

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Институт компьютерных и инженерных наук
Кафедра математического анализа и моделирования
Направление подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы – Прикладная математика и информатика

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

И.о. зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова

«_____» _____ 2025 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Оптимизация производства в процессе конкуренции двух предприятий при ограничениях на ресурсы и спрос

Исполнитель

студент группы 110106

(подпись, дата)

А.В. Короткевич

Руководитель

доцент, канд. физ.-мат. наук

(подпись, дата)

В.В. Сельвинский

Нормоконтроль

(подпись, дата)

В.О. Салмиянов

Благовещенск 2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Институт компьютерных и инженерных наук
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ

И.о. зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова

«_____» _____ 2025 г.

З А Д А Н И Е

К выпускной квалификационной работе студента Короткевича Александра Вячеславовича

1. Тема выпускной квалификационной работы: Оптимизация производства в процессе конкуренции двух предприятий при ограничениях на ресурсы и спрос

2. Срок сдачи студентом законченной работы (проекта) 26.06.2025 г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: Отчет по преддипломной практике, научные статьи, магистерские диссертации

4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов): анализ конкурентной ситуации, выявление факторов, влияющих на работу и конкурентоспособность предприятий, разработка оптимизационной модели, анализ модели

5. Перечень материалов приложения: (наличие чертежей, таблиц, графиков, схем, программных продуктов, иллюстративного материала и т.п.) таблицы, графики, программный продукт, формулы

6. Консультанты по выпускной квалификационной работе (с указанием относящихся к ним разделов): нормоконтроль – Салмиянов В.О., ассистент

7. Дата выдачи задания: 04.06.2025 г.

Руководитель выпускной квалификационной работы: Сельвинский Владимир Владимирович, доцент, канд. физ.-мат. наук

Задание принял к исполнению (04.06.2025): _____ Короткевич А.В.

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 73 с., 31 источник, 6 рисунков, 1 таблица, 1 приложение.

МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ, КОНКУРЕНЦИЯ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ПРЕДПРИЯТИЕ, ФУНКЦИЯ ДОХОДА, СПРОС, ПРЕДЛОЖЕНИЕ, ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ, РЫНОК, ПРОИЗВОДСТВО, ОГРАНИЧЕНИЯ.

В работе исследованы вопросы работы двух конкурирующих предприятий и результаты их развития при ограниченных спросе и ресурсах.

Целью данной работы является разработка модели оптимизации производственных процессов, учитывающей взаимодействие двух конкурирующих предприятий, а также выявление факторов, влияющих на эффективность их деятельности в условиях ограничений. В рамках исследования будут рассмотрены теоретические аспекты оптимизации, проведен анализ существующих методов и предложены практические рекомендации для предприятий, стремящихся улучшить свои позиции на рынке.

В бакалаврской работе представлено прикладное решение задачи оптимизации производства двух предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Конкуренция и оптимизация	6
1.1 Определение конкурентов	6
1.2 Обзор литературы	13
1.3 Описание и анализ существующих методов оптимизации	19
1.4 Роль моделирования в конкуренции	31
1.5 Основные методы моделирования конкуренции	34
2 Обзор Mathcad как средства реализации задачи	38
2.1 Общая информация	38
2.2 Преимущества	39
2.3 Недостатки	39
3 Математическое моделирование рыночных отношений	41
3.1 Математическая модель конкуренции предприятий в условиях ограничений на ресурсы и сбыт продукции	41
3.2 Математическая модель конкуренции предприятий при работе ме- ханизмов оптимизации производства	48
3.3 Анализ и интерпретация результатов с использованием Mathcad	52
3.4 Проверка результатов	61
Заключение	63
Библиографический список	64
Приложение А. Листинг вычислительной программы	68

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях растущей конкуренции оптимизация производственных процессов является ключевым фактором, способствующим успеху бизнеса. Конкуренция между двумя или более организациями, стремящимися занять свою нишу на рынке, создает уникальные проблемы и возможности, которые требуют от руководства разработки эффективных стратегий. Наиболее важными аспектами, влияющими на эти стратегии, являются спрос и ограниченность ресурсов, которые могут существенно повлиять на производственные процессы и, следовательно, на конкурентоспособность предприятий.

Исследование остается актуальным в условиях динамичного рынка, когда предприятия сталкиваются с постоянными вызовами со стороны конкурентов и изменениями потребительского спроса. Повышение конкурентоспособности включает в себя не только совершенствование производственных процессов, но и разработку маркетинговых стратегий, построение бренда, работу с клиентами и партнерами. В условиях жесткой конкуренции предприятия должны быть готовы быстро адаптироваться к изменениям на рынке, что требует гибкости и инновационного подхода.

Таким образом, данное исследование не только вносит вклад в теоретическое осмысление процессов конкуренции, но и дает практические рекомендации по улучшению положения компаний на рынке.

Тема работы «Оптимизация производства в процессе конкуренции двух предприятий в условиях ограничений по спросу и ресурсам» является актуальной и многогранной. В исследовании будут рассмотрены различные аспекты, связанные с анализом конкурентной среды, оптимизацией производственных процессов и повышением конкурентоспособности предприятий. Также будут выявлены ключевые факторы, влияющие на эффективность работы предприятий в условиях конкуренции, и предложены рекомендации по их оптимизации.

Данная работа направлена на углубленное изучение вопросов, связанных с оптимизацией производства в условиях конкуренции, и будет полезна как научному сообществу, так и практикам, стремящимся повысить эффективность работы своих предприятий. Результаты исследования могут помочь в понимании того, как предприятия могут эффективно работать и развиваться в условиях спроса и ресурсных ограничений, а также как они могут использовать конкурентные преимущества для достижения своих целей.

Объектом исследования являются два конкурирующих предприятия, функционирующие в условиях спроса и ресурсных ограничений, что создает уникальные проблемы для их производственной деятельности. Предметом исследования является процесс оптимизации производства, направленный на повышение эффективности использования ресурсов и адаптацию производственных процессов к изменяющимся условиям конкурентной среды. Анализ конкурентной среды позволяет выявить ключевые факторы, влияющие на стратегические решения предприятий, а разработка методов оптимизации производства и повышение конкурентоспособности являются основными задачами, решаемыми в данной работе.

Целью исследования в работе является разработка эффективных стратегий оптимизации производственных процессов с учетом конкурентной среды и существующих ограничений. В задачи исследования входит анализ текущей конкурентной ситуации, выявление ключевых факторов, влияющих на производительность и конкурентоспособность предприятий. Также в задачи входит разработка математических моделей конкуренции предприятий с учетом ограничений на спрос и ресурсы, исследование разработанных математических моделей и анализ результатов. Работа направлена на формирование практических рекомендаций, способствующих повышению конкурентоспособности исследуемых предприятий за счет использования современных методов управления и оптимизации.

1 КОНКУРЕНЦИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ

1.1 Определение конкурентов

В рамках данного исследования рассматривается, как два предприятия могут адаптировать свои производственные процессы в ответ на действия и стратегии своих конкурентов, а также как внешние ограничения спроса и ресурсов влияют на эти процессы. Важно отметить, что конкурентная среда включает в себя не только непосредственных соперников, но и более широкий контекст, в том числе поставщиков, клиентов, потенциальных новых участников рынка и заменителей продукции.

Во-первых, нужно определить, кто именно является основными конкурентами исследуемых предприятий [11, 12]. В данном случае мы рассматриваем два предприятия, работающих в одной отрасли, например, в производстве товаров народного потребления. Конкуренты могут быть как прямыми, так и косвенными. Прямые конкуренты – это компании, которые производят аналогичные товары или услуги и ориентируются на ту же целевую аудиторию. Косвенные конкуренты, с другой стороны, могут предлагать альтернативные решения, удовлетворяющие те же потребности потребителей, но с помощью других продуктов или услуг. Например, если одна компания производит газированные напитки, ее прямым конкурентом будет другая компания, производящая аналогичные напитки, а косвенным конкурентом может быть производитель соков или минеральной воды.

Конкуренция предприятий проявляется в различных формах и характеризуется множеством аспектов. Основные виды конкуренции можно классифицировать по особенностям рыночной структуры. В зависимости от типа рыночных условий различают совершенную (свободную) и несовершенную конкуренцию [1, 8, 9, 10]. Совершенная конкуренция возникает в условиях свободного рынка, где ни один из участников не обладает достаточным влиянием для самостоятельного изменения цен. Цена формируется под воздействием совокупного спроса и

предложения. В рамках этого типа конкуренции продавцы и покупатели адаптируются к рыночному равновесию.

Несовершенная конкуренция включает несколько разновидностей:

Монополистическая конкуренция характеризуется наличием множества продавцов, предлагающих дифференцированные товары, что позволяет им устанавливать индивидуальные цены и разрабатывать маркетинговые стратегии. Примеры монополий включают государственные телекоммуникационные компании и международные нефтегазовые корпорации.

Олигополия представляет собой рынок, на котором доминирует небольшое количество крупных компаний, ограничивающих конкуренцию между собой. Как правило, количество участников варьируется от трех и более. Частным случаем олигополии является дуополия — ситуация, при которой рынок поделен между двумя конкурентами. Примеры олигополий включают рынок мобильных телефонов и автомобилей.

Монополия — это ситуация, при которой одна компания занимает доминирующее положение, вытесняя конкурентов и контролируя цены. Такая ситуация может возникать по различным причинам, включая экономическую целесообразность, правовые ограничения или высокие барьеры для входа. Примеры монополий включают государственные телекоммуникационные компании и международные нефтегазовые корпорации.

В отличие от совершенной конкуренции, где участники не испытывают трудностей с выходом на рынок, имеют свободный доступ к информации о ценах и условиях, выпускают легко делимую и стандартизируемую продукцию, несовершенная конкуренция отличается использованием участниками различных методов, позволяющих им получить преимущество над соперником: демпинговые цены, препятствование выходу на рынок, ценовая дискриминация.

Использование ценового фактора и цены товара как таковой является частью ценовой конкуренции — снижения стоимости для привлечения потребителей. Существует также и неценовая конкуренция, реализуемая посредством улучшения качества товара и его рекламы.

Конкурентные отношения возможны между производителями товаров-заменителей, то есть товаров, которые имеют одинаковое назначение, но в целом отличных друг от друга.

Государство также может принимать участие в регулировании отношений между предприятиями. Это может включать в себя поддержку определённых сторон рыночных отношений, так и их ограничение в целях защиты потребителей и профилактики монополии.

Конкуренция является неотъемлемой частью рыночной экономики, обеспечивая развитие предпринимательства, улучшение качества продукции и повышение эффективности производства [4, 5, 6]. Однако ее формы и механизмы могут существенно различаться, оказывая как позитивное, так и негативное влияние на рынок, как в пределах одного региона, так и в пределах нескольких стран.

Следующий шаг – изучение стратегий конкурентов. Стратегии могут варьироваться в зависимости от многих факторов, включая размер компании, долю рынка, финансовые ресурсы и уровень инноваций. Некоторые компании могут сосредоточиться на дифференциации своей продукции, предлагая уникальные характеристики, которые выделяют ее среди других. Другие могут придерживаться стратегии ценового лидерства, стремясь предложить наиболее конкурентоспособные цены на рынке. Третьи могут ориентироваться на строго определённый сегмент рынка. Выбор стратегии зависит не только от внутренних факторов, таких как уровень оснащённости и количество рабочей силы, но и от внешней среды, включая экономические условия, законодательство и поведение потребителей.

Стратегия — тщательно разработанный план, который фирма создает с целью добиться преимущества над конкурентами на рынке. Этот стратегический подход может состоять из различных компонентов, включая улучшение качества товаров или услуг, корректировку ценовой политики, внедрение инноваций и т. д. Для успешной реализации конкурентной стратегии фирме необходимо провести анализ конкурентов и рыночной ситуации, чтобы оценить свои сильные и слабые стороны.

В каждой стратегии выделяют четыре основополагающих элемента:

Позиционирование на рынке – Эффективная конкурентная стратегия требует ясного понимания собственной уникальности на рынке. Это подразумевает выявление аспектов, которые делают компанию особенной в сравнении с другими, и использование этих особенностей в качестве своих преимуществ.

Сегментация рынка – Один из ключевых компонентов стратегии конкуренции заключается в анализе сегментов рынка и определении целевой аудитории. Необходимо выявить, какой сегмент рынка будет приоритетным для компании и какие демографические группы будут ей наиболее интересны.

Организация продуктового портфеля – Важным аспектом конкурентной стратегии является также организация продуктового портфеля. Это включает в себя определение того, какие продукты или услуги будут представлены компанией и как они будут выделяться на фоне аналогичных продуктов от конкурентов.

Маркетинговая стратегия – Этап, на котором компания определяет способы продвижения своего бренда и товаров на рынке с целью привлечения потенциальных клиентов.

Изучая стратегии конкурентов, важно также обратить внимание на их маркетинговые подходы. Это включает в себя анализ их рекламных кампаний, каналов распространения, ценовых стратегий и методов взаимодействия с клиентами. Например, компания может использовать социальные сети для продвижения своего бренда, что позволяет ей привлекать новую аудиторию и поддерживать связь с существующими клиентами. Другие компании могут делать упор на традиционные формы рекламы, такие как телевидение или печатные объявления. То, как конкуренты взаимодействуют с рынком, может дать ценное представление о том, какие методы могут быть наиболее эффективными для развития бизнеса.

Среди маркетинговых подходов можно выделить несколько:

Сегментация рынка – процесс разделения рынка на отдельные группы потребителей с общими характеристиками, что позволяет компаниям разрабатывать целевые маркетинговые стратегии для каждой группы.

Позиционирование – создание уникального образа продукта в сознании потребителей. Помогает выделить продукт среди конкурентов и создать чёткое представление о его преимуществах.

Цифровой маркетинг – использование интернет-технологий для продвижения продуктов и услуг. Позволяет компаниям эффективно взаимодействовать с целевой аудиторией и измерять результаты кампаний.

Вирусный маркетинг – создание контента, который быстро распространяется среди пользователей. Основная цель — привлечь внимание и вызвать интерес к продукту или услуге.

Важным аспектом конкуренции является также изучение динамики рынка [13, 14]. Это включает в себя изучение изменений в предпочтениях потребителей, колебаний спроса и предложения, а также тенденций, которые могут повлиять на отрасль в целом. Например, в последние годы растет интерес к экологически чистым и устойчивым продуктам. Компании, способные адаптироваться к этим изменениям и предлагающие соответствующие решения, могут получить значительное конкурентное преимущество. С другой стороны, компании, игнорирующие эти тенденции, рискуют потерять долю рынка.

Кроме того, необходимо учитывать влияние внешних факторов, таких как экономическая ситуация в стране, уровень инфляции, изменения в законодательстве и международные торговые отношения [14, 15]. Эти факторы могут существенно повлиять на производственные процессы и стратегии конкурентов. Например, в условиях экономического спада предприятия могут сократить объемы производства, снизить цены или пересмотреть свои инвестиционные планы. Это может создать как угрозы, так и возможности для других игроков на рынке. Понимание этих факторов и их потенциального влияния на конкурентную среду позволяет компаниям более эффективно планировать и адаптироваться к изменениям.

Не менее важен анализ технологических изменений, которые могут повлиять на конкурентную среду. Новые технологии могут привести к значительным

изменениям в производственных процессах, что может повлиять на эффективность, качество и стоимость продукции. Например, внедрение автоматизации и роботизации может значительно снизить производственные затраты и повысить эффективность. Компании, способные быстро адаптироваться к новым технологиям и интегрировать их в свои производственные процессы, могут получить значительное конкурентное преимущество. Компании, которые не успевают за технологическими изменениями, могут оказаться в невыгодном положении.

Важным инструментом изучения стратегий конкурентов является также анализ их финансовых показателей. Это включает в себя изучение отчетности компании, такой как баланс, отчет о прибылях и убытках, а также анализ ключевых финансовых коэффициентов. Например, коэффициенты ликвидности, рентабельности и оборачиваемости активов могут дать представление о финансовом состоянии компании и ее способности конкурировать на рынке. Компании с высокими финансовыми коэффициентами могут иметь больше возможностей для инвестирования в новые технологии, маркетинг или расширение бизнеса, что может дать им конкурентное преимущество.

Рассматривая два предприятия, необходимо проанализировать, как они распределяют свои ресурсы для достижения конкурентных преимуществ. Например, одно из предприятий может сосредоточиться на снижении затрат за счет оптимизации производственных процессов, в то время как другое может выбрать стратегию дифференциации, предлагая уникальные продукты или услуги, которые выделяются на фоне конкурентов. Выбор стратегии зависит не только от внутреннего состояния предприятия, но и от внешней конкурентной среды, включая действия конкурентов, изменения в законодательстве и экономические условия.

Ресурсы, которыми располагают предприятия, могут быть разными. Это относится как к финансовым и материальным ресурсам, так и к человеческому капиталу. Ограниченность ресурсов может вынуждать компании принимать сложные решения о масштабах производства, ассортименте продукции и инвестициях в новые технологии. В условиях жесткой конкуренции предприятия

должны особенно тщательно следить за эффективным использованием своих ресурсов, чтобы избежать убытков и максимизировать прибыль.

Компаниям необходимо тщательно планировать производственные процессы, чтобы максимально эффективно использовать имеющиеся ресурсы [16, 17, 18]. Это может включать оптимизацию логистики, управление запасами и внедрение новых технологий, позволяющих снизить затраты и повысить производительность. Например, использование автоматизации и цифровых технологий позволяет значительно сократить время, затрачиваемое на выполнение рутинных задач, что дает возможность сосредоточиться на более стратегических аспектах бизнеса. Особенно это актуально в условиях ограничений и на ресурсы, и на спрос.

Ограничения на спрос. Когда спрос на товар или услугу ограничен, между различными поставщиками возникает конкуренция за привлечение ограниченного числа покупателей. Компании пытаются разработать эффективные маркетинговые стратегии и уникальные предложения, чтобы привлечь больше клиентов. Ограниченный спрос может также привести к повышению цен и снижению конкурентоспособности, поскольку потребители имеют ограниченный выбор и не могут легко сменить поставщика.

Ограничения на ресурсы. Такие ресурсы, как сырье, рабочая сила и финансы, являются дефицитными в любой отрасли промышленности или экономики. Компании вынуждены конкурировать за доступ к этим ресурсам, чтобы производить свои товары или услуги. Нехватка ресурсов может увеличить их стоимость и снизить конкурентоспособность компаний, которые зависят от этих ресурсов. Конкуренция может возникнуть и в сфере поддержки, например, в стоимости банковского кредита или в найме квалифицированных сотрудников.

Общий эффект ограничения спроса и ресурсов заключается в создании конкурентной среды, где компании вынуждены соперничать за свою долю рынка и доступ к необходимым ресурсам. Это стимулирует инновации, снижение цен и повышение качества товаров и услуг в конечном итоге, благодаря чему покупатели могут выбирать из большего количества опций.

Ограничения также требует от компаний постоянного анализа и оценки своих стратегий. Это может включать в себя регулярные исследования рынка, наблюдение за действиями конкурентов и анализ финансовых показателей. Использование методов конкурентного анализа, таких как анализ пяти сил Портера, может помочь определить основные факторы, влияющие на уровень конкуренции в отрасли. Например, если конкуренция между существующими игроками высока, компаниям может потребоваться пересмотреть свои ценовые стратегии или увеличить инвестиции в маркетинг и рекламу.

1.2 Обзор литературы

Перед тем, как приступить к обзору литературы, следует сделать ремарку: практически все существующие методы на данный момент не предусматривают вовлечённость предприятия в конкурентность, существуют только для определённых типов предприятий, и в большинстве своём используют методы линейного программирования. Данная работа будет основываться на подобных литературных источниках, однако будет учитывать конкурентные отношения двух предприятий, независимо от того, что они производят, и почти полностью не будет касаться методов линейного программирования.

Также необходимо ввести понятие оптимизационной модели – разновидности экономико-математических моделей. Ее использование позволяет анализировать динамику развития организаций в регионе и использовать большие массивы реальной информации.

Стоит выделить работы Созонова С.В., который исследует возможности оптимизации производственных программ промышленного предприятия [21]. Его работа посвящена математическим моделям оптимизации основных экономических показателей и соответствующих им программных продуктов. При этом учитывается и отрасль предприятия. Автор утверждает, что при оптимизации производства эффективными являются модели однокритериальной и многокритериальной оптимизации, использование которых определяется требованиями к тактическому планированию и оперативному управлению.

Автор рассматривает некоторое множество факторов $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, и некоторую нормализованную условную функцию полезности $u_i(x_i)$ для каждого из факторов с условиями:

$$u(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 1, \quad (1)$$

$$u(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = 0. \quad (2)$$

Если эти факторы взаимонезависимы по полезности, то функция полезности вычисляется как:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n k_i u_i(x_i) + k \sum_{i=1, j>1}^n k_i k_j u_i(x_i) u_j(x_j) + k \sum_{i=1, j>1, l>j}^n k_i k_j k_l u_i(x_i) u_j(x_j) u_l(x_l) + \dots + k^{n-1} k_1 k_2 \dots k_n u_1(x_1) u_2(x_2) \dots u_n(x_n), \quad (3)$$

где x_i – фактическое значение фактора X_i , k – шкалирующая константа, определяемая из уравнения:

$$1 + k = \prod_{i=1}^n (1 + k k_i). \quad (4)$$

Также необходимо выделить работы Дякина В.Н. В его работах рассматривается проблема оптимального управления промышленным предприятием в целом, являющейся одной из ключевых проблем как в рамках классической экономической теории, так и в работах современных ученых [20]. В работе решаются задачи определения состава и объема выпускаемой продукции, а также состава и объема производственных ресурсов с учетом инвестиций для их увеличения относительно начальных параметров некоторого предприятия таким образом, чтобы его общая прибыль была максимальной.

Рассматривается целевая функция чистой дисконтированной прибыли:

$$Q = \sum_{t=1}^T \left[d_t \sum_{i=1}^n q_{it} x_{it} - d_{t-1} I(b_{t-1}, b_t) \right] \rightarrow \max, \quad (5)$$

где t – номер интервала времени; T – число интервалов времени, на которые разбит горизонт планирования; d_i – коэффициент дисконтирования для t -го интервала времени; Q – общая прибыль предприятия за T интервалов времени; n –

число планируемых к выпуску продуктов; q_{it} – прибыль от единицы i -го продукта за t -й интервал времени; x_{it} – объем продаж i -го продукта за t -й интервал времени; b_t – запас ресурсов предприятия на t -м интервале времени; $I(b_{t-1}, b_t)$ – величина инвестиций на увеличение запасов ресурсов предприятия от b_{t-1} до b_t

Работа «Применение математического моделирования для оптимизации производственных процессов» за авторством Лемешко Е.Ю. разделяет математическое моделирование процессов производства на 3 этапа:

Первый этап – математическая, чаще всего количественная обработка эмпирических (экспериментальных) данных. Это этап выявления и выделения чисто функциональных феноменологических связей (корреляций) между входными сигналами (входами) X и выходными реакциями (откликами) Y на уровне целостного объекта (явления, процесса), которые наблюдаются в экспериментах с исходными объектами.

Второй этап определяется как моделирование. На этом этапе математизации, т.е. этапе математического моделирования, делается попытка теоретически воспроизвести некоторый интересующий нас исходный объект в виде другого объекта - математической модели.

Третий этап – это этап относительно полной математической теории данного уровня организации материи в сфере избранных производственных процессов. Третий этап предполагает наличие логически завершенной системы понятий и аксиом.

Чем удачнее выбрана математическая модель, чем лучше она отражает основные особенности процесса, тем успешнее будет исследование и полезнее вытекающие из него рекомендации. Общих способов построения математических моделей не существует. В каждом конкретном случае модель строится исходя из целевой направленности, задач анализа и управления процессом, с учетом точности как конечных результатов, так и исходных данных. В сложных случаях целесообразно изучать один и тот же процесс с помощью нескольких моделей.

Лысенко Ю.В., Лысенко М.В. и Таипова Э.Х. в работе «Экономико-математическое моделирование оптимизации производства продукции» утверждает, что оставление прогнозов развития производства является актуальной задачей на местном, региональном, федеральном уровнях, для отдельных организаций, но в силу ряда микро- и макроэкономических причин на современном этапе экономических реформ сделать это достаточно сложно. В настоящее время не существует общепринятых методик, позволяющих с удовлетворительной достоверностью прогнозировать развитие производства в организациях на перспективу. В работе также отмечается, что усиление экономической свободы участников воспроизводственного процесса на региональном уровне обуславливает вероятностный образ экономических процессов, происходящих в различных отраслях, и заставляет применять сценарный подход и многовариантные альтернативные способы поиска решений.

Для решения данной проблемы предлагается использовать методы экономико-математического моделирования и многомерного статистического анализа – одного из основных инструментов развития хозяйственного механизма, структурной перестройки регионального рынка и прогнозирования динамики производства и реализации продукции. Изменения, происходящие в современной экономике, приводят к разработке новых и совершенствованию разработанных систем экономико-математического моделирования. Все это позволяет выявить скрытые резервы экономического роста организаций на региональном уровне.

Лютова И.И., автор работы «Моделирование оптимальных объемов производства продукции» рассматривает задачу оптимизации производства продукции на деревообрабатывающих предприятиях при ограничениях на ресурсы [30]. Выводится математическая постановка задачи, предполагающая наличие критериев оптимальности, являющихся основными показателями финансовой и производственной деятельности компании. Известны нормы расхода ресурсов при выпуске единицы продукции каждого вида, запасы ресурсов в плановом периоде, отпускные цены реализации продукции. На основании информации об усло-

виях, складывающихся на рынке сбыта продукции, а также степени оценки использования производственных мощностей установлены максимально возможные объемы выпуска названных изделий, а также минимальные объемы их производства, что и является установленными критериями оптимальности. Оптимизации в данном случае подлежит производство только определённых видов продукции.

В работе рассматриваются четыре критерия оптимальности:

- F_1 – максимум выручки от реализации продукции;
- F_2 – минимум затрат на производство изделий;
- F_3 – максимум прибыли от реализации продукции;
- F_4 – максимум рентабельности продукции

Каждый критерий вычисляется соответствующим образом:

$$F_1(\partial) = a_{11}\partial_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}\partial_5 + a_{16}\partial_6 \rightarrow \max, \quad (6)$$

$$F_2(\partial) = a_{21}\partial_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}\partial_5 + a_{26}\partial_6 \rightarrow \min, \quad (7)$$

$$F_3(\partial) = F_1(\partial) - F_2(\partial) \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$F_4(\partial) = \frac{F_1(\partial) - F_2(\partial)}{F_2(\partial)} \rightarrow \max, \quad (9)$$

где a_{ij} – цены реализации соответствующих видов продукции; ∂_j – соответствующий вид продукции.

Работа «Оптимизация планирования производства на основе моделирования прогноза объемов продаж», авторами которой являются Глухова Л.В. и Маштаков И.А., представляет математическую модель, позволяющую прогнозировать детерминированную компоненту годовых объемов продаж в краткосрочных периодах с достоверностью более 95 % [24]. Особенностью модели является то, что результат прогноза с заданной достоверностью можно получить при её однократном применении. Этим модель отличается, например, от требующих дополнительной ежемесячной корректировки методов, применяемых на ОАО «АВТОВАЗ». В основу математической модели заложен алгоритм множественного

ветвления, который способен реализовывать варианты прогноза в трех сценариях (оптимистический, реалистический, пессимистический).

Низамиев А.Ю., «Оптимизация современного производства на основе компьютерного моделирования технологических процессов» – в работе автор анализирует актуальные подходы к математическому моделированию технологических процессов в производстве целлюлозы и ее эфиров [25]. Объектом управления в этих системах являются конкретные технологические процессы, а именно: разволокнение целлюлозы, этерификация целлюлозы, стабилизация нитратов целлюлозы (НЦ), спирто-водоотжим НЦ и др. основные стадии. На основании технологии компьютерного моделирования организуются действия разработчика на всех этапах его работы с моделями, начиная от изучения предметной области и выделения моделируемой проблемной ситуации, и кончая построением и реализацией компьютерных экспериментов для анализа поведения сложной системы. Последовательность стадий описывается с помощью технологической схемы, каждый элемент которой соответствует определённому технологическому процессу.

Парамонов Ф.И., «Задача оптимизации при моделировании поточно-группового производства» – в работе автор исследует задачу оптимизации производства деталей и их обработки [26]. Задача оптимизации возникает в связи с тем, что принимаемая очередность обработки деталей влияет на совокупный цикл обработки. Также приводятся несколько правил, позволяющих улучшить результаты оптимизации в определённых условиях. Приводятся правила, улучшающие алгоритм оптимизации. На основе полученных результатов оптимизации и расчёта строится модель процесса движений деталей по рабочим местам производственной системы.

Каменский Г.В., «Моделирование и оптимизация процесса производства и поставки продукции» – Данная работа обосновывает необходимость моделирования отдельных бизнес-процессов на примере процесса производства и поставки продукции [27]. Современное предприятие, желающее все время держаться на плаву, претендующее на лидерство в своей нише, должно постоянно

преобразовываться и приспосабливаться к переменам, идти в ногу со временем. В изменяющихся ситуациях встает задача выбора, неверное решение может привести предприятие к кризису или банкротству. Рассматриваются возможности, предоставляемые бизнес-моделированием, приводятся подробные вычисления и схема работы предприятия, строится модель бизнес-процесса, проводятся её признаки и преимущества.

Корытин С. И., Мамедова Т. Ф., «Моделирование процесса оптимизации структуры производства» – В работе рассматривается задача построения математической модели для расчета оптимальной структуры выпуска продукции и соответствующей структуры цен, поддерживающих максимальный темп роста производства [28]. Оптимальная траектория экономического роста производства определяется как долгосрочное состояние равновесия рынка. Основной упор сделан на программы, которые помогают обеспечить оптимизацию. Условия оптимальности этих программ, построенные на математических законах, дают возможность изучить траекторию экономического роста как ряд отдельных равновесных состояний рынка, при котором объем предложения соответствует объему спроса. Для нахождения оптимального плана распределения ресурсов необходимо учитывать состояние и поведение рынка на промежутке времени, что отражает нахождение равновесного объема за прошедший период реализации товара, и применение этой величины для нахождения объемов производства уже на будущий этап продаж.

Картамышев Н.А., «Методы оптимизации производства на промышленном предприятии» – В работе анализируются методы оптимизации производства на промышленном предприятии [29]. Рассматриваются понятие и ключевые принципы оптимизации производственного процесса промышленного предприятия. Выявляются особенности планирования процесса оптимизации производства, роль и модель производственного контроля. Приводятся математические модели, способные применяться при разработке концепции оптимизации производства. Рассматривается сущность метода бережливого производства.

1.3 Описание и анализ существующих методов оптимизации

Оптимизация производства в условиях конкуренции представляет собой сложную задачу, в которой необходимо учитывать множество факторов, включая ограничения на спрос и ресурсы. В современных условиях, когда рынок становится все более динамичным и конкурентным, предприятия сталкиваются с необходимостью эффективного управления своими производственными процессами для достижения максимальной прибыли и устойчивого развития. В этом контексте важным аспектом является понимание ограничений, которые могут оказывать влияние на производственные возможности и спрос на продукцию.

Ограничения на спрос могут быть вызваны различными факторами, включая уровень доходов потребителей, изменения в предпочтениях, наличие субститутов и общие экономические условия. Например, в условиях экономического спада спрос на продукцию может значительно сократиться, что заставляет предприятия пересматривать свои стратегии производства и продаж. Важно отметить, что спрос на продукцию не является статичным, и его изменение может быть предсказуемым и непредсказуемым. Предприятия должны быть готовы адаптироваться к изменениям в спросе, что может включать в себя изменение объемов производства, изменение ассортимента продукции или даже выход на новые рынки.

С другой стороны, ограничения на ресурсы представляют собой не менее важный аспект, который необходимо учитывать при оптимизации производства. Ресурсы могут включать в себя сырье, трудовые ресурсы, технологическое оборудование и финансовые средства. Ограниченность ресурсов может значительно повлиять на производственные возможности предприятия. Например, нехватка сырья может привести к снижению объемов производства, а нехватка квалифицированного персонала может ограничить возможности для внедрения новых технологий или повышения качества продукции. В условиях жесткой конкуренции предприятия должны эффективно управлять своими ресурсами, чтобы минимизировать затраты и максимизировать производительность.

Одним из подходов к оптимизации производства является применение методов линейного программирования, которые позволяют находить оптимальные

решения при наличии ограничений. Линейное программирование – это метод математической оптимизации, который используется для нахождения максимального или минимального значения линейной функции при наличии линейных ограничений. Основная идея линейного программирования заключается в том, что многие задачи оптимизации могут быть сформулированы в виде системы линейных уравнений и неравенств. Это позволяет использовать алгоритмы, такие как симплекс-метод или метод внутренней точки, для нахождения оптимальных решений. В контексте оптимизации производства, линейное программирование может быть использовано для определения того, сколько продукции следует производить, чтобы максимизировать общую прибыль, учитывая ограничения, такие как доступные ресурсы, производственные мощности и уровень спроса на продукцию. При использовании методов линейного программирования необходимо точно определить целевую функцию и ограничения, что требует глубокого анализа как внутренней среды предприятия, так и внешних факторов.

Повышение практической ценности линейного программирования в таких условиях требует создания гибридных моделей. Перспективным направлением становится сочетание линейного программирования с элементами нелинейного программирования для ключевых параметров, интеграция с методами машинного обучения для прогнозирования рыночных показателей, а также использование сценарного подхода для учета неопределенностей. Важное значение приобретает итерационная схема применения, при которой результаты оптимизации постоянно корректируются с учетом меняющихся условий рынка и реакции конкурентов.

Линейное программирование сохраняет свою наибольшую эффективность при решении тактических задач оперативного управления производством в относительно стабильной конкурентной среде. Для стратегического планирования и анализа сложных конкурентных взаимодействий метод требует существенной модификации и дополнения другими аналитическими инструментами. Практическое применение должно учитывать эти ограничения, используя сильные стороны ЛП там, где они наиболее уместны, и привлекая более сложные методы для

анализа аспектов, выходящих за рамки классического линейного программирования

В условиях конкуренции двух предприятий, задача оптимизации становится еще более сложной. Каждое предприятие стремится максимизировать свою прибыль, при этом учитывая действия и реакции конкурента. В таких ситуациях нужно не только учитывать собственные ограничения, но и предвидеть возможные стратегии конкурента. Это приводит к необходимости применения методов, позволяющих анализировать взаимодействие между предприятиями, таких как теория игр. Однако, даже в рамках теории игр, линейное программирование может служить мощным инструментом для нахождения оптимальных стратегий.

Для начала, рассмотрим, как можно сформулировать задачу линейного программирования для одного предприятия. Пусть у нас есть два продукта, которые предприятие производит: продукт А и продукт В. Для производства каждого продукта требуются определенные ресурсы, такие как сырье, трудозатраты и производственные мощности. Предположим, что предприятие имеет ограниченные запасы ресурсов, а также сталкивается с определенным уровнем спроса на свою продукцию. Задача состоит в том, чтобы определить, сколько единиц каждого продукта следует производить, чтобы максимизировать общую прибыль.

Обозначим количество производимого продукта А как x_1 , а количество производимого продукта В как x_2 . При этом прибыль от продажи каждой единицы продукта А составляет p_1 , а от продажи каждой единицы продукта В – p_2 . Общая прибыль будет выражаться как:

$$P = p_1 * x_1 + p_2 * x_2. \quad (10)$$

Теперь необходимо учесть ограничения, связанные с ресурсами и спросом. Пусть r_1 и r_2 – это запасы ресурсов, необходимых для производства продуктов

А и В соответственно. Также обозначим c_1 и c_2 как количество ресурсов, необходимых для производства одной единицы продукта А и В. Тогда ограничения на ресурсы можно записать следующим образом:

$$c_1 * x_1 + c_2 * x_2 \leq r_1, \quad (11)$$

$$d_1 * x_1 + d_2 * x_2 \leq r_2, \quad (12)$$

где d_1 и d_2 – это количество ресурсов, необходимых для производства одного продукта в соответствии с другим ресурсом. Также необходимо учесть ограничения на спрос, которые могут быть записаны как:

$$x_1 \leq S_1, \quad (13)$$

$$x_2 \leq S_2, \quad (14)$$

где S_1 и S_2 – это максимальный спрос на продукты А и В соответственно. Таким образом, задача линейного программирования для данного предприятия может быть сформулирована следующим образом:

$$\text{максимизировать } P = p_1 * x_1 + p_2 * x_2,$$

при условиях:

$$c_1 * x_1 + c_2 * x_2 \leq r_1,$$

$$d_1 * x_1 + d_2 * x_2 \leq r_2,$$

$$x_1 \leq S_1, \quad (15)$$

$$x_2 \leq S_2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Решение этой задачи позволяет определить оптимальные объемы производства для каждого продукта, которые обеспечат максимальную прибыль при заданных ограничениях. Однако, в условиях конкуренции, необходимо учитывать, что действия одного предприятия могут повлиять на прибыль другого. Например, если одно предприятие решит увеличить объем производства одного из продуктов, это может привести к снижению цен на рынке и, как следствие, к уменьшению прибыли конкурента.

Чтобы учесть взаимодействие между предприятиями, можно использовать концепцию равновесия Нэша, которая описывает ситуацию, когда ни одно из

предприятий не может улучшить свою прибыль, изменяя свою стратегию при условии, что стратегия конкурента остается неизменной. В таких случаях, задача оптимизации для каждого предприятия может быть дополнена дополнительными ограничениями, связанными с действиями конкурента.

Предположим, что у нас есть два предприятия: предприятие 1 и предприятие 2, производящие продукты А и В. Обозначим количество производимого продукта А предприятием 1 как x_1 , а предприятием 2 как y_1 . Аналогично, для продукта В обозначим x_2 и y_2 . Прибыль для каждого предприятия будет зависеть не только от объемов производства, но и от цен на продукты, которые могут изменяться в зависимости от общего объема предложения на рынке. Таким образом, прибыль для каждого предприятия может быть записана как:

$$P_1 = p_1(x_1, y_1) * x_1 + p_2(x_2, y_2) * x_2, \quad (16)$$

$$P_2 = p_1(y_1, x_1) * y_1 + p_2(y_2, x_2) * y_2, \quad (17)$$

где p_1 и p_2 – это функции цен, которые зависят от объемов производства обоих предприятий. В этом случае, задача оптимизации для каждого предприятия может быть сформулирована как:

Максимизировать

$$P_1 = p_1(x_1, y_1) * x_1 + p_2(x_2, y_2) * x_2,$$

$$P_2 = p_1(y_1, x_1) * y_1 + p_2(y_2, x_2) * y_2,$$

при условиях:

$$c_1 * x_1 + c_2 * x_2 \leq r_1,$$

$$d_1 * x_1 + d_2 * x_2 \leq r_2,$$

$$x_1 \leq S_1,$$

$$x_2 \leq S_2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Решение данной системы задач позволяет определить оптимальные стратегии для обоих предприятий, учитывая их взаимодействие. Однако, важно отметить, что в реальной практике, предприятия могут сталкиваться с дополнительными факторами, такими как изменение рыночной ситуации, колебания цен

на сырье, а также изменения в потребительских предпочтениях. Поэтому, для успешной оптимизации производства, предприятиям необходимо не только использовать методы линейного программирования, но и постоянно анализировать внешнюю среду и адаптировать свои стратегии в зависимости от изменений.

Нелинейное программирование объединяет в себе методы решения задач, которые можно описать нелинейными соотношениями. К таким задачам можно отнести задачи по оптимизации производства для многих предприятий, так как все они осуществляют свою деятельность на неоднородном рынке в условиях монополистической конкуренции. Также не стоит забывать о том, что спрос на выпускаемую ими продукцию зависит от цены.

Нелинейное программирование открывает новые горизонты в оптимизации производственных процессов, позволяя преодолеть ограничения традиционных линейных моделей. В реальных производственных системах, где эффективность оборудования снижается при пиковых нагрузках, а стоимость единицы продукции изменяется в зависимости от объема выпуска, нелинейные модели становятся незаменимым инструментом для принятия точных управленческих решений.

Основной целью нелинейного программирования считается исследование методов решения задачи. Само нелинейное программирование очень тесно связано с основной задачей экономики. Как известно, в экономике принято рассматривать задачи, связанные с распределением ресурсов так, чтобы максимизировать эффективность или минимизировать потребление. Применение моделей нелинейного программирования сконцентрировано в первую очередь на задачах о принятии решений. Полученное в результате решение является только рекомендуемым и перед его принятием необходимо убедиться в точности постановки задачи нелинейного программирования. Несмотря на это, большинство задач программирования проверены на практике, в связи с чем их решение применяется без изменений. Достаточно широкой областью, где применяется нелинейное программирование является планирование цен и продукции. Для того, чтобы убедиться в этом, можно рассмотреть следующую ситуацию.

Основой нелинейного подхода выступает способность точно описывать сложные взаимосвязи между производственными факторами. Кривые обучения сотрудников, нелинейные зависимости затрат от объема, эффект насыщения спроса - все эти реалии современного производства естественным образом ложатся в нелинейные уравнения. Учитывая то, что нелинейное программирование основывается на нелинейном характере целевой функции или ограничений, формы самой функции и неравенств данных ограничений могут быть абсолютно разными. Особую ценность приобретают методы выпуклого программирования при оптимизации производственных издержек, где целевая функция часто имеет U-образную форму, отражая баланс между постоянными и переменными затратами. В экономическом анализе нелинейное программирование принято использовать для установления взаимосвязи между показателями, характеризующими эффективность деятельности организации и объемом деятельности, а также структурой издержек производства, положением рынка и многими другими.

Практическая реализация нелинейной оптимизации сталкивается с рядом вычислительных трудностей. В отличие от линейных задач, где симплекс-метод гарантированно находит глобальный оптимум, нелинейные алгоритмы, такие как последовательное квадратичное программирование или методы внутренних точек, могут застревать в локальных экстремумах. Эта особенность требует от аналитиков тщательного выбора начальных приближений и применения специальных техник, таких как многозадачная оптимизация.

В современных производственных системах все чаще используются гибридные подходы, сочетающие нелинейное программирование с другими методами. Особенно перспективна интеграция с технологиями машинного обучения, когда нейросетевые модели предсказывают параметры производственных функций, которые затем используются в алгоритмах нелинейной оптимизации. Такие комбинированные системы позволяют учитывать как технологические ограничения производства, так и динамику рынка, создавая по-настоящему адаптивные системы управления.

На предприятии необходимо определить оптимальный производственный план. Для решения данной задачи, известен перечень производимой продукции, производственная мощность, возможность обеспечивать процесс производства необходимым сырьем, энергией, а также рабочей силой, помимо этого, мы знаем какова возможность сбыта произведенной продукции. Ограничениями в данном случае можно считать технологические связи между издержками на производство и объемом производимой продукции, а также связь между ценой товара и спросом на него. Именно из-за присутствующих ограничений данная задача будет сформулирована в нелинейном программировании в том случае, если цена продукции, выпускаемой предприятием неизвестна и оказывает влияние на величину сбыта.

Применение нелинейного программирования в производственной оптимизации особенно эффективно при решении задач календарного планирования, где необходимо учитывать нелинейные зависимости времени выполнения операций от загрузки оборудования. Методы нелинейной оптимизации успешно справляются с такими сложными задачами, как балансировка производственных линий с переменной производительностью участков или оптимизация смесей сырьевых компонентов при нелинейных характеристиках качества продукции.

Динамическое программирование – математический метод поиска оптимальных решений по управлению многошаговыми процессами, в которых состояние исследуемых систем изменяется во времени или поэтапно. Он представляет собой систему приемов для нахождения оптимального решения с помощью определения последствий отдельного решения и организации оптимальной стратегии для дальнейших решений. Системы и процессы с динамическим изменением во времени имеют широкое распространение в реальном мире, а необходимость эффективного управления ими объективно определяет важность и актуальность использования математических методов решения соответствующих управленческих задач.

Теоретической основой метода динамического программирования (ДП) является принцип оптимальности, имеющий широкую сферу приложений в экономике, технике, естествознании, военном деле.

Регулярное изучение многошаговых процессов восходит к работам русского математика Маркова А. А. начала XX века. Его исследования были продолжены в 40-х годах американским математиком Вальдом А., что привело к возникновению так называемого последовательного анализа. Впервые основные принципы оптимального управления многошаговыми процессами наиболее полно и систематизировано были сформулированы в 50-х годах XX века американским математиком Беллманом Р. Теория динамического программирования родилась из ряда технико-экономических задач, таких, как задача о наиболее эффективном использовании оборудования или задача о наиболее выгодной политике закупок (управление запасами).

В первых задачах, решенных методом ДП, рассматривались процессы, развивающиеся во времени, что и объясняет наличие термина «динамическое» в названии метода. Термин «программирование» означает, что метод ДП может быть представлен в виде четкой последовательности арифметических и логических операций, т. е. в виде алгоритма, по которому можно составить программу решения соответствующих задач на электронно-вычислительных машинах (ЭВМ). Иначе метод ДП называется «динамическим планированием»; это название, учитывая многообразие значений термина «программирование», в большей степени раскрывает существо и назначение рассматриваемого метода.

Динамическое программирование становится мощным инструментом оптимизации производственных процессов, особенно когда речь идет о многоэтапных решениях, зависящих от времени. Его преимущество заключается в способности разбивать сложные производственные задачи на последовательность взаимосвязанных, но более простых подзадач. В производстве это проявляется в планировании выпуска продукции, управлении запасами или обслуживании оборудования, где сегодняшние решения напрямую влияют на завтрашние возможности завода.

Практическая реализация динамического программирования в производстве часто сталкивается с экспоненциальным ростом сложности с увеличением числа переменных. Современные производственные системы преодолевают это ограничение с помощью различных аппроксимаций. Например, при планировании ремонта оборудования вместо точного перечисления всех возможных состояний системы используются агрегированные показатели технического состояния, что позволяет сохранить суть метода без чрезмерных вычислительных затрат.

Преимущества динамического программирования особенно ярко проявляются в задачах управления производственными запасами. Многоступенчатая модель учитывает не только текущие затраты на хранение и риски дефицита, но и вероятностные колебания спроса, сезонные факторы, возможность стратегических закупок по льготным ценам. В отличие от статических моделей, динамический подход позволяет найти политику управления, оптимальную в долгосрочной перспективе, даже если она требует некоторых затрат.

Как и остальные методы моделирования, динамическое программирование чаще всего сочетают с другими методами. Интеграция с машинным обучением позволяет создавать адаптивные системы, в которых прогнозные модели постоянно обновляют параметры динамической модели на основе поступающих данных о реальном производственном процессе. Такие гибридные системы особенно эффективны в условиях нестабильного спроса или изменчивых цен на сырье, помогая предприятиям сохранять рентабельность в неспокойной рыночной среде.

Имитационное моделирование в экономике – метод компьютерного моделирования, предполагающий симуляцию реальных процессов или систем во времени с учётом наличия случайных компонент, воздействующих на основные показатели рассматриваемых процессов.

С одной стороны, имитационное моделирование представляет собой своеобразную замену экспериментальных методов, с другой – расширение сценарного подхода к прогнозированию. При имитационном моделировании разрабатывается логико-математическая модель функционирования некоторой сложной

системы, позволяющая использовать некие исходные параметры и спрогнозировать состояние данной системы через определённый промежуток времени. Соответственно, имитационное моделирование отчасти заменяет экспериментальные исследования в том случае, если математическая модель с достаточной достоверностью описывает реально происходящие процессы.

Симуляция выступает в качестве аналога эксперимента, проведённого над моделью. Одна симуляция включает в себя множество периодов существования системы: при применении имитационного моделирования исследователь создаёт искусственную историю состояния системы на протяжении интересующего его отрезка времени. На практике чаще всего выполняется множество симуляций, после чего происходит статистическая обработка результатов. В этом отношении одна симуляция может рассматриваться как один возможный сценарий развития системы. Под сценарием понимается совокупность совместимых исходных данных модели и соответствующее данным параметрам конечное состояние системы.

Имитационное моделирование стало незаменимым инструментом для современных производственных предприятий, сталкивающихся со сложными многопараметрическими системами. В отличие от традиционных аналитических методов, этот подход позволяет воссоздать виртуального двойника реального производства, на котором можно безопасно протестировать различные сценарии управления, не подвергая риску существующий бизнес. Этот цифровой тестовый стенд воплощает в жизнь все сложные взаимосвязи между оборудованием, персоналом, логистическими потоками и рыночными факторами, которые сложно описать строгими математическими формулами.

Суть подхода заключается в возможности отразить стохастическую природу производственных процессов. Реальные производственные системы наполнены случайными событиями: колебаниями времени обработки, отказами оборудования и изменчивостью спроса. Имитационные модели мастерски воспроизводят эту стохастичность, создавая статистически достоверные картины работы предприятия. Этот метод становится особенно ценным при анализе «узких мест»

производства, когда небольшие задержки на одном участке могут вызвать каскадные последствия для всей системы.

Практическая реализация имитационного моделирования в производстве чаще всего воплощается через дискретно-событийные модели. Здесь каждый станок, транспортная тележка или складская ячейка становятся цифровым объектом со своими характеристиками и правилами поведения. Особенно мощными эти модели делает возможность визуализации - анимированные потоки деталей в цеху или графики загрузки оборудования делают анализ интуитивно понятным для нетехнических специалистов.

Имитационное моделирование целесообразно применять в следующих случаях:

- Анализируемая система является сложной, т. е. в ней присутствуют множество параметров со сложными взаимосвязями; при этом последние могут носить как детерминированный (предопределённый), так и случайный характер;
- В системе присутствует элемент неопределённости – наличие случайных факторов, в результате воздействия которых результат становится недетерминированным;
- Существует необходимость моделировать систему в динамике.

1.4 Роль моделирования в конкуренции

Моделирование играет важную роль в исследовании конкуренции, так как позволяет улучшить понимание динамики рынка, прогнозировать поведение компаний и оценивать влияние различных факторов на конкурентные отношения.

Задачами моделирования конкурентных процессов в конкурентной среде являются:

- выделение значимых факторов, оказывающих влияние на формирование конечных результатов производственно-хозяйственной деятельности промышленных предприятий в конкурентной среде;
- их формализация и агрегирование в конкурентной модели распределения рынка;

- расчет конечных результатов работы промышленных предприятий и оценка их конкурентоспособности;
- прогноз динамики конечных результатов деятельности при изменении детерминантов конкурентной среды.

Экономико-математическое моделирование конкурентных процессов в промышленности страны является сегодня перспективным направлением совершенствования методологии создания и управления конкурентной средой промышленных предприятий, поскольку позволяет проводить экономико-математические расчеты и получить обоснованные прогнозы развития конкурентной конъюнктуры на рынках важнейших видов промышленной продукции.

Экономико-математическое моделирование основывается на принципе аналогии, т. е. возможности изучения объекта через рассмотрение другого, подобного ему и более доступного объекта, его модели. В данном случае таким более доступным объектом является экономико-математическая модель. При построении моделей те или иные теории или гипотезы благодаря формализации и квантификации становятся обозримыми, уточняются, и это способствует лучшему пониманию изучаемых проблем. Моделирование оказывает и обратное влияние на исследователей, требуя четкости формулировки исследовательской задачи, строгой логичности в построении гипотез и концепций.

Практическими задачами моделирования являются, во-первых, анализ экономических объектов; во-вторых, экономическое прогнозирование, предвидение развития хозяйственных процессов; в-третьих, выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.

Конкурентная среда требует от моделей особой гибкости и адаптивности, что приводит к активному использованию методов агентного моделирования, когда каждый участник рынка представляется в виде автономного агента со своими правилами поведения. Такие модели воспроизводят сложную динамику рыночных взаимодействий, включая эффекты цепных реакций, когда изменение стратегии одного игрока вызывает каскад ответных действий со стороны конкурентов. Особенно показательны в этом отношении модели олигополистических

рынков, где математические методы теории игр позволяют предсказать точки ценового равновесия и потенциальные зоны конфликта интересов.

Современные модели конкурентной среды все чаще включают элементы поведенческой экономики, учитывающие иррациональность принятия решений участниками рынка. Алгоритмы нейронных сетей, обученные на исторических данных, помогают распознавать модели конкурентного поведения, предсказывая вероятные ходы соперников. Это превращает математическое моделирование из инструмента анализа в инструмент стратегического предвидения, позволяя предприятиям не просто реагировать на изменения рынка, но и заранее готовить контрмеры.

Основным направлением экономико-математического моделирования конкурентных процессов является имитационное моделирование – метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Такую модель можно «проиграть» во времени как для одного испытания, так и заданного их множества. При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. По этим данным можно получить достаточно устойчивую статистику. Имитационное моделирование – это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему и с ней проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе. Экспериментирование с моделью называют имитацией.

Наиболее приближенным к практической экономической действительности в моделировании процессов конкурентной борьбы промышленных предприятий в конкурентной среде является имитационное моделирование, позволяющее создавать адекватные экономико-математические модели, позволяющие спрогнозировать конкурентную конъюнктуру и обосновать точечное изменение детерминантов конкурентной среды с целью изменения конечных результатов производственно-хозяйственной деятельности промышленных предприятий. Вместе с тем существующие подходы могут быть существенно модернизированы за счет учета в имитационном моделировании конкурентной борьбы уровня

конкурентности поведения потребителей (и взаимосвязанного с ними уровня лояльности, деформирующего конкурентную среду в пользу отдельных наиболее конкурентоспособных производителей).

Имитационное моделирование – это частный случай математического моделирования. Существует класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели, либо не разработаны методы решения полученной модели. В этом случае математическая модель заменяется имитатором или имитационной моделью. Имитационная модель – логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

Способы, которыми моделирование может быть включено в исследование конкуренции:

- Моделирование рыночной структуры: Моделирование может помочь проанализировать структуру рынка, включая количество и размер конкурирующих фирм, степень концентрации рынка и типы конкуренции (монополистическая конкуренция, олигополия, монополия и т. д.).

- Моделирование поведения фирм: Модели можно использовать для изучения различных стратегий, которые компании могут применять в условиях конкуренции. Например, модели можно использовать для изучения влияния ценовой политики, маркетинговых стратегий, инноваций и других факторов на конкуренцию.

- Моделирование конкурентных взаимодействий: Моделирование может помочь в изучении взаимодействий между конкурирующими фирмами, а также их взаимодействий с потребителями и другими участниками рынка. Например, моделирование может помочь понять, как изменение стратегии одной фирмы может повлиять на другие фирмы на рынке.

– Прогнозирование конкурентной ситуации: Модели могут использоваться для прогнозирования будущих рыночных условий и конкурентных отношений. Например, моделирование может использоваться для прогнозирования изменений спроса, предложения и цен на рынке.

Моделирование позволяет исследователям проводить эксперименты и изучать различные сценарии, которые могут произойти на рынке. Это помогает принимать более обоснованные решения и разрабатывать стратегии, позволяющие компаниям успешнее конкурировать.

1.5 Основные методы моделирования конкуренции

Основные методы моделирования конкуренции включают:

Метод игровой теории: используется для анализа соотношения стратегий и результатов в конкурентной среде. Включает в себя модели, такие как игры с нулевой суммой, игры с ненулевой суммой и другие.

Теория игр служит мощным аналитическим инструментом для моделирования сложных рыночных взаимодействий, когда успех предприятия зависит не только от его собственных решений, но и от действий конкурентов. Данный подход основан на математическом описании стратегического выбора экономических агентов, каждый из которых стремится максимизировать свою выгоду в условиях взаимозависимости результатов. Особую ценность метод приобретает при анализе олигополистических рынков, где ограниченное число участников реализует свою способность влиять на рыночное равновесие. Классические модели, такие как дилемма заключенного или аукцион второй цены, выявляют парадоксальные ситуации, когда индивидуальная рациональность приводит к коллективным субоптимальным результатам, что особенно актуально при анализе ценовых войн или картельных соглашений.

Метод анализа статистических данных: позволяет изучить исторические данные о конкурентных действиях и результатах предприятий для выявления тенденций и закономерностей. Включает в себя методы регрессионного анализа, временных рядов, анализа панельных данных и другие.

Методики определения рыночной структуры: позволяют исследовать уровень конкуренции на рынке. Включают в себя методы концентрации рынка, индексы Герфиндаля-Хиршмана, конкурентного баланса и другие.

Методы сравнительного анализа: помогают сравнить уровень конкуренции в различных отраслях или странах. Включают в себя методы анализа конкурентной позиции, анализа структуры рынка и другие.

Агентное моделирование – направление в имитационном моделировании, которое используется для исследования децентрализованных систем, динамика функционирования которых определяется не глобальными правилами и законами (как в других парадигмах моделирования), а наоборот, когда эти глобальные правила и законы являются результатом индивидуальной активности членов группы. Цель агентных моделей – получить представление об этих глобальных правилах, общем поведении системы, исходя из предположений об индивидуальном, частном поведении ее отдельных активных объектов и взаимодействии этих объектов в системе. Агент – некая сущность, обладающая активностью, автономным поведением, может принимать решения в соответствии с некоторым набором правил, взаимодействовать с окружением, а также самостоятельно изменяться.

Агентное моделирование предлагает принципиально новый взгляд на анализ рыночных отношений, рассматривая экономическую систему как сложную адаптивную среду, где у каждого участника есть свои правила поведения и механизмы принятия решений. В отличие от традиционных подходов, этот метод позволяет воссоздать динамику рынка снизу вверх, где глобальные закономерности возникают из множества локальных взаимодействий независимых агентов - предприятий, потребителей или регулирующих органов. Такой подход особенно ценен при моделировании современных цифровых рынков с их нелинейными зависимостями, сетевыми эффектами и сложными моделями коллективного поведения.

Агентные модели рыночных отношений основаны на концепции автономных агентов, наделенных когнитивными способностями, памятью о прошлых

взаимодействиях и способностью адаптироваться к изменяющимся условиям. Каждый агент-предприятие в такой модели может иметь уникальную производственную функцию, ценовую стратегию и маркетинговую политику, а агенты-потребители - индивидуальные предпочтения и ценовую чувствительность. При этом взаимодействие между агентами происходит через механизмы, имитирующие реальные рыночные процессы: аукционы, двусторонний поиск, заключение контрактов или спонтанное формирование сетевых структур.

Дискретно-событийное моделирование – подход к моделированию, предлагающий абстрагироваться от непрерывной природы событий и рассматривать только основные события моделируемой системы, такие как «ожидание», «обработка заказа», «движение с грузом», «разгрузка» и другие. Дискретно-событийное моделирование наиболее развито и имеет огромную сферу приложений – от логистики и систем массового обслуживания до транспортных и производственных систем. Этот вид моделирования наиболее подходит для моделирования производственных процессов. Основан Джеффри Гордоном в 60-х годах.

Системная динамика – парадигма моделирования, где для исследуемой системы строятся графические диаграммы причинных связей и глобальных влияний одних параметров на другие во времени, а затем созданная на основе этих диаграмм модель имитируется на компьютере. По сути, такой вид моделирования более всех других парадигм помогает понять суть происходящего выявления причинно-следственных связей между объектами и явлениями.

2 ОБЗОР MATHCAD КАК СРЕДСТВА РЕАЛИЗАЦИИ ЗАДАЧИ

2.1 Основная информация

Важнейшим компонентом проектирования изделий являются инженерные расчеты. Именно на результатах расчетов основывается каждый этап процесса проектирования. Для достижения инженерного совершенства рабочим группам необходимо комплексное, но интуитивно понятное приложение, обеспечивающее точность вычислений, прослеживаемость, защиту интеллектуальной собственности и корректное отображение рабочего процесса. РТС Mathcad делает эти задачи простыми.

Mathcad — это инженерная программа для математических вычислений, визуализации данных и аналитики. Приложение имеет простой в использовании и привычный интерфейс, естественное математическое представление и интеллектуальное управление единицами измерения. Самое главное, что вычислительные возможности приложения обеспечивают гораздо более точные результаты, чем электронные таблицы. Используя богатый набор функциональных возможностей РТС Mathcad, можно документировать важнейшие инженерные расчеты так же легко, как записывать их на листе бумаги. Демонстрация результатов облегчается благодаря использованию различных вариантов форматирования, а также графики, текстовых полей и изображений, собранных в единый, профессионально отформатированный документ. Программа поддерживает символьные вычисления (CAS), численные методы и интеграцию с другими инструментами, например, Excel или MATLAB. Для создания и использования данных РТС Mathcad не требуется никаких специальных навыков.

Основные особенности среды:

- Естественная математическая нотация – формулы выглядят так же, как в учебниках.
- Интерактивные вычисления – мгновенный пересчет при изменении данных.
- Символьные и численные вычисления (CAS от Symbolic).

- Графики и визуализация (2D/3D, полярные, векторные и др.).
- Работа с единицами измерения – автоматическая конвертация и контроль размерностей.
- Интеграция с другими программами (Excel, MATLAB, Creo и др.).
- Документирование расчётов – объединение формул, текста и графиков в одном файле.
- Программирование – поддержка пользовательских функций и алгоритмов.

Mathcad используется в различных отраслях, включая машиностроение, электронику, физику и экономику. Он помогает автоматизировать рутинные вычисления, проверять расчёты и документировать результаты. Общение пользователя с системой MathCAD происходит на некотором промежуточном математически ориентированном языке. Этот язык настолько близок к обычному математическому языку описания вычислительных задач, что практически не требует их программирования. Современные версии, такие как PTC Mathcad Prime, предлагают улучшенный интерфейс, облачные функции и совместную работу.

2.2 Преимущества

Программа подходит как для студентов, изучающих математику, так и для профессионалов, работающих с сложными инженерными задачами. Благодаря своей наглядности Mathcad снижает риск ошибок и ускоряет процесс анализа данных.

Mathcad особенно ценится за некоторые преимущества:

- Простота освоения – интерфейс близок к ручным расчётам.
- Наглядность – формулы и результаты видны сразу.
- Минимизация ошибок – контроль единиц, автоматическая проверка.
- Удобство для инженеров – не требует углублённого знания программирования.
- Хорошая документация – расчёты можно оформить как отчёт.

2.3 Недостатки

- Ограниченная вычислительная мощность – не подходит для сверхсложных задач (как, например, Mathematica или MATLAB).
- Закрытый формат файлов – совместимость только между версиями Mathcad.
- Высокая стоимость – особенно актуально для коммерческих организаций.
- Нет полноценной облачной версии – в отличие от конкурентов (Wolfram Cloud, MATLAB Online).
- Медленное развитие – новые функции добавляются реже, чем у аналогов.

3 ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ

3.2 Математическая модель конкуренции предприятий в условиях ограничений на ресурсы и сбыт продукции

Постановка задачи взята в соответствии с [31].

Если конкурирующие предприятия производят одинаковую продукцию, используя один и тот же рынок сбыта и источник, возникает конфликт интересов, связанный с избытками продукции и ограниченным доступом к ресурсам. Избыток продукции возникает, когда спрос на неё ограничен на рынке сбыта, в то время как дефицит ресурсов происходит из-за ограниченного предложения. Это являются прямым результатом естественной эволюции производства, которая включает повышение производительности труда и увеличение объемов производства.

В качестве основы функционирования индивидуального предприятия используем математическую модель, сформированную в работе. Закономерности конкурентной борьбы будем исследовать на примере двух предприятий. Основными показателями деятельности предприятий будем считать прибыль x_i (руб; $i=1,2$) и стоимость оборудования y_i (руб; $i=1,2$).

Самую существенную роль в оценке эффективности деятельности предприятия играет функция дохода $p_i = p_i(y_i)$ (руб./ед.врем.; $i=1, 2$). Она представляют собой доход предприятия от реализации продукции в единицу времени и имеют структуру, индивидуальную для каждого предприятия, то есть:

$$p_i = p_i(y_i) = \begin{cases} \mu_{0i}y_i + \mu_{1i}y_i^2, & y_i \geq 0 \\ 0, & y_i < 0 \end{cases}, \quad (18)$$

где μ_{0i} – коэффициент эффективности вложения средств в оборудование (1/ед. врем.; $i=1,2$) μ_{1i} – коэффициент эффективности вложения дополнительных и стимулирующих средств в кадровое обеспечение (1/руб. /ед. врем.; $i=1,2$).

Заметим, что из-за ограниченности ресурсов значение функции дохода

$p_i = p_i(y_i)(i=1,2)$ не может превышать $p_i^* = \alpha_i \cdot \delta_i r_i^*$, соответствующее некоторому значению y_i^* ; поэтому, с учетом монотонности функции $p_i = p_i(y_i)$, при $p_i(y_i) \leq p_i^*$ полагаем $p_i = p_i^* = p_i(y_i^*)$, а разность $y_i - y_i^* > 0$ в этом случае переводим в прибыль $x_i + y_i - y_i^* > x_i$. Здесь, как и в [31]:

$\alpha_i(i=1,2)$ – рыночная цена продукции i – ого предприятия (руб./ед. продукции);

δ_r – коэффициент ресурсоемкости (количество товара/ использованное количество ресурса = б/разм.);

r_i – интенсивность использования сырья (ед. ресурса /ед. времени),
 $r_i \leq r_i^*$.

Одной из цивилизованных методик конкурентной борьбы для предприятия является применение эластичной политики цен, она предусматривает возможность снижения стоимости на продукцию и увеличение оптовой стоимости на ресурсы. Это направлено на увеличение объема продаж и ресурсов, что в итоге приводит к более высокой прибыли. Конкуренция уменьшается, когда один из участников рынка экономически подавлен или когда значительно увеличиваются рынки сбыта и ресурсов.

Осмысленная стратегия распределения ресурсов направлена на максимально длительное поддержание конкуренции, даже если в настоящий момент одно из конкурирующих предприятий предлагает более привлекательные закупочные цены. В противном случае сформируется монополия, которая сможет устанавливать высокие цены на сырьё. Данная политика реализуется посредством применения определённой аукционной модели.

Пусть: $\Delta \hat{R}_i$ – требования обоих предприятий на объемы ресурсов с указанными закупочными ценами $\alpha_{r1}, \alpha_{r2} \geq \alpha_r$ соответственно (α_r – действующая закупочная цена ресурсов при отсутствии дефицита); ΔR^* – наибольший доступный в настоящее время объем распределяемого ресурса.

При отсутствии дефицита полагаем $\Delta \hat{R}_1 + \Delta \hat{R}_2 < \Delta R^*$,

то, естественно, считать:

$$\alpha_{r1} = \alpha_{r2} = \alpha_r, \Delta R_1 = \Delta \hat{R}_1, \Delta R_2 = \Delta \hat{R}_2,$$

(ΔR_i – фактические объемы ресурсов, указанные предприятиям), то есть заявки удовлетворены в 100% объеме с наименьшей оптовой стоимостью.

Если: $\Delta \hat{R}_1 + \Delta \hat{R}_2 \geq \Delta R^*$, то следует положить:

$$\Delta R_i = \Delta R_i^* = \eta_i \Delta \hat{R}_i, \eta_i \leq 1, \quad (19)$$

так чтобы:

$$\Delta R_1^* + \Delta R_2^* \geq \Delta R^*,$$

$$\Delta R_1^* + \Delta R_2^* = \Delta R^*.$$

Коэффициенты η_i устанавливаются, основываясь на предоставляемых закупочных ценах, например,

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \left(\frac{\alpha_{r2}}{\alpha_{r1}} \right)^k, \quad (21)$$

где $k > 1$ – показатель усиления различия оптовых цен. Получаем:

$$\eta_1 = \frac{\alpha_{r1}^k \Delta R^*}{\alpha_{r1}^k \Delta \hat{R}_1 + \alpha_{r2}^k \Delta \hat{R}_2}, \eta_2 = \frac{\alpha_{r2}^k \Delta R^*}{\alpha_{r1}^k \Delta \hat{R}_1 + \alpha_{r2}^k \Delta \hat{R}_2}, \quad (22)$$

η_i – коэффициенты распределения ресурсов. Если какой-либо из коэффициентов η_1, η_2 оказывается больше единицы, например η_2 , то полагаем:

$$\eta_2 = 1, \eta_1 = \frac{\Delta R^* - \Delta \hat{R}_2}{\Delta \hat{R}_1}, \quad (23)$$

так чтобы выполнялось (3). Соответственно, если оказалось $\eta_1 > 1$, то полагаем:

$$\eta_1 = 1, \eta_2 = \frac{\Delta R^* - \Delta \hat{R}_1}{\Delta \hat{R}_2}. \quad (24)$$

Формулы (22)-(24) позволяют стимулировать повышение закупочных цен, сохраняя открытую конкуренцию на приобретение ресурсов.

Если использовать обозначения:

$$\Delta R^* = r^* \Delta t, \Delta R_i^* = r_i^* \Delta t,$$

$$\Delta \hat{R}_i = \frac{\Delta \hat{V}_i}{\delta_r} = \frac{\hat{p}_i}{\delta_r \alpha_i} \Delta t, \quad (i=1,2), \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{\alpha_{r2}}{\alpha_{r1}},$$

то формулы (35) приобретают вид:

$$\eta_1 = \frac{\delta_1 \alpha_1 \alpha_2 \times r^*}{\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 \zeta^k}, \eta_2 = \frac{\delta_1 \alpha_1 \alpha_2 \times r^* \zeta^k}{\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 \zeta^k}, \quad (26)$$

где $\hat{p}_i (i=1,2)$ – предполагаемый доход i – ого предприятия при реализации продукции объемом $\Delta \hat{V}_i$ в случае полного удовлетворения потребности в ресурсах, при этом:

$$\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 > \delta_1 \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^*, \quad (27)$$

– условие общего дефицита ресурсов.

Если какой-либо из коэффициентов η_1, η_2 оказывается больше единицы, например η_2 , то полагаем:

$$\eta_1 = \frac{\delta_1 \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* - \hat{p}_2 \alpha_1}{\hat{p}_1 \alpha_2}, \quad \eta_2 = 1, \quad (28)$$

если оказывается $\eta_1 > 1$, то полагаем:

$$\eta_2 = \frac{\delta_1 \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* - \hat{p}_1 \alpha_2}{\hat{p}_2 \alpha_1}, \quad \eta_1 = 1. \quad (29)$$

Пусть теперь $\Delta V = c \times \Delta t$ – общий объем товара, соответствующий рыночному спросу c за время Δt ;

$$\Delta \hat{V}_i = \frac{\hat{p}_i}{\alpha_i} \Delta t, \quad (i=1,2), \quad (30)$$

$\Delta \hat{V}_i$ – объем производимых товаров, который может создать i – ое предприятие при ограничении на ресурсы. Если:

$$c < \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \cdot r^*, \quad (31)$$

то доход создает только та часть товара, которая будет реализована, что соответствует значениям $p_1 = k_1 \hat{p}_1, p_2 = k_2 \hat{p}_2$, так что:

$$c = k_1 \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + k_2 \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2}.$$

Коэффициенты k_i отражают различия в розничных ценах на продаваемую продукцию. Например, они могут использоваться для оценки степени разницы в ценообразовании между аналогичными товарами от разных производителей, что позволяет анализировать конкурентные преимущества или недостатки этих товаров на рынке, например:

$$\frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^l, \quad (32)$$

где $l > 1$ – показатель усиления (зависимость обратная, так как чем больше цена, тем меньше доля продаж). Получаем:

$$k_1 = \frac{\alpha_1 c \cdot \tau^{l+1}}{\hat{p}_1 \cdot \tau^{l+1} + \hat{p}_2}, \quad k_2 = \frac{\alpha_2 c}{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 \cdot \tau^{l+1}},$$

$$\tau = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \quad k_i \leq 1 \quad (i=1,2), \quad (33)$$

при условии, что товар реализуется не в полном объеме, остатки соответствуют величинам:

$$d_i = \frac{\hat{p}_i}{\alpha_i} (1 - k_i) \quad (i=1,2), \quad (34)$$

пропорционально которым предприятие несет расходы на хранение или утилизацию, $\lambda_i d_i$ ($i=1,2$), где λ_i – коэффициенты потерь на хранение.

Если какой-либо из коэффициентов k_i оказывается больше единицы, например k_2 , то полагаем:

$$k_1 = \frac{\alpha_1(\alpha_2 \cdot c - \hat{p}_2)}{\hat{p}_1 \alpha_2}, \quad k_2 = 1, \quad (35)$$

Если $k_1 > 1$, то полагаем:

$$k_2 = \frac{\alpha_2(\alpha_1 \cdot c - \hat{p}_1)}{\hat{p}_2 \alpha_1}, \quad k_1 = 1. \quad (36)$$

Математическую модель конкуренции двух предприятий составляем аналогично модели функционирования каждого предприятия в отдельности с элементами распределения рынка сбыта и рынка ресурсов.

Исходным считается состояние $x_i = \tilde{x}_i$, $y_i = \tilde{y}_i$ ($i=1,2$), по которому рассчитываются значения $\hat{p}_i = p_i(\tilde{y}_i)$ ($i=1,2$).

Если обозначить:

$$m = \min\{c, \delta_r, r^*\},$$

и предварительно потребовать:

$$p_i = \eta_i \hat{p}_i, \quad \eta_i \leq 1, \quad (i=1,2), \quad (37)$$

так что в случае:

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} > \delta_r \cdot r^*. \quad (38)$$

Формулы (26) – (29) будут обеспечивать начальные условия:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} = \delta_r \cdot r^*, \quad y_{i0} : p_i(y_{i0}) = p_{i0}, \quad x_{i0} = \tilde{x}_i + \tilde{y}_i - y_{i0}, \quad (39)$$

имеем следующую динамику:

а) если:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} \leq m, \quad (40)$$

то:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{(1 - \nu_{ri})p_i - (\beta_i + \gamma_i)y_i}{1 + \delta_{2i} \left(1 - \frac{p_1}{\alpha_1 m} - \frac{p_2}{\alpha_2 m} \right)}, \quad (41)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{\delta_{2i}}{1 + \delta_{1i}} \left(1 - \frac{p_1}{\alpha_1 m} - \frac{p_2}{\alpha_2 m} \right) \frac{dx_i}{dt}, \quad (i=1,2). \quad (42)$$

б) если:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} > c, \quad (43)$$

то:

$$\frac{dx_i}{dt} = (k_i - v_{ri})p_i - (\beta_i + \gamma_i)y_i - \lambda_i p_i(1 - k_i), \quad (44)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{\delta_{2i}}{1 + \delta_{1i}} \left(1 - \frac{1}{k_i}\right) \frac{dx_i}{dt}, \quad (33)$$

здесь k_i подчиняются условиям (47) - (50); v_{ri} – коэффициент ценовой ресурсоемкости,

$$v_{ri} = \frac{\alpha_{ri}}{\alpha_i \delta_r}, \quad (36)$$

$\delta_{1i}, \delta_{2i}, \beta_i, \gamma_i$ – коэффициенты пропорциональности в соответствии с [31].

Все вышесказанное позволяет сформировать пошаговый алгоритм, реализующий процесс возникновения и развития конкуренции двух предприятий, производящих одинаковую однородную продукцию и имеющих один и тот же рынок сбыта и источник ресурсов:

1. Исходные данные:

$c, r^*, \alpha_i, \alpha_{ri}, k, l, \beta_i, \gamma_i, \delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_r, \mu_{0i}, \mu_{1i}, \lambda_i$ – задаваемые параметры;

v_{ri}, ζ, τ – дополнительные параметры, вычисляются по формулам (25), (33), (46).

2. Начальное состояние предприятий: $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$ – значения задаются.

3. Вычисление предварительных значений функций дохода по (18):

$$\hat{p}_i = p_i(\tilde{y}_i) \quad (i=1, 2). \quad (47)$$

4. Проверка условий:

$$c < \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \cdot r^*. \quad (48)$$

5. Выбор варианта начальных условий:

если:

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} > \delta_r \cdot r^*, \quad (49)$$

то выполняется перерасчет начального состояния, $p_{i0} = \eta_i \hat{p}_i$ (η_i вычисляется по формулам (26) – (29)), $y_{i0} : p_i(y_{i0}) = p_{i0}$ (из формулы (18)),

$$x_{i0} = \tilde{x}_i + \tilde{y}_i - y_{i0};$$

если

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \times r^*, \quad (50)$$

то оставляем $\hat{p}_i = p_{i0}$, $x_{i0} = \tilde{x}_i$, $y_{i0} = y_i$.

6. Выбор дифференциальной системы:

если

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} \leq c, \quad (51)$$

то выбираем (55)- (56);

если

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} > c, \quad (52)$$

то выбираем (44)- (45), коэффициенты k_i вычисляются по формулам (33) - (36).

7. Затем шаг вычислительного процесса с интервалом Δt , который выбран достаточно малым, чтобы можно было зафиксировать момент, когда могут нарушиться условия для выбранной дифференциальной системы или начальные условия. Подход позволяет отслеживать динамику системы и реагировать на изменения в реальном времени.

Конечное состояние предприятий после выполненного шага рассматривается как начальное для последующего шага, и вычислительный процесс возобновляется, начиная с пункта 2.

1. Вычислительный процесс завершается в двух случаях: если какие-либо из переменных x_i или y_i становятся отрицательными, что означает прекращение существования соответствующего предприятия, или когда для переменных y_i устанавливаются их максимально возможные положительные значения, сигнализирующие о стабилизации и сосуществовании обоих производств.

3.2 Математическая модель конкуренции предприятий при работе механизмов оптимизации производства

Исходные параметры, переменные и функции:

t – время, ед. времени;

$i = 1, 2$ – номер предприятия;

x_i – прибыль, руб;

$\frac{dx_i}{dt}$ – скорость прибыли, руб/ед.времени;

y_i – оснащенность предприятия (основные фонды), руб;

$\frac{dy_i}{dt}$ – скорость роста основных фондов, руб/ед.времени;

$$p_i(y_i) = \frac{A_i y_i}{y_i + b_i}, \quad (53)$$

- функция дохода предприятия, руб/ед.времени;

A_i – максимально возможное значение функции дохода при данном уровне организации производства, руб/ед.времени;

b_i – уровень полуоснащенности предприятия (значение y_i , при котором функция дохода принимает ровно половину максимально возможного значения), руб;

$$\frac{dx_i}{dt} = \sigma_i p_i(y_i) - \mu_i y_i - \frac{dy_i}{dt}, \quad (54)$$

- формула образования скорости прибыли предприятия при отсутствии конкуренции;

σ_i – коэффициент эффективности использования ресурсов ($0 \leq \sigma_i \leq 1$), без разм.

μ_i – коэффициент расходов на обеспечение производства ($\mu_i y_i$ – текущие расходы на ремонт оборудования и материальное обеспечение штата сотрудников), 1/ед.времени;

1. Главным принципом деятельности предприятия является получение максимальной прибыли за один цикл продаж, то есть максимальной скорости прибыли и скорости роста основных фондов

$$\frac{dx_i}{dt} + \frac{dy_i}{dt} \rightarrow \max \Rightarrow \frac{d^2(y_i + x_i)}{dt^2} = 0 \Rightarrow \sigma_i \frac{dp_i(y_i)}{dy_i} - \mu_i = 0. \quad (55)$$

2. Отсюда при условии $\sigma_i A_i > \mu_i b_i$ находится критическое значение уровня оснащённости y_i^* , при котором имеет место наибольший рост прибыли (при отсутствии ограничений на объёмы рынка сбыта и ресурсы):

$$y_i^* = b_i \left(\sqrt{\frac{\sigma_i A_i}{\mu_i b_i}} - 1 \right). \quad (56)$$

3. Ограниченность рынка сбыта продукции означает наличие предельного значения c объёма продаж продукции предприятия за один цикл продаж:

$$p_1(y_1) + p_2(y_2) \leq \alpha_c c, \quad (57)$$

и соответствующего множества пар критических значений уровня оснащённости (y_1^*, y_2^*) :

$$p_1(y_1^*) + p_2(y_2^*) = \alpha_c c, \quad (58)$$

где α_c – рыночная установившаяся стоимость (цена) продукции, руб/ед.объёма;

c – спрос на рынке сбыта продукции, ед.объёма/ ед.времени;

Если $y_i^* < y_{ic}^*$, то предприятие должно работать в режиме $y_i = y_i^*$,

$$\frac{dx_i}{dt} = \sigma_i p_i(y_i) - \mu_i y_i, \quad (59)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \begin{cases} \left(1 - \frac{p_1(y_1)}{\alpha_1 c} - \frac{p_2(y_2)}{\alpha_2 c} \right) \frac{dx_i}{dt}, & \frac{dx_i}{dt} \geq 0 \\ 0, & \frac{dx_i}{dt} < 0 \end{cases}. \quad (60)$$

Теперь необходимо дополнить математическую постановку для учёта сценария конкуренции двух предприятий.

y_i – текущее состояние оснащённости предприятия;

$p_i(y_i)$ – возможный доход предприятия (при условии реализации всей произведённой продукции);

$$V_i = \frac{p_i(y_i)}{\alpha_i} - \text{объем продукции, изготовленный и реализуемый предприя-}$$

тием при отсутствии конкуренции,

$$V_1 + V_2 = V \leq c, \quad (61)$$

если

$$V_1 + V_2 = V > c, \quad (62)$$

то можно считать, что при сохранении рыночной цены α_c объемы реализованной продукции $\check{V}_i$ пропорциональны объемам изготовленной продукции V_i с коэффициентом

$$\theta = \frac{c}{V}, \quad (63)$$

так что

$$\check{V}_i = \theta V_i; \quad \check{V}_1 + \check{V}_2 = c. \quad (64)$$

Этим значениям $\check{V}_i$ соответствуют значения оснащенности y_{ic} , так что

$$\check{V}_i = \frac{p_i(y_{ic})}{\alpha_c}. \quad (65)$$

При этом возникают обязательные расходы на хранение и уничтожение избытков продукции

$$(1 - \theta)V_i\gamma, \quad (66)$$

γ – стоимость хранения (уничтожения) единицы продукции в единицу времени, руб/ед.объема/ед.времени.

Дальнейшая стратегия конкурентной борьбы заключается в увеличении скорости прибыли предприятия путем регулирования цен на продукцию и уменьшения доли избытка продукции.

Будем считать, что регулирование цен предприятиями сводится к назначению цен $\alpha_i (\alpha_i \leq \alpha_c)$, руб/ед.объема; более того, для определенности считаем $\alpha_1 < \alpha_c, \alpha_2 = \alpha_c$; при этом

$$V_i = \frac{p_i(y_i)}{\alpha_i}; \quad \check{V}_i = \theta V_i; \quad \check{V}_1 + \check{V}_2 = c, \quad (67)$$

где $\theta_i (0 < \theta_i \leq 1)$ – коэффициенты продаж, обратно пропорциональны установленным ценам

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^k, \quad (68)$$

где k – коэффициент усиления различия цен; из (67), (68) нетрудно получить

$$\theta_1 = \frac{c\alpha_1}{p_1(y_1) + p_2(y_1) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{k+1}}, \quad \theta_2 = \frac{c\alpha_2 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{k+1}}{p_1(y_1) + p_2(y_1) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{k+1}}. \quad (69)$$

При этом может случиться, что в формуле (16) значение θ_1 превысит 1 ($\theta_1 > 1$), тогда естественно следует положить $\theta_1 = 1$, а

$$\theta_2 = \frac{c - p_1(y_1)}{p_2(y_2)} \alpha_2, \quad (70)$$

так что выполняются формулы (14).

3.3 Анализ и интерпретация результатов с использованием Mathcad

Для анализа воздействия различных параметров на поведение решений системы дифференциальных уравнений (59) - (60), описывающих взаимодействие двух предприятий в условиях конкуренции за рынки сбыта и ресурсов, используются так называемые базовые значения параметров деятельности предприятий.

Базовые значения этих параметров подобраны для иллюстрации типичных особенностей конкуренции между предприятиями, они не несут в себе абсолютного содержания, а отражают только отношение сравниваемых величин. При анализе влияния этих параметров на конкурентоспособность предприятий параметры второго предприятия остаются фиксированными, в то время как параметры первого предприятия изменяются в рамках разумных пределов.

В качестве базовых значений в дальнейших расчетах полагаются:

$C = 150$ или $C = 200$ – спрос продукции на рынке сбыта (руб/мес);

$\alpha = 4$ – цена продажи продукции, установленная на рынке (руб/ед.продукции);

$\tau_1 = 1$ и $\tau_2 = 0.9$ – начальные множители для цены продажи продуктов 1–ого и 2–ого предприятий (руб/ед.продукции);

$k = 21$ – коэффициент, отображающий усиление разницы в ценах на продукцию между конкурирующими предприятиями (б/разм);

$y_{10} = 10$ и $y_{20} = 100$ – начальные значения капитала для конкурирующих предприятий (руб.);

$x_{10} = x_{20} = 0$ – начальные значения прибыли у конкурирующих предприятий (руб.);

$A_1 = 150$ и $A_2 = 100$ – максимально возможное значение функции дохода при данном уровне организации производства (руб/ед.времени);

$b_1 = 250$ и $b_2 = 150$ – уровень полуоснащенности предприятия (значение y_i , при котором функция дохода принимает ровно половину максимально возможного значения) (руб);

$\sigma_1 = \sigma_2 = 0.9$ – коэффициент эффективности использования ресурсов ($0 \leq \sigma_i \leq 1$) (без разм.);

$\mu_1 = 0.07$ и $\mu_2 = 0.06$ – коэффициент расходов на обеспечение производства ($\mu_i y_i$ – текущие расходы на ремонт оборудования и материальное обеспечение штата сотрудников) (1/ед.времени);

$\gamma = 0.1\alpha$ – расходы на хранение излишков (руб/ед.продукции);

Интегрирование дифференциальных уравнений конкуренции двух предприятий в условиях ограничений на спрос продукции и ресурсы производится в математическом пакете Mathcad с использованием встроенной функции,

`rkfixed (ic, t0, t1, N, D),`

реализующей метод Рунге-Кутты с фиксированным шагом интегрирования; для запуска программы необходимо задать массив начальных данных `ic`, границы интервала интегрирования (`t0, t1`), общее количество шагов интегриро-

вания N , массив правых частей приведенной к нормальному виду системы дифференциальных уравнений D .

Функциональные отношения между увеличением прибыли и оснащённости выводятся в форме массивов данных, полученных в ходе численных экспериментов. Для визуализации результатов используются инструменты для построения графиков, доступные в математическом программном пакете Mathcad, а окончательная доработка изображений производится в графическом редакторе Paint. Код программы представлен в Приложении А.

Для начала необходимо провести расчёт границ в которых предприятия будут развиваться. Для этого мы используем соотношение критического уровня оснащённости предприятий. После этого можно провести расчёт работы предприятий в вычисленных границах. Значения уровня начального капитала и критические уровни оснащённости приведены в таблице 1:

Таблица 1 – Значения начального капитала и критических уровней оснащённости

y_{10}	y_{20}	y_{1c}	y_{2c}
10	400	208.667	420.820
10	300	208.667	420.820
10	200	214.753	389.795
10	100	273.759	273.759
10	50	336.929	205.006
10	10	387.853	179.797
100	10	387.853	179.797
200	10	387.853	179.797

Визуализация графиков развития уровня оснащённости предприятий показана на рисунке:

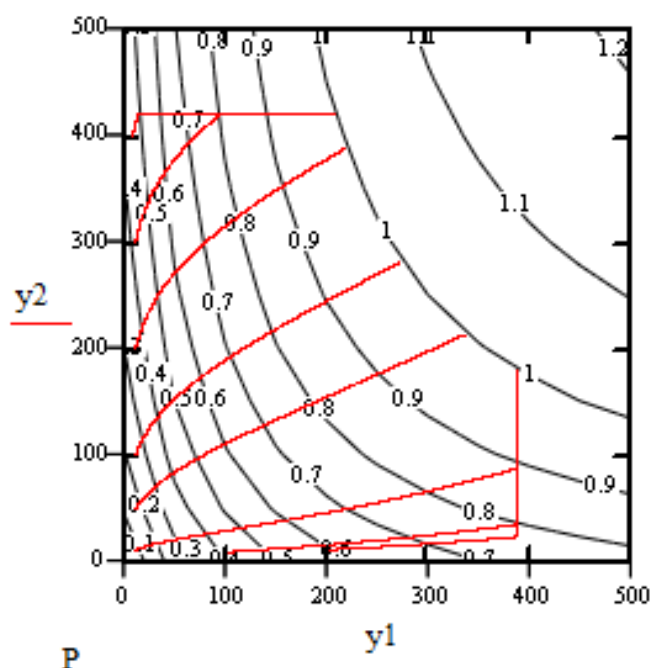


Рисунок 1 – Визуализация границ взаимодействия предприятий

при $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$; $c = 150$; $A_1 = 150$, $A_2 = 50$; $b_1 = 150$, $b_2 = 250$.

Анализ графика показывает что предприятия развиваются в строго определённой площади, ограниченной некоторой окрестностью точки (0,0) максимальными значениями критических уровней оснащённости, и линией уровня функции общего объёма производства при значении функции, равном единице.

Поперечные линии выражают траектории изображающих точек, координаты которых соответствуют уровням оснащённости конкурирующих предприятий. В зависимости от начальных условий (начальных значений y_1, y_2 оснащённости предприятий), которые предполагаются достаточно малыми, предприятия развиваются по соответствующим траекториям практически независимо друг от друга до тех пор, пока эти траектории не выходят на линию уровня $P(y_1, y_2) = 1$ – линию конфликтных интересов предприятий. В этот момент происходит полное насыщение рынка сбыта продукции, и дальнейшее независимое развитие предприятий становится невозможным. В противном случае возникает неконтролируемое перепроизводство товаров.

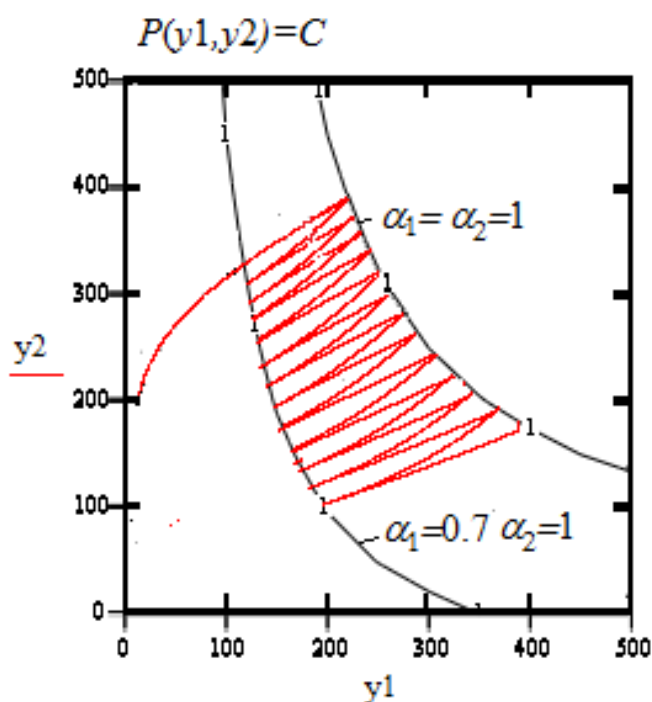


Рисунок 2 – Визуализация границ взаимодействия предприятий

На рисунке 2 демонстрируется гибкая стратегия 1-го предприятия с использованием механизма управления ценами на продукцию при статическом поведении 2-го предприятия в условиях конкуренции за рынок сбыта продукции.

Математическая модель с дополнительными значениями параметров

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0.9; \mu_1 = 0.07, \mu_2 = 0.05; \gamma = 0.1; k = 21$$

допускает подавляющее развитие 1-го предприятия за счет периодического понижения и восстановления цены продаж в пределах от $\alpha_1 = 0.7$ до $\alpha_1 = 1$ с соответствующим увеличением (уменьшением) объёма производства так, чтобы оставалось неизменным возможное значение функции дохода в случае полной реализации продукции,

$$p_1(y_1) = \alpha_1 V_1$$

При указанной стратегии организации производства 1-го предприятия траектория оснащённости предприятий, начинаясь, например, в точке $y_1 = 10, y_2 = 200$, далее достигает конфликтной линии $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, затем после понижения цены до $\alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = 1$ возвращается к вновь образовавшейся конфликтной линии $\alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = 1$, затем после восстановления старой цены возвращается на

старую конфликтную линию со смещением в более выгодное для 1-го предприятия состояние. Далее опять понижаем цену и циклы повторяются вплоть до максимально эффективного состояния для 1-го предприятия. При этом 2-му предприятию приходится сворачивать производство до минимально возможного.

а) Влияние соотношения начальных капиталов y_{10}, y_{20} на рост прибыли Dx_1, Dx_2 и оснащенность y_1, y_2 предприятий:

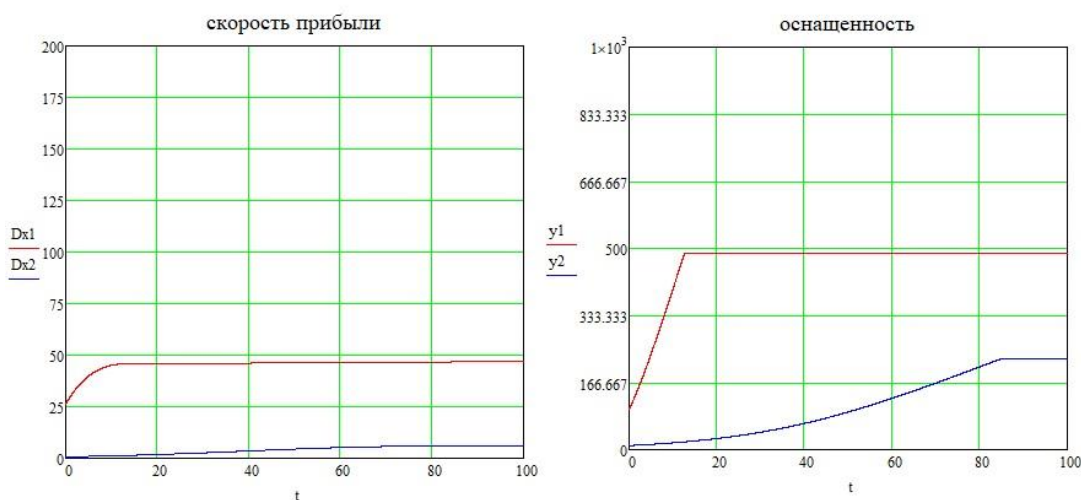


Рисунок 3 – Влияние начальных капиталов y_{10}, y_{20} на рост прибыли и оснащенность

Значения переменных:

$$\alpha_1 = 0.7; \alpha_2 = 1; c = 150; A_1 = 150, A_2 = 50; b_1 = 150, b_2 = 250.$$

В данном случае предприятия начинают со 100 единицами для первого предприятия и с 10 единицами для второго предприятия. Анализ зависимостей, изображенных на рисунке 3, говорит о том, что при прочих равных условиях и фиксированном начальном капитале происходит увеличение капитала предприятий в интервале $(0,100)$; Естественно, это приводит к повышению роста доходов.

Очевидно, что разные значения начального капитала дают разный результат.

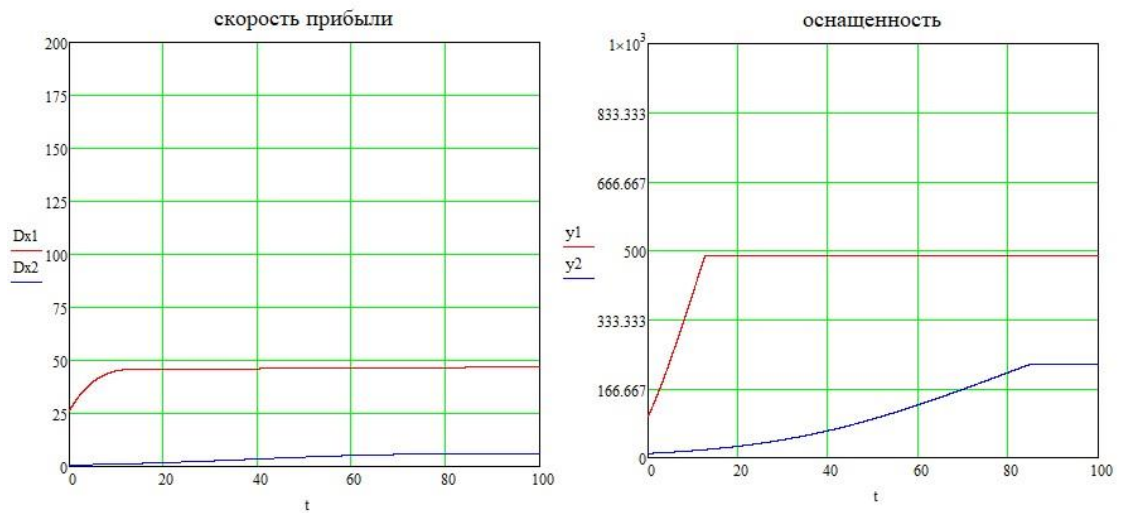


Рисунок 4 – Влияние начальных капиталов y_{10} , y_{20} на рост прибыли и оснащённость

Значения переменных:

$$\alpha_1 = 0.7; \alpha_2 = 1; c = 150; A_1 = 150, A_2 = 150; b_1 = 150, b_2 = 150.$$

В данном случае предприятия начинают со 100 единицами для обоих. При условии сильной ограниченности на прибыль и спрос, предприятия быстро выходят на максимальный уровень оснащённости и дохода.

$$\text{В обоих экспериментах } \sigma_1 = 0.9 = \sigma_2; \mu_1 = 0.05 = \mu_2.$$

б) Влияние неэффективного использования ресурсов ($0 \leq \sigma_i \leq 0.5$) на рост Dx_1 и Dx_2 прибыли предприятий.

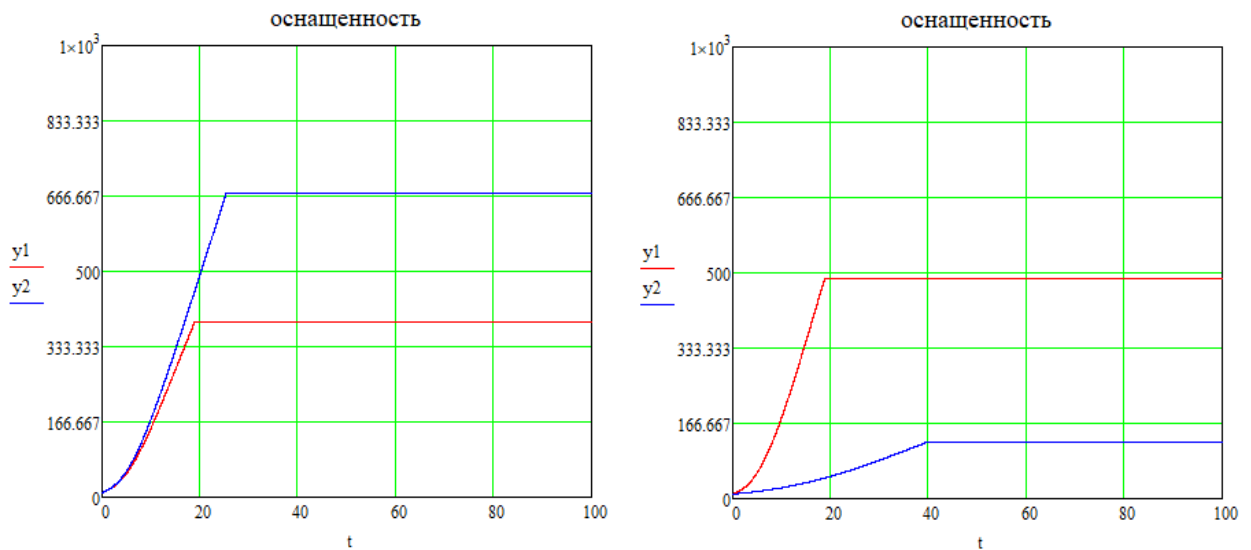


Рисунок 5 – Влияние эффективности использования ресурсов на рост прибыли

Значения переменных:

$$\alpha_1 = 0.7; \alpha_2 = 1; c = 150; A_1 = 150, A_2 = 150; b_1 = 150, b_2 = 150.$$

Анализ графика, представленного на рисунке 5, показывает, что при установленной цене продукции предприятий на уровне $\alpha = 4$ и при условии различия факторов эффективности использования ресурсов и расходов на обеспечение производства ($\sigma_1 = 0.9$ и $\sigma_2 = 0.3$, $\mu_1 = 0.05$ и $\mu_2 = 0.09$), даже незначительное снижение эффективности использования ресурсов или увеличение расходов второго предприятия вызывает уменьшение его доходов. В то же время, это приводит к достаточно быстрому росту доходов первого предприятия.

Это происходит за счет возможности расширения производства 1-ого предприятия. При этом понижение или повышение соотношения $\tau = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ цены продаж не влияет на рост или убыль доходов. Происходит это за счёт того, что предприятия пытаются либо наращивать своё производство, так как момент конкуренции

ещё не настал, либо в процессе конкуренции стараются установить новые, более выгодные для них цены, опираясь на факторы эффективности производства и на свой уровень оснащённости. Однако в данном случае это происходит в условиях сильной ограниченности на максимально возможную прибыль и оснащённость, поэтому предприятия не успевают войти в конкурентные отношения. Очевидно, что при неэффективном использовании ресурсов или высоких расходах, предприятие теряет в прибыли и становится неконкурентоспособным ещё до вступления в фазу борьбы за рынок.

в) Влияние соотношения $\tau = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ цены продаж на рост Dx_1 и Dx_2 прибыли

предприятий при значениях $A_1 = 300$ и $A_2 = 300$:

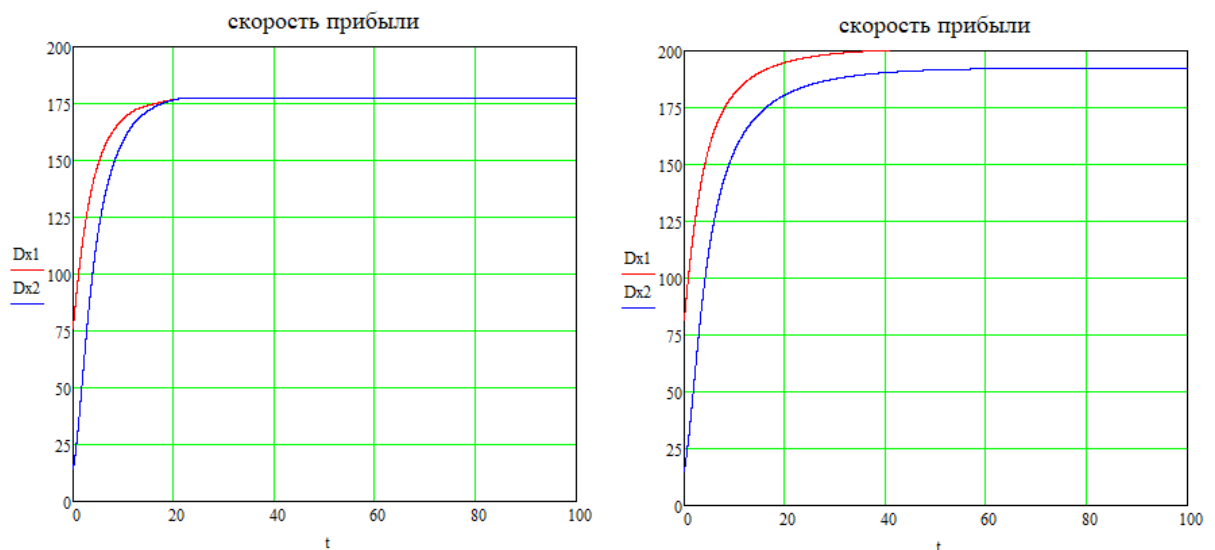


Рисунок 6 – Воздействие различий в ценах продуктов на прирост прибыли предприятий

Значения переменных:

$$\alpha_1 = 0.7; \alpha_2 = 1; c = 150; A_1 = 300, A_2 = 300; b_1 = 100, b_2 = 100.$$

Из анализа данных, представленных на рисунке, следует, что при изменении цены продажи продуктов для первого предприятия и прочих равных условиях, происходит значительный рост прибыли первого предприятия, и соответственно увеличение максимального уровня его дохода. Это зависит как от

начального капитала, так и от $k = 21$ – коэффициента усиления различия цен.

Уменьшение коэффициента до $k = 2$ ведёт к следующему результату:

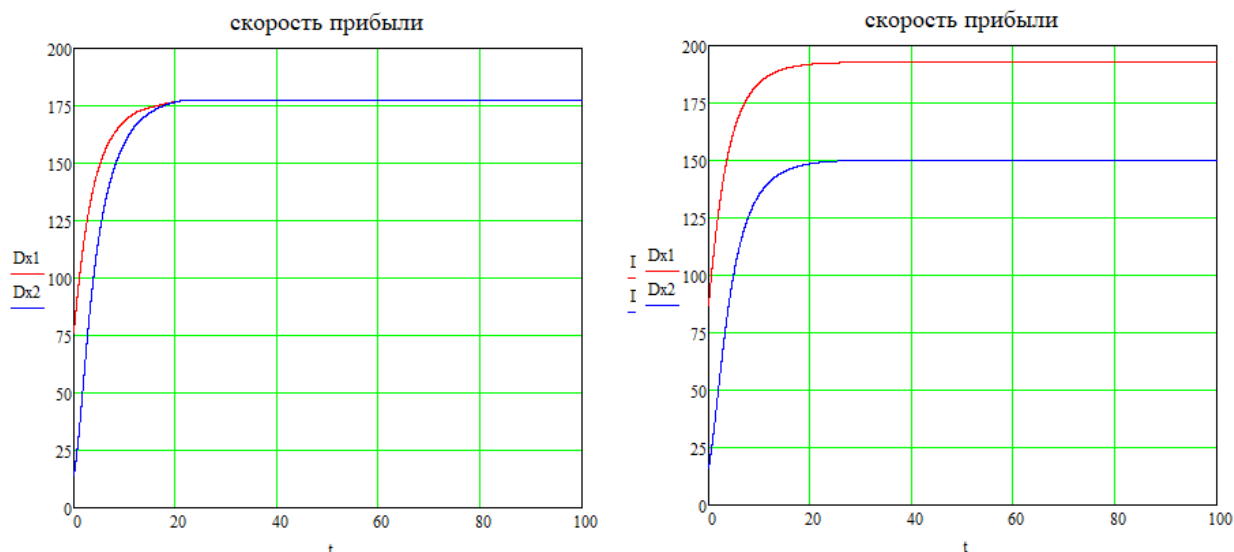


Рисунок 7 – Воздействие различий в ценах продуктов на прирост прибыли предприятий

Значения переменных:

$$\alpha_1 = 0.7; \alpha_2 = 1; c = 150; A_1 = 300, A_2 = 300; b_1 = 100, b_2 = 100.$$

Вследствие изменения коэффициента усиления различия цен даже незначительное изменение цены для первого предприятия ведёт к значительному росту его прибыли. В это же время второе предприятие быстро достигает максимума дохода, и более не может соревноваться с первым предприятием.

В обоих экспериментах $\sigma_1 = 0.9 = \sigma_2$; $\mu_1 = 0.05 = \mu_2$.

3.4 Проверка результатов

Сформированная математическая модель отражает характерные особенности деятельности предприятий при наличии конкуренции за источники ресурсов и рынок сбыта продукции. Ее достоверность обосновывается тем, что все элементы математической модели соответствуют объективным параметрам процесса.

Основные положения математической модели широко используются в

учебной и научной литературе. В научных работах акцент делается на теоретическое обоснование механизмов и принципов функционирования рынка, учебная литература направлена на изложение практических аспектов и методов эффективного управления торговыми операциями. Такое соответствие между теоретическими основами и практическими методами является ключевым для понимания экономических процессов и успешного ведения бизнеса в современной рыночной экономике.

Применяемый математический аппарат полностью адаптирован к анализу и планированию бизнес-процессов. Общая концепция построения математической модели соответствует теории баланса, которая позволяет количественно оценить взаимосвязь между различными компонентами эколого-экономической системы. В основе функционирования предприятия используется формула прибыли, которая равна произведению цены реализации продукции на объем продукции, в результате чего можно планировать и прогнозировать финансовые результаты деятельности предприятия.

Используемые дифференциальные уравнения позволяют отслеживать динамику конкурентного процесса предприятий. Эти уравнения позволяют моделировать изменения в уровне запасов, рост производительности или колебания спроса и предложения на рынке. Дифференциальные уравнения выступают в качестве инструмента для анализа основных процессов, в том числе для определения оптимальных стратегий управления и максимизации прибыли.

Математическое моделирование не только обеспечивает обоснованность принимаемых решений, но и способствует более глубокому пониманию взаимосвязей между экономическими факторами, что в свою очередь повышает эффективность управления и экономическую устойчивость предприятий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была построена новая математическая модель конкурентной борьбы двух предприятий с учетом характерных особенностей их деятельности, при ограничениях на спрос и ресурсы. Она включает в себя функцию доходов, расходы на оборудование и хранение избытков продукции. Были проанализированы существующие математические модели конкуренции предприятий в условиях ограниченного спроса и ресурсов. Выявлены ключевые факторы, влияющие на конкурентоспособность предприятий в таких условиях, и предложены методы их оптимизации.

Проведено исследование построенной модели как параметрической динамической системы с помощью математического пакета Mathcad. Для этого разработан алгоритм и составлена программа. Произведена оценка влияния параметров модели на рост прибыли и оснащенность конкурирующих предприятий. Установлено, что данная математическая модель допускает ситуацию, при которой гибкая ценовая политика одного из предприятий позволяет увеличить рост его доходов. Анализ показал важность правильного выбора и адаптации методов моделирования в зависимости от специфики конкуренции и ограничений.

Было установлено, что существующие теоретические подходы к моделированию конкуренции позволяют учитывать различные типы ограничений, такие как спрос и ресурсы.

Работа посвящена применению и реализации метода, позволяющего рассчитывать и спрогнозировать кривую взаимодействия двух предприятий, непрерывно оптимизирующих своё производство. Это метод, созданный на основе аппарата дифференциальных уравнений и математического анализа, и их реализацией методами математического и численного моделирования.

Как видно из результатов выполнения бакалаврской работы описанный метод показывает достаточную эффективность при исследовании задач предсказания развития предприятия и оптимизации его производства.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Авдашева, С. Б. Экономические основы антимонопольной политики: российская практика в контексте мирового опыта / С. Б. Авдашева, А. Е. Шаститко, Е. Н. Калмычкова // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2007. – Т. 11, № 1. 100 с.
- 2 Аматов, М. А. Исследование математической модели динамики численностей трех взаимодействующих популяций / М.А. Аматов, Г.М. Аматова, И. С. Кузнецова // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. Тамбов, – 2009. № 12. – 150 с.
- 3 Ахматова, М. Теоретические модели конкурентоспособности / М. Ахматова, Е. Попов // Маркетинг. – 2003. № 4. – 230 с.
- 4 Басовский, Л. Е. Экономика отрасли: учебное пособие / Л. Е. Басовский. М.: ИНФРА-М, – 2009. – 145 с. (Высшее образование). Бланк И. А. Инвестиционный менеджмент: учебный курс / И. А. Бланк. Киев: Эльга-Н: Ника-Центр, 2001. 448 с.
- 5 Бланк, И. А. Основы финансового менеджмента: В 2 т. / И. А. Бланк. Киев: Ника-Центр, – 1999. – Т. 2. – 512 с. (Библиотека финансового менеджмента; Вып. 7).
- 6 Блауг, М. Экономическая мысль в ретроспективе: учебник / М. Блауг. М.: Дело Лтд, – 1994. – 720 с.
- 7 Гаврилова, С. Н. Секторально-отраслевая структура региона как фактор повышения его конкурентоспособности / С. Н. Гаврилова, Е. А. Орлова. Екатеринбург: Изд-во Ин-та экономики УрО РАН, – 2007. – 233 с.
- 8 Логинова, Е. В. Региональная экономика: учебное пособие / Е. В. Логинова. – Красноярск: Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, 2020. – 68 с.
- 9 Ермишина, Е. Б. Макроэкономика: учебное пособие для студентов-бакалавров, обучающихся по направлению подготовки «Экономика» / Е. Б. Ермишина, Т. В. Долгова. – Краснодар, Саратов: Южный институт менеджмента, Ай

Пи Эр Медиа, 2017. – 276 с.

10 Ермишина, Е. Б. Микроэкономика: учебное пособие для студентов-бакалавров, обучающихся по направлению подготовки «Экономика» / Е. Б. Ермишина, Т. В. Долгова. – Краснодар, Саратов: Южный институт менеджмента, Ай Пи Эр Медиа, 2017. – 197 с.

11 Современные модели процессов конкуренции предприятий сферы услуг: монография / И. М. Куликов, А. С. Труба, В. П. Черданцев [и др.]. – Москва: Фонд развития и поддержки садоводства, 2018. – 92 с.

12 Ильина, В. Н. Конкуренция: учебное пособие / В. Н. Ильина. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2008. – 50 с.

13 Капустенко, И. С. Управление развитием кластеров в региональной экономике: учебное пособие / И. С. Капустенко. – Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2020. — 59 с.

14 Мазилкина, Е. И. Управление конкурентоспособностью: учебное пособие / Е. И. Мазилкина, Г. Г. Паничкина. – Саратов: Корпорация «Диполь», Ай Пи Эр Медиа, 2013. – 388 с.

15 Князькина, Е. В. Адаптация как фактор конкурентоспособности малых строительных предприятий региона в условиях нестабильной экономической ситуации: монография / Е. В. Князькина. – Самара: Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2011. – 98 с.

16 Современная оценка эффективности управления отраслевой экономикой региона: монография / Н. Н. Воробьев, А. Я. Глушко, С. В. Фролко [и др.]; под редакцией Н. Н. Воробьева. – Москва: Илекса, 2019. – 344 с.

17 Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике: учебное пособие / Б. А. Лагоша. – Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с.

18 Деминг, Э. Менеджмент нового времени: простые механизмы, ведущие к росту, инновациям и доминированию на рынке / Э. Деминг; перевод Т. Гуреш; под редакцией Ю. Адлера, В. Шпера. – Москва: Альпина Паблишер, 2024. – 182 с.

19 Машунин, Ю. К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике: учебное пособие / Ю. К. Машунин. – Москва: Логос, 2013. – 448 с.

20 Дякин, В. Н., Оптимизация производственных ресурсов промышленного предприятия в долгосрочном периоде : дис. канд. эк. наук : 25.02.04 / В. Н. Дякин ; ТГТУ. – Тамбов, 2004. – 214 с. : рис.

21 Созонов С. В., Управление оптимизацией производственной программы промышленного предприятия : дис. канд. эк. наук : 14.10.10 / С. В. Созонов ; ИжГТУ. – Ижевск, 2010. – 214 с. : рис.

22 Пономарева, С. В. Экономический анализ и оценка способов оптимизации эффективности и рыночной стоимости компании / С.В. Пономарева // экономический анализ: теория и практика. – 2012. – №38. – С. 24-28.

23 Новиков, М. Ю. Методы и алгоритмы оптимизации при решении экономических задач / М.Ю. Новиков // Международный научно-исследовательский журнал. – 2015. – №34. – С. 97-99.

24 Глухова Л. В. Оптимизация планирования производства на основе моделирования прогноза объемов продаж / Л. В. Глухова, И. А. Маштаков // Вестник Волжского университета им. В. Н. Татищева. – 2012. – №25. – С. 110-117.

25 Низамиев А.Ю. Оптимизация современного производства на основе компьютерного моделирования технологических процессов / А.Ю. Низамиев, А.А. Саеетшин, З.Т. Валишина, Е.Л. Матухин, А.В. Косточко // Вестник Казанского технологического университета. – 2017. – №6. – С. 121-123.

26 Парамонов Ф.И. Задача оптимизации при моделировании поточно-группового производства / Ф.И. Парамонов, Г.П. Ежов // Организатор производства. – 2008. – №.1 – С. 70-76.

27 Каменский Г.В. Моделирование и оптимизация процесса производства и поставки продукции / Г.В. Каменский // Транспортное дело России. – 2012. – №4. – С. 109-112.

28 Корытин С. И. Моделирование процесса оптимизации структуры производства/ И.А. Корытин, Ф.Т. Мамедова // Огарёв-Online. – 2021. – №12 – С. 1-

7.

29 Картамышев Н.А. Методы оптимизации производства на промышленном предприятии / Н.А. Картамышев // StudNet.– 2022. – №6. – С. 5648-5657.

30 Лютова И. И. Моделирование оптимальных объемов производства продукции / И.И. Лютова // Проблемы экономики и юридической практики. – 2012. – №6. – С. 368-371.

31 Сысоев А. Е. Моделирование конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы : дис. маг. : 20.06.24 / А. Е. Сысоев ; АмГУ. – Благовещенск, 2024. – 89 с. : рис.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Листинг вычислительной программы

```

ic1 := (
  P1 ←  $\frac{p1(y10)}{\alpha1}$ 
  P2 ←  $\frac{p2(y20)}{\alpha2}$ 
  F1 ← x10 if P1 + P2 ≤ C
  otherwise
    |
    |  $\theta1 \leftarrow \frac{C \cdot \tau^k}{P1 \cdot \tau^k + P2}$ 
    |  $\theta2 \leftarrow \frac{C}{P1 \cdot \tau^k + P2}$ 
    | if  $\theta1 > 1$ 
    |   |  $\theta1 \leftarrow 1$ 
    |   |  $\theta2 \leftarrow \frac{C - P1}{P2}$ 
    |   |
    |   | if  $\theta2 > 1$ 
    |   |   |  $\theta2 \leftarrow 1$ 
    |   |   |  $\theta1 \leftarrow \frac{C - P2}{P1}$ 
    |   |   |
    |   |   |  $y1P1 \leftarrow \frac{\theta1 \cdot b1 \cdot P1}{A1 - \theta1 \cdot P1}$ 
    |   |   | F1 ← x10 + y10 - y1P1
    |   |   | F1
    |   |   | F2 ← y10 if P1 + P2 ≤ C
    |   |   | F2 ← y1P1 otherwise
    |   |   | F2
    |   |   | F3 ← x20 if P1 + P2 ≤ C
    |   |   | otherwise
    |   |   |   |  $y2P2 \leftarrow \frac{\theta2 \cdot b2 \cdot P2}{A2 - \theta2 \cdot P2}$ 
    |   |   |   | F3 ← x20 + y20 - y2P2
    |   |   |   | F3
    |   |   |   | F4 ← y20 if P1 + P2 ≤ C
    |   |   |   | F4 ← y2P2 otherwise
    |   |   |   | F4
    |
  )

```

$$\begin{aligned}
D1Q(t, X) := & \left[\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} P10 \leftarrow \frac{p1(X_1)}{\alpha1} \\ P20 \leftarrow \frac{p2(X_3)}{\alpha2} \\ F1 \leftarrow \frac{\sigma1 \cdot \alpha1 \cdot P10 - \mu1 \cdot X_1}{2 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C}} \\ F1 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{l} F2 \leftarrow \left(1 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C} \right) \cdot F1 \text{ if } F1 > 0 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right| \\ F3 \leftarrow \frac{\sigma2 \cdot \alpha2 \cdot P20 - \mu2 \cdot X_3}{2 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C}} \\ \left| \begin{array}{l} F4 \leftarrow \left(1 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C} \right) \cdot F3 \text{ if } F3 > 0 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right| \end{array} \right] \\
\\
DC1(t, X) := & \left[\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} P10 \leftarrow \frac{p1(X_1)}{\alpha1} \\ P20 \leftarrow \frac{p2(X_3)}{\alpha2} \\ \theta1 \leftarrow \frac{C \cdot \tau^k}{P10 \tau^k + P20} \\ \theta2 \leftarrow \frac{C}{P10 \tau^k + P20} \\ \text{if } \theta1 > 1 \\ \left| \begin{array}{l} \theta1 \leftarrow 1 \\ \theta2 \leftarrow \frac{C - P10}{P20} \end{array} \right| \\ \text{if } \theta2 > 1 \\ \left| \begin{array}{l} \theta2 \leftarrow 1 \\ \theta1 \leftarrow \frac{C - P20}{P10} \end{array} \right| \\ F1 \leftarrow \theta1 \cdot \sigma1 \cdot \alpha1 \cdot P10 - \mu1 \cdot X_1 - (1 - \theta1) \cdot \gamma \cdot P10 \\ F1 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{l} F2 \leftarrow \left(1 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C} \right) \cdot F1 \text{ if } F1 > 0 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right| \\ F3 \leftarrow \theta2 \cdot \sigma2 \cdot \alpha2 \cdot P20 - \mu2 \cdot X_3 - (1 - \theta2) \cdot \gamma \cdot P20 \\ \left| \begin{array}{l} F4 \leftarrow \left(1 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C} \right) \cdot F3 \text{ if } F3 > 0 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right| \end{array} \right]
\end{aligned}$$

```

S1 := | j ← 0
      | for i ∈ 0..4
      |   S0j,i ← S0i
      | while j < N
      |   | t0 ← t00 + j·Δt
      |   | t1 ← t0 + Δt
      |   |   p1(S0j,2)
      |   | P1 ←  $\frac{\quad}{\alpha_1}$ 
      |   |   p2(S0j,4)
      |   | P2 ←  $\frac{\quad}{\alpha_2}$ 
      |   | for i ∈ 0..3
      |   |   ici ← S0j,i+1
      |   | S ← rkfixed(ic,t0,t1,1,DC1) if C ≤ P1 + P2
      |   | S ← rkfixed(ic,t0,t1,1,D1C) otherwise
      |   | S1,2 ← max(y11,0) if S1,2 > y11
      |   | S1,4 ← max(y22,0) if S1,4 > y22
      |   | j ← j + 1
      |   | for i ∈ 0..4
      |   |   S0j,i ← S1,i
      | S0

```

$$\begin{array}{l}
Dx_1^1 := \left| \begin{array}{l}
P10 \leftarrow \frac{p1(y_1^1)}{\alpha_1} \\
P20 \leftarrow \frac{p2(y_2^1)}{\alpha_2} \\
\text{if } P10 + P20 > C \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow \frac{C \cdot \tau^k}{P10 \tau^k + P20} \\
\theta_2 \leftarrow \frac{C}{P10 \tau^k + P20} \\
\text{if } \theta_1 > 1 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow 1 \\
\theta_2 \leftarrow \frac{C - P10}{P20}
\end{array} \right. \\
\text{if } \theta_2 > 1 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_2 \leftarrow 1 \\
\theta_1 \leftarrow \frac{C - P20}{P10}
\end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow 1 \\
\theta_2 \leftarrow 1
\end{array} \right. \\
F1 \leftarrow \frac{\sigma_1 \cdot \alpha_1 \cdot P10 - \mu_1 \cdot y_1^1}{2 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C}} \quad \text{if } P10 + P20 \leq C \\
F1 \leftarrow \theta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \alpha_1 \cdot P10 - \mu_1 \cdot y_1^1 - (1 - \theta_1) \cdot \gamma \cdot P10 \quad \text{otherwise} \\
F1
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
Dx_1^2 := \left| \begin{array}{l}
P10 \leftarrow \frac{p1(y_1^1)}{\alpha_1} \\
P20 \leftarrow \frac{p2(y_2^1)}{\alpha_2} \\
\text{if } P10 + P20 > C \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow \frac{C \cdot \tau^k}{P10 \tau^k + P20} \\
\theta_2 \leftarrow \frac{C}{P10 \tau^k + P20} \\
\text{if } \theta_1 > 1 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow 1 \\
\theta_2 \leftarrow \frac{C - P10}{P20}
\end{array} \right. \\
\text{if } \theta_2 > 1 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_2 \leftarrow 1 \\
\theta_1 \leftarrow \frac{C - P20}{P10}
\end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\theta_1 \leftarrow 1 \\
\theta_2 \leftarrow 1
\end{array} \right. \\
F3 \leftarrow \frac{\sigma_2 \cdot \alpha_2 \cdot P20 - \mu_2 \cdot y_2^1}{2 - \frac{P10}{C} - \frac{P20}{C}} \quad \text{if } P10 + P20 \leq C \\
F3 \leftarrow \theta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \alpha_2 \cdot P20 - \mu_2 \cdot y_2^1 - (1 - \theta_2) \cdot \gamma \cdot P20 \quad \text{otherwise} \\
F3
\end{array} \right.
\end{array}$$