

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Амурский государственный университет»
Кафедра «Физики»

Цифровая обработка многомерных сигналов
Сборник учебно-методических материалов

для направления подготовки 03.03.02 – «Физика»

Благовещенск 2017

УДК 681.7/06

ББК

К55

Цифровая обработка многомерных сигналов. Сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 03.03.02 – « Физика».

/ сост. И.Б. Копылова,– Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2017.

Сборник учебно-методических материалов содержит методические рекомендации для работы студента на лекционных и лабораторных занятиях, выполнению отчетов по лабораторному практикуму. Приведен краткий конспект лекций, вопросы к экзамену. Данное пособие можно использовать при изучении дисциплины «методы обработки многомерных сигналов и изображений» и других дисциплин, связанных с обработкой цифровых сигналов и изображений.

Для специальности 03.04.02 – «физика». Для студентов физических отделений высших учебных заведений.

Составитель: И.Б. Копылова, к.ф.-м.н., доцент.

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «Цифровая обработка многомерных сигналов»

Цель изучения дисциплины «Цифровая обработка многомерных сигналов»: изучение основ теории многомерных сигналов, способов описания различных видов изображения. Изучение способов квантования изображений и обработки изображений с помощью средств вычислительной техники, методов цифровой фильтрации и параметрического спектрального анализа.

Необходимость обработки изображений возникает исходя из необходимости получения информации из различных источников, в том числе с использованием изображений. Изображения, в свою очередь можно получить различными методами – фотосъемка видеосъемка, рентгеновские изображения, томографические изображения, акустические, медицинские и т.д.

Используя единый подход к описанию изображений, полученных различными способами, можно получить более качественные изображения, а значит и более детализировать наблюдаемый объект

При изучении дисциплины рассматриваются основы математического описания многомерного сигнала, теории матриц и линейных операторов. Рассматриваются способы получения квантованных изображений и их обработка, вопросы воспроизведения исходных изображений; оценки качества квантования. Методы спектрального разложения изображения и возможность применения преобразований, хорошо известных в математике: преобразования Фурье, унитарных преобразований и т.д.

В совокупности с выполнением лабораторных работ студент получает навыки обработки изображений с помощью прикладного пакета программ MATLAB.

Целями освоения дисциплины «Цифровая обработка многомерных сигналов» являются:

1. Изучение основ теории многомерных сигналов, способов описания различных видов изображения.
2. Изучение способов квантования изображений и обработки изображений с помощью средств вычислительной техники, методов цифровой фильтрации и параметрического спектрального анализа.

Задачи дисциплины:

1. Изучить методы и принципы обработки видеосигналов, особенности обработки информации в различных областях науки и техники.
2. Изучить основные положения теории преобразования многомерных сигналов, методы кодирования графической информации, методы двухмерной обработки многомерных сигналов.
3. Сформировать навыки обработки и преобразования изображений с помощью элементарных алгоритмов и программирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1. **Знать:** теоретические основы теории многомерных сигналов, преобразования сигналов в процессе передачи и приема; алгоритмы преобразования и обработки видеоизображений, методы цифровой фильтрации и параметрического спектрального анализа. Иметь представление о зависимости архитектуры системы ЦОС от требований задачи, о перспективных методах цифровой обработки сигналов.
2. **Уметь:** выполнять простейшие преобразования изображений с помощью стандартных алгоритмов и программирования, использовать теоретические знания для алгоритмического проектирования систем ЦОС, использовать типовые инструментальные

средства и пакеты прикладных программ для решения конкретных прикладных задач обработки сигналов на ЭВМ.

3. **Владеть:** математическими методами обработки и анализа многомерных сигналов; преобразования изображений, оценки погрешности преобразований и устранения наиболее часто встречающихся искажений сигналов

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Введение

Предмет и основные понятия дисциплины. Особенности обработки визуальной информации. Задачи цифровой обработки данных (сигналов), основанных на использовании спектральных методов, математический аппарат, используемый для обработки данных ряды и интегралы Фурье, Z-преобразование.

2. Особенности восприятия графической информации человеком. Методы кодирования графической информации. Способы ввода изображений в ЭВМ

Визуальная информация Методы кодирования графической информации. Цифровая визуальная информация. Аппаратные средства ввода изображения в память ЭВМ.

Методы сжатия информации при представлении в ЭВМ. Сжатие с потерями и без потерь. Разностное квантование. Методы дельта модуляции. Сжатие на основе MPEG технологии, сжатие речевых сигналов.

3. Непрерывные изображения. Математическое описание непрерывных изображений

Математические модели описания непрерывных изображений. Двумерные системы. Сингулярные операторы. Линейные и дифференциальные операторы двумерных систем.

4. Двухмерное преобразование Фурье (ДПФ) и его основные свойства. Анализ линейных систем с помощью ДПФ

Двумерное преобразование Фурье. Свойства ДПФ. Анализ линейных систем с помощью ДПФ. Применение ДПФ для анализа гармонических сигналов, частотная характеристика ДПФ, боковые лепестки, модуляция спектра Методы улучшения характеристик ДПФ при использовании окон. Спектральный анализ случайных процессов с использованием ДПФ. Методы сглаживания оценок спектра. Обнаружение гармонических сигналов на фоне шума с использованием ДПФ. Вычисление корреляционных функций. Реализация пространственно-временной обработки сигналов в спектральной области. Методы гомоморфной обработки.

5. Способы дискретизации и восстановления непрерывных изображений.

Дискретизация и восстановление непрерывных изображений. Классификация методов дискретизации. Спектральный подход: теорема Котельникова и условия её применения. Дискретизация многомерных сигналов. Квантование по уровню, характеристики шумов квантования. Нелинейное и оптимальное квантование.

6. Математическое описание дискретных изображений. Векторное представление изображений.

Математическое описание дискретных изображений. Векторное представление изображений. Статическое описание дискретных изображений. Модели плотностей вероятности дискретных изображений. Гауссова плотность. Одномерное распределение вероятностей – гистограмма.

7. Квантование изображений. Квантование скалярной величины. Квантование векторной величины. Оптимизация квантования. Выражение Пантера – Дайтта.

Квантование изображений: квантование векторной и скалярной величины. Оптимальное положение уровня квантования и пороговых уровней, выражение Пойнтера – Дайтта. Оптимальное размещение пороговых уровней в зависимости от числа уровней квантования, таблица Макса. Квантование с преобразованием, характеристики прямого и обратного нелинейных преобразований для плотности вероятности Гаусса, Рэля и Лапласа. Обработка квантованных величин. Квантование двухцветных изображений. Квантование цветных изображений.

8. Дискретная линейная двумерная обработка. Линейные операторы.

Дискретная линейная двумерная обработка. Линейные операторы. Оператор суперпозиции. Дискретизированный оператор суперпозиции.

9. Дискретная линейная двумерная обработка. Двумерные унитарные преобразования.

Дискретная линейная двумерная обработка. Двумерные унитарные преобразования. Операторы унитарных преобразований. Косинусное и синусное преобразование. Преобразование Адамара. Преобразование Хаара. Преобразование Карунена-Лозва.

10. Дискретная линейная двумерная. Обработка изображений с использованием преобразования Фурье.

Двумерные методы линейной обработки изображений. Обработка с использованием преобразования Фурье. Свертка с использованием БПФ. Фильтры на основе ПФ. Псевдообращение с преобразованием.

ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

1. Цифровое изображение, формирование тестовых изображений в системе MATLAB (IPT) (случайная раскраска, использование двух цветов при формировании изображения)

2. Битовая карта изображения. Функции PIXVAL, MEAN 2.

3. Работа с контрастностью изображения (функции IMADJUST, HISTEQ). Полутоновое изображение, формирование полутонового изображения n - уровней яркости.

4. Построение гистограммы распределения яркостей элементов изображения (функция IMHIST) для маски тестового изображения. Вычисление моментов первого и второго порядка.

5. Дискретная линейная двумерная обработка. Дискретизированный оператор суперпозиции.

6. Двумерные унитарные преобразования. Двумерное дискретное преобразование Фурье.

7. Двумерные унитарные преобразования. Преобразование Адамара (Уолша).

8. Двумерные унитарные преобразования. Преобразование Хаара.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ И ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА.

1. Лабораторный практикум выполняется индивидуально каждым студентом.

2. Следует учесть, что **подготовка к практикуму** требует немало времени, поэтому целесообразно **планировать ее заранее!**

3. Для эффективной подготовки к лабораторной работе придерживайтесь следующих правил:

- Внимательно прочтите описание работы в методическом пособии по лабораторному практикуму;
- Отчет по выполнению работы формируется в процессе ее выполнения на компьютере; отчет в распечатанном виде сдается преподавателю.

4. Для **получения зачета** студент представляет преподавателю оформленный отчет со всеми необходимыми расчетами и защищает его в ходе последующего собеседования.

5. **Следует своевременно сдавать выполненные работы:** не допускается выполнение следующей работы при наличии двух выполненных, но не сданных работ!

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Реальные системы дискретизации изображений. Неидеальная дискретизация, способы устранения искажений.
2. Квантование двуцветных изображений.
3. Дискретная двумерная обработка.
4. Двумерные унитарные преобразования. Преобразование Фурье.
5. Двумерные методы линейной обработки изображений. Обработка с использованием преобразования.
6. Двумерные методы линейной обработки изображений. Фильтры на основе преобразований Фурье.
7. Двумерные методы линейной обработки изображений. Рекурсивная фильтрация.
8. Меры повышения качества дискретизированных изображений. Метрики светлоты и цвета.
9. Субъективные оценки качества изображений. Шкала общего качества (абсолютная шкала), шкала места в группе (относительная шкала), шкала погрешностей.
10. Оценка качества по контрольным сигналам и таблицам.
11. Методы представления сигналов в ЭВМ.
12. Дискретные спектральные преобразования и методы их вычисления.
13. Методы обработки сигналов в спектральной области на основе дискретных преобразований.
14. Цифровая фильтрация на ЭВМ.
15. Методы параметрического спектрального анализа.
16. Вейвлет-преобразование и его использование в задачах цифровой обработки сигналов.
17. Аппаратное и программное обеспечение систем цифровой обработки сигналов.

ТРЕБОВАНИЯ К РЕФЕРАТУ

1. Тема реферата может быть выбрана студентом из предложенного преподавателем списка, либо может быть предложена самим студентом. Тема реферата утверждается руководителем.
2. Реферат выполняется под руководством преподавателя. План реферата обязательно обсуждается с руководителем и утверждается им.
3. Реферат должен быть оформлен согласно стандарту АмГУ. Обязательным является наличие реферата, в котором определяются цель и задачи выполненной работы.
4. Содержание реферата содержит основные разделы: содержание, введение, основная часть (каждая глава основной части может иметь собственное название), заключение, библиографический список.
5. Во введении определяется круг вопросов по исследуемой проблеме, которые найдет отражение в реферате. Основная часть может состоять из нескольких глав или разделов. В заключении делается вывод по выполненному исследованию. Каждый подпункт излагается на 1 и более страницах, дробление материала на более мелкие части является нецелесообразным.
6. Объем реферат должен составлять 15-25 страниц.
7. Библиографический список должен включать не менее 5 источников, изданных за последние 10 лет. Ссылки на официальные сайты оформляются согласно требованиям стандарта. **Помните, что учебники не должны использоваться для написания реферата!**
8. Студент, не защитивший реферат, не допускается к сдаче зачета.
9. Защита реферата проводится на зачетной неделе.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Области практического применения методов обработки изображений. Дистанционное обнаружение.
2. Области практического применения методов обработки изображений. Электрокардиография. Рентгенография.
3. Области практического применения методов обработки изображений. Сейсмология.
4. Получение цифровых изображений. На примере рентгенографических систем.
5. Представление непрерывных изображений (детерминированное математическое описание). Системы воспроизведения цветных и черно-белых изображений.
6. Двухмерные системы. Линейные операторы двухмерных систем.
7. Двухмерные системы. Дифференциальные операторы двухмерных систем.
8. Двухмерные системы. Функция импульсного отклика и получение выходного изображения на выходе линейной двухмерной системы.
9. Двухмерное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье (ПФ).
10. Двухмерное преобразование Фурье. Свойство разделимости двухмерного ПФ.
11. Анализ линейных систем с помощью преобразования Фурье. (Теорема о свертке).
12. Дискретизация непрерывных изображений (процесс идеальной дискретизации). Спектр дискретизированного изображения.
13. Процесс восстановления непрерывных изображений из дискретизированных. Частотное условие для идеального восстановления изображения.
14. Квантование изображений. Задача об оптимальном положении уровня квантования.
15. Статическое описание дискретных изображений. Построение двухмерного распределения вероятностей (гистограммы первого и второго порядка).
16. Обзор методов цифровой обработки изображений. Методы обработки в частотной области. Методы обработки в пространственной области.
17. Математическое описание дискретных изображений. Алгебра матриц. Формулы для векторного описания изображений.
18. Дискретная линейная двумерная обработка. Обобщенный линейный оператор.
19. Дискретная линейная двумерная обработка. Дискретный оператор суперпозиции.
20. Дискретная линейная двумерная обработка. Дискретное преобразование Фурье.
21. Дискретное преобразование Фурье. Свойство разделимости двумерного дискретного ПФ.
22. Преобразование четное косинусное.
23. Преобразование Адамара.
24. Преобразование Хаара.
25. Дискретная линейная фильтрация. Быстрое преобразование Фурье.

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Оценка	Полнота, системность, прочность знаний	Обобщенность знаний
1	2	3
отлично	Изложение полученных знаний в устной, письменной или графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентами.	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений; свободное оперирование известными фактами и сведениями с использованием сведений из других предметов.

1	2	3
хорошо	Изложение полученных знаний в устной, письменной и графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентами после указания преподавателя на них.	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявления причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений, в которых могут быть отдельные несущественные ошибки; подтверждение изученного известными фактами и сведениями.
удовлетворительно	Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного –материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправление с помощью преподавателя.	Затруднения при выполнении существенных признаков изученного, при выявлении причинно-следственных связей и формулировке выводов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Рафаэл Гонсалес Цифровая обработка изображений [Электронный ресурс]/ Рафаэл Гонсалес, Ричард Вудс— Электрон. текстовые данные.— М.: Техносфера, 2012.— 1104 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26905> .— ЭБС «IPRbooks», по паролю

б) дополнительная литература:

1. Строгонов, А.В. Цифровая обработка сигналов в базе программируемых логических интегральных схем. [Электронный ресурс] — Электрон.дан. — СПб. : Лань, 2015. — 310 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/68427> — Загл. с экрана.

2. Волков, В.Ю. Адаптивные и инвариантные алгоритмы обнаружения объектов на изображениях и их моделирование в Matlab. [Электронный ресурс] — Электрон.дан. — СПб. : Лань, 2014. — 192 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/68475> — Загл. с экрана.

3. Магазинникова, А.Л. Основы цифровой обработки сигналов. [Электронный ресурс] — Электрон.дан. — СПб. : Лань, 2016. — 132 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/76274> — Загл. с экрана.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	2	3
1	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система IPRbooks — научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу. Контент ЭБС IPRbooks отвечает требованиям стандартов высшей школы, СПО, дополнительного и дистанционного образования. ЭБС IPRbooks в полном объеме соответствует требованиям законодательства РФ в сфере образования.

1	2	3
2	http://e.lanbook.com	Электронная библиотечная система «Издательства Лань», тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки, химия
3	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов
№	Перечень программного обеспечения (обеспеченного лицензией)	Реквизиты подтверждающих документов
4	Автоматизированная информационная библиотечная система «ИРБИС 64»	лицензия коммерческая по договору №945 от 28 ноября 2011 года
5	MS Windows 7 Pro	Операционная система MS Windows 7 Pro – DreamSparkPremiumElectronicSoftwareDelivery (3 years) Renewal по договору – Сублицензионный договор № Tr000074357/КНВ 17 от 01 марта 2016 года

КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ

Виды сигналов

Сигнал-это физический носитель информации

Представление сигнала в виде многомерных массивов чисел.

1. Большой объем данных
2. Сложный математический аппарат не отличающийся завершенностью
3. Многомерные сигналы отличаются наличием большого числа степеней свободы

M – число переменных

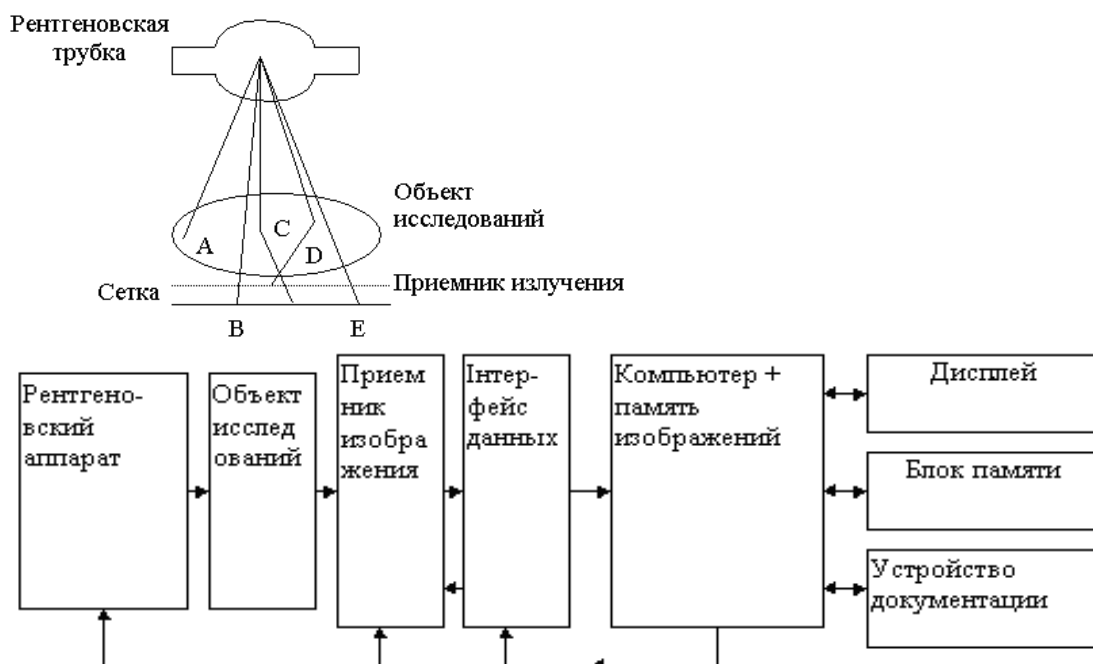
$M \geq 2$ – многомерный сигнал

Классификация сигналов

1. Непрерывный
2. Дискретный
3. Смешанный

Методы получения изображений

1. Использование рентгеновских лучей
2. Получение изображений с помощью радиоизотопов
3. Ультразвуковой метод
4. Метод ядерного магнитного резонанса



Цифровая схема формирования рентгеновского изображения

2. Получение изображений с помощью радиоизотопов

Применяется в медицине. Клиническая диагностика заболеваний человека с помощью введения в его организм радиоизотопов в индикаторном количестве. Визуализация с помощью радиоизотопов включает в себя ряд методов получения изображений, которые отражают распределение в организме меченных радионуклидами веществ. Эти вещества называются радиофармпрепаратами.

Наиболее распространенным методом этого класса является статическая изотопная визуализация в плоскости, которая называется планарной сцинтиграфией. Планарные сцинтиграммы представляют собой двумерные распределения, а именно проекции трехмерного распределения активности изотопов, которые находятся в поле зрения детектора. Применению компьютеров при исследованиях с помощью радиоизотопов, где важную роль играет томографическая и динамическая информация.

3. Ультразвуковая диагностика

Ультразвуковые методы визуализации широко применяются при разных диапазонах частот - от подводной локации и биоэхолокации (частоты до 300 КГц) до акустической микроскопии (от 12 МГц до 1 ГГц и выше). Промежуточное положение по частотам занимают ультразвуковая диагностика и терапия, а также неразрушающий контроль в промышленности.

Ультразвуковые волны распространяются довольно медленно, поэтому при характерных размерах исследуемого объекта легко измерять соответствующее время распространения, которое разрешает использовать эхо-импульсные методы для формирования акустических изображений. С другой стороны, скорость ультразвуковых волн достаточно большая для того, чтобы накапливать и реконструировать всю информацию о виде полного кадра изображения за время 80 мс. Имеется возможность наблюдать движение объектов в динамике. Ультразвуковые приборы отличаются один от другого лишь деталями.

4. Использование эффекта ядерного магнитного резонанса (ЯМР) для получения изображений

ЯМР-визуализация является одним из важных диагностических средств, сам метод еще находится на относительно ранней стадии своего развития. Само явление ядерного магнитного резонанса было открыто в 1946 году независимо Блохом и Парселлом с Паундом. Этот метод с помощью небольших изменений резонансной частоты (через

наличие околмолекулярной электронной тучи) позволяет идентифицировать ядра в разном химическом окружении.

Рядом с развитием ЯМР-спектроскопии развивались и методы визуализации - это и точечные методы, методы "быстрой" визуализации и прочие. Компьютер обеспечивает запоминание и архивирование информации, отображение результатов исследований.

Области использования цифровых изображений

1. Геофизические наблюдения
2. Сейсмологические исследования
3. Биологические исследования
4. Системы распознавания образов (локация, навигация)

Типы цифровых изображений

Для обработки изображений используются пакеты прикладных программ MATLAB и Image Processing Toolbox

Классификация изображений (по способу описания)

1. Векторные (набор графических примитивов)
2. Растровые (двумерный массив)
 - а) бинарные
 - б) полутоновые
 - в) палитровые
 - г) полноцветные

Психофизические свойства зрения

$$C(\lambda) = t(\lambda)E(\lambda)$$

$C(\lambda)$ - спектральная плотность излучения наблюдаемого света

$t(\lambda)$ - коэффициент пропускания

$E(\lambda)$ - спектральная плотность источника

Характеристики ощущения света:

светлота, цветовой тон, насыщенность

Зрительные явления

1. Контрастная чувствительность
Полосы Маха
2. Цветовая адаптация
3. Цветовая слепота

Модель цветного зрения

Сочетание в разных пропорциях трех основных цветов: красного (R), зеленого (G), синего (B).

Математическое описание непрерывных изображений:

1. Детерминированное

$$C(x, y, z, t, \lambda)$$

2. Статистическое

$$F(x, y, t)$$

$$P\{F_1, F_2, \dots, F_j, x_1, y_1, t_1, \dots, x_j, y_j, t_j\}$$

$$f = \begin{bmatrix} f(1) \\ f(2) \\ \dots \\ f(j) \\ \dots \\ f(N) \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Вектор-столбец } f \text{ размера } N \times 1 \\ f(n) - \text{элемент столбца} \\ n=1, 2, \dots, N \end{array}$$

$$h = [h(1) \ h(2) \ \dots \ h(i) \ \dots \ h(N)] - \text{вектор -строка}$$

$$F = \begin{bmatrix} F(1, 1) & F(1, 2) & \dots & F(1, N) \\ F(2, 1) & F(2, 2) & \dots & F(2, N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F(M, 1) & F(M, 2) & \dots & F(M, N) \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Матрица размера } M \times N \\ F(m, n) - \\ \text{элемент матрицы} \end{array}$$

Векторное представление изображений

$F(x, y, t)$ - Исходное изображение

$F(j_1, j_2)$ - Дискретизированное изображение в квадратной области $-J_i \leq j_i \leq J_i$

$F = [F(n_1, n_2)]$ - Матрица массива, где $1 \leq n_i \leq N_i$

$$v_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ \vdots \\ n-1 \\ n \\ n+1 \\ \vdots \\ N_2 \end{array}, \quad N_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ \vdots \\ n-1 \\ n \\ n+1 \\ \vdots \\ N_2 \end{array}$$

Статистическое описание дискретных изображений

Среднее значение матрицы

$$E\{F\} = E\{F(n_1, n_2)\}$$

$$\eta_f = E\{f\} = \sum_{n=1}^{N_2} N_n E\{F\} y_n$$

Среднее значение вектора, полученного преобразованием матрицы разверткой по столбцам

Корреляция двух элементов изображения

$$R(n_1, n_2; n_3, n_4) = E\{F(n_1, n_2)F^*(n_3, n_4)\}$$

Частотное представление сигнала

Линейные системы инвариантные к сдвигу

Входной сигнал:

$$x(n_1, n_2) = \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2)$$

Выходной сигнал:

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \exp[j\omega_1(n_1 - k_1) + j\omega_2(n_2 - k_2)] H(k_1, k_2) = \\ = \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) H(\omega_1, \omega_2)$$

Частотный отклик (частотная характеристика)

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} h(n_1 - n_2) \cdot \exp(-j\omega_1 n_1 - j\omega_2 n_2)$$

Непрерывные изображения.

Дискретизация и восстановление непрерывных изображений

Дискретизация – преобразование непрерывной величины ($x(t)$) в дискретную (x_i), при этом сохраняются её мгновенные значения только в определенные моменты времени (t_i), следовательно, при дискретизации теряется часть информации

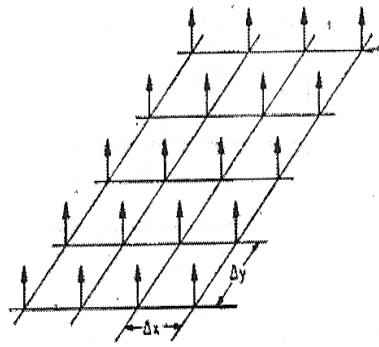
Исходная функция $F_1(x, y)$

Дискретизированная функция $S(x, y)$

$$S(x, y) = \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \delta(x - j_1 \Delta x, y - j_2 \Delta y)$$

Шаг дискретизации

$$(\Delta x, \Delta y)$$



Дискретизированное изображение

$$F_P(x, y) = \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} F_1(j_1\Delta x, j_2\Delta y) \cdot \delta(x - j_1\Delta x, y - j_2\Delta y)$$

Анализ дискретизированного изображения

Фурье спектр

$$\Phi_P(\omega_x, \omega_y) = \int \int F_P(x, y) \exp\{-i(\omega_x x, \omega_y y)\}$$

$$\hat{O}_\delta(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{4\pi^2} \Phi_1(\omega_x, \omega_y) \Psi(\omega_x, \omega_y)$$

Набор дельта-функций в области пространственных частот:

$$\omega_{xs} = \frac{2\pi}{\Delta x} \quad \omega_{ys} = \frac{2\pi}{\Delta y}$$

Спектр дискретизированных изображений

Если шаги дискретизации Δx Δy больше ширины спектра $\Phi_1(\omega_x, \omega_y)$

Импульсный отклик $R(x, y)$

Частотная характеристика фильтра $\mathfrak{R}(\omega_x, \omega_y)$

Восстановленное непрерывное изображение

$$F_R(x, y) = F_P(x, y) * R(x, y)$$

Вычислим свертку

$$F_R(x, y) = \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} F_1(j_1\Delta x, j_2\Delta y) \cdot R(x - j_1\Delta x, y - j_2\Delta y)$$

Пространственно-частотный спектр изображения

$$\Phi_R(\omega_x, \omega_y) = \Phi_P(\omega_x, \omega_y) \mathfrak{R}(\omega_x \omega_y) \quad \text{или}$$

$$\hat{O}_R(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \mathfrak{R}(\omega_x \omega_y) \times$$

$$\times \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \Phi_1(\omega_x - j_1 \omega_{xs}, \omega_y - j_2 \omega_{ys})$$

Пространственно-частотный спектр восстановленного изображения

Для неперекрывающихся спектров спектр восстановленного изображения прямоугольная область имеет границы:

$$\left(\frac{\omega_{xc}}{2}, \frac{\omega_{yc}}{2} \right); \left(\frac{\omega_{xs}}{2}, \frac{\omega_{ys}}{2} \right)$$

Следовательно должны выполняться условия

$$\omega_{xc} \leq \frac{\omega_{xs}}{2}; \quad \omega_{yc} \leq \frac{\omega_{ys}}{2}$$

или

$$\Delta x \leq \frac{\pi}{\omega_{xc}}; \quad \Delta y \leq \frac{\pi}{\omega_{yc}}$$

Шаг дискретизации не должен превышать половины периода пространственной гармоники – эквивалентно теореме о Дискретизации одномерных сигналов

Реальные системы восстановления изображений

Условия точного восстановления изображений;

1. Из исходного изображения берутся отсчеты с частотой вдвое превышающей наивысшую пространственную частоту спектра.
2. Пропускание без искажений основного спектра

Линейные системы

Линейными системами являются системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями.

1. Если входной сигнал представляется двумя последовательностями, то выходной сигнал тоже будет представлен в виде двух последовательностей
2. Пропорциональное изменение входного сигнала приводит к пропорциональному изменению выходного.

$$y_1 = L[x_1] \quad y_2 = L[x_2]$$

$$ay_1 + by_2 = L[ax_1 + bx_2]$$

3. Линейные системы подчиняются принципу суперпозиции
 4. Отклик на взвешенную сумму входного сигнала, равен взвешенной сумме откликов на отдельные входные сигналы

$$y(n_1, n_2) = L \left[\sum_{k_{x1}}^{\infty} \sum_{k_{x2}}^{\infty} x(k_1, k_2) L[\delta(n_1 - k_1, n_2 - k_2)] \right]$$

Входной импульс представлен комбинацией сдвинутых единичных импульсов

$$h_{k_1, k_2}(n_1, n_2)$$

Линейная система инвариантная сдвигу

Двумерная дискретная свертка

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} x(k_1, k_2) h(n_1 - k_1, n_2 - k_2)$$

Условное обозначение свертки

$$y = x ** h = h ** x$$

Двумерное преобразование Фурье

$$\Phi(\omega_x, \omega_y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \exp[-j(\omega_x x + \omega_y y)] dx dy$$

$$\Phi(\omega_x, \omega_y) = \text{Re}\{\Phi(\omega_x, \omega_y)\} + j \text{Im}\{\Phi(\omega_x, \omega_y)\}$$

В форме Эйлера

$$\Phi(\omega_x, \omega_y) = \mu(\omega_x, \omega_y) \cdot \exp(j\varphi(\omega_x, \omega_y))$$

$$\mu(\omega_x, \omega_y) = \sqrt{\text{Re}^2 \Phi(\omega_x, \omega_y) + \text{Im}^2 \Phi(\omega_x, \omega_y)}$$

$$\varphi(\omega_x, \omega_y) = \text{arctg} \frac{\text{Im} \Phi(\omega_x, \omega_y)}{\text{Re} \Phi(\omega_x, \omega_y)}$$

Обратное преобразование Фурье

$$F(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_x, \omega_y) \cdot \exp\{j(\omega_x x + \omega_y y)\} d\omega_x d\omega_y$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) dx dy (\infty)$$

I этап

$$\Phi_y(\omega_x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) \exp\{-j\omega_x x\} dx$$

II этап

$$\Phi(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega_y, y) \exp\{-j\omega_y y\} dy$$

Свойства двумерного преобразования Фурье (ДПФ)

1. Функциональные свойства
2. Линейность
3. Изменение масштаба
4. Сдвиг
5. Свертка
6. Теорема Парсеваля
7. Теорема о спектре автокорреляционной функции
8. Спектры пространственных производных

Квантование изображений

Квантование скалярных величин

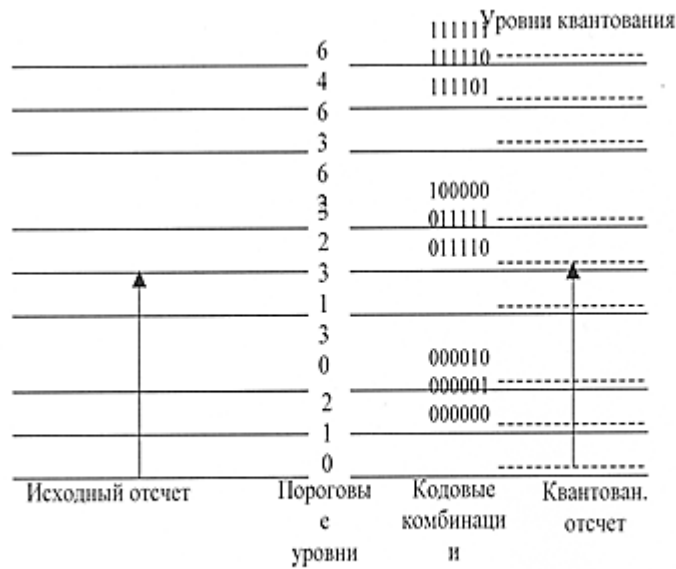
f - некоторая скалярная величина в интервале $a_L \leq f \leq a_U$

d_j Набор пороговых уровней

r_j Уровни квантования, если $d_j \leq f \leq d_{j+1}$ то исходный отсчет

заменяется на отсчет равный уровню квантования r_j

(J) - число пороговых уровней



Размещение пороговых уровней и уровней квантования



Представление характеристики квантования в виде ступенчатой кривой \hat{f} Значение действительного скалярного отсчета после квантования

$$\varepsilon = E\left\{(f - \hat{f})^2\right\} = \int_{a_1}^{a_2} (f - \hat{f})^2 p(f) df = \sum_{j=0}^{J-1} \int_{d_j}^{d_{j+1}} (f - \hat{f})^2 p(f) df$$

$$\varepsilon = \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) \int_{d_j}^{d_{j+1}} (f - r_j)^2 df \quad \text{При постоянной плотности вероятности}$$

Или

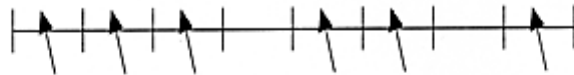
$$\varepsilon = \frac{1}{3} \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) [(d_{j+1} - r_j)^3 - (d_j - r_j)^3]$$

Минимум ошибки

$$\frac{d\varepsilon}{dr_j} = 0$$

$$r_j = \frac{d_j + d_{j+1}}{2}$$

Пороговые уровни: $d_0 \quad d_1 \quad d_2 \quad d_3 \dots d_{j-1} \quad d_j \quad d_{j+1} \dots d_{J-1} \quad d_J$



Уровни квантования: $a_L \quad \Gamma_0 \quad \Gamma_1 \quad \Gamma_2 \quad \dots \quad \Gamma_{j-1} \quad \Gamma_j \quad \dots \quad \Gamma_{J-1} \quad a_U$

$$\varepsilon = \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) (d_{j+1} - d_j)^3$$

Положение пороговых уровней (Пантер и Дайт)

$$d_j = \frac{(a_U - a_L) \int_{a_L}^{a_U} p(f)^{-\frac{1}{3}} df}{\int_{a_L}^{a_U} p(f)^{-\frac{1}{3}} df}, \quad \text{где} \quad a_j = \frac{j(a_U - a_L)}{J} + a_L$$

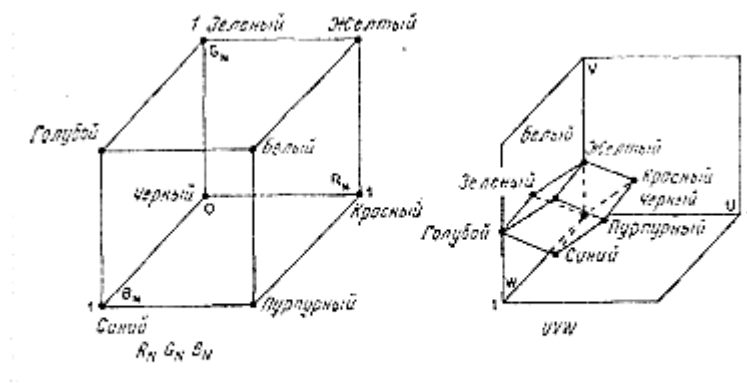
Обработка квантованных величин

Яркость изображения имеет 255 градаций (0 – уровень черного, 255 - белого).

Форма представления чисел в ЦВМ: целое число, действительное число.

Методы преобразования квантованных сигналов:

- а) поэлементное преобразование непрерывных сигналов;
- б) преобразование квантованных сигналов, представленных действительными числами;
- в) преобразование квантованных сигналов при замене кодовых комбинаций действительными числами



Тело воспроизводимых цветов в координатах R_N, G_N, B_N и UVW

Двумерные унитарные преобразования. Операторы унитарных преобразований

Области применения унитарных преобразований:

1. Выделение характерных признаков изображения;
 2. Кодирование изображений;
 3. Сокращение размерности при выполнении вычислений.
- Унитарные преобразования – частный случай линейных преобразований, когда линейный оператор обратим, а его ядро удовлетворяет условиям ортогональности.

После преобразования изображения получена матрица $F(n_1, n_2)$ размером $N_1 \times N_2$

Элементы матрицы

$$\mathfrak{Z}(m_1, m_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} F(n_1, n_2) A(n_1, n_2; m_1, m_2),$$

Обратное преобразование

$$F(n_1, n_2) = \sum_{m_1=1}^{N_1} \sum_{m_2=1}^{N_2} \mathfrak{Z}(m_1, m_2) B(n_1, n_2; m_1, m_2) \quad ,$$

Преобразование является унитарным, если выполняются следующие условия **ортогональности**

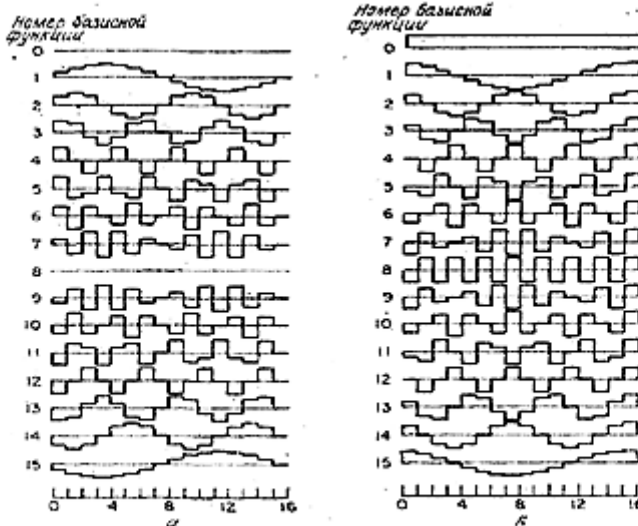
$$\begin{aligned} \sum_{n_1} \sum_{n_2} A(n_1, n_2; m_1, m_2) A^*(j_1, j_2; m_1, m_2) &= \delta(n_1 - j_1, n_2 - j_2), \\ \sum_{n_1} \sum_{n_2} B(n_1, n_2; m_1, m_2) B^*(j_1, j_2; m_1, m_2) &= \delta(n_1 - j_1, n_2 - j_2), \\ \sum_{n_1} \sum_{n_2} A(n_1, n_2; m_1, m_2) A^*(n_1, n_2; k_1, k_2) &= \delta(m_1 - k_1, m_2 - k_2), \\ \sum_{n_1} \sum_{n_2} B(n_1, n_2; m_1, m_2) B^*(n_1, n_2; k_1, k_2) &= \delta(m_1 - k_1, m_2 - k_2), \end{aligned}$$

Преобразование Фурье

$$\Phi(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} F(j, k) \exp\left\{-\frac{2\pi i}{N}(uj + vk)\right\},$$

Обратное преобразование Фурье

$$F(j, k) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} \Phi(j, k) \exp\left\{\frac{2\pi i}{N}(uj + vk)\right\}.$$



Базисные функции преобразования Фурье

Так как ядра преобразования **симметричны** и **разделимы**, то можно представить преобразования через косинусную и синусную составляющие как последовательные преобразования по строкам и столбцам

$$\begin{aligned}
 A(j, k; u, v) &= \exp\left\{-\frac{2\pi i}{N}(uj + vk)\right\} = \\
 &= \cos\left(\frac{2\pi}{N}(uj + vk)\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{N}(uj + vk)\right), \\
 B(j, k; u, v) &= \exp\left\{\frac{2\pi i}{N}(uj + vk)\right\} = \\
 &= \cos\left(\frac{2\pi}{N}(uj + vk)\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{N}(uj + vk)\right).
 \end{aligned}$$

Четное симметричное косинусное преобразование

$$F_s(j, k) = \begin{cases} F(j, k) & j \geq 0, k \geq 0, \\ F(-1-j, k) & j < 0, k \geq 0, \\ F(j, -1-k) & j \geq 0, k < 0, \\ F(-1-j, -1-k) & j < 0, k < 0. \end{cases}$$

$$\Phi_s(u, v) = \frac{1}{2N} \sum_{j=-N}^{N-1} \sum_{k=-N}^{N-1} F_s(j, k) \exp\left\{-\frac{2\pi i}{2N}\left[u\left(j + \frac{1}{2}\right) + v\left(k + \frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

Понятие об анализе биомедицинских изображений

Виды медицинских изображений

Медицинские изображения делятся на два основных класса: 1. 1. линейные изображения (например, кардиограммы), типичные для функциональной диагностики; 2. растровые изображения (например, рентгенограммы), характерные для лучевой диагностики.

Линейные изображения нередко передаются из соответствующей специализированной системы в общий банк данных лечебного учреждения или в клиническую информационную систему. Передача растровых изображений в клиническую информационную систему чаще всего не практикуется - непосредственное соединение по компьютерной сети со специализированной системой.

В настоящее время комплексная обработка растровых медицинских изображений осуществляется системами интеграции лучевой диагностики (СИЛД), являющимися

неотъемлемыми компонентами современной медицинской информационной системы крупной больницы или поликлиники.

Компьютерные СИЛД (Computer Integrated Radiology) объединяют в единое целое технические задачи обработки растровых медицинских изображений и организационные методы проведения лучевых исследований. Используемый ранее термин - **системы архивирования и передачи медицинских изображений PACS (Picture Archiving and Communication System)** - относится к технической реализации и, следовательно, представляет собой часть концепции СИЛД.

СИЛД позволяют сводить в единое целое результаты исследований, проводимых на сложных устройствах медицинской визуализации: рентгеновских аппаратах, гамма-камерах, компьютерных и магнитно-резонансных томографах, аппаратах ультразвуковой диагностики (сонографах) и др., позволяющих реконструировать двумерное и даже трехмерное изображение внутренних. Обычно эти исследования проводятся отделениями рентгенологии, компьютерной томографии, радиологии, а также отделениями ультразвуковой диагностики.

Внедрение СИЛД преследует несколько целей:

- обеспечение более эффективной организации проведения лучевых исследований;
- экономия дорогостоящих расходуемых материалов (рентгеновских пленок, проявителя и т.д.);
- улучшение качества диагностики;
- ускорение оборота изображений;
- улучшение взаимодействия медицинских учреждений (теледиагностика).

Копылова Ирина Борисовна,
доцент кафедры физики АмГУ, канд. физ.-мат. наук