

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет Математики и информатики  
Кафедра Математического анализа и моделирования  
Направление подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика  
Профиль: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ  
Зав.кафедрой  
\_\_\_\_\_ Т.В. Труфанова  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

на тему: Компьютерное моделирование инфляционных процессов

Исполнитель  
студент группы 252 \_\_\_\_\_ В.С. Данилин  
(подпись, дата)

Руководитель  
канд. техн. наук, доцент \_\_\_\_\_ Н.В. Кван  
(подпись, дата)

Нормоконтроль  
канд. техн. наук, доцент \_\_\_\_\_ А.В. Рыженко  
(подпись, дата)

Благовещенск 2016

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет Математики и информатики  
Кафедра Математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой Т.В. Труфанова

\_\_\_\_\_2016 г.  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_

### ЗАДАНИЕ

К выпускной квалификационной работе студента  
Данилина Виктора Сергеевича

1. Тема выпускной квалификационной работы: Компьютерное моделирование инфляционных процессов.

(утверждено приказом от 03.06.2016 № 1215-уч )

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 14.06.2016 г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: специализированная учебная и научная литература по теме исследования, отчет по преддипломной практике.

4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов): изучение теоретических основ инфляции, математическая модель оценки инфляции, анализ математической модели, применение метода Рунге-Кутты, компьютерное моделирование инфляции в пакете Simulink Matlab, анализ полученных результатов.

5. Перечень материалов приложения: листинги вычислительных программ.

6. Нормоконтроль: доцент, канд. техн. наук А.В. Рыженко.

7. Дата выдачи задания 25.04.2016 г.

Руководитель выпускной квалификационной работы:

Кван Наталья Владимировна, канд. техн. наук, доцент.

Задание принял к исполнению (25.04.2016 г.): \_\_\_\_\_  
(подпись студента)

## РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 84 с., 38 рисунков, 33 источника, 4 таблицы, 1 приложение.

ИНФЛЯЦИЯ, КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЭКОНОМО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, SIMULINK, КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ИНФЛЯЦИИ.

В работе исследованы методы математического моделирования инфляционных процессов, рассмотрена модель инфляции применительно к процессам, происходящим в России.

Объектом является изученная и реализованная в виде программного приложения компьютерная модель оценки инфляции.

Достижение цели выполняется списком задач:

- изучить современные подходы к описанию инфляционных процессов;
- изучить основы компьютерного моделирования и приемы работы для использования в среде Simulink Matlab;
- реализовать имитационную модель в Simulink Matlab;
- выполнить численное решение прикладной задачи методом Рунге-Кутты;
- спрогнозировать поведение показателей инфляции (индекс потребительских цен и темп инфляции) на начало 2016 года;
- провести сравнительный анализ компьютерной модели с ее численным решением и статистическими данными, взятыми с сайта Росстат.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1 Инфляция как объект экономической теории	7
1.1 Деньги и цены, эмиссия и денежная масса	7
1.2 Инфляция: определение, виды и причины появления	12
1.3 Инфляции в России	15
2 Современное состояние математического моделирования инфляционных процессов	30
2.1 Основы имитационного моделирования	30
2.1.1 Понятие модели	30
2.1.2 Классификация моделей	30
2.1.3 Последовательность разработки математических моделей	33
2.1.4 Определение цели моделирования	33
2.1.5 Построение концептуальной модели	34
2.1.6 Планирование модельных экспериментов и проведение машинных экспериментов с моделью системы	38
2.2 Компьютерное моделирование в экономике	39
2.3 Обзор пакетов Matlab	42
2.4 Обзор современных методов моделирования инфляции	45
2.5 Исследование моделей динамики цен	47
2.6 Динамика цен во внешней торговле	58
2.7 Анализ динамических рядов	60
3 Компьютерная модель оценки инфляции	63
3.1 Математический вывод модели	
3.2 Оценка инфляционных ожиданий	68
3.3 Статическая оценка параметров системы	71
3.4 Simulink-модель	72
Заключение	79
Библиографический список	80
Приложение А	83

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема инфляции занимает важное место в экономической науке, поскольку ее показатели и социально-экономические последствия играют серьезную роль в оценке экономической безопасности страны и всемирного хозяйства.

Актуальность этого вопроса в современных условиях определяется следующими факторами:

- инфляция – это один из важнейших макроэкономических показателей;
- в последние годы наблюдаются скачки инфляции;
- инфляционным ростом цен;
- обострением экономической и социальной напряженности;
- обесцениванием сбережений населения;
- несбалансированностью государственных расходов и доходов, выражающихся в дефиците бюджета;
- ростом «открытой» экономики страны;
- инфляционными ожиданиями;
- важностью прогнозирования показателей инфляции с помощью компьютерного моделирования.

Разработка макроэкономической политики невозможна без выполнения комплексной перспективной оценки влияния важнейших факторов развития экономики на динамику и структуру производства, вследствие чего последняя относится к числу важнейших задач, от успешного решения которых зависит формирование научно-обоснованной макроэкономической политики.

Таким образом, для более точного прогнозирования инфляции, выявления ее особенностей, должны применяться количественные методы и в частности метод компьютерного моделирования.

Решение этой задачи имеет большое значение для будущего страны.

В мире почти нет стран, где бы во второй половине XX в. не существовала инфляция. Она как бы пришла на смену прежней болезни рыночной эконо-

мики, которая стала явно ослабевать, – циклическим кризисам. Однако наиболее ярко инфляция проявляется в современной России. В настоящее время Россия переживает экономический кризис, который не имеет аналогов в новейшей истории. Официальный прогноз Минэкономразвития от 31.09.2015 предполагает, что инфляция в России в 2016 году составит 12%, причём пик инфляции планируется на первый квартал [1].

Инфляционные процессы оказывают отрицательное воздействие на общую экономическую ситуацию в стране, поэтому в настоящее время вопрос о том, каким образом можно создать долговременные институциональные «рамки» российской макроэкономической политики выдвигается на первый план экономической практики.

К настоящему времени при обосновании путей перехода к рыночной экономике использовались различные подходы, в том числе делались (и делаются) попытки использовать рекомендации экономической теории, разработанной для объяснения функционирования сложившейся рыночной экономики западных стран.

Одним из частных вопросов является установление механизма инфляции и прогнозирование ее уровня на фоне изменения других макроэкономических показателей.

# 1 ИНФЛЯЦИЯ КАК ОБЪЕКТ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

## 1.1 Деньги и цены, эмиссия и денежная масса

Под деньгами будем понимать обобщённое средство покупательной способности, принимаемое в качестве оплаты за товары и услуги. Совокупный объём наличных денег и денег безналичного оборота является денежной массой [2].

Денежная масса в обращении характеризуется величиной денежного агрегата  $M_2$ , в состав которого включаются наличные деньги в обращении  $M_0$  (деньги вне банков), а также деньги безналичного оборота: остатки на расчётных и текущих счетах, вклады до востребования  $M_1$ , депозиты предприятий и организаций, вклады населения в банках [2]. Совокупный объём денежной массы, в том числе и её прирост во многом определяется увеличением абсолютных размеров кредита банков. С этой стороны величина денежной массы в обращении представляет собой результат денежно-кредитной политики. Денежная база представляет собой:

- сумму наличных денег в обращении и в кассах коммерческих банков;
- средства в фонде обязательных резервов банков;
- остатки на корреспондентских счетах коммерческих банков (в России в Центральном Банке (ЦБ) РФ).

Регулирование объёмов денежной массы и денежной базы осуществляются с помощью мер денежно-кредитной политики, проводимых ЦБ РФ. В их составе можно отметить изменение учётной ставки процента при предоставлении ресурсов ЦБ в порядке рефинансирования коммерческих банков, установление норм образования фонда обязательных резервов коммерческих банков, ограничение операций коммерческих банков в ЦБ. Эти меры служат предотвращению чрезмерного роста денежной массы.

Предложение денег в макроэкономике определяется государством на основе изучения спроса и возможности его покрытия денежной массой. Структура предложения денег может быть различна, существует множество

методов определения ее составных частей. Можно выделить два аспекта. Первый, когда при определении денег для сделок, складывают наличные металлические и бумажные деньги и текущие счета. Второй – все возможные платежные средства, куда помимо денег для сделок входят срочные счета и другие, менее ликвидные средства (государственные облигации, ценные бумаги) [3].

Очевидно, что в экономике денежные выплаты, расходуемые на товары и услуги в течение данного периода времени, должны быть равны всем денежным поступлениям продавцов этих товаров и услуг за этот же период времени. Эта взаимосвязь выражается так называемым «уравнением обмена» [3,4]:

$$MV = PQ, \tag{1}$$

где  $M$  – суммарный денежный запас;

$V$  – скорость обращения денежного дохода;

$P$  – средневзвешенная цена всех проданных товаров и услуг;

$Q$  – физическое количество этих товаров и услуг.

Таким образом,  $MV$  – это суммарные денежные выплаты поставщикам товаров и услуг,  $PQ$  – суммарные денежные поступления этих поставщиков, и равенство этих сумм очевидно.

Уравнение обмена (1) позволяет оценить экономическое значение денег. В «раннем» варианте количественная теория денег – это расширение уравнения обмена. В количественной теории денег утверждается, что денежная масса определяет уровень цен. Изменения уровня цен  $P$  прямо пропорциональны изменениям количества денег  $M$ . Такой результат следует из предположения неизменности  $V$  и  $Q$ , предложенного сторонниками количественной теории денег.

Другой подход заключается в том, что изменения денежной массы сопровождаются полностью противоположными изменениями скорости обращения денег; то есть на  $P$  и  $Q$  не оказывают влияния изменения  $M$  (экстремальный подход). Также можно утверждать, что изменения  $M$  имеют соответствующее

прямое воздействие на  $Q$  при постоянных значениях  $V$  и  $P$ , за исключением случая, когда  $Q$  имеет своё максимальное значение (при полном использовании ресурсов).

Еще один правдоподобный вариант заключается в том, что изменения  $M$  в большей части будут влиять на  $V$ ,  $P$  и  $Q$ . Величина относительного влияния на каждый из параметров будет функцией текущих уровней  $P$  и  $Q$ , а также ожидаемых текущих уровней процентных ставок (поскольку процентные ставки влияют на расходы и, вероятно, на желаемые денежные накопления). Например, увеличение денежной массы во время сильного экономического спада скажется главным образом на  $Q$ . При больших количествах незадействованных ресурсов увеличения  $Q$ , обусловленные увеличением  $M$ , не приведут к значительному возрастанию  $P$ . С другой стороны, когда экономика полностью использует имеющиеся ресурсы, увеличения  $M$  приведут к повышению  $P$  (возможно и к некоторому понижению  $V$ ) [4].

Монетаризм в настоящее время является основой для принятия решений в области экономической политики в нашей стране.

Достаточно крайней монетаристской позиции придерживается советник Президента по экономической политике А. Илларионов [5]: «Российская инфляция, как и любая другая, имеет монетарную природу. Она вызывается и поддерживается денежными, монетарными причинами». А. Илларионов следующим образом описывает монетаристскую гипотезу: «Следует ожидать, что повышенные темпы прироста денежной массы будут соответствовать темпам повышенного прироста инфляции и соответственно темпы сдержанного роста денежной массы – замедлению темпов инфляции».

Отечественные исследователи в 90-х гг. обратили внимание на наличие связи между приростом денежной массы и приростом уровня цен с лагом в несколько месяцев. В частности, например, анализ рядов по наличной эмиссии и индексам потребительских цен за 1992 год позволяет утверждать, что ценовая реакция рынка на изменение масштабов выброса денег происходит с запаздыванием на два месяца [6], а В. Дребенцов и В. Попов [7] сообщают о том, что лаг

для M0 составлял 3 месяца, а для M1 – 4 месяца. Большинство исследователей обращают внимание на заметную связь между ценами и агрегатом M2 с лагом в четыре месяца [8].

В дальнейшем исследователи пришли к выводу о том, что величина лага постепенно увеличивается. А. Илларионов [5] обосновывает увеличение лага тем, что в связи с изменениями, произошедшими в финансовой системе России «денежная масса, эмитированная в экономику, теперь до потребительского рынка идет гораздо дольше, задерживаясь на различных «этажах» финансовой системы. В результате лаг между темпами инфляции, составлявший три месяца осенью 1992 г., возрос до 4-х месяцев весной 1993 г., 5-ти месяцев осенью 1993 г. 6-ти месяцев в начале лета 1994 г.»

По мнению А. Илларионова, такое увеличение лага может быть объяснено тем, что российская финансовая система приближается в этом отношении к развитым рыночным странам, в которых, согласно экономической литературе США и Великобритании наблюдаются 12-ти, 18-ти и 24-х месячные лаги. Неполное соответствие между гипотезой и данными А. Илларионов относит к «эффекту накопления» в финансовой системе «избыточной» части денежной массы, которая выливается на потребительский рынок не в течении 3-6 месяцев, а с гораздо большими лагами.

М. Делягин считает [7], что «недостаточная эффективность многочисленных исследований в данной области обусловлена прежде всего предпосылкой о неизменности временного лага между увеличением денежной массы и соответствующим ускорением инфляции, являющейся, по всей вероятности, ошибочной». По его мнению, время прохождения прироста денежной массы до потребительского рынка не только не константа, но и не экзогенная переменная, оно зависит от развития финансовых рынков и в первую очередь от динамики инфляции в предшествующие периоды. Предлагается следующая гипотеза: чем ниже инфляция, тем длиннее временной лаг, чем инфляция сильнее, тем он короче.

Б. Икес [9] замечает, что те, кто механически применял правило четырехмесячного лага, получили плохие прогнозы. Он полагает, что ошибочно использование при составлении прогноза фиксированного лага. Рост денежных сбережений из-за увеличения реальной процентной ставки способствует удлинению лага.

Мау В. и др. [10, 11] дополнили распространенную лаговую модель инфляции авторегрессионной составляющей. В их модели темп инфляции зависит не только от темпов прироста М2 в предыдущие месяцы, но и от темпа инфляции в предыдущий месяц. Неоправданным является, однако то, что они не включили в регрессию свободный член.

Есть и отрицательные результаты: «Наши расчеты не подтверждают распространенного тезиса о тесной корреляции потребительских цен (тем более оптовых) с динамикой широкой денежной массы М3 с лагом в 4 месяца. В период с февраля 1993 г. по октябрь 1994 г. изменения денежной массы объясняли 30-31% вариации потребительских цен» [12]. Белоусов Д. и Клепач А. сомневаются в возможности существования длительных лагов в условиях интенсивной инфляции. Они рассматривают инфляцию издержек и монетарную инфляцию как два разных фактора, которые могут объяснять изменения цен.

В настоящее время «монетаристскую» точку зрения разделяют и многие из тех, кто не согласен с монетаристскими способами борьбы с инфляцией. По мнению Н. Ноздрань и И. Березина [13, 14] «даже Кейнс ... не подвергал сомнению причинную связь *деньги* → *уровень цен*».

Монетаристская концепция не будет полна без рассмотрения связи между более широкой денежной массой, с которой, по предположению, связан рост цен, и денежной базой, поскольку государство не может непосредственно управлять такими составляющими денежной массы как вклады в коммерческих банках.

Н. Дементьев [15] обращает внимание на то, что обычный способ подсчета мультипликатора в приложении к российской экономике приводит к

существенным погрешностям. Дементьев предлагает моделировать процесс мультипликации с помощью регрессионной модели с распределенным лагом.

С точки зрения баланса ЦБ основным источником эмиссии служит увеличение активов ЦБ, в первую очередь его кредитов правительству и коммерческим банкам. Процесс выдачи кредитов ЦБ получил название кредитной эмиссии. «Влияние кредитной эмиссии Центрального банка на размер денежной массы порождает цепочку: прирост кредитов – прирост денежной базы – прирост денежной массы» (Дементьев Н. [15]). Илларионов А. [5] считает эмиссию одним из важнейших факторов инфляции. Ноздрань Н. [16] считает, что влияние централизованной эмиссии на расширение денежной массы ограничено. По ее расчетам, изменение кредитного мультипликатора на 94% определяется индексами оптовых цен на товары производственного назначения и сглаженными индексами объемов производства. Ноздрань Н. делает вывод, что «первичным является рост издержек и спроса на кредитные ресурсы, приводящие к росту предложения кредитов и расширению денежной массы, что позволяет сделать вывод об эндогенной природе российских денег».

## **1.2 Инфляция: определение, виды и причины появления**

Инфляция – это обесценивание денег, снижение их покупательной способности. Инфляция может проявляться не только в повышении цен. Наряду с открытой, ценовой имеет место скрытая, или подавленная, инфляция, проявляющаяся, прежде всего, в дефиците товаров и услуг при неизменных ценах или невыплате заработной платы в срок, что означает ее последующую выплату обесцененными деньгами [17].

Следует отметить, что не всякий рост цен является следствием инфляции. Цены могут повышаться за счет повышения качества продукции, изменения производственных условий, изменении потребностей общества. Такой рост цен не является инфляционным.

Согласно Булатову А.С. основными причинами инфляции являются: рост денежной массы и снижение объемов товара на рынке, покупательский спрос, как следствие, превышает товарное предложение. При стабильном уровне про-

изводства и постоянной скорости обращения денежной массы основным фактором ценовых сдвигов становится изменение объема денежной массы. Если объем денег равен спросу на них, тогда уровень цен не изменяется. Рост объема денежной массы ведет к увеличению уровня цен.

С точки зрения монетаризма причина инфляционного разрыва заключается в чрезмерном росте денежной массы. Однако в книге [17] Булатов А.С. обращает внимание на то, что связь между денежной массой и движением цен не только прямая, но и обратная: рост цен вынуждает увеличивать денежную массу, с ростом денежной массы растут цены. Роль играет не только количество денег в обращении, но и их покупательная способность, и сама структура денежной массы.

В работе [18] Медведева М.А. говорит о двух видах инфляции в экономической теории: подавленной и открытой. Для экономики с регулируемым ценами характерна подавленная инфляция. Такая инфляция проявляется в увеличении денежной массы, дефиците товаров, снижении качества товаров и развитии теневого сектора экономики. В таком случае правительство для снижения роста цен предпринимает следующие меры: фиксирование цен, регулирование заработной платы. В условиях открытой инфляции товарный дефицит отсутствует, а правительство не вмешивается в товарно-денежные отношения напрямую, а рост денежной массы приводит к росту цен.

Открытая инфляция проявляется в следующих видах: инфляция спроса и инфляция предложения. В сущности, это две, как правило, взаимосвязанные, но неравнозначные причины инфляции: одна – со стороны спроса, другая – со стороны предложения [17].

Инфляция спроса возникает тогда, когда темпы роста совокупного спроса превышают темпы роста ВВП. Увеличение совокупного спроса может произойти за счет роста ряда показателей, главными из которых являются фонд потребления, инвестиции, государственные расходы, чистый экспорт. Из уравнения (1) видно, что при увеличении левой части (как за счет роста скорости оборота денег, так и за счет увеличения денежной массы) правая часть при

фиксированном объеме выпуска товаров может возрасти лишь за счет роста цен.

Инфляция предложения вызывается ростом издержек производства и, как следствие, сокращением совокупного предложения. Два самых важных источника роста издержек – повышение номинальной заработной платы и увеличение цен на сырье и энергоносители. Если денежная масса и объем выпуска товаров остались неизменными, то единственным средством для обеспечения равенства (1) служит рост цен.

Таким образом, инфляция определяется двумя основными причинами. Во-первых, – обесцениванием денег в результате чрезмерной эмиссии, не обеспеченной соответствующей товарной массой (в результате платежеспособный спрос существенно повышает предложение, что и приводит к росту цен). Во-вторых, – повышение издержек товарного производства, которое давит на уровень цен, повышая их и тем самым, обесценивая денежную массу, большинство аналитиков считает, что взаимодействие этих двух сторон происходит непрерывно, причем то одна, то другая выступает в роли главной причины инфляции.

Что касается влияния инфляции на производство, то существуют две точки зрения на этот счет. Кейнсианцы (сторонники макроэкономического течения, сложившегося как реакция экономической теории на Великую Депрессию в США) считают, что контролируемая инфляция – источник роста. По мнению монетаристов (сторонники макроэкономической теории, согласно которой количество денег в обращении является определяющим фактором развития экономики), контролируемая инфляция вызывает краткосрочный рост производства, который потом сходит на нет. В основе и того и другого подходов лежит допущение, что поведение цен несколько запаздывает по отношению к изменению денежной массы.

В зависимости от темпов развития различают следующие виды инфляции: ползучая, галопирующая и гиперинфляция [1]. Ползучая инфляция не превышает уровня 5% в год, характерна для многих экономик Запада, не сопро-

вождается кризисными потрясениями. Галопирующая инфляция является трудно управляемой, достигает уровня 50-70% в год, характерна для стран с переходной экономикой. Наиболее опасной является гиперинфляция, рост цен превышает отметку 50% в месяц, подобный инфляционный процесс практически неуправляем.

Инфляция представляет собой весьма сложный, противоречивый феномен. Определение инфляции как процесса обесценивания денег не исчерпывает полностью сути этого неоднозначного явления. В некоторых случаях применяется даже специальный термин «инфляционная экономика», чтобы подчеркнуть многогранность инфляционного воздействия на различные стороны и сферы народного хозяйства и кумулятивный, самоподдерживающийся характер инфляционных процессов.

### **1.3 Инфляция в России**

Особенности российского кризиса заключаются в особенностях экономической ситуации, сложившейся в стране. Россия – развивающаяся страна не первого порядка (классификационная группа была выведена, для того чтобы подчеркнуть внесистемность таких стран). Кризис России характеризуется капиталодефицитной экономикой, находящейся в состоянии хронического недопроизводства [1]. Как следствие меры борьбы с инфляцией могут замедлить экономический рост, снижая платежеспособный спрос.

В статье [20] Б.П.Плышевский выделяет следующие факторы повышения уровня инфляции с 2014 года:

- переход экономики от состояния стагнации в 2012-2016 гг. к общему спаду;
- ухудшение конъюнктуры мирового рынка для экспорта сырья;
- дефицит государственного бюджета и падение валютного курса рубля;
- введение экономических санкций рядом стран Запада;
- обострение систематических противоречий денежной реформы, которые ранее удавалось компенсировать за счет ростов объемов производства и привлечения внешних кредитов.

В статье [1] В. Симонов приводит основные правительственные меры, приведенные в указе от 6 августа 2014г. Указ предполагает: оперативный мониторинг рынка (установление государственного надзора за рынком), контроль за рынком (прямое и косвенное вмешательство в рыночные операции), стимуляция роста отечественного производства. Эти направления были развиты в Послании Федеральному Собранию. Выделим финансовые меры из общего перечня: обеспечение макроэкономической сбалансированности и снижение инфляции до 4%, докапитализация системно значимых банков, расширение полномочий уполномоченных банков по банковскому контролю. Здесь под капитализацией понимается увеличение объема капиталов банков за счет присоединения к сумме действующего капитала нормы прибыли процента, выпуска новых акций и некоторых других мер. Однако автор отмечает, что в дополнение к таким мерам, государство должно осуществить меры на финансовом рынке, которые стимулировали бы процессы капиталообразования и инвестирования в Российский производственный сектор.

Далее автор рассматривает проблему таргетирования инфляции. Под таргетированием инфляции понимается комплекс монетарных мер по контролю над уровнем инфляции. Основным инструментом проведения денежно-кредитных мер – манипуляция учетной ставкой Центробанка. Так, повышение учетной ставки повышает депозитные ставки в коммерческих банках и увеличивает привлекательность сбережения денег, нежели траты. Понижение учетной ставки понижает депозитные ставки в коммерческих банках и уменьшает привлекательность сбережения денег. В работе [1] указывается, что, хотя эта мера была ранее одной из самых распространенных в мире, после кризиса 2008 г. многие западные аналитики стали говорить о малой эффективности этой меры в условиях современной экономики. Сам автор говорит о том, что в условиях дефицита капитала и низкими объемами производства такая мера не будет иметь никакого эффекта.

В статье [21] рассматриваются тенденции изменения объемов денежной и наличной массы в экономике страны, проводится оценка состояния денежной

системы, а также даются некоторые прогнозы. Отмечается, что процесс денежного расширения продолжился в октябре 2015. Банк России проводит сдержанную денежную политику, сохраняя ключевую процентную ставку на прежнем уровне. Судя по росту остатков на корсчетах Банка России, можно судить о снижении спроса деньги, это вызвано высокими оценками рисков в экономике страны. Смягчение денежной политики в условиях свободного движения капиталов, плавающего валютного курса и непредвиденных внешних воздействий может привести к новой волне девальвации рубля. В качестве мер пресечения такого развития событий приводятся следующие меры: введение ограничений на движение капиталов, ограничение внешней торговли, контроль курсообразования. Подобные меры приведут к трансформации в сторону закрытой экономики, однако в этой же статье говорится, что подобные изменения не предвидятся, а значит стоит ожидать продолжение вялого процесса денежного расширения.

Говоря о инфляции в статье [21] отмечается, что ее уровень стабилизировался на высоком уровне 0,8-0,9 % в месяц. Основными причинами высокого уровня инфляции являются ослабление валютного курса, ограничение внешней торговли и рост цен производителей. В статье прогнозируется сохранение уровня инфляции на текущем уровне.

По итогам 2015 года, потребительская инфляция составила 12.9 процента после того, как в 2014 году цены выросли на 11.4 процента. За последние два года инфляция усилилась вдвое – в 2011-2013 годах средний прирост за год составлял 6,4 процента. Ключевой причиной такого усиления инфляции стала значительная девальвация рубля, резко усилившаяся с конца предыдущего 2014 года и продолжившаяся в 2015 году. Первая волна девальвации рубля с ноября 2014 г. по февраль 2015 г., сопровождавшаяся высокой волатильностью и ростом инфляционных ожиданий, привела к скачку цен в конце предыдущего 2014 года и особенно в начале 2015 года. В результате к марту достигла пика годовая инфляция (16,9 процента) и рост цен на продовольственные товары – 23 процента. Рост цен на продукты одновременно усиливало введение эмбарго

на импорт продовольственных товаров с августа 2014 г., приведшее к более существенному ослаблению конкуренции, разбалансированности рынков и росту издержек в связи с переориентацией на новых поставщиков. Цены в других сегментах потребительского рынка росли более умеренно ввиду неопределенности ожиданий со стороны спроса и при наличии запасов, закупленных по более низким ценам. К июню инфляция замедлилась до 15,3 процента г/г, на что повлияло 30-ти процентное укрепление рубля и постепенное насыщение рынка, особенно сезонной продукцией. Вместе с тем заметного снижения цен на большинство товаров в этот период практически не наблюдалось. В июле инфляция вновь повысилась до 15,6 процента в результате очередной индексации коммунальных и жилищных тарифов. Вторая волна девальвации, возобновившаяся с июня, сказалась значительно слабее на усилении инфляции и в основном пришлась на III квартал 2015 г. – к августу инфляция ускорилась до 15,8 процента г/г. Девальвация в этот период отразилась на росте цен на сильно импорт зависимые услуги и непродовольственные товары. Из-за высокой базы 2014 года с сентября инфляция стала замедляться (рисунок 1).

**ИПЦ и динамика цен в основных сегментах потребительского рынка**

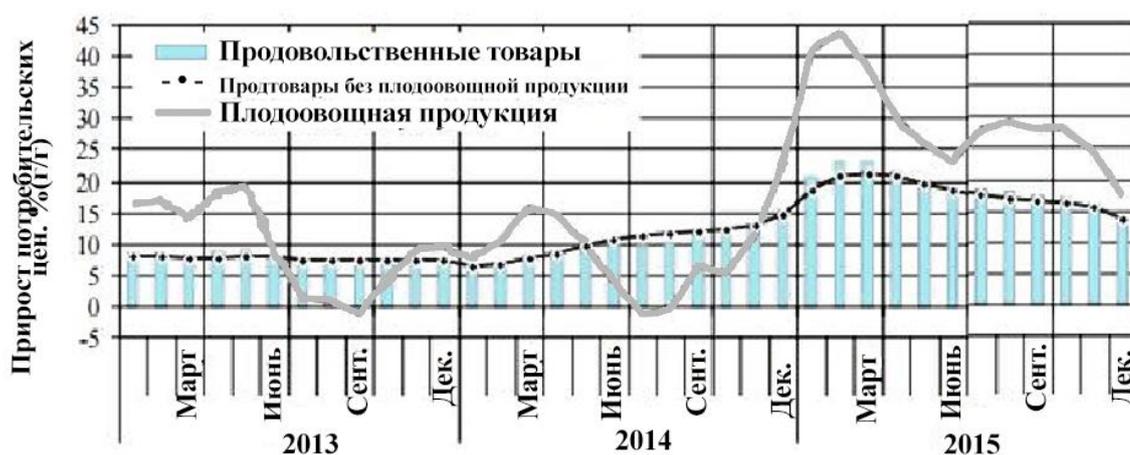


Рисунок 1 – Динамика цен

В последние три месяца 2015 г. на инфляцию стало оказывать более сильное сдерживающее влияние падение платежеспособного спроса населения, несмотря на возобновившуюся девальвацию и высокие ожидания ее усиления темпы инфляции стабилизировались. Инфляция в декабре сохранилась на уровне ноября и составила 0,8 процента.

Структурное содержание инфляции за 2014-2015 годы претерпело значительные изменения. Ещё более дорогими стали продовольственные товары, и цены значительно выросли как в 2014 году – на 15,4 процента, так и в 2015 году – на 14,0 процента, опередив инфляцию в 1,1 раза. Рост цен на продовольственные товары в 2015 году внес в инфляцию 5,2 процентного пункта. В сегменте непродовольственных товаров в 2015 году рост цен на 13,7 процента имел «догоняющий» характер, при всём этом они стали в 0,9 раза дешевле относительно инфляции за два последних года. Компонента непродовольственных товаров внесла в инфляцию 5,1 п.п. или 40 процента (в 2014 году – 27 процента). Вклад удорожания услуг на 10,2 процента составил 2,6 п.п. или 20 процента (для сравнения: в 2014 году – 2,7 п.п. или 24 процента).

В субъектах Российской Федерации прирост цен в декабре за годовой период на все товары и услуги варьировался от 10,3 процента до 17,5 процента за исключением Крымского федерального округа. В Крымском федеральном округе прирост цен (учитываемый с 2015 года) за годовой период – 26,4 процента г/г. За исключением Крымского федерального округа инфляция в России составила бы 12,7 процента. Также инфляция превысила 14,8 процента в 4-х субъектах Северо-Кавказского федерального округа (Республика Ингушетия – 17,5 процента; Кабардино-Балкарская Республика – 15,3 процента и др.), где специфические условия развития экономики. Особенности проблемных регионов дополнительно внесли в годовую инфляцию 1 процентный пункт. По остальным субъектам разброс от среднего по России прироста цен (12,9 процента) был незначительным (отклонение от 0,8 до 1,4 раз) (рисунок 2).



## Рисунок 2 – Темпы роста цен

На продовольственные товары в начале 2015 года продолжался значительный рост цен вследствие девальвации рубля и эффекта от введения контрсанкций по ограничению продовольственного импорта, и к февралю продовольственная инфляция достигла пика – 23,3 процента за годовой период. Вслед за последующим укреплением рубля и насыщением рынка импортными сезонными товарами с марта рост цен стал замедляться. Девальвационные процессы, произошедшие во втором полугодии на росте цен на продукты, отразилась слабо. Это было обусловлено снижением платежеспособного спроса населения (продуктовый товарооборот в 2015 году сократился на 9,2 процента). Важную роль сыграло импортозамещение ряда товаров и за счет этого повышение сбалансированности рынка продовольственных товаров. Однако за год рост цен на продовольственные товары оказался довольно высокий – на 14 процента, после того как в 2014 году цены уже выросли на 15,4 процента. В последние месяцы года рост цен к предыдущему месяцу несколько усилился – до 1,2 процента в ноябре–декабре с 1,0 процента в октябре, за счет сезонного роста цен на плодоовощную продукцию, усиленного ожиданиями сокращения поставок из-за введения санкций на импорт турецкой продукции. Плодоовощная продукция подорожала в 2015 году на 17,4 процента, за два года цены выросли в 1,4 раза. Столь значимый рост обусловлен образовавшимися дисбалансами на рынке после введения контрсанкций, которые особенно проявляются в зимне-весенний период, и ослаблением курса рубля.

В 2015 году продолжились основные тенденции в динамике роста цен по группам продуктов, обозначившиеся в конце 2014 года после ограничения импорта белковых продуктов и резкого их подорожания. Переключение спроса населения на более дешевые продукты продолжалось на протяжении года. В результате опережающими темпами росли цены на товары из растительного сырья, особенно с длительными сроками хранения, не попавшие под санкции. Также на росте отдельных товаров (крупы и бобовые, масло подсолнечное) сказывались дисбалансы в связи с сокращением предложения. За год данные това-

ры подорожали в среднем на 16,8 процента (в 2014 – на 15,4 процента). С ноября рост цен постепенно замедляется, в декабре – до 0,9 процента с 5,2 процента в сентябре-октябре. Высокий рост цен обусловлен высокой долей импорта на рынке (готовой продукции и материальных ресурсов для товаров отечественного производства) и ограниченными возможностями их импортозамещения. В 2015 году лидерами роста цен среди непродовольственных товаров стали товары регулярного потребления (табачные изделия, моющие и чистящие средства, парфюмерно-косметические товары, медикаменты) с высокой импортной компонентой. На стремительную девальвацию рубля 2014 года цены производителей резко отреагировали в начале 2015 г. – за январь-апрель цены выросли на 12,1 процента.

Однако вследствие слабого спроса с мая цены в промышленности перестали расти – сначала на фоне укрепления рубля, которое сменилось новой волной его падения при падающем внутреннем спросе. С сентября в промышленности возобновилась дефляция, главными факторами которой стали не только падение цен на нефть, но и падающий внутренний спрос. При этом, несмотря на резкое ослабление рубля в конце 2015 г., дефляция продолжала усиливаться. Рост цен после апреля регистрировался в отдельных производствах в основном за счет удорожания материальных ресурсов, в значительной мере обусловленный удорожанием импортных ресурсов. При этом динамика изменения цен приобрела ступенчатый характер, отражая реакцию продавцов на изменение спроса покупателей в условиях кризиса.

Несмотря на различия факторов, определяющих динамику цен в отдельных сегментах промышленного производства, динамика рыночных цен (в сегменте добычи и обработки) различалась незначительно. Динамика прибыли следовала за динамикой цен и курса рубля. В феврале-марте прибыль сильно увеличивалась – в среднем в 2,5 раза. С апреля-мая прибыль стала снижаться. Падение внутренних цен с сентября компенсировалось возобновлением девальвации рубля – сальдированный финансовый результат в промышленности с сентября демонстрирует уверенный рост в результате повысившейся эффектив-

ности и объемов экспорта. По итогам января-ноября прибыль выросла в 1,5 раза, г/г.

На торгуемые на внешних рынках товары, динамика внутренних цен на которые ранее была ориентирована на мировую конъюнктуру с поправкой на курс, в 2015 году стала отставать на фоне ухудшения платежеспособности потребителей. В условиях слабого внутреннего спроса возобновившееся ослабление курса рубля не компенсировало падение мировой ценовой динамики. В отдельных отраслях имелись значительные различия в основном обусловленные мировой конъюнктурой. Воздействие внутреннего спроса влияло на динамику внутренних цен более слабо, тем не менее оно проявлялось в отдельных производствах. Так, на продукцию, на которую предъявлялся спрос в результате импортозамещения или осуществления инвестиционных проектов, рост цен был более высокий. Динамика прибыли в большинстве видов деятельности, производящих торгуемые на внешних рынках товары, сохраняется положительной, несмотря на негативный эффект от ухудшения мировой конъюнктуры. Цены производителей выросли за год на 0,5 процента. Рост наблюдался с января по июль – на 17,1 процента, с августа, вслед за устойчивым снижением мировых цен на нефтяные товары, цены производителей на нефтепродукты также снижались: за август-декабрь – на 14,2 процента, цены на бензин снижались с сентября (после роста с начала года на 36,1 процента), за сентябрь-декабрь – на 21,7 процента. На не торгуемые товары (с исключением электроэнергетики) рост цен за годовой период высокий, обусловленный в основном инфляцией издержек.

Несмотря на слабый спрос, цены подталкивало вверх вовлечение в производство материальных ресурсов по более высоким ценам и снижение прибыльности предприятий. В наиболее зависимых от курсовой динамики отраслях затратный фактор проявлялся сильнее, и рост цен был выше. В сегменте потребительских товаров лидерами роста цен стала группа непродовольственных товаров вследствие высокой доли импортной компоненты в затратах. При этом динамика цен постепенно нарастала по мере сокращения запасов. В производ-

стве пищевых продуктов замедлению роста цен уже в конце I квартала 2015 г. способствовали нарастающие ограничения платежеспособного спроса населения, несмотря на устойчивый спрос, выросший в условиях продовольственных санкций.

Динамика цен на товары, потребляемые населением в 2014-2015 гг. В сегменте потребительских товаров производство пищевых продуктов, а также фармацевтической продукции демонстрирует уверенный рост прибыли. Улучшению финансового положения в пищевом производстве способствовал рост цен после введения контрсанкций, девальвации рубля и сокращения импорта. Накопленный запас прочности позволяет сдерживать рост цен в условиях сжатого спроса. Также на росте эффективности деятельности предприятий сказались проведение оптимизации расходов, в частности на оплату труда, накладных расходов. Производство автомобилей на фоне сжатия внутреннего спроса и падения производства демонстрирует негативную динамику прибыли – с мая сальдированный финансовый результат отрицательный, рентабельность продаж, по итогам января-сентября 2015 г., достиг минимального значения с 2009 г., производство находится на грани убыточности.

В отдельных производствах наблюдалась разнонаправленная динамика цен, что свидетельствует о неустойчивости динамики производства. Несмотря на то, что в производстве машин и оборудования в ноябре сальдированный финансовый результат – положительный, производство убыточно, особенно – производство бытовых приборов, не включенных в другие группировки (рентабельность производства за январь-сентябрь –35,6 процента) из-за высокой доли импортных комплектующих. На электроэнергию, по расчетам Минэкономразвития России, в ноябре 2015 г. (данные поступают с отставанием) цены на розничном рынке в среднем по России для всех категорий потребителей за годовой период выросли на 9,7 процента, в ноябре рост на 0,2 процента. Для потребителей, исключая население, рост цен на электроэнергию составил за годовой период – 9,9 процента, в ноябре – на 0,4 процента. Инфляция в сельском хозяйстве за 2015 год. В 2015 году рост цен на сельскохозяйственную продукцию в

общем снизился после значительного удорожания сельскохозяйственной продукции в 2014 году в результате снижения конкуренции вследствие принятия мер по ограничению импорта и ослабления рубля. Однако по отдельным секторам динамика цен в 2015 году имела существенные различия. На продукцию растениеводства в 2015 году цены сельхозпроизводителей росли втрое интенсивнее, чем в 2014 году, так как основная продукция данного сектора экспортно ориентирована и в значительной мере зависит от курсовой динамики и уровня мировых цен. Основное влияние ослабления рубля на цены сельхозпроизводителей проявилось на ценах урожая 2015 года. За годовой период существенно цены выросли на зерно. Серьёзно подорожали пшеница и ячмень, ориентированные на экспорт (таблица 1).

Таблица 1 – Ежемесячные темпы инфляции в 2015 году

Месяц	Янв	Фев	Март	Апр	Май	Июнь	Июль	Авг	Сен	Окт	Ноя	Дек
Проценты	3,9	2,2	1,2	0,5	0,4	0,2	0,8	0,4	0,6	0,7	0,8	0,8

Итоговый годовой уровень инфляции за 2015 год составил 12.9 процента. Продовольственные товары в России в 2015 году в целом без алкогольных напитков подорожали на 20.2 процента по сравнению с 2014 годом, при всём этом сильнее всего выросли цены на крупы, сахар, подсолнечное масло, рыбную и плодоовощную продукцию.

В январе 2016 года инфляция на потребительском рынке составила 1,0% (в январе 2015 года – 3,9%). В годовом выражении инфляция замедлилась до 9,8% с 12,9% в декабре. Некоторое усиление роста потребительских цен в январе относительно декабря обеспечивалось ускорением роста цен в секторе рыночных услуг и непродовольственных товаров. Вклады в инфляцию основных групп товаров и услуг в январе 2016 г., в п.п. (рисунок 3).

На непродовольственные товары цены в январе выросли на 0,7%, что внесло в инфляцию – 0,25 п.п. Услуги в январе подорожали на 1%, добавив в инфляцию – 0,26 процентного пункта. На продовольственные товары рост цен

сохранился на уровне ноября–декабря 2015 года – 1,2%, внося в инфляцию 0,45 процентных пункта.

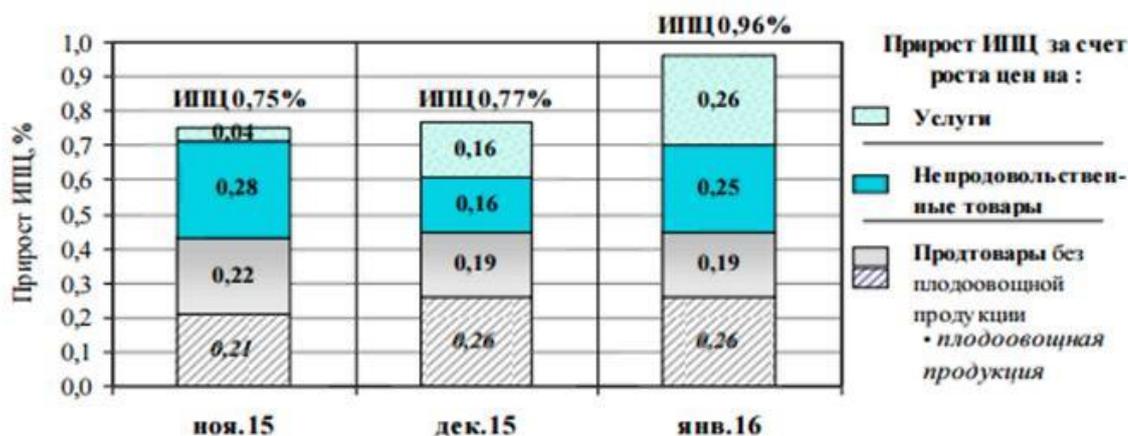


Рисунок 3 – Темп прироста ИПЦ



Рисунок 4 – Темпы прироста цен

За годовой период рост цен в январе замедлился до 9,2% против 14% в декабре 2015 года (рисунок 4). На плодоовощную продукцию в январе цены выросли на 6,2%, после ускоренного роста цен в ноябре-декабре 2015 г. – на 12,6 процента. Несмотря на введение запрета на поставки плодоовощной продукции из Турции усиления роста цен в начале года не произошло. Сдерживает рост цен снижение платежеспособного спроса населения, а также увеличение предложения отечественных овощей и картофеля в результате хорошего урожая 2013 года. За годовой период рост цен на плодоовощную продукцию в январе замедлился до 2,0% с 17,4% в декабре 2015 года. На картофель в январе 2016 года рост цен невысокий – 3,2%, м/м. За годовой период картофель подешевел на 34,6% при росте объемов производства (сбор картофеля вырос на 6,7% в 2015 году). На овощи без учета огурцов и помидоров рост цен также не-

высокий – 5,5% к предыдущему месяцу, а за годовой период цены снизились на 12,5 процента. На огурцы и помидоры в январе рост цен замедлился до традиционных значений (15,2% и 7,3%) после значительного подорожания в ноябре-декабре. На фрукты и citrusовые в январе 2016 года рост цен на 5,2%, что несколько выше, чем в 2012-2014 годах (2,9-3,1%), в годовом выражении рост цен замедлился до 16,1 процента. На продовольственные товары без плодоовощной продукции с ноября 2015 г. рост цен замедлился. В январе цены выросли на 0,6%, также как в декабре 2015 года. За годовой период рост цен замедлился до 10,2% с 13,6% в декабре. В начале 2016 года в среднем по группе дешевых товаров из растительного сырья, цены выросли на 0,7%, на 0,2 п.п., опередив рост цен на дорогие белковые продукты, вследствие продолжающегося снижения реальных доходов населения и переключения спроса на более дешевые товары. Среди продуктов из растительного сырья в январе наиболее высокий рост цен отмечался на сахар в преддверие начала переработки импортного сырья. В январе прирост цен составил 2,4%, однако он почти на порядок ниже, чем годом ранее (в январе 2015 г. цены на сахар подскочили на 19,1%). В годовом выражении цены на сахар снизились на 2,9 процента. На более дорогие белковые товары преимущественно животного происхождения, попавшие под санкции, рост цен в январе замедлился до 0,5% с 0,6% в декабре. При этом в январе ускорился рост цен на товары, рынки которых остаются несбалансированными (рыба и морепродукты, говядина), из-за сложности быстрого импортозамещения. В тоже время свинина и мясо птицы в январе 2016 года продолжили дешеветь при росте производства и насыщенности рынков в условиях высоких спросовых ограничений. На рынках сыров, масла сливочного и молочных продуктов, где удалось заместить выпавшие объемы импорта ростом производства отечественной продукции в январе рост цен в рамках традиционного сезонного роста. На непродовольственные товары в январе цены выросли на 0,7% (в январе 2015 г. рост цен – на 3,2%). За годовой период рост цен замедлился до 10,9% с 13,7% в декабре 2015 года. На непродовольственные товары с исключением бензина рост цен усилился до 0,8%, что несколько превышает прирост цен в

январе 2010-2014 гг. (0,3–0,6%). На повышении цен на рынках отдельных импортозависимых товаров сказалась новая волна девальвации рубля (на 18% за декабрь–январь). В январе 2016 года усилился рост цен на товары длительного пользования с высокой импортной составляющей: телерадиотовары, электротовары и другие бытовые приборы. Выше традиционного рост цен на автомобили – на 1,0% (в январе 2010-2014 годов в среднем цены росли по 0,2-0,9%), несмотря на значительное снижение продаж. На товары регулярного потребления (парфюмерно–косметические, моющие и чистящие средства, одежда и обувь) рост цен был ниже, чем по группе товаров длительного пользования, однако сохранился на повышенном для января уровне. На бензин в январе 2016 г. цены снизились на 0,4% на фоне низкого сезонного спроса и продолжающегося снижения цен на мировых рынках. За годовой период цены на бензин выросли на 4,7 процента. На услуги в январе 2016 года рост цен сезонно усилился до 1,0% с 0,7% в декабре (в январе 2015 прирост цен составил 2,2 процента). На рыночные услуги цены в январе выросли на 1,2% с 0,9% в декабре. За годовой период рост цен снизился до 8,3% с 10,3% в декабре. В январе 2016 г. на фоне сезонного роста спроса значительно подорожали услуги зарубежного туризма – на 5,1% вследствие ослабления курса рубля. Также традиционное повышение цен в начале нового года отмечалось на услуги дошкольного воспитания – на 4,8 процента. На услуги пассажирского транспорта в январе 2016 г. традиционно с начала года введены новые тарифы, и рост в среднем составил 1,3%. В регулируемом секторе (расчет Минэкономразвития России по 7 видам транспорта) прирост цен на 4,3% в январе 2016 г. против 3,0% в январе 2015 года. Плата за жилищные услуги, регулируемые на местах, увеличена в январе на 1,2 процента. В январе 2016 года в промышленности (CDE) продолжилась дефляция (снижение на 1,2%), наблюдаемая третий месяц подряд на фоне падения цен на мировых рынках на нефтяные продукты и низкого внутреннего спроса. Ослабление обменного курса рубля оказывало давление на рост издержек в производствах с высокой импортозависимостью, что сказалось на ускорении роста цен. Также росли цены на отдельные виды торгуемых товаров на фоне относительно

благоприятной мировой конъюнктуры. На торгуемые на внешних рынках товары динамика цен в отдельных видах деятельности разнонаправленная, в основном обусловленная различиями в мировой конъюнктуре. На большинство товаров этой группы внутренние цены формируются по принципу равнодоходности с поставками на экспорт, однако негативная динамика внутреннего спроса также оказывала сдерживающее воздействие на цены. В меньшей степени последнее обстоятельство оказало влияние на динамику цен в производстве цветных металлов, где в январе наблюдался рост цен. Также в лучшем положении находятся производители удобрений на фоне менее резкого снижения мировых цен и устойчивого спроса. Высокими темпами росли цены на уголь для коксования. При этом на товары черной металлургии цены продолжали падать в условиях неблагоприятной конъюнктуры и слабого внутреннего спроса. В нефтяном комплексе при ориентации на мировые цены и в период сезонного снижения спроса цены производителей на нефтепродукты (23.2) в среднем по группе в январе 2016 года упали на 7,5% (за годовой период – на 3,5%), на бензин и дизель – на 10,0% и 5,8% соответственно. На мазут топочный цены снизились на 21,2% на фоне дешевающей нефти. На уголь энергетический каменный прирост цен в 2016 г. составил 6,5%, обусловленный повышенным спросом на теплоэнергию. Динамика прибыли в большинстве видов деятельности, производящих торгуемые на внешних рынках товары, оставалась положительной за счет сохраняющейся эффективности экспортных поставок на фоне значительного ослабления курса рубля. При этом эффект от ухудшения мировой конъюнктуры в наибольшей степени сказался на финансовых результатах в производстве нефтепродуктов, черных металлов, следуя за негативной динамикой цен. На неторгуемые товары (с исключением электроэнергетики) рост цен в 2016 году ускорился до 1,4% на фоне ослабления курса рубля после трехмесячной стагнации. В секторе потребительских товаров максимальный рост цен зафиксирован в производстве кожи, изделий из кожи и производстве обуви (9,1%) на фоне сокращения торговых запасов. Также зафиксирован рост цен в текстильном и швейном производстве – на 2,0% и других импорт зависимых производствах

при снизившейся ценовой конкуренции импорта и одновременном удорожании импортного сырья. В производстве пищевых продуктов с начала 2016 года рост цен ускорился до 1,1%. В январе 2016 года выросли цены в производстве сахара (на 4,3%) в связи с началом переработки импортного сырья (при всём этом объём переработки в январе 2016 года снизился в 3,6 раза, г/г).

В производстве легковых автомобилей рост цен ускорился (1,3%) при продолжающемся росте издержек и негативной динамике финансового состояния предприятий. С мая сальдированный финансовый результат отрицательный, причем его масштаб нарастает, производство находится на грани убыточности.

## 2 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

### 2.1 Основы имитационного моделирования

#### 2.1.1 Понятие модели

В настоящее время нельзя назвать область человеческой деятельности, в которой в той или иной степени не использовались бы методы моделирования. Между тем общепризнанного определения понятия модели не существует. На наш взгляд, заслуживает предпочтения следующее определение.

Модель – объект любой природы, который создается исследователем с целью получения новых знаний об объекте-оригинале и отражает только существенные (с точки зрения разработчика) свойства оригинала.

Анализируя содержание этого определения, можно сделать следующие выводы:

- любая модель субъективна, она несет на себе печать индивидуальности исследователя;
- любая модель гомоморфна, т.е. в ней отражаются не все, а только существенные свойства объекта-оригинала;
- возможно существование множества моделей одного и того же объекта-оригинала, отличающихся целями исследования и степенью адекватности.

Модель считается адекватной объекту–оригиналу, если она с достаточной степенью приближения на уровне понимания моделируемого процесса исследователем отражает закономерности процесса функционирования реальной системы во внешней среде.

#### 2.1.2 Классификация моделей

По форме представления объектов модели можно разделить на две группы: материальные и идеальные (рисунок 5).

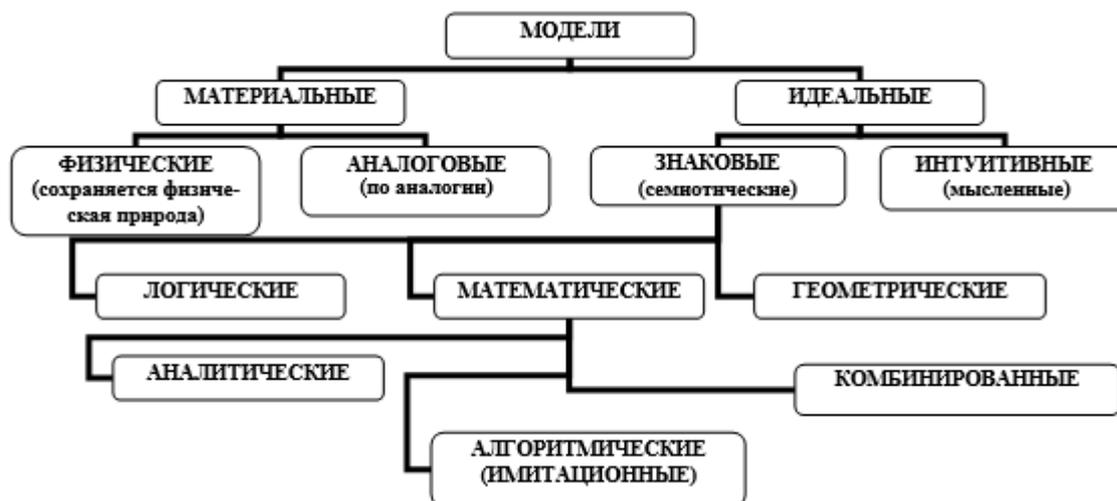


Рисунок 5 – Классификация моделей

Материальные модели, в свою очередь, делятся на физические и аналоговые. В физических моделях обеспечивается аналогия физической природы и модели (примером может служить аэродинамическая труба). В аналоговых моделях добиваются сходства процессов, протекающих в оригинале и модели (так, с помощью гидроинтегратора моделируется передача тепла). Идеальные модели можно разделить на знаковые (семиотические) и интуитивные (мысленные). Интуитивные модели используются для прогнозирования на основе анализа наблюдений прошлого периода: объема продаж, прибыли и денежного потока. При этом не предпринимаются попытки объяснить причинные взаимосвязи, которые лежат в основе интуитивной модели.

Знаковые модели делятся на логические, геометрические и математические. Логические модели – модели, в которых представлены различные варианты выбора действий на основе умозаключений и анализа условий. Геометрические – это графические формы и объемные конструкции. Например: рисунок, пиктограмма, чертеж, карта, план, объемное изображение и т.д.

Математические модели можно разделить на аналитические, алгоритмические (имитационные) и комбинированные.

Для аналитического моделирования характерно то, что для описания процессов функционирования системы используются системы алгебраических, дифференциальных, интегральных или конечно-разностных уравнений. Аналитическая модель может быть исследована следующими методами:

- аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости для искомым характеристик;
- численным, когда, не умея решать уравнения в общем виде, стремятся получить числовые результаты при конкретных начальных данных;
- качественным, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения).

Желая использовать аналитический метод, часто идут на существенные упрощения первоначальной модели, чтобы иметь возможность изучить хотя бы общие свойства системы. Аналитические модели бывают детерминированные и статистические. Численный метод проведения аналитических расчетов с помощью датчиков случайных чисел получил название метода статистических испытаний, или метода Монте-Карло.

При алгоритмическом (имитационном) моделировании описывается процесс функционирования системы во времени, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени. Имитационные модели также могут быть детерминированными и статистическими. В последнем случае в модели с помощью датчиков случайных чисел имитируется действие неопределенных и случайных факторов. Такой метод моделирования получил название метода статистического моделирования. В настоящее время этот метод считается наиболее эффективным методом исследования сложных систем, а часто и единственным практически доступным методом получения информации о поведении гипотетической системы на этапе ее проектирования.

Комбинированное моделирование позволяет объединить достоинства аналитического и алгоритмического моделирования. При построении комбинированных моделей производится предварительная декомпозиция

процесса функционирования модели на составляющие подпроцессы. Для тех из них, где это возможно, используются аналитические модели, а для остальных процессов строятся алгоритмические модели.

### 2.1.3 Последовательность разработки математических моделей

Слово «компьютер» пока в нашем повествовании не использовалось. Тем не менее рано или поздно оно должно было появиться. Начнем со словосочетания «компьютерное моделирование», которое все чаще используется в соответствующей литературе. Само по себе это понятие весьма широкое и каждый автор трактует его по-своему. Встречаются, например, такие выражения: «компьютерное моделирование верхней одежды», «компьютерное моделирование причесок» и т.п. В связи с этим есть необходимость уточнить, что же мы будем понимать под этим термином. В данном случае компьютерное моделирование – это математическое моделирование с использованием средств вычислительной техники. Соответственно, технология компьютерного моделирования предполагает выполнение следующих действий:

- определение цели моделирования;
- построение концептуальной модели;
- разработка алгоритма модели системы, формализация модели;
- разработка программы модели системы;
- планирование модельных экспериментов.

### 2.1.4 Определение цели моделирования

Общая цель моделирования в процессе принятия решения была сформулирована ранее это определение (расчет) значений выбранного показателя эффективности для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учетом используемого критерия эффективности. Таким образом, цель моделирования определяется как целью исследуемой операции, так и планируемым способом использования результатов исследования.

Например, проблемная ситуация, требующая принятия решения, формулируется следующим образом: найти вариант построения вычислительной сети, который обладал бы минимальной стоимостью при соблюдении требований производительности и надежности. В этом случае целью моделирования является отыскание параметров сети, обеспечивающих минимальное значение ПЭ, в роли которого выступает стоимость.

Задача может быть сформулирована иначе: из нескольких вариантов конфигурации вычислительной сети выбрать наиболее надежный. Здесь в качестве ПЭ выбирается один из показателей надежности (средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы и т.д.), а целью моделирования является сравнительная оценка вариантов сети по этому показателю.

Приведенные примеры позволяют напомнить о том, что сам по себе выбор показателя эффективности еще не определяет «архитектуру» будущей модели, поскольку на этом этапе не сформулирована ее концепция, или, как говорят, не определена концептуальная модель исследуемой системы.

#### 2.1.5 Построение концептуальной модели

Концептуальная (содержательная) модель – это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства ее элементов и причинно-следственные связи, присущие системе и существенные для достижения цели моделирования.

Построение концептуальной модели включает следующие этапы:

- определение типа системы;
- описание рабочей нагрузки (определение параметров и переменных модели);
- декомпозицию системы.

На первом этапе осуществляется сбор фактических данных (на основе работы с литературой и технической документацией, проведения натурных экспериментов, сбора экспертной информации и т.д.), а также выдвижение гипотез относительно значений параметров и переменных, для которых отсутствует возможность получения фактических данных. Если полученные

результаты соответствуют принципам информационной достаточности и осуществимости, то они могут служить основой для отнесения моделируемой системы к одному из известных типов (классов). Типы систем будут рассмотрены позднее.

Описание рабочей нагрузки. При исследовании эффективности операции (функционирования системы) весьма важную роль играет корректное описание условий ее протекания. Как правило, оно представляет собой перечень и характеристики внешних факторов, воздействующих на исполнительную подсистему, используемую ЛПР для достижения целей операции. Если при сравнении различных стратегий другие виды материальных ресурсов не рассматриваются, то задача исследования эффективности операции может быть сформулирована как задача оценки эффективности исполнительной подсистемы (именно в этом смысле ранее наряду с понятием «эффективность операции» использовалось понятие «эффективность системы»). В этом случае вместо условий проведения операции удобнее рассматривать рабочую нагрузку соответствующей системы.

Рабочая нагрузка – это совокупность внешних воздействий, оказывающих влияние на эффективность применения данной системы в рамках проводимой операции.

Например, пусть оценивается производительность строящейся бензоколонки. В качестве параметров рабочей нагрузки такой системы целесообразно рассматривать поток автомобилей, подлежащих заправке, и поток отказов, приводящий к нарушению ритма работы бензоколонки.

Описание рабочей нагрузки является не только важной, но и достаточно сложной задачей. Особенно в тех случаях, когда приходится учитывать влияние случайных факторов или, когда речь идет о рабочей нагрузке принципиально новой проектируемой системы.

Декомпозиция системы производится исходя из выбранного уровня детализации модели, который, в свою очередь, определяется тремя факторами:

- целями моделирования;

- объемом априорной информации о системе;
- требованиями к точности и достоверности результатов моделирования.

Уровни детализации иногда называют стратами, а процесс выделения уровней стратификацией.

Детализация системы должна производиться до такого уровня, чтобы для каждого элемента были известны или могли быть получены зависимости его выходных характеристик от входных воздействий, существенные с точки зрения выбранного показателя эффективности.

Повышение уровня детализации описания системы позволяет получить более точную ее модель, но усложняет процесс моделирования и ведет к росту затрат времени на его проведение.

Например, если моделируется дискретная система, то более детальное ее описание означает увеличение числа различных состояний системы, учитываемых в модели, и, как следствие, неизбежный рост объема вычислений.

Поэтому при выборе уровня описания системы целесообразно руководствоваться следующим правилом: в модель должны войти все параметры, которые обеспечивают определение интересующих исследователя характеристик системы на заданном временном интервале ее функционирования; остальные параметры по возможности из модели следует исключить.

При имитационном моделировании для оценки выбранного уровня детализации можно использовать специальные критерии.

Первый из них отношение реального времени функционирования системы к времени моделирования (т.е. к затратам машинного времени, необходимого на проведение модельного эксперимента). Например, если при одних и тех же подходах к программной реализации модели моделирование одного часа работы системы требует в одном случае три минуты машинного времени, а в другом десять минут, то во втором случае степень детализации описания выше (соотношение 3:10).

Второй критерий разрешающая способность модели, в том числе:

- разрешающая способность по времени может быть определена как кратчайший интервал модельного времени между соседними событиями;
- разрешающая способность по информации наименьшая идентифицируемая порция информации, представимая в модели (для вычислительных систем, например, такими порциями могут быть: слово, страница, программа, задание).

Третий критерий число различных моделируемых состояний системы (или типов событий). Для тех компонентов, относительно которых известно или предполагается, что они сильнее влияют на точность результатов, степень детальности может быть выше других. Необходимо отметить, что с увеличением детальности возрастает устойчивость модели, но возрастают и затраты машинного времени на проведение модельного эксперимента.

Разработка концептуальной модели завершается составлением содержательного описания, которое используется как основной документ, характеризующий результаты работы на первом этапе.

Разработка алгоритма модели системы

Разработка алгоритма модели включает следующие подэтапы:

- построение логической схемы алгоритма;
- получение математических соотношений;
- проверку достоверности алгоритма.

Вначале создается укрупненная (обобщенная) схема моделирующего алгоритма, которая задает общий порядок действий при моделировании исследуемого процесса. Затем разрабатывается детальная схема, каждый элемент которой впоследствии превращается в оператор программы.

Для комбинированных моделей разрабатывается аналитическая часть в виде явных функций и имитационная часть в виде моделирующего алгоритма.

Проверка достоверности алгоритма должна дать ответ на вопрос, насколько алгоритм отражает замысел моделирования, сформулированный на этапе разработки концептуальной модели.

Рассмотрим разработку программы модели системы.

Разработка программы для ЭВМ включает следующие подэтапы:

- выбор вычислительных средств;
- проведение программирования;
- проверку достоверности программы.

Прежде всего выбираются тип ЭВМ (компьютера) и язык программирования или программа моделирования.

После составления программы производится проверка ее достоверности на контрольном примере. На этом подэтапе необходимо оценить затраты машинного времени для расчета одной реализации моделируемого процесса, что позволит разработчику модели правильно сформулировать требования к точности и достоверности результатов моделирования.

2.1.6 Планирование модельных экспериментов и проведение машинных экспериментов с моделью системы

На этом этапе проводятся серийные расчеты по составленной и отлаженной программе. Этап включает следующие подэтапы:

- планирование машинного эксперимента;
- проведение рабочих расчетов;
- представление результатов моделирования;
- интерпретацию результатов моделирования;
- выдачу рекомендаций по оптимизации режима работы реальной системы.

Перед проведением рабочих расчетов на ЭВМ должен быть составлен план проведения эксперимента с указанием комбинаций переменных и параметров, для которых должно проводиться моделирование системы. Задача заключается в разработке оптимального плана эксперимента, реализация которого позволяет при сравнительно небольшом числе испытаний модели получить достоверные данные о закономерностях функционирования системы.

Результаты моделирования могут быть представлены в виде таблиц, графиков, диаграмм, схем и т.п. В большинстве случаев наиболее простой формой

считаются таблицы, хотя графики более наглядно иллюстрируют результаты моделирования системы.

Целесообразно предусмотреть вывод результатов на экран дисплея и на принтер.

Интерпретация результатов моделирования имеет целью переход от информации, полученной в результате машинного эксперимента с моделью, к выводам, касающимся процесса функционирования объекта-оригинала.

На основании анализа результатов моделирования принимается решение о том, при каких условиях система будет функционировать с наибольшей эффективностью.

## **2.2 Компьютерное моделирование в экономике**

При исследовании инфляции наряду с содержательным анализом должны применяться количественные методы, и, в частности, метод компьютерного моделирования. При этом компьютерная модель инфляции должна опираться на анализ статической макроэкономической информации с использованием современных методов исследования процессов с переменной структурой.

Для современного уровня развития экономической теории характерно широкое использование метода моделирования. В процессе исследования экономических систем возникают ситуации, когда получить информацию о зависимости их величин или прогнозировать их динамику в будущем оказывается невозможным, по причине отсутствия полной теории, или из-за высокой сложности таких систем. В таком случае обычно в процессе исследования заменяют исследуемую систему каким-то объектом, возможно и другой природы, близким по поведению к оригиналу. Исследователь получает новые знания в процессе работы с моделью, которые переносятся на оригинал. Все современные экономические теории являются моделями функционирования экономических систем [22].

Первый этап моделирования – постановка задачи исследования, решение которой будет получено с помощью модели. В рамках задачи необходимо

определить объект исследования, выделить его основные свойства, установить зависимости и соотношения этих свойств.

После того как предмет изучения определен, перед исследователем возникает необходимость расширить знания о нем. В результате исследований объекта может оказаться невозможным или достаточно трудным решение поставленной задачи путем непосредственного оперирования с объектом. Чтобы преодолеть эти трудности исследователь в процессе познания применяет промежуточное звено – некоторую модель. В процессе моделирования исследователь от исследования исходного объекта и его описания переходит к построению или выбору такого объекта, на основе изучения которого было бы возможно получить интересующие его данные об исходном объекте. Поиск модели возможен как на интуитивной основе, так и на строго логической основе.

После выбора модели ее необходимо исследовать, таким образом, она становится объектом исследования. При этом все действия выполняются уже над моделью и направлены на получение знаний об этом объекте, на установление законов его развития, свойств и отношений.

Конечным этапом моделирования является перенос полученных с помощью модели данных на оригинал. Благодаря наличию определенного соответствия элементов и отношений модели элементам и отношениям оригинала, существует возможность переноса знаний, полученных с помощью модели, на оригинал. Связь соответствующих элементов и отношений модели с элементами и отношениями оригинала устанавливаются исследователем в процессе моделирования. Эвристическое значение моделирования проявляется в том, что в результате констатации наличия ряда общих свойств у модели и оригинала, исследователь приписывает оригиналу некоторое новое свойство, обнаруженное при исследовании модели.

Вся практика использования метода моделирования свидетельствует о том, что залогом успеха является не способность исследователя строить произвольные мысленные конструкции, а прежде всего в способности

правильно отображать существующие связи, раскрывать объективные закономерности и на основе этого правильно предусматривать неизвестные стороны и свойства. Как никакому другому методу моделированию присущее, органическое единство теории и практики.

Особенное место в науке занимают математические модели, которые представляют собой приближенное описание какого-нибудь класса явлений окружающего мира, выраженное при помощи математической символики. Будучи частным видом моделей, они употребляются в виде важных инструментов научного познания [22].

Современная экономическая теория использует метод математического моделирования при исследовании разных экономических процессов, их моделировании и управлении. Значение данного метода в прогрессивной методологии социально-экономических наук надлежит из признанной в настоящее время трактовки понятия модели, представляющей собой концептуальный инструмент, направленный сначала на управление моделируемым процессом либо явлением.

Внедрение способа математического прогнозирования при анализе социально-экономических действий имеет собственные специфики. К ним стоит отнести большое количество и разнородность объектов моделирования, так как в данной области имеют место элементы управляемости и стихийности, строгой определенности и свободы выбора, детерминированности и значимой неоднозначности сочетание процессов технического (научно-технического) и общественного характера. Сложность объекта моделирования является одним из основополагающих доводов, который работает преградой для применения метода математического моделирования при анализе определенных социально-экономических процессов. Данное утверждение полностью относится к анализу инфляции, которая относится к многопричинным трудным процессам.

Использование электронных вычислительных машин, в особенности персональных, сделало революционный шаг в моделировании технических и экономических процессов. Появилась возможность использования алгоритмов

моделирования, которые невозможно было реализовать традиционными способами. Появился новый метод моделирования, которое базируется на прямом воспроизведении исходной системы программными средствами с искусственной имитацией параметров, от которых зависит система. Этот метод получил название имитационное моделирование, и он используется там, где аналитические методы не дают надлежащей точности или там, где они оказываются неприменимыми. Следует заметить, что имитационное моделирование требует много времени на программирование, отладку, прогон моделей и обработку полученного численного материала. Результаты носят частный характер, определяемыми заданными конкретными параметрами.

Развитие вычислительной техники и программирования дало возможность создать так называемые системы компьютерной математики, которые объединяют в себе свойства редакторов текста, языков программирования и имеют большое количество встроенных математических функций и методов решения основных задач математики. К таким системам относятся: Mathcad, Mathematica, Matlab, Maple. Они имеют современный интерфейс, широкие возможности по построению графиков, описанию алгоритмов.

### **2.3 Обзор математических пакетов MATLAB**

Существует множество пакетов прикладных программ и все они служат для разных целей.

Neural Networks Toolbox – пакет прикладных программ, содержащих средства для построения нейронных сетей, базирующихся на поведении математического аналога нейрона. Пакет обеспечивает эффективную поддержку проектирования, обучения и моделирования множества известных сетевых парадигм, от базовых моделей персептрона до самых современных ассоциативных и самоорганизующихся сетей. Пакет может быть использован для исследования и применения нейронных сетей к таким задачам, как обработка сигналов, нелинейное управление и финансовое моделирование. Обеспечена возможность генерации переносимого Си кода с помощью Real Time Workshop.

Fuzzy Logic Toolbox – пакет прикладных программ, относящийся к теории нечетких (размытых) множеств. Обеспечивается поддержка современных методов нечеткой кластеризации и адаптивных нечетких нейронных сетей. Графические средства пакета позволяют интерактивно отслеживать особенности поведения системы.

Основные возможности пакета:

- определение переменных, нечетких правил и функций принадлежности;
- интерактивный просмотр нечеткого логического вывода;
- современные методы: адаптивный нечеткий вывод с использованием нейронных сетей, нечеткая кластеризация;
- интерактивное динамическое моделирование в Simulink;
- генерация переносимого Си кода с помощью Real-Time Workshop.

Spline Toolbox – пакет прикладных программ для работы со сплайнами. Поддерживает одномерную, двумерную и многомерную сплайн–интерполяцию и аппроксимацию. Обеспечивает представление и отображение сложных данных и поддержку графики. Пакет позволяет выполнять интерполяцию, аппроксимацию и преобразование сплайнов из В-формы в кусочно-полиномиальную, интерполяцию кубическими сплайнами и сглаживание, выполнение операций над сплайнами: вычисление производной, интеграла и отображение.

Среди всего разнообразия прикладных программ математического моделирования отметим приложение Simulink из пакета прикладных программ Matlab. Simulink – это среда визуального имитационного моделирования, позволяющая при помощи блок-схем в виде направленных графов, строить динамические дискретные, непрерывные и гибридные модели, нелинейные и разрывные системы. Интерактивная среда Simulink, позволяет моделировать электросиловые, механические и гидравлические системы, а также применять развитый модельно-ориентированный подход при разработке систем автоматического управления, средств цифровой связи и устройств реального времени. Пример Simulink-модели приведен на рисунке 6.

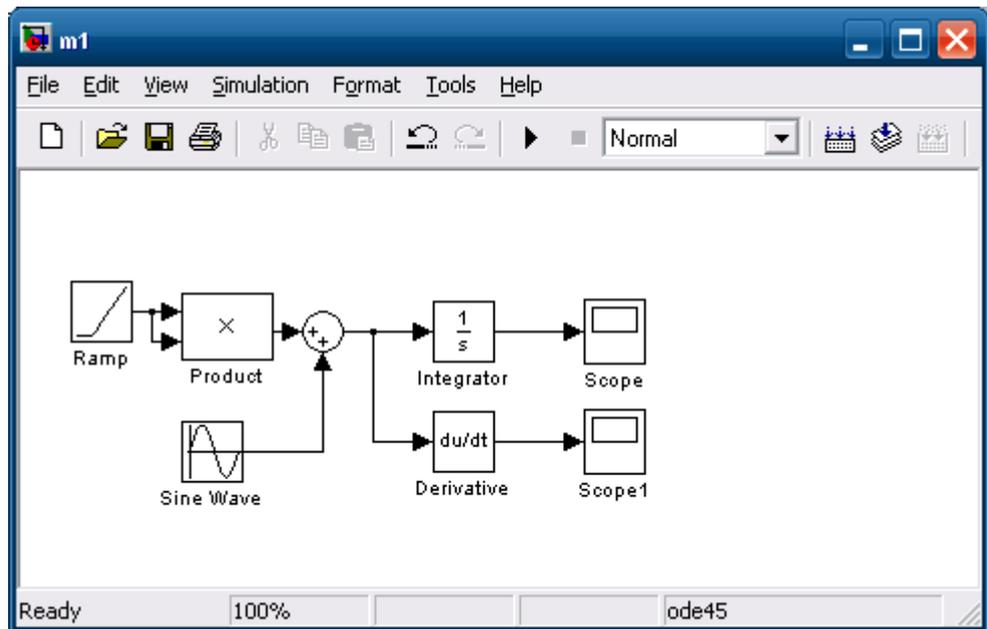


Рисунок 6 – Пример Simulink-модели

Simulink ориентирован на построение динамических моделей, параметры и свойства которых изменяются во времени. Благодаря тому, что данное приложение позволяет использовать широкий спектр математических возможностей (операции над матрицами, интегральное и дифференциальное исчисление), Simulink нашел применение в большом количестве задач: анализ и обработка сигналов, параметрическая идентификация систем, построение и анализ динамических рядов.

Simulink представлен двумя элементами: окно Simulink-модели (рисунок 6) и обозревателем библиотек (рисунок 7). Модель Simulink представлена направленным графом, вершинами графа являются источники сигнала, математические операции или приемники сигнала. В качестве источника могут применяться периодические функции (например, синус), константы, заранее определенные табличные значения и некоторые другие. В качестве математических операций доступны блоки суммирования, умножения, дифференцирования и интегрирования, так же возможно применение произвольно заданной математической функции для преобразования сигнала. В качестве приемников используются: блок записи в файл, блок записи в таблицу, построитель графиков и некоторые другие. Помимо этого, Simulink содержит

блоки для работы с сигналами, например, объединение или перенаправление сигнала, что позволяет создавать гибкие демоли.

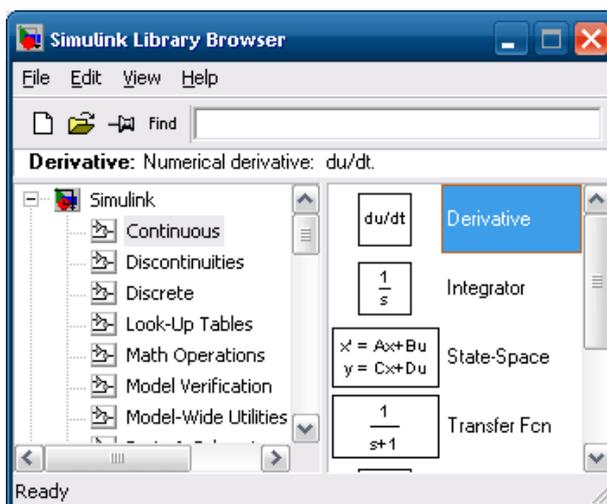


Рисунок 7 – Обзорщик библиотек Simulink

#### 2.4 Обзор современных методов моделирования инфляции

В настоящее время опубликовано большое количество работ, описывающих математические методы моделирования и прогнозирования инфляции.

Так, например, Седельников А.В. и Кандратьева И.А. на конференции в докладе [23] «моделирование уровня ежегодной инфляции в России методом замены переменных» описывают метод аппроксимации динамики инфляции основанный на теореме Гаусса-Маркова и линеаризации методом замены переменных. В работе используется достаточно простая математическая модель, как следствие точность аппроксимации оказывается довольно низкой и не подходит для адекватного моделирования реальных инфляционных процессов.

В работе [6] автор предлагает модель инфляции, основанную на основе формирования динамической функции совокупного спроса и динамической функции совокупного предложения с использованием ряда Фурье для одной гармоники. В итоге модель имеет вид:

$$P(t) = a_0 + a_1M(t) + a_2R(t) + a_3\varepsilon(t) + \alpha \cos t + \beta \sin t + n(t), \quad (2)$$

где  $M(t)$  – темп прироста денежной массы,

$R(t)$  – уровень процентной ставки,

$\varepsilon(t)$  – обменный курс,

$t$  – момент времени,

$\alpha, \beta, a$  – коэффициенты,  $n(t) \in (0,0007;0,97)$ .

В работе [7] описан метод нейросетевого моделирования инфляции. В работе рассмотрен инфляционный процесс в России с 1991 г. по 2008 г. Авторы дают оценку тенденций развития инфляции, и выдвигают предположение о том, что моделирование и прогнозирование инфляции нужно проводить с использованием только тех периодов времени, в пределах которых действуют одинаковые экономические тенденции. Так же в работе описаны принципы работы нейронных сетей и методика моделирования инфляционных процессов с их использованием.

В работе [25] авторы применяют многослойный перцептрон со структурой, показанной на рисунке 8. Принцип действия перцептрона описывается следующими формулами:

$$Y_j = f\left(\sum_i W_{i,j} X_i\right), f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad (3)$$

где  $Y$  – вектор выхода,

$X$  – вектор входа,

$f$  – функция активации.

Суть метода заключается в прогнозировании одного последующего значения, на основании нескольких предыдущих показателей инфляции. В работе [25] применялось от четырех до двенадцати предыдущих значений. Нейросеть обучалась на основе данных сайта Федеральной службы государственной статистики.

В работе [26] авторами рассмотрен процесс инфляции в рамках теории Модильяни-Миллера, а также в рамках теории предложенной самими авторами (теория Брусова-Филатовой-Ореховой). В работе достаточно полно описана методика расчета стоимости капитала компании с учетом налогов и инфляции. Хотя работа не рассматривает методы моделирования инфляции, математический аппарат, рассмотренный в статье, может быть использован, для того чтобы выразить уровень инфляции через оценки стоимости капиталов компаний.

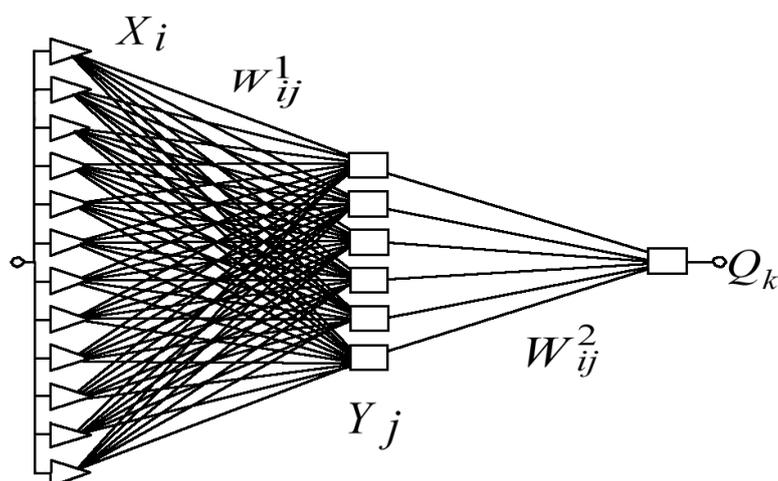


Рисунок 8 – Структура нейросетевой модели

В работе [27] автор проводит исследование инфляционных процессов на основе компьютерного моделирования. В работе проведен анализ существующих методов прогнозирования динамики цен, разработана нелинейная модель динамики цен, разработан пакет прикладных программ и методика обработки статистических данных. Метод, предложенный в статье, основан на аппроксимации табличных значений кубическими сплайнами. Модель позволяет оценивать не только динамику показателей, но также дифференциальные характеристики.

### 2.5 Исследование моделей динамики цен

Исследование макроэкономической динамики связано с построением и анализом простых нелинейных моделей, отражающих взаимодействие различных экономических подсистем. Для построения экономических моделей необходимо знать свойства динамических неравновесных моделей рынка. Процесс установления равновесной цены может быть описан различными моделями с использованием одних и тех же функций предложения  $D(P)$  и спроса  $S(P)$ . Существует два подхода – непрерывный и дискретный. Непрерывные модели описываются дифференциальными уравнениями вида:

$$\frac{dP}{dt} = a(D(P) - S(P)). \quad (4)$$

В дискретных моделях переменные на промежутках  $[t-1; t]$  принимаются неизменными. В зависимости от используемых гипотез в дискретной модели происходит либо запаздывание предложения:

$$S(P_{t+1}) = D(P_t), \quad (5)$$

где  $S(P)$  – функция предложения,

$D(P)$  – функция спроса,

$t$  – номер шага.

Либо запаздывание спроса

$$D(P_{t+1}) = S(P_t), \quad (6)$$

Дискретные модели представляют больший интерес потому, что в них более последовательно, чем в непрерывных, отражается процесс принятия решения.

Рассмотрим классическую модель адаптации цены:

$$P_{t+1} = P_t + r(D(P_t) - S(P_t)), \quad (7)$$

где  $r$  – коэффициент, характеризующий реакцию рынка,

$P$  – значение цены товара.

Это уравнение выражает гипотезу Л. Вальраса, по которой избыточный спрос вызывает рост цен. Опишем функции спроса и предложения уравнениями:

$$S(P) = Q_e + s(P - P_e), \quad D(P) = Q_e - d(P - P_e), \quad (8)$$

где  $P_e$  – равновесная цена,

$s, d$  – угловые коэффициенты функций спроса и предложения,

$Q_e$  – характеризует равновесие спроса и предложения.

Тогда динамика переменной  $y_t = P_t - P_e$  определяется уравнением:

$$y_{t+1} = (1 - r(d + s))y_t. \quad (9)$$

Видно, что сходимость итерационного процесса (2) зависит от величины  $r$ . Возможны следующие варианты: стремление к равновесной цене при  $r < 1/(d+s)$ , установление равновесия на первом же шаге при  $r = 1/(d+s)$ , затухающие колебания около равновесной цены при  $1/(d+s) < r < 2/(d+s)$ , колебания с

постоянной амплитудой при  $r=2/(d+s)$ , растущие колебания около равновесной цены при  $r>2/(d+s)$ . Simulink-модель процесса (2) представлена на рисунке 7.

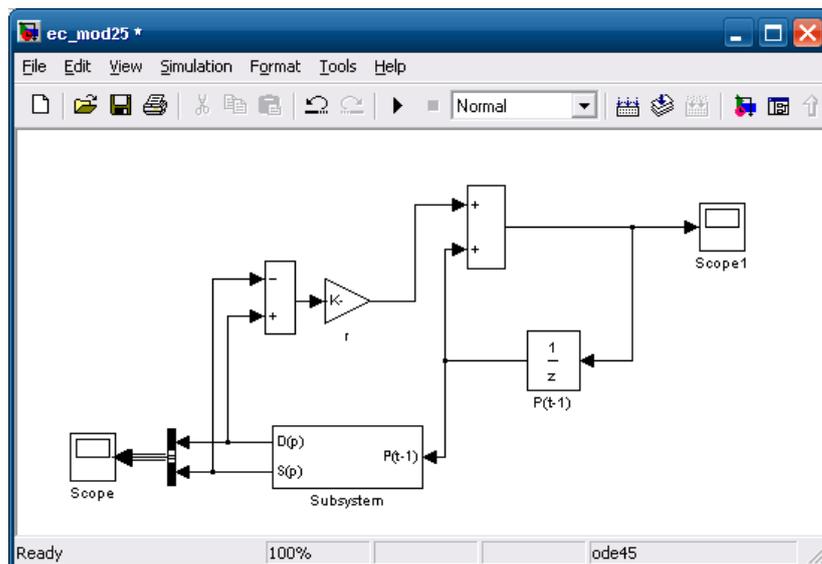


Рисунок 9 – Модель итерационного процесса

Динамика цены при  $r<1/(d+s)$  показана на рисунке 10, динамика спроса и предложения для этого же случая изображена на рисунке 11.

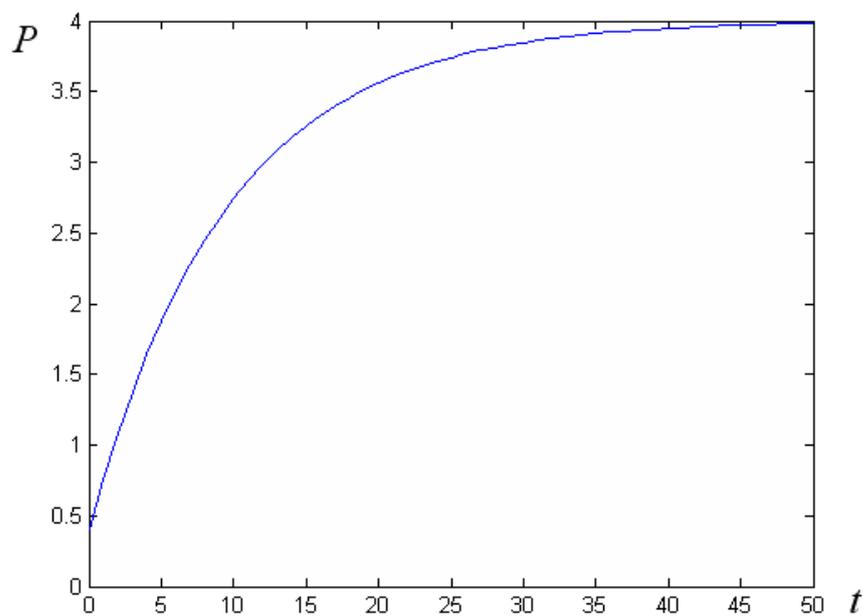


Рисунок 10 – Динамика цены

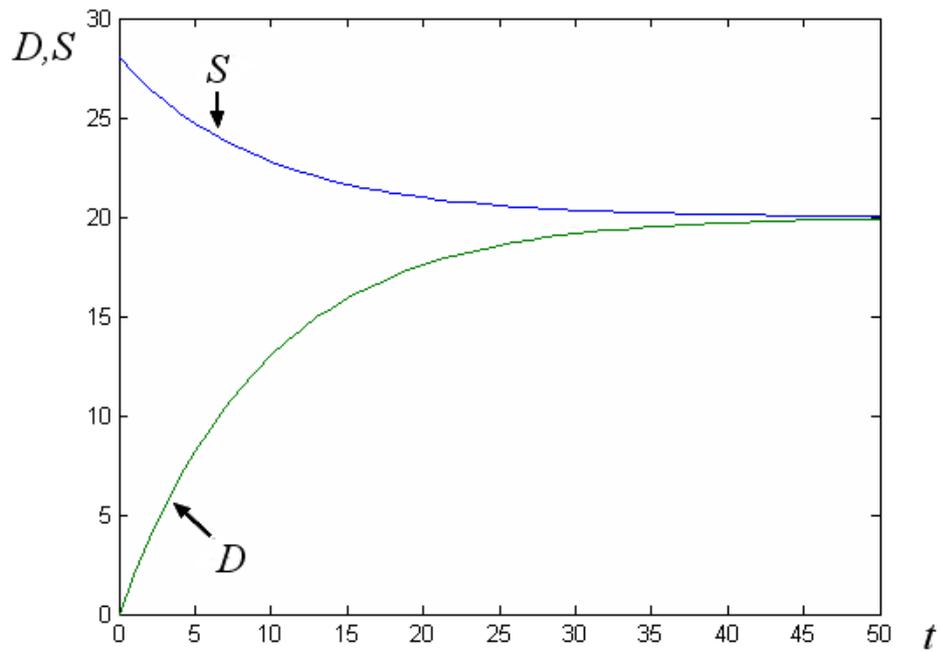


Рисунок 11 – Динамика спроса и предложения

На рисунках 10 и 11 видно, как с ростом спроса растет цена, при установлении баланса спроса и предложения фиксируется и цена товара.

Динамика цены при  $1/(d+s) < r < 2/(d+s)$  показана на рисунке 12, динамика спроса и предложения для этого же случая изображена на рисунке 13.

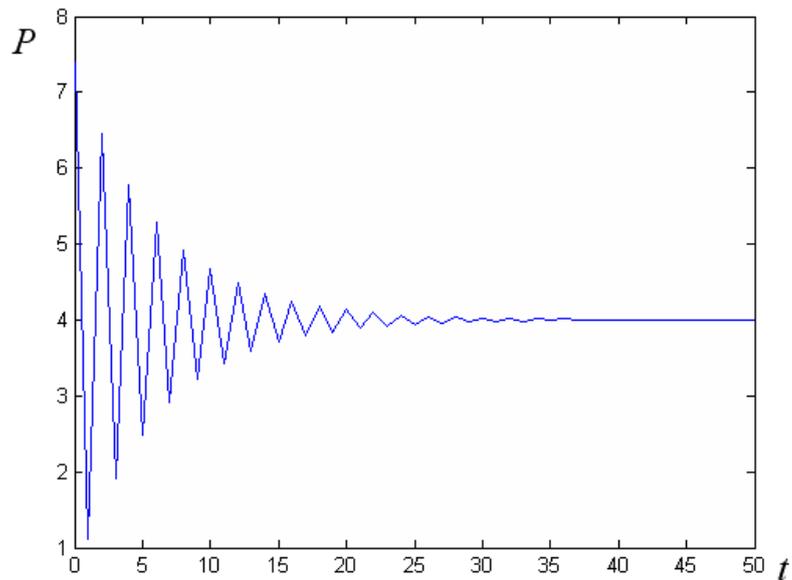


Рисунок 12 – Динамика цены

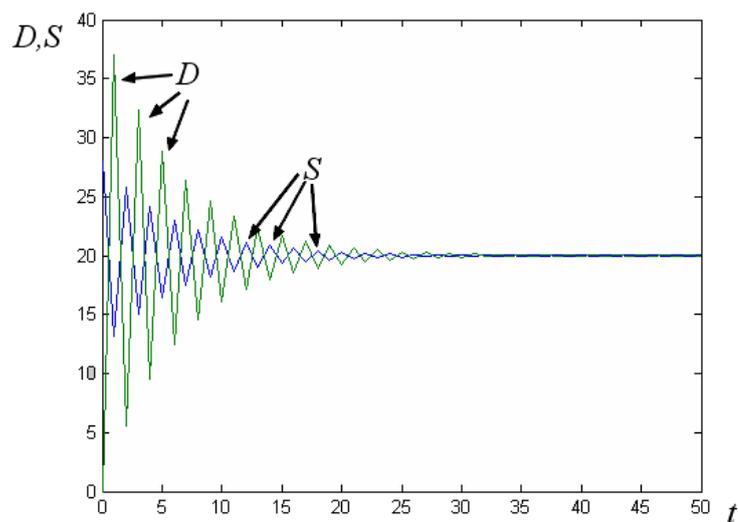


Рисунок 13 – Динамика спроса и предложения

На рисунках 12 и 13 видны затухающие колебания, но также как в первом случае при установлении баланса спроса и предложения, цена приходит к равновесному решению.

Динамика цены при  $r > 2/(d+s)$  показана на рисунке 14, динамика спроса и предложения для этого же случая изображена на рисунке 15.

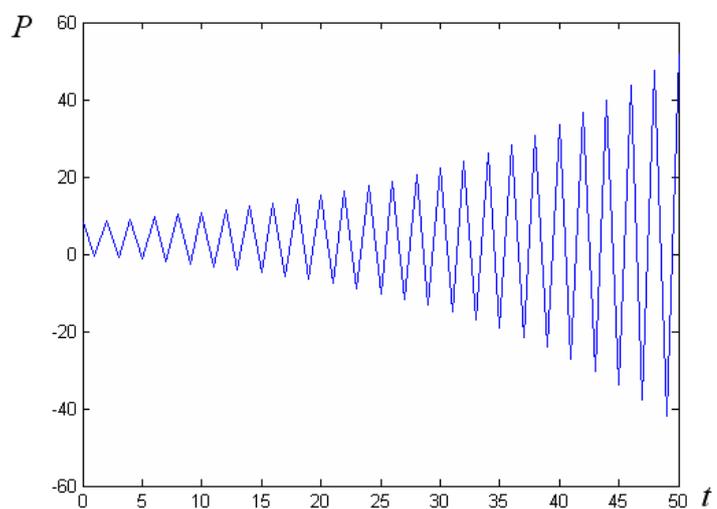


Рисунок 14 – Динамика цены

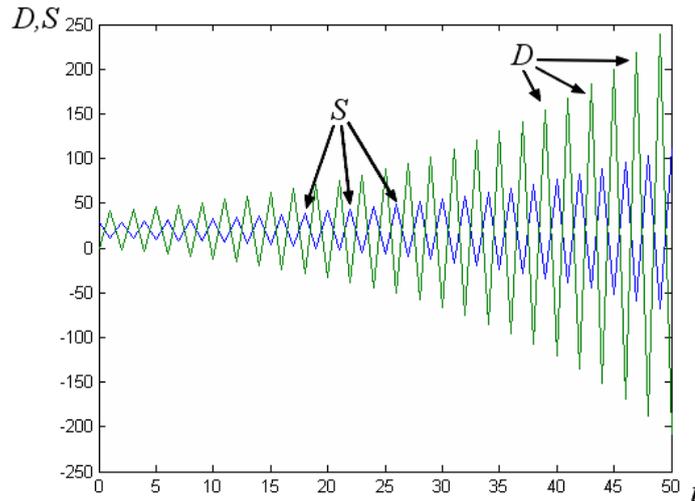


Рисунок 15 – Динамика спроса и предложения

В данном случае процесс расходится, подобные явления могут описывать процессы, происходящие в кризис, но из-за низкой точности модели наблюдается неадекватное поведение системы: выход в отрицательные значения, высокая частота колебаний.

Так же гипотезу о динамике цены можно выразить следующей моделью:

$$P_{t-1} = P_t e^{r(D(P)-S(P))}, \quad (10)$$

где  $r > 0$  – коэффициент адаптации,

$D(P)$  – функция спроса,

$S(P)$  – функция предложения,

$P$  – значение цены товара,

$t$  – момент времени.

С учетом линейности функций спроса и предложения (3) получим:

$$P_{t+1} = P_t e^{-r(d+s)(P_t - P_e)}. \quad (11)$$

Для модели (6) динамика переменной  $y_t = r(d+s)P_t$  имеет вид:

$$y_{t+1} = y_t A e^{-y_t}, \quad (12)$$

где  $A = e^{r(d+s)P_e}$ .

Simulink-модель системы (8) представлена на рисунке 16.

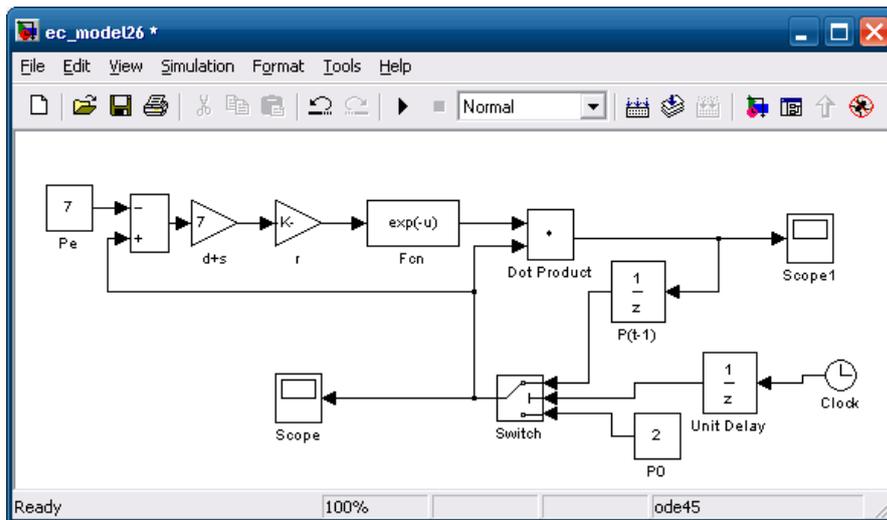


Рисунок 16 – Simulink-модель

На рисунках 17-19 показана динамика изменения цены, для модели (8) при различных параметрах  $r$ .

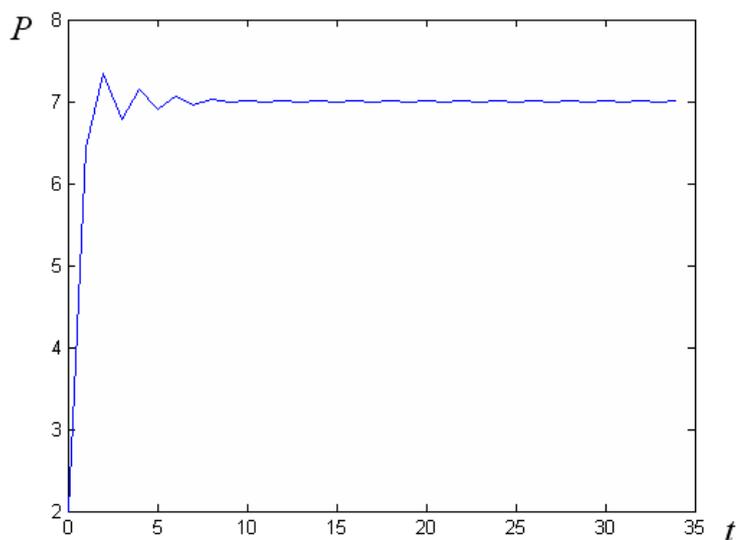


Рисунок 17 – Динамика цены при  $r=1/20$

Данный процесс схож с процессом, показанным на рисунке 12. Главное отличие кроется в самих моделях, в модели (2) цена начинает движение со значения 0, а модель (8) допускает задание некоего начального значения цены  $P_0$ . Амплитуда колебаний сначала меньше чем на графике 12, но затухание происходит медленнее.

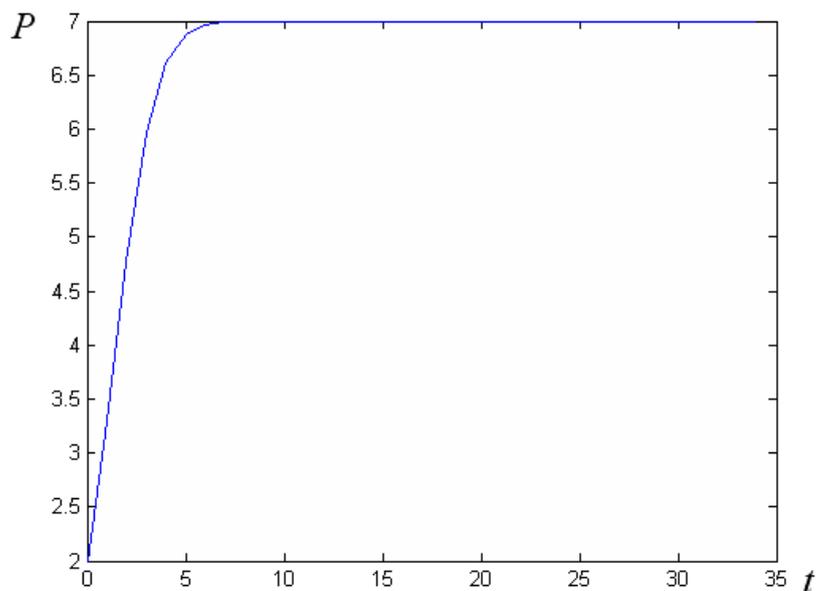


Рисунок 18 – Динамика цены при  $r=1/70$

Процесс схож с процессом на графике 10, отличие в начальных значениях.

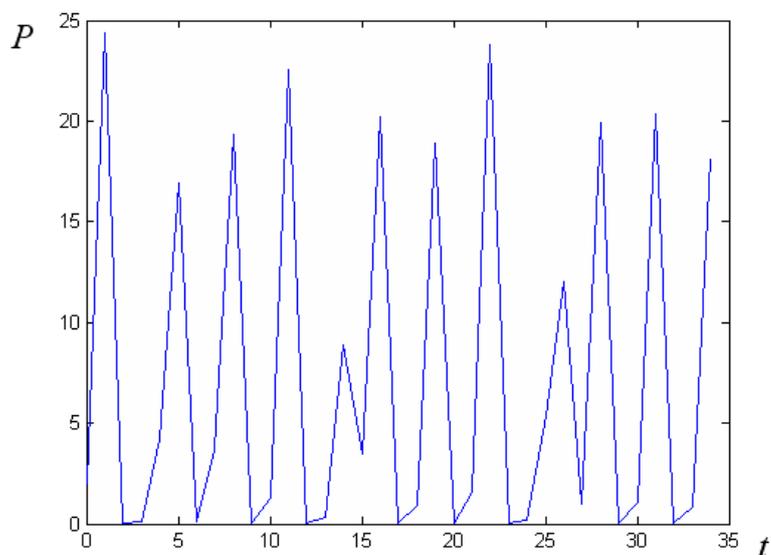


Рисунок 19 – Динамика цены при  $r=1/14$

Процесс на рисунке 19 имеет хаотический характер и может описывать некоторые экономические циклы.

Более сложными оказываются модели с двойным запаздыванием:

$$y_{t+1} = rF(y_t) + (1-r)F(y_{t-1}), \quad (13)$$

$$F(y) = yAe^{-y}. \quad (14)$$

Особенность данной модели заключается в следующем: для некоторого параметра  $A$ , при  $r=1$ , динамика цены имеет хаотический характер. При уменьшении параметра  $r$ , динамика цены принимает периодический характер, период и амплитуда уменьшаются при уменьшении параметра  $r$ . При некоторых значениях параметра  $r$  (примерно 0,52-0,75) цена устремляется к своему равновесному значению.

Simulink-модель системы (13)-(14) представлена на рисунке 20. На рисунках 21-24 показано как с уменьшением параметра  $r$ , поведение системы (13)-(14) сначала обретает периодический характер, а затем цена при значении параметра  $r < 0,75$  цена устремляется к равновесному значению.

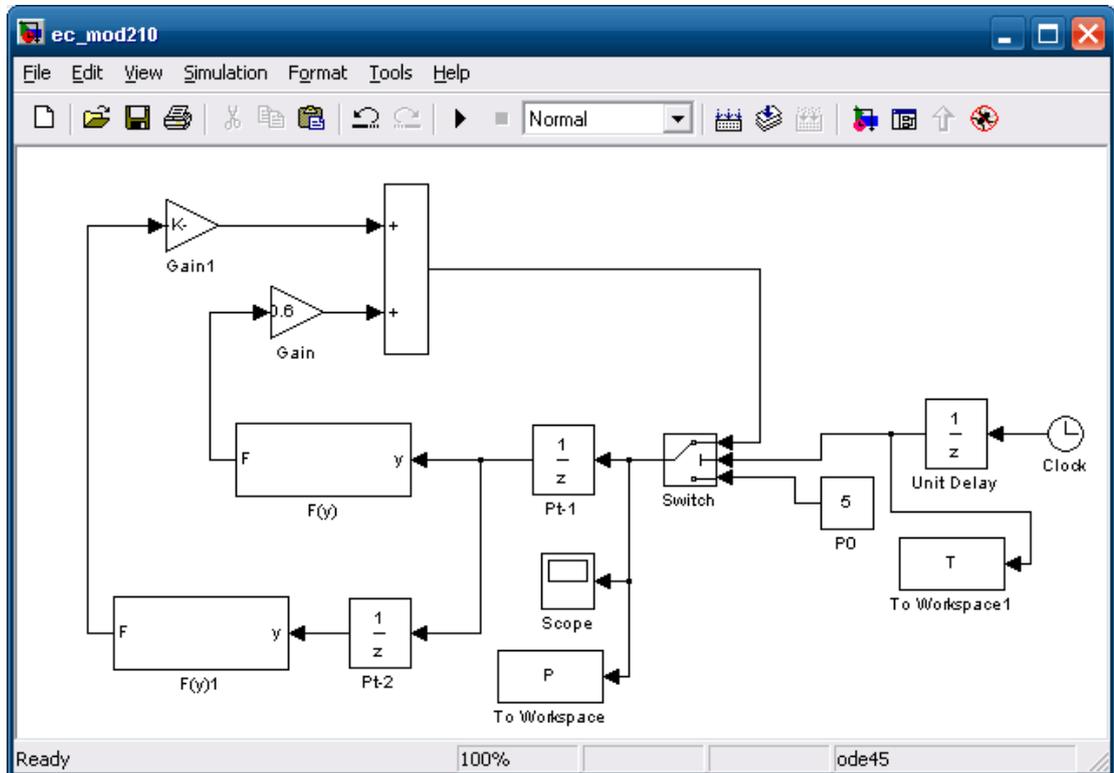


Рисунок 20 – Модель системы с двойным запаздыванием

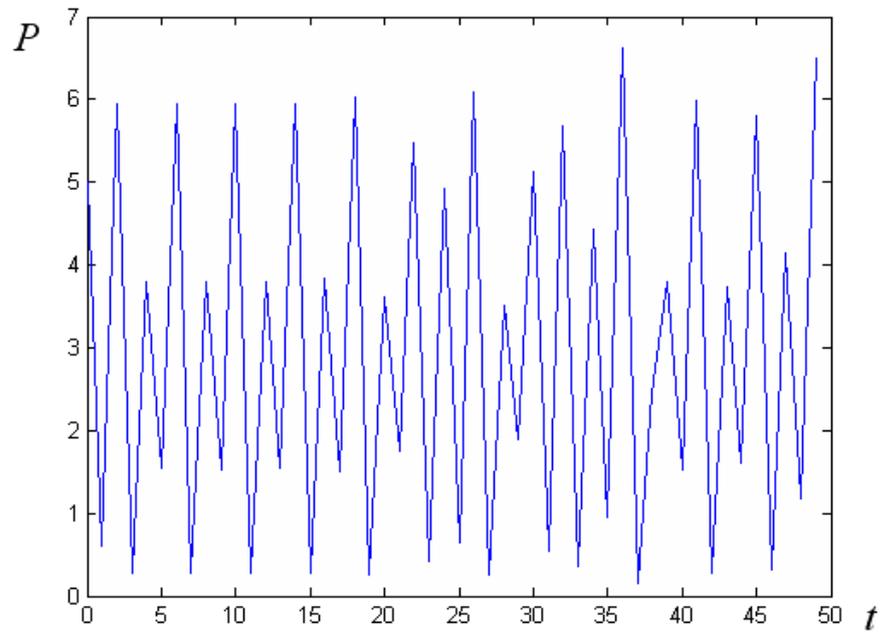


Рисунок 21 – Динамика цены при  $r=1$

Процесс на рисунке 21 схож с процессом на рисунке 16, хотя характер колебаний отличается.

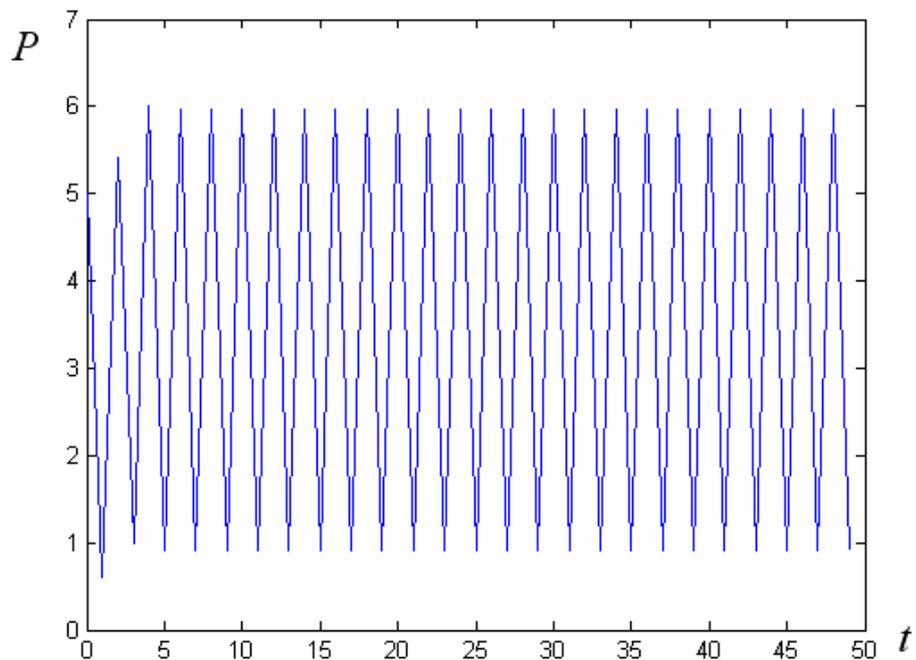


Рисунок 22 – Динамика цены при  $r=0,9$

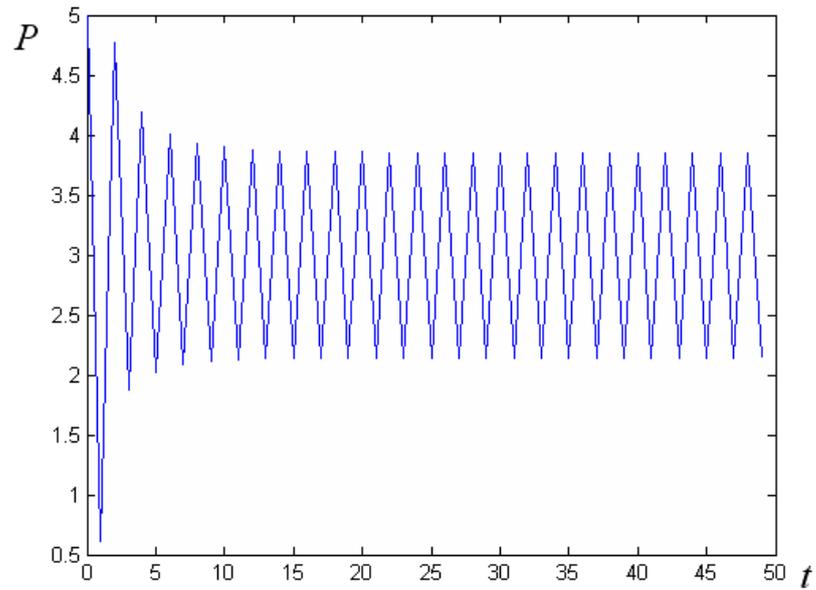


Рисунок 23 – Динамика цены при  $r=0,78$

Подобные установившиеся процессы редко встречаются в реальной практике и мало эффективны при моделировании реальных экономических процессов.

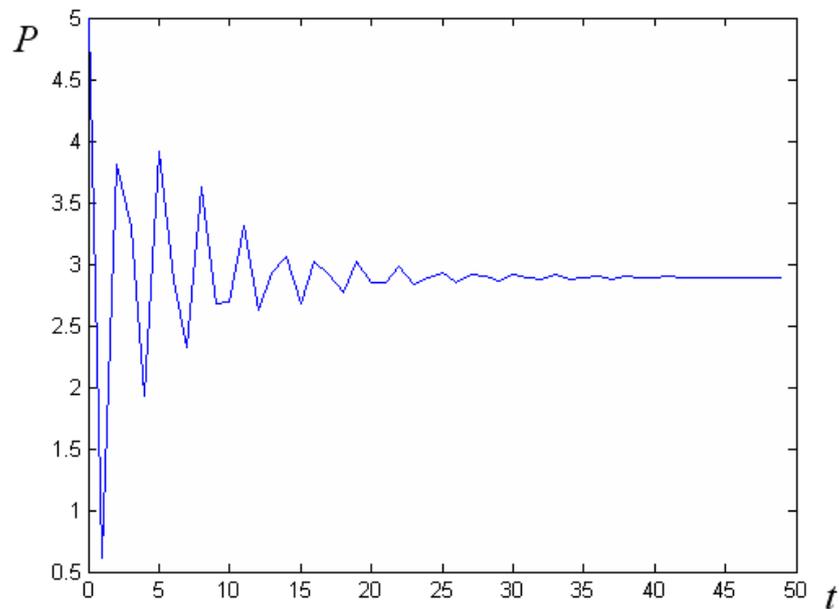


Рисунок 24 – Динамика цены при  $r=0,6$

Процесс установления цены похож на процесс на графике 12, хотя и имеет свои особенности. Подобная модель позволяет получать более качественные результаты моделирования динамики цен.

Подобные экономические модели могут оказаться полезными при моделировании процесса инфляции и экономического кризиса.

## 2.6 Динамика цен во внешней торговле

Рассмотрим вариант модели  $2 \times 2 \times 2$ , где два государства производят два вида товаров  $X$  и  $Y$ , используя два вида ресурсов. За основу возьмем равновесную модель торговли двух стран. Функции полезности определяют отношение государств к набору благ:  $U = U(X, Y)$ ,  $V = V(X, Y)$ .

Структура производства страны  $R$  определяется некоторой оптимальной по Парето точкой  $N$ . Производство товара в стране  $R$  описывается моделью  $2 \times 2$ , следовательно, координаты точки  $N$  удовлетворяют уравнениям:

$$X_{St} = X_0 (u_s)^a (v_s)^b, \quad (15)$$

$$Y_{St} = Y_0 (1 - u_s)^c (1 - v_s)^g,$$

где  $a, b, c, g$  – коэффициенты эластичности.

Переменные  $u$  и  $v$  связаны уравнением:

$$v = \frac{u}{u(1-s)s}. \quad (16)$$

В случае, когда страна  $R$  хочет продать стране  $Q$  товара  $Y$  в количестве  $Y_N - Y$  и купить товара  $X$  в количестве  $X - X_N$ . Учитывая условие обмена получим:

$$P_1(X - X_N) = P_2(Y_N - Y), \quad (17)$$

$$P_1X + P_2Y = P_1X_N + P_2Y_N. \quad (18)$$

Уравнение (13) задаёт прямую, которая проходит через точку  $N$ , эту прямую называют линией обмена. Если принять  $P_1=1$  то величина  $P_2$  будет показывать какой объём товара  $X$  необходимо подать страна  $Q$  в обмен на единицу товара  $Y$ .

Допустим, страна  $R$  стремится максимизировать прибыль. В таком случае наилучшей линией обмена будет касательная к линии производственных возможностей. Для вычисления оптимальных объёмов производства  $X_{Sr}$ ,  $Y_{Sr}$  необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{cY_0(1-v)^g u^{1-a}}{aX_0v^b(1-u)^{1-c}} = \frac{P_1}{P_2}, \\ v = \frac{u}{u(1-s)s} \end{cases}, \quad (19)$$

где  $a, b, c, g$  – технологические коэффициенты.

Значения оптимальных объемов производства для государства  $R$  можно найти из соотношений (18). Полученную точку  $S_R$  будем называть точкой производства государства  $R$ . Точку спроса  $D_R$ , при условии, что функция полезности имеет вид:

$$U = c \ln X + (1-c) \ln Y \quad (20)$$

получим следующим образом

$$X_{Dr} = cM_r, \quad Y_{Dr} = (1-c) \frac{M_r}{P_2}, \quad (21)$$

где

$$M_R = X_{Sr} - P_2 Y_{Sr}. \quad (22)$$

Аналогичным образом находятся координаты для страны  $Q$ , которые определяют решение задачи максимизации функции полезности  $V=V(X,Y)$ .

Спрос на товары первого вида страны  $R$  равен

$$D_R = X_{Dr} - X_{Sr}. \quad (23)$$

За эти товары страна  $R$  предлагает товаров второго вида

$$S_R = Y_{Sr} - Y_{Dr}, \quad (24)$$

Страна  $Q$  в свою очередь предлагает товаров первого вида в количестве

$$S_Q = X_{Sq} - X_{Dq}. \quad (25)$$

Спрос на товар второго вида:

$$D_Q = Y_{Dq} - Y_{Sq}. \quad (26)$$

Если справедливо равенство  $D_R - S_R = D_Q - S_Q$ , то обмен взаимовыгоден. В случае, когда спрос и предложение не равны, цены изменяются по закону:

$$P_2(t+1) = P_2(t)(1 + h(D_Q - S_R)). \quad (27)$$

## 2.7 Анализ динамических рядов

При исследовании экономических процессов часто возникает необходимость использовать статистические методы анализа дифференциальных характеристик динамических рядов, представленных в виде таблицы. В качестве примера приведем построение теоретической зависимости производительности труда от фондовооруженности, основанной на подходе Н. Калдора.

В общем виде

$$y = f(x, t), \quad (28)$$

где  $y$  – производительность,  
 $x$  – фондовооруженность,  
 $t$  – время.

При аппроксимации такой зависимости функцией Кобба-Дугласа вида:

$$y(t) = Ax(t)^\alpha e^{kt}, \quad (29)$$

где  $\alpha$  – коэффициент эластичности,  
 $k$  – параметр, определяющий научно-технический прогресс, стоит задача определить эти параметры.

Один из подходов заключается в линеаризации функции (29), и получить соотношение вида:

$$\ln y(t) = \ln A + \alpha \ln x(t) + kt. \quad (30)$$

Применяя метод наименьших квадратов можно получить приближенные значения параметров.

Альтернативный подход, предложенный Н. Калдором, приводит к построению зависимости темпа прироста производительности от темпа прироста фондовооруженности. В результате основной задачей становится дифференцирование таблично заданной функции. В силу (30) темпы прироста производительности и фондовооруженности связаны соотношением:

$$\frac{y'(t)}{y} = k + \alpha \frac{x'(t)}{x}. \quad (31)$$

На плоскости  $\left( \frac{y'(t)}{y}, \frac{x'(t)}{x} \right)$  уравнение (31) задает прямую, что упрощает задачу определения параметров.

При решении задач дифференцирования таблично заданных функций применяются различные приемы сглаживания. Возможность исследования дифференциальных характеристик позволяет подбирать кривые, хорошо приближающие зависимости между переменными, а также устанавливать законы, выраженные в дифференциальных уравнениях.

Одним из возможных методов сглаживания, таблично заданных функция является интерполяция. Интерполяцией называется процесс построения некоторой функции  $P(x)$ , удовлетворяющей условию прохождения через заданные точки  $P(x_i)=y_i$ . Обычно такая функция представляет собой полином степени  $n$ . Для того чтобы получить производные до степени  $k$ , необходимо чтобы полином обладал такой же степенью. Однако в этом случае производная степени  $k$  будет константой, чтобы этого избежать лучше использовать полином на порядок выше.

На практике часто применяется кусочная интерполяция, идея ее заключается в том, что на каждом отдельном отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$  используется свой многочлен степени  $m$ . Коэффициенты такого многочлена выбираются из условий совпадения значений многочлена со значением аппроксимируемой функции в узлах  $x_i$ , а также из условий сопряженности многочленов в этих же узлах, с целью обеспечения гладкости.

Чаще всего используются кубические сплайны, в которых на каждом интервале  $[x_i, x_{i+1}]$  применяется свой кубический многочлен, такие многочлены стыкуются в узлах  $x_i$  определенным образом. Сплайном порядка  $m$  называют функцию  $S_m(x)$ , представляющую собой на каждом отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$  многочлен вида:

$$S_m(x) = a_{i,0} + a_{i,1}x + a_{i,2}x^2 + \dots + a_{i,m}x^m, x \in [x_i, x_{i+1}], \quad (32)$$

И удовлетворяет условиям непрерывности производных до  $m-1$  порядка:

$$S_{m,i}^{(k)}(x) = S_{m,i+1}^{(k)}(x), k = \overline{1, m-1}, \quad (33)$$

где  $S_m^{(k)}(x)$  – производная порядка  $k$ .

Кубический сплайн имеет вид:

$$S_{3,i}(x) = a_{i,0} + a_{i,1}x + a_{i,2}x^2 + a_{i,3}x^3. \quad (34)$$

Для интервала, имеющего  $n$  узлов необходимо вычислить  $4n$  коэффициентов. Для определения этих коэффициентов можно записать  $2n$  уравнений прохождения функции  $S(x)$  через заданные точки  $S(x_i)=y_i$ ,  $S(x_{i+1})=y_{i+1}$  и  $2n-2$  уравнений непрерывности вида (34). Два оставшихся соотношения обычно задают на концах интервала в виде условия закрепления концов сплайна. Так например для свободного закрепления концов полагают  $S_3''(x_0) = 0, S_3''(x_n) = 0$ .

### 3 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ИНФЛЯЦИИ

#### 3.1 Математический вывод модели

Необходимым условием развития инфляции является ускорение роста номинального количества денег или скорости их обращения по сравнению с ростом реального национального дохода. К этому выводу можно прийти на основе анализа уравнения денежного равновесия [28]:

$$Mv = CP, \quad (35)$$

констатирующего, что количество денег, израсходованных на покупку произведенной продукции (произведение индекса цен  $P$  на уровень реального потребления  $C$ ), равно количеству находящихся в обращении денег  $M$ , умноженному на скорость их обращения  $v$  (число оборотов в год).

По определению, инфляция

$$\pi = \frac{1dP}{Pdt}. \quad (36)$$

По определению ВВП  $Y$  можно рассчитать по формуле [29]

$$Y = C + I + G + X, \quad (37)$$

где  $I$  – инвестиции в производство;

$G$  – государственные расходы;

Учитывая связь (3) потребления с валовым выпуском  $Y$ , из (35) получаем:

$$P = \frac{Mv}{Y - I - G - X}. \quad (38)$$

Так же будем учитывать экспериментально выявленный факт, что уровень совокупной зарплаты  $W$  пропорционален ВВП (для промышленно развитых стран  $b \approx 2$ , для стран с переходной экономикой  $b \approx 5$ ):

$$Y = bW. \quad (39)$$

Пусть масса денег задается эндогенно и меняется с течением времени от начального значения  $M_0$ :

$$M(t) = M_0 + \Delta M(t), \quad (40)$$

где  $\Delta M$  является либо ступенчатой функцией (разовая эмиссия), либо расчет линейно до некоторого момента (линейная эмиссия). Пусть доля  $\delta$  эмиссион-

ных денег  $\Delta M$  направляется в промышленный сектор на увеличение начальной равновесной зарплаты  $W_0$ . С учетом (40) стационарные соотношения (38) и (39) примут вид:

$$\begin{cases} P = \frac{M_0 + \Delta M}{Y - I - G - X} v, \\ Y = b \left( W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P} \right). \end{cases} \quad (41)$$

В силу того, что при изменении равновесия стационарные связи в (41) нарушаются, а затем с течением времени устанавливаются при новых значениях  $P$  и  $Y$ , можно записать динамические дифференциальные уравнения. При этом скорость отклонения какого-либо параметра пропорциональна его отклонению от равновесного значения. Тогда на основе (41) получим уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = -k_1 \left( P - \frac{M_0 + \Delta M}{Y - I - G - X} v \right), \\ \frac{dY}{dt} = -k_2 \left( Y - bW_0 - \frac{b\delta\Delta M}{P} \right). \end{cases} \quad (42)$$

В системе (42) коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  – обратные времена реакции системы на установление равновесия по величине параметров  $P$  и  $Y$  соответственно. В рамках модели коэффициенты будем считать постоянными, но варьируемыми величинами.

Далее перейдем в данной системе к безразмерным переменным. Относительное изменение ВВП:  $y = Y/Y_0 - 1$ , нормированный индекс цен:  $P = P/P_0$ , где  $Y_0 = bW_0$  и  $P_0 = M_0 v / (Y_0 - I_0 - G_0 - X_0)$  – начальные значения ВВП и индекса цен. Пусть  $i = I/I_0$ ,  $g = G/G_0$ ,  $x = X/X_0$ , где  $I_0$

Тогда уравнения (42) примут вид

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -k_1 \left( p - \frac{1+m}{\frac{1+y}{1 - \frac{I_0 + G_0 + X_0}{Y_0}} + \frac{i}{1 - \frac{Y_0 - G_0 - X_0}{I_0}} + \frac{g}{1 - \frac{Y_0 - I_0 - X_0}{G_0}} + \frac{x}{1 - \frac{Y_0 - I_0 - G_0}{X_0}}} \right), \\ \frac{dy}{dt} = -k_2 \left( y - \frac{dm}{p} \right), \end{cases} \quad (43)$$

где  $m(t)$  – безразмерная функция эмиссии,

$$m(t) = \Delta M(t) / M_0;$$

$d$  – безразмерный параметр эластичности отдачи по заработной плате,  $d = \delta M_0 / P_0 W_0$ .

По оценкам [18]  $d$  имеет примерно ту же величину, что и коэффициент отдачи по труду в производственных функциях: в развивающихся странах  $d \approx 0,5$ , а в промышленно развитых  $d \approx 0,7$ .

Запишем (43) в виде

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -k_1 \left( p - \frac{1+m}{\alpha(1+y) + \beta i + \gamma g + \varphi x} \right); \\ \frac{dy}{dt} = -k_2 \left( y - \frac{dm}{p} \right), \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \left( 1 - \frac{I_0 + G_0 + X_0}{G_0} \right)^{-1}, \quad \beta = \left( 1 - \frac{Y_0 - G_0 - X_0}{I_0} \right)^{-1} \\ \gamma &= \left( 1 - \frac{Y_0 - I_0 - X_0}{G_0} \right)^{-1}, \quad \varphi = \left( 1 - \frac{Y_0 - I_0 - G_0}{X_0} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (45)$$

Начальные условия для (45) фиксированы:

$$p(0) = 1, y(0) = 0. \quad (46)$$

Влияние инфляционных ожиданий на макроэкономическую ситуацию было отмечено исследователями еще в 70-х гг. прошлого века. Впервые влияние ожиданий на широко известную кривую Филлипса (и, как следствие, на уровень безработицы и инфляции) было описано Робертом Гордоном [30]. Впоследствии эта тема была широко развита Эдмундом Фелпсом [31], Милтоном Фридманом и другими известными экономистами.

В их исследованиях было отмечено, что инфляционные ожидания имеют существенное влияние на уровень зарплат (благодаря активности рабочих, профсоюзов и пр.), в свою очередь влияя на уровень цен и инфляцию. Этот эффект был назван Джеймсом Тобином «инфляционной инерцией» [32]. Итак, в силу того, что рабочие постоянно пытаются увеличивать свою зарплату при росте цен, можно дополнить уравнение для заработной платы  $W$ . Если в базовой модели инфляции

$$W = W_0 + \Delta W = W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P}, \quad (47)$$

то с учетом ожиданий

$$W = W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P} + \lambda W \tilde{\pi}, \quad (48)$$

где  $\tilde{\pi}$  – инфляционные ожидания, а  $\lambda < 1$ .

Коэффициент  $\lambda$  отражает эффективность действий профсоюзов по повышению зарплаты в соответствии с ожидаемым уровнем инфляции. Отсюда

$$W = \frac{1}{1 - \lambda \tilde{\pi}} \left( W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P} \right). \quad (49)$$

Учитывая связь совокупной зарплаты с ВВП (39), получим новое статическое уравнение для  $Y$ :

$$Y = \frac{b}{1 - \lambda \tilde{\pi}} \left( W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P} \right), \quad (50)$$

или в динамической форме:

$$\frac{dY}{dt} = -k_2 \left( Y - \frac{b}{1 - \lambda \tilde{\pi}} \left( W_0 + \frac{\delta \Delta M}{P} \right) \right). \quad (51)$$

Обезразмерим (50) и получим уравнение

$$\frac{dy}{dt} = -k_2 \left( y + 1 - \frac{1}{1 - \lambda \tilde{\pi}} \left( \frac{md}{p} + 1 \right) \right). \quad (52)$$

Инфляционные ожидания (особенно в условиях экономической нестабильности, часто возникающей в странах с развивающейся экономикой), очевидно, влияют не только на уровень зарплат, но и на совокупный спрос. Действительно, в нашей стране потребители нередко предпочитают заранее приобретать продукты, ожидая праздничного повышения цен. Аналогичная ситуация часто возникает, например, на рынке стройматериалов или на рынке валюты, что порой приводит к сильным колебаниям курса, которые, в свою очередь, сами учитывают инфляцию.

Для оценки влияния ожиданий на совокупный спрос рассмотрим несколько ситуаций.

Пусть в течение достаточно долгого срока инфляция и инфляционные ожидания стабильно держатся на одном уровне. В этом случае некоторая часть потребителей, предпочитающая купить товар впрок, совершает покупку заранее. Но поскольку данная ситуация продолжается достаточно долго, то в этот же момент точно такая же часть потребителей не будет совершать покупки, так как уже совершила их ранее, основываясь на своих ожиданиях роста цен. Этот пример наглядно показывает, что при стабильной инфляции уровень потребления остается одинаковым.

Теперь представим, что цены начали расти быстрее, т.е. уровень инфляции увеличился. При увеличении инфляционных ожиданий «дополнительные» покупки совершает большинство людей, и совокупный спрос увеличивается. Но как только инфляция стабилизируется на новом уровне, возникает ситуация, аналогичная предыдущей, и, уровень спроса вернется в свое «нормальное» состояние. Если же инфляция будет расти достаточно долго, то при этом все больше потребителей будут покупать заранее и спрос вырастет на некоторую величину. При этом значение этой величины будет напрямую зависеть от скорости роста инфляционных ожиданий, т.е. от их второй производной по времени.

Изменим формулу (37) в соответствии с новыми предложениями:

$$C = (Y - I - G - X)(\tilde{\pi}'\mu + 1), \quad (53)$$

где  $\mu$  – коэффициент, отвечающий за силу реакции потребителей на изменение темпов роста инфляции. В этом случае для индекса цен примет вид

$$P = \frac{M_0 + \Delta M}{(Y - I - G - X)(\tilde{\pi}'\mu + 1)} v. \quad (54)$$

В динамической форме

$$\frac{dP}{dt} = -k_1 \left( P - \frac{M_0 + \Delta M}{(Y - I - G - X)(\tilde{\pi}'\mu + 1)} v \right). \quad (55)$$

Перейдем к безразмерным переменным:

$$\frac{dp}{dt} = -k_1 \left( p - \frac{1 + m}{(\alpha(1 + y) + \beta i + \gamma g + \varphi x)(\tilde{\pi}'\mu + 1)} \right). \quad (56)$$

Таким образом, получим следующую динамическую модель инфляции в безразмерной форме:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -k_1 \left( p - \frac{1+m}{(\alpha(1+y) + \beta i + \gamma g + \phi x)(\tilde{\pi}'\mu + 1)} \right), \\ \frac{dy}{dt} = -k_2 \left( y + 1 - \frac{1}{(1-\lambda\tilde{\pi})} \left( \frac{md}{p} + 1 \right) \right). \end{cases} \quad (57)$$

### 3.2 Оценка инфляционных ожиданий

Теперь для полноты описания модели осталось выбрать подходящую функцию  $\tilde{\pi}(t)$ , описывающую изменение инфляционных ожиданий с течением времени. Если не считать эту функцию константой, то очевидно, что она должна быть связана с функцией реальной инфляции. Имеет смысл в первую очередь рассмотреть вариант «рациональных ожиданий», при котором инфляционные ожидания равны фактической инфляции [32]:

$$\tilde{\pi} = \pi = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}. \quad (58)$$

Во-вторых, основываясь на статистических значениях [26] индекса потребительских цен (ИПЦ) в Российской Федерации за 2014-2016 гг. (таблица 2), построим уравнение полиномиальной регрессии  $p(t)$ , а затем найдем зависимость  $\tilde{\pi}(t)$ .

Таблица 2 – Статистические данные ИПЦ

Месяц	Годы			Среднее значение
	2014	2015	2016	
Январь	100,6	103,9	101,0	100,6
Февраль	100,7	102,2	100,6	101,2

Продолжение таблицы 2

Март	101,0	102,2	100,5	101,2
Апрель	100,9	100,5	-	100,7
Май	100,9	100,4	-	100,6
Июнь	100,6	100,2	-	100,4
Июль	100,5	100,8	-	100,6
Август	100,2	100,4	-	100,3
Сентябрь	100,7	100,6	-	100,6
Октябрь	100,8	100,7	-	100,7
Ноябрь	101,3	100,8	-	101,1
Декабрь	102,6	100,8	-	101,7

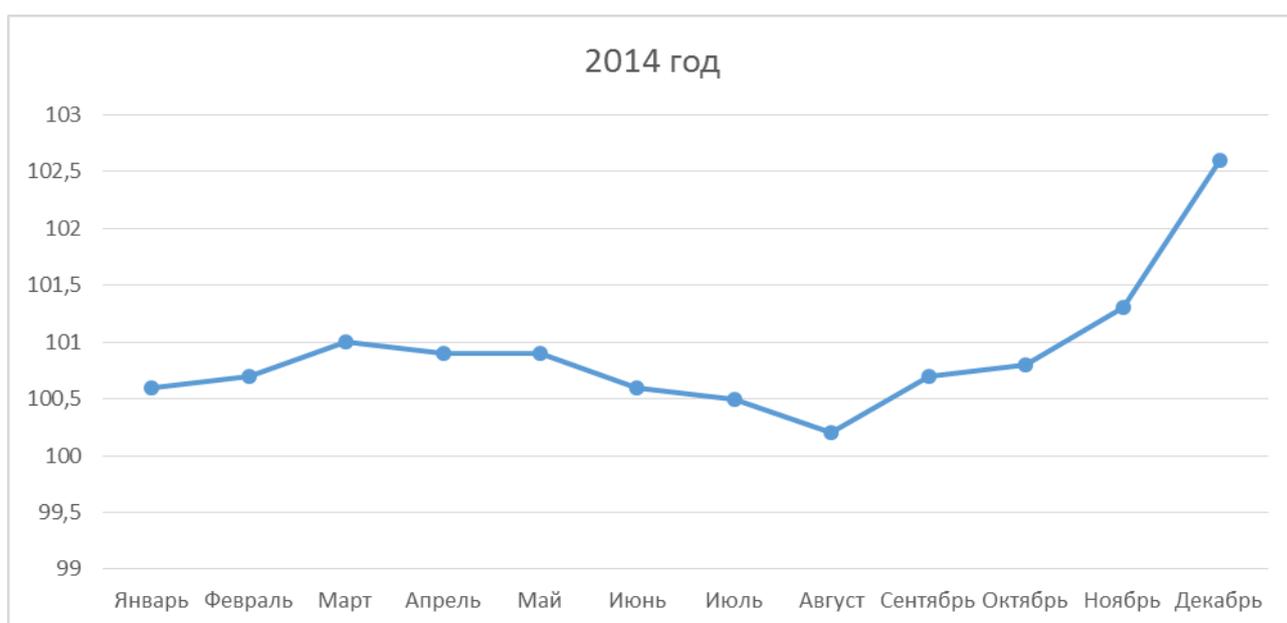


Рисунок 25 – Индекс потребительских цен за 2014 г.

На рисунках 25-27 показаны темпы развития индекса потребительских цен для 2014-2015 гг. На рисунке 28 показано среднее значение развития индекса потребительских цен для этих годов.

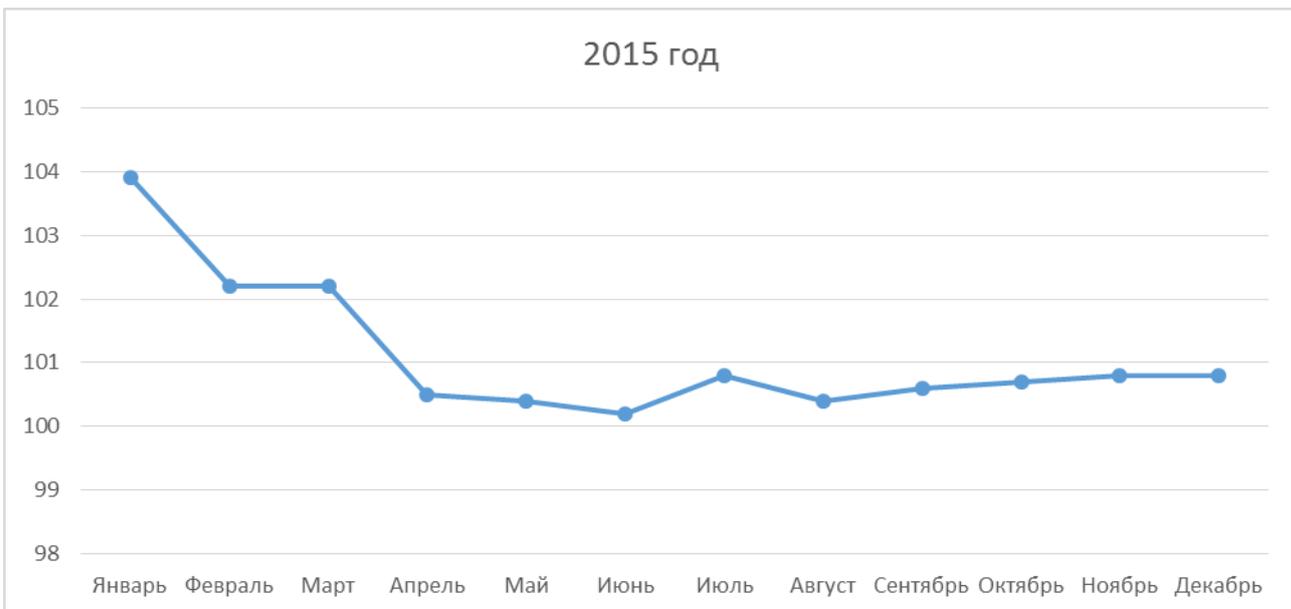


Рисунок 26 – Индекс потребительских цен за 2015 г.

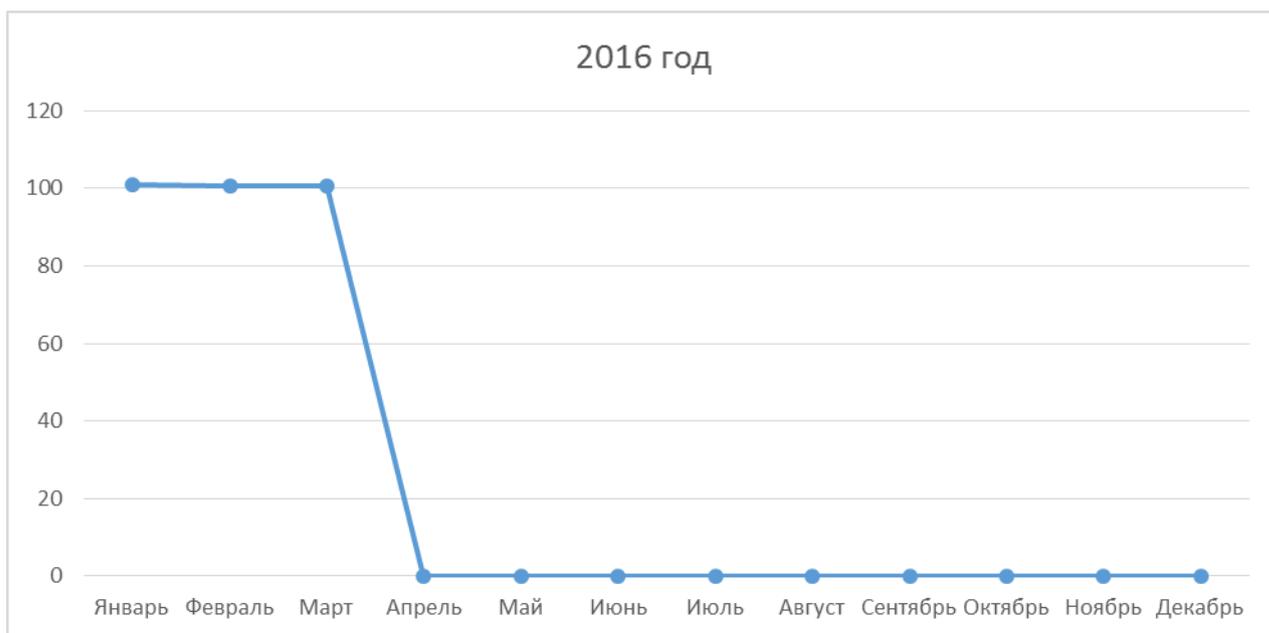


Рисунок 27 – Индекс потребительских цен за 2016 г.



Рисунок 28 – Усредненный индекс потребительских цен

### 3.3 Статистическая оценка параметров системы

Дифференциальные уравнения (56) в общем случае аналитически не решаются, поэтому мы будем исследовать их численно.

Для численного решения дифференциальных уравнений (56) методом Рунге-Кутты и дальнейшего построения графиков, отражающих динамическую реакцию индекса цен и инфляции на различные варианты эмиссионной политики государства, необходимо так же найти коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$  и параметры  $i, g, x$ . Для этого используем статистические данные [25] по ВВП, государственным расходам, инвестициям и чистому экспорту за 2014-2015 гг. (таблица 3).

Таблица 3 – Статистические данные

Показатель	Годы	
	2014	2015
ВВП, $Y$	63031,1	60682,1
Государственные расходы, $G$	14824,11	15599,63
Инвестиции, $I$	13460,5	13934,4
Чистый экспорт, $X$	19046	20835

За  $Y_0, G_0, I_0$  и  $X_0$  примем статистические данные за 2015 г. Тогда в соответствии с (11) получим:

$$\alpha = \left( 1 - \frac{I_0 + G_0 + X_0}{Y_0} \right)^{-1} = \left( 1 - \frac{13934,4 + 15599,63 + 20835}{60682,1} \right)^{-1} = 5,88399962.$$

$$\beta = -4,145; \gamma = -4,236; \varphi = -4,174;$$

Поскольку  $I = I/I_0$ , то для численного решения системы необходимо провести оценку  $I$ . Будем рассчитывать  $I$  следующим образом:

$$I = I_0 + k \cdot I_0 = (1 + k)I_0, \quad (57)$$

где

$$k = \frac{1}{4} \sum \left( \frac{I_{2015} - I_{2014}}{I_{2014}} \right) = 0,0088. \quad (58)$$

Формула (56) позволяет оценить  $k$  – среднее изменение объема инвестиций в следующем году по отношению к предыдущему году за последние 5 лет.

Получаем:

$$I = \frac{I}{I_0} = \frac{(1 + k)I_0}{I_0} = 1 + k = 1,0088. \quad (59)$$

Аналогичным образом рассчитаем и найдем значения  $g = 1,179$  и  $x = 0,256$ .

### 3.4 Simulink-модель

Данные для имитации модели взяты за 2014-2015 гг., так как модель требует данные за полный год, данные за 2016 год будут неполные, а в 2013 году и ранее были другие экономические условия. Данные Росстата указаны в млрд. руб.

Таблица 4 – Статистические данные Росстата

Показатель	2014г.	2015г.
Экспорт, X	19046	20835
Гос. расходы, G	14824.11	15599.63
Инвестиции, I	13460.5	13934.4
ВВП, Y	63031.1	60682.1

На рисунке 29 приведена Simulink-модель для модели (57).

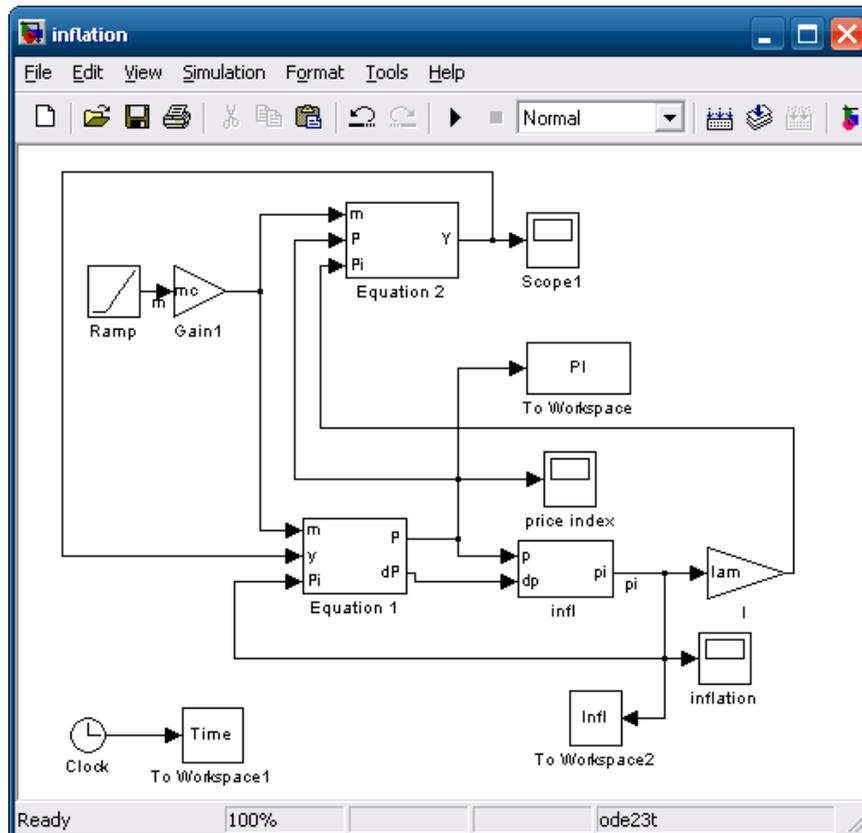


Рисунок 29 – Simulink-модель

На рисунках 30-31 приведено содержимое подсистем equation1 и equation2. Эти подсистемы содержат первое и второе уравнение системы (57).

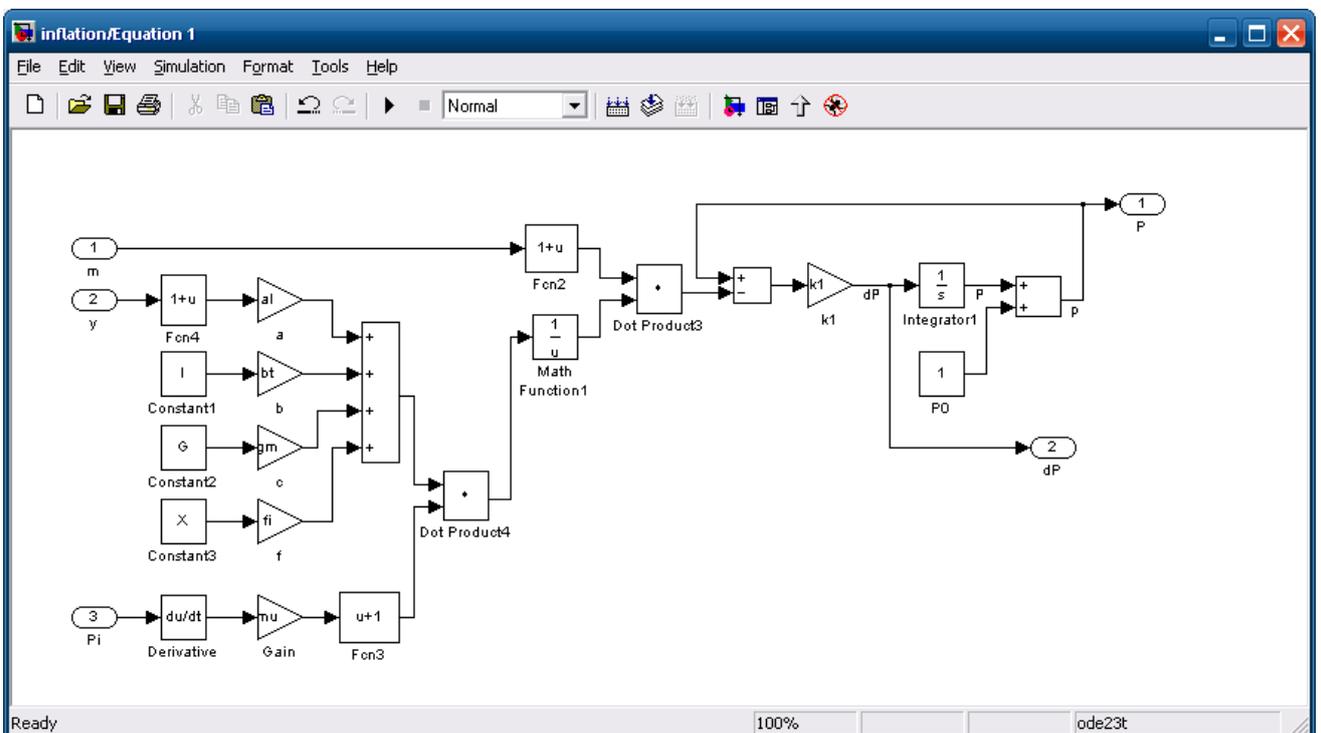


Рисунок 30 – Первое уравнение системы

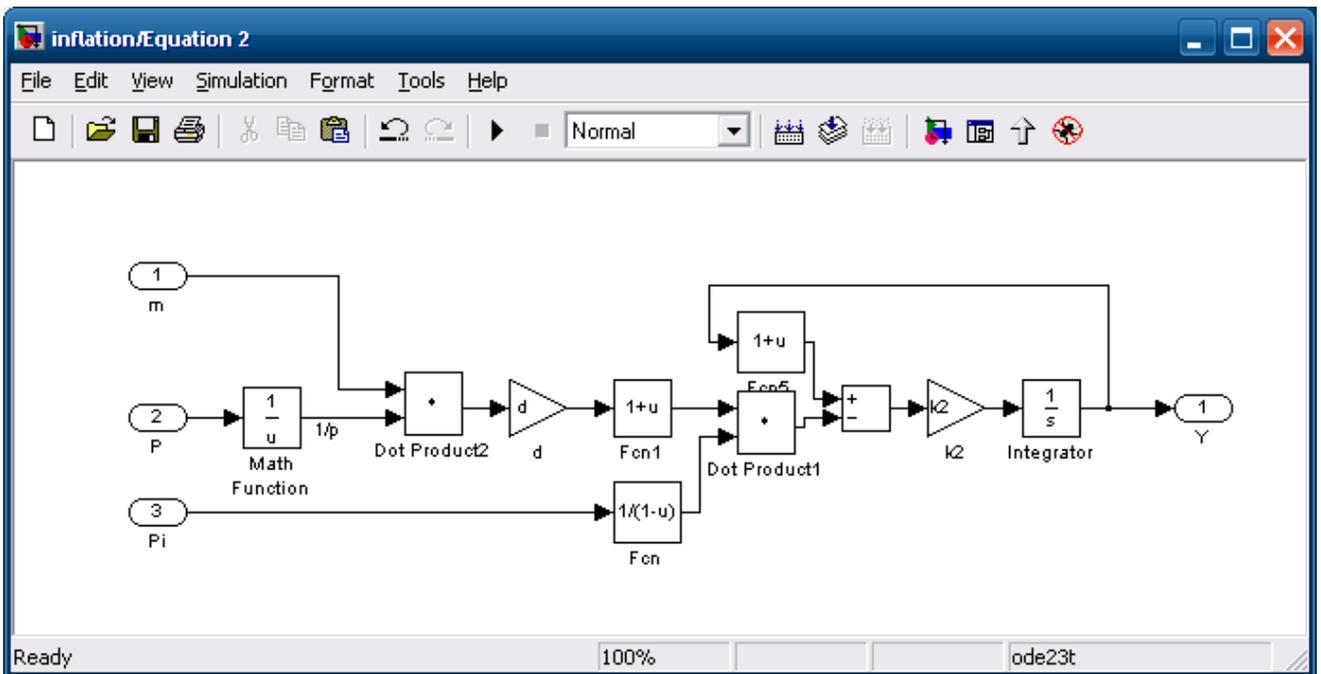


Рисунок 31 – Второе уравнение системы

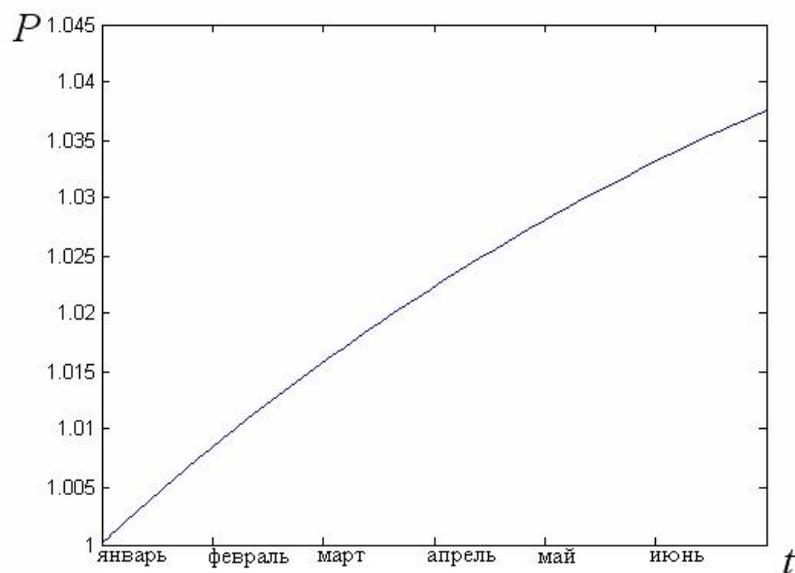


Рисунок 32 – Динамика индекса потребительских цен

График на рисунке 32 показывает динамику инфляции с января по июль. На графике виден рост индекса потребительских цен, однако темпы роста постепенно снижаются, это объясняется особенностями экономики.

Для оценки качества решения помимо моделирования в Simulink приведем численное решение методом Рунге-Кутты. График на рисунке 33 показывает полученное решение.

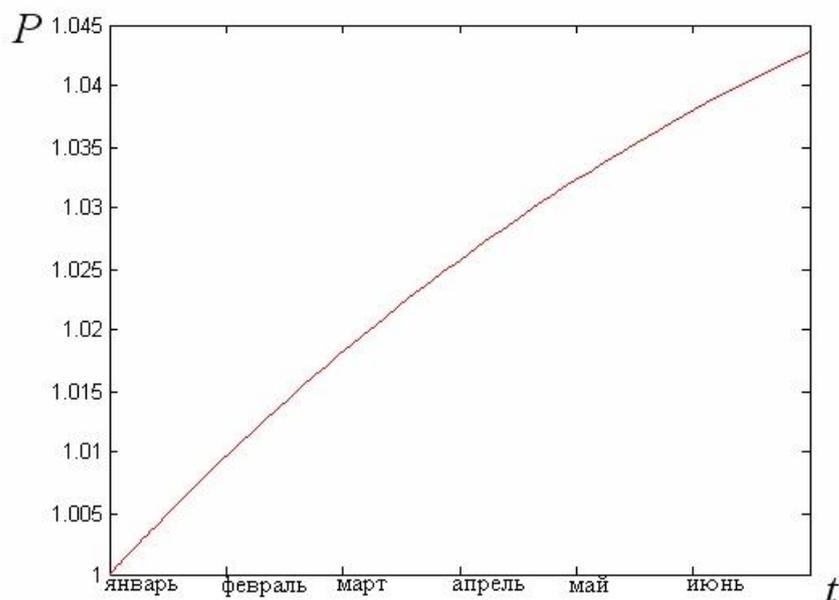


Рисунок 33 – Динамика индекса цен (численное решение)

Приведем сравнение различных методов решения системы уравнений (рисунки 34-35).

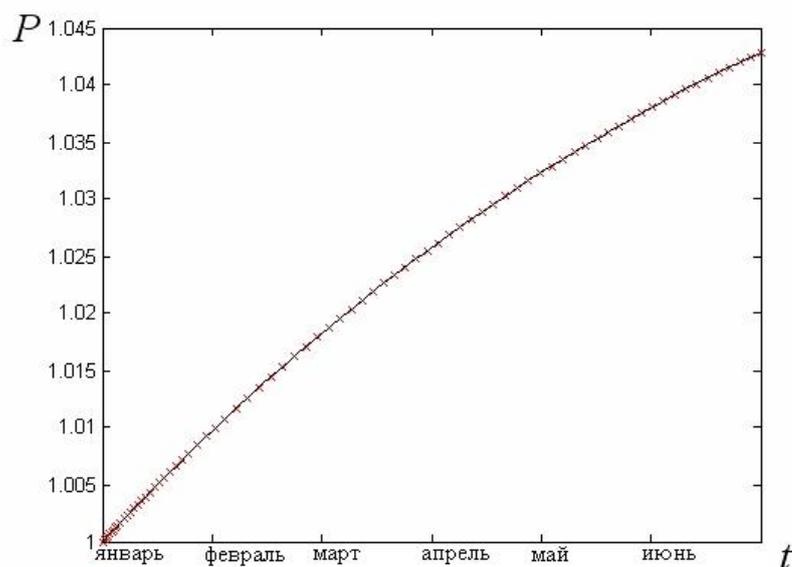


Рисунок 34 – Сравнение решения методом Рунге-Кутты 5-го порядка и результата моделирования в Simulink без учета инфляционных ожиданий

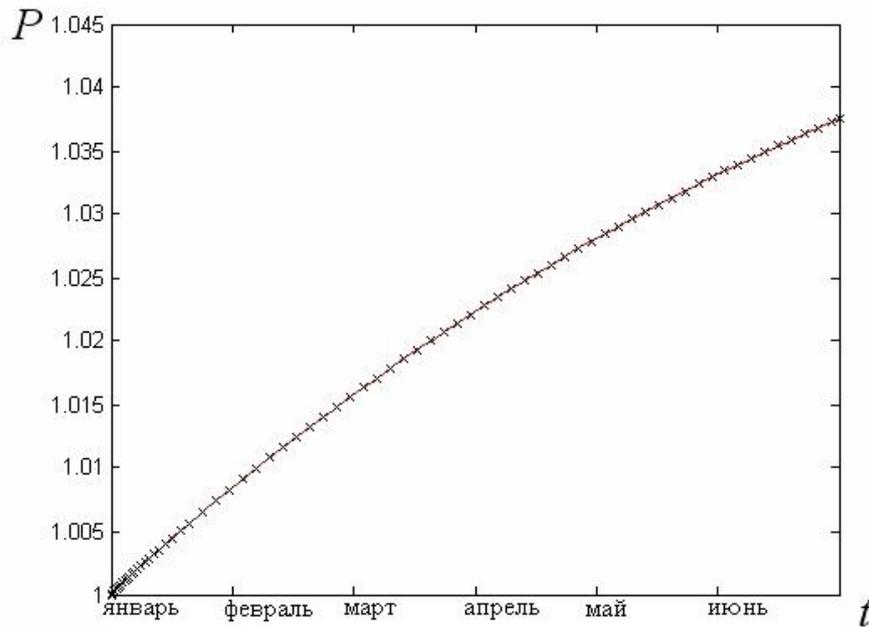


Рисунок 35 – Решение системы одношаговым методом Дорманда-Принса, 5-го порядка и методом Розенброка в Simulink

На графиках 34-35 видно, что качество решения не зависит от выбранного метода, это обусловлено низким порядком исходного дифференциального уравнения, как следствие отсутствие волнового характера решения. Так же отсутствие разницы в решении обусловлено низкой погрешностью (порядка 0,1%). Совпадение решений говорит о том, что Simulink-модель построена корректно и позволяет проводить оценку инфляции.

Сравним результаты моделирования с реальными показателями индекса потребительских цен (рисунок 36).

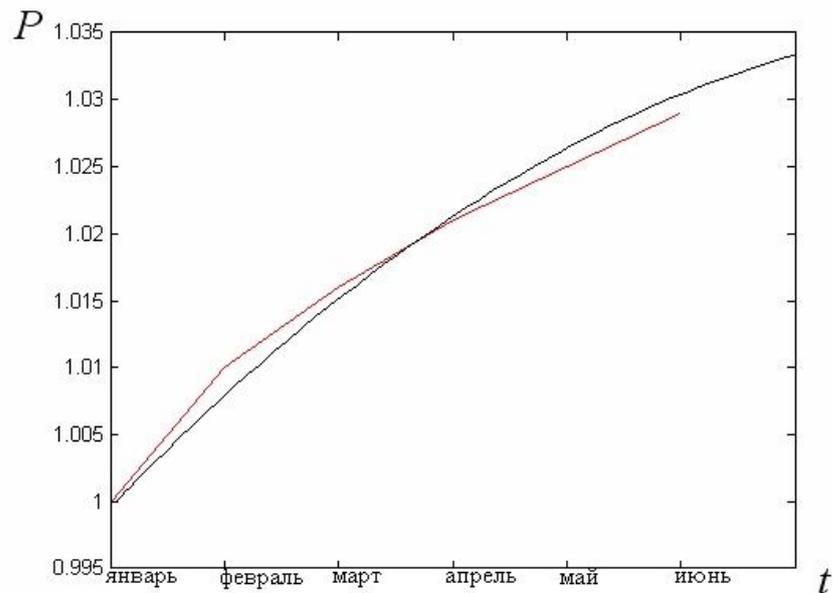


Рисунок 36 – Сравнение реальной инфляции за 2016 год с результатами моделирования

На графике видна разница между темпами реальной инфляции и инфляции прогнозируемой моделью, это обусловлено тем, что модель не позволяет в точности описать реальные экономические процессы, и является лишь их приближением.

Снижение темпов инфляции (рисунки 37-38) обусловлено сезонными особенностями экономики: снижение расходов в весенний и летний период, изменением видов деятельности (в летний период активно функционирует сельское хозяйство, строительные и ремонтные работы)

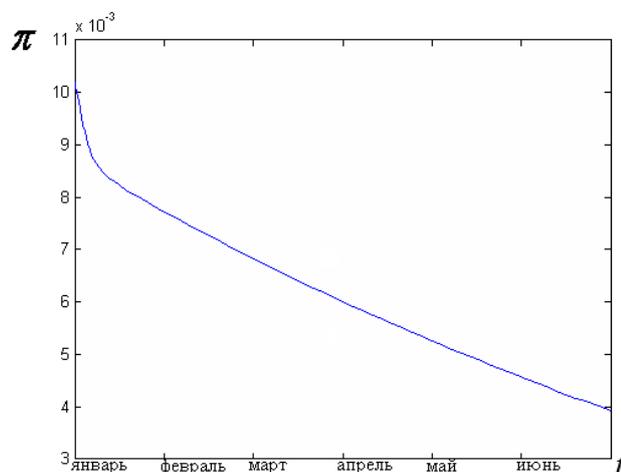


Рисунок 37 – Динамика темпа инфляции

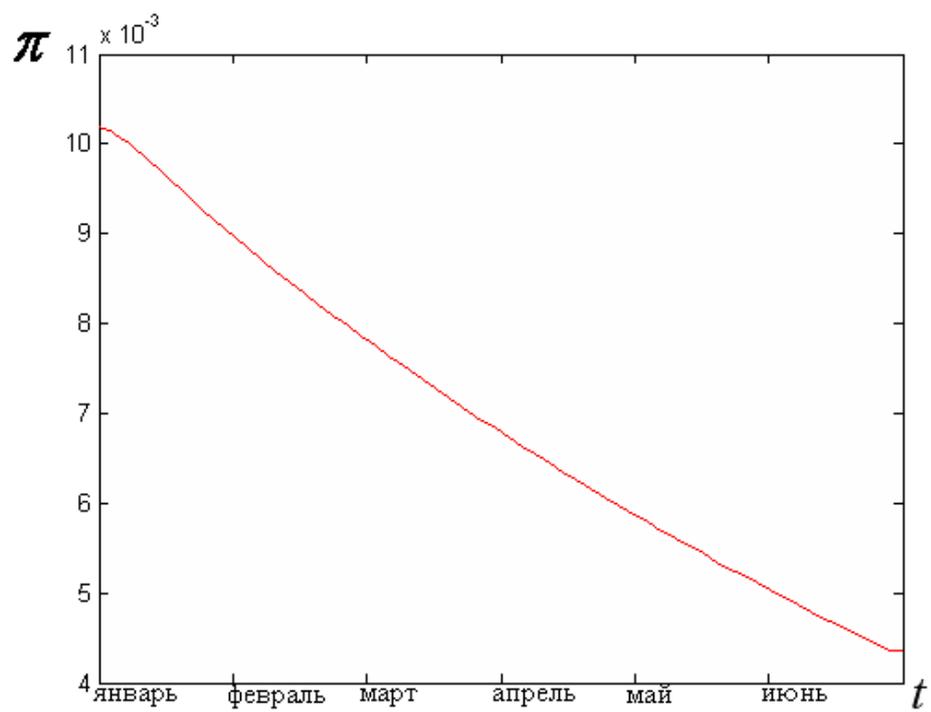


Рисунок 38 – Динамика темпа инфляции (численное решение)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам моделирования можно сказать, что инфляция - это сложный динамический много факторный макроэкономический процесс, для описания и прогнозирования которого необходимо использовать системный подход. Это значит, что при исследовании инфляции наряду с содержательным анализом должны применяться количественные методы, и, в частности, метод компьютерного моделирования. При этом компьютерная модель инфляции должна опираться на анализ статической макроэкономической информации с использованием современных методов исследования процессов с переменной структурой.

Данная модель демонстрирует эффект «гонки за зарплатой» и эффект «инфляционной инерции», а выражение инфляционных ожиданий через тренд, построенный на основании средних значений инфляции за предыдущие годы, не нарушает адекватности модели.

В ходе работы были выполнены следующие задачи изучить современные подходы к описанию инфляционных процессов:

- изучены современные подходы к описанию инфляционных процессов;
- изучены основы компьютерного моделирования и приемы работы для использования в среде Simulink Matlab;
- реализована имитационную модель в Simulink Matlab;
- выполнено численное решение прикладной задачи методом Рунге-Кутты;
- спрогнозировано поведение показателей инфляции (индекс потребительских цен и темп инфляции) на первую половину 2016 года;
- проведен сравнительный анализ компьютерной модели.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Симонов, В.А. Антироссийские санкции и системный кризис мировой экономики: учебное пособие [Текст]. / В.А. Симонов. – М.: Изд-во РАН, 2015. – 47 с.
- 2 Дробзина, Л.А. Финансы. Денежное обращение. Кредит [Текст]. / Под ред. Л.А. Дробзиной. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 2010. – 104 с.
- 3 Долан, Э.Дж. Деньги, банковское дело и денежно-кредитная политика [Текст]. / Э.Дж. Долан. – М.: Финансы, 2014. – 32 с.
- 4 Бурда, М.С. Макроэкономика [Текст]. / М.С. Бурда, Ч. Виплоч. – СПб.: Судостроение, 2015. – 55 с.
- 5 Илларионов, А.И. Природа российской инфляции [Текст] / А.И. Илларионов. – М.: Изд-во РАН, 2011. – №3. – 104 с.
- 6 Варшавский А.Е. Анализ и моделирование инфляции в России [Текст] / А.Е. Варшавский. – М.: Изд-во Магистр, 2010. – 76-85 с.
- 7 Делягин, М. Учет изменчивости временного лага при прогнозировании инфляции на основе динамики денежной массы [Текст] / М. Делягин. – М.: Изд-во РАН, 2012. – №8. – 34-39 с.
- 8 Буланцев, В. Экономика России [Текст] / В. Буланцев. – М.: Экономист, 2009. – №1. – 23-41 с.
- 9 Икес, Б. Инфляция в России: уроки для реформаторов [Текст] / Б. Икес. – М.: Изд-во РАН, 2010. – №3. – 77-90 с.
- 10 Мау, В. Макроэкономическая стабилизация и тенденции в экономической политике России [Текст] / В. Мау, С.С. Синельников-Мурылев, Г.Ю. Трофимов. – М.: Изд-во РАН, 2011. – №5. – 23-25 с.
- 11 Мау, В. Альтернативы экономической политики и проблемы инфляции [Текст] / В. Мау, С.С. Синельников-Мурылев, Г.Ю. Трофимов. – М.: Изд-во РАН, 2013. – №12. – 12-16 с.
- 12 Белоусов, Д. Монетарные и немонетарные факторы инфляции в российской экономике [Текст] / Д. Белоусов, А. Клепач. – М.: Изд-во РАН, 2011. – №3. – 43-44 с.

- 13 Ноздрань, Н. Денежные агрегаты: теория и практика [Текст] / Н. Ноздрань, И. Березин. – М.: Изд-во РАН, 2012. – №6. – 10-13 с.
- 14 Ноздрань, Н. Факторы и этапы развития инфляции издержек в экономике России [Текст] / Н. Ноздрань, И. Березин. – М.: Изд-во МЭиМО, 2010. – №1. – 33-35 с.
- 15 Дементьев, Н.П. Денежно-кредитная политика и инфляционные процессы в России [Текст]. / Н.П. Дементьев. – Новосибирск: ИЭ и ОПП Со РАН, 2010. – 20-23 с.
- 16 Ноздрань, Н. Инфляция издержек и кредитно-денежная политика [Текст] / Н. Ноздрань. – Киров: Изд-во АСА, 2013. – 10 с.
- 17 Булатов, А.С. Экономика: учебник [Текст]. / А.С. Булатов. – М.: Юристъ, 2013. – 896 с.
- 18 Медведева, М.А. Статистическое изучение инфляции [Текст]. / М.А. Медведева. – Омск: Вестник Омского университета, 2008. – №4. – 84-86 с.
- 19 Тарануха, Ю.В. Микроэкономика [Текст]. / Ю.В. Тарануха. – М.: Дело и сервис, 2009. – 302 с.
- 20 Плышевский, Б.П. Инфляция в России: сравнение с другими странами [Текст]. / Б.П. Плышевский. – М.: Изд-во Дрофа, 2015. – 105 с.
- 21 Фатихова, И.В. Денежно-кредитная политика [Текст]. / И.В. Фатихова. – Москва: Московская финансово-промышленная академия, 2015. – 92 с.
- 22 Литвинов, А.Л. Компьютерное моделирование в экономике: Учебное пособие [Текст]. / А.Л. Литвинов. – Белгород: Изд-во БелГУ, 2013. – 108 с.
- 23 Седельников, А.В. Моделирование уровня ежегодной инфляции в России методом замены переменных [Текст]. / А.В. Седельников, И.А. Кандратьева. – М.: Изд-во Кнорус, 2015. – 26-51 с.
- 24 Трегуб, И.В. Моделирование инфляционных процессов в российской экономике [Текст]. / И.В. Трегуб. – М.: Фундаментальные исследования, 2014. – 54 с.
- 25 Коваленко, А.В. Нейросетевое моделирование инфляции в России [Текст]. / А.В. Коваленко, М.Х. Уртенев. – Краснодар: Научный журнал КубГАУ, 2016. – №61. – 78-79 с.

- 26 Брусов, П.Н. Инфляция в теориях Модильяни – Миллера и Брусова-Филатовой-Ореховой [Текст]. / П.Н. Брусов, Т. В. Филатова, Н. П. Орехова, П. П. Брусов, А. П. Брусова – М.: Вестник финансового университета, 2013. – 33-35 с.
- 27 Лебедев, К.В. Компьютерное моделирование инфляционных процессов [Текст]. / К.В. Лебедев. – М.: Изд-Во РосНОУ, 1997. – 101 с.
- 28 Накоряков, В.Е. Кинетическая модель инфляции [Текст] / В.Е. Накоряков, В.Г. Гасенко. – М.: Изд-во ДИС, 2014. – №1. – 129-134 с.
- 29 Тарануха, Ю.В. Микроэкономика [Текст]. / Ю.В. Тарануха. – М.: Дело и сервис, 2013. – 302 с.
- 30 Матвеева, Т.Ю. Введение в макроэкономику [Текст]. / Т.Ю. Матвеева. – М.: Издательский дом ГУ-ВШЭ, 2007. – 511 с.
- 31 Табачников, Я.А. Кинетическая модель инфляции, учитывающая инфляционные ожидания [Текст]. / Я.А. Табачников. – 2015. – №1-2. – 92-100 с.
- 32 Мэнкью Н.Г. Макроэкономика [Текст]. / Н.Г. Мэнкью. – М.: Изд-во МГУ, 2014. – 736 с.
- 33 Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Листинг численного решения методом Рунге-Кутты

#### 1-й m-файл:

```
function f=EconEq(t,x)
global k1 k2 al bt gm fi I G X d mc
%x(1)-P, x(2)-y
dr=al*(x(2)+1)+bt*I+gm*G+fi*X;
f=[k1*( x(1) - (1+(mc*t)))/ dr);
k2*( x(2)+1 - ((mc*t)*d/x(1)+1) )];
```

#### 2-й m-файл:

```
global k1 k2 al bt gm fi I G X d mc

X2015 = 28.7*69.68 + 25.4*65.02 + 27*63.24 + 26.3*66.78 + 25.1*65.42 +
27.3*57.18 + 30.1*54.45 + 30.6*50.46 + 30.7*53.2 + 32.9*60.36 + 29.4*64.51 +
27.9*65.15;
X2014 = 38.4*55.77 + 36.8*46.22 + 41.5*40.86 + 38.1*37.96 + 41.5*36.12 +
46.2*34.70 + 40.7*34.42 + 44*34.84 + 47.6*35.67 + 47*36.16 + 36.4*35.29 +
39.6*33.93;

I2015 = 498.2 + 656.2 +744.3 + 812.8 + 1004.2 + 1203.8 + 1078.4 + 1209.1 +
1272.7 + 1547.6 + 1446.8 + 2460.3;
I2014 = 2424 + 1367.1 + 1446.2 + 1204 + 1160 + 1078.8 + 1172.3 + 1007.1 + 758.2
+ 700.4 + 650.2 + 492.2;

G2015 = 15599.63;
G2014 = 14824.11;

k1 = -0.022;
k2 = -8;
lam = 0.7; %лямбда
mu = 0.8; %мю
mc = 0.01; %показатель эмиссии

%mu=0;
%lam=0;

M0 = 35440.1;
I0 = I2015; %инвестиции
G0 = 15599.63; %гос расходы
X0 = X2015; %чистый экспорт
%W0 = 10917.124; %уровень совокупной зарплаты
v = 1.1; %скорость обращения денег
b = 5;
d = 0.5; %для стран с развивающейся экономикой 0.5
Y0 = 60682.1; %ВВП
P0 = M0*v/(Y0 - I0 - G0 - X0); %индекс цен
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%коэффициенты для P %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
al = 1/(1 - (I0 + G0 + X0) / Y0); %альфа
bt = 1/(1 - (Y0 - G0 - X0) / I0); %бэта
gm = 1/(1 - (Y0 - I0 - X0) / G0); %гамма
fi = 1/(1 - (Y0 - I0 - G0) / X0); %фи
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%аппроксимированные значения %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

I=(I2015-I2014)/I2014+1;
%I = 1.113;
G=(G2015-G2014)/G2014+1;
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
%G = 1.167;  
X=(X2015-X2014)/X2014+1;  
%X = 0.253;
```

### 3-й m-файл:

```
setParam;  
T1=6;  
[t,h]=ode45(@EconEq,[0,T1],[1,0]);  
P=h(:,1);  
plot(t,P,'r');  
for i=1:length(P)-1  
    DP(i)=(P(i+1)-P(i))/(t(i+1)-t(i));  
end  
DP(length(P))=DP(length(P)-1);  
for i=1:length(P)  
    Infl(i)=DP(i)/P(i);  
end  
plot(t,Infl,'r');
```