

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования  
Направление подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика»  
Направленность (профиль) образовательной программы «Математическое и программное обеспечение информационных систем»

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ  
И.о. зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

на тему: Моделирование конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы

Исполнитель  
студент группы 2101-ом

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

А.Е. Сысоев

Руководитель  
доцент, канд. физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

В.В. Сельвинский

Руководитель научного  
содержания программы  
магистратуры  
профессор, д-р физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

А.Г. Масловская

Нормоконтроль  
старший преподаватель

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

А.Н. Дудин

Рецензент  
доцент, канд. техн. наук

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

О.В. Жилиндина

Благовещенск 2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

### ЗАДАНИЕ

К магистерской диссертации студента Сысоева Алексея Евгеньевича

1. Тема магистерской диссертации: «Моделирование конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы» (утверждена приказом от 17.01.2024 № 64-уч).

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 20.06.2024

3. Исходные данные к магистерской диссертации: отчет по преддипломной практике, отчеты по научно-исследовательской работе.

4. Содержание магистерской диссертации (перечень подлежащих разработке вопросов): экономические показатели конкурентоспособности предприятия, влияние ограниченности спроса и ресурсов на деятельность предприятия, математические модели конкуренции предприятий, конкурентный анализ данных

5. Перечень материалов приложения: листинг программного модуля для анализа конкуренции двух предприятий в среде Mathcad.

6. Консультанты по магистерской диссертации: рецензент доцент, канд. техн. наук О.В. Жилиндина; нормоконтроль – А.Н. Дудин, старший преподаватель.

7. Дата выдачи задания: 29.02.2024 г.

Руководитель магистерской диссертации: Сельвинский Владимир Владимирович, доцент, кандидат физ.-мат. наук.

Задание принял к исполнению (29.02.2024): \_\_\_\_\_ Сысоев А.Е.

## РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация содержит 89 с., 15 рисунков, 3 таблицы, 1 приложение, 31 источник.

### КОНКУРЕНЦИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, СПРОС, ПРЕДЛОЖЕНИЕ, РЕСУРСЫ, КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬ, ИНВЕСТИЦИИ, КОНКУРЕНТНЫЙ АНАЛИЗ

Конкуренция является одним из ключевых аспектов современной экономики, и ее анализ и моделирование имеют важное значение для принятия стратегических решений в бизнесе. В реальной экономической среде предприятия сталкиваются с рядом ограничений, таких как ограниченный спрос и ограниченные ресурсы, которые существенно влияют на их конкурентоспособность.

Актуальность исследования данной проблемы обусловлена необходимостью понимания механизмов конкуренции и разработки эффективных стратегий развития предприятий в условиях ограничений. Ограничения на спрос требуют от них разработки оптимальных стратегий продаж и маркетинга. Кроме того, ресурсные ограничения также играют важную роль в деятельности предприятий, определяя перспективы развития производства.

Целью диссертации является разработка математических моделей и методов анализа конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы. Для достижения этой цели были поставлены ряд задач, включая изучение существующих теоретических подходов к моделированию конкуренции, анализ ограничений на спрос и ресурсы, разработку математических моделей и методов анализа.

Полученные результаты могут быть полезны для предпринимателей, организующих деятельность предприятий, аналитиков, исследующих перспективы развития конкретного производства.

Результаты научно-исследовательской работы докладывались и обсуждались на студенческой научной конференции АмГУ «День науки», на региональной научно-практической конференции «Молодежь XXI века: шаг в будущее». За время работы над темой научного исследования были опубликованы 2 научные работы.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Теоретические основы моделирования конкуренции	9
1.1 Понятие и типы конкуренции в экономике	9
1.2 Роль моделирования в исследовании конкуренции	18
1.3 Ограничения на спрос и ресурсы как факторы конкуренции	28
1.4 Основные методы моделирования конкуренции	29
2 Анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями на спрос и ресурсы	31
2.1 Обзор литературы по моделированию конкуренции	31
2.2 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями на спрос	33
2.3 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями на ресурсы	34
2.4 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями и на спрос, и на ресурсы	37
3 Математическое моделирование конкуренции предприятий	56
3.1 Математическая модель функционирования предприятия в отсутствие конкуренции	56
3.2 Математическая модель конкуренции предприятий в условиях ограничений на ресурсы и сбыт продукции	63
3.3 Анализ и интерпретация результатов с использованием Mathcad	71
3.4 Проверка и валидация модели	78
Заключение	80
Библиографический список	82
Приложение А листинг программного кода	86

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящей диссертации рассматривается проблема моделирования конкуренции предприятий в условиях ограниченного спроса и ресурсов. Конкуренция - одно из ключевых понятий в экономике, и ее анализ и моделирование имеют важное значение для прогнозирования и принятия решений в бизнесе.

Однако в реальной экономической среде предприятия сталкиваются с рядом ограничений, которые оказывают влияние на их конкурентоспособность. Ограниченный спрос и ограниченные ресурсы являются наиболее значимыми ограничениями, с которыми сталкиваются предприятия.

Актуальность исследования. Исследование моделирования конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы является важным и актуальным в современной экономике.

Особенно с учетом того, что предприятия часто сталкиваются с ограничениями на спрос, то есть с ограниченностью количества потенциальных клиентов, которые могут приобрести их товары или услуги. Это означает, что предприятия должны конкурировать за доступных клиентов, и исследование моделирования конкуренции может помочь им определить оптимальные стратегии продаж и маркетинга для привлечения и удержания клиентов в условиях ограниченного спроса [5, с.12].

Кроме того, ресурсные ограничения также могут оказывать существенное влияние на деятельность предприятий. Это может быть связано с ограниченностью финансовых ресурсов, наличием ограничений на доступ к необходимым материалам или технологиям, а также с ограничением доступа к определенным рынкам или регионам. Исследование моделирования конкуренции с учетом ресурсных ограничений может помочь предприятиям определить, как эффективно использовать имеющиеся ресурсы и какие стратегии развития наиболее выгодны в условиях их ограниченности.

Таким образом, исследование моделирования конкуренции предприятий

при ограничениях на спрос и ресурсы имеет практическое значение, помогая предприятиям принимать обоснованные решения в условиях современной экономической реальности.

Целью диссертации является разработка математических моделей и методов анализа конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

- 1) Изучение существующих теоретических подходов к моделированию конкуренции предприятий.
- 2) Анализ и формализация ограничений, связанных с ограниченным спросом и ограниченными ресурсами.
- 3) Разработка математических моделей конкуренции предприятий с учетом ограничений на спрос и ресурсы.

Результаты данной диссертации могут быть полезны для руководителей предприятий, аналитиков и решающих лиц, которые занимаются анализом конкуренции и принятием стратегических решений. Разработанные модели и методы позволяют более точно прогнозировать и анализировать конкурентное поведение предприятий в условиях ограничений и выявлять оптимальные стратегии развития [9, с.42].

Выбор данной темы моделирования конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы обосновывается несколькими важными аспектами:

Актуальность темы: конкуренция на рынке является одной из основных характеристик современной экономики. Предприятия сталкиваются с ограничениями в виде конкурентов и необходимо учитывать ограниченный рынок спроса, а также ограниченные ресурсы. Поэтому моделирование конкуренции при этих ограничениях позволяет понять, какие факторы влияют на успех предприятия и какие стратегии могут привести к лучшим результатам. Исследовательский потенциал: моделирование конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы предоставляет возможность исследовать различные аспекты такой конкуренции. Например, можно изучать, как

различные факторы, такие как цены, качество продукции, рекламные усилия и т. д., влияют на долю рынка, прибыльность и успешность предприятия. Также можно исследовать, каким образом изменение ограничений на спрос и ресурсы может повлиять на конкуренцию и результативность предприятия.

Практическая значимость: результаты моделирования конкуренции при ограничениях на спрос и ресурсы могут быть полезными для предприятий и экономических аналитиков. Они могут использоваться для прогнозирования рыночной ситуации и определения оптимальных стратегий развития предприятий. Также результаты моделирования могут служить основой для принятия решений относительно аллокации ресурсов и разработки маркетинговых стратегий.

Таким образом, моделирование конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы является актуальным, имеет исследовательский потенциал и практическую значимость. Изучение данной темы позволит лучше понять механизмы конкуренции и поможет предприятиям принимать эффективные стратегические решения для достижения высокой конкурентоспособности.

# 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНКУРЕНЦИИ

## 1.1 Понятие и типы конкуренции в экономике

Конкуренция в экономике — это состояние рыночных отношений, при котором несколько участников стремятся получить общие ограниченные ресурсы (клиентов, сырье, рабочую силу и т.д.). Конкуренция способствует эффективному распределению ресурсов и стимулирует инновации и экономический рост.

В экономике выделяют несколько типов конкуренции:

1. Монополистическая конкуренция — это конкуренция между компаниями, которые производят схожие, но неидентичные товары. Участники этой формы конкуренции пытаются отличить свои товары по качеству, упаковке, маркетинговым акциям и т.д. Примеры монополистической конкуренции включают рынок обуви или косметики.

2. Олигополия — это рыночная структура, где несколько крупных компаний контролируют значительную часть рыночного спроса. Компании в олигополии часто действуют согласованно, например, устанавливая аналогичные цены, что может привести к снижению уровня конкуренции. Примеры олигополий включают рынок мобильных телефонов и автомобилей

3. Монополия - это ситуация, при которой на рынке присутствует единственный поставщик товара или услуги. В таких условиях отсутствует конкуренция, а государство вводит строгие регулятивные меры. Существуют естественные монополии, основанные на ограниченности ресурсов, и искусственные, создаваемые правительственными постановлениями. Примеры монополий включают государственные телекоммуникационные компании и международные нефтегазовые корпорации.

4. Полная (идеальная) конкуренция — это идеальная форма конкуренции, в которой существует множество небольших продавцов и покупателей, каждый из которых не имеет возможности влиять на цены или условия на рынке. Примерами полной конкуренции могут быть рынок

сельскохозяйственных товаров или финансовых инструментов.

Конкуренция в экономике предоставляет потребителям больше выбора и приводит к снижению цен и улучшению качества товаров и услуг.

Относится конкуренция к категориям экономики, сущность толкования которых не имеет однозначного толкования. В развитии и становления экономической мысли содержания в понятия «конкуренция» отражались различные аспекты. Можно выделить несколько подходов теоретических к понятию понимания экономического содержания «конкуренция». Изначально слово «конкуренция» вошло в теорию экономическую из языка бытового и в течение времени длительного обозначало только соперничество независимое двух или более лиц [15, с.22]. Именно поведенческий к подход трактовке категории конкуренции изначально установился в литературе экономической. Конкуренция рассматривалась как внутреннее свойство человека, ему по натуре присущее, которое проявляется естественным образом и в поведении экономическом людей, стремящихся к соперничеству.

Адама Смит в работе «Исследование о богатствах народов» попытался первым однозначно определить значение конкуренции. А. Смит писал, что уменьшение предложения немедленно вызовет конкуренцию среди потребителей, что повлияет на увеличение стоимости товаров. И наоборот, при излишнем предложении стоимость будет понижаться, и это падение будет тем сильнее, чем интенсивнее конкуренция между торговцами, пытающимися как можно скорее реализовать свой товар. А. Смит трактовал конкуренцию как «честное соперничество между продавцами за лучшие условия продажи своих товаров» и ассоциировал её с терминов «невидимой руки» рынка, под воздействием которого образуются стоимость на рынке.

Адам Смит, выдающийся экономист XVIII века, в своем труде «Исследование о природе и причинах богатства народов» («An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations»), изложил фундаментальные идеи, которые заложили основы современной экономической науки. Одной из ключевых концепций в его работе является идея о невидимой руке рынка,

которая утверждает, что индивидуальные действия, направленные на личную выгоду, могут приводить к положительным результатам для общества в целом.

Смит описал, как свободная конкуренция и отсутствие государственных вмешательств в экономику способствуют эффективному распределению ресурсов. Он подчеркивал важность разделения труда, которое приводит к увеличению производительности и экономическому росту. По его мнению, в условиях свободного рынка производители будут стремиться к максимальной эффективности, что приведет к снижению цен и улучшению качества товаров и услуг.

Смит также критиковал монополии и меркантилизм, считая, что они препятствуют свободному обмену и экономическому развитию. Он выступал за политику свободной торговли, утверждая, что она принесет выгоды всем участвующим сторонам.

В «Исследовании о богатствах народов» Адам Смит заложил основы экономического либерализма и рыночной экономики, которые продолжают оказывать влияние на экономическую теорию и политику по сей день.

Неортодоксальный метод интерпретации конкурентного поведения, одним из основоположников которого считается британский экономист Альфред Маршалл, представляет собой подход, отличающийся от традиционных взглядов на конкуренцию. Маршалл внес значительный вклад в экономическую науку, развивая теории, которые учитывают сложные взаимодействия между различными экономическими агентами.

Его метод включал детальный анализ микродинамики рынков, особое внимание к поведению фирм и потребителей, а также учет факторов неопределенности и ожиданий. Маршалл рассматривал конкуренцию как процесс, в котором фирмы стремятся к инновациям и повышению эффективности, чтобы улучшить свои позиции на рынке. Он подчеркивал, что конкуренция стимулирует экономический рост и развитие, способствуя созданию новых технологий и улучшению качества продукции.

Маршалл также ввел понятие «ценовой эластичности спроса» и

«предельной полезности», что позволило лучше понять, как изменения в ценах и доходах влияют на потребительское поведение. Его работы положили основу для дальнейшего развития теорий конкуренции, которые учитывают динамические и эволюционные аспекты рыночного взаимодействия [9, с.42].

Следовательно предполагается, что способность без ограниченного выбора приводит к состязанию, и к сотрудничеству. Изучая последствия открытой конкуренции, Маршалл выделяет её плюсы по сопоставлению с другими экономическими укладами. Он выделял несколько ключевых преимуществ этой системы по сравнению с альтернативными экономическими моделями.

- Эффективное распределение ресурсов. Маршалл утверждал, что свободная конкуренция приводит к наиболее эффективному использованию ресурсов. Поскольку фирмы конкурируют друг с другом, они стремятся минимизировать издержки и оптимизировать производственные процессы, что в конечном итоге приносит пользу всему обществу.

- Стимулирование инноваций. В условиях конкуренции компании постоянно ищут способы улучшить свою продукцию и производственные методы. Это стимулирует инновации и технологический прогресс, что приводит к общему экономическому росту.

- Ценовая эффективность. Конкуренция заставляет фирмы снижать цены до уровня, при котором они могут привлечь наибольшее количество потребителей, сохраняя при этом прибыль. Это приводит к установлению равновесных цен, которые отражают реальные затраты на производство и спрос на товары и услуги.

- Повышение качества. Чтобы выжить в конкурентной среде, компании вынуждены улучшать качество своей продукции и обслуживания. Это создает дополнительные выгоды для потребителей, которые получают лучшие товары и услуги за свои деньги.

- Гибкость и адаптивность. Конкурентные рынки обладают большей гибкостью и способностью быстро адаптироваться к изменениям в

потребительских предпочтениях и технологических новшествах. Это позволяет экономике быстрее реагировать на внешние и внутренние изменения.

Маршалл подчеркивал, что эти преимущества делают свободную конкуренцию предпочтительной экономической системой по сравнению с монополиями и централизованным планированием. Он также признавал, что, несмотря на все плюсы, конкуренция может иметь и негативные последствия, такие как социальное неравенство и неустойчивость занятости, что требует определенного государственного вмешательства для смягчения этих проблем.

Подход Альфреда Маршалла к анализу свободной конкуренции, подчеркивающий единственность, устойчивость и детерминированность баланса, нашел свое отражение в теории общего равновесия Леона Вальраса. Леон Вальрас, французский экономист, внес значительный вклад в развитие экономической теории, особенно в области общего равновесия.

Теория общего равновесия Леона Вальраса

Основные положения теории:

- Единственность равновесия. Вальрас предполагал, что на каждом рынке существует единственное равновесие, где спрос равен предложению.

Это равновесие является уникальным для данного набора начальных условий, таких как предпочтения потребителей, технологии и ресурсы.

- Устойчивость равновесия. Согласно Вальрасу, рынки имеют тенденцию к движению к равновесию через процесс «нащупывания» (*tâtonnement*).

В этом процессе цены корректируются до тех пор, пока не достигнется точка, в которой все рынки находятся в равновесии.

- Детерминированность равновесия. В теории Вальраса равновесие определяется системой уравнений, в которых переменными являются цены и объемы продукции.

Детерминированность означает, что, зная начальные условия, можно предсказать равновесные цены и объемы.

Процесс «нащупывания». Вальрас ввел концепцию «нащупывания» как метод достижения равновесия на рынках.

В этом процессе предполагается, что цены регулируются до тех пор, пока все излишки не будут устранены и рынки не придут к равновесию.

Процесс «нащупывания» демонстрирует, как относительные цены, устанавливаемые на рынках свободной конкуренции, соответствуют решениям системы уравнений.

#### Влияние Маршалла на Вальраса

Маршалл и Вальрас оба рассматривали рынки как динамичные системы, стремящиеся к равновесию. В то время как Маршалл акцентировал внимание на частичном равновесии, Вальрас разработал более общий подход, охватывающий все рынки одновременно.

Частичное равновесие Маршалла. Фокусировался на отдельных рынках и анализировал их равновесие независимо от других рынков.

Использовал кривые спроса и предложения для объяснения цен и объемов.

Общее равновесие Вальраса. Рассматривал все рынки как взаимосвязанные и влияющие друг на друга.

Разработал систему уравнений, описывающую равновесие на всех рынках одновременно.

Таким образом, подход Маршалла к единственности, устойчивости и детерминированности равновесия в условиях идеальной конкуренции был расширен и формализован Вальрасом в его теории общего равновесия. Эта теория стала фундаментом для дальнейших исследований в области экономики и до сих пор оказывает значительное влияние на экономическую науку.

Американский экономист Эдвард Чемберлин внес значительный вклад в экономическую теорию, разработав концепцию монополистической конкуренции. Его работа, «Теория монополистической конкуренции», опубликованная в 1933 году, стала одной из основополагающих в понимании рыночной структуры и поведения фирм.

Основные идеи Эдварда Чемберлина:

- Дифференциация товаров. Чемберлин утверждал, что в условиях реального рынка фирмы стремятся выделиться и отличаться друг от друга путем

дифференциации своих продуктов. Это означает, что каждая компания старается создать уникальные характеристики для своего товара, чтобы сделать его более привлекательным для определенной группы потребителей.

Создание субрынков. В результате дифференциации товаров возникает множество субрынков, в рамках которых каждая фирма фактически действует как частичный монополист. Эти субрынки формируются из-за уникальных свойств товаров, которые привлекают конкретные сегменты потребителей.

Частичный монополизм. В субрынках фирмы имеют определенную рыночную власть, поскольку потребители воспринимают их продукцию как уникальную и незаменимую. Это позволяет фирмам устанавливать собственные цены на товары, которые могут быть выше, чем в условиях совершенной конкуренции. Таким образом, каждая фирма, несмотря на наличие конкурентов, обладает монопольной властью в своем сегменте рынка.

Установление цен. В условиях монополистической конкуренции фирмы могут устанавливать цены, которые отражают их уникальные затраты и потребительскую воспринимаемость товара. Это отличает их от фирм в условиях совершенной конкуренции, где цены диктуются исключительно рыночными силами спроса и предложения.

Вклад в экономическую теорию. Эдвард Чемберлин показал, что реальный рынок редко соответствует условиям совершенной конкуренции. Вместо этого, большинство рынков характеризуется наличием множества фирм, каждая из которых предлагает дифференцированный продукт. Это привело к более глубокому пониманию рыночной структуры и стратегий фирм, а также к развитию новых моделей анализа рыночного поведения.

Концепция монополистической конкуренции Чемберлина оказала значительное влияние на дальнейшие исследования в области экономической теории и политики. Она помогла объяснить, почему на многих рынках цены и качество товаров могут варьироваться, и почему фирмы инвестируют в рекламу и маркетинг для создания уникальных брендов и продуктов [4, с.12].

Майкл Портер, выдающийся американский экономист и профессор

Гарвардской школы бизнеса, внес значительный вклад в понимание конкурентоспособности фирм и стран. В своей работе «Конкурентное преимущество наций» (1990), он развил концепцию «Национального ромба», которая описывает, как различные факторы влияют на конкурентоспособность.

Основные идеи Майкла Портера, противодействие через инновации:

Портер подчеркивает, что предприниматели, являющиеся руководителями производства, играют ключевую роль в создании конкурентных преимуществ. Они делают это, внедряя новые сочетания ресурсов и занимаясь инновациями. Инновации могут включать новые технологии, методы производства, маркетинговые стратегии и продукты, которые помогают фирмам выделиться на рынке.

Фокус на адаптации к технологическим изменениям:

Портер утверждает, что уровень конкурентоспособности компаний и стран зависит не столько от структуры рынка или уровня развития конкурентных отношений, сколько от их способности адаптироваться к технологическим изменениям. Компании, которые быстро адаптируются к новым технологиям и интегрируют их в свои бизнес-процессы, имеют больше шансов на успех в долгосрочной перспективе.

Национальный ромб. Портер разработал модель «Национального ромба», которая включает четыре взаимосвязанных детерминанта конкурентных преимуществ:

- Факторные условия. Наличие квалифицированной рабочей силы, инфраструктуры и природных ресурсов.
- Условия спроса. Характер внутреннего спроса на продукцию и услуги компании.
- Связанные и поддерживающие отрасли. Наличие конкурентоспособных смежных отраслей, которые способствуют инновациям и эффективности.
- Стратегия, структура и соперничество фирм. Условия, в которых создаются, организуются и управляются компании, а также интенсивность конкуренции на внутреннем рынке.

Инновации как ключ к конкурентоспособности. Портер подчеркивает, что инновации являются основным двигателем конкурентоспособности. Компании, которые постоянно инвестируют в исследования и разработки, обучают своих сотрудников и стремятся к улучшению своих продуктов и процессов, могут успешно конкурировать на глобальном рынке.

Пример использования теории. Портер приводит примеры стран и компаний, которые смогли добиться высоких уровней конкурентоспособности благодаря эффективной адаптации к технологическим изменениям. Например, Япония и Германия известны своими высокотехнологичными отраслями, такими как автомобилестроение и электроника, где инновации играют ключевую роль.

Майкл Портер существенно расширил понимание конкурентоспособности, акцентируя внимание на важности инноваций и адаптации к технологическим изменениям. Его работы помогли сформировать современные стратегии управления и экономической политики, направленные на укрепление конкурентных позиций как отдельных фирм, так и целых наций.

Динамический взгляд на конкуренцию рассматривает её как непрерывный процесс эволюции рынка, а не как статичное состояние. В этом подходе конкуренция понимается как движущая сила, которая определяет характер изменений не только на рынке в целом, но и внутри отдельных фирм.

Основные аспекты динамического подхода:

- Процесс эволюции. Конкуренция рассматривается как постоянный процесс, в котором компании стремятся адаптироваться к изменениям в среде, технологическим новшествам и изменяющимся предпочтениям потребителей. В отличие от статического подхода, который фиксирует момент времени и анализирует текущие рыночные условия, динамический подход фокусируется на изменениях и развитии.

- Внутренняя часть рыночной среды. Конкуренция является неотъемлемой частью рыночной среды. Она влияет на все аспекты бизнеса, включая стратегическое планирование, инновации и производственные процессы.

Компании вынуждены постоянно адаптироваться и совершенствоваться, чтобы

оставаться конкурентоспособными.

- Определяющий характер изменений. Конкуренция стимулирует изменения как на уровне рынка, так и внутри фирм. На уровне рынка это может проявляться в виде новых продуктов, услуг или бизнес-моделей.

Внутри фирм конкуренция приводит к улучшению внутренних процессов, внедрению инноваций и повышению эффективности работы.

- Технологические инновации. В высокотехнологичных отраслях, таких как IT и биотехнологии, компании постоянно соревнуются за лидерство, вводя новые технологии и продукты. Это приводит к быстрому развитию рынка и постоянному обновлению продуктовых линеек.

- Адаптация к изменениям потребительских предпочтений. В потребительском секторе компании должны быстро реагировать на изменения вкусов и предпочтений клиентов. Например, тенденция к здоровому питанию заставляет производителей продуктов питания разрабатывать новые, более полезные продукты.

- Глобализация и международная конкуренция. Глобальные рынки увеличивают конкуренцию между компаниями из разных стран. Это вынуждает фирмы улучшать свои производственные процессы и снижать издержки, чтобы оставаться конкурентоспособными на международной арене.

Динамический взгляд на конкуренцию подчеркивает её роль как движущей силы рыночных изменений. Компании, которые успешно адаптируются к постоянно меняющимся условиям, могут добиться значительных конкурентных преимуществ. Этот подход помогает лучше понять, как конкуренция влияет на долгосрочное развитие рынка и стратегическое поведение фирм.

## **1.2 Роль моделирования в исследовании конкуренции**

Моделирование играет важную роль в исследовании конкуренции, так как позволяет улучшить понимание динамики рынка, прогнозировать поведение компаний и оценивать влияние различных факторов на конкурентные отношения.

Вот некоторые способы, которыми моделирование может быть включено

в исследование конкуренции:

- Моделирование рыночной структуры: Моделирование может помочь в анализе структуры рынка, включая количество и размеры конкурирующих фирм, степень концентрации рынка и типы конкуренции (монополистическая конкуренция, олигополия, монополия и т. д.).

- Моделирование поведения фирм: С использованием моделей можно исследовать различные стратегии, которые могут быть предприняты фирмами в условиях конкуренции. Например, модели можно использовать для исследования влияния ценовой политики, маркетинговых стратегий, инноваций и других факторов на конкуренцию.

- Моделирование конкурентных взаимодействий: Моделирование может помочь в изучении взаимодействия между конкурирующими фирмами, а также их взаимодействия с потребителями и другими участниками рынка. Например, моделирование может помочь в понимании того, как изменение стратегии одной фирмы может повлиять на остальные фирмы на рынке.

- Прогнозирование конкурентной ситуации: Модели могут использоваться для прогнозирования будущего состояния рынка и конкурентных отношений. Например, моделирование может быть использовано для прогнозирования изменений в спросе, предложении и ценах на рынке.

Моделирование позволяет исследователям проводить эксперименты и изучать различные сценарии, которые могут произойти на рынке. Это помогает принять более обоснованные решения и разработать стратегии, которые позволят компаниям конкурировать более успешно.

Важной особенностью рыночной экономики является свобода выбора. Экономический успех формируется в условиях конкурентной борьбы компаний. Экономико-математическое моделирование является актуальной задачей анализа экономических объектов и экономического прогнозирования. Рассмотрим динамическую задачу конкуренции на мировом рынке трех конкурирующих компаний (I, II, III) за последние годы. В основу положена следующая математическая модель:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_1x_1 + a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 - a_{13}x_1x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_2x_2 + a_{22}x_2^2 + a_{21}x_1x_2 - a_{23}x_2x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= a_3x_3 + a_{33}x_3^2 + a_{31}x_1x_2 - a_{32}x_2x_3\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt}$  — скорости изменения долей рынка или чистой прибыли компаний I, II, III соответственно;  $x_1, x_2, x_3$  — доли рынка или чистая прибыль компаний I, II, III, соответственно. Идея построения такой модели основана на модели «хищник- жертва» Лотки-Вольтерра [1].

Обозначения коэффициентов:

$a_i$  — коэффициент «рождаемости»  $i$ -ой компании (или вида), который описывает темп роста компании  $i$  в отсутствие конкуренции:

$a_1$  — коэффициент рождаемости компании I.

$a_2$  — коэффициент рождаемости компании II.

$a_3$  — коэффициент рождаемости компании III.

$a_{ii}$  — коэффициент «смертности»  $i$ -ой компании, который описывает внутренние ограничения на рост компании  $i$ , такие как насыщение рынка или внутренние ограничения:

$a_{11}$  — коэффициент смертности компании I.

$a_{22}$  — коэффициент смертности компании II.

$a_{33}$  — коэффициент смертности компании III.

$a_{ij}$  — коэффициент, описывающий степень подавления  $i$ -ой компании (или вида)  $j$ -ой компанией (или видом), который показывает, как конкуренция со стороны компании  $j$  влияет на компанию  $i$ :

$a_{12}$  — степень подавления компании I компанией II.

$a_{13}$  — степень подавления компании I компанией III.

$a_{21}$  — степень подавления компании II компанией I.

$a_{23}$  — степень подавления компании II компанией III.

$a_{31}$  — степень подавления компании III компанией I.

$a_{32}$  — степень подавления компании III компанией II.

Интерпретация модели. Рождаемость ( $a_i$ ): Этот коэффициент отражает способность компании расти в отсутствие конкуренции. Чем выше значение  $a_i$ , тем быстрее компания может увеличивать свою долю рынка или прибыль без учета конкурентов.

Смертность ( $a_{ii}$ ): Этот коэффициент учитывает внутренние ограничения компании, такие как насыщение рынка, ограниченность ресурсов или управленческие проблемы. Высокое значение  $a_{ii}$  указывает на сильное внутреннее ограничение роста компании.

Конкурентное влияние ( $a_{ij}$ ): Эти коэффициенты показывают, как конкуренция со стороны других компаний влияет на компанию. Если  $a_{ij}$  положительное, это означает, что компания  $j$  способствует росту компании  $i$ . Если отрицательное, это указывает на конкурентное давление, уменьшающее долю рынка или прибыль компании  $i$ .

На рисунке 1 представлены реальные данные чистой прибыли компаний [2]-[4], позволяющие сделать выводы о том, что в большей степени идет поглощение со стороны компании III. Отметим, что на прибыли компаний I и II в 2009 году сказался кризис, но это не повлияло на прибыль компании III. В 2014 году компания I несет небольшие убытки, а прибыль III резко падает в связи с валютным кризисом в России. На чистой прибыли компании II это никак не сказывается, однако, она несет убытки не во время самого кризиса, а после него (в 2015-2016 гг.).

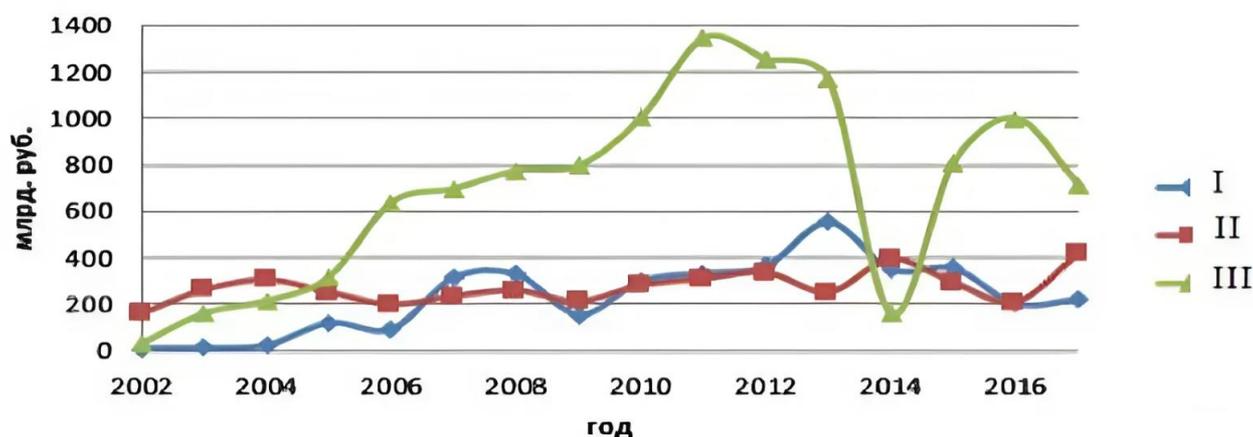


Рисунок 1 - Чистая прибыль компаний за последние годы

Проведено описание динамики чистой прибыли компаний с помощью модели (1), которая представляет собой систему дифференциальных уравнений [5, 6]. Вычислены коэффициенты рождаемости, смертности, а также степени подавления между предприятиями. Коэффициент рождаемости  $a_i$  – это отношение значений чистой прибыли компаний в разные годы. Коэффициент смертности  $a_{ij}$  – отношение значений прибыли и чистой прибыли компаний в разные годы. Полученные результаты занесены в таблицу 1.

Таблица 1 – Коэффициенты рождаемости и смертности для компаний

Год	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_{11}$	$a_{22}$	$a_{33}$
2004	11.24648	2.10024	4.75143	1.83122	1.88222	1.98434
2005	10 59781	1.76812	4 42557	1.59834	1.59834	1.35683
2006	9.55061	1 44827	3 90507	1 43503	1 43503	1.28294
2007	2.120904	0.940562	4.12056	0.936182	1.260075	0.860421
2008	4.784835	0.84309	3.062327	0.96443	1 105317	0.924509
2009	3 392539	0 93359	1 941586	0 965093	1 017728	0 97956
2010	1 486282	1 101048	1 555906	1.047904	1 018553	1.015199
2011	1.07138	1.16434	1.490418	1.058864	1.022252	0.993139
2012	1.250781	1.321661	1.589594	1.053026	1.029193	0.980709
2013	1 597708	1 196518	1 467111	1 024567	1 023797	1 001508
2014	1.605563	1.224507	0.821677	1.031698	1.034218	1.147358
2015	1.25974	1.011794	0.592324	1.055646	1.026437	1.193895
2016	0.722709	0.998249	0.521074	1.071129	1 179012	1.190627
2017	0,613386	0,937289	0,977207	0,700869	0,688987	0,674734

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что

наибольшее значение коэффициента рождаемости имеет компания I (в 2004 г.), а наименьшее значение имеет компания III (в 2016 г.). Наибольшее значение коэффициента смертности имеет компания III (в 2004 г.), а наименьшее компания II (в 2017 г.). На рисунках 2-4 представлены зависимости коэффициентов рождаемости и смертности от времени, для каждой компании.

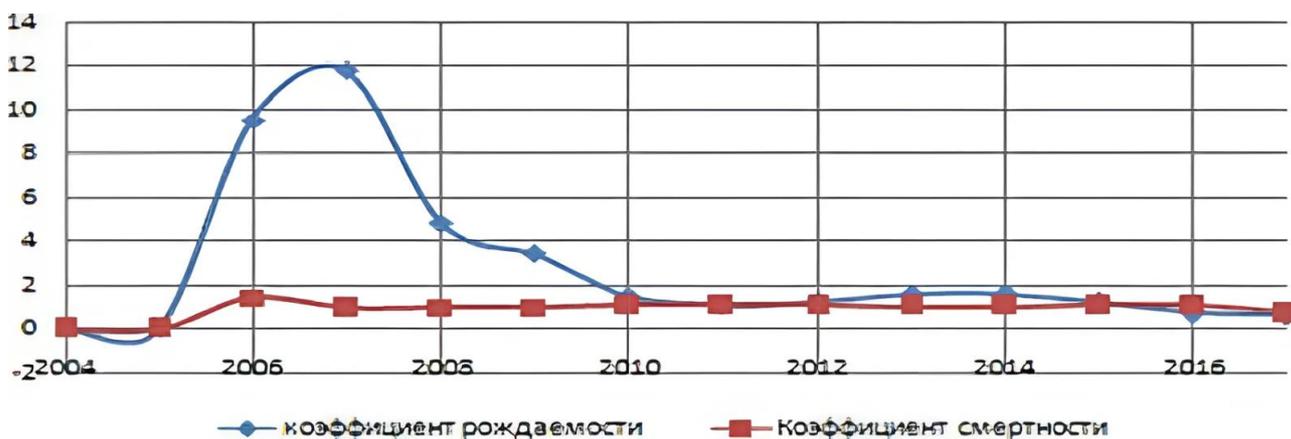


Рисунок 2 – Значения коэффициентов рождаемости и смертности для компании I

Из анализа графика (рисунок 2) следует, что коэффициент рождаемости значительно превышает коэффициент смертности.

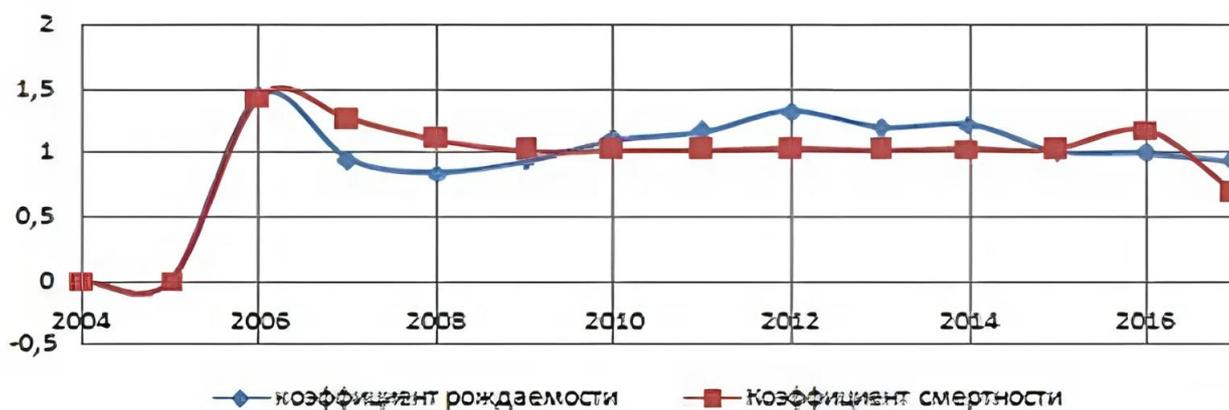


Рисунок 3 – Значения коэффициентов рождаемости и смертности для компании II

График (рисунок 3) показывает, что коэффициент рождаемости незначительно превышает коэффициент смертности, а иногда опускается ниже коэффициента смертности.

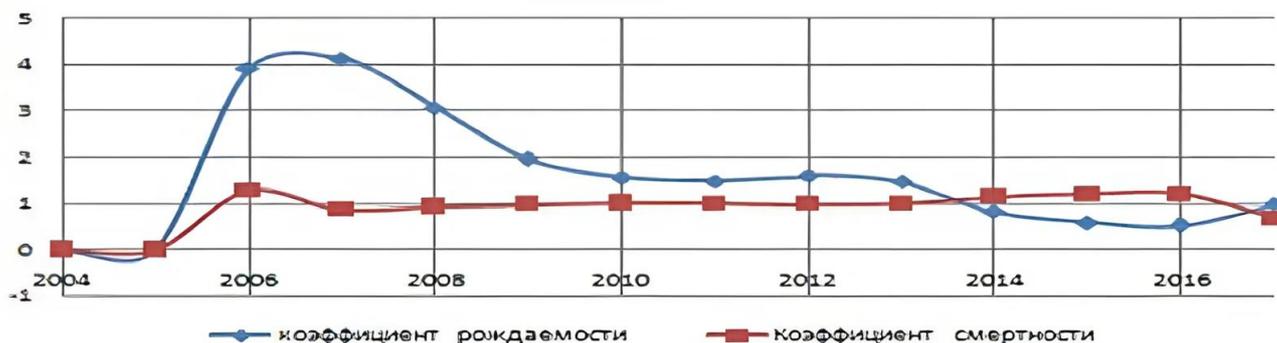


Рисунок 4 – Значения коэффициентов рождаемости и смертности для компании

### III

Можно сделать вывод (Рисунок 4), что коэффициент рождаемости преимущественно превышает коэффициент смертности, но иногда опускается ниже коэффициента смертности. Если коэффициент рождаемости выше коэффициента смертности, то шансы, что компания будет расширяться, увеличиваются. Если же коэффициент смертности выше коэффициента рождаемости, то увеличатся шансы на сокращение компании. И, как следствие, меняется прибыль компаний. С помощью регрессионного анализа и программы «Statistica» вычислены коэффициенты, показывающие степень подавления  $a_{ij}$  между компаниями. Полученные данные представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Степень подавления компаний

год	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$
2004	0.07305	0.0588	8,232	0,8072	10,1695	1,239
2005	-1,2159	0,724	-0.2869	-0.1393	1.3058	-1.0652
2006	0,20756	7.86E-08	1,1415	2.5E-07	0,694914	-0,9434
2007	1.47	0.315358	0,0732	-0.0836	0.8875	-4.721
2008	116	0,3792	0,69807	0,33549	2,0203	2,97025
2009	1.2091	0.347639	0.7048	0.31697	1.9207	3.00441
2010	2,275	0,20788	0,3423	0,20259	0,3699	2.3955
2011	1.857	0.3041	0.5332	0.17069	2.5563	4.998
2012	1,1764	0,1321	0,84977	0,1103	4,111	4,751
2013	-2.486	-1.239	-0.331	0.328	-0.68	1.3507
2014	-0,8549	0,0414	-0,2606	-0,075	0,9641	-5,725
2015	-1,4894	0,0929	-0,5924	-0,0903	2,638	-6,448
2016	-1.1773	0.1802	-0.4695	-0.1438	3.158	-6.919
2017	0,7722	-0,1299	0,87246	-0,2053	-3,264	-4,565

Анализ полученных коэффициентов (таблица 2) показывает, что большее

количество положительных коэффициентов имеет компания III. Это означает, что данная компания в меньшей степени обречена на разорение по сравнению с компаниями I и II. С помощью полученных коэффициентов построим модель конкуренции компаний. Для прогнозирования на 2015-2017 годы возьмем данные за 2014 год в качестве начальных условий, тогда система примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 1,62x_1 - 1,05x_1 + 0,86x_1x_2 - 0,04x_1x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = 1,34x_2 - 1,03x_2 + 0,26x_2x_1 + 0,07x_2x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = 1,21x_3 - 0,96x_3x_1 + 5,73x_3x_2 \end{cases} \quad x_1(t_0) = 394 \quad x_3(t_0) = 157$$

Для прогноза чистой прибыли компаний, решена система (2) методом Рунге-Кутты четвертого порядка, преимуществом которого является возможность использования переменного шага, что позволяет учитывать локальные особенности искомой функции. На рисунке 5 представлены зависимости чистой прибыли предприятий с 2014 г. по 2022 г.

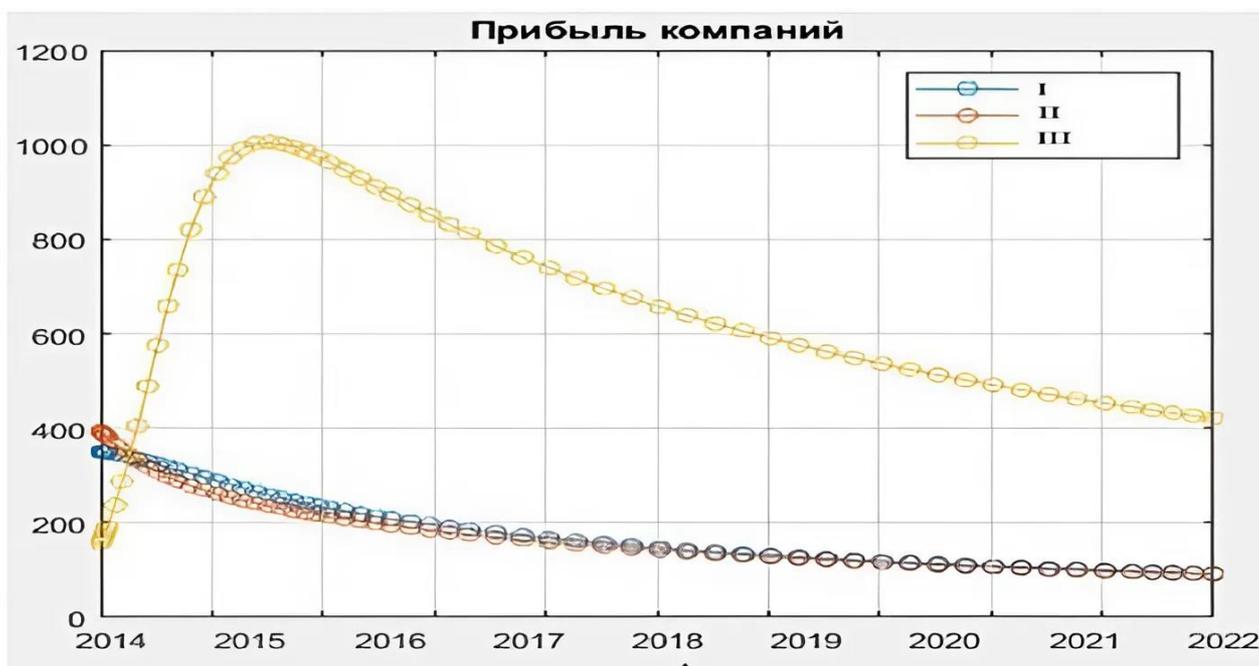


Рисунок 5 – Моделирование годовой прибыли компаний

Графическая интерпретация (Рисунок 5) прогноза прибыли компаний. позволяет нам сделать выводы о том, что наблюдается резкий скачок прибыли

компании III с 2014 по 2015 гг., а с 2016 года прибыль компании монотонно убывает. Резких скачков у компаний I и II не наблюдается: прибыль компаний монотонно убывает, причем значения прибыли этих двух компаний близки. Из вышеперечисленных результатов следует, что система находится в стабильном состоянии, т.е. компании способны сосуществовать на рынке.

Для сравнения модельных данных с реальными, построены графики модельных и эмпирических данных для нефтегазовых компаний (Рисунок 6,7).

Модельные данные, полученные с помощью численного решения методом Рунге-Кутты в программе «Matlab», совпадают с реальными как качественно, так и количественно с небольшой погрешностью, что говорит о возможности применения модели для дальнейшего прогнозирования

### Эмпирические данные

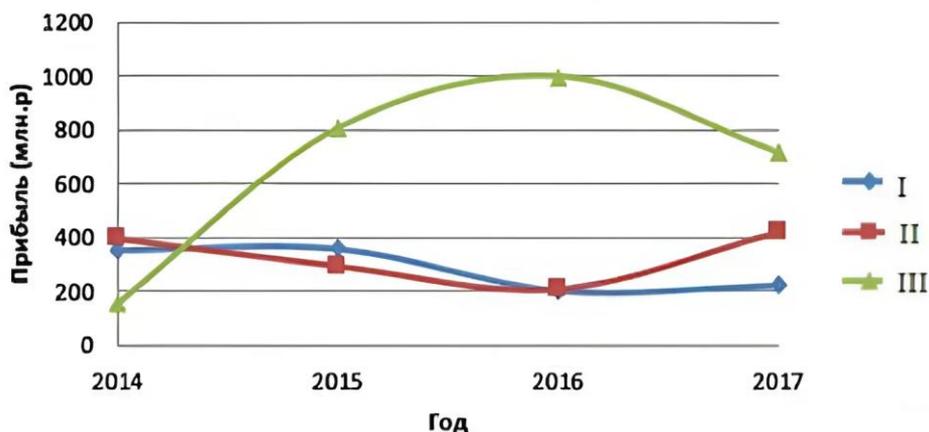


Рисунок 6 - Реальные данные нефтегазовых компаний

### Модельные данные

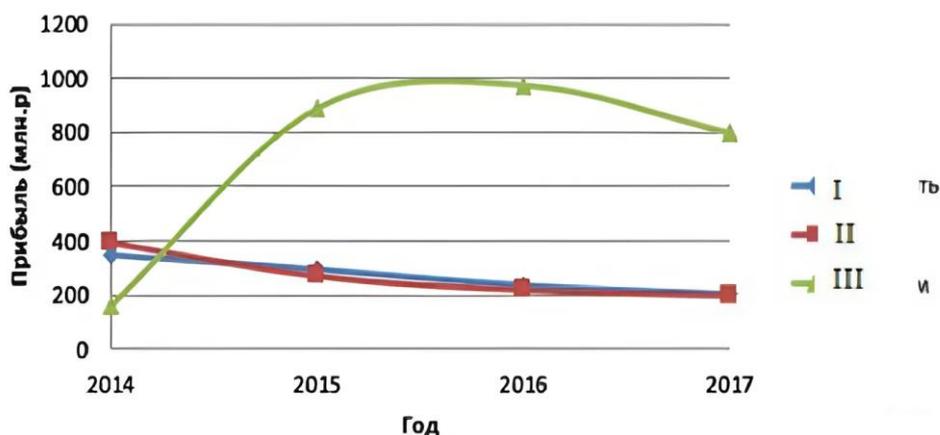


Рисунок 7 - Модельные данные нефтегазовых компаний

Для поиска оптимальных решений составим линейную систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,64 = 1,05x_1 - 0,68x_2 + 0,04x_3 \\ 1,34 = 1,03x_2 - 0,26x_1 + 0,07x_3 \\ 1,21 = 1,1x_3 - 0,96x_1 - 5,73x_2 \end{cases} \quad (3)$$

Решив систему, получаем точку пересечения трех плоскостей с координатами  $x=(3,67;3,32;15,15)$ , каждая координата является положительной. Это определяет возможность устойчивого существования трех конкурирующих компаний, при котором они все «выживают» в рамках своих возможностей. Реализуем программу расчета фазовых траекторий с различными начальными параметрами и построим трехмерный график в фазовом пространстве на основе полученных результатов.

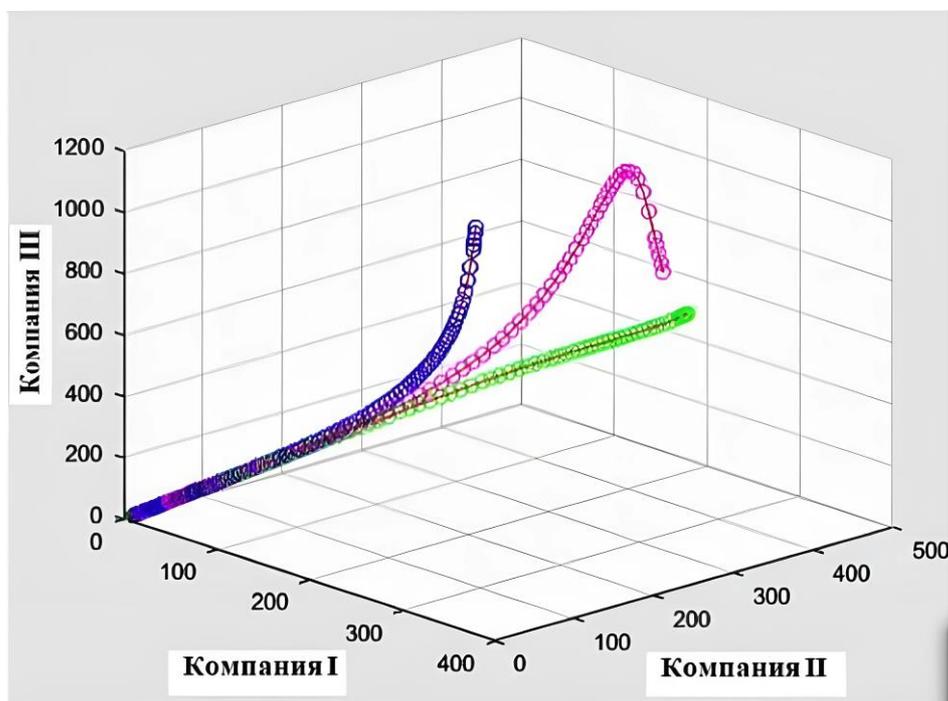


Рисунок 8 – Фазовое пространство системы

Набор реализаций представлен на рисунке 8, где конкурентная борьба приводит (после затухающих колебаний) к установлению некоторого стационарного состояния, выражающего равновесие компаний. Особая точка, к

которой подобным образом стремится решение уравнений (3), называется устойчивым фокусом.

При любом начальном условии состояние системы через некоторое время становится близко к стационарному и стремится к нему при. На рисунке 9 изображено фазовое пространство, а также точка пересечения трех фазовых плоскостей. Итак, в статье смоделировано взаимодействие компаний в современных условиях. На основе модели «хищник-жертва» построена математическая модель конкуренции предприятий, рассчитаны прогнозируемые значения прибыли компаний и показана возможность их устойчивого сосуществования.

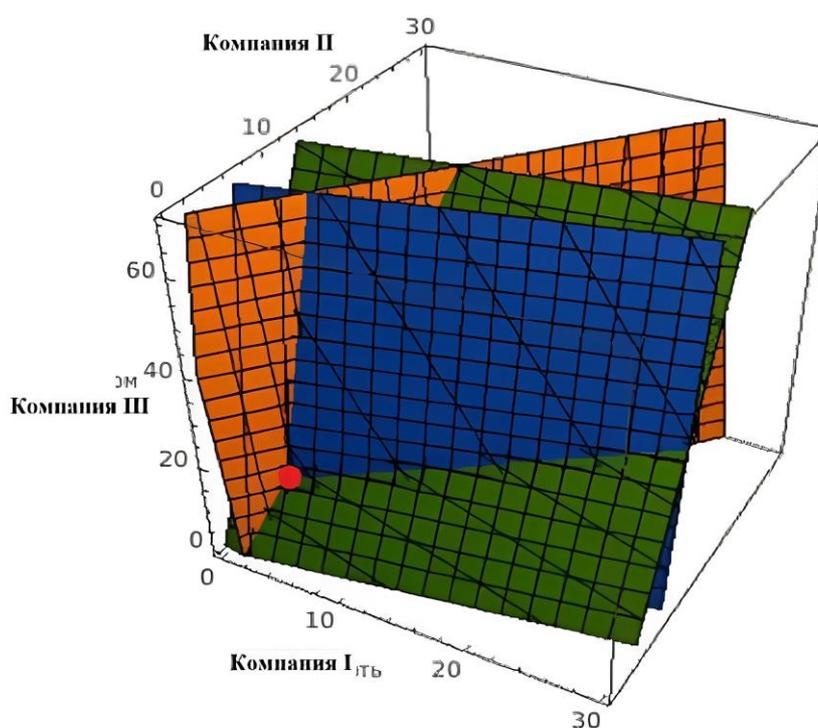


Рисунок 9 - Пересечение трех плоскостей в точке равновесия

### 1.3 Ограничения на спрос и ресурсы как факторы конкуренции

Ограничения на спрос и ресурсы являются важными факторами конкуренции.

- Ограничения на спрос. Когда спрос на товар или услугу ограничен, возникает конкуренция между различными поставщиками, чтобы привлечь ограниченное число покупателей. Компании стараются разработать эффективные маркетинговые стратегии и уникальные предложения, чтобы

привлечь больше клиентов. Ограниченный спрос также может привести к более высоким ценам и снижению конкурентоспособности, поскольку потребители имеют ограниченный выбор и не могут легко переключаться на других поставщиков.

- Ограничения на ресурсы: Ресурсы, такие как сырье, трудовые ресурсы и финансы, являются ограниченными в любой отрасли или экономике. Компании должны конкурировать за доступ к этим ресурсам, чтобы производить свои товары или услуги. Недостаток ресурсов может привести к повышению их стоимости и ухудшению конкурентоспособности компаний, которые зависят от этих ресурсов. Конкуренция может возникнуть также в сфере поддержки, например, при формировании стоимости банковского кредита или при найме квалифицированных сотрудников.

Общий эффект ограничения спроса и ресурсов заключается в создании конкурентной среды, где компании вынуждены сражаться за свою долю рынка и доступ к необходимым ресурсам. Это стимулирует инновации, снижение цен и повышение качества товаров и услуг в конечном итоге, благодаря чему покупатели могут выбирать из большего количества опций.

#### **1.4 Основные методы моделирования конкуренции**

Основные методы моделирования конкуренции включают:

- Метод игровой теории: используется для анализа соотношения стратегий и результатов в конкурентной среде. Включает в себя модели, такие как игры с нулевой суммой, игры с ненулевой суммой и другие.

- Метод анализа статистических данных: позволяет изучить исторические данные о конкурентных действиях и результатах предприятий для выявления тенденций и закономерностей. Включает в себя методы регрессионного анализа, временных рядов, анализа панельных данных и другие.

- Метод моделирования агентного поведения: основывается на моделировании действий отдельных агентов (предприятий) и их влияния на конкуренцию. Включает в себя методы булевых сетей, агентных моделей и другие.

- Методики определения рыночной структуры: позволяют исследовать уровень конкуренции на рынке. Включают в себя методы концентрации рынка, индексы Герфиндаля-Хиршмана, конкурентного баланса и другие.

- Методы сравнительного анализа: помогают сравнить уровень конкуренции в различных отраслях или странах. Включают в себя методы анализа конкурентной позиции, анализа структуры рынка и другие.

## 2 АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ КОНКУРЕНЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА СПРОС И РЕСУРСЫ

### 2.1 Обзор литературы по моделированию конкуренции

С 2018 по 2023 год в российской литературе было выпущено несколько интересных произведений, посвященных моделированию конкуренции. Вот несколько из них:

1. «Игра с неизвестным исходом» - роман Алексея Иванова, в котором автор рассматривает сценарии и стратегии конкуренции в современном мире.

Книга предлагает читателям новые взгляды на процессы конкуренции и принятие решений.

2. «Конкуренция: успех или поражение?» - книга Ивана Егорова, где он анализирует конкуренцию в современном обществе, выявляет главные причины успеха и поражения. Автор предлагает свои собственные методики моделирования конкуренции, которые помогут читателям строить успешную карьеру.

3. «Моделирование конкуренции: новые технологии» - книга Александра Петрова, которая представляет новые подходы и методы моделирования конкуренции в бизнесе. Автор рассматривает техники, основанные на искусственном интеллекте и аналитике данных, которые помогут предсказывать результаты конкуренции и разрабатывать успешные стратегии.

4. «Побеждать в конкуренции: новые идеи» - книга Николая Смирнова, в которой автор предлагает свои уникальные идеи и подходы к моделированию конкуренции. Он проводит анализ успешных компаний и предлагает читателям новые стратегии и методы, которые помогут добиться успеха в конкурентной среде.

5. «Моделирование конкуренции на рынке товаров» - Эта работа, опубликованная в 2018 году, представляет собой обзор различных моделей конкуренции на рынке товаров. Авторы рассмотрели ее с разных точек зрения, включая экономический анализ, игровую теорию и компьютерное

моделирование. В результате получены ценные выводы о том, как моделирование может помочь в изучении конкуренции и принятии решений на рынке.

6. «Игровые модели конкуренции на рынке услуг» - Эта работа, выпущенная в 2019 году, посвящена разработке игровой модели конкуренции на рынке услуг. Авторы использовали методы игровой теории и компьютерного моделирования для анализа конкурентной динамики на рынке услуг. Исследование позволило выявить основные факторы, влияющие на успешность компании в условиях конкуренции.

7. «Влияние моделирования конкуренции на принятие решений в бизнесе» - Опубликованная в 2020 году работа рассматривает, как моделирование конкуренции может помочь предпринимателям принимать более обоснованные решения. Авторы исследовали эффекты различных факторов, таких как цены, спрос и инновации, на конкуренцию на рынке. Результаты исследования позволяют бизнесменам сделать более точные прогнозы и выбрать наиболее эффективные стратегии конкуренции.

8. «Моделирование конкуренции на рынке новых технологий» - Эта работа, опубликованная в 2021 году, посвящена моделированию конкуренции на рынке новых технологий. Авторы исследовали влияние инноваций, технологического развития и других факторов на конкурентную борьбу между компаниями. Результаты исследования могут быть полезными для компаний, занимающихся разработкой и внедрением новых технологий.

9. «Агентно-ориентированные модели конкуренции на рынке» - Эта работа, вышедшая в 2022 году, представляет собой обзор различных агентноориентированных моделей конкуренции на рынке. Авторы рассмотрели наиболее популярные подходы к моделированию конкуренции с использованием агентных моделей и исследовали их применение на реальных данных. Результаты работы могут быть полезными для разработки новых моделей и алгоритмов конкуренции на рынке.

Это лишь некоторые примеры работ, опубликованных с 2018 по 2023 годы,

которые исследуют моделирование конкуренции. Однако это достаточно для понимания того, что данная тема является активной и продолжает привлекать внимание исследователей.

Эти книги предлагают различные подходы к моделированию конкуренции и помогут читателю получить новые знания и навыки в этой области. Они способствуют развитию мышления и помогают лучше понять процессы, связанные с конкуренцией в современном мире.

## **2.2 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями на спрос**

Существует несколько моделей конкуренции с ограничениями на спрос, которые объясняют поведение фирм и рынков.

Одной из таких моделей является модель монополистической конкуренции. В этой модели на рынке действует множество мелких фирм, каждая из которых производит схожие, но неидентичные товары. Каждая фирма обладает определенной рыночной властью и может устанавливать цены независимо от других фирм. Однако фирмы сталкиваются с ограничениями на спрос, так как потребители предпочитают разнообразные товары и могут легко переключаться на альтернативные продукты. В результате фирмы конкурируют за потребителей, предлагая различные товарные характеристики и устанавливая разнообразные цены [11, с.22].

Другой моделью конкуренции с ограничениями на спрос является модель олигополии. В этой модели на рынке присутствуют несколько крупных фирм, которые оказывают значительное влияние на рыночные цены и количества. Фирмы могут действовать взаимодействуя друг с другом, например, через соглашения о ценах или квотах производства. Они также сталкиваются с ограничениями на спрос, так как, хотя и могут влиять на цены, но не могут контролировать всю рыночную долю. Фирмы могут принимать стратегические решения, чтобы максимизировать свою прибыль, учитывая ограниченный спрос на рынке.

Еще одной моделью конкуренции с ограничениями на спрос является

модель культурной привилегированности. В этой модели фирма пытается создать уникальные бренды или продукты, чтобы привлечь и удержать клиентов. Фирмы вкладывают большое количество ресурсов в маркетинг и рекламу, чтобы создать преимущество в восприятии товара потребителями. Однако, они сталкиваются с ограничениями на спрос, так как потребители могут иметь ограниченные доходы или предпочтения, которые отличаются от продукта фирмы.

Анализ этих моделей конкуренции с ограничениями на спрос позволяет понять, как фирмы принимают решения о ценообразовании, производстве и маркетинге при ограниченном спросе. Он также позволяет оценить влияние этих ограничений на прибыль фирм и эффективность рынков.

### **2.3 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями на ресурсы**

Существует несколько моделей конкуренции с ограничениями на ресурсы, которые используются в экономической теории для анализа взаимодействия фирм на рынке.

- Модель монополистической конкуренции: Эта модель предполагает, что на рынке существует большое число мелких фирм, которые производят товары, близкие, но не совершенно идентичные. Каждая фирма имеет некоторую степень власти на рынке, поскольку потребители могут предпочесть их товары из-за их некоторых особенностей или маркировки. Также фирмы сталкиваются с ограничениями на ресурсы, такими как капитал, труд и сырье. В данной модели конкуренты стремятся максимизировать свои прибыли путем установления цен и выпуска товаров.

- Модель олигополии: Эта модель предполагает, что на рынке существует небольшое число крупных фирм, которые доминируют на рынке. Они конкурируют друг с другом и имеют значительную власть на рынке. Фирмы сталкиваются с ограничениями на ресурсы и стараются максимизировать свои прибыли путем установления цен, контроля над рыночной долей и инноваций.

- Модель монополии: в этой модели на рынке существует только одна

фирма, которая контролирует все или большую часть рынка. Фирма имеет значительную власть и может устанавливать цены и контролировать количество выпускаемого товара. В данной модели ресурсы ограничены и монополист стремится максимизировать свою прибыль.

Все эти модели имеют свои преимущества и ограничения при анализе конкуренции с ограничениями на ресурсы. Например, модель монополистической конкуренции может объяснить возникновение дифференциации товаров, в то время как модель монополии позволяет понять последствия эксклюзивного контроля над ресурсами. Эти модели могут быть использованы для изучения рыночных условий, принятия управленческих решений и анализа эффективности рынка.

Планомерно проводимая конкуренция и её последствия.

Когда конкуренция проводится систематически, это приводит к снижению конечной стоимости продукции и, соответственно, к уменьшению доходов. В результате у конкурирующих фирм возникает желание и необходимость устранить своих соперников, чтобы сохранить или увеличить свою долю на рынке.

Модели конкуренции. Модели конкуренции формируются в зависимости от уровня ограничений конкуренции. На основе ключевых факторов рыночной структуры, можно выделить два типа конкуренции: совершенная и несовершенная конкуренция.

Совершенная конкуренция. Совершенная конкуренция относится к такому рыночному механизму, который эффективно выполняет функции производственного регулятора. Эту модель также называют честной или свободной конкуренцией. Она характеризуется следующими фундаментальными признаками:

- Многочисленность продавцов и покупателей. На рынке присутствует множество продавцов и покупателей, что обеспечивает высокий уровень конкуренции.

- Стандартизированные товары. Все предприятия производят

стандартизированные товары, которые практически не отличаются друг от друга.

- Небольшие вложения для создания производства. Для организации производства требуются небольшие инвестиции, что позволяет новым участникам легко входить на рынок и выходить из него.

- Маленькие масштабы производства. Объемы производства отдельных предприятий невелики, поэтому ни одно предприятие не может существенно повлиять на рыночные цены.

- Справедливый доступ к информации. Все участники рынка имеют равный доступ к информации о ценах, качествах товаров и условиях торговли, что обеспечивает прозрачность и честность конкуренции.

Последствия для фирм-конкурентов. Поскольку планомерно проводимая конкуренция ведет к снижению цен и уменьшению доходов, фирмы стремятся устранить своих конкурентов, чтобы усилить свои позиции на рынке. Это может привести к различным стратегиям, включая слияния и поглощения, улучшение качества продукции, снижение издержек и внедрение инноваций.

Несовершенная конкуренция. В отличие от совершенной конкуренции, несовершенная конкуренция возникает в тех рыночных структурах, где отсутствует хотя бы один из признаков совершенной конкуренции. К видам несовершенной конкуренции относятся:

Монополия: Рынок контролируется одной фирмой, которая диктует цены и условия.

Олигополия: Несколько крупных фирм доминируют на рынке и могут координировать свои действия.

Монополистическая конкуренция: Многие фирмы предлагают дифференцированные товары, что позволяет им иметь некоторую степень рыночной власти.

Понимание различий между совершенной и несовершенной конкуренцией помогает лучше понять, как различные рыночные структуры влияют на поведение фирм, ценовую политику и эффективность распределения ресурсов.

В условиях совершенной конкуренции рынок работает наиболее эффективно, обеспечивая оптимальные цены и качество продукции для потребителей.

В развитых странах в экономике чаще всего не существует монополий, контролирующих полностью товарный рынок. Монополией, на практике, чаще всего называют компанию, которая контролирует значительную часть своего рынка. Малая часть рынка распределена между несколькими небольшими фирмами, которые не в состоянии конкурировать с крупным монополистом. Примером такой монополии является алмазный синдикат «Де Бирс», контролирующей 80-85% мирового производства алмазов [14, с.87].

#### **2.4 Описание и анализ существующих моделей конкуренции с ограничениями и на спрос, и на ресурсы**

Эволюция теории морфологии рынка тесно связана с современными изменениями в деловой среде, где рынок рассматривается не только как площадка для купли-продажи товаров и услуг, но и как комплекс экономических отношений в процессе обмена товарами.

Типы конкуренции на рынке. В экономической литературе выделяют несколько типов конкуренции на рынке. Для обобщения и наглядного представления приведем в таблице классификационные признаки и основные черты, характерные для ключевых моделей рынка и соответствующих видов конкуренции.

Монополистический (закрытый) рынок определяется ситуацией, когда определенный вид продукции или услуги на национальном или региональном уровне производится только одним хозяйствующим субъектом. Это создает условия для монопольной власти, когда компания может диктовать цены и условия на рынке.

Основные черты монополистического рынка:

- Единственный производитель. На рынке присутствует только один производитель или поставщик определенного товара или услуги.
- Высокий уровень контроля. Монополист контролирует производство, распределение и ценообразование на свой продукт.

Барьеры для входа: Высокие барьеры для входа новых участников на рынок, включая правовые, технологические и финансовые препятствия.

Олигополия характеризуется наличием нескольких крупных фирм, которые доминируют на рынке. Эти фирмы могут координировать свои действия, что влияет на цены и объемы продукции.

Основные черты олигополии:

- Небольшое количество фирм. Несколько крупных фирм контролируют большую часть рынка.

- Взаимозависимость решений. Решения одной фирмы по ценообразованию и производству влияют на других участников рынка.

Координация: Возможна неформальная или формальная координация действий между фирмами (картели).

Монополистическая конкуренция предполагает наличие множества фирм, каждая из которых предлагает дифференцированные продукты, что позволяет им иметь некоторую степень рыночной власти.

Основные черты монополистической конкуренции:

- Дифференцированные товары. Продукты каждой фирмы имеют уникальные характеристики.

- Многочисленные фирмы. Присутствие большого количества фирм на рынке.

Низкие барьеры для входа: Новые фирмы могут относительно легко войти на рынок.

Совершенная конкуренция представляет собой идеальную рыночную структуру, где присутствует большое количество продавцов и покупателей, предлагающих стандартизированные товары.

Основные черты совершенной конкуренции:

- Многочисленность продавцов и покупателей. Множество участников рынка с равным доступом к информации.

- Стандартизированные товары. Все предлагаемые товары практически идентичны.

- Свобода входа и выхода. Нет барьеров для входа новых участников на рынок и выхода из него.

Таблица 3 - Классификационные признаки и характерные черты основных моделей рынка, сопутствующие видам конкуренции

Классификационные признаки	Модели рынка			
	Чистая конкуренция	Монополистическая конкуренция	Олигополия	Монополия
Число предприятий	Очень много	Много	Несколько	Одна
Тип продукции, услуг	Стандартизованный	Дифференцированный	Стандартизованный или дифференцированный	Уникальный, нет близких заменителей
Контроль над ценой	Отсутствует	Возможен, но в довольно узких рамках	Ограниченный взаимной зависимостью, значительной при	Значительный
Условия вступления в отрасль	Очень легкие, препятствия отсутствуют	Сравнительно легкие	Существенно затруднены	Блокировано
I [ценовая конкуренция]	Отсутствует	Значительный упор на рекламу, товарные знаки, торговые марки	Очень распространена, особенно при дифференциации продукта	Главным образом реклама и отношения с общественностью
Примеры	Сельское хозяйство	Розничная торговля, производство одежды, обуви	Производство стали, автомобилей, сельскохозяйственного инвентаря, многих бытовых электроприборов	Местные предприятия коммунального хозяйства

Наличие конкуренции в таких ситуациях невозможно или экономически неэффективно. Субъекты хозяйствования - монополисты, как правило, являются государственными или находятся под строгим контролем государства. В других случаях государство активно препятствует возникновению монополий, прежде всего на законодательном уровне, а также с помощью экономических мер на уровне исполнительной власти.

Препятствование монополиям, государственный контроль:

- Государственные монополии. Многие монополии находятся в собственности государства, особенно в стратегически важных секторах, таких как энергетика, транспорт и коммуникации. В таких случаях государство контролирует цены, объемы производства и качество услуг, чтобы защитить

интересы потребителей.

- Регулирование частных монополий. В случаях, когда монополия принадлежит частной компании, государство устанавливает строгие регуляторные рамки, чтобы предотвратить злоупотребление рыночной властью. Это может включать контроль цен, установление стандартов качества и требований к доступности продукции или услуг.

Законодательные меры:

- Антимонопольное законодательство. Многие страны имеют законы, направленные на предотвращение монополий и поддержание конкурентного рынка. Эти законы могут включать запреты на антиконкурентные соглашения, слияния и поглощения, которые могут привести к монопольному положению.

- Регулирование конкуренции. Государственные антимонопольные органы следят за соблюдением антимонопольного законодательства, расследуют случаи нарушения и принимают меры против компаний, которые злоупотребляют своим рыночным положением.

Экономические меры:

- Поддержка конкуренции. Государство может предоставлять субсидии или налоговые льготы новым участникам рынка, чтобы стимулировать конкуренцию. Это помогает снижать барьеры для входа и делает рынок более доступным для новых фирм.

- Разделение монополий. В некоторых случаях государство может принудительно разделить крупные компании, занимающие монопольное положение, на несколько меньших фирм, чтобы создать конкурентную среду.

Монополии могут иметь негативные последствия для экономики, такие как завышение цен и снижение качества продукции или услуг. Поэтому государство играет важную роль в регулировании монополий и поддержании конкуренции. Это включает как прямое владение и контроль над монопольными предприятиями, так и использование законодательных и экономических мер для предотвращения возникновения монополий и защиты интересов потребителей [1].

Рыночная конкурентная ситуация, характеризующаяся доминированием в отрасли нескольких крупных компаний, свойственна олигополистическим рынкам. Следует выделять чистую олигополию, когда производится стандартизированный продукт, и дифференцированную (таблица 3). При чистой олигополии несколько крупных продавцов предлагают примерно одинаковый продукт, например, производители стали, нефти, зерна.

Источником конкурентных преимуществ на олигополистическом рынке может стать снижение издержек. Дифференцированная олигополия характеризуется несколькими крупными поставщиками, производящими продукцию, отличающуюся друг от друга качеством, характеристиками, стилем, дизайном или сервисом. Конкуренты стремятся превзойти друг друга по неценовым показателям товара, стремясь таким образом склонить на свою сторону покупателей и получить соответствующую добавку к цене.

Примеры дифференцированной олигополии:

- Сети кинотеатров в крупных городах. Кинотеатры конкурируют не только по цене билетов, но и по таким параметрам, как качество изображения и звука, комфорт сидений, дополнительные услуги (например, VIP-зоны, рестораны), расположение и дизайн залов.

- Операторы мобильной связи соревнуются не только по тарифным планам, но и по качеству связи, скорости интернета, доступности покрытия, уровням обслуживания клиентов и дополнительным услугам (например, эксклюзивные приложения или контент).

- Автопроизводители. Автомобильные компании предлагают автомобили, отличающиеся дизайном, техническими характеристиками, уровнем безопасности, дополнительными функциями и уровнем сервиса. Бренды стремятся выделиться за счет уникальных технологий, стиля и комфорта.

Характеристики дифференцированной олигополии:

- Несколько крупных поставщиков. Рынок контролируется несколькими крупными компаниями, каждая из которых имеет значительную долю рынка.

- Дифференциация продукции. Продукты компаний отличаются по

различным характеристикам, что позволяет им привлекать разные сегменты потребителей.

- Конкуренция по неценовым показателям. Фирмы соревнуются за потребителей за счет улучшения качества, инноваций и улучшения сервиса, а не просто снижения цен.

- Добавленная стоимость. Успешная дифференциация позволяет компаниям устанавливать более высокие цены на свои продукты благодаря восприятию их как более качественных или уникальных.

Стратегии на олигополистическом рынке:

- Снижение издержек. Компании стремятся уменьшить производственные и операционные затраты, чтобы иметь возможность предложить конкурентоспособные цены или увеличить прибыль.

- Инновации и улучшение качества. Постоянное внедрение новых технологий и улучшение существующих продуктов помогает привлечь и удержать клиентов.

- Маркетинг и брендинг. Сильная маркетинговая стратегия и эффективное продвижение бренда могут значительно повысить узнаваемость и лояльность к компании.

- Расширение ассортимента. Предложение более широкого ассортимента продукции может помочь удовлетворить разнообразные потребности потребителей и увеличить долю рынка.

В целом, дифференцированная олигополия предлагает множество возможностей для компаний выделиться на рынке за счет уникальных предложений и качественных услуг, что делает конкуренцию интенсивной и динамичной [2].

Большое число производителей, предлагающих схожие по функциональности товары и услуги, характерно для монополистической конкуренции (см. таблицу). Наличие неценовых факторов конкуренции позволяет продавцам влиять на цену товара, но только в определенном диапазоне. К монополистической конкуренции можно отнести большинство

рынков в современном мировом хозяйстве, где производятся и продаются продукты питания, мебель, одежда.

В мегаполисах большинство учреждений сферы услуг функционируют в условиях монополистической конкуренции. К таким учреждениям относятся салоны красоты, театры, музеи, а также образовательные и медицинские учреждения. В условиях монополистической конкуренции ценовая конкуренция приводит к минимальным прибылям и становится невыгодной для производителей. Поэтому в современной экономике предприятия стремятся выделиться за счет неценовых факторов, таких как бренды.

Неценовая конкуренция, основные причины и стратегии:

- Дифференциация продукции. В условиях монополистической конкуренции компании стремятся предложить уникальные услуги или товары, которые отличают их от конкурентов. Это могут быть дополнительные услуги, эксклюзивные предложения, уникальный дизайн и т.д.

- Брендинг. Создание и продвижение собственного бренда становится ключевым элементом конкурентной стратегии. Компании инвестируют в маркетинг и рекламные кампании, чтобы создать сильный и узнаваемый бренд, который привлекает и удерживает клиентов.

- Качество обслуживания. Улучшение качества обслуживания клиентов является важным неценовым фактором. Компании стремятся предоставить высокий уровень сервиса, чтобы создать лояльную клиентскую базу.

- Инновации. Введение инновационных продуктов и услуг помогает компаниям выделиться на рынке и предложить клиентам что-то новое и интересное.

Примеры учреждений сферы услуг в мегаполисах:

- Салоны красоты конкурируют за счет уникальных процедур, высококачественных продуктов, уютной атмосферы и персонализированного обслуживания.

- Театры и музеи. Эти учреждения привлекают посетителей через уникальные постановки, выставки, интерактивные мероприятия и

использование современных технологий.

- Учреждения образования и здравоохранения. В этих сферах конкуренция может быть основана на репутации, уровне профессионализма персонала, новейших методах обучения и лечения, а также индивидуальном подходе к каждому клиенту.

Снижение зависимости от материальных ценностей и субдоговоров.

Современные менеджеры убеждены, что снижение зависимости от материальных активов и субдоговоров позволяет достичь большего оборота денежных средств. Это связано с рядом факторов:

- Гибкость и адаптивность. Компании, обладающие меньшим количеством материальных активов, могут быстрее адаптироваться к изменениям на рынке и внедрять новые стратегии.

- Снижение затрат. Отсутствие значительных материальных активов и субдоговоров позволяет сократить операционные расходы и увеличить прибыль.

- Фокус на основные компетенции. Компании могут сосредоточиться на развитии своих основных компетенций, таких как бренд, маркетинг, инновации и качество обслуживания, что приводит к увеличению конкурентоспособности.

В условиях монополистической конкуренции в мегаполисах предприятия сферы услуг стремятся выделиться за счет неценовых факторов, таких как брендинг, инновации и качество обслуживания. Снижение зависимости от материальных активов и субдоговоров позволяет им быть более гибкими и эффективными, что способствует увеличению оборота денежных средств и повышению конкурентоспособности на рынке [2].

Например, компания Apple является ярким примером того, как акцент на бренд и стратегическое использование производственных мощностей конкурентов может привести к лидерству на рынке и стать образцом для подражания.

1. Создание сильного бренда: Apple смогла создать один из самых узнаваемых и уважаемых брендов в мире. Компания ассоциируется с инновациями, высоким качеством и исключительным дизайном. Бренд Apple

символизирует престиж и статус, что делает продукцию компании желанной для потребителей по всему миру.

2. Маркетинг и реклама: Apple инвестирует значительные средства в маркетинг и рекламные кампании, которые подчеркивают уникальные преимущества и инновации своих продуктов. Рекламные кампании Apple отличаются креативностью и способностью вызвать эмоциональную связь с потребителями.

3. Уникальный дизайн и пользовательский опыт:

Продукция Apple отличается элегантным и функциональным дизайном, который привлекает потребителей. Компания уделяет большое внимание удобству использования и интеграции своих устройств в экосистему Apple, что создает уникальный пользовательский опыт.

Производство на заводах конкурентов:

- Сотрудничество с производственными партнерами. Apple не владеет собственными заводами для производства своей продукции. Вместо этого, она сотрудничает с производственными гигантами, такими как Foxconn, которая также производит устройства для других компаний, включая конкурентов Apple. Это позволяет Apple сосредоточиться на разработке и дизайне продуктов, оставляя производство на аутсорсинг специализированным компаниям.

Театр балета Бориса Эйфмана, несмотря на отсутствие собственной сцены, смог стать одним из признанных мировых лидеров, предложив уникальное направление в балете.

- Авторский стиль Бориса Эйфмана. Борис Эйфман, выдающийся хореограф, основал театр в 1977 году в Санкт-Петербурге. Его творчество характеризуется уникальным сочетанием классического и современного балета, что позволяет создавать глубокие и эмоционально насыщенные спектакли.

Эйфман известен своими смелыми интерпретациями классических произведений, а также оригинальными постановками, которые исследуют сложные психологические и философские темы.

- Инновационные постановки. Театр балета Бориса Эйфмана славится

своими инновационными постановками, которые отличаются оригинальностью хореографии, яркими сценическими решениями и выразительной музыкой.

Среди наиболее известных спектаклей театра — «Красная Жизель», «Анна Каренина», «Братья Карамазовы», «Онегин» и многие другие.

- Эмоциональная выразительность и драматизм. Спектакли Бориса Эйфмана отличаются высокой эмоциональной напряженностью и драматизмом. Хореограф умело использует тело танцовщика для передачи сложных психологических состояний и взаимоотношений.

Эйфман часто обращается к литературным произведениям и биографиям известных личностей, что делает его постановки близкими и понятными широкой аудитории.

- Мировые гастроли. Театр балета Бориса Эйфмана активно гастролирует по всему миру, выступая на престижных сценах в Европе, Америке, Азии и Австралии. Гастроли способствуют популяризации российского балета и укрепляют международное признание театра.

Регулярные выступления в таких известных театрах, как Линкольн-центр в Нью-Йорке, Колизей в Лондоне и Большой театр в Москве, подтверждают высокий статус и признание театра на международной арене.

- Международные награды и премии. Театр и его руководитель Борис Эйфман удостоены множества международных наград и премий за вклад в развитие балетного искусства и хореографии. Эти награды подтверждают уникальность и значимость творчества Эйфмана в мировом культурном пространстве.

- Гибкость и адаптивность. Отсутствие собственной сцены заставило театр быть гибким и адаптивным. Театр использует различные площадки для своих выступлений, что позволяет ему быть мобильным и доступным для широкой аудитории. Эта особенность также способствует распространению творчества театра за пределами родного города, делая его искусство доступным для зрителей по всему миру.

- Фокус на качестве и инновациях. В отсутствие собственной сцены театр

уделяет особое внимание качеству своих постановок и инновациям. Каждый спектакль становится уникальным событием, тщательно подготовленным и продуманным до мельчайших деталей. Театр активно использует современные технологии и мультимедийные решения для создания впечатляющих сценических эффектов.

Чистая конкуренция, которая характеризуется большим числом конкурентов, продающих однородные товары или услуги, сегодня встречается все реже. В современных условиях рынки чаще представлены различными формами несовершенной конкуренции, где продукты дифференцированы, а количество конкурентов ограничено. Это связано с повышенной сложностью продукции, развитием технологий и изменениями в потребительских предпочтениях, что делает абсолютную однородность товаров редким явлением. (см. таблицу). Примерами условной чистой конкуренции могут быть рынки зерна, металла и сельскохозяйственной продукции. На этих рынках товары обычно однородны, и множество производителей продают свою продукцию. Однако даже в таких секторах возрастающие требования покупателей к сервису, узнаваемости бренда и разнообразию продукции позволяют производителям внедрять неценовые факторы конкуренции, улучшая качество обслуживания и предлагая уникальные характеристики своих товаров.

В настоящее время неценовые факторы конкуренции оказывают все большее влияние на производителей, расширяя их конкурентные преимущества за счет повышения качества и инновационности предоставляемых услуг и продукции. Потребители все чаще требуют высококачественных услуг, что стимулирует предприятия улучшать свои предложения и внедрять новые технологии.

- Спрос на качественные услуги. Современные потребители все больше ценят высокое качество услуг и готовы платить за него.

Это приводит к необходимости для предприятий постоянно улучшать свои предложения и повышать стандарты обслуживания.

- Увеличение доли услуг в экономике. Доля услуг в национальной

экономике увеличивается быстрее, чем продукция производственных предприятий.

В промышленно развитых странах доля культурных услуг в ВВП достигает 10%, а численность занятых в этой сфере составляет до 5%.

Пример сектора услуг:

- Сектор услуг в экономике. В нашей стране сектор услуг занимает 60% в структуре валового внутреннего продукта (ВВП).

Это свидетельствует о важности услуг в современной экономике и их растущей значимости.

Тенденции и причины роста сектора услуг:

- Рост среднедушевых доходов. Повышение уровня доходов населения ведет к увеличению спроса на разнообразные услуги, включая образование, здравоохранение, отдых и развлечения.

- Повышение уровня образования. С ростом уровня образования населения увеличивается потребность в высококачественных и специализированных услугах, таких как профессиональное обучение и культурные мероприятия.

- Увеличение объема потребления услуг. По мере того, как потребители становятся более состоятельными, они склонны тратить больше на услуги, чем на товары, что способствует росту сектора услуг.

Усиление влияния неценовых факторов конкуренции и рост спроса на качественные услуги отражают современную тенденцию в экономике, где сектор услуг играет все более важную роль. Компании, способные предложить высококачественные и инновационные услуги, получают значительные конкурентные преимущества и способствуют общему экономическому росту.

Основными задачами предприятий в сфере услуг являются обеспечение соответствия качества традиционных и новых услуг растущим требованиям общества, а также активное участие в формировании спроса. В настоящее время на развитие конкурентоспособности предприятий в сфере услуг, независимо от их организационно-правовой формы, влияют процессы либерализации производства, глобализации и информатизации мировой экономики [3].

Так, например, многие произведения культуры становятся доступными для населения всего мира. Это в первую очередь касается таких произведений массовой культуры, как кинофильмы, музыкальные произведения и художественная литература. Международные выставки, концерты, гастроли театров и соответствующая информация в сети Интернет получают все большее распространение, что способствует укреплению и расширению культурных связей между странами.

Примеры культурного влияния:

- Кинофильмы. Международные фильмы, такие как голливудские блокбастеры, имеют огромную аудиторию по всему миру, влияя на культурные и экономические связи между странами.

Фестивали кино, такие как Каннский и Венецианский кинофестивали, способствуют популяризации фильмов и культурному обмену.

- Музыкальные произведения. Глобально известные музыканты и группы проводят мировые турне, привлекая поклонников из разных стран.

Музыкальные стриминговые сервисы, такие как Spotify и Apple Music, делают музыку доступной для глобальной аудитории.

- Художественная литература. Книги популярных авторов переводятся на множество языков, что делает их доступными для читателей по всему миру.

Международные книжные ярмарки, такие как Франкфуртская и Лондонская книжные ярмарки, играют важную роль в распространении литературных произведений.

Расширение культурных границ:

- Международные выставки. Художественные и культурные выставки привлекают посетителей со всего мира, предоставляя возможность познакомиться с культурными достижениями других стран.

Например, Венецианская биеннале привлекает художников и зрителей со всего мира, способствуя культурному обмену.

- Концерты и гастроли театров. Международные гастроли театров и концертных коллективов расширяют доступ к культурным событиям для

глобальной аудитории. Гастроли известных театров, таких как Большой театр и Метрополитен-опера, способствуют культурному обмену и укреплению международных связей.

- Интернет и цифровая информация. Интернет предоставляет неограниченный доступ к культурным произведениям, информации о событиях и возможностям для культурного обмена.

Онлайн-платформы, такие как YouTube и Netflix, делают культурные продукты доступными для глобальной аудитории.

- Повышение уровня конкурентных преимуществ. Укрепление международных связей:

Культурные обмены способствуют укреплению международных связей и сотрудничества, что повышает конкурентные преимущества учреждений культуры. Участие в международных мероприятиях помогает учреждениям культуры заявить о себе на глобальной арене и привлечь внимание новых аудиторий.

- Расширение аудитории. Доступность культурных произведений в Интернете и через международные гастроли и выставки позволяет учреждениям культуры расширять свою аудиторию.

Это помогает им увеличить доходы, улучшить репутацию и укрепить свои позиции на международном рынке.

- Инновации и развитие. Взаимодействие с международными культурными учреждениями и артистами способствует внедрению инноваций и развитию новых форм культурного выражения.

Обмен опытом и идеями стимулирует развитие культуры и способствует повышению качества предоставляемых услуг.

Глобализация и цифровизация способствуют широкому распространению культурных произведений, что расширяет возможности для культурных учреждений и укрепляет их конкурентные преимущества. Международные выставки, концерты, гастроли театров и доступность информации в Интернете позволяют культурным учреждениям взаимодействовать с аудиторией по всему

миру, способствуя культурному обмену и укреплению международных связей.

Международные гастроли театральных и цирковых трупп, а также музейные выставки играют важную роль в достижении экономических целей культурных учреждений. Эти мероприятия способствуют расширению аудитории, увеличению доходов и укреплению международной репутации.

Экономические результаты международных гастролей и выставок:

- Расширение аудитории. Гастроли и выставки позволяют культурным учреждениям привлекать зрителей и посетителей из разных регионов и стран, что способствует росту популярности и признания.

Пример: гастроли Большого театра в Лондоне или Нью-Йорке привлекают большое количество зрителей и создают международную известность.

- Увеличение доходов. Продажа билетов на международные гастроли и выставки, а также продажа сопутствующих товаров (каталогов, сувениров) способствует увеличению доходов культурных учреждений.

Пример: выставки Лувра, которые гастролируют по всему миру, приносят значительный доход за счет продажи билетов и товаров.

- Укрепление международной репутации. Участие в международных мероприятиях повышает статус культурных учреждений и укрепляет их позиции на мировом культурном рынке.

Пример: участие Эрмитажа в международных выставках и культурных обменах укрепляет его статус как одного из ведущих музеев мира.

Конкурентоспособность в сфере культуры:

- Способность предоставлять культурные услуги на международных рынках. Конкурентоспособность культурных учреждений определяется их способностью адаптировать и предлагать свои услуги и продукты на межрегиональных и международных рынках. Пример: театр Cirque du Soleil, гастролируя по всему миру, предлагает уникальные цирковые шоу, которые привлекают зрителей из разных культур и стран.

- Культурный туризм значительно способствует росту экономических показателей и конкурентоспособности услуг в этой отрасли. Туристы посещают

культурные мероприятия и объекты, что приносит доход как самим учреждениям, так и местной экономике. Пример: туристы, посещающие музеи и театры в Париже, вносят значительный вклад в экономику города.

Влияние информатизации и роста доходов:

- Информатизация. Уровень информатизации общества растет, что способствует доступности информации о культурных событиях и объектах. Люди могут легко узнать о предстоящих гастролях, выставках и других мероприятиях через Интернет. Пример: онлайн-платформы для покупки билетов на культурные мероприятия позволяют увеличить охват аудитории и сделать культурные услуги доступнее.

- Рост доходов и уровня образования. С увеличением доходов и уровня образования населения растет интерес к культуре и искусству. Люди с высокими доходами и образованием чаще посещают театры, музеи и культурные мероприятия. Пример: рост уровня образования в развивающихся странах способствует увеличению количества посетителей культурных учреждений и мероприятий.

- Индивидуализированный и разнообразный туризм. Современный туризм становится более индивидуализированным и разнообразным. Туристы ищут уникальные и персонализированные культурные впечатления, что способствует развитию новых форм культурного туризма. Пример: тематические туры, включающие посещение местных театров, художественных выставок и исторических памятников, становятся все более популярными.

Международные гастроли театральных и цирковых трупп, а также музейные выставки играют ключевую роль в достижении экономических целей культурных учреждений, способствуют их конкурентоспособности и развитию на международных рынках. Рост информатизации, доходов и уровня образования населения способствует увеличению интереса к культуре и искусству, делая культурный туризм важным фактором экономического роста.

К примеру, отдых на море может включать не только пляжный досуг, но и активное посещение природных и исторических достопримечательностей,

музеев, а также участие в спортивных и культурных мероприятиях. В этом контексте развитая культурная инфраструктура становится важным фактором для расширения ассортимента услуг и укрепления конкурентных преимуществ национальной экономики.

Развитие культурной инфраструктуры:

- Природные и исторические достопримечательности. Туристы могут наслаждаться красотами природы и посещать исторические места, что обогащает их отдых и привлекает больше посетителей.

Пример: Национальные парки, исторические замки и памятники вблизи морских курортов.

- Музеи и выставки. Музеи и художественные галереи предоставляют туристам возможность ознакомиться с культурным и историческим наследием региона. Пример: Региональные музеи, организующие выставки и экскурсии для туристов.

- Спортивные и культурные мероприятия. Спортивные турниры, концерты, театральные представления и фестивали создают дополнительный интерес для туристов и способствуют росту посещаемости. Пример: Музыкальные фестивали, спортивные соревнования и театральные гастроли, проводимые в курортных городах.

Совместные усилия культурных и туристических учреждений:

- Синергетический эффект. Совместные усилия учреждений культуры и туристических организаций могут приводить к синергетическому эффекту, где объединенные ресурсы и усилия создают большее значение, чем их сумма. Пример: Организация культурных маршрутов и экскурсий, включающих посещение музеев, исторических мест и природных достопримечательностей.

- Поддержка всех уровней управления. Все уровни управления национальной экономики должны оказывать поддержку интеграции субъектов сферы услуг и развитию частно-государственного партнерства, тем самым повышая конкурентоспособность и эффективность отраслей и учреждений сферы услуг. Пример: Государственные программы, поддерживающие развитие

культурного туризма и инфраструктуры, гранты и субсидии для культурных и туристических проектов.

- Частно-государственное партнерство. Развитие частно-государственного партнерства способствует привлечению инвестиций и созданию новых возможностей для роста и развития культурных и туристических услуг. Пример: Совместные проекты по восстановлению и сохранению исторических памятников, развитию туристических зон и созданию новых культурных объектов.

Развитая культурная инфраструктура играет ключевую роль в расширении ассортимента туристических услуг и укреплении конкурентных преимуществ национальной экономики. Совместные усилия учреждений культуры и туристических организаций могут приводить к синергетическому эффекту, повышая привлекательность региона для туристов. Поддержка всех уровней управления и развитие частно-государственного партнерства являются важными факторами, способствующими повышению конкурентоспособности и эффективности отраслей и учреждений сферы услуг [4].

Развитие различных видов конкуренции и сопутствующих моделей современного рынка способствует увеличению экономических и социальных результатов для организаций, укреплению их финансовой устойчивости и улучшению качества продукции и услуг как в сфере услуг, так и в производственной сфере.

В целом, функциональный подход к понятию «конкуренция» и современному развитию видов конкуренции и основных рыночных моделей определяет конкуренцию как борьбу нового со старым, прогрессивного с устаревшим. В этом контексте предприятия должны согласовывать свои виды деятельности с ростом инновационности в производстве продукции и предоставлении услуг, эффективно комбинируя ресурсы для удовлетворения потребностей спроса и целевой ориентации на эффективность использования этих ресурсов. Модели конкуренции с ограничениями как на спрос, так и на ресурсы, являются важными инструментами для изучения взаимодействия фирм

и отраслей в экономике. Они помогают понять, как компании приспосабливаются к ограничениям и реагируют на изменения в спросе и на доступность ресурсов.

Одной из распространенных моделей конкуренции с ограничениями на спрос является модель субститутов и комплементарности. В этой модели предполагается, что товары могут быть субститутами или комплементарными друг другу в глазах потребителей. Например, если две фирмы производят субституты, то увеличение спроса на один товар может привести к снижению спроса на другой товар. Если две фирмы производят комплементарные товары, то увеличение спроса на один товар может привести к увеличению спроса на другой товар.

Модель конкуренции с ограничениями на ресурсы предполагает, что фирмы сталкиваются с ограничениями в доступе и использовании ресурсов. Например, ограничения в финансировании или недостаток рабочей силы могут влиять на способность фирмы удовлетворять спрос на свои товары. Эта модель исследует, как фирмы адаптируются к таким ограничениям и как это отражается на их конкурентоспособности.

Обе модели конкуренции с ограничениями представляют собой сложные системы взаимодействия множества фирм, требующие формализации и математического моделирования для их анализа. Эти модели полезны для изучения различных стратегий поведения фирм, их ответов на изменения в спросе и доступности ресурсов, а также для прогнозирования изменений в отраслях и на рынках [7, с.12].

Однако стоит учитывать, что модели конкуренции с ограничениями являются упрощенными версиями реальности и не всегда могут полностью охватить всю сложность реальных экономических систем. Поэтому для более полного понимания конкуренции и её влияния на отрасли и рынки необходимо сочетать математическое моделирование с эмпирическими исследованиями и анализом реальных данных.

### **3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНЦИИ ПРЕДПРИЯТИЙ**

В этом разделе излагаются основы для построения модели конкуренции предприятий, определяются переменные и параметры, влияющие на поведение двух конкурирующих предприятий при ограниченном спросе и ресурсах.

#### **3.1 Математическая модель функционирования предприятия в отсутствие конкуренции**

В условиях отсутствия конкуренции, основная модель функционирования предприятия должна учитывать механизм формирования прибыли, который заключается в превышении доходов над расходами. Доходы предприятия зависят от уровня оснащенности предприятия, от его обеспеченности современным оборудованием и квалифицированными кадрами, наличием сырьевых ресурсов, а также от своевременной организации рынка сбыта продукции.

В свою очередь, расходы предприятия состоят из материального обеспечения уровня жизни персонала, затрат на текущий ремонт имеющегося оборудования и на приобретение дополнительного нового, затрат на обеспечение сырьем. В случае временного перепроизводства возникает необходимость расходов на хранение или уничтожение некоторых объемов продукции. Конечно, возможности развития производства непосредственно связаны с естественными ограничениями на поставки сырьевых ресурсов и потребительский спрос на продукцию предприятия на рынке сбыта. Для математического описания производства будем считать, что изменение всех характеристик производства происходит непрерывно или, по крайней мере, дискретно с малым временным интервалом  $\Delta t$ . За это время предприятие получает прибыль  $\Delta x$  (в рублях), осуществляя продажу продукции объемом  $\Delta V$  по установленной цене  $\alpha$  (руб/ед. товара); себестоимость продукции оценивается величиной  $\alpha_0$  (руб/ед. товара) и определяется общими затратами.

Тогда прибыль предприятия определяется равенством:

$$\Delta x = (\alpha - \alpha_0)\Delta V. \quad (4)$$

Определим составляющие общих расходов на производство товара за время  $\Delta t$ :

$$\alpha_0\Delta V = \Delta x'_1 + \Delta x''_1 + \Delta x'_2 + \Delta x''_2 + \Delta x_3, \quad (5)$$

где  $\Delta x'_1$  – расходы на материальное обеспечение персонала за время  $\Delta t$ ; считаем, что общие расходы предприятия на зарплату, премии и другие элементы экономического стимулирования пропорциональны объему основных фондов  $x''_2$  (в рублях), поэтому:

$$\Delta x'_1 = \beta \cdot x''_2 \cdot \Delta t, \quad (6)$$

где  $\beta$  – задаваемый коэффициент пропорциональности (1/ед.врем.);

Вновь приобретаемое оборудование требует увеличения численности обслуживающего персонала.

$\Delta x''_1$  – расходы на увеличение численности обслуживающего персонала за время  $\Delta t$ ; непосредственно связано с расходами  $\Delta x''_2$  на вновь приобретаемое оборудование, поэтому:

$$\Delta x''_1 = \delta_1 \Delta x''_2, \quad (7)$$

где  $\delta_1$  – задаваемый коэффициент пропорциональности (б/разм);

$\Delta x'_2$  – расходы на техническое обслуживание оборудования за период времени  $\Delta t$ , зависит от количества и качества оборудования, определяемых его стоимостью  $x''_2$ , поэтому:

$$\Delta x'_2 = \gamma \cdot x''_2 \cdot \Delta t, \quad (8)$$

где  $\gamma$  – задаваемый коэффициент пропорциональности (1/ед.врем.);

$$\Delta x_2 = \Delta x'_2 + \Delta x''_2 \quad (9)$$

– суммарные расходы на оборудование за время  $\Delta t$ ;

$\Delta R$  – количество сырья, необходимое для производства продукции объемом  $\Delta V$  за время  $\Delta t$ :

$$\Delta V = \delta_3 \Delta R, \quad (10)$$

где  $\delta_3$  – задаваемый коэффициент пропорциональности (ед.товара/ ед.ресурса = б/разм).

$\Delta x_3$  – расходы на приобретение сырья (ресурсов) за время  $\Delta t$ ;

$$\Delta x_3 = \alpha_3 \Delta R = \alpha_3 r \Delta t, \quad (11)$$

где  $\alpha_3$  – цена единицы сырья (руб/ед.ресурс.);  $r$  – скорость использования сырья (ед.ресурса /время),  $r \leq r^*$ ;  $r^*$  – максимально возможное значение ввиду ограничений на мощность сырьевых ресурсов.

Естественно считать, что расширение производства может происходить только при повышенном спросе на производимую продукцию и при достаточной обеспеченности ресурсами. При этом расходы на расширение производства не могут превышать доходов от деятельности предприятия.

Таким образом, получаем соотношения:

$$\Delta x_1'' + \Delta x_2'' = (1 + \delta_1) \Delta x_2'' = \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot m}\right) \Delta x, \quad (12)$$

где  $m = \min\{c, \delta_3 r^*\}$ ;  $c$  – скорость реализации единиц товара за единицу времени, характеристика спроса на продукцию;  $p$  – скорость изготовления товара в рублях за единицу времени, характеристика уровня организации производства;  $\delta_2$  – коэффициент пропорциональности (б/разм).

Доходы, которые получает предприятие от реализации товара за время  $\Delta t$  ( $p^* = \alpha \cdot \delta_3 r^*$ ), можно записать в виде:

$$\alpha \cdot \Delta V = \begin{cases} p \cdot \Delta t, & p < \alpha \cdot c < p^* \quad (p < p^* < \alpha \cdot c); \\ \alpha \cdot c \cdot \Delta t, & \alpha \cdot c \leq p < p^* \quad (\alpha \cdot c < p^* \leq p); \\ p^* \cdot \Delta t, & p^* \leq p < \alpha \cdot c \quad (p^* < \alpha \cdot c \leq p), \end{cases}$$

или в общей форме,

$$\alpha \cdot \Delta V = \min\{p, \alpha \cdot c, p^*\} \cdot \Delta t. \quad (13)$$

Для общих расходов на производство товара за время  $\Delta t$  получаем выражение:

$$\begin{aligned} \alpha_0 \Delta V &= \Delta x'_1 + \Delta x''_1 + \Delta x'_2 + \Delta x''_2 + \Delta x_3 = \\ &= \beta \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \delta_1 \Delta x''_2 + \gamma \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \Delta x''_2 + \alpha_3 \Delta R; \end{aligned}$$

тогда,

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x''_2 \cdot \Delta t + (1 + \delta_1) \Delta x''_2 + \alpha_3 r \Delta t. \quad (14)$$

К общим расходам предприятия следует добавить расходы на хранение избытка продукции (при  $p > \alpha \cdot c$ ) в случае перепроизводства,  $\lambda(p - \alpha \cdot c) \cdot \Delta t$ , где  $\lambda$  – задаваемый коэффициент пропорциональности (б/разм).

Таким образом, в зависимости от взаимного соотношения текущего уровня производства  $p$ , спроса на продукцию  $c$  и ограничения на ресурсы  $r^*$  общие расходы за время  $\Delta t$  будут выражаться следующим образом ( $p^* = \alpha \cdot \delta_3 r^*$ ):

1. если  $p < \alpha \cdot c < p^*$ , то

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \Delta x + \alpha_3 r \Delta t; \quad (15)$$

2. если  $\alpha \cdot c \leq p < p^*$ , то:

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \lambda(p - \alpha \cdot c) \cdot \Delta t + \alpha_3 r \Delta t; \quad (16)$$

3. если  $\alpha \cdot c < p^* \leq p$  ( $x''_2 \geq x''_2^*$ ), то:

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \lambda(p^* - \alpha \cdot c) \cdot \Delta t + \alpha_3 r^* \Delta t; \quad (17)$$

4. если  $p < p^* < \alpha \cdot c$ , то:

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x''_2 \cdot \Delta t + \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \Delta x + \alpha_3 r \Delta t; \quad (18)$$

5. если  $p^* \leq p < \alpha \cdot c$  или  $p^* < \alpha \cdot c \leq p$  ( $x''_2 \geq x''_2^*$ ), то:

$$\alpha_0 \Delta V = (\beta + \gamma) \cdot x_2'' \cdot \Delta t + \alpha_3 r^* \Delta t. \quad (19)$$

Величина  $p$ , характеризующая уровень организации производства на предприятии, является некоторой функцией объема основных фондов  $x_2''$  (количества и качества оборудования и квалифицированности кадрового состава):

$$p = p(x_2'') = \mu(x_1'') \cdot x_2'' = (\mu_0 + \mu_1 x_1'') \cdot x_2'' = \mu_0 x_2'' + \mu_1 \delta_1 (x_2'')^2, \quad (20)$$

где  $\mu_0, \mu_1$  – задаваемые коэффициенты:  $\mu_0$  можно ассоциировать с эффективностью вложения средств в оборудование (1/ед.врем.);

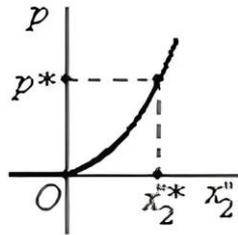


Рисунок 10 - Функция дохода

$\mu_1$  отражает эффективность вложений в стимулирование работы персонала (1/руб/ед. времени).

Более строго определим функцию дохода следующим образом (рис. 10):

$$p = p(x_2'') = \begin{cases} \mu_0 x_2'' + \mu_1 \delta_1 (x_2'')^2, & x_2'' \geq 0; \\ 0, & x_2'' < 0. \end{cases} \quad (21)$$

Максимально возможному значению  $p^*$  функции дохода  $p(x_2'')$  соответствует оптимальное значение  $x_2^{''*}$  для объема основных фондов  $x_2''$ , при котором еще не нарушается обеспеченность ресурсами:

$$x_2^{''*} : p^* = (\mu_0 + \mu_1 \delta_1 x_2^{''*}) \cdot x_2^{''*} \Rightarrow D = \mu_0^2 + 4\mu_1 \delta_1 p^*, \quad (22)$$

$$x_2^{''*} = \frac{-\mu_0 + \sqrt{D}}{2\mu_1 \delta_1}.$$

Для использования математического аппарата теории дифференциальных уравнений переходим от дискретного времени к непрерывному при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получаем из (4):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \\ &= \begin{cases} p - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - v_3 p - \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt} & p < \alpha \cdot c < p^*; \\ \alpha \cdot c - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - v_3 p - \lambda(p - \alpha \cdot c), & \alpha \cdot c \leq p < p^*; \\ \alpha \cdot c - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - v_3 p^* - \lambda(p^* - \alpha \cdot c), & \alpha \cdot c < p^* \leq p; \\ p - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - v_3 p - \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \frac{dx}{dt}, & p < p^* < \alpha \cdot c; \\ p^* - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - v_3 p^*, & p^* \leq p < \alpha \cdot c \ (p^* < \alpha \cdot c \leq p), \end{cases} \\ \\ (1 + \delta_1) \frac{dx_2''}{dt} &= \\ &= \begin{cases} \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}, & p < \alpha \cdot c < p^*; \\ \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}, & \alpha \cdot c \leq p < p^*; \\ \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}, & \alpha \cdot c < p^* \leq p; \\ \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \frac{dx}{dt}, & p < p^* < \alpha \cdot c; \\ \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \frac{dx}{dt}, & p^* \leq p < \alpha \cdot c \ (p^* < \alpha \cdot c \leq p); \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь коэффициент  $v_3$  определяет отношение количества используемого сырья к количеству изготовленной продукции в сопоставимых ценах:

$$v_3 = \frac{\alpha_3}{\alpha \cdot \delta_3} \quad (24)$$

Уравнения (23)-(24) представляют собой систему двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для двух неизвестных функций:

$x(t)$  – прибыль предприятия в текущий момент  $t$ ;

$x_2''(t)$  – функция состояния предприятия, характеризует объем основных фондов.

Следует также заметить, что в случае перепроизводства продукции ( $x_2'' > x_2''^*$ ) и, соответственно, необходимости сокращения производства, разность  $x_2'' - x_2''^*$

переводится в прибыль (фактически происходит реализация избытков оборудования и сокращение штатов).

Таким образом, в зависимости от уровня ограниченности спроса на рынке сбыта продукции и объемов предлагаемого сырьевого ресурса, имеем следующие основные случаи математического описания производства:

1.  $\alpha \cdot c < p^*$  (отсутствие дефицита ресурса для удовлетворения спроса на продукцию):

$$\text{а) } \frac{dx}{dt} = \frac{(1 - \nu_3)p - (\beta + \gamma)x_2''}{1 + \delta_2(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c})}; \quad (25)$$

$$\frac{dx_2''}{dt} = \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}; \quad p < \alpha \cdot c < p^* \quad (26)$$

(спрос на продукцию превышает данный уровень производства; ограничения на ресурсы допускают расширения производства);

$$\text{б) } \frac{dx}{dt} = \alpha \cdot c - \nu_3 p - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - \lambda(p - \alpha \cdot c); \quad (27)$$

$$\frac{dx_2''}{dt} = \delta_2 \left(1 - \frac{p}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}; \quad \alpha \cdot c \leq p < p^*$$

(производство превышает текущий спрос, что приводит к накоплению излишков продукции. Для коррекции ситуации необходимо частично остановить работу оборудования и сократить численность персонала.);

$$\text{в) } \frac{dx}{dt} = \alpha \cdot c - \nu_3 p^* - (\beta + \gamma) \cdot x_2'' - \lambda(p^* - \alpha \cdot c) \quad (28)$$

$$\frac{dx_2''}{dt} = \delta_2 \left(1 - \frac{p^*}{\alpha \cdot c}\right) \frac{dx}{dt}; \quad \alpha \cdot c < p^* \leq p$$

(чисто формальная ситуация, которая может возникнуть теоретически, так как уровень производства  $p$  в действительности не может превзойти своего максимально возможного значения  $p^*$  ).

2.  $p^* < \alpha \cdot c$  (неравенство означает дефицит ресурсов при повышенном спросе на продукцию).

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{dx}{dt} &= \frac{(1 - \nu_3)p - (\beta + \gamma)x_2''}{1 + \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right)}; & (29) \\
 \frac{dx_2''}{dt} &= \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \frac{dx}{dt}; & p < p^* < \alpha \cdot c
 \end{aligned}$$

(уровень обеспеченности ресурсами допускает расширения производства);

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \frac{dx}{dt} &= (1 - \nu_3)p^* - (\beta + \gamma) \cdot x_2''; & (30) \\
 \frac{dx_2''}{dt} &= \delta_2 \left(1 - \frac{p}{p^*}\right) \frac{dx}{dt}; & p^* \leq p
 \end{aligned}$$

(фактически текущий уровень производства  $p$  не может превышать своего максимально допустимого значения  $p^*$ , поэтому данный случай имеет формальное представление).

### **3.2 Математическая модель конкуренции предприятий в условиях ограничений на ресурсы и сбыт продукции**

Если конкурирующие предприятия производят одинаковую продукцию, используя один и тот же рынок сбыта и источник, возникает конфликт интересов, связанный с избытками продукции и ограниченным доступом к ресурсам. Избыток продукции возникает, когда спрос на неё ограничен на рынке сбыта, в то время как дефицит ресурсов происходит из-за ограниченного предложения. Это является прямым результатом естественной эволюции производства, которая включает повышение производительности труда и увеличение объемов производства.

В качестве основы функционирования индивидуального предприятия используем математическую модель, сформированную в работе [2]. Закономерности конкурентной борьбы будем исследовать на примере двух предприятий. Основными показателями деятельности предприятий будем считать прибыль  $x_i$  (руб;  $i = 1, 2$ ) и стоимость оборудования  $y_i$  (руб;  $i = 1, 2$ ).

Самую существенную роль в оценке эффективности деятельности предприятия играет функция дохода  $p_i = p_i(y_i)$  (руб./ед. врем.;  $i = 1, 2$ ). Она представляют собой доход предприятия от реализации продукции в единицу

времени и имеют структуру, индивидуальную для каждого предприятия, то есть:

$$p_i = p_i(y_i) = \begin{cases} \mu_{0i}y_i + \mu_{1i}y_i^2, & y_i \geq 0; \\ 0, & y_i < 0, \end{cases} \quad (31)$$

где  $\mu_{0i}$  – коэффициент эффективности вложения средств в оборудование (1/ед. врем.;  $i = 1, 2$ );  $\mu_{1i}$  – коэффициент эффективности вложения дополнительных и стимулирующих средств в кадровое обеспечение (1/руб. /ед. врем.;  $i = 1, 2$ ).

Заметим, что из-за ограниченности ресурсов значение функции дохода  $p_i = p_i(y_i)$  ( $i = 1, 2$ ) не может превышать  $p_i^* = \alpha_i \cdot \delta_r r_i^*$ , соответствующее некоторому значению  $y_i^*$ ; поэтому, с учетом монотонности функции  $p_i = p_i(y_i)$ , при  $p_i(y_i) > p_i^*$  полагаем  $p_i = p_i(y_i^*) = p_i^*$ , а разность  $y_i - y_i^* > 0$  в этом случае переводим в прибыль  $x_i + y_i - y_i^* > x_i$ . Здесь, как и в [31]:

$\alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ) – рыночная цена продукции  $i$ -ого предприятия (руб./ед. продукции);

$\delta_r$  – коэффициент ресурсоемкости (количество товара/ использованное количество ресурса = б/разм.);

$r_i$  – интенсивность использования сырья (ед. ресурса /ед. времени),  
 $r_i \leq r_i^*$ .

Одной из цивилизованных методик конкурентной борьбы для предприятия является применение эластичной политики цен, она предусматривает возможность снижения стоимости на продукцию и увеличение оптовой стоимости на ресурсы. Это направлено на увеличение объема продаж и ресурсов, что в итоге приводит к более высокой прибыли. Конкуренция уменьшается, когда один из участников рынка экономически подавлен или когда значительно увеличиваются рынки сбыта и ресурсов.

Осмысленная стратегия распределения ресурсов направлена на максимально длительное поддержание конкуренции, даже если в настоящий момент одно из конкурирующих предприятий предлагает более привлекательные закупочные цены. В противном случае сформируется монополия, которая сможет устанавливать высокие цены на сырьё. Данная

политика реализуется посредством применения определённой аукционной модели.

Пусть:  $\Delta\hat{R}_1, \Delta\hat{R}_2$  – требования обоих предприятий на объемы ресурсов с указанными закупочными ценами  $\alpha_{r1}, \alpha_{r2} \geq \alpha_r$  соответственно ( $\alpha_r$  – действующая закупочная цена ресурсов при отсутствии дефицита);  $\Delta R^*$  – наибольший доступный в настоящее время объем распределяемого ресурса.

При отсутствии дефицита,

$$\Delta\hat{R}_1 + \Delta\hat{R}_2 < \Delta R^*,$$

то, естественно, считать:

$$\alpha_{r1} = \alpha_{r2} = \alpha_r, \quad \Delta R_1 = \Delta\hat{R}_1, \quad \Delta R_2 = \Delta\hat{R}_2,$$

( $\Delta R_1, \Delta R_2$  – фактические объемы ресурсов, указанные предприятиям), то есть заявки удовлетворены в 100% объеме с наименьшей оптовой стоимостью.

Если:

$$\Delta\hat{R}_1 + \Delta\hat{R}_2 \geq \Delta R^*,$$

то следует положить:

$$\Delta R_i = \Delta R_i^* = \eta_i \Delta\hat{R}_i, \quad \eta_i \leq 1, \quad (i = 1, 2), \quad (32)$$

так чтобы:

$$\Delta R_1^* + \Delta R_2^* = \Delta R^*; \quad (33)$$

коэффициенты  $\eta_1, \eta_2$  устанавливаются, основываясь на предоставляемых закупочных ценах, например,

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \left( \frac{\alpha_{r2}}{\alpha_{r1}} \right)^k, \quad (34)$$

где  $k > 1$  – индикатор усиления различия оптовых цен. Получаем:

$$\eta_1 = \frac{\alpha_{r1}^k \Delta R^*}{\alpha_{r1}^k \Delta \hat{R}_1 + \alpha_{r2}^k \Delta \hat{R}_2}, \quad \eta_2 = \frac{\alpha_{r2}^k \Delta R^*}{\alpha_{r1}^k \Delta \hat{R}_1 + \alpha_{r2}^k \Delta \hat{R}_2} \quad (35)$$

– коэффициенты распределения ресурсов. Если какой-либо из коэффициентов  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  оказывается больше единицы, например  $\eta_2$ , то полагаем:

$$\eta_2 = 1, \quad \eta_1 = \frac{\Delta R^* - \Delta \hat{R}_2}{\Delta \hat{R}_1}, \quad (36)$$

так чтобы выполнялось (3). Соответственно, если оказалось  $\eta_1 > 1$ , то полагаем:

$$\eta_1 = 1, \quad \eta_2 = \frac{\Delta R^* - \Delta \hat{R}_1}{\Delta \hat{R}_2}. \quad (37)$$

Формулы (35)-(37) позволяют стимулировать повышение закупочных цен, сохраняя открытую конкуренцию на приобретение ресурсов.

Если использовать обозначения:

$$\begin{aligned} \Delta R^* &= r^* \Delta t, \quad \Delta R_i^* = r_i^* \Delta t, \\ \Delta \hat{R}_i &= \frac{\Delta \hat{V}_i}{\delta_r} = \frac{\hat{p}_i}{\delta_r \alpha_i} \Delta t, \quad (i = 1, 2), \quad \zeta = \frac{\alpha_{r2}}{\alpha_{r1}}, \end{aligned} \quad (38)$$

то формулы (35) приобретают вид:

$$\eta_1 = \frac{\delta_r \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^*}{\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 \zeta^k}, \quad \eta_2 = \frac{\delta_r \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* \zeta^k}{\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 \zeta^k}, \quad (39)$$

где  $\hat{p}_i$  ( $i = 1, 2$ ) – предполагаемый доход  $i$ -ого предприятия при реализации продукции объемом  $\Delta \hat{V}_i$  в случае полного удовлетворения потребности в ресурсах, при этом:

$$\hat{p}_1 \alpha_2 + \hat{p}_2 \alpha_1 > \delta_r \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* \quad (40)$$

– условие общего дефицита ресурсов.

Если какой-либо из коэффициентов  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  оказывается больше единицы, например  $\eta_2$ , то полагаем:

$$\eta_1 = \frac{\delta_r \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* - \hat{p}_2 \alpha_1}{\hat{p}_1 \alpha_2}, \quad \eta_2 = 1; \quad (41)$$

если оказывается  $\eta_1 > 1$ , то полагаем:

$$\eta_2 = \frac{\delta_r \alpha_1 \alpha_2 \cdot r^* - \hat{p}_1 \alpha_2}{\hat{p}_2 \alpha_1}, \quad \eta_1 = 1. \quad (42)$$

Пусть теперь  $\Delta V = c \cdot \Delta t$  – общий объем товара, соответствующий рыночному спросу  $c$  за время  $\Delta t$ ;

$$\Delta \tilde{V}_i = \frac{\hat{p}_i}{\alpha_i} \Delta t \quad (i = 1, 2). \quad (43)$$

– объем производимых товаров, который может создать  $i$  – ое предприятие при ограничении на ресурсы. Если:

$$c < \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \cdot r^*, \quad (44)$$

то доход создает только та часть товара, которая будет реализована, что соответствует значениям  $p_1 = \kappa_1 \hat{p}_1$ ,  $p_2 = \kappa_2 \hat{p}_2$ , так что:

$$\kappa_1 \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \kappa_2 \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} = c. \quad (45)$$

Коэффициенты  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  отражают различия в розничных ценах на продаваемую продукцию. Например, они могут использоваться для оценки степени разницы в ценообразовании между аналогичными товарами от разных производителей, что позволяет анализировать конкурентные преимущества или недостатки этих товаров на рынке, например:

$$\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^l, \quad (46)$$

где  $l > 1$  – показатель усиления (зависимость обратная, так как чем больше цена,

тем меньше доля продаж). Получаем:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{\alpha_1 c \cdot \tau^{l+1}}{\hat{p}_1 \cdot \tau^{l+1} + \hat{p}_2}, \quad \kappa_2 = \frac{\alpha_2 c}{\hat{p}_1 \cdot \tau^{l+1} + \hat{p}_2}, \\ \tau &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \quad \kappa_i \leq 1 \quad (i = 1, 2); \end{aligned} \quad (47)$$

при условии (8) товар реализуется не в полном объеме, остатки соответствуют величинам:

$$d_i = \frac{\hat{p}_i}{\alpha_i} (1 - \kappa_i) \quad (i = 1, 2), \quad (48)$$

пропорционально которым предприятие несет расходы на хранение или утилизацию,  $\lambda_i d_i$  ( $i = 1, 2$ ), где  $\lambda_i$  – коэффициенты потерь на хранение.

Если какой-либо из коэффициентов  $\kappa_1, \kappa_2$  оказывается больше единицы, например  $\kappa_2$ , то полагаем:

$$\kappa_1 = \frac{\alpha_1(\alpha_2 \cdot c - \hat{p}_2)}{\hat{p}_1 \alpha_2}, \quad \kappa_2 = 1; \quad (49)$$

если  $\kappa_1 > 1$ , то полагаем:

$$\kappa_2 = \frac{\alpha_2(\alpha_1 \cdot c - \hat{p}_1)}{\hat{p}_2 \alpha_1}, \quad \kappa_1 = 1. \quad (50)$$

Математическую модель конкуренции двух предприятий составляем аналогично модели функционирования каждого предприятия в отдельности с элементами распределения рынка сбыта и рынка ресурсов.

Исходным считается состояние  $x_i = \tilde{x}_i, y_i = \tilde{y}_i$  ( $i = 1, 2$ ), по которому рассчитываются значения  $\hat{p}_i = p_i(\tilde{y}_i)$  ( $i = 1, 2$ ).

Если обозначить:

$$m = \min\{c, \delta_r \cdot r^*\}$$

и предварительно потребовать:

$$p_i = \eta_i \hat{p}_i, \quad \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2), \quad (51)$$

так что в случае:

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} > \delta_r \cdot r^* \quad (52)$$

формулы (39) – (42) будут обеспечивать начальные условия:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} = \delta_r \cdot r^*, \quad y_{i0} : p_i(y_{i0}) = p_{i0}, \quad x_{i0} = \tilde{x}_i + \tilde{y}_i - y_{i0}, \quad (53)$$

имеем следующую динамику:

а) если:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} \leq m, \quad (54)$$

то:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{(1 - v_{ri})p_i - (\beta_i + \gamma_i)y_i}{1 + \delta_{2i} \left(1 - \frac{p_1}{\alpha_1 \cdot m} - \frac{p_2}{\alpha_2 \cdot m}\right)}, \quad (55)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{\delta_{2i}}{1 + \delta_{1i}} \left(1 - \frac{p_1}{\alpha_1 \cdot m} - \frac{p_2}{\alpha_2 \cdot m}\right) \frac{dx_i}{dt}, \quad (i = 1, 2); \quad (56)$$

б) если:

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} > c, \quad (57)$$

то:

$$\frac{dx_i}{dt} = (\kappa_i - v_{ri})p_i - (\beta_i + \gamma_i)y_i - \lambda_i p_i (1 - \kappa_i), \quad (58)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{\delta_{2i}}{1 + \delta_{1i}} \left(1 - \frac{1}{\kappa_i}\right) \frac{dx_i}{dt}, \quad (i = 1, 2); \quad (59)$$

здесь  $\kappa_i$  ( $i = 1, 2$ ) подчиняются условиям (47) - (50);  $v_{ri}$  – коэффициент ценовой ресурсоемкости,

$$v_{ri} = \frac{\alpha_{ri}}{\alpha_i \cdot \delta_r} \quad (i = 1, 2); \quad (60)$$

$\delta_{1i}, \delta_{2i}, \beta_i, \gamma_i$  – коэффициенты пропорциональности в соответствии с [31].

Все вышесказанное позволяет сформировать пошаговый алгоритм, реализующий процесс возникновения и развития конкуренции двух предприятий, производящих одинаковую однородную продукцию и имеющих один и тот же рынок сбыта и источник ресурсов:

1. Исходные данные:

$c, r^*, \alpha_i, \alpha_{ri}, k, l, \beta_i, \gamma_i, \delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_r, \mu_{0i}, \mu_{1i}, \lambda_i$  – задаваемые параметры;  $v_{ri}, \zeta, \tau$  ( $i = 1, 2$ ) – дополнительные параметры, вычисляются по формулам (38), (47), (60).

2. Начальное состояние предприятий:  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$  – значения задаются.

3. Вычисление предварительных значений функций дохода по (31):  
 $\hat{p}_i = p_i(\tilde{y}_i) \quad (i = 1, 2) \quad (61)$

4. Проверка условий:

$$c < \frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \cdot r^*. \quad (62)$$

5. Выбор варианта начальных условий:

– если:

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} > \delta_r \cdot r^*, \quad (63)$$

то выполняется перерасчет начального состояния,  $p_{i0} = \eta_i \hat{p}_i$  ( $\eta_i$  вычисляем по формулам (39) – (42) ),  $y_{i0} : p_i(y_{i0}) = p_{i0}$  (из формулы (31) ),  $x_{i0} = \tilde{x}_i + \tilde{y}_i - y_{i0}$ ;

– если

$$\frac{\hat{p}_1}{\alpha_1} + \frac{\hat{p}_2}{\alpha_2} \leq \delta_r \cdot r^*, \quad (64)$$

то оставляем  $p_{i0} = \hat{p}_i$ ,  $x_{i0} = \tilde{x}_i$ ,  $y_{i0} = y_i$ .

6. Выбор дифференциальной системы:

– если

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} \leq c, \quad (65)$$

то выбираем (55)- (56);

– если

$$\frac{p_{10}}{\alpha_1} + \frac{p_{20}}{\alpha_2} > c, \quad (66)$$

то выбираем (58)- (59), коэффициенты  $k_i$  вычисляются по формулам (47) - (50).

7. Затем шаг вычислительного процесса с интервалом  $\Delta t$ , который выбран достаточно малым, чтобы можно было зафиксировать момент, когда могут нарушиться условия для выбранной дифференциальной системы или начальные условия. Подход позволяет отслеживать динамику системы и реагировать на изменения в реальном времени.

Конечное состояние предприятий после выполненного шага рассматривается как начальное для последующего шага, и вычислительный процесс возобновляется, начиная с пункта 2.

8. Вычислительный процесс завершается в двух случаях: если какие-либо из переменных  $x_i$  или  $y_i$  становятся отрицательными, что означает прекращение существования соответствующего предприятия, или когда для переменных  $y_i$  устанавливаются их максимально возможные положительные значения, сигнализирующие о стабилизации и сосуществовании обоих производств.

### 3.3 Анализ и интерпретация результатов с использованием Mathcad

Для анализа воздействия различных параметров на поведение решений системы дифференциальных уравнений (55) - (59), описывающих взаимодействие двух предприятий в условиях конкуренции за рынки сбыта и ресурсов, используем так называемые базовые значения параметров

деятельности предприятий.

Базовые значения этих параметров подобраны для иллюстрации типичных особенностей конкуренции между предприятиями, они не несут в себе абсолютного содержания, а отражают только отношение сравниваемых величин. При анализе влияния этих параметров на конкурентоспособность предприятий параметры второго предприятия остаются фиксированными, в то время как параметры первого предприятия изменяются в рамках разумных пределов.

В качестве базовых значений в дальнейших расчетах полагаем:

$C = 500$  или  $C = 600$  – спрос продукции на рынке сбыта (руб/мес);

$R = 500$  или  $R = 600$  – максимально возможное суммарное предложение продукции вследствие ограниченности ресурсов (руб/мес);

$\alpha_1 = \alpha_2 = 4$  – цены продаж 1-ого и 2-ого предприятий (руб/ед.продукции);

$\alpha_{r1} = \alpha_{r2} = 1$  – цены на ресурсы для 1-ого и 2-ого предприятий (руб/ед.ресурса);

$l = 2$  – коэффициент, отображающий усиление разницы в ценах на продукцию между конкурирующими предприятиями (б/разм);

$k = 2$  – коэффициент, который отражает усиление различий в закупочных ценах на ресурсы между конкурирующими предприятиями (б/разм)

$\beta_1 = \beta_2 = 0,1$  – коэффициенты пропорциональности расходов на зарплату для конкурирующих предприятий (1/ед.врем.);

$\gamma_1 = \gamma_2 = 0,1$  – коэффициенты, определяющие пропорцию расходов на амортизацию оборудования у конкурирующих предприятий (1/ед. времени);

$\delta_{11} = \delta_{12} = 1,1$  – коэффициенты, отражающие уровень квалификации сотрудников конкурирующих предприятий (б/разм);

$\delta_{21} = \delta_{22} = 0,1$  – коэффициенты, измеряющие эффективность инвестиций в дополнительные средства для конкурирующих предприятий (б/разм)

$\delta_3 = 0,5$  – коэффициент ресурсоемкости производства (ед.товара/ ед.ресурса = б/разм);

$\mu_{01} = \mu_{02} = 1$  – коэффициенты, отражающие эффективность инвестиций в оборудование (1/ед. времени);

$\mu_{11}=\mu_{12}=0,1$  – коэффициенты эффективности вложения дополнительных и стимулирующих средств в кадровое обеспечение (1/руб /ед.врем.);

$\lambda_1=\lambda_2=0,1$  – коэффициент потерь расходов на хранение избытка продукции в случае перепроизводства (б/разм).

Интегрирование дифференциальных уравнений (55) - (59) конкуренции двух предприятий в условиях ограничений на спрос продукции и ресурсы производится в математическом пакете Mathcad с использованием встроенной функции,

`rkfixed (ic, t0, t1, N, D),`

реализующей метод Рунге-Кутты с фиксированным шагом интегрирования; для запуска программы необходимо задать массив начальных данных  $ic$ , границы интервала интегрирования ( $t0, t1$ ), общее количество шагов интегрирования  $N$ , массив правых частей приведенной к нормальному виду системы дифференциальных уравнений  $D$ .

Функциональные отношения между увеличением прибыли и рентабельности выводятся в форме массивов данных, полученных в ходе численных экспериментов. Для визуализации результатов мы используем инструменты для построения графиков, доступные в математическом программном пакете Mathcad, а окончательная доработка изображений производится в графическом редакторе Paint. Код программы представлен в Приложении А.

а) Влияние соотношения начальных капиталов  $y_{10}, y_{20}$  на рост прибыли  $Dx1, Dx2$  и рентабельность  $Rx1 = Dx1/y_{10}, Rx2 = Dx2/y_{20}$  предприятий,

$$C = 600, R = 600, x = y_{10} \leq y_{20} = 100. \quad (67)$$

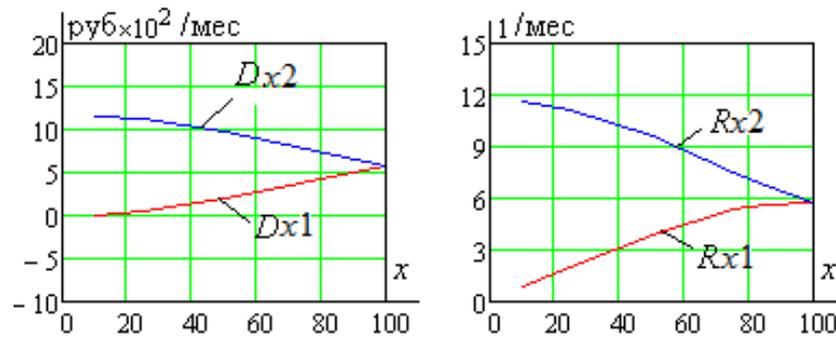


Рисунок 11 – Влияние начальных капиталов  $y_{10}$ ,  $y_{20}$  на рост прибыли и рентабельность

Анализ зависимостей, изображенных на рисунке 1, говорит о том, что при прочих равных условиях и фиксированном начальном капитале 2-ого предприятия,  $y_{20} = 100$ , увеличение начального капитала 1-ого предприятия в интервале  $(0, 100)$ , естественно, приводит к повышению роста его доходов  $Dx1$ , а также к повышению его рентабельности  $Rx1$ . При этом рост доходов  $Dx2$  и рентабельность  $Rx2$  второго предприятия падают.

б) Влияние соотношения  $\tau = \alpha_1 / \alpha_2$  цен продажи на рост  $Dx1$ ,  $Dx2$  прибыли предприятий в условиях переизбытка ресурсов,  $C < R$ :

$$C = 500, R = 600, \alpha_1 = \tau \cdot \alpha, \alpha_2 = \alpha = 4, 0 < \tau \leq 1$$

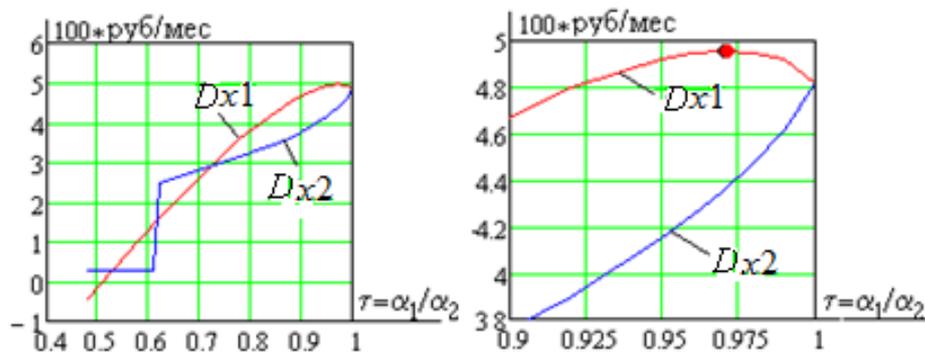


Рисунок 12 – Влияние соотношения цен продажи продукции на рост прибыли

Анализ графика, представленного на рисунке 2, показывает, что при установленной цене продукции второго предприятия на уровне  $\alpha_2 = 4$  и при условии равенства остальных факторов, даже незначительное снижение цены  $\alpha_1$  первого предприятия вызывает увеличение его доходов. В то же время, это

приводит к достаточно острому снижению роста доходов второго предприятия.

Это происходит за счет повышения ценовой привлекательности продукции 1-ого предприятия и возможности расширения его производства. При более существенном понижении цены (ниже  $\tau = \alpha_1/\alpha_2 \approx 0,97$ ), естественно, рост доходов обоих предприятий падает. Дальнейшее понижение цены за  $\tau \approx 0,73$  теряет практический смысл. Очевидно, что при дефиците ресурсов,  $R < C$ , имеет смысл только повышение цен на продажу продукции.

в) Влияние соотношения  $\zeta = \alpha_{r1}/\alpha_{r2}$  закупочных цен ресурсов на рост  $Dx1$ ,  $Dx2$  прибыли предприятий в условиях общего дефицита ресурсов,  $R < C$ :

$$C = 600, \quad R = 500, \quad \alpha_{r1} = \zeta \cdot \alpha, \quad \alpha_{r2} = \alpha = 4, \quad \zeta \geq 1$$

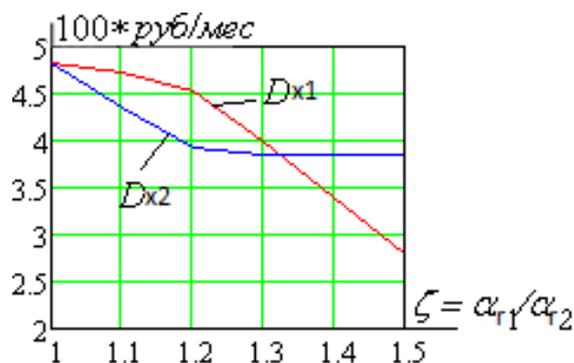


Рисунок 13 – Воздействие различий в закупочных ценах ресурсов на прирост прибыли предприятий

Из анализа данных, представленных на рисунке 5, следует, что при неизменной закупочной цене ресурсов для второго предприятия и прочих равных условиях, даже незначительное увеличение закупочной цены ресурсов для первого предприятия приводит к значительному ухудшению роста доходов второго предприятия. Это происходит за счёт перераспределения ресурсов в пользу первого предприятия, которое становится более выгодным для поставщиков из-за лучших ценовых условий, а также за счёт возможности расширения его производства. При наличии избытка ресурсов повышение закупочных цен на ресурсы становится неоправданным, поскольку это не приносит дополнительной выгоды в условиях свободного доступа к ресурсам.

г) Влияние коэффициента усиления различий в закупочных ценах ресурсов на прибыльность предприятий особенно заметно в условиях общего дефицита ресурсов. Этот показатель становится ключевым в ситуациях, когда ресурсы ограничены объемом  $\Delta R$ , и распределение ресурсов между предприятиями осуществляется на основе предварительных заявок  $\Delta \tilde{R}_1, \Delta \tilde{R}_2$ . В таких условиях заявки от предприятий часто не могут быть удовлетворены полностью, что приводит к конкуренции за ресурсы на основе предложенных цен.

Ресурсы в таких сценариях распределяются согласно следующим принципам:

$$\Delta R_1 = \eta_1 \Delta \tilde{R}_1, \quad \Delta R_2 = \eta_2 \Delta \tilde{R}_2, \quad \frac{\eta_1}{\eta_2} = \left( \frac{\alpha_{r1}}{\alpha_{r2}} \right)^k, \quad \eta_i \leq 1, \quad (i = 1, 2),$$

так что  $\Delta R_1 + \Delta R_2 = \Delta R$ . Для конкретности расчета полагаем:

$$C = 600, \quad R = 500, \quad \zeta = \alpha_{r1}/\alpha_{r2} = 1,2$$

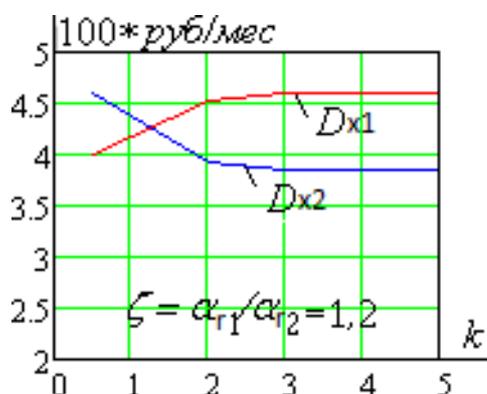


Рисунок 14 – Влияние показателя  $k$  усиления различия закупочных цен ресурсов на рост  $Dx1, Dx2$  прибыли предприятий

Анализ данных на рисунке 6 показывает, что при стабильном соотношении  $\zeta = \alpha_{r3}/\alpha_{r2} = 1,2$  закупочных цен ресурсов для разных предприятий и других неизменных условиях, коэффициент усиления  $k$  различия в закупочных ценах в диапазоне  $(0, 3)$  оказывает значительное влияние на увеличение прибыли предприятий. Это усиление дает преимущество предприятию, которое может более гибко подходить к формированию своих цен, особенно в течение периода

$$k \geq 1,3$$

д) Воздействие коэффициента усиления  $l$  различия в ценах продажи продукции на прирост  $Dx_1, Dx_2$  прибыли предприятий при избыточном наличии ресурсов,  $C < R$ . Коэффициент усиления различия в ценах продажи продукции выражает своё влияние в ситуациях, когда спрос ограничен  $C < R$ , а предложение продукции от предприятий в сумме превышает потребности рынка  $\Delta V$ . В таких условиях одно из предприятий может стремиться увеличить свою прибыль за счет небольшого снижения цены продукции, делая её более привлекательной для покупателей.

В данных условиях продажи продукции предприятий происходят согласно установленным формулам:

$$\Delta V_1 = \kappa_1 \Delta \tilde{V}_1, \quad \Delta V_2 = \kappa_2 \Delta \tilde{V}_2, \quad \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^l, \quad \kappa_i \leq 1, \quad (i = 1, 2),$$

так что  $\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V$ . Для конкретности расчета полагаем:

$$C = 500, \quad R = 600, \quad \tau = \alpha_1/\alpha_2 = 0,97$$

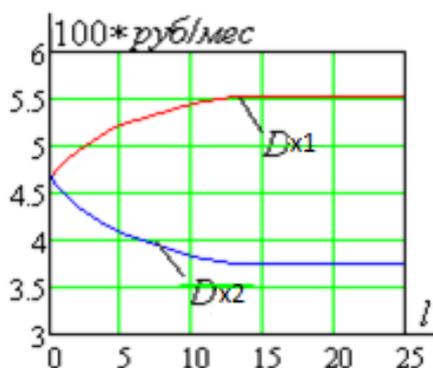


Рисунок 15 – Влияние показателя  $l$  усиления различия цен продаж продукции на рост  $Dx_1, Dx_2$  прибыли предприятий

Анализ данных, представленных на рисунке 7, указывает на то, что при стабильном соотношении  $\tau = \alpha_1/\alpha_2 = 0,97$  цен продаж продукции между предприятиями и других неизменных условиях, коэффициент усиления  $l$  различия в ценах продаж в интервале  $(0, 13)$  значительно влияет на увеличение прибыли предприятий. Этот коэффициент предписывает преимущество тому

предприятию, которое применяет более гибкую ценовую политику, уже начиная с  $l \geq 0,18$ .

Влияние других параметров на увеличение прибыли зависит от уникальных условий каждого предприятия, что очевидно и требует выполнения количественного анализа.

### **3.4 Проверка и валидация модели**

Сформированная математическая модель отражает характерные особенности деятельности предприятий при наличии конкуренции за источники ресурсов и рынок сбыта продукции. Ее достоверность можно обосновать тем, что все элементы математической модели соответствуют объективным параметрам процесса.

Основные положения математической модели широко используются в учебной и научной литературе. В научных работах акцентируется внимание на теоретическом обосновании механизмов и принципов действия рынка, учебная литература нацелена на изложение практических аспектов и методик эффективного управления торговыми операциями. Это соответствие между теоретическими основаниями и практическими методами является ключевым для понимания экономических процессов и успешного ведения бизнеса в условиях современного рыночного хозяйства.

Применяемый математический аппарат в полной мере приспособлен для анализа и планирования бизнес-процессов. Общая концепция построения математической модели соответствует теории баланса, которая позволяет количественно оценивать соотношения между различными компонентами экономической системы. В основе функционирования предприятия используется формула прибыли, которая равна произведению цены продажи продукции на объем продукции, вследствие чего можно планировать и прогнозировать финансовые результаты деятельности предприятия.

Используемые дифференциальные уравнения позволяют отслеживать динамику процесса конкуренции предприятий. Эти уравнения позволяют моделировать изменение уровня запасов, рост производительности или

колебания спроса и предложения на рынке. Дифференциальные уравнения выступают в роли инструмента для анализа основных процессов, в том числе для определения оптимальных стратегий управления и максимизации прибыли.

Математическое моделирование не только обеспечивает обоснованность принимаемых решений, но и способствует более глубокому пониманию взаимосвязей между экономическими факторами, что в свою очередь повышает эффективность управления и экономическую устойчивость предприятий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обобщение результатов исследования.

В ходе настоящей диссертации были разработаны и проанализированы математические модели конкуренции предприятий в условиях ограниченного спроса и ресурсов. Выявлены ключевые факторы, влияющие на конкурентоспособность предприятий в таких условиях, и предложены методы их моделирования и оптимизации.

Выводы по теоретическим основам моделирования конкуренции.

Было установлено, что существующие теоретические подходы к моделированию конкуренции позволяют учитывать различные типы ограничений, такие как спрос и ресурсы. Анализ показал важность правильного выбора и адаптации методов моделирования в зависимости от специфики конкуренции и ограничений.

Анализ существующих моделей.

В результате обзора литературы и анализа существующих моделей конкуренции с ограничениями на спрос и ресурсы были выявлены их преимущества и недостатки. Было показано, что большинство моделей недостаточно учитывают взаимодействие между различными типами ограничений, что снижает их применимость в реальных условиях.

Разработка математических моделей.

Разработанные математические модели конкуренции предприятий учитывают как ограничения на спрос, так и на ресурсы. Эти модели позволяют более точно прогнозировать поведение предприятий и определять оптимальные стратегии конкуренции в условиях ограничений.

Методы анализа и оптимизации.

Были предложены методы анализа и оптимизации конкурентного поведения предприятий, которые позволяют учитывать ограничения на спрос и ресурсы. Эти методы включают в себя элементы теории игр, оптимизации и статистического анализа.

#### Проверка и валидация моделей.

Результаты валидации подтвердили адекватность и применимость моделей для анализа конкуренции в условиях ограниченного спроса и ресурсов.

#### Практическая значимость результатов.

Разработанные модели и методы могут быть полезны для руководителей предприятий, аналитиков и лиц, принимающих решения. Они позволяют более точно прогнозировать рыночные условия, определять оптимальные стратегии развития и использования ресурсов, а также принимать обоснованные решения для повышения конкурентоспособности предприятий.

#### Рекомендации для дальнейших исследований.

В дальнейшем целесообразно углубить исследования в области интеграции различных типов ограничений в модели конкуренции, а также развивать методы оптимизации с учетом динамических изменений в экономической среде. Также рекомендуется проводить больше эмпирических исследований для подтверждения применимости моделей в различных отраслях и регионах.

#### Заключительное замечание.

Исследование моделирования конкуренции предприятий при ограничениях на спрос и ресурсы является актуальной и перспективной областью, которая имеет значительное теоретическое и практическое значение. Результаты диссертации вносят вклад в развитие этой области и могут быть использованы для повышения эффективности и конкурентоспособности современных предприятий.

## БЛИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Авдашева, С. Б. Экономические основы антимонопольной политики: российская практика в контексте мирового опыта / С. Б. Авдашева, А. Е. Шаститко, Е. Н. Калмычкова // Экономический журнал Высшей школы экономики. - 2007. - Т. 11, № 1. С. 89-123.
- 2 Аксютик, Е. А., Кроливецкий Э. Н. Инновационноинформационное обеспечение социально-экономического развития сферы услуг // Журнал правовых и экономических исследований. - 2014. № 3. - С. 152-155.
- 3 Ааматов, М. А. Исследование математической модели динамики численностей трех взаимодействующих популяций / М.А. Ааматов, Г.М. Ааматова, И. С. Кузнецова // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. Тамбов, - 2009. № 12. - С. 41-49.
- 4 Ааматова, Г. М. Математическая модель динамики трех популяций «два хищника-жертва» с внутривидовой конкуренцией жертвы // XXI век: фундаментальная наука и технологии. - 2017. Т.1. - С. 157-161.
- 5 Ааматова, М. Теоретические модели конкурентоспособности / М. Ааматова, Е. Попов // Маркетинг. - 2003. № 4. - С. 25.
- 6 Байков, Е. А., Константинова Д. Г. Применение технологий командного менеджмента в интересах повышения эффективности деятельности предприятий медиаиндустрии // Петербургский экономический журнал. - 2014. № 4. - С. 38-44.
- 7 Басовский, Л. Е. Экономика отрасли: учебное пособие / Л. Е. Басовский. М.: ИНФРА-М, - 2009. – 145 с. (Высшее образование). Бланк И. А. Инвестиционный менеджмент: учебный курс / И. А. Бланк. Киев: Эльга-Н: Ника-Центр, 2001. 448 с.
- 8 Бланк, И. А. Основы финансового менеджмента: В 2 т. / И. А. Бланк. Киев: Ника-Центр, - 1999. - Т. 2. – 512 с. (Библиотека финансового менеджмента; Вып. 7).
- 9 Блауг, М. Экономическая мысль в ретроспективе: учебник / М.

Блауг. М.: Дело Лтд, - 1994. – 720 с.

10 Гаврилова, С. Н. Секторально-отраслевая структура региона как фактор повышения его конкурентоспособности / С. Н. Гаврилова, Е. А. Орлова. Екатеринбург: Изд-во Ин-та экономики УрО РАН, - 2007. – 233 с.

11 Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование // М.: Наука. - 1976. – с. 248.

12 Гвозденко, А. Н. SWOT-анализ: методики проведения и возможности применения на российских предприятиях / А. Н. Гвозденко // Маркетинг и маркетинговые исследования. - 2006. № 2. - С. 144-156.

13 Гельвановский, М. Н. Конкурентоспособность в микро-, мезо- и макроуровневом измерениях / М. Гельвановский, В. Жуковская, И. Трофимова // Российский экономический журнал. 1998. № 3. Говорова Н. Конкурентоспособность – основной фактор развития современной экономики / Н. Говорова // Проблемы теории и практики управления. - 2006. № 4. - С. 25-37.

14 Городничая, Е. И. Зарубежный опыт государственного стимулирования формирования кластеров / Е. И. Городничая // Вестник Московского университета. - 2010. № 1. - С. 15-26.

15 Градов, А. П. Отраслевая дифференциация и специализация производства в машиностроении / А. П. Градов. Л.: Машиностроение, 1976. –206 с.

16 Грант, Р. М. Современный стратегический анализ / Р. М. Грант; пер. с англ. под ред. В. Н. Фунтова. 5-е изд. Санкт-Петербург: Питер, 2008. 560 с.: ил. (Классика МВА). Завьялов П. С. Маркетинг в схемах, рисунках, таблицах / П. С. Завьялов. М.: ИНФРА-М, - 2007. – 228 с.

17 Зайцев, М. П. Стоит ли покупать акции «Газпром» // Аналитическая оценка. Москва: Личные финансы и инвестирование. – 2017. Режим доступа: <http://ibuffet.ru/gazprom/> (дата обращения 05.04.2024)

18 Зайцев, М. П. Стоит ли покупать акции «Роснефть» // Аналитическая оценка. Москва: Личные финансы и инвестирование. 2017. Режим доступа: <http://ibuffet.ru/rosneft/> (дата обращения 05.04.2024)

19 Зайцев, М. П. Стоит ли покупать акции ПАО «Лукойл» // Аналитическая оценка. Москва: Личные финансы и инвестирование. 2017. Режим доступа: <http://ibuffet.ru/lukoil/> (дата обращения 05.04.2024)

20 Илышев, А. М. Стратегический конкурентный анализ в транзитивной экономике России / А. М. Илышев, Н. Н. Илышева, Т. С. Селевин. М.: Финансы и статистика: ИНФРА-М, - 2010. – 480 с.

21 Кит П. Управленческая экономика. Инструментарий руководителя: пер. с англ. / П. Кит, Ф. Янг. 5-е изд. Санкт-Петербург: Питер, - 2008. – 624 с.: ил. (Классика МВА).

22 Комков, Н. И. Колочева, В. В. Основы конкурентоспособности: учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, - 2011.

23 Конкурентоспособность региона: новые тенденции и выводы / под ред. И. А. Татаркина. Екатеринбург: Ин-т экономики УрО РАН, 2003. Конкуренция и антимонопольное регулирование: учебное пособие для вузов / С. Б. Авдашева [и др.]; под ред. А. Г. Цыганова. М.: Логос, - 1999. – 368 с.

24 Котлер, Ф. Основы маркетинга / Ф. Котлер. Санкт-Петербург: Корунда: Литер-плюс, - 1994. – 698 с.

25 Криворотов, В. В. Механизм повышения конкурентоспособности отечественных предприятий / В. В. Криворотов. Екатеринбург: ГОУ ВПО «Урал. гос. техн. ун-т – УПИ», - 2006. – 201 с.

26 Кружкова, Т. И. Конкуренция и ответственность: История. Теория. Практика: монография / Т. И. Кружкова, К. П. Стожко; под ред. К. П. Стожко. Екатеринбург: Изд-во Урал.ун-та, - 2010. – 592 с.

27 Ламбен, Ж. Ж. Менеджмент, ориентированный на рынок / Ж. Ж. Ламбен, Р. Чумиитас, И. Шулинг; пер. с англ. под ред. В. Б. Колчанова. 2-е изд. СанктПетербург: Питер, - 2008. – 720 с.

28 Лебедев, В.В. Математическое и компьютерное моделирование в экономике / В.В. Лебедев, К.В. Лебедев. – М.: НВТ-Дизайн, - 2015. – 256 с.

29 Макконел, К. Р., Брю С. Л. Экономикс: принципы, проблемы и политика: пер. с 13-го англ. изд. М.: ИНФРА-М, 1999.

30 Подходы к оценке экономической категории «конкурентоспособности» / Н. И. Комков, А. В. Лазарев // Проблемы прогнозирования. 2007. № 4. С. 5-20.

31 Сельвинский, В. В. Математическая модель конкурентоспособности предприятия [Текст] / В. В. Сельвинский // Вестник Амурского государственного университета. 2022. - Вып. 99 : Сер. Естеств. и экон. науки. - С. 3-7 : 2 Рисунок - Библиогр. в конце ст. . - ISSN 2073-0268

32 Сысоев, А.Е. Математическая модель конкурентоспособности предприятия [Текст] / В. В. Сельвинский, А. Е. Сысоев // Вестник Амурского государственного университета. Сер. Естеств. и экон. науки. - 2024. - Вып. 105 : - С. 13-19.

33 Сысоев, А.Е. Исследование математической модели конкуренции предприятий на основе математического пакета Mathcad / В кн.: «Молодежь XXI века: шаг в будущее»: сборник материалов XXV региональной научной-практической конференции. – Благовещенск. 2024. (в печати)

ПРИЛОЖЕНИЕ А  
Листинг программного кода

```

ic0 := (
P1 ←  $\frac{p1(x10)}{\alpha1}$ 
P2 ←  $\frac{p2(x20)}{\alpha2}$ 
F1 ← x10 if P1 + P2 ≤ R
otherwise
|
|  $\eta1 \leftarrow \frac{R}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
|  $\eta2 \leftarrow \frac{R \cdot \zeta^k}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
| if  $\eta1 > 1$ 
| |  $\eta1 \leftarrow 1$ 
| |  $\eta2 \leftarrow \frac{R - P1}{P2}$ 
| if  $\eta2 > 1$ 
| |  $\eta2 \leftarrow 1$ 
| |  $\eta1 \leftarrow \frac{R - P2}{P1}$ 
| D1 ←  $\mu01^2 + 4 \cdot \mu11 \cdot \delta11 \cdot \eta1 \cdot \alpha1 \cdot P1$ 
|  $y1P1 \leftarrow \frac{-\mu01 + \sqrt{D1}}{2 \cdot \mu11 \cdot \delta11}$ 
| F1 ← x10 + y10 - y1P1
| F1
| | F2 ← y10 if P1 + P2 ≤ R
| | F2 ← y1P1 otherwise
| | F2
| F3 ← x20 if P1 + P2 ≤ R
| otherwise
| | D2 ←  $\mu02^2 + 4 \cdot \mu12 \cdot \delta12 \cdot \eta2 \cdot \alpha2 \cdot P2$ 
| |  $y2P2 \leftarrow \frac{-\mu02 + \sqrt{D2}}{2 \cdot \mu12 \cdot \delta12}$ 
| | F3 ← x20 + y20 - y2P2
| F3
| | F4 ← y20 if P1 + P2 ≤ R
| | F4 ← y2P2 otherwise
| | F4
)

```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А  
Листинг программного кода

$$\begin{aligned}
 & P10 \leftarrow \frac{p1(X_1)}{\alpha_1} \\
 & P20 \leftarrow \frac{p2(X_3)}{\alpha_2} \\
 & P \leftarrow \min(C, R) \\
 & F1 \leftarrow \frac{(1 - vr1) \cdot \alpha_1 \cdot P10 - (\beta_1 + \gamma_1) \cdot X_1}{1 + \delta_{21} \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right)} \\
 & F1 \\
 & F2 \leftarrow \delta_{21} \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right) \cdot F1 \\
 & F3 \leftarrow \frac{(1 - vr2) \cdot \alpha_2 \cdot P20 - (\beta_2 + \gamma_2) \cdot X_3}{1 + \delta_{22} \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right)} \\
 & F4 \leftarrow \delta_{22} \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right) \cdot F3
 \end{aligned}$$

D1CR(t, X) :=

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А  
Листинг программного кода

```

DC1R(t, X) :=
    P10 ←  $\frac{p1(X_1)}{\alpha1}$ 
    P20 ←  $\frac{p2(X_3)}{\alpha2}$ 
     $\kappa1 \leftarrow \frac{C \cdot \tau^1}{P10 \tau^1 + P20}$ 
     $\kappa2 \leftarrow \frac{C}{P10 \tau^1 + P20}$ 
    if  $\kappa1 > 1$ 
         $\kappa1 \leftarrow 1$ 
         $\kappa2 \leftarrow \frac{C - P10}{P20}$ 
    if  $\kappa2 > 1$ 
         $\kappa2 \leftarrow 1$ 
         $\kappa1 \leftarrow \frac{C - P20}{P10}$ 
    F1 ←  $(\kappa1 - \nu r1) \cdot \alpha1 \cdot P10 - (\beta1 + \gamma1) \cdot X_1 - \lambda1 \cdot (1 - \kappa1) \cdot \alpha1 \cdot P10$ 
    F1
    F2 ←  $\delta21 \cdot \left(1 - \frac{1}{\kappa1}\right) \cdot |F1|$ 
    F3 ←  $(\kappa2 - \nu r2) \cdot \alpha2 \cdot P20 - (\beta2 + \gamma2) \cdot X_3 - \lambda2 \cdot (1 - \kappa2) \cdot \alpha2 \cdot P20$ 
    F4 ←  $\delta22 \cdot \left(1 - \frac{1}{\kappa2}\right) \cdot |F3|$ 

```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А Листинг программного кода

```

S1 := j ← 0
while j < N
    t0 ← t00 + j·Δt
    t1 ← t0 + Δt
    P1 ←  $\frac{p1(S0_{j,2})}{\alpha1}$ 
    P2 ←  $\frac{p2(S0_{j,4})}{\alpha2}$ 
    if P1 + P2 > R
        η1 ←  $\frac{R}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
        η2 ←  $\frac{R \cdot \zeta^k}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
        if η1 > 1
            η1 ← 1
            η2 ←  $\frac{R - P1}{P2}$ 
        if η2 > 1
            η2 ← 1
            η1 ←  $\frac{R - P2}{P1}$ 
        P1 ← η1·P1
        P2 ← η2·P2
        D1 ←  $\mu01^2 + 4 \cdot \mu11 \cdot \delta11 \cdot \alpha1 \cdot P1$ 
        x1P1 ←  $\frac{-\mu01 + \sqrt{D1}}{2 \cdot \mu11 \cdot \delta11}$ 
        D2 ←  $\mu02^2 + 4 \cdot \mu12 \cdot \delta12 \cdot \alpha2 \cdot P2$ 
        x2P2 ←  $\frac{-\mu02 + \sqrt{D2}}{2 \cdot \mu12 \cdot \delta12}$ 
        S0j,1 ← S0j,1 + S0j,2 - x1P1
        S0j,2 ← x1P1
        S0j,3 ← S0j,3 + S0j,4 - x2P2
        S0j,4 ← x2P2
    for i ∈ 0..3
        ici ← S0j,i+1
    S ← rkfixed(ic, t0, t1, 1, DC1R) if C ≤ P1 + P2
    S ← rkfixed(ic, t0, t1, 1, D1CR) otherwise
    j ← j + 1
    for i ∈ 0..4
        S0j,i ← S1,i
S0

```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А  
Листинг программного кода

$$\begin{aligned}
 D1CR(t, X) := & \left[ \begin{array}{l}
 P10 \leftarrow \frac{p1(X_1)}{\alpha1} \\
 P20 \leftarrow \frac{p2(X_3)}{\alpha2} \\
 P \leftarrow \min(C, R) \\
 F1 \leftarrow \frac{(1 - vr1) \cdot \alpha1 \cdot P10 - (\beta1 + \gamma1) \cdot X_1}{1 + \delta21 \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right)} \\
 F1 \\
 F2 \leftarrow \delta21 \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right) \cdot F1 \\
 F3 \leftarrow \frac{(1 - vr2) \cdot \alpha2 \cdot P20 - (\beta2 + \gamma2) \cdot X_3}{1 + \delta22 \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right)} \\
 F4 \leftarrow \delta22 \cdot \left(1 - \frac{P10}{P} - \frac{P20}{P}\right) \cdot F3
 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А  
Листинг программного кода

```

DC1R(t,X) :=
    P10 ←  $\frac{p1(X_1)}{\alpha1}$ 
    P20 ←  $\frac{p2(X_3)}{\alpha2}$ 
    κ1 ←  $\frac{C \cdot \tau^1}{P10 \tau^1 + P20}$ 
    κ2 ←  $\frac{C}{P10 \tau^1 + P20}$ 
    if κ1 > 1
        κ1 ← 1
        κ2 ←  $\frac{C - P10}{P20}$ 
    if κ2 > 1
        κ2 ← 1
        κ1 ←  $\frac{C - P20}{P10}$ 
    F1 ← (κ1 - vr1) · α1 · P10 - (β1 + γ1) · X1 - λ1 · (1 - κ1) · α1 · P10
    F1
        F2 ← δ21 ·  $\left(1 - \frac{1}{\kappa1}\right)$  · |F1|
    F3 ← (κ2 - vr2) · α2 · P20 - (β2 + γ2) · X3 - λ2 · (1 - κ2) · α2 · P20
        F4 ← δ22 ·  $\left(1 - \frac{1}{\kappa2}\right)$  · |F3|

```

```

S1 := | j ← 0
      | while j < N
      |   t0 ← t00 + j·Δt
      |   t1 ← t0 + Δt
      |   P1 ←  $\frac{p1(S0_{j,2})}{\alpha1}$ 
      |   P2 ←  $\frac{p2(S0_{j,4})}{\alpha2}$ 
      |   if P1 + P2 > R
      |     |  $\eta1 \leftarrow \frac{R}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
      |     |  $\eta2 \leftarrow \frac{R \cdot \zeta^k}{P1 + P2 \cdot \zeta^k}$ 
      |     | if  $\eta1 > 1$ 
      |     |   |  $\eta1 \leftarrow 1$ 
      |     |   |  $\eta2 \leftarrow \frac{R - P1}{P2}$ 
      |     | if  $\eta2 > 1$ 
      |     |   |  $\eta2 \leftarrow 1$ 
      |     |   |  $\eta1 \leftarrow \frac{R - P2}{P1}$ 
      |     | P1 ←  $\eta1 \cdot P1$ 
      |     | P2 ←  $\eta2 \cdot P2$ 
      |     | D1 ←  $\mu01^2 + 4 \cdot \mu11 \cdot \delta11 \cdot \alpha1 \cdot P1$ 
      |     |  $x1P1 \leftarrow \frac{-\mu01 + \sqrt{D1}}{2 \cdot \mu11 \cdot \delta11}$ 
      |     | D2 ←  $\mu02^2 + 4 \cdot \mu12 \cdot \delta12 \cdot \alpha2 \cdot P2$ 
      |     |  $x2P2 \leftarrow \frac{-\mu02 + \sqrt{D2}}{2 \cdot \mu12 \cdot \delta12}$ 
      |     |  $S0_{j,1} \leftarrow S0_{j,1} + S0_{j,2} - x1P1$ 
      |     |  $S0_{j,2} \leftarrow x1P1$ 
      |     |  $S0_{j,3} \leftarrow S0_{j,3} + S0_{j,4} - x2P2$ 
      |     |  $S0_{j,4} \leftarrow x2P2$ 
      |   for i ∈ 0..3

```