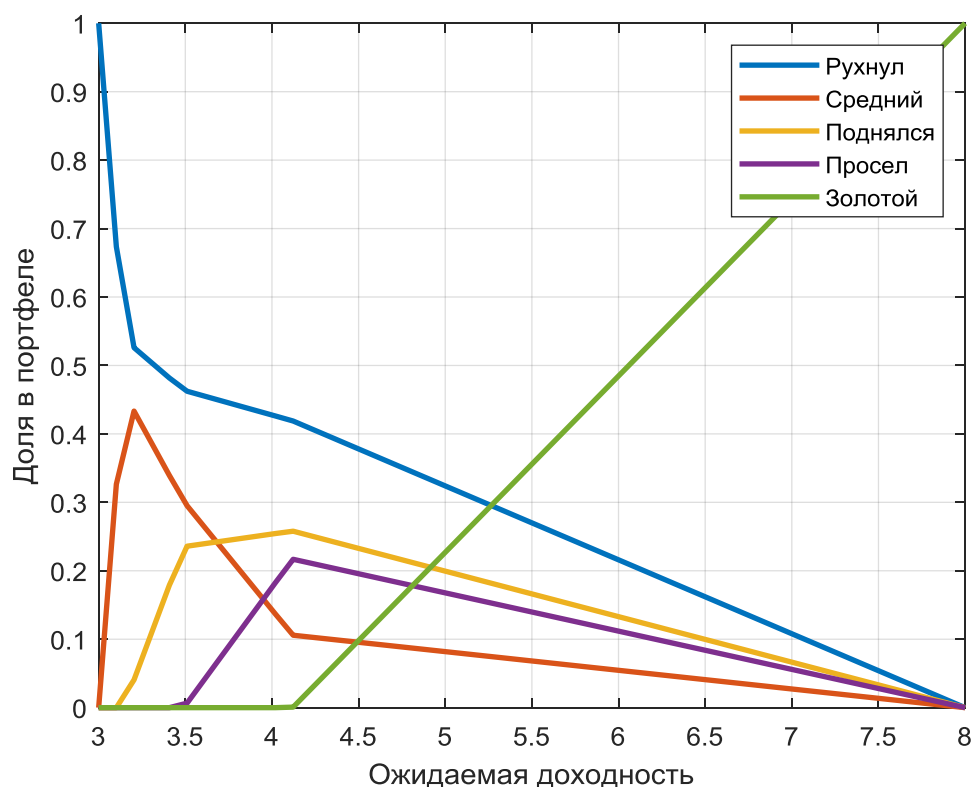


Рисунок 13 – Результат моделирования при пороге 6 без учета стажа

Самый лучший результат – при пороге 6 из 10 – масштабированный балл стандартной оценки «удовлетворительно» (реальная система оценки выглядит следующим образом: до 2,9 включительно – "неудовлетворительно"; от 3,0 до 3,5 включительно – "удовлетворительно"; от 3,6 до 4,5 включительно – "хорошо"; от 4,6 и выше – "отлично" [3, 4]). Вот что получается:

1. Низкая сложность ($3,0 \pm 4,0$):

На простых задачах достаточно сотрудников средней квалификации. «Средний» и «Поднялся» являются основными рабочими группами, а «Просел» может подключаться точно, но в целом не так эффективен.

Доминируют «Средний» (оранжевый) и «Поднялся» (желтый): «Средний» стабильно берётся за выполнение практически рутинных задач, а «Поднявшийся» может получить дополнительный опыт в обстановке с низким риском.

«Просел» (фиолетовый) имеет небольшой вклад

«Золотой» (зеленый) отсутствует;

2. Средняя сложность ($4,0 \pm 5,5$):

- Рост «Просевшего» и «Поднявшегося»
- Пик «Среднего», затем снижение
- Появление «Золотого» на уровне больше 5,0

По мере усложнения задач «Средний» теряет свою эффективность, но «Поднявшийся» и «Просевший» адаптируются к новым требованиям. «Золотой» начинает включаться, но пока его приоритет невысок;

3. Высокая сложность ($5,5 \pm 8,0$):

- «Золотой» становится доминирующим
- «Средний», «Поднявшийся» и «Просевший» быстро теряют значимость

Сложные задачи требуют стабильного результата, и только «Золотой» может его гарантировать. Остальные категории получают меньший приоритет, так как их ошибки на этом уровне критичны. Программа отдаёт приоритет тому, кто научился на опыте, чем тому, кто был хорош, но нестабилен. Это отражает и человеческий опыт, что несомненно, является плюсом [18-21].

И последний шаг – использовать модификацию полученной модели для работы с логистической кривой опыта:

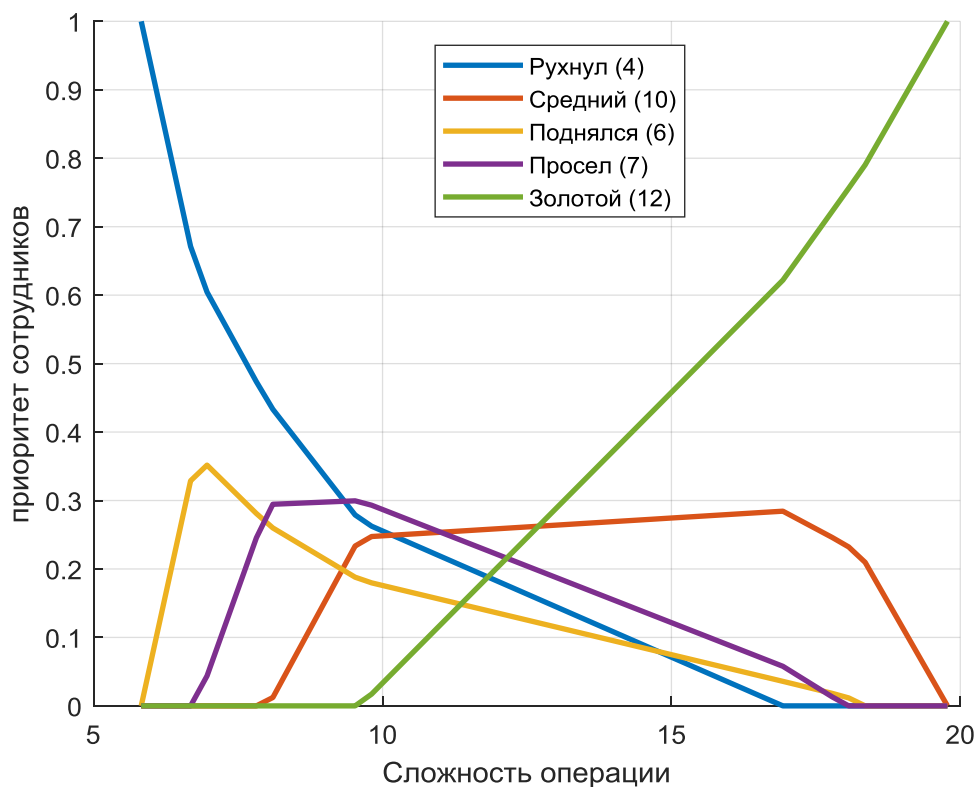


Рисунок 14 – Результат моделирования при пороге 0 с учетом стажа

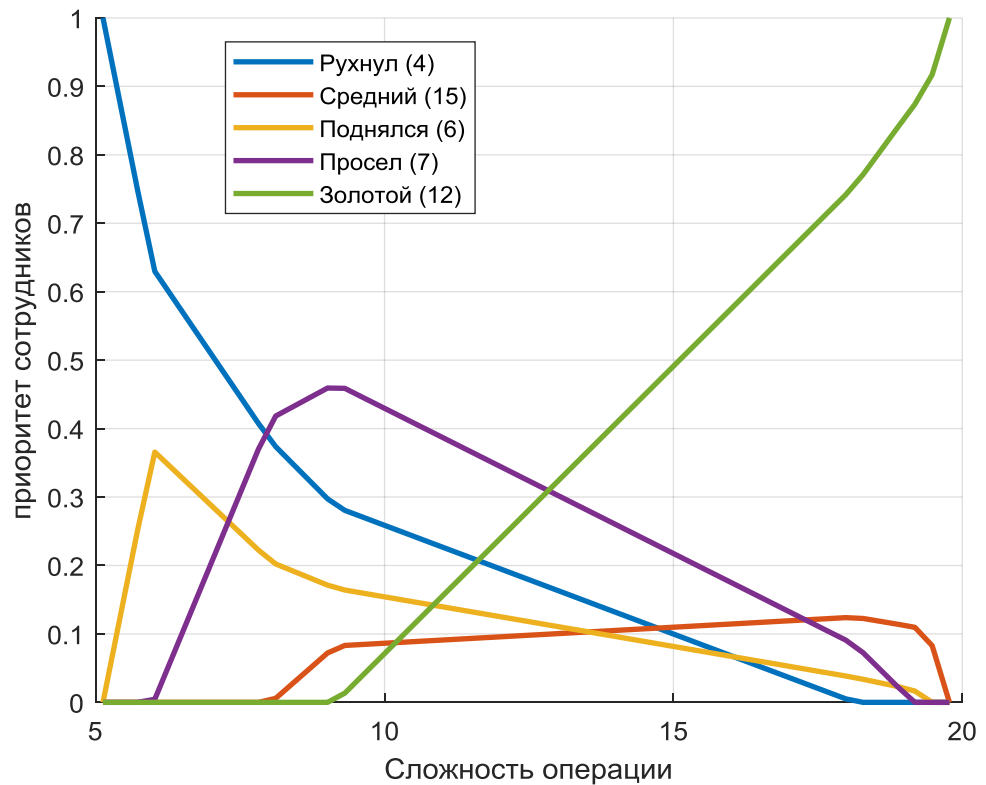


Рисунок 15 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа
(Стаж Среднего – 15 лет)

Здесь хорошо видна динамика приоритета в зависимости от опыта и синергии сотрудников: в начале – менее компетентные и менее опытные, но хорошо сочетающиеся, далее – высокие оценки в сочетании с опытом, и в конце – все большую роль начинает играть именно опыт, чем оценки по нормативам.

Итак, оптимизация создаёт плавный переход от среднего уровня к высокой сложности, выбирая, когда стоит поднять сильного, и когда оставить его в резерве, обеспечивая логичное снижение роли ненадежных сотрудников и повышение роли надёжных с ростом сложности.

Еще интересно как опыт влияет на приоритет: на следующем рисунке показано:

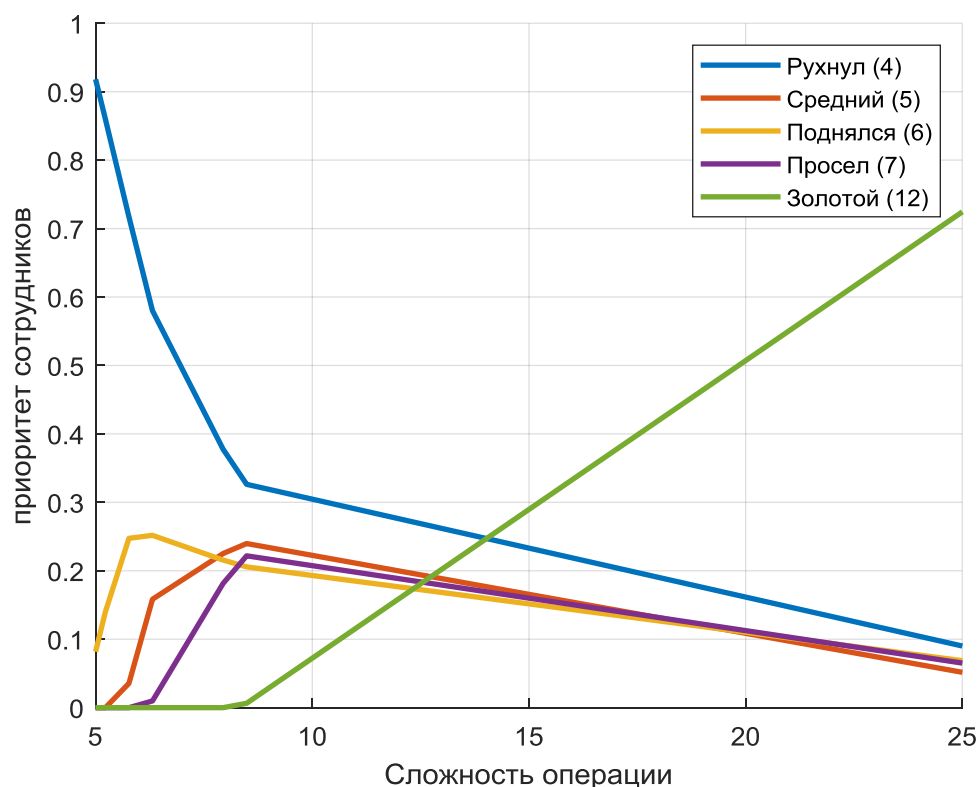


Рисунок 16 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа
(Стаж Среднего – 5 лет)

Видно, что опыт сглаживает «вспышку приоритета» и дает шанс сотруднику попасть в команду более высокого уровня, что не предоставляют сами оценки, какими бы высокими они не были. Но все же что-то не то: странно, что даже с огромным стажем среднему дается низкий приоритет.

Покопав дополнительные сведения, нашлась другая точка зрения: профессионал превосходит новичка в скорости/точности/эффективности в 5 раз [10]. Далее – результаты работы такой конфигурации.

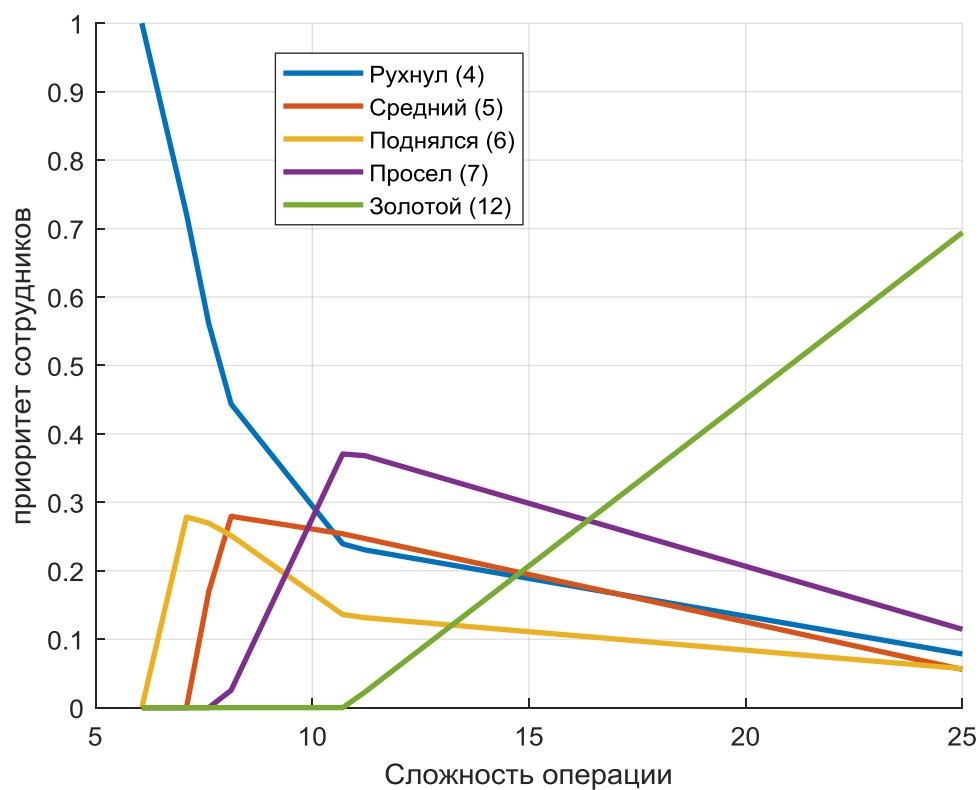


Рисунок 17 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа
(Профессионал в 5 раз эффективнее новичка)

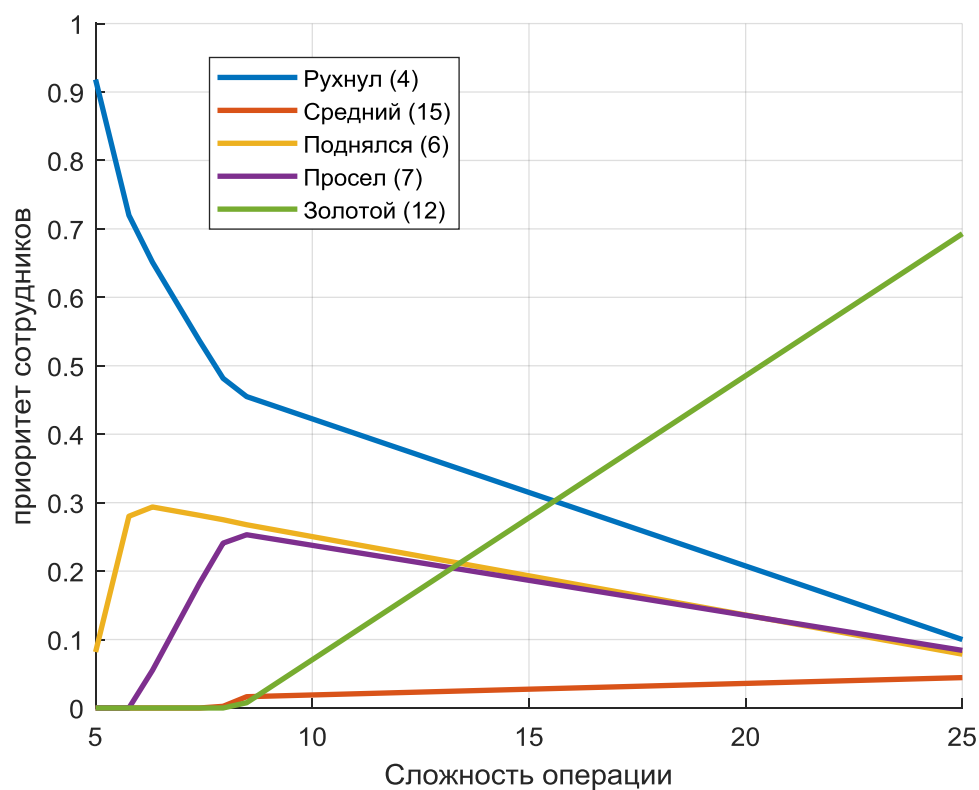


Рисунок 18 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа (стаж
Среднего – 15 лет)

Проблема данной модели в том, что она не объединяет тех, кто компенсирует слабости друг друга в единую команду по умолчанию. Из-за этого может произойти ситуация, при которой в команду будет выбран один сотрудник, но из-за ограничения размера команды, тому, кто нивелировал бы его слабость может не достаться места. Хотя программа и пытается свести такие случаи к минимуму, все же, риск остается.

Также, модель отвергает сотрудника с опытом, парадоксально снижая ему приоритет, несмотря на повышение оценок, то есть, доходности, несмотря и на то, что риск (дисперсия) и корреляция при этом остаются без изменений:

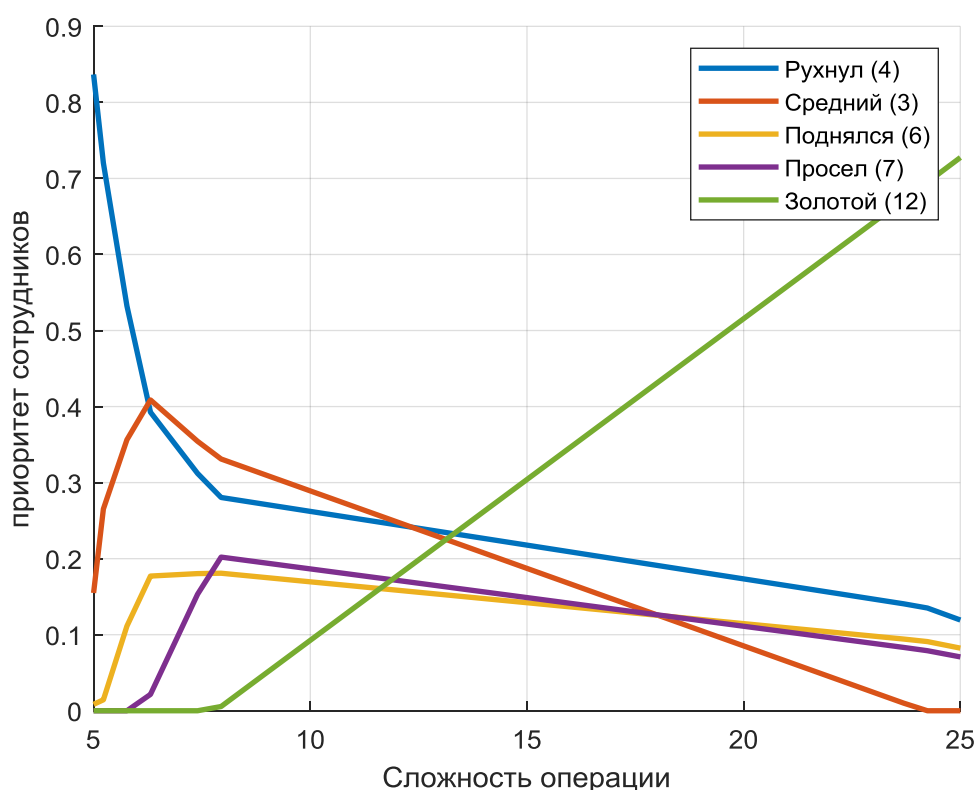


Рисунок 19 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа (стаж Среднего – 3 года)

Это говорит о том, что любой модификатор доходности в оригинальной модели Марковица будет работать на ухудшение результата, а не на улучшение. Парадокс.

Но как результат будет выглядеть если поменять режим работы модели Марковица – на приоритет максимальной доходности при заданном риске:

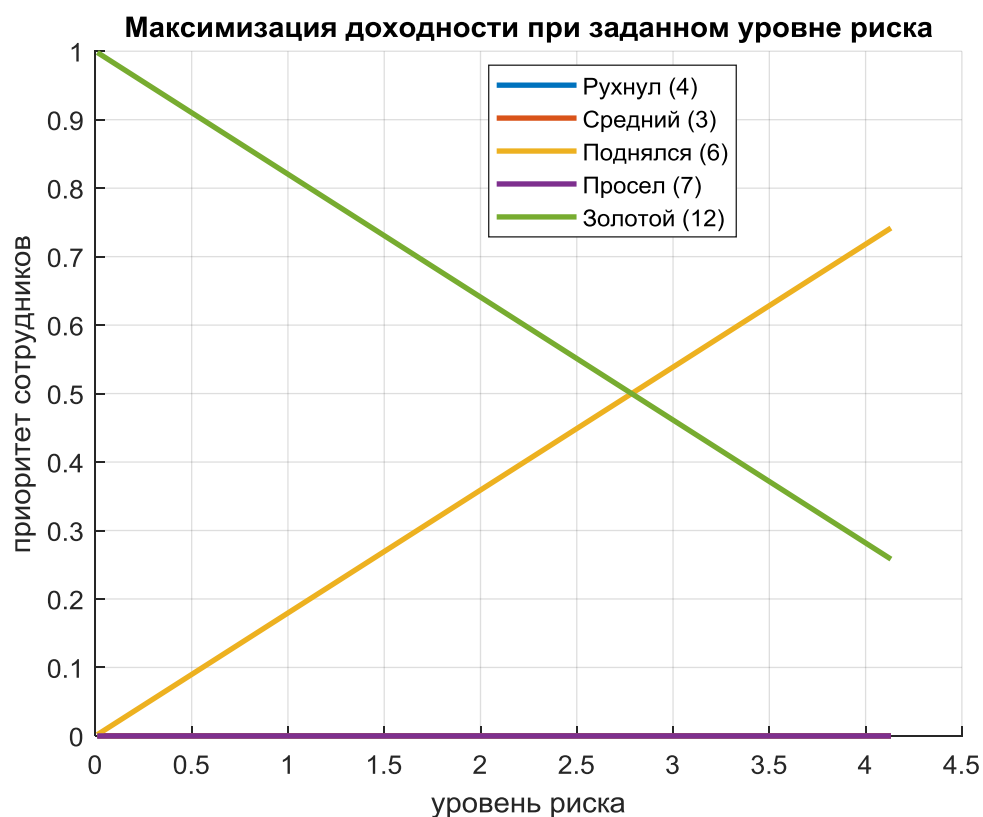


Рисунок 20 – Результат моделирования при пороге 6 с учетом стажа (модель Марковица работает в режиме максимизации доходности)

В этом случае модель не просто показывает странные результаты, а работает некорректно по логике пожарных частей. В этом режиме нет смысла менять конфигурацию, модель будет находиться в режиме сохранения энергии, вместо активного выбора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе бакалаврской работы была проведена консультация в Главном управлении МЧС по Амурской области, определены запросы и цели. Проведена их интерпретация в элементы математической модели.

Была составлена модель на основе финансовой модели Марковица, модифицированная с помощью логистической кривой с адаптацией под формирование пожарных отрядов в зависимости от присвоенной оператором сложности операции, и учитывающий сильные и слабые стороны сотрудников из результатов сдачи нормативов, а также их опыт.

Модель может быть использована как методическая демонстрация принципа построения математических моделей на основе аналогии между разными сферами. Для удобного представления результатов практической работы алгоритма был написан интерфейс.

Помимо методического использования, модель потенциально может быть применима для управления персоналом в экстренных службах, и в других сферах, где имеет большую роль оптимальное распределение цена/качество.

В целом, модель, изначально созданная для оптимизации инвестиционного портфеля, использованная в контексте отбора персонала на примере пожарной охраны показала соответствие здравому смыслу и человеческому опыту, однако, не освобождает от необходимости мониторинга успехов и неудач сотрудников и своевременного принятия мер в случае систематических ошибок.

Результаты работы представлены в Главное управление МЧС России Амурской области, получен акт о возможности использования результатов исследования при формировании состава нештатных аварийно-спасательных формирований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Афанасьев В. В., Соловьева А. А. Аналогия при решении математических задач // Ярославский педагогический вестник. 2003. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analogiya-pri-reshenii-matematicheskikh-zadach> (дата обращения: 23.05.2025).
2. Приказ МЧС России от 26 октября 2017 г. N 472 "Об утверждении Порядка подготовки личного состава пожарной охраны".
3. Приложение к приказу МЧС России от 26 октября 2017 г. N 472 "Об утверждении Порядка подготовки личного состава пожарной охраны": Наставление по физической подготовке личного состава федеральной противопожарной службы Государственной противопожарной службы.
4. Савочкин, Д.В. Управление в системе МЧС России: Организационно-правовые и документальные аспекты: учебное пособие / Д.В. Савочкин, М.В. Кунах. – Железногорск: СПСА, 2017. – 164 с. – Текст: электронный// Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/170749> (дата обращения: 12.02.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Об утверждении Порядка создания нештатных аварийно-спасательных формирований: приказ МЧС РФ от 23.12.2005 N 999.
6. Матвеев, В.Н. Организация и ведение аварийно-спасательных работ: учеб. пособие / В.Н. Матвеев, А.И. Бокарев, В.Д. Смирнов ; Минобрнауки России , ОмГТУ. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. – 184 с.
7. Наставление по организации управления и оперативного (экстренного) реагирования при ликвидации чрезвычайных ситуаций: протокол от 29 июня 2023 г. № 3. – 24 с.
8. Методические рекомендации по оценке эффективности деятельности территориальных органов МЧС России в области гражданской обороны и предупреждения чрезвычайных ситуаций [Электронный ресурс]: утв. МЧС России 23.04.2012 N 2-4-87-9-14. Документ опубликован не был. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

9. МОСКВА, 30 апр – РИА Новости. Более 132 тысяч человек состоят в реагирующих подразделениях ФПС. Дата обращения: 26.05.2025

10. Цечоев, Х.И. Гражданско-правовые основы регулирования деятельности частной пожарной охраны / Х.И. Цечоев, А.О. Кочережникова; Санкт-Петербургский Университет ГПС МЧС России – Текст: электронный. URL: <https://journals.igps.ru/ru/storage/viewWindow/124833> (дата обращения: 26.05.2025)

11. Бахтин, И.В. Предупреждение и ликвидация аварийных разливов нефти и нефтепродуктов на базе Туринского филиала муниципального предприятия «Эвенкиянефтепродукт»: Магистерская диссертация: 20.04.01 / И.В. Бахтин. - Тольятти: Изд-во Тольяттинского гос. ун-та, 2021. - 77 с.

12. Венцель, В.Д. Защита в чрезвычайных ситуациях: [Электронный ресурс]: учеб. Пособие / В.Д. Венцель; Минобрнауки России, ОмГТУ. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. – 168 с. – Доступ из открытых источников. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. Режим доступа: https://www.omgtu.ru/general_information/institutes/petrochemical_institute/departm ent_of_quot_safety_quot/УП%20с%20эл.%20рег.%20Защита%20в%20ЧС%202016%20Венцель%20В.Д.pdf – 11.02.2025

13. Методические рекомендации по созданию, оснащению, подготовке и применению нештатных аварийно-спасательных формирований и нештатных формирований по обеспечению выполнения мероприятий по гражданской обороне [Электронный ресурс]: утв. МЧС России 02.12.2021 N МР-ВЯ-1. Документ предоставлен КонсультантПлюс. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

14. Белашева, И.В. Психологическое обеспечение служебной деятельности: курс лекций: учебное пособие / И.В. Белашева, И.Н. Польшакова, М.Л. Есаян. – Ставрополь: СКФУ, 2018. – 178 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/306857> (дата обращения: 12.02.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

15. Бакланов, Е. А. Математическая статистика : учебное пособие / Е. А. Бакланов, А. А. Быстров. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2023. — 267 с. — ISBN 978-5-4437-1424-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/142611.html> (дата обращения: 16.06.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

16. Савинова, Е.А. Анализ и программная реализация оптимизации портфеля (на примере моделей Марковица и Шарпа): выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа): 01.03.02 / Е.А. Савнова. - Тольятти: Изд-во Тольяттинского гос. ун-та, 2023. - 62 с.

17. Кормен, Т.Х. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание / Т.Х. Кормен и др. // Пер. с англ. — М. : Издательский дом «Вильямс»: ил. — Парал. тит. англ. ISBN 978-5-8459-0857-5 2-е изд. — М.:, 2006. — 1296 с. — ISBN 0-07-013151-1 (рус.). — Текст: электронный // (дата обращения: 18.04.2025). — Режим доступа: <https://matematika76.ru/fm/Кормен.pdf>.

18. "Класс NP" — Статья из Википедии — Текст: электронный // (дата обращения: 23.05.2025). — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Класс_NP

19. Киселева, И.А. Управление рисками с учетом влияния человеческого фактора / И.А. Киселева // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. — 2016. — № 2. — С. 280-286. — ISSN 2226-910X. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/journal/issue/299449> (дата обращения: 12.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

20. Мееров И.Б. Программная реализация и особенности модели Блэка-Литтермана для управления портфелем инвестора / И.Б. Мееров, А.С. Никонов // Вестник ННГУ. 2010. №3-1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/programmная-realizatsiya-i-osobennosti-modeli-bleka-littermana-dlya-upravleniya-portfelem-investora> (дата обращения: 23.05.2025).

21. Гришина, Н.П. Поведенческий подход к проблеме выбора оптимального портфеля / Н.П. Гришина. – Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2015. – 120 с. : ил. ISBN 978-5-292-04372-0

22. Thierry Roncalli, Guillaume Weisang "Risk Parity Portfolios with Risk Factors" // SSRN Electronic Journal 16(3). 2012. URL: https://www.researchgate.net/publication/253236778_Risk_Parity_Portfolios_with_Risk_Factors (дата обращения: 23.05.2025).

23. Белов М.В. Модели опыта / М.В. Белов, Д.А. Новиков / [электронный ресурс] / 2021. – 18 с. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/modeli-opyta/viewer> (дата обращения: 18.04.2025).

24. Иванов И.Ф. Использование логистической кривой для оценки стоимости компании на развивающемся рынке / И.Ф. Иванов / [электронный ресурс] / 2021. – 18 с. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-logisticheskoy-krivoy-dlya-otsenki-stoimosti-kompanii-na-razvivayuschemsya-rynke/viewer> (дата обращения: 18.04.2025).

25. Федеральный закон от 28.12.2013 N 400-ФЗ (ред. от 28.02.2025) "О страховых пенсиях" [Электронный ресурс]: утв. Советом Федерации 25 декабря 2013 года. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

26. mathworks.com: Develop Apps Using App Designer [электронный ресурс]. – URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/app-designer.html> (дата обращения: 18.04.2025).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим минимизации риска)»

```
returns = [  
    7 5 5 6 7 6 5 8 6 8 1 2 1 2 3 3; % Рухнул  
    7 6 6 6 5 6 5 7 7 6 6 6 6 4 7 5; % Средний  
    1 3 2 4 5 6 7 7 8 5 8 8 7 8 9 7; % Поднялся  
    7 6 8 7 6 6 7 7 5 6 5 7 9 9 9 8; % Просел  
    8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8; % Золотой  
];  
experience = [4 4 6 7 12];  
% Параметры логистической функции  
Learning_speed = 0.4;  
Adaptation_period = 9;  
Pro_vs_new = 3;  
% Порог отсеечения (значения ниже него обнуляются)  
min_grade = 5;  
for i = 1:height(returns)  
    for j = 1:length(returns)  
        if (returns(i,j)) >= min_grade  
            returns(i,j) = returns(i,j) * (Pro_vs_noob / (1 + exp(-Learning_speed * (experience(i) - Adaptation_period))) + 1);  
        else  
            returns(i,j)=0;  
        end  
    end  
end  
% Вычисление параметров  
mu = mean(returns, 2); % Средняя оценка каждого сотрудника  
Sigma = cov(returns'); % Автоматически вычисленная ковариационная матрица  
n = length(mu); % Количество сотрудников  
% Ожидаемая доходность портфеля (диапазон)  
target_returns = linspace(min(mu), max(mu), 50);  
% Хранение данных для графиков  
risks = zeros(size(target_returns));  
weights = zeros(n, length(target_returns));  
% Оптимизация: минимизация риска при фиксированной доходности (максимальная стабильность на данной сложности)  
for i = 1:length(target_returns)  
    H = 2 * Sigma;  
    f = zeros(n,1);  
    Aeq = [mu'; ones(1, n)];  
    beq = [target_returns(i); 1];  
    lb = zeros(n,1);  
    ub = ones(n,1);  
    w0 = ones(n,1) / n;  
    % Оптимизация  
    w_opt = quadprog(H, f, [], [], Aeq, beq, lb, ub, w0);  
    clc;
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим минимизации риска)»

```
% Сохранение результатов
risks(i) = sqrt(w_opt' * Sigma * w_opt);
weights(:, i) = w_opt;
end
% Графики распределения сотрудников
figure;
hold on;
colors = lines(n); % Генерация цветов
for j = 1:n
    plot(target_returns, weights(j, :), 'LineWidth', 2, 'Color', colors(j, :));
end
xlabel('Сложность операции');
ylabel('приоритет сотрудников');
legend("Рухнул (4)", "Средний (3)", "Поднялся (6)", "Просел (7)", "Золотой (12)");
grid on;
xlim([5 25]);
hold off;
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим максимизации дохода)»

```
clc; clear; close all;
ret = [
    7 5 5 6 7 6 5 8 6 8 1 2 1 2 3 3; % Рухнул
    7 6 6 6 5 6 5 7 7 6 6 6 6 4 7 5; % Средний
    1 3 2 4 5 6 7 7 8 5 8 8 7 8 9 7; % Поднялся
    7 6 8 7 6 6 7 7 5 6 5 7 9 9 9 8; % Просел
    8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8;
    ]; % Золотой
ex = [4 3 6 7 12];
% Параметры логистической функции
k = 0.4;
x0 = 9;
L = 2;
% Порог отсеечения (значения ниже него обнуляются)
threshold = 6;
for i = 1:height(ret)
    for j = 1:length(ret)
        if (ret(i,j)) >= threshold
            ret(i,j) = ret(i,j) * (L / (1 + exp(-k * (ex(i) - x0)))) + 1);
        else
            ret(i,j)=0;
        end
    end
end
mu = mean(ret, 2);
Sigma = cov(ret');
n = length(mu); % Кол-во сотрудников
risk_min = 0.01;
risk_max = 100.99;
num_points = 50;
target_risks = linspace(risk_min, risk_max, num_points);
% Массивы для хранения результатов
weights = zeros(n, num_points);
portfolio_returns = zeros(1, num_points);
portfolio_risks = zeros(1, num_points);
% Настройка fmincon
options = optimoptions('fmincon', ...
    'Algorithm', 'sqp', ...
    'Display', 'off');
% Оптимизация по каждому уровню риска
for i = 1:num_points
    trisk = target_risks(i);
    % Целевая функция – обратный минимизации доходности
    objective = @(w) -mu' * w;
    % Начальные веса
    w0 = ones(n,1) / n;
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ Б

Листинг вычислительной программы «Численная реализация модели (Режим максимизации дохода)»

```
% Ограничения: сумма весов = 1
Aeq = ones(1,n);
beq = 1;
lb = zeros(n,1);
ub = ones(n,1);
% Нелинейное ограничение: дисперсия  $\leq \text{risk}^2$ 
nonlcon = @(w) deal([], w' * Sigma * w - trisk^2);
% Решение
[w_opt, ~, exitflag] = fmincon(objective, w0, [], [], Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options);
if exitflag > 0
    weights(:, i) = w_opt;
    portfolio_returns(i) = mu' * w_opt;
    portfolio_risks(i) = sqrt(w_opt' * Sigma * w_opt);
else
    weights(:, i) = NaN;
    portfolio_returns(i) = NaN;
    portfolio_risks(i) = NaN;
end
end
% График изменения приоритетов сотрудников по мере роста допустимого риска
figure;
hold on;
colors = lines(n);
for j = 1:n
    plot(target_risks, weights(j, :), 'LineWidth', 2, 'Color', colors(j, :));
end
title('Максимизация доходности при заданном уровне риска');
xlabel('уровень риска');
ylabel('приоритет сотрудников');
legend("Рухнул (4)", "Средний (3)", "Поднялся (6)", "Просел (7)", "Золотой (12)");
grid on;
```