

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет математики и информатики  
Кафедра информационных и управляющих систем  
Направление подготовки 09.04.01 – Информатика и вычислительная техника  
Направленность (профиль) образовательной программы: Компьютерное моделирование

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ А.В. Бушманов  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

на тему: адаптивно – робастная система управления динамическим SISO – объектом по выходу в схеме с фильтр – корректором.

Исполнитель

студент группы 653 ом

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Е.В. Дегтярёв

Руководитель

профессор, д. т. н.

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Е.Л. Еремин

Нормоконтроль

инженер кафедры

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

В.В. Романико

Благовещенск 2018

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет математики и информатики  
Кафедра информационных и управляющих систем

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ А.В. Бушманов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201\_ г.

**З А Д А Н И Е**

К магистерской диссертации студента Дегтярёва Евгения Васильевича

1. Тема магистерской диссертации: адаптивно – робастная система управления динамическим SISO – объектом по выходу в схеме с фильтр – корректором (утверждена приказом от \_\_. \_\_. 2018 № 599-уч)
2. Срок сдачи студентом законченной работы: \_\_. \_\_. 18.
3. Исходные данные к магистерской диссертации: отчёт о прохождении преддипломной практики, техническое задание.
4. Содержание пояснительной записки: анализ и характеристика предметной области, методы построения адаптивных систем управления, разработка алгоритмов адаптивной системы управления, имитационное моделирование.
5. Перечень материалов приложения: схемы, рисунки.
6. Дата выдачи задания: 06.02.17.

Руководитель магистерской работы Еремин Евгений Леонидович, профессор,  
доктор технических наук

Задание принял к исполнению 06.02.17. \_\_\_\_\_ Е.В. Дегтярёв

## РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация содержит 81 с., 20 рисунков, 50 источников.

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА СЛЕЖЕНИЯ, SISO-ОБЪЕКТ, АПРИОРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ, ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, СИНТЕЗ, ГИПЕРУСТОЙЧИВОСТЬ, АДАПТИВНО-РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ЯВНО-НЕЯВНАЯ ЭТАЛОНАЯ МОДЕЛЬ, ФИЛЬТР-КОРРЕКТОР

Весь процесс выполнения диссертации можно разбить на три этапа.

Первый этап: исследование предметной области.

Второй этап: синтез алгоритмов адаптивной и адаптивно – робастной системы слежения для линейного SISO-объекта, функционирующего в условиях априорной неопределенности и постоянно действующей помехи и имитационное моделирование системы, для получения информации о её корректной работе.

Третий этап: имитационное моделирование в среде Matlab.

Основу методологии исследования составляют теория гиперустойчивости и концепция положительности динамических систем. Используемый метод включает в себя следующие этапы: получение эквивалентного описания системы, нахождение решения интегрального неравенства Попова и построение нелинейной нестационарной части системы, определение условий положительности передаточной матрицы линейной стационарной части системы, проверку выполнения целевых условий и свойств адаптивности системы.

В качестве инструмента моделирования выбран математический пакет MatLab 14 и встроенный в него расширение Simulink, с помощью которого осуществляется как имитационное моделирование, так и все математические расчеты.

					<i>ВКР</i>		
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>			
<i>Разраб.</i>		<i>К.</i>			<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>		<i>Ерёмин Е.Л.</i>			<i>У</i>		
<i>Н. контр.</i>		.			АмГУ кафедра ИУС		
<i>Утверд.</i>		<i>Бушманов А.В.</i>					

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение		8
1	Анализ и характеристика предметной области	12
1.1	Управляемость	14
1.2	Наблюдаемость	15
1.3	Условия априорной неопределенности	17
2	Методы построения адаптивных систем управления	22
2.1	Методы построения систем управления	22
2.2	Концепция гиперустойчивости и положительности в задаче построения адаптивных систем	22
2.3	Этапы разработки беспоисковых систем адаптации	26
2.4	Фильтр-корректор	29
3	Разработка алгоритмов адаптивной системы управления	31
3.1	Разработка алгоритмов прямого адаптивного управления с явной эталонной моделью	31
3.1.1	Постановка задачи построения АСЯЭМ	31
3.1.2	Синтез алгоритмов при $f(t) = 0$	33
3.2	Построение адаптивных алгоритмов управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния	38
3.2.1	Математическое описание и постановка задачи	38
3.2.2	Синтез системы управления	42
3.3	Построение адаптивно-робастных алгоритмов управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния	49
3.3.1	Математическое описание и постановка задачи	49
3.3.2	Синтез системы управления	53
4	Имитационное моделирование	60
4.1	Имитационное моделирование адаптивных системы управления линейным SISO-объектом с явно эталонной моделью	62

4.2 Имитационное моделирование адаптивной системы управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния	67
4.3 Имитационное моделирование адаптивно-робастной системы управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния	71
Заключение	77
Библиографический список	79

## НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящей магистерской диссертации были использованы ссылки на следующие стандарты и нормативные документы:

ГОСТ 19.101-77 ЕСПД	Виды программ и программных документов
ГОСТ 19.102-77 ЕСПД	Стадии разработки
ГОСТ 19.201-78 ЕСПД	Техническое задание. Требования к содержанию и оформлению
ГОСТ 19.202-78 ЕСПД	Спецификация. Требования к содержанию и оформлению
ГОСТ 19.401-78 ЕСПД	Текст программы. Требования к содержанию и оформлению
ГОСТ 19.404-79 ЕСПД	Пояснительная записка. Требования к содержанию и оформлению
ГОСТ 34.201-89 КСАС	Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Виды, комплектность и обозначение документов при создании автоматизированных систем
ГОСТ 34.601-90 КСАС	Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Автоматизированные системы. Стадии создания
ГОСТ 34.602-89 КСАС	Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Техническое задание на создание автоматизированной системы
РД 50-34.698-90 КСАС	Автоматизированные системы. Требования к содержанию документов

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ, СОКРАЩЕНИЯ

АСОИиУ – автоматизированная система обработки информации и управления;

АСУ – автоматизированные системы управления;

SISO – single input single output (один вход один выход);

КГУ – критерий гиперустойчивости Попова

ИНП – интегральное неравенство Попова;

ЛСЧ – линейная стационарная часть;

ННЧ – нелинейная нестационарная часть;

АСЭМ – адаптивная система с эталонной моделью;

АСЯЭМ – адаптивная система с явной эталонной моделью;

ОУ – объект управления;

ЭМ – эталонная модель;

ФК – фильтр-корректор;

ФПС – фильтр переменных состояния;

КФ – комбинированный фильтр;

АСЯНЭМ – адаптивная система с явно-неявной эталонной моделью.

ЯНЭМ – явно – неявная эталонная модель.

										Лист
										7
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						

## ВВЕДЕНИЕ

Процесс познания окружающих нас явлений и предметов, с целью изучения их внутренних свойств и получения представления о их законах функционирования и основных характеристиках, по сути дела, является процессом построения модели исследуемых объектов. При этом любые модели объектов (систем) служат, всего лишь, искусственными заменителями реальных объектов (систем) или оригиналов, другими словами, под моделью системы обычно понимается некая иная система, обладающая той же формальной структурой и удовлетворяющая следующим условиям:

- между характеристиками оригинала и модели, существует требуемое соответствие;
- модель более доступна и проста для изучения и исследования основных свойств оригинала.

При выполнении указанных условий становится очевидным, что основное предназначение объекта-модели состоит в получении информации об объекте-оригинале путем проведения экспериментов с моделью, т.е. в ходе имитационного моделирования, проведение которого предполагает наличие объекта исследования, исследователя-экспериментатора, модели объекта.

В АСОИУ в качестве объекта моделирования могут выступать производственные процессы, процессы проектирования систем, процессы функционирования комплекса технических средств, процессы административного управления, процессы организации и функционирования информационного, программного и других видов обеспечения АСУ.

Преимуществом моделирования является возможность, сравнительно простыми средствами, получить основные характеристики модели, изучить её свойства, изменять ее параметры, вводить целевые характеристики или учитывать ресурсы внешней среды. Моделирование чаще всего используется для проведения:

- исследования системы (до этапа ее проектирования) с целью определения основных характеристик или правил взаимодействия элементов системы между

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						8



собой и с внешней средой;

– анализа и синтеза системы при проектировании различных вариантов ее структур и выбора наилучшего варианта реализации с учетом ограничений и сформулированного критерия оптимальности;

– расчета оптимальных режимов функционирования систем в процессе ее эксплуатации, а также получения прогнозных оценок развития системы.

При классификации моделей могут быть выделены различные их типы, например, если классификационным признаком служит способ описания модели, то можно выделить описательные (неформализованные) и формализованные модели. Отметим, что в дальнейшем будем рассматривать только класс математических моделей, состоящий из совокупности математических выражений, описывающих поведение (структуру) системы и условия ее работы (ограничения, возмущения). Многие реальные процессы можно описать системой дифференциальных уравнений.

Характерной тенденцией современной стадии развития теории и практики систем автоматического управления технологическими процессами является нарастание сложности управляемых объектов, связанное как с внедрением новых технологий, так и с развитием методов автоматизации. Актуальным направлением в теории автоматического управления является разработка систем слежения за эталонным сигналом для линейных объектов в условиях априорной неопределённости. Создание систем управления, в этом случае, чаще всего основано на методах адаптации и заключается в разработке самонастраивающихся регуляторов. Система управления приобретает способность подстраиваться в условиях априорной неопределенности к изменению внешних воздействий, обеспечивая выполнение заданной цели управления, если такой регулятор построен. При решении задач управления априорно неопределенными объектами, хорошо зарекомендовали себя методы теории адаптивного и робастного управления. Применение адаптивного подхода [10, 3], показывало хорошие результаты работы системы, но сильно усложняло структуру регуляторов в случае управления сложными нелинейными объектами, что потребовало поиска

альтернативных методов управления. Одним из таких методов является концепция робастного управления [11, 13], с помощью которой было показано, что в автоматических системах, при использовании пропорциональных регуляторов вместо интегральных, обеспечивается высокое качество переходных процессов вместе с сохранением приемлемой структурной сложности регуляторов. Решение подобных задач часто осложняется невозможностью измерения переменных состояния объекта. Указанная проблема, как правило, решается введением в структуру системы управления специальных наблюдателей или фильтров состояния, позволяющих получить требуемые переменные состояния [12, 6].

Существуют адаптивные методы управления и классические, разница между ними заключается в том, что классические методы разрабатываются для одного полностью определённого объекта, а адаптивные методы управления используются для нескольких произвольных объектов принадлежащих к некоторому множеству или классу. Необходимым условием в задаче построения адаптивных систем является указание объема начальной информации, поскольку уровень априорной неопределенности определяет тип адаптивной системы управления.

Существует два типа адаптивных систем: самонастраивающиеся и самоорганизующиеся. В самонастраивающихся системах, чтобы достичь поставленной цели управления достаточно изменить лишь параметры управляющего устройства или управляющих воздействий, при этом, для построения работоспособной системы управления объем априорной информации будет достаточно велик. В самоорганизующихся системах для ее создания требуется меньший объем начальных сведений, но для достижения заданной цели управления необходимо изменить как параметры управляющего устройства, так и его структуру.

А.А. Красовский разделяет самонастраивающиеся системы в зависимости от способа получения информации, при условии, что настраиваются только параметры управляющего устройства, на поисковыми и беспоисковыми [22, с. 83]. В поисковых системах на основе поисковых движений, направленных на определение условий экстремума критерия качества, осуществляется изменение

параметров управляющего устройства. В беспойсковых системах, поскольку настройка параметров управляющего устройства производится с помощью алгоритмов адаптации, специальные поисковые сигналы отсутствуют.

Важным достоинством беспойсковых систем управления является отсутствие поиска, из-за чего происходит сокращение времени самонастройки или адаптации параметров управляющего устройства по сравнению с поисковыми системами.

В отечественных и зарубежных публикациях разработке законов управления линейными объектами уделяется достаточно внимания, что объясняется особенностями функционирования этого класса систем управления. Анализ и синтез линейных систем адаптивного управления осуществляется на основе прямого метода Ляпунова [19, с. 336], метода рекуррентных целевых неравенств [19, с. 205] или критерия гиперустойчивости [17]. Наиболее часто используется прямой метод Ляпунова. Однако, в качестве продуктивного метода, позволяющего синтезировать достаточно широкий спектр алгоритмов адаптивного управления, следует считать метод синтеза, разработанный И Ландау [15] и основанный на сочетании свойств гиперустойчивости и положительности динамических систем, с помощью которого можно получить комбинированные адаптивные алгоритмы, обеспечивающие желаемое качество процессов управления и позволившие построить устойчивые системы, формирующие заданные циклические режимы на выходе линейных объектов [1, 11].

Задача, связанная с разработкой адаптивных алгоритмов управления динамическими объектами, для которых типовые алгоритмические структуры не позволяют обеспечить заданное качество управления, является одной из современных задач в теории автоматического управления.

Вышеизложенное определяет проблему имеющую важное научное и прикладное значение, состоящую в развитии метода проектирования беспойсковых адаптивных систем управления на основе применения критерия гиперустойчивости, решение которой направлено на создание высокоэффективных систем автоматического управления.

Целью работы является исследование алгоритмов адаптивной и адаптивно – робастной системы слежения для SISO-объекта в условиях помех, и построение имитационной модели для объекта имеющего относительный порядок больше единицы, с использованием дополнительных устройств для восстановления переменных состояния. Анализ и сравнения двух алгоритмов управления адаптивный и адаптивно – робастный.

Основу методологии исследования составляют теория гиперустойчивости и концепция положительности динамических систем [17]. Используемый метод включает в себя следующие этапы: получение эквивалентного описания системы, нахождение решения интегрального неравенства Попова и построение нелинейной нестационарной части системы, определение условий положительности передаточной матрицы линейной стационарной части системы, проверку выполнения целевых условий и свойств адаптивности системы. Результаты будут получены методами имитационного моделирования.

## 1 АНАЛИЗ И ХАРАКТЕРИСТИКА ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Решение задач анализа и синтеза сложных систем на этапе их проектирования, как правило, предполагает использование некоторых количественных оценок, отражающих как особенности поведения, так и основные свойства исследуемых систем. К числу таких оценок обычно относят эффективность, надежность, помехозащищенность, качество управления, устойчивость, сложность. Если законы поведения систем априорно известны, то указанные оценки могут быть определены теоретически, с использованием аналитических (точных) методов. Если же проведение теоретических исследований затруднено или нереализуемо, по той или иной причине, то оценки получают экспериментально, с помощью активных или пассивных экспериментов, т.е. за счет прямого (непосредственного) съема параметров системы, либо в результате косвенного определения их значений на основе имитационного моделирования, последнее возможно только при наличии соответствующего математического описания системы [21].

Для большинства АСУ характерна достаточно высокая степень сложности объекта управления, которая обычно понимается в смысле наличия большого числа управляющих и возмущающих воздействий; неполной априорной информации о параметрах объекта и свойствах возмущений; нестационарных и нелинейных статических или динамических характеристик процессов управления. Такая «сложность» объекта управления часто приводит к тому, что управление объектом с использованием «классических» управляющих устройств или регуляторов, т.е. имеющих фиксированные параметры или настройки, не позволяет гарантированно обеспечить желаемое качество его функционирования. В таких условиях, для решения задач управления, чаще всего применяются адаптивные системы, обладающие способностью «приспосабливаться» как к изменениям внешних и внутренних условий функционирования объекта управления, так и к наличию соответствующего уровня априорной

неопределенности в его математическом описании. Преодоление уровня априорной неопределенности в адаптивных системах управления может осуществляться различными способами, например, с помощью специального контура адаптации и за счет использования (обработки) апостериорной (текущей или рабочей) информации в процессе нормального функционирования объекта управления, т.е. когда выполняется специальным образом организованная настройка управляющих устройств или регуляторов системы управления.

В данном случае отмечен только один класс адаптивных систем управления – самонастраивающихся, кроме которого можно также выделить: системы с адаптацией в особых фазовых состояниях (релейные, с переменной структурой и т.д.); обучающиеся системы (с поощрением, самообучающиеся и др.); интеллектуальные адаптивные системы.

Наличие процесса управления предполагает, с одной стороны, существование двух отдельных частей – управляемого объекта и управляющего органа, а с другой стороны, их объединение в рамках автоматизированной системы управления, постоянно взаимодействующей с внешней средой.

Орган управления – элемент системы управления, обеспечивающий целенаправленное слежение за функционированием объекта с учетом возможных помех и сбоев, т.е. приведение его в нормальное или заданное состояние.

В такой ситуации под управлением следует понимать целенаправленное воздействие органа управления, обеспечивающее поддержание и улучшение функционирования управляемого объекта в соответствии с заданной программой или целью.

Под объектом управления следует понимать элемент системы управления, обеспечивающий выпуск конечных продуктов и требующий для нормального функционирования систематического контроля и регулирования.

Успешное применение адаптивных систем управления в различных областях современного промышленного производства в значительной мере связано с обеспечением их работоспособности в условиях нормального функционирования управляемых объектов. Адаптивные системы управления образуют собой

широкий класс систем, анализ и синтез которых осложнен структурой этих систем и многообразием их видов. Среди методов прикладного системного анализа имитационное моделирование является самым мощным инструментом исследования сложных систем. По сравнению с другими методами такое моделирование позволяет рассматривать большее число альтернатив, улучшать качество управленческих решений и точнее прогнозировать их последствия. Эффективность его значительно возросла с появлением мощных ЭВМ и развитием специальных языков программирования и пакетов прикладных программ.

### 1.1 Управляемость

Понятие управляемости связано с переводом системы управления из одного состояния в другое. Управляемость зависит от структуры системы, состава органов управления, значений параметров.

Рассмотрим объект описываемый уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t), x = \text{col}(x_1, \dots, x_N), u = \text{col}(u_1, \dots, u_M). \quad (1.1.1)$$

Будем называть вполне или полностью управляемым, если для любой пары точек  $x(t_{нач})$  и  $x(t_{кон})$  существует допустимое управление  $u(t)$  в временном интервале  $[t_{нач}, t_{кон}]$ , приводящее объект из точки  $x(t_{нач})$  в точку  $x(t_{кон})$ .

Для линейного стационарного объекта, динамика которого описывается уравнением вида

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu, x = \text{col}(x_1, \dots, x_N), \\ u &= \text{col}(u_1, \dots, u_M). \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

в указанном определении (без потери общности) можно положить  $t_{нач} = 0$ , а одну из точек,  $x(t_{нач})$  или  $x(t_{кон})$  считать нулевой, например, определяя перевод объекта из точки  $x(0)$  в точку  $x(t_{кон})$ . Известно, что для объекта (2) критерий управляемости Калмана представляет собой следующее утверждение: линейный

объект (1.1.2) полностью управляем тогда и только тогда, когда матрица управляемости  $M_{упр} = [B, A \cdot B, A^2 \cdot B, \dots, A^{N-1} \cdot B]$  отвечает требованию

$$\text{rank}(M_{упр}) = N. \quad (1.1.3)$$

Из критерия следует, что свойство управляемости объекта целиком и полностью определяется матрицами состояния  $A$  и управления  $B$ , поэтому часто говорят об управляемости пары  $(A, B)$ .

### 1.2 Наблюдаемость

При решении задач автоматического управления, в которых рассматриваются вопросы перевода объекта управления из заданного начального положения в требуемое конечное, обычно допускается, что возможность такого перевода априори существует (свойство управляемости). Однако не всякий объект обладает таким свойством, поэтому необходимо сформулировать как строгое определение, так и критерий управляемости динамического объекта или системы. Кроме того, при реализации систем управления с обратной связью фактически всегда требуется измерять фазовые координаты объекта, но на практике, в подавляющем числе случаев, измерению или наблюдению доступен не вектор фазовых координат  $x$ , а вектор выхода  $y$ , связанный функционально с фазовым вектором или вектором пространства состояния объекта управления. В связи с этим возникает проблема наблюдаемости и восстанавливаемости, суть которой заключается в определении фазового вектора по измерениям вектора выхода.

Определение наблюдаемости: объект, описываемый уравнением состояния

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad y = \text{col}(x_1, \dots, x_N), \quad (1.2.1)$$

и уравнение выхода

$$y = \Phi(x, u, t) \quad y = \text{col}(y_1, \dots, y_L), \quad (1.2.2)$$



называется полностью наблюдаемым, если существует такое  $s$ , удовлетворяющее условию  $t < s < \infty$ , что по данным измерений  $y(t^*)$ ,  $u(t^*)$ , для всех  $t^* \in [t, s]$ , можно определить (вычислить)  $x(t)$ . Как следует из приведенного определения, полная наблюдаемость означает возможность определения вектора  $x(t)$  по будущим значениям вектора  $y(t)$ , но для большинства задач управления наиболее характерна ситуация, когда текущее состояние объекта должно определяться по уже измеренным, т.е. прошлым значениям выхода объекта, иначе говоря, возникает проблема восстанавливаемости вектора состояния объекта управления.

Определение восстанавливаемости: объект

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t), x = \text{col}(x_1, \dots, x_N), \quad (1.2.3)$$

$$y = \Phi(x, u, t), y = \text{col}(y_1, \dots, y_L), \quad (1.2.4)$$

называется полностью восстанавливаемым, если существует такое  $s < -\infty < s$ , что по данным измерений  $y(t^*)$ ,  $u(t^*)$ , для всех  $t^* \in [s, t]$ , можно определить  $x(t)$ . Отметим, что для линейных стационарных объектов понятия наблюдаемости и восстанавливаемости обычно не различают, т.к. параметры таких объектов не зависят от времени и не играет роли как рассматривается динамика объекта управления в прошлом (предыстория) или в будущем.

Для линейных стационарных объектов справедлив следующий критерий наблюдаемости: объект, описываемый линейными уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, x = \text{col}(x_1, \dots, x_N), \quad (1.2.5)$$

$$y = C^T x + Du, y = \text{col}(y_1, \dots, y_L),$$

полностью наблюдаем тогда и только тогда, когда матрица наблюдаемости  $M_{\text{набл}} = [C, AT \cdot C, (AT)^2 \cdot C, \dots, (AT)^{N-1} \cdot C]$  отвечает требованию

$$\text{rank}(M_{\text{набл}}) = N. \quad (1.2.6)$$

									Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					17

Из формулировки данного критерия следует, что свойство наблюдаемости однозначно определяется матрицами состояния  $A$  и выхода  $C^T$ , поэтому часто говорят о наблюдаемости пары  $(A, C^T)$ . Напомним, что матрицу  $D$  в уравнении (1.2.5) называют матрицей обхода системы. Можно показать, что свойство наблюдаемости, также, как и свойство управляемости, не зависит от выбора и линейного преобразования координат пространства состояния системы.

Кроме того, если объект (1.2.5) является не полностью наблюдаемым, то фазовое пространство состоит из двух подпространств фазовых координат – подпространства наблюдаемости и подпространства ненаблюдаемости.

При этом для не полностью наблюдаемых объектов важную роль играет понятие обнаруживаемости, которое обычно понимается в смысле следующего определения: объект (1.8) называется обнаруживаемым, если ненаблюдаемые координаты вектора  $x$ , при нулевых  $x_{набл}(t)$  и  $u(t)$ , удовлетворяют предельному соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{ненабл}(t) = 0. \quad (1.2.7)$$

Кроме того, легко доказывается следующий критерий обнаруживаемости: объект (8) называется обнаруживаемым в том и только том случае, когда матрица  $A$  – гурвицева.

### 1.3 Условия априорной неопределенности

Для большинства АСУ ТП характерна достаточно высокая степень сложности объекта управления, которая обычно понимается в смысле наличия: большого числа управляющих и возмущающих воздействий; неполной априорной (первоначальной или предварительной) информации о параметрах объекта и свойствах возмущений; нестационарных и нелинейных статических или динамических характеристик процессов управления. Такая «сложность» объекта управления часто приводит к тому, что управление объектом с использованием «классических» управляющих устройств или регуляторов, т.е. имеющих

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						18

фиксированные параметры или настройки, не позволяет гарантированно обеспечить желаемое качество его функционирования. В таких условиях, для решения задач управления применяются адаптивные и робастные системы. При этом если адаптивные системы обладают способностью «приспосабливаться» как к изменениям внешних и внутренних условий функционирования объекта управления, так и к наличию соответствующего уровня априорной неопределенности в его математическом описании, то робастные системы достигают поставленных целей управления путем компенсации ограниченных помех и параметрической неопределенности (нестационарности) за счет нелинейных робастных алгоритмов управления. Преодоление уровня априорной неопределенностью в робастных адаптивных системах управления может осуществляться различными способами, например, с помощью специального контура адаптации и за счет использования (обработки) апостериорной (текущей или рабочей) информации в процессе нормального функционирования объекта управления, т.е. когда выполняется специальным образом организованная настройка управляющих устройств или регуляторов системы управления. Один из классов адаптивных систем управления – это самонастраивающиеся системы, кроме них, также можно выделить: системы с адаптацией в особых фазовых состояниях (релейные, с переменной структурой и т.д.); обучающиеся системы (с поощрением, самообучающиеся и др.); интеллектуальные адаптивные системы. Рассматривая класс самонастраивающихся систем его классификацию можно представить в виде, изображенном на рисунке 1. К поисковым самонастраивающимся системам относятся системы, у которых работа контура настройки достигается за счет пробных или искусственно организованных отклонений системы. В свою очередь, алгоритмы беспойсковых контуров адаптации опираются на аналитические процедуры, обеспечивающие настройку соответствующих коэффициентов системы в режиме ее обычной или нормальной работы. Поскольку беспойсковые самонастраивающиеся системы служат предметом достаточно подробного изучения в дальнейшем, ниже приводится характеристика способов построения только поисковых систем адаптивного

управления. Однако отметим, что сравнение поисковых и беспоисковых адаптивных систем управления позволяет сделать вывод о том, что поисковые системы сохраняют свою работоспособность при меньшем объеме априорной информации, чем ее требуется для беспоисковых систем. При этом недостатком поисковых систем, по отношению к беспоисковым, является их невысокое быстродействие, связанное с потерями времени на организацию и проведение поиска. Характерной особенностью поисковых систем является определение некоторого экстремального значения настраиваемых коэффициентов. Если выбор поискового движения осуществляется по заранее заданному правилу или закону, то система является регулярной, если же направление движения к экстремуму определяется методом проб и ошибок, в соответствии с которым удачно найденное решение принимается, а неудачное исключается, то систему считают случайной.

Приведем краткую характеристику основных регулярных методов поиска экстремума.

Метод сканирования представляет собой полный перебор возможных значений управляемого параметра и вычисление значений функционала качества во всех точках перебора, с последующим определением экстремума. Регулярность этого метода связана с априорным заданием порядка перебора значений, чаще всего это способ строчной или спиральной развертки.

Метод градиента использует свойство уменьшения величины градиента функционала по мере приближения к его экстремуму. Процесс поиска обычно разбивается на два этапа. На первом этапе делается пробный шаг для определения величины и направления градиента, а на втором этапе осуществляется фиксированное рабочее смещение всех координат в направлении градиента.

Регулярность метода связана с априорным выбором пробных шагов. Поскольку выбор шагов может иметь различные направления, то и длительность поиска экстремума может быть достаточно большой. Кроме того, при наличии у функционала качества «оврагов» или «гребней», движение по градиенту может быть очень извилистым.



Рисунок 1 – Классификация самонастраивающихся систем

Поскольку выбор шагов может иметь различные направления, то и длительность поиска экстремума может быть достаточно большой. Кроме того, при наличии у функционала качества «оврагов» или «гребней», движение по градиенту может быть очень извилистым.

Метод наискорейшего спуска является модификацией метода градиента, суть которого состоит в том, что рабочий шаг является не рассчитанным заранее, а движение по выбранному направлению происходит до тех пор, пока значение функционала качества продолжает уменьшаться. Затем вновь определяется направление градиента и т.д.

Данный метод по сравнению с методом градиента сокращает время поиска экстремума.

Методы экстраполяционного поиска строятся на основе одного из двух предположений:

- либо заранее известно значение экстремума функционала качества;

– либо функционал качества представляет собой известную функциональную зависимость от управляемых параметров.

Чаще всего в экстраполяционных методах поиска предполагается возможность замены функционала качества на кусочно-линейную или квадратичную функцию.

						<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		22

## 2 МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

### 2.1 Методы построения систем управления

Для построения автоматизированных систем управления используются такие методы как: второй метод Ляпунова, метод синтеза по критерию гиперустойчивости, метод наименьших квадратов.

В данной работе основываясь на критерии гиперустойчивости строятся адаптивные системы с параметрической идентификации.

### 2.2 Концепция гиперустойчивости и положительности в задаче построения адаптивных систем

На этапе проектирования систем автоматизации возникает ряд инженерных проблем, в том числе и проблема, связанная с вопросами устойчивости систем управления. В случае нелинейной системы, наряду с широко применяемым прямым методом Ляпунова или критерием абсолютной устойчивости Попова В.М., исследование устойчивости может основываться и на относительно новых в теории систем понятиях, в частности, на таких понятиях как положительность и гиперустойчивость, объединенных в единый метод рамками критерия гиперустойчивости. Концепция гиперустойчивости автоматических систем была введена в теорию управления В.М. Поповым, который расширил семейство устойчивых в целом нелинейных систем управления с отрицательной обратной связью [4]. Существенное развитие метод синтеза по критерию гиперустойчивости получил в работах В.А. Якубовича [5], И.Д. Ландау [6], Е.Л. Еремина и А. М. Цыкунова [7]. В рамках этого метода все системы управления преобразовывались к структуре систем управления с нелинейной обратной связью. Структура такой системы изображена на рисунке 2.

Напомним, что нелинейная система управления называется устойчивой в целом тогда и только тогда, когда ее фазовые координаты стремятся в начало координат при любых начальных условиях и отсутствии внешних воздействий.

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						23

Метод синтеза по критерию гиперустойчивости состоит из следующих этапов:

- представление исходной системы в эквивалентной форме в соответствии с рисунком 2, в виде линейного стационарного блока прямой цепи и нелинейного нестационарного блока обратной связи;
- разрешение интегрального неравенства В.М. Попова;
- обеспечение строгой положительности передаточной матрицы линейной части системы;
- проверка выполнения целевых условий и свойств адаптивности системы в заданном классе  $\Xi$ .

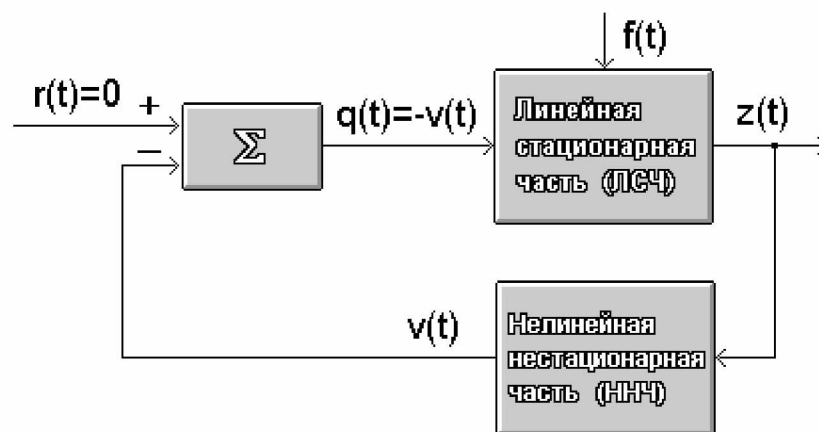


Рисунок 2 – Структурная схемы нелинейной системы первого типа

Рассмотрим замкнутую систему управления в соответствии с рисунком 1, при отсутствии внешних возмущений, т.е.  $f(t) \equiv 0$ . Будем полагать, что линейная часть системы описывается уравнением состояния и уравнением выхода:

$$\begin{aligned} \frac{de(t)}{dt} &= Ae(t) + Bq(t), \\ z(t) &= Jq(t) + L^T e(t), \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

а описание нелинейной части системы определено уравнением обратной связи вида:



$$v(t) = F(z, t), q(t) = -v(t), \quad (2.2.2)$$

где  $e(t)$ ,  $z(t)$ ,  $\mu(t)$  – соответственно  $n$ -мерный вектор состояния и  $m$ -мерные векторы выхода и управления,  $m < n$ ;

$F(z, t)$  – векторный функционал;

$A$ ,  $B$ ,  $L$  и  $J$  – постоянные матрицы соответствующего размера.

Пара  $(A, B)$  полностью управляема, пара  $(L, A)$  полностью наблюдаема.

Для системы (2.2.1), (2.2.2), следуя [4], введем так называемую присоединенную систему, т.е. дополним математическое описание рассматриваемой системы следующим интегралом вида

$$h(0, t) = \int_0^t v^T(s)z(s)ds. \quad (2.2.3)$$

Присоединенная система (2.2.1) – (2.2.3) называется гиперустойчивой, если найдутся такие положительные константы  $\delta_0, \delta_1, \gamma_0, \gamma_1$ , что любое решение системы (2.2.1) – (2.2.3) будет удовлетворять соотношению:

$$\|e(t)\| < \delta_0 + \delta_1 \|e(0)\|, t > 0, \quad (2.2.4)$$

а также будет выполняться интегральное неравенство Попова (ИНП)

$$h(0, t) = \int_0^t v^T(s)z(s)ds = -\int_0^t q^T(s)z(s)ds > -\gamma_0 - \gamma_1 \sup_{0 < s < t} \|e(s)\|, \quad (2.2.5)$$

где  $\sup_{0 < s < t} \|e(s)\|$  – максимальное значение евклидовой нормы  $\|e(s)\|$ .

ИНП вида (20) при значении  $\gamma_1 = 0$ , может быть и более простым:

$$h(0,t) = \int_0^t v^T(s)z(s)ds > -\gamma_0, t > 0, \quad (2.2.6)$$

$$h(0,t) = -\int_0^t q^T(s)z(s)ds > -\gamma_0, t > 0.$$

Присоединенная система будет асимптотически гиперустойчива, если наряду с условиями (2.2.5) или (2.2.6) выполняется соотношение:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (2.2.7)$$

Известно, что если для присоединенной системы (2.2.1) – (2.2.3) показана ее гиперустойчивость, но гиперустойчивой является и система (2.2.1), (2.2.2). Кроме того, если получены некоторые условия гиперустойчивости для системы (2.2.1) – (2.2.3), то эти же условия будут определять и гиперустойчивость системы (2.2.1), (2.2.2). Для установления гиперустойчивости системы (2.2.1), (2.2.2) ее нелинейная нестационарная часть системы должна удовлетворять интегральному неравенству Попова (2.2.5) или (2.2.6). Если это требование выполнено, то гиперустойчивость системы будет зависеть только от свойств ее линейной стационарной части, которые можно задать в терминах теории положительности динамических систем.

Для гиперустойчивости системы (2.2.1), (2.2.2) при выполнении ИНП вида (2.2.5) или (2.2.6) необходимо и достаточно, чтобы передаточная матрица линейной стационарной части системы, т.е.

$$W(s) = J + L^T (sE - A)^{-1} B, \quad (2.2.8)$$

была бы положительно вещественной матрицей, где  $E$  – единичная матрица.

Для асимптотической гиперустойчивости передаточная функция должна быть строго положительной вещественной матрицей.

Функция  $W(s)$  является положительно вещественной, если выполняются следующие условия:

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						26

- 1)  $W(s)$  – вещественная для всех вещественных  $p$ ;
- 2)  $W(s)$  не имеет полюсов в полуплоскостях  $Re[p]>0$ ;
- 3) возможные полисы  $W(s)$  на оси  $Re[s]=0$  являются различными, а все остальные нулевыми;
- 4) для  $s=j\omega$ , не являющихся полюсом выполняется частотное условие:  
 $Re[W(j\omega)] \geq 0, \forall \omega$ .

В случае строгой положительности полисы на оси  $Re[s]=0$  отсутствуют.

Формированию понятия положительности существенно способствовали результаты, полученные В.А. Якубовичем [8] и Р.Е. Калманом при решении задач о разрешимости уравнений Лурье [9].

Критерий гиперустойчивости позволяет рассматривать проблему устойчивости в целом нелинейной нестационарной системы (1), (2), как следствие, вытекающее из свойств составных частей этой системы, а именно: требований положительности, предъявляемого к линейной стационарной части системы (ЛСЧ), а также выполнения условия ИНП, рассматриваемого относительно ее нелинейной нестационарной части (ННЧ). Другими словами, задача гиперустойчивости системы управления заменяется двумя независимыми задачами, часто называемыми проблемами положительности, раздельное решение которых в значительной степени упрощает процедуру синтеза беспоисковых адаптивных систем с неявной эталонной моделью [7].

### 2.3 Этапы разработки беспоисковых систем адаптации

Первый этап синтеза составляет – нахождение эквивалентного описания системы, т.е. представление ее в виде структуры, изображенной на рисунке 2, и соответствующей математическому описанию вида:

Для ЛСЧ (прямой связи)

$$\begin{aligned} \frac{de(t)}{dt} &= Ae(t) + Bq(t), \\ z_1(t) &= g^T L^T e(t); \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

Для ННЧ (обратная связь)

$$q(t) = -F(z_0(t)). \quad (2.3.2)$$

На втором этапе обеспечивается разрешение ИНП, записанном в следующем виде:

$$h(0, t) = \int_0^t q^T(s)z_1(s)ds = -\int_0^t F^T(z_1(s))z_1(s)ds > -\gamma_0, \forall t > 0, \quad (2.3.3)$$

что по существу приводит к нахождению или синтезу некоторого явного вида векторного (или скалярного) функционала  $F(z_0(t))$  из условия выполнения ИНП.

На третьем этапе осуществляется решение проблемы положительности ЛСЧ, что означает определение в условиях априорной неопределенности числовых значений элементов вектора  $g$ , исходя из выполнения требований и накладываемых на полином следующего вида:  $g^T L^T adj(sE - A)B$ .

Отметим, что условия или уровень априорной неопределенности обычно формулируются в постановке задачи синтеза системы адаптации. Укажем также, что очередность проведения второго и третьего этапов синтеза может осуществляться в обратном порядке. Действительно, данные этапы синтеза связаны с разрешением проблем положительности ЛСЧ и ННЧ, которые, как отмечалось выше, являются независимыми друг от друга.

Четвертый этап заключительный. На нем осуществляется проверка выполнения или достижимости поставленных целей управления, что и завершает процедуру аналитического синтеза системы адаптации.

На следующем этапе производится построение структурной схемы синтезированной системы. Для того, чтобы построить схему нужно перевести полученное математическое описание в пространство состояний. Для этого, в свою очередь, используется несколько приемов:

– прямое программирование. Этот вид программирования позволяет перейти в пространство состояний без каких-либо предварительных условий.

– последовательное программирование. Для применения этого метода необходимо, чтобы передаточная функция была представлена в виде произведения дробно-рациональных функций. То есть, чтобы как полюса (корни знаменателя), так и нули (корни числителя) были рациональны и вещественны

– параллельное программирование. Для применения этого метода необходимо, чтобы полюса передаточной функции были бы вещественными и рациональными, т.е. допускалось представление передаточной функции в виде произведения дробно-рациональных функций.

– специальное программирование. Применяется в случаях, когда выходная переменная  $y$  совпадает с переменной состояния  $x_1$ .

В результате применения каждого из этих приемов можно построить модель системы в пространстве состояний

В робастных системах, как и в адаптивных, имеется несколько видов структур, наиболее типичными из которых являются системы с последовательной эталонной моделью (рисунок 3), в которой эталонная модель подключается в схему последовательно, с параллельной ЭМ (рисунок 4), когда ЭМ подключается параллельно и система с последовательно-параллельной ЭМ (рисунок 5), где ЭМ разделена на последовательную и параллельную часть.

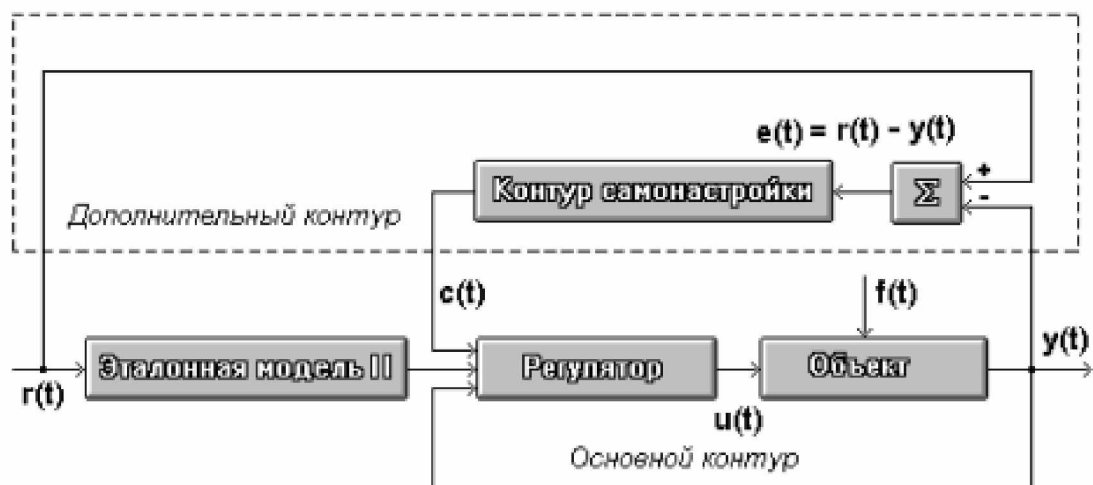


Рисунок 3 – Структура системы с последовательной эталонной моделью

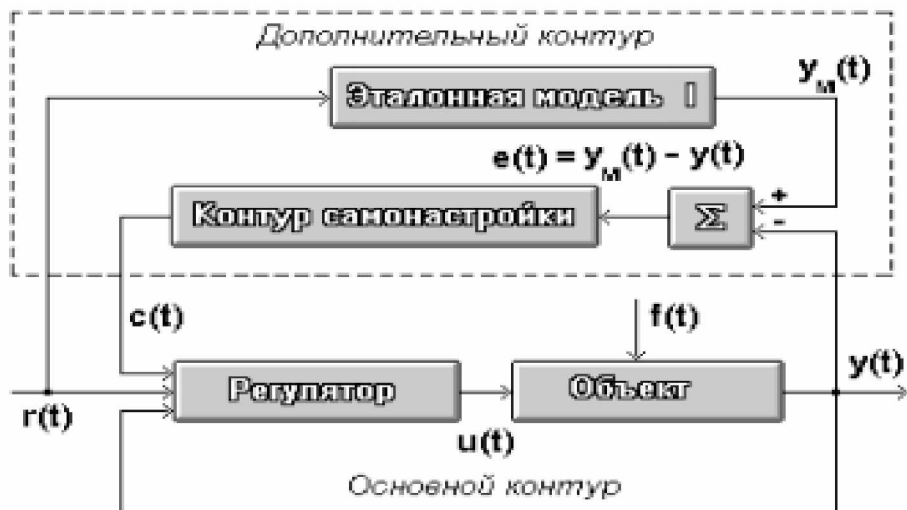


Рисунок 4 – Структура системы с параллельной эталонной моделью

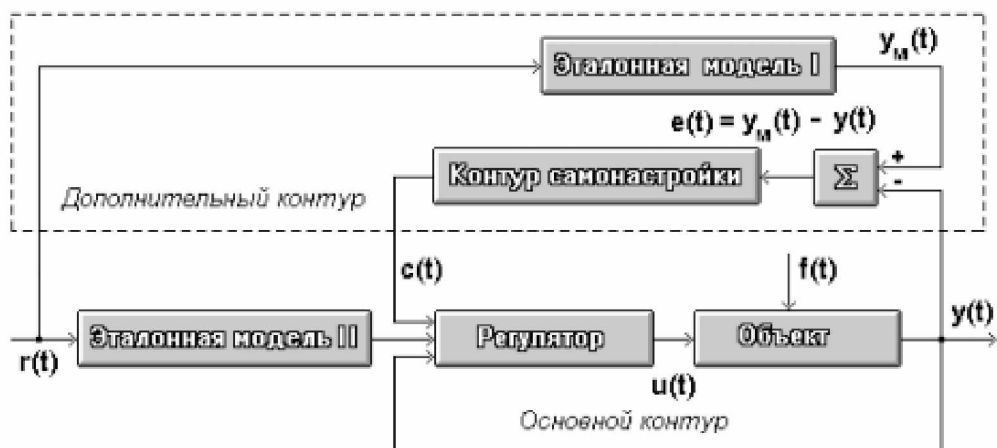


Рисунок 5 – Структура системы с последовательно-параллельной эталонной моделью

## 2.4 Фильтр-корректор

Поскольку относительный порядок объекта управления больше единицы и его переменные состояния непосредственному измерению недоступны, то для решения задачи управления объектом необходимо принять специальные меры, в частности для получения оценок переменных состояния объекта управления воспользуемся фильтр-корректором [11 – 13], который расположим на выходе объекта управления:

$$\begin{aligned} \frac{dx_f}{dt} &= \Phi \cdot x_f + B_f \cdot y(t), \\ z(t) &= g^T x_f(t), \\ x_f(0) &= 0, \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

где  $x_f(t) \in R^{n-1}$  – переменные состояния фильтр-корректора.

$z(t) \in R$  – выход.

Передаточная функция имеет вид:

$$W_f(s) = \frac{\delta(s)}{(T^*s + 1)^{n-1}} v(s), \tag{2.4.2}$$

где  $\delta(s)$  – гурвицев полином;  $\delta(s) = \delta_n s^{n-1} + \delta_{n-1} s^{n-2} + \dots + \delta_2 s + \delta_1, \delta_1 = 1$ ;

$T^*$  – малая постоянная времени, значение которой выбирается из специальных условий [11–13].

Также стоит отметить, для обеспечения требований критерия гиперустойчивости коэффициенты полинома  $\delta(s)$  выбраны таким образом, чтобы его корни совпадали с  $(n-1)$  корнями характеристического уравнения ОУ.

## 3 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

### 3.1 Постановка задачи прямого адаптивного управления с явной эталонной моделью

При построении систем прямого адаптивного управления способ задания эталона может быть, как явным, так и неявным. Ниже рассматривается только случай синтеза АСЭМ с явной эталонной моделью (АСЯЭМ).

#### 3.1.1 Постановка задачи построения АСЯЭМ

Для объекта, описываемого уравнениями

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= Ax + Bu(t) + f(t), \\ y(t) &= x_1(t), \\ z(t) &= g^T x(t).\end{aligned}\tag{3.1.1.1}$$

И функционирующего в условиях априорной неопределенности

$$A = A(\xi), \quad B = B(\xi), \quad f(t) = f_\xi(t), \quad \xi \in \Xi\tag{3.1.1.2}$$

где  $\xi$  – набор неизвестных параметров, принадлежащий заданному множеству  $\Xi$ ; требуется обеспечить желаемое движение объекта управления, т.е. добиться динамического соответствия в поведении объекта и эталонной модели, заданной уравнениями

$$\begin{aligned}\frac{dx_M(t)}{dt} &= A_M x_M(t) + B_M r(t), \\ y_m(t) &= x_{1m}(t), \\ z_M(t) &= g^T x_M(t),\end{aligned}\tag{3.1.1.3}$$

где  $r(t)$  – задающее воздействие;



Условия структурного согласования объекта и модели имеют вид

$$\begin{aligned} A_M - A &= Bc_0g^T, \\ B_M &= BK_0 \\ u(t) &= k(t)r(t) + c(t)g^T y(t), \end{aligned} \quad (3.1.1.4)$$

где  $g = const$  – некоторый вполне определенный вектор.

При этом, используя адаптивный регулятор заданной структуры (3.1.1.4) необходимо за счет беспойсковой самонастройки его коэффициентов (явный вид алгоритмов подлежит определению в ходе решения задачи синтеза)

$$\begin{aligned} k(t) &= F_1(r, y, t), \\ c(t) &= F_2(r, y, t), \end{aligned} \quad (3.1.1.5)$$

обеспечить достижение следующих целевых условий:

- 1) при возмущениях, обладающих свойствами

$$\int_0^{\infty} \|f_{\xi}(t)\|^2 dt < \infty, \quad (3.1.1.6)$$

выполнение цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_M(t) - x(t)] = 0, \quad (3.1.1.7)$$

и цели адаптации

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) &= k_0 = const, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) &= c_0 = const; \end{aligned} \quad (3.1.1.8)$$

1) при возмущениях со свойствами:

$$\|f_{\xi}(t)\| < f_0 = const, \quad (3.1.1.9)$$

выполнение цели управления:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_M(t) - x(t)] \leq x_0 = const, \quad (3.1.1.10)$$

и цели адаптации:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) \leq k_0 = const, \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) \leq c_0 = const. \quad (3.1.1.11)$$

Решение поставленных задач синтеза систем прямого адаптивного управления будем осуществлять в следующей последовательности:

– во-первых, полагая  $f(t)=0$ , выполним построение АСЯЭМ исходя из выполнения требований (3.1.1.7), (3.1.1.8);

– во-вторых, покажем, что при затухающих возмущениях  $f(t)$ , т.е. удовлетворяющих ограничению (3.1.1.6), синтезированная система адаптивного управления сохраняет работоспособность по отношению к выполнению тех же целей управления - (3.1.1.7), (3.1.1.8);

– в-третьих, рассмотрим работоспособность синтезированной системы при ограниченных возмущениях, т.е. для  $f(t)$  удовлетворяющих соотношению (3.1.1.9). Покажем, что для обеспечения работоспособности АСЯЭМ необходимо осуществить регуляризацию (огрубление алгоритмов адаптации) контура самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора и при этом будут достижимы целевые условия (3.1.1.10), (3.1.1.11).

### 3.1.2 Синтез алгоритмов при $f(t) = 0$

*На первом этапе* для получения эквивалентного математического описания

системы (3.1.1.1), (3.1.1.3), (3.1.1.4), проведем вычитание уравнения (3.1.1.1) из уравнения (3.1.1.3) и выполним преобразования полученной разности с учетом уравнения (3.1.1.4) и условий структурного согласования  $A_M - A = BC_0 g^T L^T, B_M = BK_0$ . В результате, выполняя ряд простых преобразований, запишем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
 \frac{de}{dt} &= \frac{dx_M}{dt} - \frac{dx_F}{dt} = A_M x_M(t) + B_M r(t) - Ax(t) - Bu(t) = \\
 &= A_M x_M(t) + B_M r(t) - Ax(t) - B(K(t)r(t) + C(t)g^T y(t)) \pm A_M x(t) = \\
 &= A_M e(t) + [A_M - A - Bc(t)g^T L^T]x(t) + [B_M - Bk(t)]r(t) = \\
 &= A_M e(t) - B[c(t) - c_0]g^T y(t) - B[k(t) - k_0]r(t), \\
 z(t) &= y_M(t) - y(t) = L_M^T e(t) = L^T e(t),
 \end{aligned} \tag{3.1.2.1}$$

которые, вводя следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 q(t) &= -(c(t) - c_0)g^T y(t) - (k(t) - k_0)r(t), \\
 z_0(t) &= g^T z(t) = g^T (y_M(t) - y(t)) = g^T L^T (x_M(t) - x(t)),
 \end{aligned}$$

можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{de(t)}{dt} &= A_M e(t) + Bq(t), \\
 z_0(t) &= g^T z(t) = g^T L^T e(t), \\
 q(t) &= -[c(t) - c_0]g^T y(t) - [k(t) - k_0]r(t).
 \end{aligned} \tag{3.1.2.2}$$

Система (3.1.2.1) представляет собой эквивалентную форму записи исходной системы (3.1.1.1), (3.1.1.3), (3.1.1.4).

На втором этапе для решения ИНП запишем интеграл Попова в виде:

$$\eta(0, t) = -\int_0^t q(s) \cdot z_0(s) \cdot ds = \int_0^t [(c(S) - c_0)g^T y(s) + (k(S) - k_0)]g^T z(s) ds, \tag{3.1.2.3}$$

и определим (синтезируем) алгоритмы настройки скалярных параметров адаптивного регулятора  $c(t)$  и  $k(t)$  с помощью уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dc(t)}{dt} &= c_1 g^T y(t), \\ \frac{dk(t)}{dt} &= k_1 g^T z(t) r(t), \\ c_1, k_1 &= \text{const} > 0, \end{aligned} \tag{3.1.2.3}$$

где  $c_1, k_1$  – некоторые произвольные скалярные величины.

С учетом (3.1.2.3), для записанного выше интеграла Попова, будут справедливы следующие преобразования:

$$\begin{aligned} h(0, t) &= c_1^{-1} \int_0^t (c(s) - c_0) \frac{dc(s)}{ds} ds + k_1^{-1} \int_0^t (k(s) - k_0) \frac{dk(s)}{ds} ds = \\ &= \frac{1}{2} c_1^{-1} \int_{c(0)}^{c(t)} d(c(s) - c_0)^2 + \frac{1}{2} k_1^{-1} \int_{k(0)}^{k(t)} d(k(s) - k_0)^2 = \\ &= \frac{1}{2} c_1^{-1} [(c(t) - c_0)^2 - (c(0) - c_0)^2] + \frac{1}{2} k_1^{-1} [(k(t) - k_0)^2 - (k(0) - k_0)^2] \geq \\ &\geq \frac{1}{2} c_1^{-1} [(c(0) - c_0)^2 - (c(t) - c_0)^2] - \frac{1}{2} k_1^{-1} [(k(t) - k_0)^2 - (k(0) - k_0)^2] = -h_0 = \text{const} < 0, \forall t > 0, \end{aligned} \tag{3.1.2.4}$$

В результате проведения достаточно очевидных преобразований, с одной стороны, была показана выполнимость требований ИНП, а с другой стороны, осуществлено определение явного вида алгоритмов адаптивной самонастройки, что и составляет центральную часть решения поставленной задачи на данном этапе синтеза.

На третьем этапе запишем передаточную функцию ЛСЧ системы:

$$W(p) = g^T L^T (sE - A_M)^{-1} B = \frac{g^T L^T \cdot \text{adj}(sE - A_M) \cdot B}{\det(sE - A_M)} = \frac{a(s)}{b(s)}. \tag{3.1.2.5}$$

На данном этапе требуется выбрать вектор  $g$  таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности (3.2), согласно (2.5), полином  $a(s) = g^T L^T \text{adj}(sE - A_M) B$  был бы гурвицевым степени  $(n - 1)$  с положительными коэффициентами. Для выполнения данного требования необходимо, во-первых, записать указанный полином в явном виде и, во-вторых убедиться, что коэффициент при старшей степени переменной  $s$  является положительным, а сама степень равна числу  $(n - 1)$ .

Если это так, то рассматриваемый полином будет представлять собой некоторое выражение типа

$$a(s) = a_0(g, A_M, B, L)s^{n-1} + a_1(g, A_M, B, L)s^{n-2} + \dots + a_{n-2}(g, A_M, B, L)s + a_{n-1}(g, A_M, B, L), \quad (3.1.2.6)$$

где коэффициенты  $a_j(g, A_M, B, L), j = 0, 1, \dots, (n-1)$  линейны по элементам вектора  $g$ .

Если  $n < 3$ , очевидно, что условие гурвицевости для полинома будет тривиальным

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0(g, A_M, B, L) > 0, \\ a_1 &= a_1(g, A_M, B, L) > 0, \\ a_2 &= a_2(g, A_M, B, L) > 0, \end{aligned} \quad (3.1.2.7)$$

причем существование решения системы неравенств (3.1.2.7), относительно элементов вектора  $g$  предполагает, что его элементы, например, для случая  $g = (g_1, g_2)$ , могут быть записаны в виде

$$g_{01} = \text{const} < g_1, \quad g_{02} = \text{const} < g_2, \quad (3.1.2.8)$$

где  $g_{01}, g_{02}$  — некоторые числа, найденные в результате соответствующего преобразования системы неравенств (3.1.2.7).

Если же  $3 \leq n$ , то решение проблемы гурвицевости для полинома вида (3.1.2.6) в большинстве случаев затруднено. Действительно, хотя относительно элементов вектора  $g$  можно записать систему неравенств, в частности, с помощью критерия Рауса-Гурвица, но она получается, как правило, существенно нелинейной по элементам вектора  $g$  и не дает простого решения. В таких случаях часто оказывается полезным следующий результат:

запишем для полинома (3.1.2.6) так называемые коэффициенты устойчивости, которые составляются относительно исходных коэффициентов и принимают значения подобные значениям коэффициентов типа (3.1.2.7), в частности, если коэффициенты устойчивости будут следующими:

$$A_1 = \frac{a_0 \cdot a_3}{a_1 \cdot a_2}, A_2 = \frac{a_1 \cdot a_4}{a_2 \cdot a_3}, A_{n-3} = \frac{a_{n-4} \cdot a_{n-1}}{a_{n-3} \cdot a_{n-2}}, \quad (3.1.2.9)$$

то для гурвицевости полинома (3.1.2.6) достаточно, чтобы при положительных значениях исходных коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}$ , коэффициенты устойчивости вида (3.19) удовлетворяли бы неравенствам

$$A_j < 0.465, j = 1, 2, \dots, (n-3). \quad (3.1.2.10)$$

При этом достаточные условия типа (3.1.2.10), в ряде частных случаев, менее жесткие, так:

- при  $j = 1$ , требуется выполнить лишь условие  $A_1 < 1$ ;
- при  $j = 1, 2$ , достаточно выполнить:  $A_1 + A_2 < 1, A_1 > 0, A_2 > 0$ .

Поскольку каждое из неравенств (3.1.2.10) является независимым друг от друга, то при определении диапазонов изменения исходных коэффициентов полинома (3.1.2.6), подобно соотношениям типа (3.1.2.8), например, в виде

$$0 < \min a_i < a_i < \max a_i, i = 0, 1, \dots, n-1,$$

можно относительно простыми способами, опираясь на выполнение неравенств (3.20), обеспечить гурвицевость исходного полинома.

Итак, будем полагать, что на данном этапе синтеза искомый вектор  $g$  задан или выбран каким-либо образом.

На четвертом этапе из выполнения ИНП (второй этап) и условий вещественности и строгой положительности  $W(s)$  ЛСЧ (третий этап) следует, что система (3.1.2.1) является асимптотически гиперустойчивой

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [xM(t) - x(t)] = 0, \quad (3.1.2.11)$$

что соответствует выполнению целевого условия . При этом, учитывая вид алгоритмов (3.1.2.3), очевидно, что будут выполнены предельные соотношения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dc(t)}{dt} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dk(t)}{dt} = 0 \quad (3.1.2.12)$$

эквивалентные соотношениям

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = const, \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = cont, \quad (3.1.2.13)$$

которые совпадают с требованиями целевых условий (3.1.1.8).

Таким образом, в силу достижения поставленных целей управления и адаптации, задача синтеза АСЭМ решена.

Отметим, что проведенный выше синтез следует понимать - в узком смысле, поскольку решена только аналитическая часть общей задачи синтеза. Имеется ввиду, что некоторые параметры контура адаптации требует уточнения, в частности, это числовые значения коэффициентов  $c_1, k_1 = const > 0$ , а также значения элементов вектора  $g$ , значения которых назначаются окончательно лишь в процессе имитационного моделирования синтезированной системы, описываемой уравнениями (3.1.1.1), (3.1.1.3), (3.1.1.4).

### **3.2 Построение адаптивных алгоритмов управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения**

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		39

## переменных состояния

### 3.2.1 Математическое описание и постановка задачи

Рассматривается линейный SISO – объект управления (ОУ), динамика, которого описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) + f(t), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (3.2.1.1)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния;

$y(t) \in R$  – скалярный выход объекта;

$u(t) \in R$  – управляющее воздействие;

$A$  и  $B$  матрица состояния и вектор управления соответственно;

$f(t) = (f_0 \sin(0.2t))$  – вектор постоянного действующего возмущения;

Относительный порядок ОУ (3.2.1.1) равен  $n$ , где  $n$  степень знаменателя, а степень числителя равна нулю, переменные состояния измерению недоступны.

Функционирование ОУ (3.2.1.1) проходит в условиях априорной параметрической неопределенности, уровень которой задан в виде:

$$A = A(\xi), B = B(\xi), f(t) = f_\xi(t), \xi \in \Xi, \quad (3.2.1.2)$$

где  $\xi$  – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству  $\Xi$ .

В явном виде условия (3.2.1.2) представляют собой набор соотношений типа двухсторонних неравенств:

$$\begin{aligned} \min a_1 < a_1 < \max a_1; \min a_2 < a_2 < \max a_2; \min a_3 < a_3 < \max a_3; \\ \min b_1 < b_1 < \max b_1; \min f_0 < f_0(t) < \max f_0, \end{aligned} \quad (3.2.1.3)$$

здесь  $\Xi$  – множество значений соответствующих границ, например, для

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40



неизвестного параметра  $a_1$  это известные числа  $\min a_1$  и  $\max a_1$ .

Зададим желаемое поведение ОУ (3.2.1.1) с помощью эталонной модели (заданной неявно) описываемой уравнениями вида:

$$\begin{aligned} \frac{dx_m(t)}{dt} &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ y_m(t) &= x_{m1}(t), \end{aligned} \tag{3.2.1.4}$$

где  $x_m(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния эталонной модели;

$y_m(t) \in R$  – скалярный выход эталонной модели;

$r(t) = (0.6 \sin(0.2t) - 0.6 \sin(0.1t))1.1$  – задающее воздействие;

$A_m$  и  $B_m$  матрица состояния и вектор управления соответственно;

Так как у ОУ (3.2.1.1) измеряема только одна переменная состояния  $x_1(t)$ , а для управления необходимо иметь оценки всех его переменных состояния, то целесообразно воспользоваться подходом, изложенным в работах [5-8]. Это позволит (в рамках выполнения требований критерия гиперустойчивости и  $L$ -диссипативности) определить для разрабатываемой системы управления условия, при выполнении которых математическое описание ОУ (3.2.1.1) или преобразованного объекта управления (ПОУ), будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} &= A x_F(t) + B u(t) + f(t), \\ \tilde{y}(t) &= x_1(t), \\ z(t) &= g^T x_F(t), \end{aligned} \tag{3.2.1.5}$$

где  $x_F(t) \in R^n$  – оценки вектора переменных состояния;

$y(t) \in R$  – скалярный выход ПОУ;

$z(t) \in R$  – обобщенный (дополнительный) выход ПОУ;

$g^T = [g_1, g_2, g_3]$  – известный вектор, значения которого выбираются

соответствующим образом.

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						41

Здесь оценки  $x_F(t)$  получены с помощью фильтр–корректора, заданного передаточной функцией вида:

$$W_{\phi K}(s) = \frac{\delta(s)}{\gamma(s)} = \frac{\delta_0 s^{n-1} + \dots + \delta_{n-1} s + \delta_n}{(T_* s + 1)^{n-1}}, \quad (3.2.1.6)$$

где  $\delta(s) = \delta_0 s^{n-1} + \dots + \delta_{n-1} s + \delta_n$  – гурвицев полином;

$T^*$  – малая постоянная времени, согласно [6], удовлетворяющая условию:

$$\begin{aligned} T_1 &\leq \frac{0,93}{(n-2)a_{1m}}, \\ T_2 &\leq \frac{0,456a_{1m}}{(n-1)a_{2m}}. \end{aligned} \quad (3.2.1.7)$$

Желаемую динамику ПОУ (3.2.1.5), можно задать с помощью явно-неявной эталонной модели вида:

$$\begin{aligned} \frac{dx_m(t)}{dt} &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ y_m(t) &= x_{1m}(t), \\ z_m(t) &= g^T x_m(t), \end{aligned} \quad (3.2.2.8)$$

где  $x_m(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния эталонной модели;

$y_m(t) \in R$  – скалярный выход эталонной модели;

$r(t) \in R$  – задающее воздействие;

$z_m(t)$  – формируемый с помощью вектора  $g^T$  который согласно [16], [19] можно задать таким образом, что корни полинома  $g(s)$  совпадут с  $(n-1)$  корнями полинома  $\alpha_m(s) = \det(sE - A_m)$ , и тогда получим явную часть эталона (3.2.1.8) в виде апериодического звена первого порядка исходя из соотношения:

$$W_{\text{ЯНЭМ}}(s) = g^T (sE - A)^{-1} B = \frac{1}{T_m s + 1}, \quad (3.2.2.9)$$

где  $(-T_m^{-1})$  – один из корней полинома  $a_m(s)$ ;

Неявная часть эталона (3.2.1.9) представляет собой линейный компенсатор порядка  $(n-1)$  идентичный числителю передаточной функции ФК (3.2.1.6) необходимый для получения обобщенного выхода ЯНЭМ (3.2.1.9). При этом согласно [16], явная часть эталона (3.2.1.9) задает требуемую динамику основного контура управления, а неявная часть эталона (3.2.1.9) обеспечивает желаемое поведение выхода ОУ(3.2.1.1).

Адаптивный регулятор с учетом ПОУ (3.2.1.5) сформируем в виде:

$$u(t) = K(t)r(t) + C^T(t)x_F(t). \quad (3.2.1.10)$$

Считая [5. 6, 7, 8], что дополнительные устройства (3.2.1.5), (3.2.1.8) описывает структурное возмущение и исключая его из основного контура системы, будем рассматривать упрощенную систему управления

$$\begin{aligned} \frac{dx_F(t)}{dt} &= A \cdot x_F(t) + B \cdot u(t), \\ \tilde{y} &= x_1(t), \\ z(t) &= g^T \cdot x_F(t), \\ u(t) &= K(t)r(t) + C^T(t)x_F(t). \end{aligned} \quad (3.2.1.11)$$

*Постановка задачи.* Требуется для объекта управления (3.2.1.5) функционирующего в условиях априорной неопределённости (3.2.1.2), построить замкнутую систему управления с учетом, при заданной структуре адаптивного регулятора (3.2.1.10) таким образом, чтобы в условиях априорной неопределённости (3.3.1.2) и при любых начальных условиях, для (3.2.1.5), (3.2.1.8), (3.2.1.10) обеспечивалось выполнение целевых условий:

									Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					43

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} (x_m(t) - \tilde{x}(t)) &= 0, \\
\lim_{t \rightarrow \infty} (y_m(t) - y(t)) &= 0, \\
\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) &= k_0 = \text{const}, \\
\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) &= c_0 = \text{const},
\end{aligned}
\tag{3.2.1.12}$$

и условий  $L$ -диссипативности:

$$\lim (z_M(t) - z(t)) \leq e_0^2,
\tag{3.2.1.13}$$

При этом если целевые условия (3.2.1.12), (3.2.1.13) будут выполняться для систем (3.2.1.5), (3.2.1.8), (3.2.1.10) то они будут выполняться и для исходных систем (3.2.1.1), (3.2.1.4).

### 3.2.2 Синтез системы управления

На первом этапе получим эквивалентное математическое описание системы относительно ошибки рассогласования

$$e(t) = x_m - x_F.
\tag{3.2.2.1}$$

Полагая, что для объекта управления (3.2.1.1) и эталонной модели (3.2.1.4), будет иметь место структурное согласование вида:

$$A_M - A = B \cdot C_0^T
\tag{3.2.2.2}$$

$$B_M = B \cdot K_0
\tag{3.2.2.3}$$

В соответствии с описанными выше действиями имеем:

$$\begin{aligned}
\frac{de}{dt} &= \frac{dx_M}{dt} - \frac{dx_F}{dt} = A_M \cdot x_M(t) + B_M \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) - B \cdot u(t) = \\
&= A_M \cdot x_M(t) + B_M \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) - B \cdot (K(t) \cdot q(t) + C^T(t) \cdot y(t)) \pm A_M \cdot x_F(t) = \\
&= A_M (x_M(t) - x_F(t)) + B \cdot K_0 \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) + A_M \cdot x_F(t) - B \cdot (K(t) \cdot q(t) + C^T(t) \cdot y(t)) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A_M \cdot e(t) + B \cdot K_0 \cdot q(t) + B \cdot C_0^T \cdot x_F(t) - B \cdot K(t) \cdot q(t) - B \cdot C^T(t) \cdot y(t) = \\
&= A_M \cdot e(t) - B \cdot (K(t) - K_0) \cdot q(t) - B \cdot (C^T(t) - C_0^T) \cdot y(t).
\end{aligned}$$

Выделим линейную стационарную часть (ЛСЧ) и нелинейную нестационарную часть (ННЧ) и запишем уравнения (3.2.1.1), (3.2.1.4), (3.2.1.9), (3.2.2.2), (3.2.2.3), в виде:

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} = A_M \cdot e(t) + B \cdot \mu(t), v(t) = g^T \cdot e(t) - \text{ЛСЧ} \\ \mu(t) = -(K(t) - K_0) \cdot q(t) - (C(t) - C_0)^T \cdot y(t) - \text{ННЧ} \end{cases} \quad (3.2.2.4)$$

Система (3.2.2.4) является эквивалентным математическим описанием исходной системы (3.2.1.1), (3.2.1.4), (3.2.1.9).

На втором этапе запишем передаточную функцию ЛСЧ:

$$W(p) = \frac{v(p)}{\mu(p)} = \frac{g^T \cdot e(p)}{\mu(p)}. \quad (3.2.2.5)$$

Получим выражение, определяющее  $e(p)$ :

$$\begin{aligned}
p \cdot e(p) &= A_M \cdot e(p) + B \cdot \mu(p), \\
(p \cdot E - A_M) \cdot e(p) &= B \cdot \mu(p), \\
e(p) &= (p \cdot E - A_M)^{-1} \cdot B \cdot \mu(p).
\end{aligned} \quad (3.2.2.6)$$

Таким образом, имеем передаточную функцию ЛСЧ следующего вида:

$$\begin{aligned}
W(p) &= \frac{g^T \cdot (p \cdot E - A_M)^{-1} \cdot B \cdot \mu(p)}{\mu(p)} = \\
&= g^T \cdot (p \cdot E - A_M)^{-1} \cdot B = \frac{g^T \cdot \text{adj}(p \cdot E - A_M) \cdot B}{\det(p \cdot E - A_M)}.
\end{aligned} \quad (3.2.2.7)$$

Рассмотрим отдельно числитель и знаменатель передаточной функции (3.2.2.7).

В числителе, перемножаются вектор  $g^T$ , матрица алгебраических дополнений к матрице  $(p \cdot E - A_M)$  и вектор  $B$ . Их значения записаны ниже:

$$(pE - A_M) = \begin{pmatrix} p & -1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ -a_{3M} & -a_{2M} & p - a_{1M} \end{pmatrix}, \quad (3.2.2.8)$$

$$\text{adj}(pE - A_M) = \begin{pmatrix} p \cdot (p - a_{1M}) - a_{2M} & p - a_{1M} & 1 \\ a_{3M} & p \cdot (p - a_{1M}) & p \\ a_{3M} \cdot p & a_{2M} \cdot p + a_{3M} & p^2 \end{pmatrix}.$$

В результате перемножения получим следующее:

$$(g_1 \ g_2 \ g_3) \cdot \begin{pmatrix} p \cdot (p - a_{1M}) - a_{2M} & p - a_{1M} & 1 \\ a_{3M} & p \cdot (p - a_{1M}) & p \\ a_{3M} \cdot p & a_{2M} \cdot p + a_{3M} & p^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \end{pmatrix} =$$

$$= (g_1 \ g_2 \ g_3) \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_1 \cdot p \\ b_1 \cdot p^2 \end{pmatrix} = b_1 \cdot (g_3 \cdot p^2 + g_2 \cdot p + g_1). \quad (3.2.2.9)$$

В знаменателе имеем определитель исходной матрицы  $(p \cdot E - A_M)$ :

$$\det(pE - A_M) = p^2 \cdot (p - a_{1M}) - a_{3M} - p \cdot a_{2M} = p^3 - a_{1M} \cdot p^2 - a_{2M} \cdot p - a_{3M}.$$

В результате произведенных преобразований передаточная функция ЛСЧ системы примет вид:

$$W(p) = \frac{b_1 (g_3 \cdot p^2 + g_2 \cdot p + g_1)}{p^3 - a_{1M} \cdot p^2 - a_{2M} \cdot p - a_{3M}}. \quad (3.2.2.10)$$

В результате подстановки исходных данных в уравнение (4.38), передаточная функция системы примет следующий вид:

$$W(p) = \frac{(g_3 \cdot p^2 + g_2 \cdot p + g_1)}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}. \quad (3.2.2.11)$$

Найдем корни характеристического уравнения с помощью функции roots([1 3 3 1]) пакета MatLab. Вследствие чего были получены следующие корни характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} p_1 &= -1.0000 + 0.0000i; \\ p_2 &= -1.0000 + 0.0000i; \\ p_3 &= -1.0000 - 0.0000i. \end{aligned}$$

Тогда вектор  $g$  с помощью функции poly([-1 -1]) пакета MatLab, будет выглядеть следующим образом:

$$g^T = [1 \quad 2 \quad 1]$$

Подставляя выбранные значения в  $W(j\omega)$ , выделим вещественную часть, умножив на выражение, сопряженное знаменателю. В результате арифметических действий, получим, что вещественная часть передаточной функции строго положительна:

$$\operatorname{Re}W_{\text{лсч}}(j\omega) > 0, \forall \omega \geq 0. \quad (3.2.2.12)$$

На третьем этапе обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова, составленного относительно ННЧ эквивалентно преобразованной системы (3.2.2.4):

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(s) * v(s) ds \geq -\gamma_0^2 = const, \forall t \geq 0. \quad (3.2.2.13)$$

Запишем интегральное неравенство Попова в следующем виде:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) = & -\int_0^t \mu(S) \cdot v(S) \cdot dS = \int_0^t [K(S) - K_0] \cdot q(S) \cdot g^T \cdot e(S) \cdot dS + \\ & + \int_0^t [C(S) - C_0]^T \cdot y(S) \cdot g^T \cdot e(S) \cdot dS. \end{aligned} \quad (3.2.2.14)$$

Синтезируем алгоритмы настройки параметров адаптивного регулятора следующим образом:

$$\begin{aligned} K(t) &= \alpha \cdot \int_0^t q(t) \cdot g^T \cdot e(t) + k(0), \\ C_i(t) &= \beta_i \cdot \int_0^t y_i(t) \cdot g^T \cdot e(t) + c_i(0), \end{aligned} \quad (3.2.2.15)$$

где  $\alpha = const > 0$ ,

$$\beta_i = const > 0, i = \overline{1,3}.$$

С учетом (3.2.2.15) для записанного выше интеграла Попова (3.2.2.13) будет справедливо:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= \alpha^{-1} \cdot \int_0^t [K(S) - K_0] \cdot \frac{dK(t)}{ds} \cdot dS + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \int_0^t [C_i(S) - C_{0i}] \cdot \frac{dC_i(t)}{dS} \cdot dS = \\ &= \alpha^{-1} \cdot \int_0^t [K(S) - K_0] \cdot d[K(S) - K_0] + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \int_0^t [C_i(S) - C_{0i}] \cdot d[C_i(S) - C_{0i}] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha^{-1} \cdot \int_0^t d[K(S) - K_0]^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot \int_0^t d[C_i(S) - C_{0i}]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \alpha^{-1} \cdot [(K(t) - K_0)^2 - (K(0) - K_0)^2] + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot [(C_i(t) - C_{0i})^2 - (C_i(0) - C_{0i})^2] \geq \\ &\geq -\frac{1}{2} \alpha^{-1} \cdot [K(0) - K_0]^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot [C_i(0) - C_{0i}]^2 = -\gamma^2 = const. \end{aligned} \quad (3.2.2.16)$$



Таким образом, проведя соответствующие преобразования, было показано обеспечение требований ИНП и осуществлено определение явного вида алгоритмов адаптивной самонастройки.

На четвёртом этапе, так как выполнено ИНП и передаточная функция  $W_{лсч}$  вещественна и строго положительна, то из этого следует, что система (3.2.2.4) является асимптотически гиперустойчивой, то есть справедливо следующее:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = (y_M(t) - y(t)) = 0. \quad (3.2.2.17)$$

Также, учитывая вид алгоритмов самонастройки, будут выполнены предельные соотношения:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dC(t)}{dt} &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dK(t)}{dt} &= 0; \end{aligned} \quad (3.2.2.18)$$

эквивалентные соотношениям:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} C(t) &= const, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} K(t) &= const, \end{aligned} \quad (3.2.2.19)$$

совпадающим с требованиями целевых условий (4.28).

Для сохранения работоспособности полученной системы (4.1), (4.4), (4.3), (4.6), (4.7), при наличии возмущения  $f(t)$ , алгоритмы адаптации (4.43) можно подвергнуть процедуре регуляризации, например, за счет введения зоны нечувствительности [19, с.144]:

$$\frac{dK(t)}{dt} = \begin{cases} 0, \forall t \geq 0, |v(t)| \leq \Delta \\ \alpha \cdot q(t) \cdot (e(t) - \Delta), \forall t \geq 0, v(t) < -\Delta \\ \alpha \cdot q(t) \cdot (e(t) + \Delta), \forall t \geq 0, v(t) > \Delta \end{cases} \quad (3.2.2.20)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \begin{cases} 0, \forall t \geq 0, |v(t)| \leq \Delta \\ \beta_i \cdot y_i(t) \cdot (e(t) + \Delta), \forall t \geq 0, v(t) > \Delta \\ \beta_i \cdot y_i(t) \cdot (e(t) - \Delta), \forall t \geq 0, v(t) < -\Delta \end{cases} \quad (3.2.2.21)$$

Таким образом, так как цели управления и адаптации достигнуты, то можно считать, что задача синтеза АСЯНЭМ решена.

### 3.3 Построение адаптивно-робастных алгоритмов управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния.

#### 3.3.1 Математическое описание и постановка задачи

Рассматривается линейный SISO – объект управления (ОУ), динамика, которого описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) + f(t), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (3.3.1.1)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния;

$y(t) \in R$  – скалярный выход объекта;

$u(t) \in R$  – управляющее воздействие;

$A$  и  $B$  матрица состояния и вектор управления соответственно;

$f(t) = (f_0 \sin(0.2t))$  – вектор постоянного действующего возмущения;

Относительный порядок ОУ (3.3.1.1) равен  $n$ , где  $n$  степень знаменателя, а степень числителя равна нулю, переменные состояния измерению недоступны.

Функционирование ОУ (3.3.1.1) проходит в условиях априорной параметрической неопределенности, уровень которой задан в виде:

$$A = A(\xi), B = B(\xi), f(t) = f_\xi(t), \xi \in \Xi, \quad (3.3.1.2)$$

где  $\xi$  – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству  $\Xi$ .

									Лист
									50
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					

В явном виде условия (3.3.1.2) представляют собой набор соотношений типа двухсторонних неравенств:

$$\begin{aligned} \min a_1 < a_1 < \max a_1; \min a_2 < a_2 < \max a_2; \min a_3 < a_3 < \max a_3; \\ \min b_1 < b_1 < \max b_1; \min f_0 < f_0(t) < \max f_0, \end{aligned} \quad (3.3.1.3)$$

здесь  $\Xi$  – множество значений соответствующих границ, например, для неизвестного параметра  $a_1$  это известные числа  $\min a_1$  и  $\max a_1$ .

Зададим желаемое поведение ОУ (3.3.1.1) с помощью эталонной модели (заданной неявно) описываемой уравнениями вида:

$$\begin{aligned} \frac{dx_m(t)}{dt} &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ y_m(t) &= x_{m1}(t), \end{aligned} \quad (3.3.1.4)$$

где  $x_m(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния эталонной модели;

$y_m(t) \in R$  – скалярный выход эталонной модели;

$r(t) = (0.6\sin(0.2t) - 0.6\sin(0.1t))1.1$  – задающее воздействие;

$A_m$  и  $B_m$  матрица состояния и вектор управления соответственно;

Так как у ОУ (3.3.1.1) измеряема только одна переменная состояния  $x_1(t)$ , а для управления необходимо иметь оценки всех его переменных состояния, то целесообразно воспользоваться подходом, изложенным в работах [5 – 8]. Это позволит (в рамках выполнения требований критерия гиперустойчивости и  $L$ -диссипативности) определить для разрабатываемой системы управления условия, при выполнении которых математическое описание ОУ (3.3.1.1) или преобразованного объекта управления (ПОУ), будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} &= Ax_F(t) + Bu(t) + f(t), \\ \tilde{y}(t) &= x_1(t), \\ z(t) &= g^T x_F(t), \end{aligned} \tag{3.3.1.5}$$

где  $x_F(t) \in R^n$  – оценки вектора переменных состояния;

$y(t) \in R$  – скалярный выход ПОУ;

$z(t) \in R$  – обобщенный (дополнительный) выход ПОУ;

$g^T = [g_1, g_2, g_3]$  – известный вектор, значения которого выбираются соответствующим образом.

Здесь оценки  $x_F(t)$  получены с помощью фильтр–корректора, заданного передаточной функцией вида:

$$W_{\phi K}(s) = \frac{\delta(s)}{\gamma(s)} = \frac{\delta_0 s^{n-1} + \dots + \delta_{n-1} s + \delta_n}{(T_* s + 1)^{n-1}}, \tag{3.3.1.6}$$

где  $\delta(s) = \delta_0 s^{n-1} + \dots + \delta_{n-1} s + \delta_n$  – гурвицев полином;

$T^*$  – малая постоянная времени, согласно [14], удовлетворяющая условию:

$$\begin{aligned} T_1 &\leq \frac{0,93}{(n-2)a_{1m}}, \\ T_2 &\leq \frac{0,456a_{1m}}{(n-1)a_{2m}}. \end{aligned} \tag{3.3.1.7}$$

Желаемую динамику ПОУ (3.3.1.5), можно задать с помощью явно-неявной эталонной модели вида:

$$\begin{aligned}\frac{dx_m(t)}{dt} &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ y_m(t) &= x_{1m}(t), \\ z_m(t) &= g^T x_m(t),\end{aligned}\tag{3.2.2.8}$$

где  $x_m(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния эталонной модели;

$y_m(t) \in R$  – скалярный выход эталонной модели;

$r(t) \in R$  – задающее воздействие;

$z_m(t)$  – формируемый с помощью вектора  $g^T$  который согласно [7], [19] можно задать таким образом, что корни полинома  $g(s)$  совпадут с  $(n-1)$  корнями полинома  $a_m(s) = \det(sE - A_m)$ , и тогда получим явную часть эталона (3.3.1.8) в виде апериодического звена первого порядка исходя из соотношения:

$$W_{\text{ЯНЭМ}}(s) = g^T (sE - A)^{-1} B = \frac{1}{T_m s + 1},\tag{3.2.2.9}$$

где  $(-T_m^{-1})$  – один из корней полинома  $a_m(s)$ ;

Неявная часть эталона (3.3.1.9) представляет собой линейный компенсатор порядка  $(n-1)$  идентичный числителю передаточной функции ФК (3.3.1.6) необходимый для получения обобщенного выхода ЯНЭМ (3.3.1.9). При этом согласно [16], явная часть эталона (3.3.1.9) задает требуемую динамику основного контура управления, а неявная часть эталона (3.3.1.9) обеспечивает желаемое поведение выхода ОУ(3.3.1.1).

Адаптивно-робастный закон управления с учетом ПОУ (3.3.1.8) зададим в виде:

$$u(t) = k(t)r(t) + c^T(t)\tilde{x}(t) + v(t),\tag{3.3.1.10}$$

где  $r(t) \in R$  – задающее воздействие;

$k(t) \in R$ ,  $c^T(t) \in R$  и  $v(t)$  – скалярная величина, вектор и функция, явный вид подлежит определению в процессе синтеза.

*Постановка задачи.* Требуется для объекта управления (3.3.1.5) функционирующего в условиях априорной неопределённости (3.3.1.2), построить замкнутую систему управления с учетом, при заданной структуре адаптивно-робастного регулятора (3.3.1.10) таким образом, чтобы в условиях априорной неопределённости (3.3.1.2) и при любых начальных условиях, для (3.3.1.5), (3.3.1.8), (3.3.1.10) обеспечивалось выполнение целевых условий:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (x_m(t) - \tilde{x}(t)) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (y_m(t) - y(t)) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) &= k_0 = const, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) &= c_0 = const, \end{aligned} \quad (3.3.1.11)$$

и условий  $L$ -диссипативности:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z_M(t) - z(t)) \leq e_0^2, \quad (3.3.1.12)$$

При этом если целевые условия (3.3.1.11), (3.3.1.12) будут выполняться для систем (3.3.1.5), (3.3.1.8), (3.3.1.10) то они будут выполняться и для исходных систем (3.3.1.1), (3.3.1.4).

### 3.3.2 Синтез системы управления

Для решения поставленной задачи, заключающейся в построении адаптивно-робастной системы (3.3.1.1) – (3.3.1.12) воспользуемся критерием гиперустойчивости В.М. Попова [17]. При этом будем придерживаться методики и последовательности изложенной Ландау [15], выделив соответствующие этапы.

*На первом этапе* получим эквивалентное математическое описание системы относительно ошибки рассогласования

$$e(t) = x_m - x_F. \quad (3.3.2.1)$$

Полагая, что для объекта управления (3.3.1.1) и эталонной модели (3.3.1.4), будет иметь место структурное согласование вида:

$$A_M - A = B \cdot C_0^T \quad (3.3.2.2)$$

$$B_M = B \cdot K_0 \quad (3.3.2.3)$$

В соответствии с описанными выше действиями имеем:

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= \frac{dx_M}{dt} - \frac{dx_F}{dt} = A_M \cdot x_M(t) + B_M \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) - B \cdot u(t) - f(t) = \\ &= A_M \cdot x_M(t) + B_M \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) - B \cdot (K(t) \cdot q(t) + C^T(t) \cdot y(t)) \pm A_M \cdot x_F(t) - f(t) = \\ &= A_M (x_M(t) - x_F(t)) + B \cdot K_0 \cdot q(t) - A \cdot x_F(t) + A_M \cdot x_F(t) - B \cdot (K(t) \cdot q(t) + C^T(t) \cdot y(t)) - f(t) = \\ &= A_M \cdot e(t) + B \cdot K_0 \cdot q(t) + B \cdot C_0^T \cdot x_F(t) - B \cdot K(t) \cdot q(t) - B \cdot C^T(t) \cdot y(t) - f(t) = \\ &= A_M \cdot e(t) - B \cdot (K(t) - K_0) \cdot q(t) - B \cdot (C^T(t) - C_0^T) \cdot y(t) - f(t). \end{aligned}$$

Выделим линейную стационарную часть (ЛСЧ) и нелинейную нестационарную часть (ННЧ) с учетом (3.3.1.10), (3.3.2.1), (3.3.2.2), (3.3.2.3) в виде:

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} = A_M \cdot e(t) + B \cdot \mu(t), \nu(t) = g^T \cdot e(t) - \text{ЛСЧ} \\ \mu(t) = -(K(t) - K_0) \cdot q(t) - (C(t) - C_0)^T \cdot x_F(t) + \nu(t) + f(t) - \text{ННЧ} \end{cases} \quad (3.3.2.4)$$

Система (3.3.2.4) является эквивалентным математическим описанием исходной системы (3.3.1.1), (3.3.1.4).

На втором этапе синтеза решается проблема вещественности и строгой положительности передаточной функции ЛСЧ системы (3.3.2.4), имеющая в данном случае вид:

$$W(s) = g^T (sE - A)^{-1} B_0 = \frac{g^T \text{adj}(sE - A) B}{\det(sE - A)} \quad (3.3.2.5)$$

Для которой выполняется частное условие:

$$\operatorname{Re}[g^T(j \cdot \omega \cdot E - A)^{-1} B] > 0, \forall \omega > 0, \quad (3.3.2.6)$$

достаточно за счет выбора значений вектора  $g$ , расположить корни полинома

$$g^T(j \cdot \omega \cdot E - A)^{-1} B, \quad (3.3.2.7)$$

число которых  $(n-1)$ , в порядке их последовательного чередования с  $n$  корнями полинома  $\det(sE - A)$ .

На третьем этапе обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова, составленного относительно ННЧ эквивалентно преобразованной системы (3.3.2.4):

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(s) * v(s) ds \geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \forall t \geq 0. \quad (3.3.2.8)$$

Запишем интегральное неравенство Попова учитывая явный вид функций  $\mu(t)$  и  $v(t)$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= -\int_0^t [(k(s) - k_0)r(s) - (c(s) - c_0)^T x(s) + f(s) + v(s)] v(s) ds, \\ \eta(0, t) &= \int_0^t (k(s) - k_0)r(s)v(s) ds + \int_0^t (c(s) - c_0)^T x(s)v(s) ds - \\ &\quad - \int_0^t f(s)v(s) ds + \int_0^t v(s)v(s) ds, \end{aligned} \quad (3.3.2.9)$$

поскольку в выражении (3.3.2.9) присутствует не только адаптивная часть, но и робастная, то закон управления (3.3.1.10) можно получить в виде:

									Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					56



$$u(t) = u_{\text{аdn}}(t) + u_{\text{роб}}(t), \quad (3.3.2.10)$$

где  $u_{\text{аdn}}(t)$  – адаптивная, и  $u_{\text{роб}}(t)$  – робастная части закона управления.

Тогда интеграл (3.3.2.9), с учетом (3.3.2.10) перепишем как:

$$\begin{aligned} \eta(0,t) &= \eta_{\text{аdn}}(0,t) + \eta_{\text{роб}}(0,t); \\ \eta_{\text{аdn}}(0,t) &= \int_0^t (k(s) - k_0) r(s) \nu(s) ds + \int_0^t (c(s) - c_0)^T x(s) \nu(s) ds; \\ \eta_{\text{роб}}(0,t) &= \int_0^t f(s) \nu(s) ds - \int_0^t v(s) \nu(s) ds, \end{aligned} \quad (3.3.2.11)$$

Синтезируем алгоритмы настройки параметров адаптивной части регулятора (3.3.1.10) следующим образом:

$$\begin{aligned} K(t) &= \alpha \cdot \int_0^t q(t) \cdot g^T \cdot e(t) + k(0), \\ C_i(t) &= \beta_i \cdot \int_0^t y_i(t) \cdot g^T \cdot e(t) + c_i(0), \end{aligned} \quad (3.3.2.12)$$

где  $\alpha = \text{const} > 0$ ,

$$\beta_i = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

С учетом (3.3.2.12) для записанного выше интеграла Попова (3.3.2.11) будет справедливо:

$$\begin{aligned}
\eta(0,t) &= \alpha^{-1} \cdot \int_0^t [K(S) - K_0] \cdot \frac{dK(t)}{ds} \cdot dS + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \int_0^t [C_i(S) - C_{0i}] \cdot \frac{dC_i(t)}{dS} \cdot dS = \\
&= \alpha^{-1} \cdot \int_0^t [K(S) - K_0] \cdot d[K(S) - K_0] + \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \int_0^t [C_i(S) - C_{0i}] \cdot d[C_i(S) - C_{0i}] = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \alpha^{-1} \cdot \int_0^t d[K(S) - K_0]^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot \int_0^t d[C_i(S) - C_{0i}]^2 = \\
&= \frac{1}{2} \alpha^{-1} \cdot [(K(t) - K_0)^2 - (K(0) - K_0)^2] + \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot [(C_i(t) - C_{0i})^2 - (C_i(0) - C_{0i})^2] \geq \\
&\geq -\frac{1}{2} \alpha^{-1} \cdot [K(0) - K_0]^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \beta_i^{-1} \cdot [C_i(0) - C_{0i}]^2 = -\gamma^2 = const.
\end{aligned} \tag{3.3.2.13}$$

Для робастной части закона управления, оценка будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
\eta_{роб}(0,t) &= \int_0^t v(s)v(s)ds + \int_0^t f(s)v(s)ds \pm f_0 \left| \int_0^t v(s)ds \right| \geq \\
&\int_0^t v(s)v(s)ds - f_0 \left| \int_0^t v(s)ds \right| \pm h_1 f_0^2 \left( \int_0^t v(s)ds \right)^2 \pm \frac{1}{4} \geq \\
&\geq \int_0^t v(s)v(s)ds - f_0^2 \left( \int_0^t v(s)ds \right)^2 + \left\{ h_1 f_0^2 \left( \int_0^t v(s)ds \right)^2 - f_0 \left| \int_0^t v(s)ds \right| + \frac{1}{4h_1} \right\} - \frac{1}{4} \geq \tag{3.3.2.14} \\
&\geq \int_0^t v(s)v(s)ds - h_1 \frac{1}{2} f_0^2 \int_0^t v(s) \int_0^s v(\vartheta) d(\vartheta) ds - \frac{1}{4} \geq \\
&\geq -\frac{1}{4} + \int_0^t v(s) \left[ v(s) - h_1 \frac{1}{2} f_0^2 \int_0^s v(\vartheta) d(\vartheta) \right] ds \geq -h_1 = -\eta_{02},
\end{aligned}$$

если обнулить выражение в квадратных скобках, то, используя обозначение  $\chi_0 = h_1 0.5 f_0^2$ , для  $u_{роб}(t)$  закон управления определится в виде:

$$u_{роб}(t) = \chi_0 v(t). \tag{3.3.2.15}$$

Тогда с учетом оценок (3.3.2.13), (3.3.2.14) получим соотношение:

$$\eta(0,t) \geq -\eta_{01}(0,t) - \eta_{02}(0,t) = \text{const} < 0, \forall t > 0, \quad (3.3.2.16)$$

которое означает выполнение ИНП.

Явный вид закона управления (3.3.1.10), с учетом (3.3.1.5), (3.3.2.15), (3.3.2.15) будет иметь вид:

$$u(t) = \alpha g^T e(t) r(t) + \beta g^T e(t) \tilde{x}(t) + \chi_0 v(t). \quad (3.3.2.17)$$

Таким образом, проведя соответствующие преобразования, было показано обеспечение требований ИНП и осуществлено определение явного вида алгоритмов адаптивно-робастного управления.

*На четвёртом этапе*, так как выполнено требование, строгой положительности и вещественности ЛСЧ, и для ННЧ справедливо неравенство (3.3.2.16), то система (3.3.2.4), будет гиперустойчива при заданном классе априорной неопределенности (3.3.1.2), а также будут выполняться целевые условия (3.3.1.11), (3.3.1.12).

Следовательно, исходная (3.3.1.1), (3.3.1.4), и преобразованная системы (3.3.1.5), (3.3.1.8), (3.3.1.10) также будут гиперустойчивы в заданном классе априорной неопределённости (3.3.1.2), и будут выполняться целевые условия (3.3.1.11), (3.3.1.12).

Таким образом, так как цели управления и адаптации достигнуты, то можно считать, что задача синтеза АСЯНЭМ решена.

## 4 ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Имитационное моделирование проводилось с использованием математического пакета Matlab в среде визуального проектирования Simulink.

МАТЛАБ (MATLAB) – система компьютерной математики, которая в настоящее время широко применяется исследователями для решения прикладных и теоретических задач на ЭВМ. Название МАТЛАБ происходит от словосочетания “матричная лаборатория” (matrix laboratory), что первоначально соответствовало основному назначению системы – матричным вычислениям. Впоследствии, с развитием системы, в неё были добавлены функции и вычислительные алгоритмы из многих других областей математики. Но основной подход к элементарным операциям, когда число рассматривается как частный случай матрицы, сохранился. В настоящее время МАТЛАБ представляет собой развитую систему, включающую в себя в качестве составных частей инструменты для решения задач из разных областей математики, таких как линейная алгебра, численные методы, динамические системы и т. д. [18].

Ядро МАТЛАБ содержит более тысячи функций. Помимо них доступно большое количество внешних функций, описанных в расширениях системы. В добавление к ним пользователь может создавать свои собственные функции, используя для этого специально предусмотренный язык программирования. Таким образом, МАТЛАБ является расширяемой системой, и это одно из важных её достоинств.

Помимо режима командной строки, являющегося основным режимом работы, некоторые расширения МАТЛАБ предлагают собственные диалоговые средства. Примером такого расширения является PDE Tool – графический интерфейс, предназначенный для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Помимо функций, доступных из командной строки, он также предоставляет пользователю графическую среду, работающую в отдельном окне.

МАТЛАБ обладает развитой графикой. Графическая подсистема МАТЛАБ

										Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						60

является объектно-ориентированной. Графики выводятся на экран в отдельных окнах, причём как сами окна, так и составные части графиков (оси, разметка, надписи, линии) являются элементами иерархического дерева объектов.

Как графические объекты рассматриваются также такие элементы, как кнопки, текстовые надписи, поля ввода, полосы прокрутки и т. п. Свойства и методы этих объектов доступны пользователю, что даёт возможность создавать в MATLAB Windows-приложения. Для проектирования форм имеется редактор, вызываемый по команде GUIDE.

Одной из самых сложных проблем в реализации математического моделирования в среде MATLAB является подготовка модели моделируемой системы или устройства. Модель обычно представляется в форме графического, табличного или таблично-топологического описания. При этом необходимо предусмотреть организацию связей между компонентами и установку их параметров. После этого нужно запустить модель на исполнение, т. е. задать решение автоматически составленной системы уравнений состояния и вывод результатов решения, что зачастую представляет собой достаточно сложную задачу.

Все вышеупомянутые проблемы эффективно решаются при помощи расширения Simulink – важной составной части системы MATLAB. Это расширение реализует визуально-ориентированное программирование задач автоматического составления графической модели системы или устройства, составления и решения уравнений состояния и наглядного представления результатов моделирования. Пакет Simulink позволяет выполнять симуляцию работы моделируемых систем и устройств, т. е. осуществлять имитационное моделирование [10].

Пакет Simulink является ядром интерактивного программного комплекса, предназначенного для математического моделирования линейных и нелинейных динамических систем, и устройств, представленных своей функциональной блок-схемой, именуемой S-моделью или просто моделью. При этом возможны различные варианты моделирования: во временной области, в частотной области,

с событийным управлением, на основе спектральных преобразований, с использованием метода Монте-Карло (реакция на воздействия случайного характера) и т. п.

Simulink автоматизирует следующий, наиболее трудоёмкий этап моделирования: он составляет и решает сложные системы алгебраических и дифференциальных уравнений, описывающих заданную функциональную схему (модель), обеспечивая удобный и наглядный визуальный контроль за поведением созданного пользователем виртуального устройства – достаточно уточнить (если нужно) вид анализа и запустить Simulink в режиме симуляции созданной модели системы или устройства.

Ценность пакета Simulink заключается и в обширной, открытой для изучения и модификации библиотеке компонентов (блоков). Она включает источники сигналов с практически любыми временными зависимостями, масштабирующие, линейные и нелинейные преобразователи с разнообразными формами передаточных характеристик, квантующее устройство, интегрирующие и дифференцирующие блоки и т. д. Кроме этого пакет Simulink включает в себя отдельные специализированные библиотеки.

Одним из важных достоинств пакета Simulink, является возможность задания произвольных математических выражений прямо в блоках, что даёт возможность получить решение типовых задач, пользуясь уже готовыми примерами пакета Simulink или же задавая свои выражения, описывающие работу систем и устройств, моделируемых пользователем. Одним из важных свойств пакета является возможность задания системных функций (S-функций) с добавлением их в состав библиотек Simulink. Необходимо также отметить возможность моделирования устройств и систем в реальном масштабе времени.

Главное преимущество Simulink – это совместимость не только с системой MATLAB, но и с рядом других пакетов расширения, что обеспечивает, по существу, неограниченные возможности применения Simulink для решения практически любых задач имитационного и событийного моделирования.

#### 4.1 Имитационное моделирование адаптивных системы управления линейным SISO-объектом с явно эталонной моделью

Для построения структурной схемы АСЯЭМ в пространстве состояния, воспользуемся следующим математическим описанием:

1) для эталонной модели:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{dx_{1M}}{dt} \\ \frac{dx_{2M}}{dt} \\ \frac{dx_{3M}}{dt} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{3M} & a_{2M} & a_{1M} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{1M} \\ x_{2M} \\ x_{3M} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{1M} \end{pmatrix} \cdot q = \\ &= \begin{pmatrix} x_{2M} \\ x_{3M} \\ a_{3M}x_{1M} + a_{2M}x_{2M} + a_{1M}x_{3M} + b_{1M}q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2M} \\ x_{3M} \\ -6x_{1M} - 11x_{2M} - 5.6x_{3M} + 2q \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

2) для объекта управления:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_3 & a_2 & a_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \end{pmatrix} \cdot \left( Kq + (C_1 \ C_2 \ C_3) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} f_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} x_2 + f_1 \\ x_3 \\ a_3x_1 + a_2x_2 + a_1x_3 + b_1(Kq + C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3) \end{pmatrix}_1 = \\ &= \begin{pmatrix} x_2 + f_1 \\ x_3 \\ -5x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 1.5(45q + 20x_1 + 20x_2 + 30x_3) \end{pmatrix}_1; \end{aligned}$$

3) для К-регулятора:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \alpha \cdot g^T \cdot (x_m - x) \cdot q = K \cdot (g_1 \cdot (x_{M1} - x_1) + g_2 \cdot (x_{M2} - x_2) + g_3 \cdot (x_{M3} - x_3)) \cdot q = \\ &= 45 \cdot (1 \cdot (x_{M1} - x_1) + 3.89 \cdot (x_{M2} - x_2) + 3.228 \cdot (x_{M3} - x_3)) \cdot q \end{aligned}$$

4) для С-регулятора:

$$\begin{pmatrix} \frac{dC_1}{dt} \\ \frac{dC_2}{dt} \\ \frac{dC_3}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot (g_1 \quad g_2 \quad g_3) \cdot \begin{pmatrix} x_{M1} - x_1 \\ x_{M2} - x_2 \\ x_{M3} - x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_1}{dt} &= \beta_1 \cdot x_1 \cdot (g_1 \cdot (x_{M1} - x_1) + g_2 \cdot (x_{M2} - x_2) + g_3 \cdot (x_{M3} - x_3)) = \\ &= 20 \cdot x_1 \cdot ((x_{M1} - x_1) + 3.89 \cdot (x_{M2} - x_2) + 3.228 \cdot (x_{M3} - x_3)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_2}{dt} &= \beta_2 \cdot x_2 \cdot (g_1 \cdot (x_{M1} - x_1) + g_2 \cdot (x_{M2} - x_2) + g_3 \cdot (x_{M3} - x_3)) = \\ &= 20 \cdot x_2 \cdot ((x_{M1} - x_1) + 3.89 \cdot (x_{M2} - x_2) + 3.228 \cdot (x_{M3} - x_3)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_3}{dt} &= \beta_3 \cdot x_3 \cdot (g_1 \cdot (x_{M1} - x_1) + g_2 \cdot (x_{M2} - x_2) + g_3 \cdot (x_{M3} - x_3)) = \\ &= 30 \cdot x_3 \cdot ((x_{M1} - x_1) + 3.89 \cdot (x_{M2} - x_2) + 3.228 \cdot (x_{M3} - x_3)); \end{aligned}$$

где  $\alpha$  и  $\beta_i$  – постоянные коэффициенты, значения которых подбираются на этапе имитационного моделирования.

Исходя из полученных математических описаний в векторно-матричной форме, была построена структурная Simulink-схема АСЯЭМ, представленная на рисунке 2.

На рисунке 3, показан график выходов ОУ с действующей на него помехой и ЭМ. Ниже, на рисунках 4, 5 приведены графики ошибки рассогласования выходов ОУ и ЭМ и сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ. На рисунке 6 показан характер самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора  $K$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ .

Сравнив значения пространства состояний ОУ и ЭМ, а также исходя из того,

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		64



что параметры регулятора стали постоянными (рисунки 3 и 6) можно сделать вывод о том, что было обеспечено динамическое соответствие поведения объекта и эталонной модели. Алгоритмы настройки  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $K$  со временем принимают постоянные значения, а значит процесс адаптации завершается. Причем ошибка не превышает значение  $10^{-3}$ .

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		65

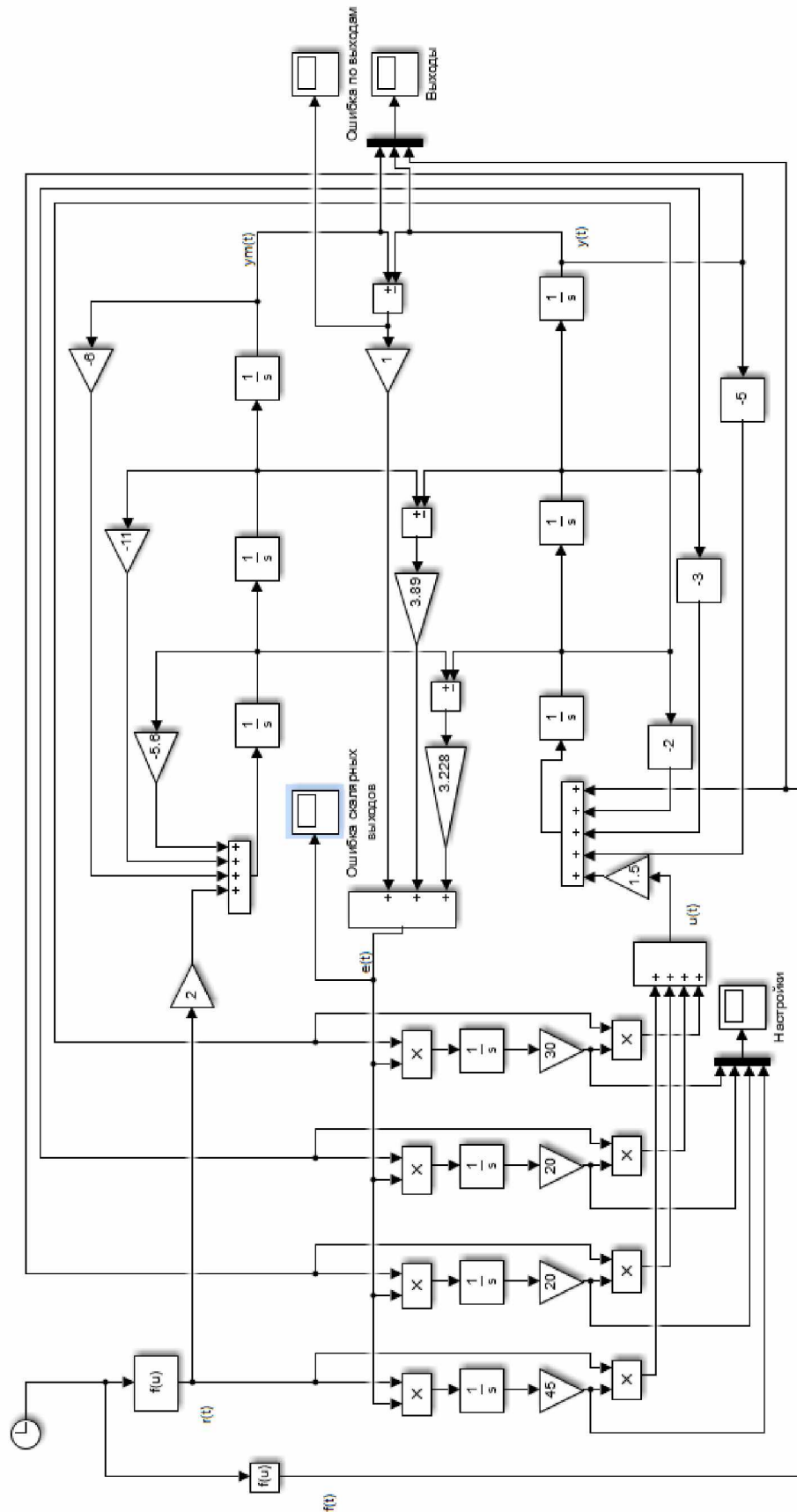


Рисунок 6 – Адаптивная система управления с явной эталонной моделью и возможностью измерения переменных состояния объекта

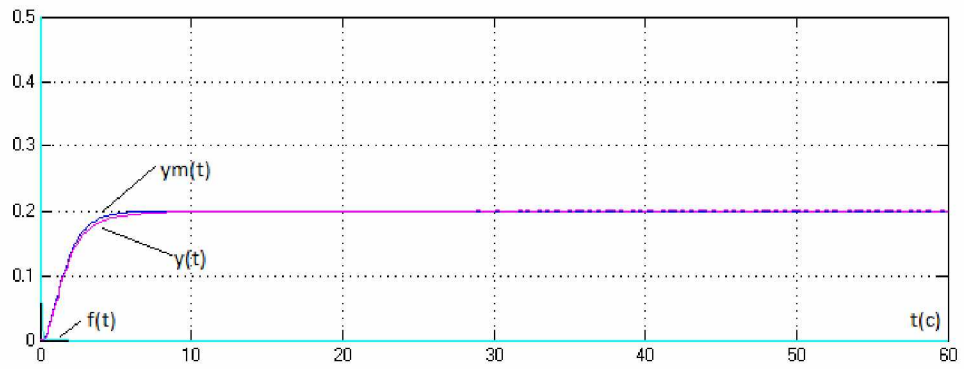


Рисунок 7 – График выходов ОУ, ЭМ и помеха

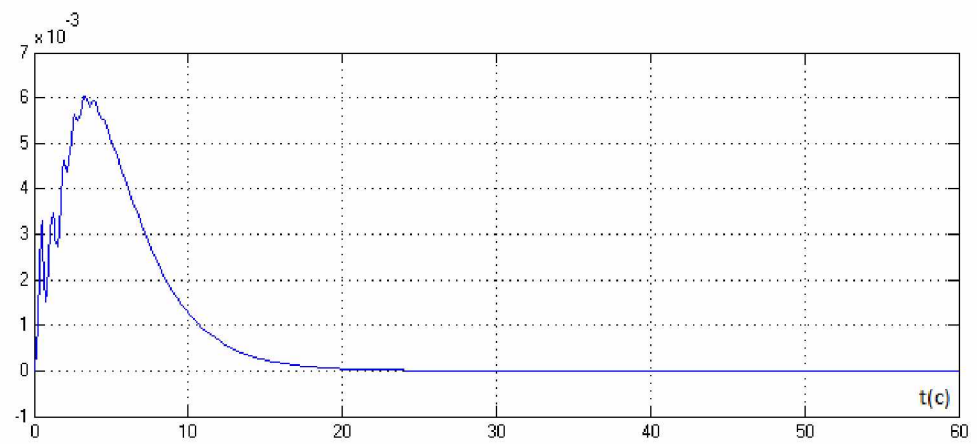


Рисунок 8 – Ошибка рассогласования выходов ОУ и ЭМ

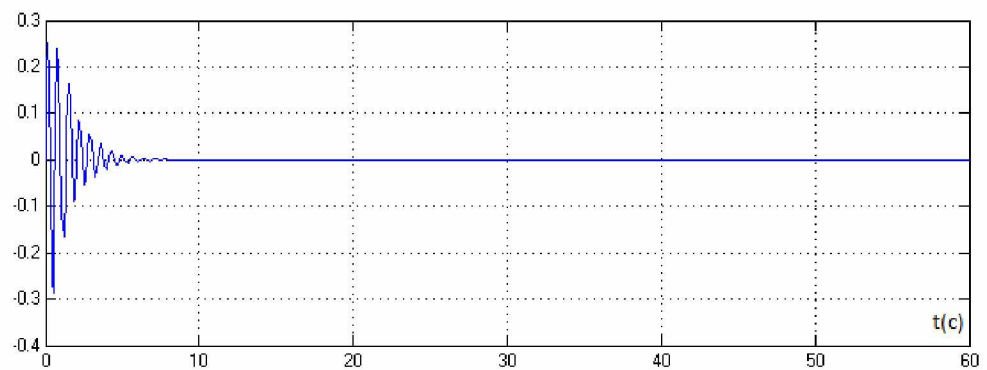


Рисунок 9 – Сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ

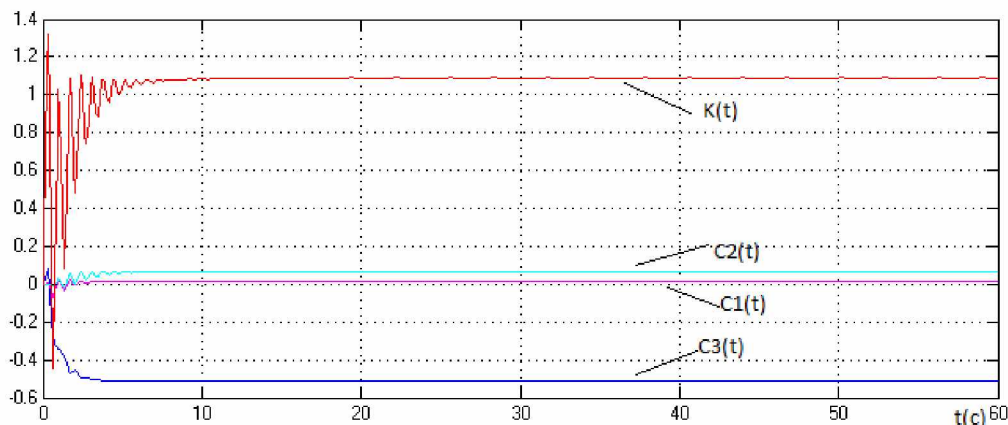


Рисунок 10 – Самонастройка коэффициентов адаптивного регулятора

#### 4.2 Имитационное моделирование адаптивной системы управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния

В этом случае будем считать, что априорно неопределенный, неустойчивый объект (4.1), (4.2) имеет следующие числовые значения соответствующих матриц и векторов

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C^T = (1 \ 0 \ 0),$$

задающее воздействие определено уравнением  $r(t) = (0.6 \sin(0.2t) - 0.6 \sin(0.1t))1.1 \sin(0.25t)$ ,

возмущение задано в виде

$$f(t) = 0.5 \cdot \sin(0.2t).$$

Эталонная модель представленной в системе в явно-неявном виде, состоит из двух частей. Явная часть представляет собой аperiodическое звено первого порядка. Неявная часть представляет собой линейного компенсатор порядка (n-1) идентичный числителю передаточной функции ФК для получения выхода.

Параметры эталонной модели (4.4) зададим в виде

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C_m^T = (1 \ 0 \ 0), g^T = (1 \ 2 \ 1).$$

Параметры адаптивного регулятора (4.6) с алгоритмами самонастройки (4.43), выберем следующим образом:

$$\begin{cases} K = 1000 \\ C_1 = 500; C_2 = 950; C_3 = 900; \Delta = 0,001 \end{cases}$$

Для ФК (4.7) был задан полином  $\delta = s^2 + 2s + 1$  и определён параметр  $T^* = 0,001$  исходя из соотношения (4.26), и  $T = 1$ , для получения достаточно малой зоны диссипативности при имитационном моделировании. Подставив данные в передаточную функцию ФК (4.8) получим:

$$W_F = \frac{(1s+1)(1s+1)}{(0,001s+1)(0,001s+1)} = \frac{s^2 + 2s + 1}{0,000001s^2 + 0,002s + 1}.$$

Simulink-схема системы показана на рисунке 12.

Полученная в результате динамика переходных процессов, показана на рисунках 13,14,15,16.

На рисунке 13 показаны выходы ОУ и ЭМ, и действующая на ОУ помеха, видно, что график выхода ОУ ( $y(t)$ ) и ЭМ ( $y_m(t)$ ) полностью повторяют друг друга.

На рисунке 14 показана ошибка рассогласования выходов ОУ и ЭМ из графика видно, что ошибка рассогласования графиков ОУ и ЭМ меньше 1%, что говорит о том, что система обладает хорошим качеством работы и в случае неустойчивого объекта также успешно справляется с исчезающим возмущением.

					Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	69

На рисунке 15 показан сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ. Видно, что сигнал стремится к нулю, что говорит о том, что система хорошо справляется с задачей управления.

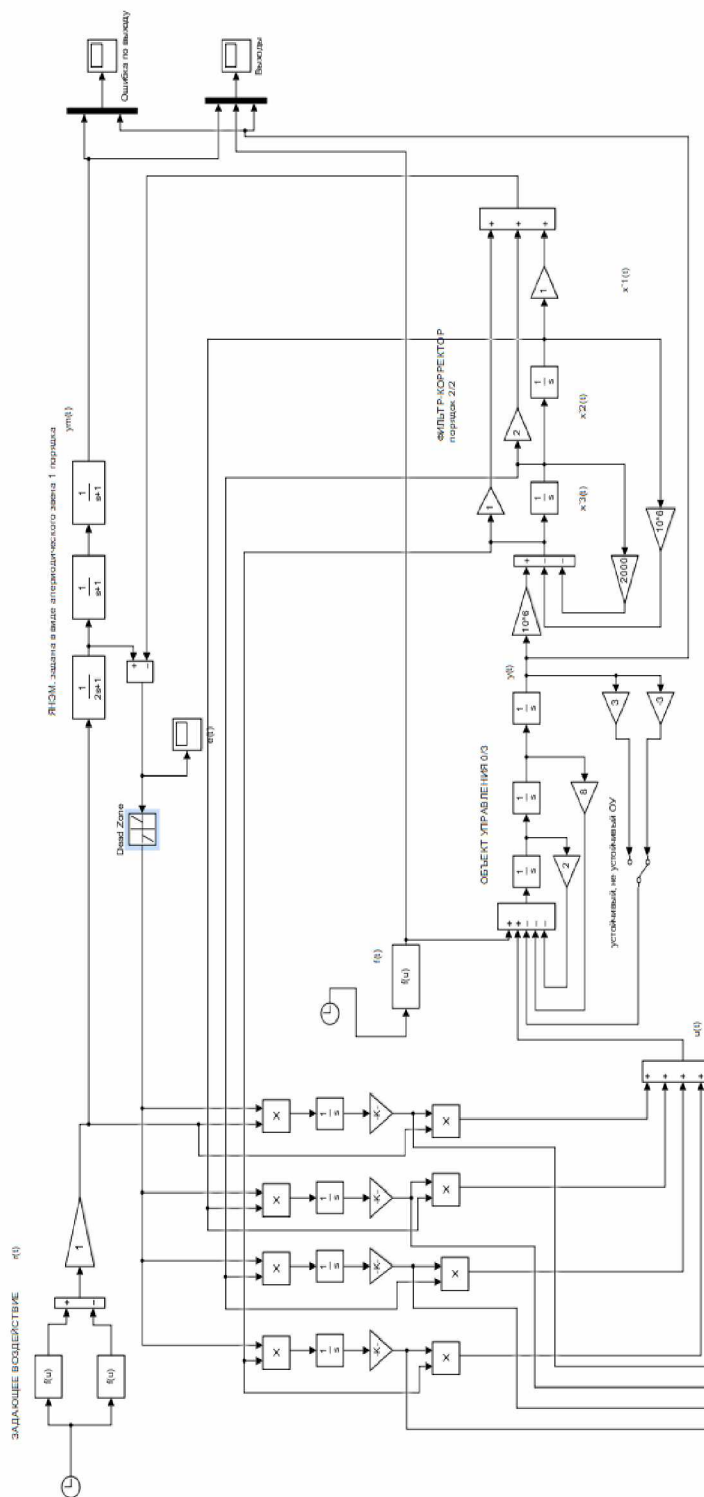


Рисунок 11 – Система управления с объектом порядка  $p=3$  и ФК

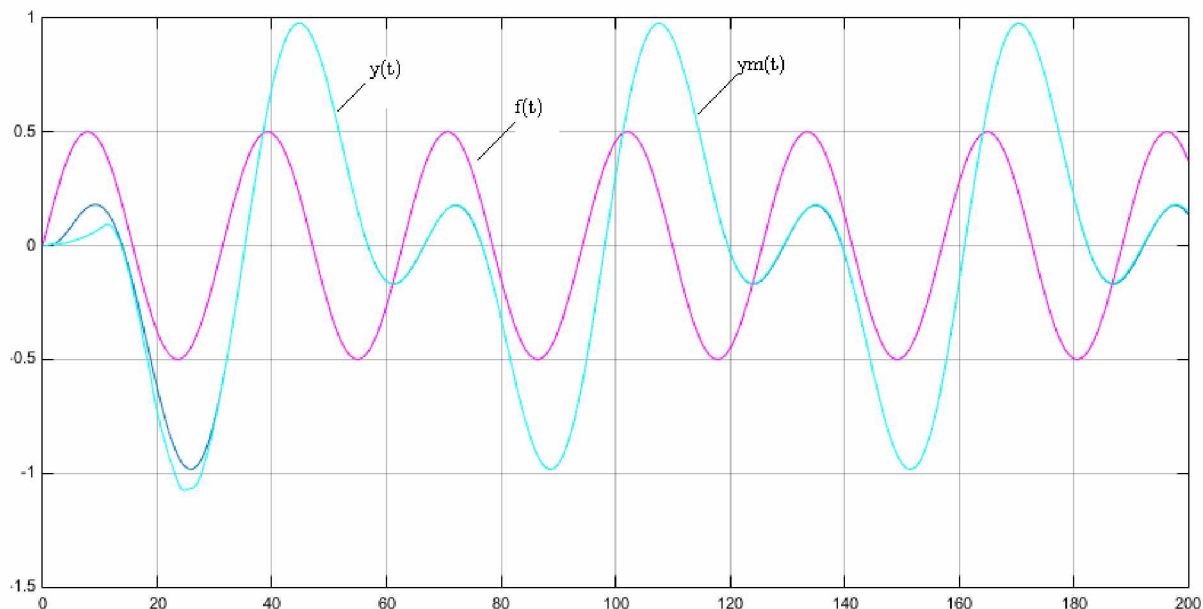


Рисунок 12 – График выходов ОУ, ЭМ и помеха

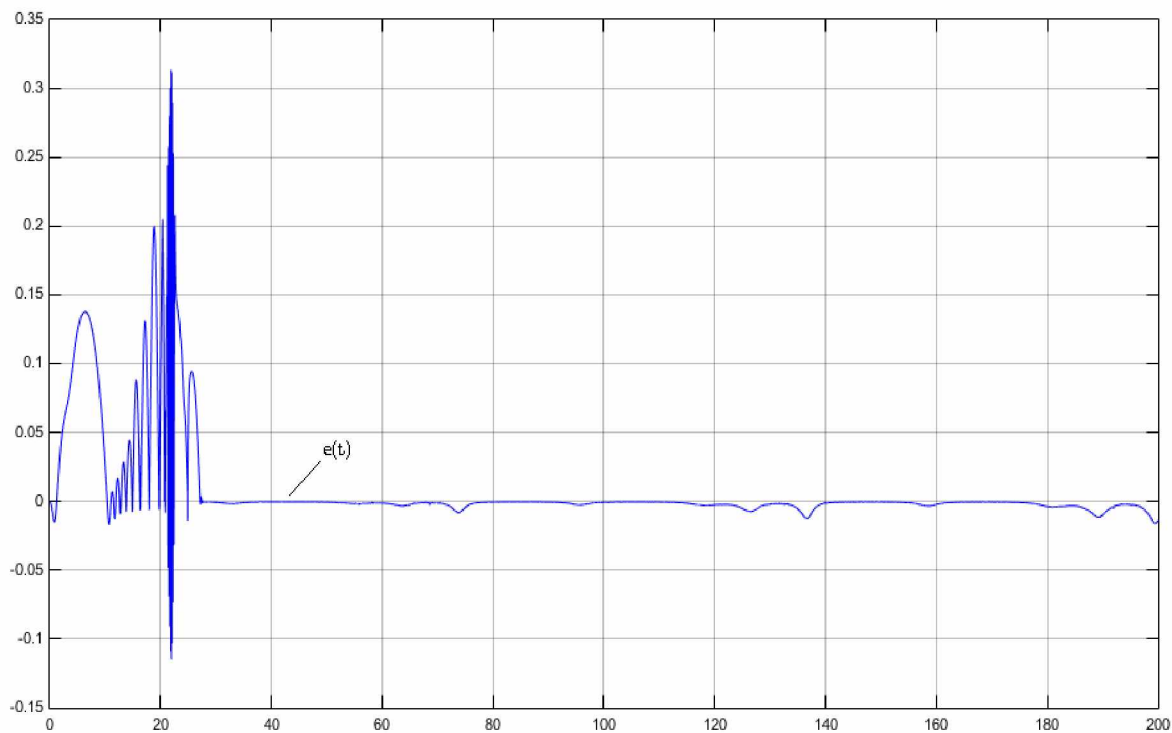


Рисунок 13 – Ошибка рассогласования выходов ОУ и ЭМ

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

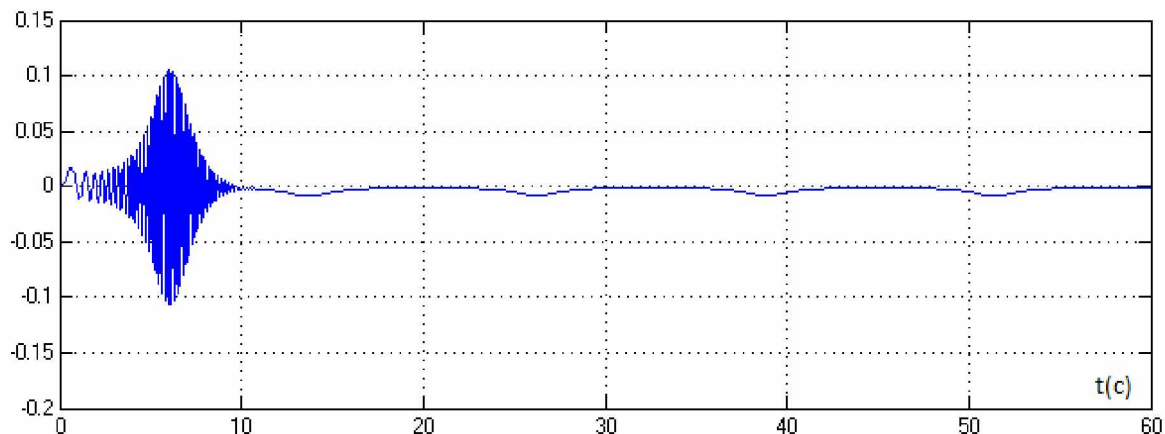


Рисунок 14 – Сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ

На рисунке 16 показан характер самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора  $K, C_1, C_2, C_3$ .

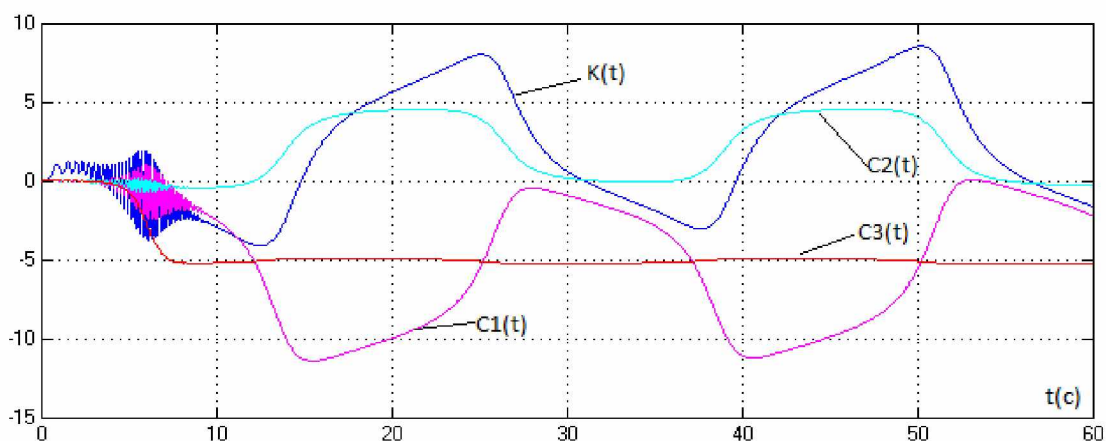


Рисунок 15 – Самонастройка коэффициентов адаптивного регулятора

#### 4.4 Имитационное моделирование адаптивно-робастной системы управления линейным SISO-объектом с явно-неявной эталонной моделью в условиях помех без измерения переменных состояния

В третьем случае будем считать, что априорно неопределенный, неустойчивый объект (4.1), (4.2) имеет следующие числовые значения соответствующих матриц и векторов

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C^T = (1 \quad 2.5 \quad 0),$$



задающее воздействие определено уравнением

$$r(t) = \sin(0.25t),$$

возмущение задано в виде

$$f(t) = 0.5 \cdot \sin(0.2t).$$

Эталонная модель представленной в системе в явно-неявном виде, состоит из двух частей. Явная часть представляет собой апериодическое звено первого порядка. Неявная часть представляет собой линейного компенсатор порядка (n-1) для получения выхода.

Параметры эталонной модели (4.4) зададим в виде

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C_m^T = (1 \ 0 \ 0), g^T = (1 \ 2 \ 1),$$

Параметры адаптивного регулятора (4.6) с алгоритмами самонастройки (4.43), выберем следующим образом:

$$\begin{cases} K = 1000, \\ C_1 = 500, \\ C_2 = 950, \\ C_3 = 900, \\ \chi_0 = 950, \end{cases}$$

Для ФК (4.7) был задан полином  $\delta = s^2 + 2s + 1$  и определён параметр  $T^* = 0,001$  исходя из соотношения (4.26), и  $T = 1$ , для получения достаточно малой зоны диссипативности при имитационном моделировании.

Подставив данные в передаточную функцию ФК (4.10) получим:

$$W_F = \frac{(1s + 1)(1s + 1)}{(0,001s + 1)(1s + 1)} = \frac{s^2 + 2s + 1}{0,001s^2 + 1,001s + 1}$$

Simulink-схема системы показана на рисунке 17.

Полученная в результате динамика переходных процессов, показана на рисунках 18,19,20,21.

На рисунке 18 показаны выходы ОУ и ЭМ, и действующая на ОУ помеха(f(t)), видно, что график выхода ОУ (y(t)) и ЭМ (ym(t)) полностью повторяют друг друга.

На рисунке 19 показана ошибка рассогласования выходов ОУ и ЭМ из графика видно, что ошибка рассогласования графиков ОУ и ЭМ меньше 1%, что говорит о том, что система обладает хорошим качеством работы и в случае неустойчивого объекта также успешно справляется с исчезающим возмущением.

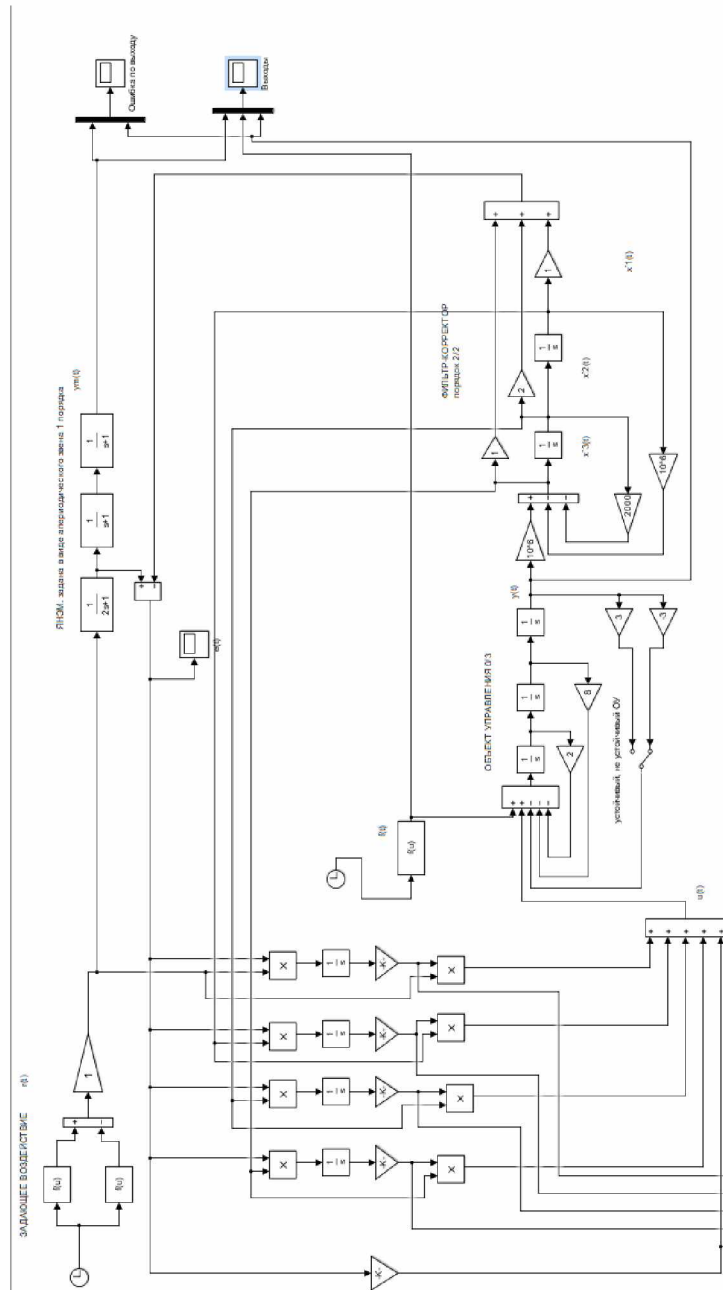


Рисунок 16 – Система управления с объектом порядка  $p=3$  и ФК

На рисунке 20 показан сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ. Видно, что сигнал стремится к нулю, что говорит о том, что система хорошо справляется с задачей управления.

На рисунке 21 показан характер самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора  $K$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ .

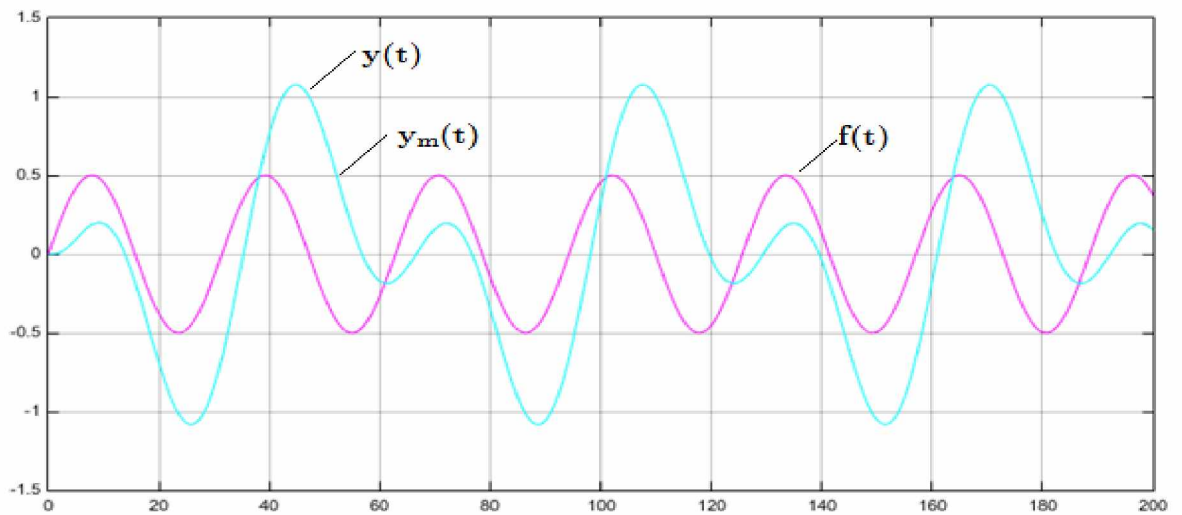


Рисунок 17 – График выходов ОУ, ЭМ и помеха

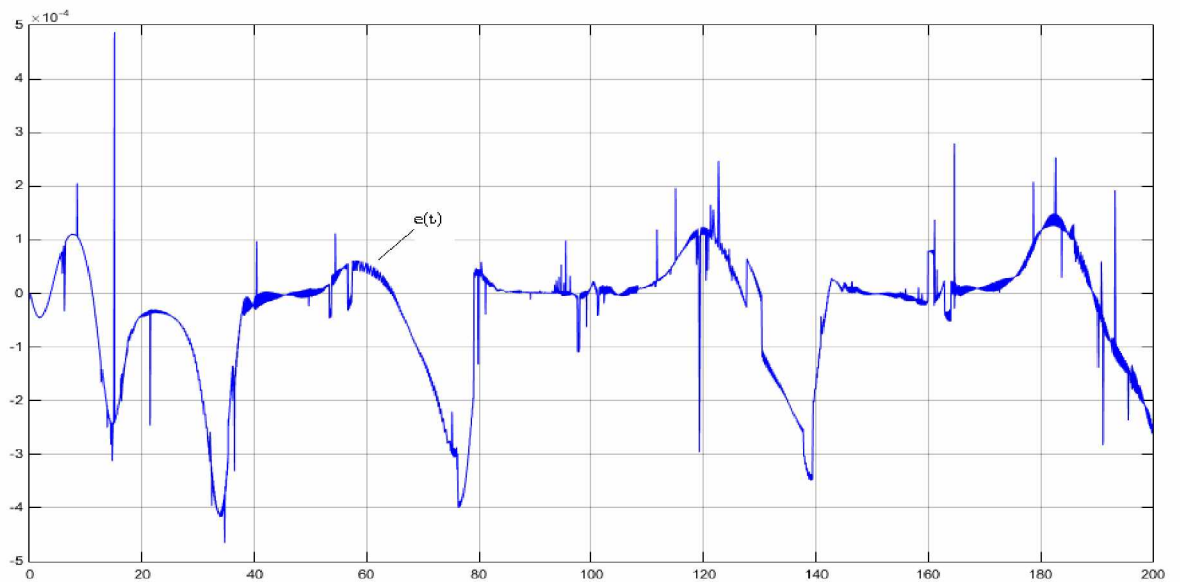


Рисунок 18 – Ошибка рассогласования выходов ОУ и ЭМ

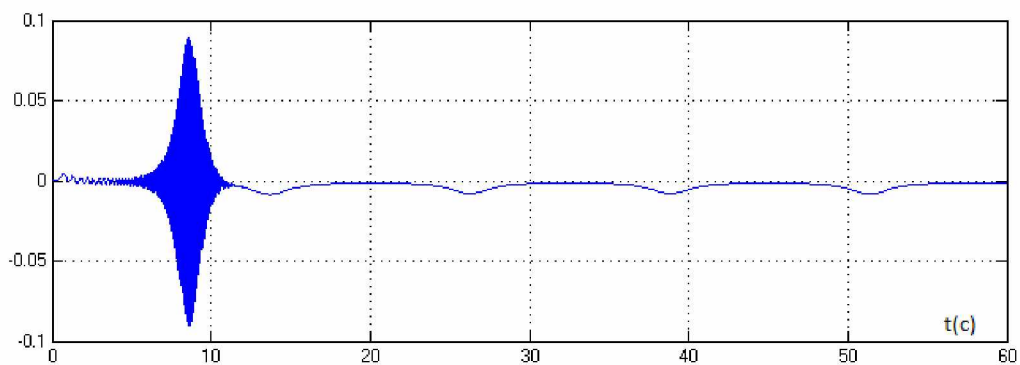


Рисунок 19 – Сигнал рассогласования обобщенных выходов ОУ и ЭМ

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

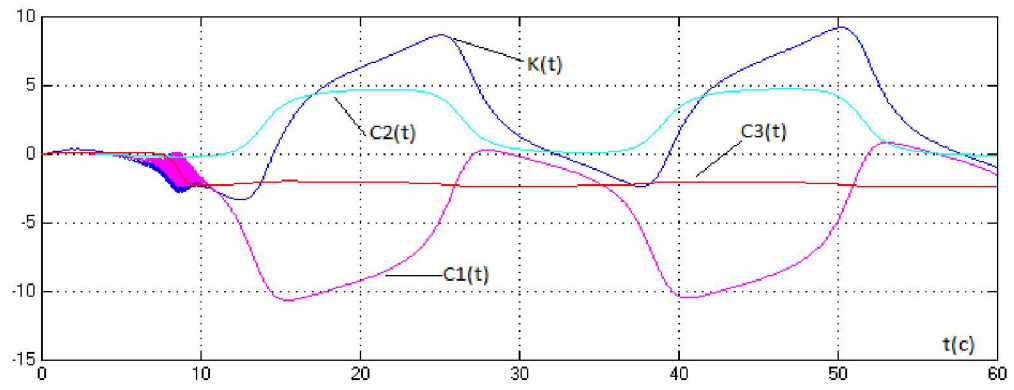


Рисунок 20– Самонастройка коэффициентов адаптивного регулятора

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были получены теоретические результаты, позволяющие решать важную научно-техническую проблему – комбинирование фильтра переменных состояния и фильтр-корретора в одном устройстве, и использование его при построение адаптивных систем управления. Полученные результаты базируются на единой методологической основе – применении критерия гиперустойчивости.

В ходе работы были исследованы адаптивные алгоритмы для априорно неопределенного объекта, функционирующего в условиях постоянно действующего возмущения, и переменные состояния которого не доступны измерению. Полученные алгоритмы обладают достаточно простой структурой и хорошим качеством работы системы в целом. Простота реализации системы достигается за счёт использования для задания желаемой динамики системы явно-неявную эталонную модель.

Для переменных состояния объекта, недоступных прямым измерениям, в работе с помощью дополнительных устройств (фильтр переменных состояния; комбинированный фильтр; фильтр-корректор) была получена оценка, используемая в алгоритмах управления. Верхняя граница параметра  $T$ , при которой система управления является работоспособной, определяется из неравенств, однако, как показывают результаты серии вычислительных экспериментов, выбор данного параметра позволяет значительно уменьшать зону диссипативности, тем самым улучшая качество функционирования нелинейной системы.

Рассмотренный в данной работе подход к синтезу АСЯНЭМ, позволяет расширить класс адаптивности для объектов управления, функционирование которых происходит в условиях априорной неопределенности. Этот подход позволяет применить процедуру беспойсковой адаптации для настройки параметров регуляторов. Как показали результаты моделирования, выполненные с применением разработанной системы имитационного моделирования, синтезированные АСЯНЭМ обладают высоким качеством управления при

									Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					78

изменении параметров объекта управления в широком диапазоне.

Практическая значимость полученных алгоритмов адаптивного управления заключается в существенном упрощении их структуры, высокой универсальности и сохранении желаемого качества функционирования в условиях априорной неопределенности объектов, при наличии внешних возмущений.

Такие алгоритмы применяются для управления линейной системой, или системой с переменными параметрами. К примерам таких систем относят, например, асинхронные машины, транспортные средства на магнитной подушке, магнитные подшипники и т.п.

Среди механических систем можно назвать инверсный маятник, подъемно транспортные машины, роботы, шагающие машины, подводные аппараты, самолеты, ракеты, многие виды управляемого высокоточного оружия и т.п.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Голубев, А.Е. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотических наблюдателем /А.Е. Голубев, А.П. Крищенко, С.Б. Ткачев. – АиТ. – 2005. – №7. – С.3-42.

2 Дьяков, В.П. Справочник по применению системы PC Matlab. Серия: Работа с ПК /В.П. Дьяков. – М.: Физматлит, 1993. – 112 с.

3 Еремин, Е.Л. Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, 2005. – № 1(9). – С.117-123.

4 Еремин, Е.Л. Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, – 2005. – №1 (09). – С.122-128.

5 Еремин, Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I. /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, – 2006. – № 2(12). – С. 94-101.

6 Еремин, Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II. /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, – 2007. – № 1(13). – С.130-139.

7 Еремин, Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III. /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, – 2007. – № 2(14). – С.153-164.

8 Еремин, Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурных возмущениях. IV /Е.Л. Еремин. – Информатика и системы управления, – 2013. – № 2(36). – С.100-106.

9 Еремин, Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем /Е.Л. Еремин, Д.А. Теличенко. – Мехатроника. Автоматизация. Управление, – 2006. – № 6. – С.9-16.

										Лист
										80
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						



10 Еремин, Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем /Е.Л. Еремин, Д.А. Теличенко. – Мехатроника, автоматизация, управление, – 2006. – №6. – С.9-16.

11 Еремин, Е.Л. Циклический режим в системе робастного управления манипулятором Барретта /Е.Л. Еремин, Д.А. Теличенко, Е.А. Шеленок, – Вестник ТОГУ, – 2010. – № 3(18). – С.23-32.

12 Еремин, Е.Л. Робастная система управления с фильтр-корректором для объекта с запаздыванием /Е.Л. Еремин, Л.В. Чепак. – Информатика и системы управления, – 2014. – № 2(40). – С.138-146.

13 Еремин, Е.Л. Алгоритмы робастного нелинейного управления нестационарными скалярными объектами /Е.Л. Еремин, Л.В. Чепак. – Информатика и системы управления, – 2007. – № 1(13). – С.149-160.

14 Еремин, Е.Л. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости /Е.Л. Еремин, А.М. Цыкунов, – Бишкек: Илим, 1992. – С.182.

15 Landau, I.D. Adaptive control systems: the model reference approach /I.D. Landau, – N.Y.: Marsel Dekker, 1979. – 432 с.

16 Лурье, А.И. К теории устойчивости регулируемых систем /А.И. Лурье, В.Н. Постников. – Прикладная математика и механика, – 1994. – № 8. Вып. 3. – С.246-248.

17 Попов, В.М. Гиперустойчивость автоматических систем /В.М. Попов. //– М.: Наука, 1970. – 456 с.

18 Потемкин, В.Г. Система MATLAB 5 для студентов /В.Г.Потемкин, П.И.Рудаков. – 2-е изд., исправленное и дополненное – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999. – 448 с.

19 Фомин, В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами/В.Н. Фомин, А.Л. Фрадков, В.А. Якубович. – М.: Наука, 1981. – 448 с.

20 Фрадков, А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы /А.Л. Фрадков. – М.: Наука; Гл. ред. физ.мат.лит., 1990. – 296 с.

											Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата							81

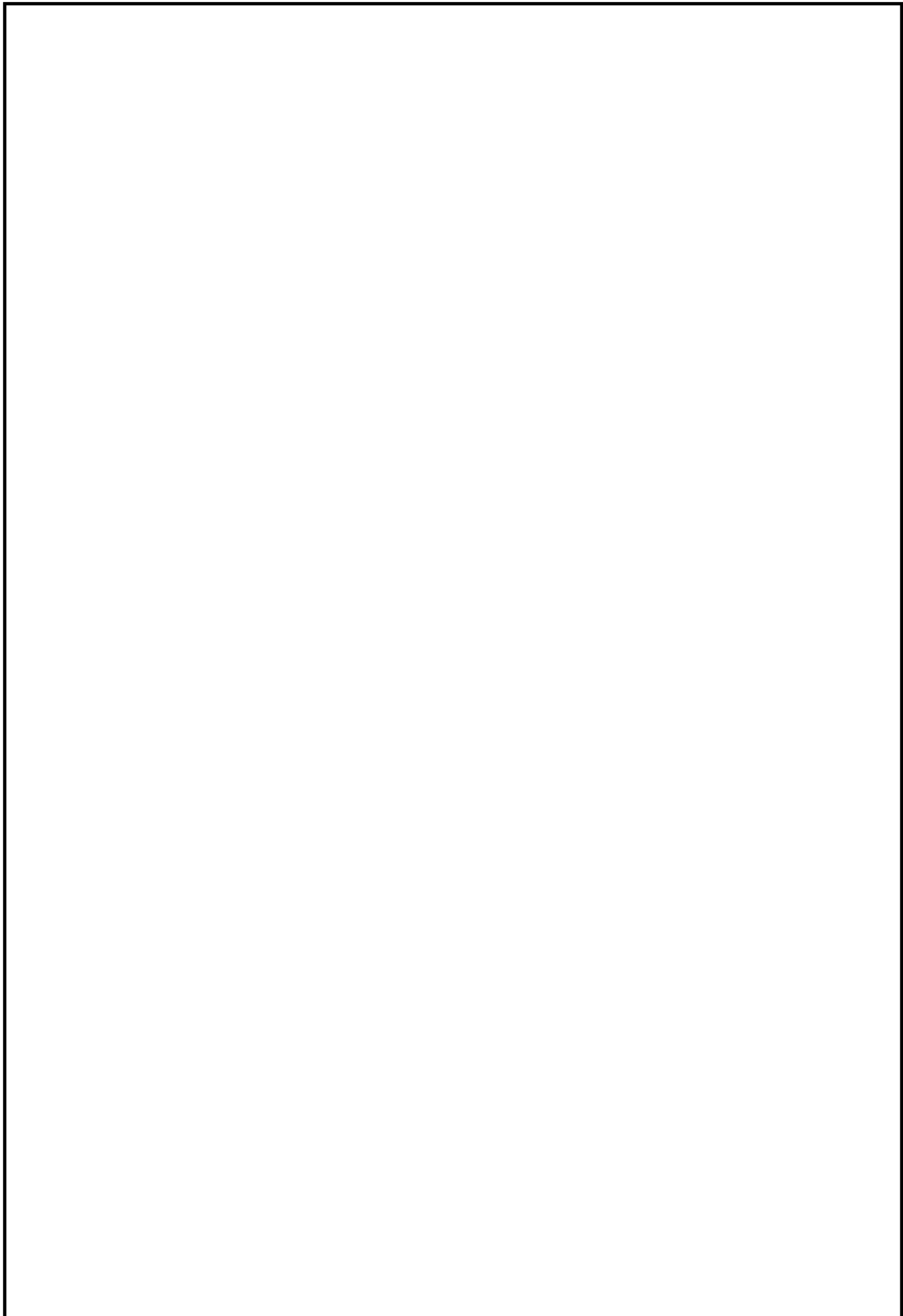
21 Якубович, В.А. К теории адаптивных систем /В.А. Якубович. //– ДАН СССР, – 1968. Т. 183. – С.518-521.

22 Справочник по теории автоматического управления //Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

23 Якубович, В.А. Абсолютная неустойчивость нелинейных систем управления /В.А. Якубович. – Автоматика и телемеханика. – 1970. – № 12.1. – С.5-14.

24 Якубович, В.А. Частотная теорема в теории управления /В.А. Якубович. – Сиб. Мат. журн. – 1973. – №2. – С.384-420.

25 Красносельский, Р.А. Исследование алгоритмов адаптивной системы слежения для линейного SISO-объекта в условиях помех/ Р.А. Красносельский. – сб. науч. тр. – Хабаровск, – 2016. – С.176-185.



						<i>Лист</i>
						83
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		