МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Амурский государственный университет»
Кафедра «Физики»

ОБЩАЯ ФИЗИКА. МЕХАНИКА

Сборник учебно-методических материалов

для направления подготовки 03.03.02 – «Физика»

Благовещенск 2017

Рекомендовано редакционно-издательским советом
Инженерно-физического факультета

Составитель: И.Б. Копылова, к.ф.-м.н., доцент.

Общая физика. Механика. Сборник учебно-методических материалов для студентов направления подготовки 03.03.02 – «Физика»
/ сост. И.Б. Копылова,– Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2017. – 87 с.

Сборник учебно-методических материалов содержит аннотацию дисциплины, методические рекомендации для работы студента на лекционных, практических и лабораторных занятиях. Рекомендации по выполнению домашних заданий и отчетов по лабораторному практикуму. Приведен краткий конспект лекций, контрольные вопросы, на которые нужно знать ответ, после изучения темы. Приведены качественные вопросы, ответы на которые позволяют студенту и преподавателю выяснить степень освоения дисциплины и служат критерием для окончательной оценки деятельности студента.

Для специальности 03.03.02 – «физика». Для студентов физических отделений высших учебных заведений.

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина “Общая физика” читается в университетах для специальностей физического профиля (010700) на протяжении 6 семестров. Каждый раздел программы, как правило, читает отдельный лектор, однако общие требования к выполнению программы определяются стандартами и являются единым и обязательными для всех университетов.

Цель изучения дисциплины "Общая физика" состоит в том, чтобы представить физическую теорию как обобщение наблюдений, практического опыта и эксперимента. Физическая теория выражает связи между физическими явлениями и величинами в математической форме. Поэтому курс общей физики имеет два аспекта:

- ознакомить студента с основными методами наблюдения, измерения и экспериментирования, а также сопровождаться необходимыми физическими демонстрациями и лабораторными работами в общем физическом практикуме;
- курс не сводится лишь к экспериментальному аспекту, а должен предоставлять собой физическую теорию в адекватной математической форме, чтобы научить студента использовать теоретические знания для решения практических задач как в области физики, так и на междисциплинарных границах физики с другими областями знаний. Поэтому курс должен быть изложен на соответствующем математическом уровне и с достаточной широтой, позволяющей четко обозначить эти междисциплинарные границы.

Для достижения указанных целей необходимо:

- сообщить студенту основные принципы и законы физики и их математическое выражение;
- ознакомить его с основными физическими явлениями, методами их наблюдения и экспериментального исследования, с главными методами точного измерения физических величин, с методами обработки и анализа результатов эксперимента, с основными физическими приборами, с простейшими методами использования ЭВМ для обработки результатов эксперимента;
- сформировать у студента навыки экспериментальной работы,
- ознакомить его с основными принципами автоматизации физического эксперимента, научить правильно выражать физические идеи, количественно формулировать и решать физические задачи, оценивать порядки физических величин;
- дать студенту ясное представление о границах применимости физических моделей и гипотез;
- развить у него любознательность и интерес к изучению физики;
- дать студенту понимание важнейших этапов истории развития физики, ее философских и методологических проблем.

В результате изучения дисциплины "Общая физика" студент должен уметь:

- правильно соотносить содержание конкретных задач с общими законами физики, эффективно применять общие законы физики для решения конкретных задач в области физики и на междисциплинарных границах физики с другими областями знаний;
- пользоваться основными физическими приборами, ставить и решать простейшие экспериментальные задачи, обрабатывать, анализировать и оценивать полученные результаты;
- строить и использовать для изучения этих моделей доступный ему математический аппарат, включая методы вычислительной математики;
- использовать при работе справочную и учебную литературу; находить другие необходимые источники информации и работать с ними.

Программа может быть выполнена лишь при полном и целесообразном использовании лекций, лабораторных занятий и времени для самостоятельной работы студентов. План курса лекций определяется лектором. Курс должен представлять собой единое логически связанное изложение основного фундаментального материала программы. Этот материал должен быть изложен на лекциях с полным экспериментальным и математическим обоснованием и достаточно подробно.

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

КИНЕМАТИКА

Кинематическое описание движения Системы координат. Понятие времени.

Пространство и геометрия. Геометрия и опыт. Системы координат. Векторные и координатные методы описания. Преобразование координат и проекций векторов. Периодические процессы. Синхронизация часов. Кинематика материальной точки и твердого тела. Способы описания движения материальной точки.

Параметры движения

Описание перемещения, скорости и ускорения материальной точки в векторной и координатной форме.

Нормальное и тангенциальное ускорения. Вектор угловой скорости. Вектор элементарного углового перемещения. Угловое ускорение.

Степени свободы твердого тела. Разложение движения твердого тела на слагаемые движения.

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

Динамика материальной точки.

Первый и второй законы Ньютона. Масса как мера инертности. Силы и взаимодействия. Третий закон Ньютона. Интерпретация третьего закона Ньютона при электромагнитном взаимодействии движущихся зарядов. Некоторые задачи динамики. Состояние материальной точки. Основная задача динамики.

Движение тел в однородном поле тяжести. Движение в вязкой среде.

Движение в электромагнитных полях. Сила Лоренца. Уравнение движения заряда в электромагнитном поле. Определение отношения e/m.

Динамика тел переменной массы.

Реактивное движение. Нерелятивистское уравнение движения. Формула Циолковского. Ступенчатая ракета. Характеристическая скорость.

Основные сведения о релятивистском случае движения тел переменной массы. Общая характеристика возможностей реактивных двигателей для космических полетов.

Движение системы материальных точек.

Система материальных точек. Центр масс. Импульс системы материальных точек. Сила, действующая на систему материальных точек. Уравнение движения системы материальных точек. Задача двух тел. Приведенная масса.

Изолированная система. Закон сохранения импульса для изолированной системы. Законы сохранения для отдельных проекций импульса. Применение закона сохранения импульса.

Динамика вращательного движения

Момент импульса Момент силы и момент импульса относительно неподвижного начала. Момент импульса системы материальных точек.

Уравнение моментов для системы материальных точек. Закон сохранения момента импульса. Законы сохранения для отдельных проекций момента импульса.

Уравнение моментов относительно движущегося начала и движущейся оси.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Работа и энергия.

Работа силы. Кинетическая энергия. Кинетическая энергия в различных системах отсчета. Теорема Кенига. Потенциальные силы и их работа. Потенциальная энергия и ее нормировка. Связь между силой и потенциальной энергией. Закон сохранения энергии. Потенциальные кривые.Столкновения.

Определение понятия столкновения. Законы сохранения при столкновениях. Закон сохранения импульса. Закон сохранения энергии. Упругие и неупругие столкновения. Система центра масс. Внутренняя энергия. Замедление нейтронов как пример упругого столкновения. Физические примеры неупругих столкновений.

Законы сохранения.

Содержание законов сохранения. Уравнения движения и законы сохранения. Математическое содержание механических законов сохранения.

Законы сохранения и симметрии пространства и времени. Общие идеи обоснования законов сохранения импульса, момента импульса и энергии соответственно однородностью пространства, его изотропностью и однородностью времени.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Движение тела в неинерциальных системах отсчета

Определение неинерциальных систем. Неинерциальные системы отсчета, движущиеся прямолинейно поступательно. Выражение для сил инерции. Невесомость. Неинерциальные вращающиеся системы отсчета. Кориолисово ускорение. Силы инерции во вращающейся системе координат. Неинерциальная система координат, связанная с поверхностью Земли. Маятник Фуко. Приливы.

Законы сохранения в неинерциальных системах.

Время и пространство в неинерциальных системах отсчета. Силы инерции. О реальности существования сил инерции.

Гравитационная и инертная массы. Принцип эквивалентности. Красное смещение.

Теория относительности и теория тяготения.

Основные представления общей теории относительности. Недостаточность классической теории тяготения для объяснения движения перигелия Меркурия и отклонения лучей света в поле тяготения Солнца.

ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Законы движения твердого тела.

Система уравнений движения твердого тела и ее замкнутость.

Момент силы и момент импульса относительно оси. Момент инерции. Вычисление момента инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера.

Энергия движения твердого тела.

Кинетическая энергия движения твердого тела. Теорема Кенига. Кинетическая энергия вращения.

Плоское движение твердого тела

Особенности динамики плоского движения твердого тела. Маятник Максвелла. Движение твердого тела, закрепленного в точке. Мгновенная ось вращения. Свободные оси. Устойчивость движения относительно свободной оси.

Понятие о тензоре инерции.

Главные оси тензора инерции, главные моменты инерции и их физический смысл.

Гироскопы. Свободная и вынужденная прецессия гироскопа. Гироскопические силы.

ДВИЖЕНИЕ В ПОЛЕ СИЛ ТЯГОТЕНИЯ

Закон всемирного тяготения.

Основные законы движения планет и комет. Закон тяготения Ньютона. Энергия гравитационного взаимодействия. Взаимодействие тел конечных размеров.

Гравитационная энергия Гравитационная энергия шарообразного тела. Гравитационный радиус.

Финитное и инфинитное движение. Первая, вторая, третья космическая скорости.

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Преобразования Галилея

Принцип относительности в классической механике. Преобразования Галилея.

2.Основы специальной теории относительности

Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Следствия из преобразований Лоренца6 относительность понятий длительности события, длины движущегося тела, одновременности событий. Основы релятивистской динамики.

КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Колебательное движение.

Гармонические колебания, уравнение. Пружинный, физический, математический и крутильный маятники. Дифференциальное уравнение. Собственные колебания. Роль начальных условий. Энергия колебаний, уравнение энергии.

Затухающие колебания.

Оборотный маятник. Теорема Гюйгенса.

Представление колебаний в комплексной форме.

Затухание колебаний. Логарифмический декремент затухания. Случай большого трения.

ДЕФОРМАЦИИ И НАПРЯЖЕНИЯ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Деформации в твердых телах.

Понятие сплошной среды. Деформация сплошных сред. Тензор механических напряжений. Однородная и неоднородная деформации. Упругая и остаточная (пластическая) деформации.

Закон Гука.

Количественная характеристика деформаций, закон Гука, модуль Юнга. Коэффициент Пуассона. Зависимость деформаций от напряжений, предел упругости.

Понятие о неоднородных деформациях.

Одноосное растяжение и сжатие, всестороннее и одностороннее сжатие и растяжение. Простой сдвиг. Изгиб и кручение. Энергия упругих деформаций.

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Динамика движения жидкости.

Свойства жидкостей и газов. Законы гидростатики. Стационарное течение жидкостей. Трубки тока, уравнение неразрывности. Полная энергия потока. Закон Бернулли.

Течение жидкости по трубам Динамическое давление. Критерий возможности пренебрежения сжимаемостью. Течение жидкости по трубам. Вязкость жидкости. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Закон Пуазейля.

Динамика тела, движущегося в жидкости.

Обтекание тел жидкостью и газом. Пограничный слой. Отрыв потока и образование вихрей. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Эффект Магнуса.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В УПРУГИХ СРЕДАХ

Скорость распространения возмущений в упругих средах. Волны в стержне, неограниченной среде, в струне, в газах. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Гармонические волны.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

1.Изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям и семинарам:
Темы - в соответствии с таблицей практических занятий.
Содержание - в соответствии с программой и контрольными вопросами.
2.Выполнение домашних заданий - в соответствии с таблицей.

3. Контрольные работы №1: темы 1-3, 8 неделя
№2: темы 4-6. 13 неделя

Подготовка к контрольным работам - в основном состоит в выполнении домашних задач и краткого повторения. Темы - в соответствии с таблицей практических занятий.

Подготовка к коллоквиуму.

Коллоквиум 8 неделя

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (36час.)

№ тем	Тема занятия	№№ задач по [5], Б-[6]	Задания на до [5]	Числ часо
1	Кинематика поступательного вращательного движения материальной точки.	1.16 1.21 1.22 1. 1.26 1.30 1.33 1. 1.49 Б1.32	1.18 1.23 1.27 1.28 1. 1.35 1.36 1.37 1.39 1. 1.43 1.47 1.48	4
2	Динамика материальной точки	1.63 1.67 1.70 1. 1.86 1.89 1.91 1.101	1.60 1.62 1.64 1.65 1. 1.74 1.81 1.82 1.87 1. 1.93	4
3	Законы сохранени Столкновения	1.112 1.121 1.1 1.137 1.142 1.1 1.175 1.206	1.124 1.125 1.127 1.1 1.149 1.150 1.151 1.1 1.159 1.173 1.179 1.1 1.213	6
	Контрольная работа	**темы 1-3**		**2**
4	Динамика вращательного движения твердо тела	1.268 1.270 1.2 1.282 1.292 1.3 (1.260 1.266 1.2 1.275 1.293 доп.)	1.264 1.266 1.267 1.2 1.276 1.280 1.281 1.2 1.297 1.305 1.310	6
5	Движение в по тяготения	1.219 1.226 1.2 1.249	1.217 1.221 1.225 1.2 1.247 1.250	4
6	Колебательное движение. Распространение колебаний в среде	4.14 4.21 4.32 4. 4.59 4.62 4.77	4.13 4.25 4.27 4.34 4. 4.80	8
	Контрольная работа	**темы 4-6**		**2**
7	Неинерциальные системы отсчета	1.104 1.108 1.1 1.174	1.74 1.92 1.106 1.1 1.111	6
8	Деформации напряжения в тверд телах	1.315 1.318 1.3 1.325а 1.333	1.314 1.317 1.320 1.3 1.334 (1.321 1.32 семинар.)	6
9	Механика жидкостей газов	1.339 1.344 1.3 1.358 (1.352)	1.338 1.342 1.345 1.3 (1.341 1.343 1.351 1.3 1.362)	4
	Зачетное занятие			2
	Итого			54

Правила выполнения домашних заданий.

Домашние задания выполняются студентами в тетрадях по практическим занятиям и оформляются на листах А4 с соответствующим титульным листом.

Каждая задача оформляется на отдельном листе. Задача должна иметь условие (полное и краткое), решение должно иметь краткое обоснование, чертеж. Чертежи допускается аккуратно выполнять от руки. Формулы должны быть записаны четко и предельно аккуратно, следует четко выделять индексы, векторные величины.

Срок сдачи - не позже 2х недель после завершения изучения темы.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ

Общие рекомендации по организации работы на лекции

В высшем учебном заведении лекция является важной формой учебного процесса и представляет собой в основном устное систематическое и последовательное изложение материала по какой-либо проблеме, методу, теме вопроса и т. д.

Основные функций, которые осуществляет вузовская лекция – это информативная, ориентирующая и стимулирующая, методологическая, развивающая и воспитывающая, поскольку на лекции студенты получают глубокие и разносторонние знания, развивают свои творческие способности.

Лекции могут быть вводными, обзорными, тематическими (лекции по изучению нового материала), итоговыми.

Вводные лекции подготавливают студента к восприятию данной дисциплины (физики) или ее раздела. На вводной лекции излагаются цели и задачи дисциплины, ее актуальность, практическая значимость, методы научного исследования и т.д. для того, чтобы дать целостное представление о дисциплине и вызывать интерес к предмету.

Тематические лекции посвящены глубоко осмысленному и методически подготовленному систематическому изложению содержания курса (дисциплины).

Итоговая лекция содержит основные идеи и выводы по курсу физики, выводы о достижении поставленных учебных целей.

На обзорных лекциях рассматриваются наиболее сложные, проблемные вопросы курса или новейшие достижения физики в данной области, что позволит установить взаимосвязь учебного материала с производством и новейшими научными достижениями.

Подготовка к самостоятельной работе над лекционным материалом должна начинаться на самой лекции. На лекции студент должен совместить два момента: внимательно слушать лектора, прикладывая максимум усилий для понимания излагаемого материала и одновременно вести его осмысленную запись. И как бы внимательно студент не слушал лекцию, большая часть информации вскоре после восприятия будет забыта. Поэтому при изучении дисциплины студентам рекомендуется составлять подробный конспект лекций, так как это обеспечивает полноценную систематизацию и структурирование материала, подлежащего изучению. Конспект лекций должен отражать специфику данного курса, которая состоит в обобщении физической теории, рассматривающей процессы обмена энергией в макроскопических системах, на случай сложных, полифункциональных систем.

Очень важным является умение правильно конспектировать лекционный материал и работать с ним. Ниже приведены *рекомендации по конспектированию лекций и дальнейшей работе с записями.*

Конспект лекций должен быть в отдельной тетради. Ее нужно сделать удобной, практичной и полезной, ведь именно она является основным информативным источником при подготовке к различным отчетным занятиям, зачетам, экзаменам. Возможно ее сочетание с записями по практическим занятиям, иллюстрирующим применение теоретических законов и соотношений в решении практических задач.

Конспект должен легко восприниматься зрительно (чтобы максимально использовать «зрительную» память), поэтому он должен быть аккуратным. Выделяйте заголовки, отделите один вопрос от другого, соблюдайте абзацы, подчеркните термины.

При прослушивании лекции обращайте внимание на интонацию лектора и вводные слова «таким образом», «итак», «необходимо отметить» и т.п., которыми он акцентирует наиболее важные моменты. Не забывайте помечать это при конспектировании.

Не пытайтесь записывать каждое слово лектора, иначе потеряете основную нить изложения и начнете писать автоматически, не вникая в смысл. Не нужно просить лектора несколько раз повторять одну и ту же фразу для того, чтобы успеть записать. Лекция не должна превращаться в своеобразный урок-диктант. Техника прочтения лекций преподавателем такова, что он повторяет свою мысль два-три раза. Постарайтесь вначале понять ее, а затем записать, используя сокращения.

Конспектируйте только самое важное в рассматриваемом параграфе: формулировки определений и законов, выводы основных уравнений и формул, то, что старается выделить лектор, на чем акцентирует внимание студентов.

Старайтесь отфильтровывать и сжимать подаваемый материал. Научитесь в процессе лекции разбивать текст на смысловые части и заменять их содержание короткими фразами и формулировками. Более подробно записывайте основную информацию и кратко – дополнительную.

По возможности записи ведите своими словами, своими формулировками. Используйте общепринятую в данном разделе физики аббревиатуру и систему сокращений. Придумайте собственную систему сокращений, аббревиатур и символов, удобную только вам (но не забудьте сделать словарь, иначе существует угроза не расшифровать текст). Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Конспектируя лекцию, надо оставлять поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места. Полезно после каждой лекции оставлять одну страницу свободной, она потребуется при самостоятельной подготовке. Сюда можно будет занести дополнительную информацию по данной теме, полученную из других источников: чертежи, графики, схемы, и т.п.

После прослушивания лекции необходимо проработать и осмыслить полученный материал. Насколько эффективно студент это сделает, зависит и прочность усвоения знаний, и, соответственно, качество восприятия предстоящей лекции, так как он более целенаправленно будет её слушать. В процессе изучения лекционного материала рекомендуется использовать опорные конспекты, учебники и учебные пособия.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Общие рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические занятия по решению задач существенно дополняют лекции по физике. В процессе анализа и решения задач студенты расширяют и углубляют знания, полученные из лекционного курса и учебников, учатся глубже понимать физические законы и формулы, разбираться в их особенностях, границах применения, приобретают умение применять общие закономерности к конкретным случаям. В процессе решения задач вырабатываются навыки вычислений, работы со справочной литературой, таблицами. Решение задач не только способствует закреплению знаний и тренировке в применении изучаемых законов, но и формирует особый стиль умственной деятельности, особый метод подхода к физическим явлениям. Последнее тесным образом связано с методологий физики как науки.

Когда студенты решают задачи по определённой теме, очень важно, чтобы в результате знакомства с конкретными задачами они усвоили принципиальный подход к познанию достаточно широкого класса явлений.

На практических занятиях по физике используются несколько видов задач и планы их решения:

задачи-упражнения, помогающие студентам приобрести твёрдые навыки расчёта и вычислений;

задачи для демонстрации практического применения тех или иных законов;

задачи для закрепления и контроля знаний;

познавательные задачи.

Задачи для закрепления и контроля знаний и задачи-упражнения рассчитаны на использование готовых знаний, полученных из книг, лекций, от преподавателя. Решение таких задач опирается в основном на механизмы памяти и внимания.

Несмотря на различие в видах задач, их решение можно проводить по следующему общему плану (некоторые пункты плана могут выпадать в некоторых конкретных случаях), который надо продиктовать студентам:

прочесть внимательно условие задачи;

посмотреть, все ли термины в условиях задачи известны и понятны (если что-то неясно, следует обратиться к учебнику, просмотреть решения предыдущих задач, посоветоваться с преподавателем);

записать в сокращенном виде условие задачи (когда введены стандартные обозначения, легче вспоминать формулы, связывающие соответствующие величины, чётче видно, какие характеристики заданы, все ли они выражены в одной системе единиц и т.д.);

сделать чертёж, если это необходимо (делая чертёж, нужно стараться представить ситуацию в наиболее общем виде, например, если решается задача о колебании маятника, его следует изобразить не в положении равновесия, а отклонённым);

провести анализ задачи, определить её физический смысл (нужно чётко понимать, в чем будет заключаться решение задачи. Например, если требуется найти траекторию движения точки, то ответом должна служить запись уравнений кривой, описывающей эту траекторию. на вопрос, будет ли траектория замкнутой линией, следует ответить «да» или «нет» и объяснить, почему выбран такой ответ);

установить, какие физические законы и соотношения могут быть использованы при решении данной задачи;

составить уравнения, связывающие физические величины, которые характеризуют рассматриваемые явления с количественной стороны;

решить эти уравнения относительно неизвестных величин, получить ответ в общем виде. Прежде чем переходить к численным значениям, полезно провести анализ этого решения: он поможет вскрыть такие свойства рассматриваемого явления, которые не видны в численном ответе;

перевести количественные величины в общепринятую систему единиц (СИ), найти численный результат;

проанализировать полученный ответ, сделать вывод как изменяется искомая величина при изменении других величин, функцией которых она является, исследовать предельные случаи.

Приведенная последовательность действий при решении задач усваивается студентами, как правило, в ходе занятий, когда они на практике убеждаются в её целесообразности. Поэтому в конце занятия полезно подвести итог, сформулировать найденный алгоритм рассуждений. Заметим, впрочем, что не всегда может быть предложен алгоритм решения задачи.

3 ОРГАНИЗАЦИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторный практикум выполняется по индивидуальному графику бригадами, состоящими из 2-3 студентов. График выполнения лабораторных работ формируется преподавателем в начале каждого семестра и представляется студентам на первом аудиторном занятии лабораторного практикума. Выполнение лабораторных работ организуется по циклическому принципу и предполагает значительную самостоятельную работу как на этапе предварительной подготовки к работе, так и при выполнении работы, оформлении отчета и подготовки к «защите» работы.

Подготовка к выполнению лабораторной работы

Подготовка к лабораторной работе осуществляется студентом *до аудиторных занятий,* в часы, отведенные на самостоятельную работу (см. пункт 4.3).

Студент обязан приходить на занятие подготовленным. Наличие «заготовки» к лабораторной работе является обязательным условием допуска студента к выполнению лабораторной работы.

Студенты, не имеющие подготовки, к выполнению лабораторной работы не допускаются.

Выполнение лабораторной работы в лаборатории

На выполнение каждой лабораторной работы отводится 2 часа аудиторного времени, в это время включается: получение допуска к работе, выполнение необходимых измерений и «защита» работы выполненной на предыдущем занятии.

Перед выполнением работы преподаватель проверяет степень подготовленности каждого студента. Для этого студент должен предоставить «заготовку» отчета в индивидуальном лабораторном журнале ответить на следующие вопросы:

Какова цель экспериментальной задачи? Каковы основы теории изучаемого явления, основные понятия и формулы?

Каков принцип работы экспериментальной установки? Перечислите основные этапы эксперимента.

Получив допуск к выполнению лабораторной работы, студент должен ознакомиться с измерительными приборами, используемыми в процессе выполнения работы, получить у лаборанта необходимое дополнительное оборудование, подготовить оборудование к проведению эксперимента согласно методическому руководству, т.е. произвести сборку электрической цепи в соответствии со схемой или сборку отдельных частей измерительной установки. После чего предъявить подготовленное к работе оборудование (собранную электрическую цепь) для проверки лаборанту или преподавателю. Только после получения разрешения от преподавателя или лаборанта можно приступать к выполнению измерений.

При выполнении работы следует соблюдать правила техники безопасности, обращаться с приборами и оборудованием следует бережно и аккуратно, применять приборы только в соответствии с их назначением.

Выполнив все измерения, выключить установку, (но не разбирать установку или электрическую цепь), предъявить преподавателю результаты измерений для проверки. Если при записи результатов или в ходе эксперимента была допущена ошибка, опыт повторяется вновь. Если результаты удовлетворительны, преподавателем делается отметка о выполнении студентом лабораторной работы (ставится подпись и дата в отчете студента).

Отчеты без подписи преподавателя в дальнейшем к «защите» не принимаются.

После подписи результатов преподавателем, студенту необходимо привести лабораторную установку в исходное состояние (разобрать электрическую цепь), сдать лаборанту выданное дополнительное оборудование и привести в порядок рабочее место.

Оформление отчета и подготовка к «защите» лабораторной работы

Оформление отчета и подготовка к «защите» лабораторной работы осуществляется студентом в часы, отведенные на самостоятельную работу. После оформления отчета студент готовится к «защите» лабораторной работы, изучая теоретические основы данной темы, ориентируясь на контрольные вопросы, приведенные в методических указаниях. Для получения зачета по лабораторной работе студент представляет преподавателю оформленный отчет со всеми необходимыми расчетами и «защищает» его в ходе последующего собеседования.

Схема оформления отчета

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №.X-XX.

НАИМЕНОВАНИЕ РАБОТЫ

ЦЕЛЬ:.....

ОБОРУДОВАНИЕ:.....

ОСНОВЫ ТЕОРИИ
(Ответы на контрольные вопросы).....
Ответы на контрольные вопросы должны быть законспектированы!

ТАБЛИЦА СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Наименование	Предел измерений	Цена деления	Погрешность

Таблица средств измерения заполняется в случае отсутствия стационарной лабораторной установки
СХЕМА УСТАНОВКИ

РАБОЧИЕ ФОРМУЛЫ

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерений вносятся в таблицу ручкой. Таблица подписывается преподавателем в конце занятия в случае правильного выполнения работы.
РАСЧЕТЫ

(следует привести все расчеты)

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ
Результаты работы включают как окончательный расчет, представленный в стандартном виде, так и графики, выполненные на координатной бумаге. Если по графику определяются какие-либо физические величины, то расчет приводится полностью с обозначение на графике точек, которые были выбраны для расчета.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1.**Физика** [Электронный ресурс]: сб. метод. рекомендаций по изучению дисциплины/ АмГУ, сост. И. В. Верхотурова, О. В. Зотова, О. А. Агапятова, В. Ф. Ульянычева, И. Б. Копылова, О. В. Козачкова. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 55 с
Режим доступа:
http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7694.pdf

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНАМ

1. Описание перемещения, скорости и ускорения материальной точки в векторной и координатной форме. Скорость, средняя и мгновенная. Нормальное и тангенциальное ускорения.
2. Вектор элементарного углового перемещения. Вектор угловой скорости. Угловое ускорение.
3. Степени свободы и обобщенные координаты.
4. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Масса как мера инертности. Второй закон Ньютона. Силы и взаимодействия в природе.
5. Третий закон Ньютона и закон сохранения импульса. Третий закон Ньютона и конечная скорость распространения взаимодействий.
6. Состояние материальной точки. Основная задача динамики. Движение в вязкой среде. Движение в электромагнитных полях.
7. Инерциальные системы отсчета. Преобразования Галилея. Инвариантность законов физики.
8. Реактивное движение. Уравнение движения тела переменной массы. Формула Циолковского. Основные сведения о релятивистском случае движения тел переменной массы.
9. Система материальных точек. Центр масс. Импульс системы материальных точек. Сила, действующая на систему материальных точек. Уравнение движения системы материальных точек.
10. Задача двух тел. Приведенная масса.
11. Кинетическая энергия системы материальных точек. Кинетическая энергия в различных системах отсчета. Теорема Кенига. Кинетическая энергия вращения.
12. Работа силы (постоянной и переменной). Потенциальные силы и их работа (примеры). Потенциальная энергия. Потенциальные кривые.
13. Закон сохранения импульса для изолированной системы. Законы сохранения для отдельных проекций импульса. Закон сохранения энергии. Уравнения движения и законы сохранения.
14. Связь между силой и потенциальной энергией.
15. Столкновения. Законы сохранения при столкновениях. Закон сохранения импульса. Упругие и неупругие столкновения. Система центра масс. Внутренняя энергия.
16. Момент силы и момент импульса относительно неподвижного начала. Момент силы и момент импульса относительно оси. Момент импульса системы материальных точек.
17. Уравнение моментов для системы материальных точек. Момент инерции. Вычисление момента инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера.
18. Закон сохранения момента импульса. Законы сохранения для отдельных проекций момента импульса.
19. Уравнение моментов относительно движущегося начала и движущейся оси.
20. Законы сохранения и симметрии пространства и времени. Математическое содержание механических законов сохранения.
21. Система уравнений движения твердого тела и ее замкнутость.
22. Понятие о тензоре инерции. Главные оси тензора инерции, главные моменты инерции и их физический смысл
23. Кинетическая энергия движения твердого тела. Кинетическая энергия вращения.
24. Гироскопы. Свободная и вынужденная прецессия гироскопа. Гироскопические силы.
25. Плоское движение твердого тела и особенности его динамики. Маятник Максвелла. Движение твердого тела, закрепленного в точке. Мгновенная ось вращения.
26. Основные законы движения планет и комет. Секториальная скорость и закон сохранения момента импульса. Закон тяготения Ньютона. Энергия гравитационного взаимодействия.
27. Гравитационное взаимодействие тел конечных размеров. Гравитационная энергия шарообразного тела. Гравитационный радиус.
28. Финитное и инфинитное движение. Параметры орбит. Космическая скорости.
29. Постулаты Эйнштейна. Принцип относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца.

30. Понятие интервала. Инвариантность интервала.
31. Следствия из преобразований Лоренца: относительность понятия одновременности событий. Причинно-следственные связи. Длительность события.
32. Следствия из преобразований Лоренца: длина отрезка в движущейся системе, релятивистский закон сложения скоростей.
33. Неинерциальные системы отсчета, движущиеся прямолинейно поступательно. Выражение для сил инерции. Невесомость.
34. Неинерциальные вращающиеся системы отсчета. Переносное и кориолисово ускорение. Силы инерции во вращающейся системе координат.
35. Неинерциальная система координат, связанная с поверхностью Земли. Маятник Фуко. Приливы.
36. Силы инерции. О реальности существования сил инерции. Гравитационная и инертная массы. Принцип эквивалентности. Красное смещение. Основные представления общей теории относительности.
37. Гармонические колебания, уравнение. Амплитуда, частота, фаза. Пружинный, физический, математический и крутильный маятники. Дифференциальное уравнение. Представление колебаний в комплексной форме.
38. Собственные колебания. Роль начальных условий. Энергия колебаний, уравнение энергии.
39. Оборотный маятник. Теорема Гюйгенса.
40. Затухание колебаний. Логарифмический декремент затухания. Случай большого трения.
41. Упругие напряжения. Тензор механических напряжений.
42. Упругая и остаточная (пластическая) деформации. Количественная характеристика деформаций, Закон Гука, модуль Юнга. Коэффициент Пуассона.
43. Одноосное растяжение и сжатие, всестороннее и одностороннее сжатие и растяжение.
44. Простой сдвиг. Энергия упругих деформаций.
45. Однородная и неоднородная деформации. Изгиб и кручение.
46. Свойства жидкостей и газов. Законы гидростатики.
47. Стационарное течение жидкостей. Трубки тока, уравнение неразрывности. Полная энергия потока. Закон Бернулли. Динамическое давление.
48. Вязкость жидкости. Течение жидкости по трубам. Закон Пуазейля.
49. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса.
50. Обтекание тел жидкости и газом. Пограничный слой. Отрыв потока и образование вихрей.
51. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Работы Жуковского. Эффект Магнуса.
52. Критерий возможности пренебрежения сжимаемостью. Скорость импульса. Ударные волны. Обтекание тел, движущихся со сверхзвуковой скоростью.
53. Скорость распространения возмущений в упругих средах. Волны в стержне, неограниченной среде, в струне, в газах. Продольные и поперечные волны
54. Уравнение бегущей волны. Гармонические волны.

КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Кинематика

Системы координат. Понятие времени.

Пространство и геометрия. Геометрия и опыт. Системы координат. Векторные и координатные методы описания. Преобразование координат и проекций векторов.

Периодические процессы. Синхронизация часов.

Кинематика материальной точки и твердого тела.

Способы описания движения материальной точки. Описание перемещения, скорости и ускорения материальной точки в векторной и координатной форме. Нормальное и тангенциальное ускорения.

Вектор угловой скорости. Вектор элементарного углового перемещения. Угловое ускорение.

Степени свободы твердого тела. Разложение движения твердого тела на слагаемые движения.

Предмет механики. Кинематика и динамика. Классическая механика. Квантовая механика. Релятивистская механика.

Предметом изучения физики является материя, которая является объективной реальностью, существующей независимо от нас; познается органами чувств, находится в непрерывном движении. Формы существования в пространстве и времени: вещество и поле.

Под движением понимают всякое изменение вообще и выделяют следующие наиболее общие формы движения материи: физическую, химическую, биологическую и общественную. Самой простой из них является физическая форма движения материи.

Физика как наука изучает простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи, и законы её движения. В физической форме движения материи принято выделять механическую, тепловую, электромагнитную и квантово-механическую формы движения. Курс физики разбивают на следующие разделы – механика, молекулярная физика и термодинамика, электромагнетизм, квантовая механика, физика конденсированного состояния, физика атомного ядра и элементарных частиц.

Физика является основой всех естественных наук (например, химии, биологии, географии, астрономии и т.д.), так как физическая форма движения материи входит в более сложные формы движения как их составная часть. При этом в настоящие время нет четкой границы между физикой и естественными науками, поскольку современные физические методы исследования широко внедряются в них и возникают соответственно такие дисциплины, как физическая химия, биофизика, геофизика, астрофизика и т.д.

Физика – наука экспериментальная. Вся история развития физики показывает, что новые идеи и законы являются следствием опыта, эксперимента. В основе каждого раздела курса физики лежат фундаментальные законы физики, которые не выводятся теоретически, они являются обобщением опытных фактов.

В физике реализуется, в основном, следующая схема познания, изучения явлений природы: 1) наблюдение какого-либо нового явления в природе, проведение опытов – многократного воспроизведения данного явления в контролируемых условиях; 2) объяснения результатов опытов с помощью различных гипотез, позволяющих теоретически объяснить закономерности протекания этого явления; 3) после экспериментальной проверки гипотеза либо отбрасывается, либо становится законом, позволяющим описать данную область явлений и подсказать новые явления, новые закономерности. Эти предсказания проверяются на опыте, и схема познания реализуется на более высоком уровне.

Законы физики представляют собой количественные соотношения и формулируются на математическом языке.

Развитие физики стимулирует развитие математики. Изучение квантово-механической формы движения материи, физики атомного ядра и элементарных частиц, ранних этапов развития Вселенной требуют разработки новых понятий и методов в математике.

Физические модели: материальная точка (частица), система материальных точек, абсолютно твёрдое тело, сплошная среда. Пространство и время.

Материальная точка (м.т.) – тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данного движения.

Абсолютно твердое тело (а. т. т) - это абсолютно недеформируемое тело или тело, расстояние между двумя любыми точками которого остается постоянным при его движении.

Сплошная среда – единая система, свойства которой в каждой точке одинаковы.

Пространство и время. В классической механике пространство считают однородным, однозначным, изотропным, трехмерным, подчиняющимся геометрии Евклида. Время- однородно, однозначно, изотропно, одномерно.

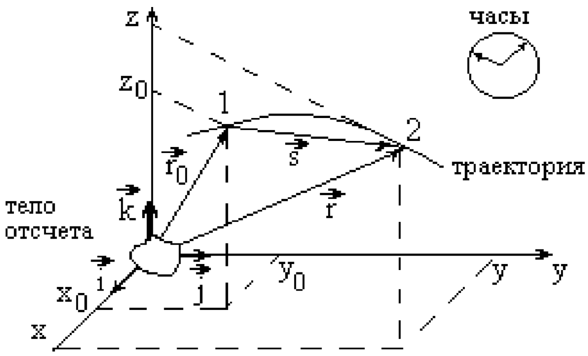
Кинематическое описание движения.

Под механическим движением понимают изменение с течением времени взаимного положения тел в пространстве.

Поступательное движение – это такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе.

Вращательное движение вокруг неподвижной оси – это такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения (она может находиться вне тела).

Система отсчета (С.О.) - включает в себя тело отсчета, связанную с ним систему координат и прибор (часы) для измерения времени.



Линию, по которой движется тело, называют **траекторией движения**.

Положение тела в пространстве можно задать либо с помощью координат (x,y,z), либо с помощью **радиус-вектора** $\vec{r}$, проведенного из начала координат в рассматриваемую точку (для точек 1 и 2 на рис.1 это векторы $\vec{r}_0$ и $\vec{r}$),

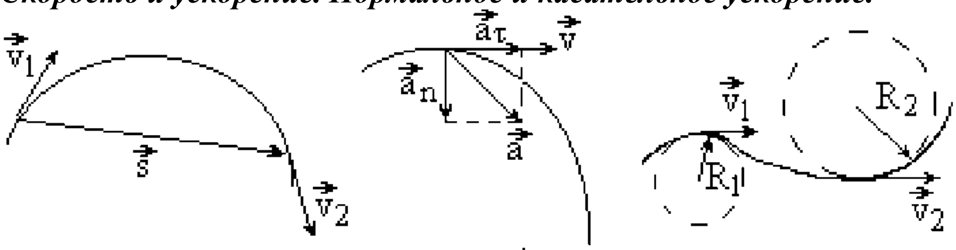
$$\vec{r} = \vec{i} \cdot x + \vec{j} \cdot y + \vec{k} \cdot z$$

где вектора $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - это единичные орты, указывающие направления осей OX, OY, OZ, x,y,z - проекции вектора $\vec{r}$ на координатные оси. Вектор $\vec{S}$, соединяющий начальное и конечное положение тела (точки 1 и 2 на рис.1), называют **перемещением.** Он связан с радиус-векторами $\vec{r}_0$ и $\vec{r}$ и следующим равенством:

$$\vec{S} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

Модуль вектора перемещения меньше или равен **пути** - расстоянию, пройденному телом по траектории. Эти величины совпадают по модулю в случае прямолинейного движения.

Скорость и ускорение. Нормальное и касательное ускорение.



а б

Средняя путевая скорость $\upsilon_{ср}$ - скалярная физическая величина, равная отношению пути, пройденного телом за время *t,* к этому времени *t*:

$$v_{ср} = \frac{S}{t}$$

Мгновенная скорость - скорость тела в данной точке траектории, равная первой производной от радиус-вектора $\vec{r}$ по времени *t:*

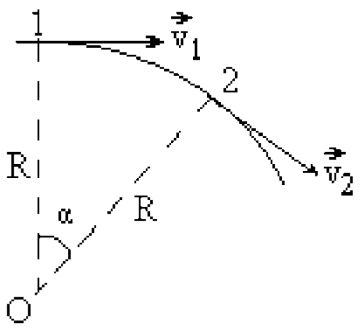
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

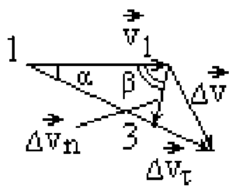
Мгновенное ускорение - быстрота изменения скорости, ускорение в данной точке траектории, равное первой производной от скорости по времени *t* или второй производной от радиус-вектора по времени *t*:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Проекцию вектора ускорения $\vec{a}$ на направление касательной к траектории называют касательным (тангенциальным) ускорением $\vec{a}_\tau$, а на направление, перпендикулярное к касательной - нормальным ускорением $\vec{a}_n$. Получить формулы для ускорений $\boldsymbol{a_\tau}$ и $\boldsymbol{a_n}$ можно, если выполнить дополнительное построение. Для этого возьмем на траектории две близко расположенные точки 1 и 2, разделенные интервалом времени Δt , перенесем параллельно самому себе вектор $\boldsymbol{v_2}$ и отложим на нем отрезок, равный по модулю вектору $\boldsymbol{v_2}$. Тогда вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ можно представить в виде суммы двух векторов $\Delta\boldsymbol{v} = \Delta\boldsymbol{v_n} + \Delta\boldsymbol{v_\tau}$.

Так как углы α и β стремятся соответственно к 0° и 90°, то вектор Δv_τ будет направлен по касательной к траектории и будет характеризовать изменение числового значения скорости, а вектор $\Delta\boldsymbol{v_n}$ будет перпендикулярен к вектору v_1 и будет характеризовать изменение скорости по направлению.





$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n;$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{r}}{dt};$$

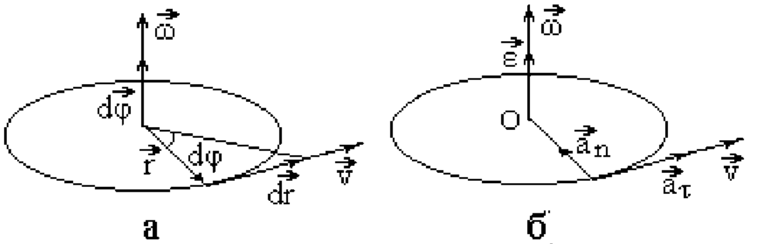
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

где - v численное значение скорости; R - **радиус кривизны траектории** в данной ее точке, он равен радиусу окружности R, вписанной в малый участок траектории вблизи этой точки (рис.2,в).

Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости тела по величине (по модулю скорости), а нормальное ускорение - по направлению.

Движение точки по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Вектор угловой скорости и углового ускорения.

Пусть м.т. движется со скоростью $\vec{v}$ по окружности радиуса $\vec{r}$ вокруг неподвижной оси вращения. При повороте на угол $d\varphi$, радиус-вектор $\vec{r}$



а б

получит приращение $d\vec{r}$.

Вектор $d\vec{r}$ направлен по касательной к окружности.

Вектором элементарного углового перемещения $d\vec{\varphi}$ называется вектор, направление которого связано с направлением вращения правилом правого буравчика, поступательное движение буравчика определяет направление вектора $d\vec{\varphi}$.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ характеризует быстроту вращения м.т., равная первой производной от вектора углового перемещения $d\vec{\varphi}$ по времени t:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Направления вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ и вектора элементарного углового $d\vec{\varphi}$ перемещения совпадают.

Вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ характеризует быстроту изменения угловой скорости и равен первой производной от угловой скорости $\vec{\omega}$ по времени t:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

В случае ускоренного вращения направления векторов $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\omega}$ совпадают, для замедленного вращения - направлены в противоположные стороны.

Для описания вращательного движения тела используют **частоту обращения n**, определяемую как число оборотов, совершаемых телом за единицу времени, и **период обращения T** как время одного полного оборота. Справедливы следующие формулы взаимосвязи:

$$n = \frac{N}{t}\,; \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\omega = 2\pi n$$

Формулы взаимосвязи линейных и угловых характеристик при вращательном движении

$\vec{v} = [\vec{\omega}; \vec{r}]$; $a_n = \omega^2 R$; $a_\tau = \varepsilon \cdot R$;

где R – радиус окружности.

Решение основной задачи кинематики.

Формулы для радиус-вектора r и вектора скорости v

Основной задачей кинематики является определение состояния м.т. (ее радиус-вектора ***r*** и скорости ***v***) в произвольный момент времени *t.* Для этого необходимо, задать, во-первых, начальные условия - радиус-вектор $\boldsymbol{r_0}$ и скорость $\boldsymbol{v_0}$ в начальный момент времени $t = t_0$ и, во-вторых, зависимость ускорения ***a*** от времени *t.* Тогда, используя понятия интеграла можно записать следующие выражения:

$v = \int a \cdot dt + v_0$; $r = \int v \cdot dt + r_0$

Рассмотрим конкретный вид уравнений для некоторых частных случаев движений м.т.

Равнопеременное движение м.т. - это движение м.т. с постоянным ускорением (***a*** = const). Если в начальный момент времени t_0 равным нулю скорость равна $\boldsymbol{v_0}$, а радиус-вектор $\boldsymbol{r_0}$ получим:

$$v = a \cdot t + v_0;$$

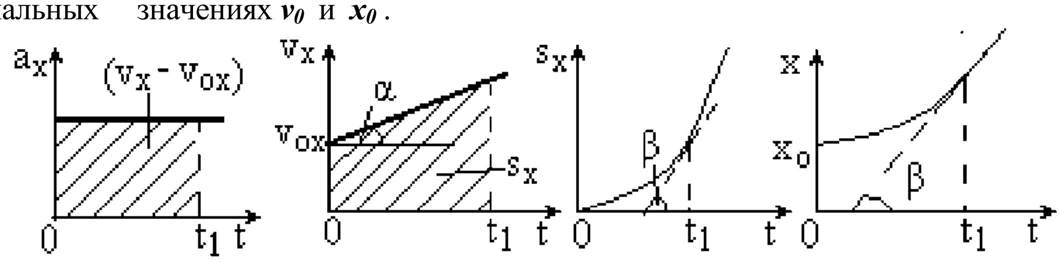
$$r = \frac{at^2}{2} + v_0 \cdot t + r_0$$

Равнопеременное прямолинейное движение $(a_n = 0,\ a = a_\tau)$ будет наблюдаться в тех случаях, когда векторы ускорения ***a*** и начальной скорости $\boldsymbol{v_0}$ будут либо параллельны друг к другу, либо направлены в противоположные стороны, либо вектор $\boldsymbol{v_0}$ будет равен нулю: $\boldsymbol{v_0} = 0$. В этих случаях проекция уравнений на ось *OX*, направленную вдоль линии движения тела, приводит к следующим выражениям:

$$v = a \cdot t;$$

$$x = \frac{at^2}{2}.$$

На рис. приведены графики зависимости от времени *t* проекций на ось *OX* скорости, перемещения и радиус-вектора в случае, если $\boldsymbol{v_0}$ и $\boldsymbol{x_0}$ равны нулю и при заданных начальных значениях $\boldsymbol{v_0}$ и $\boldsymbol{x_0}$.

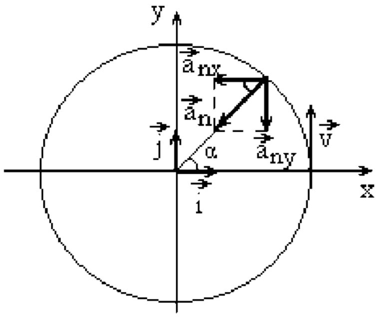


Как видно из рисунка, площади под графиками и позволяют найти

в определенный момент времени t_i значения скорости и перемещения, а углы наклона α и β - величину касательной к графикам, которые определяют проекции ускорения, скорости в этот момент времени t_i.

Равномерное движение м.т. по окружности радиуса R в плоскости XOY (начало координатных осей находится в центре окружности,).

Для такого движения тангенциальное ускорение $\boldsymbol{a_\tau}$ равно нулю, а зависимость нормального ускорения $\boldsymbol{a_n}$ от времени t определяется формулой:



$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Контрольные вопросы

1. Что такое вектор перемещения? Всегда ли его модуль равен пути, пройденному точкой?
2. Как вычислить путь, пройденный точкой при криволинейном движении?
3. Какова связь между линейными и угловыми скоростями и ускорениями?
4. При каких условиях средняя скорость материальной точки приблизительно равна мгновенной?
5. Может ли тело при равномерном движении иметь отличное от нуля ускорение? При каком условии?
6. Какой физический смысл имеет нормальное ускорение? Тангенциальное?
7. При каком движении вектор ускорения параллелен скорости? Антипараллелен? Перпендикулярен?

Основы динамики

Динамика материальной точки.

Первый и второй законы Ньютона. Масса как мера инертности. Силы и взаимодействия.

Третий закон Ньютона. Интерпретация третьего закона Ньютона при электромагнитном взаимодействии движущихся зарядов.

Некоторые задачи динамики.

Состояние материальной точки. Основная задача динамики.

Движение тел в однородном поле тяжести. Движение в вязкой среде.

Движение в электромагнитных полях. Сила Лоренца. Уравнение движения заряда в электромагнитном поле. Определение отношения e/m.

Динамика тел переменной массы.

Реактивное движение. Нерелятивистское уравнение движения. Формула Циолковского. Ступенчатая ракета. Характеристическая скорость.

Основные сведения о релятивистском случае движения тел переменной массы. Общая характеристика возможностей реактивных двигателей для космических полетов.

Движение системы материальных точек.

Система материальных точек. Центр масс. Импульс системы материальных точек. Сила, действующая на систему материальных точек. Уравнение движения системы материальных точек. Задача двух тел. Приведенная масса.

Изолированная система. Закон сохранения импульса для изолированной системы. Законы сохранения для отдельных проекций импульса. Применение закона сохранения импульса.

Момент импульса

Момент силы и момент импульса относительно неподвижного начала. Момент импульса системы материальных точек.

Уравнение моментов для системы материальных точек. Закон сохранения момента импульса. Законы сохранения для отдельных проекций момента импульса.

Уравнение моментов относительно движущегося начала и движущейся оси.

Основная задача динамики. Понятие состояния в классической механике. Уравнение движения.

Кинематика устанавливает законы движения материальной точки, но не указывает причины, вызвавшие это движение, а также факторы, влияющие на вариации кинематических параметров движения.

Рассматривая механическое взаимодействие данного тела с другими телами, приводящее к изменению состояния тела, изменению его скорости, т.е. к возникновению ускорения, можно записать уравнение движения тела. Это и есть основная задача динамики.

Масса и импульс. Границы применимости классического способа описания движения частиц.

Все тела изменяют свою скорость не мгновенно, а постепенно при их взаимодействии с другими телами. Способность тела сохранять свое состояние называется **инертностью**. Количественной характеристикой инертности тела является его **масса *m***.

Величина, равная произведению массы тела на его скорость, характеризующая количество движения тела называется **импульсом тела** $\vec{P}$.

$\vec{P} = m \cdot \vec{v}$

Импульс величина векторная, направление вектора импульса совпадает с направлением вектора скорости.

Классический способ описания состояния тела можно применять только в случае, если тело движется с малыми скоростями. Критерием малости скорости является выполнение условия: $\vec{v}$ « с, с- скорость света в вакууме.

Современная трактовка законов Ньютона. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчёта.

В основе классической механики движения м.т. лежат три закона Ньютона, они не доказываются, они являются обобщением опытных фактов.

Первый закон Ньютона: тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют другие тела или их действие скомпенсировано.

Оказывается, что первый закон Ньютона выполняется не во всех системах отсчета. Если выбрать С.О., связанную с поездом, движущимся равномерно и прямолинейно, то шарик, лежащий на гладком горизонтальном столе в купе вагона, будет покоиться, т.к. действующие на него силы тяжести и нормальной реакции опоры компенсируют друг друга. Однако, если поезд будет двигаться с ускорением, то без видимых причин шарик начнет двигаться относительно поезда, т.е. приобретет ускорение. Поэтому среди всех СО. выделяют **инерциальные системы отсчета (ИСО)** как С.О., в которых выполняется первый закон Ньютона и соответственно второй и третий законы Ньютона.

Наиболее близкой к ИСО можно считать С.О., связанную с Солнцем. Для многих физических явлений систему отсчета, связанную с Землей, также можно считать ИСО. В теоретическом плане ИСО существует бесконечное множество, все они движутся равномерно и прямолинейно, т.е. без ускорения, или покоятся.

Второй закон Ньютона как уравнение движения. Сила как производная импульса. Виды сил в механике.

Для общности рассуждений механическое взаимодействие тела с другими телами описывают понятием **силы *F***, которая определяется как векторная физическая величина, характеризующая механическое взаимодействие данного тела с другими телами, приводящее к его деформации или к возникновению ускорения.

Введение силы ***F*** позволяет количественно описать такие взаимодействия и выявить в них наиболее важные особенности. С учетом этого о взаимодействии

Сила является количественной характеристикой соответствующего вида взаимодействия. В природе существует четыре вида взаимодействия: сильное; слабое; гравитационное и электромагнитное. В механике проявляются только силы гравитационного и электромагнитного взаимодействия.

Гравитационное взаимодействие выражается законом всемирного тяготения:

$$\vec{F} = G\frac{m \cdot M}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$$

Проявлением этого взаимодействия на Земле является существование силы тяжести:

$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$; g- ускорение свободного падения;

И сила, с которой тело действует на опору или подвес, - вес тела:

$$\vec{P} = m(\vec{g} \pm \vec{a})$$

Электромагнитное взаимодействие выражается законом Кулона:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$$

В механике это взаимодействие объясняет существование сил упругости и сил трения.

Трение бывает сухим и вязким, в первом случае сила трения пропорциональна силе нормального давления N (пропорциональной силе тяжести), во втором – скорости движения тела v.

$F_T = \mu \cdot N$; $F_T = \eta \cdot v$ или $F_T = \eta \cdot v^2$ для случая больших скоростей.

Сила упругости пропорциональна величине деформации:

$$F_Y = k \cdot x$$

Второй закон Ньютона количественно описывает механическое взаимодействие тел, связывая между собой действующую на тело силу с изменением его импульса. Согласно этому закону *первая производная от импульса* $\vec{P}$ *тела* по *времени t равна векторной сумме сил, действующих на тело:*

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}_i$$

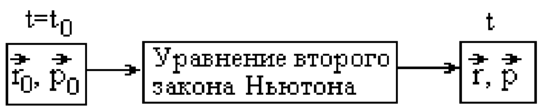
Формула позволяет рассматривать движение, при котором масса тела может изменяться (реактивное движение).

Если масса тела не зависит от времени, то тогда выражение можно записать, вводя в него ускорение тела:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

и сформулировать **второй закон Ньютона** следующим образом: *произведение массы тела на его ускорение равно векторной сумме сил, действующих на тело.*

Полученные уравнения позволяют при задании начальных условий (радиус-вектора $\boldsymbol{r_0}$ и импульса $\boldsymbol{p_0}$ тела при $t = t_0$) и сил, действующих на тело, решить основную задачу механики м.т.: описать ее механическое движение, т.е. однозначно определить состояние м.т. (ее радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ и импульс $\boldsymbol{p}$) в последующие моменты времени t (схема решения задач приведена на рис.).

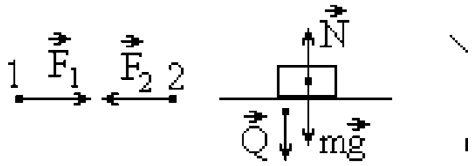


Третий закон Ньютона.

Третий закон Ньютона устанавливает дополнительные связи между силами, возникающими при взаимодействии, и облегчает решение задачи о механическом движении тел.

Согласно этому закону силы, действующие между двумя телам и, равны по модулю и противоположны по направлению, лежат на одной прямой, имеют одну природу.

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$$



В заключение отметим, что, хотя задача описания механического движения тел решается на основе законов Ньютона, ее практическая реализация сопряжена с большими сложностями. Так, в частности, во многих случаях не удается установить все силы, действующие на тело, а для известных сил установить их зависимость от координат и времени. К тому же задача о движении трех и более тел не имеет точного решения.

Внутренние и внешние силы. Центр масс (центр инерции).

Если рассматривать систему материальных точек, т.е. совокупность м.т., которые взаимодействуют только между собой и описываются общими закономерностями, то все силы можно разделить на: внешние (действуют со стороны тел, не входящих в систему) и внутренние (действуют внутри системы). Для описания поведения системы м.т. введем понятие **центра масс системы.**

Центром масс системы называется точка пространства, положение которой относительно какой-либо ИСО определяется радиус-вектором

$$r_c = \frac{\sum_1^N m_i \cdot r_i}{m}$$

где m - сумма масс тел (материальных точек) системы; r_i - радиус-вектор ***i***- го тела (м.т.) системы.

Если поместить в центр масс тело в виде материальной точки массы m, то оно будет двигаться со скоростью v_c, равной

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d}{dt}\left(\sum_1^N m_{i} \cdot \vec{r}_i\right) = \frac{1}{m}\sum_1^N m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

Если подставить полученное выражение во второй закон Ньютона получим закон движения центра масс:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \sum_1^N \vec{F}_i$$

Центр масс системы - это точка пространства, к которой приложены все силы, вызывающие по отдельности поступательное движение системы. Поэтому поступательное движение системы можно моделировать движением тела в виде м.т. массы m , помещенного в центре масс системы. Этот прием является удобным при изучении такого движения системы.

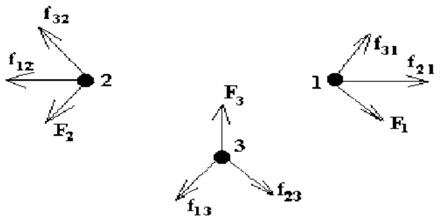
Если система является замкнутой или внешние силы, действующие на нее, компенсируют друг друга, то ее центр масс будет двигаться равномерно и прямолинейно или покоиться. Поэтому в ИСО, связанной с ним, проще описать движение тел системы.

Введенное выше понятие центра масс системы включает в себя как частный случай понятия центра масс и для абсолютно твердого тела. Действительно а.т.т. можно разбить на малые объемы dV и представить в виде совокупности м.т., между которыми действуют внутренние силы. Отличием для а.т.т. является тот факт, что расстояния между м.т. этого тела остаются со временем неизменными. Размеры объемов dV (м.т.) нужно выбирать такими, чтобы можно было пренебречь дискретным (атомным) строением вещества, т.е. эти объемы должны содержать достаточное количество одинаковых по свойствам атомов.

Центр масс а.т.т. совпадает с его центром тяжести, но является более общим понятием, справедливым и в отсутствие внешних гравитационных полей. Положение центра масс а.т.т. можно найти экспериментально, определяя положение его центра тяжести.

Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса как фундаментальный закон природы.

Рассмотрим систему, состоящую из N тел (на рис.6 для простоты приведена система из трех тел - м.т).



На каждое тело системы действуют внешние силы $\vec{F}_i$ ($i = 1,..., N$) со стороны не входящих в эту систему тел (м.т.), и внутренние силы $\vec{f}_{ik}^{\text{вн}}$ ($i, k = 1,..., N$) со стороны других тел системы. Внутренние силы системы связаны между собой третьим законом Ньютона, т.е. попарно равны.

$$f_{ik} = f_{ki}$$

Запишем уравнения второго закона Ньютона для всех тел системы и затем сложим эти уравнения:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \vec{F}_1 + \sum_k \vec{f}_{1k}\ ; \quad \frac{d\vec{P}_2}{dt} = \vec{F}_2 + \sum_k \vec{f}_{2k}\ ; \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ ; \quad \frac{d\vec{P}_N}{dt} = \vec{F}_{N1} + \sum_k \vec{f}_{Nk}$$

$$\sum_1^N \vec{P}_i = \vec{P}_c\ ; \quad \sum_{ik} \vec{f}_{ik} = 0\ ; \quad \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N\ ; \quad \frac{d\vec{P}_c}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$$

Векторная сумма всех внутренних сил равна нулю и поэтому векторная сумма импульсов тел системы равна сумме внешних сил, действующих на систему.

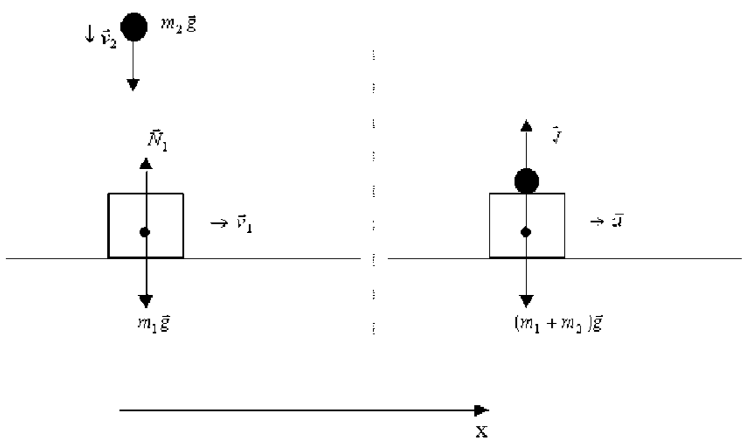
Итак, согласно векторная сумма импульсов тел системы (или импульс системы) изменяется за счет действия внешних сил.

Если взять **замкнутую систему**, т.е. систему, на которую не действуют внешние силы (F_t. = 0), то тогда выполняется **закон сохранения импульса**: *векторная сумма импульсов тел замкнутой системы остается постоянной или импульс* $\vec{P}_c$ ***центра масс*** *замкнутой системы остается постоянным.*

Реально выделить замкнутую систему достаточно трудно. Но и в незамкнутых системах в ряде случаев можно использовать закон сохранения импульса. Перечислим их.

Внешние силы компенсируют друг друга. Например, два тела, движущиеся по гладкой горизонтальной поверхности (отсутствуют силы трения) навстречу друг другу. В этом случае внешние силы - силы тяжести: m_1g, m_2g, нормальные силы реакции опоры компенсируют друг друга, а возникающие при столкновении тел внутренние силы, силы деформации, не могут изменить импульс системы.

Внешние силы не компенсируют друг друга, но их проекция на какую-либо ось остается равной нулю. Хотя импульс системы изменяется, но его проекция на эту ось сохраняется. Примером такой системы является система, состоящая из двух тел, одно из которых движется по гладкой поверхности, а другое падает вертикально вниз со скоростью и испытывает абсолютно неупругое столкновение с первым телом. В результате этого они движутся с одинаковой скоростью, образуя единое целое.



Внешние силы значительно меньше по модулю внутренних сил, действующих между телами в системе. Это наблюдается при сильных кратковременных взаимодействиях: удар, выстрел, разрыв снаряда и т.д. В этих случаях изменение импульса каждого тела системы, в основном, определяется внутренними силами системы.

Твёрдое тело в механике.
Момент импульса вращающегося тела.

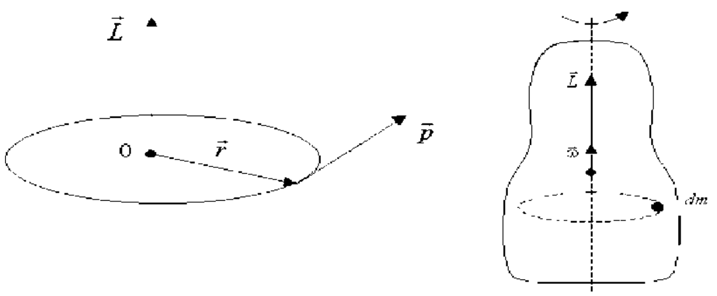
Моментом импульса $\vec{L}$ **м.т**. массы *m,* движущейся со скоростью $\vec{v}$ относительно оси вращения, называют вектор, определяемый по формуле

$$\vec{L} = \left[\vec{r};\vec{P}\right] = \left[\vec{r} : m\vec{v}\right]; \quad L = r \cdot P \cdot \sin\alpha$$

где $\vec{P}$ - импульс м.т.;

$\vec{r}$ - радиус-вектор, соединяющий м.т. с осью вращения и перпендикулярный к этой оси.

Направлен вектор момента импульса по правилу векторного произведения (по оси вращения). Векторы, направленные по оси вращения называются псевдовекторами или аксиальными векторами.



а б

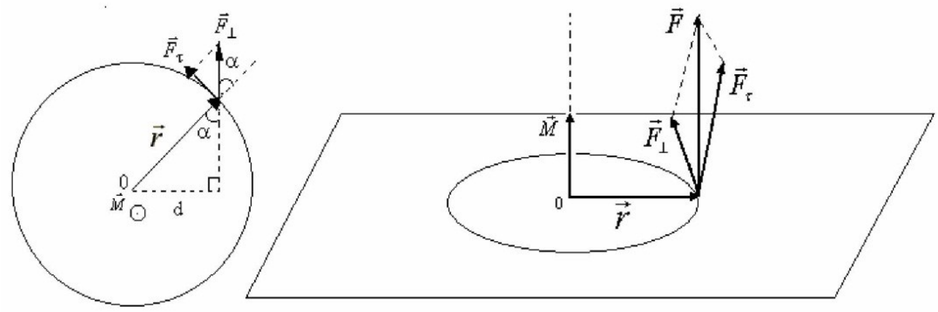
Момент силы.

Пусть к материальной точке массы *m* приложена сила $\vec{F}$; ее составляющая в плоскости, перпендикулярной к оси вращения, обозначена как $\vec{F}_{\perp}$.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно оси вращения называют вектор, определяемый формулой:

$$\vec{M} = \left[\vec{r};\vec{F}\right]; \qquad M = r \cdot F \cdot \sin\alpha; \qquad M = F \cdot d$$

где $\vec{r}$ - это вектор, проведенный от оси вращения к м.т. (рис.9, ось вращения проходит через точку О перпендикулярно к вектору); $d = r \cdot \sin\alpha$ - **плечо силы** - кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения; вектор момента силы направлен вдоль оси вращения.



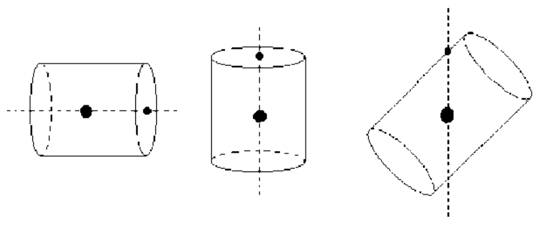
Вид сверху Вид сбоку

Момент инерции твёрдого тела.

Момент инерции а.т.т. является мерой инерции тела при его вращательном движении. Он зависит не только от массы *m,* но и от ее распределения относительно оси вращения.

Обычно момент инерции тела рассматривают относительно осей, проходящих через его **центр тяжести**. Поэтому, прежде всего, выясним, как можно найти его для произвольного тела. Для этого воспользуемся следующим свойством центра тяжести тела: через него проходят оси вращения, относительно которых векторная сумма моментов сил тяжести, действующих на разные части тела, равна нулю.

Рассмотрим в качестве примера сплошной однородный цилиндр. Будем подвешивать цилиндр за разные точки, лежащие на его поверхности, и проводить через них вертикальные линии. Тогда в точке их пересечения будет находиться центр тяжести цилиндра (она обозначена утолщенной точкой внутри цилиндра). Такую методику можно применять и для произвольного тела.



Величина I, называемая **моментом инерции м.т. относительно оси вращения,** определяется соотношением:

$$I = m \cdot R^2$$

В случае однородного тела момент инерции относительно оси вращения можно определить по формуле:

$$I = \int_V \rho \cdot r^2 dV$$

где ρ – плотность вещества.

Приведем формулы для моментов инерции I тел правильной геометрической формы относительно оси вращения OO_1, проходящей через их центр тяжести.

Сплошной однородный диск (или цилиндр) массы m, радиуса R

$$I = \frac{1}{4} mR^2$$

Однородный шар массы m и радиуса R

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

Тонкий однородный стержень массы m и длины l

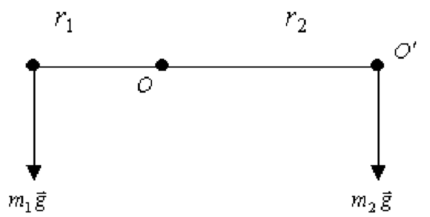
$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

Для расчета момента инерции тела относительно произвольной оси вращения можно воспользоваться формулой **теоремы Штейнера**

$I = I_0 + ma^2$,

где I, I_0 - моменты инерции тела массы m относительно оси, проходящий через центр масс тела (I_0) и параллельной ей произвольной оси (I), отстоящей на расстоянии a.

Покажем справедливость теоремы Штейнера на примере тела, состоящего из двух м.т. массы m_1 и m_2, скрепленных невесомым стержнем . Положение центра тяжести такого тела (точка O) найдем, приравняв нулю векторную сумму моментов сил тяжести, действующих на м.т. 1 и 2, относительно оси вращения, проходящей через точку O (ось вращения перпендикулярна плоскости чертежа)



$$m_1 g r_1 = m_2 g r_2$$

Согласно определению моменты инерции для данного тела относительно осей вращения, проходящих через точки O (I) и O' (I'), запишутся таким образом:

$$I = m_1 r_1^2 - m_2 r_2^2 \; ; \quad I' = m_1 (r_1 + r_2)^2$$

Найдем теперь I' по теореме Штейнера и сопоставим с написанным выше выражение для I':

$$I' = m_1 r_1^2 - m_2 r_2^2 + (m_1 + m_2) r_2^2 = m_1 (r_1 + r_2)^2$$

что и требовалось показать.

Уравнение динамики вращающегося тела.

Если на м.т. действует момент сил, то происходит вращение вокруг оси, относительно которой создан момент вращения. При этом м.т. будет иметь момент импульса, направленный вдоль той же оси. По аналогии со вторым законом Ньютона можно записать:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad \text{или} \quad \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I} \; ;$$

Две формы записи основного закона динамики вращательного движения.

Закон динамики вращательного движения гласит: *скорость изменения момента импульса равна моменту внешних сил, действующих на материальную точку.* Другая формулировка этого закона: *угловое ускорение материальной точки прямо пропорционально моменту внешних сил и обратнопропорционально моменту инерции.*

Закон сохранения момента импульса

Рассмотрим систему, состоящую из N взаимодействующих между собой материальных точе вращающихся вокруг какой-либо оси. Запишем для каждой м.т. основное уравнение динамики вращательного движения, выделяя отдельно моменты внешних $\boldsymbol{M}$ и внутренних $\boldsymbol{M_{Ik}}$ сил.

Просуммируем уравнения по всем м.т. системы, введем момент импульса L системы и учтем что согласно третьему закону Ньютона векторная сумма моментов внутренних сил, действующих на м.т., относительно оси вращения, равна нулю.

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_k \vec{M}_{ik} + \sum_k \vec{M}\ ; \quad \sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}\ ; \quad \sum_i \vec{M}_{ik} = 0$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Из формулы следует **закон сохранения момента импульса**, согласно которому момент импульса замкнутой системы остается постоянным относительно любой оси вращения

$\vec{L} = const$ или $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = const$

где I**;** , ω**;** - момент инерции и угловая скорость вращения i- й м.т. системы.

При вращательном движении, как и при поступательном, общая масса тел замкнутой системы остается постоянной, но при вращательном движении внутренние силы могут изменить распределение массы относительно оси вращения, т.е. моменты инерции тел системы. Это при неизменном моменте импульса замкнутой системы приводит к изменению угловой скорости вращения входящих в нее тел.

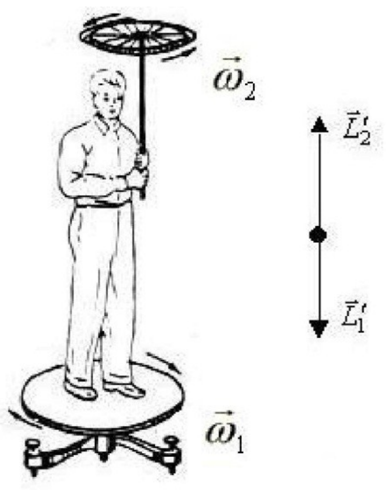
Приведем ряд примеров, подтверждающих это явление. Учтем, что во всех этих примерах моменты внешних сил (силы тяжести, реакции опоры) относительно вертикальной оси вращения равны нулю и поэтому момент импульса системы остается постоянным.

Пример 1. При переходе человека (м.т.) массы m_x в центр платформы (однородный диск радиуса R) массы m_2 угловая скорость вращения платформы увеличивается.

Пример 2. При вращении фигуристки изменение положения ее рук приводит к изменению момента инерции фигуристки относительно вертикальной оси вращения и соответственно к изменению угловой скорости ее вращения.

Если фигуристка прижимает руки к телу, то тем самым она уменьшает свой момент инерции ($I_2 < I_1$) и увеличивает угловую скорость вращения.

Пример 3. Скамья Жуковского. Человек стоит на скамье (их общий момент инерци относительно оси вращения равен I_1) и держит в руках колесо (его момент инерции I_2), способное вращаться вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью вращения скамьи (рис. 1.20). Человек приводит во вращение колесо с угловой скоростью ω_2. Тогда он со скамьей начнет вращаться в противоположную сторону с угловой скоростью ω_1.

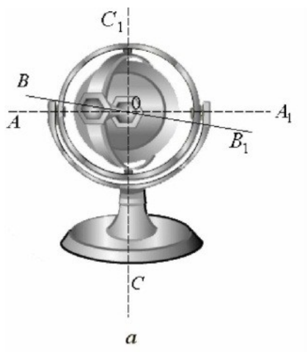


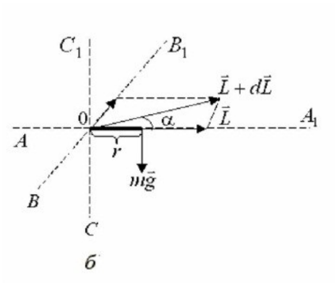
“

В этом опыте моменты инерции тел системы не изменяются, но внутренние силы совершают работу по изменению угловой скорости вращения входящих в систему тел.

Гироскопы

Под гироскопом понимают быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось вращения которого (ось симметрии) может произвольно изменять свое положение в пространстве. Например, гироскопами являются детский волчок и массивный диск, закрепленный так, чтобы он мог свободно вращаться вокруг трех взаимно перпендикулярных осей AA_1, BB_1 и CC_1 .





Применяемые в технике гироскопы обычно являются уравновешенными, т.е. их центры тяжести совпадают с центром подвеса (точка О) и поэтому моменты сил тяжести, действующих на них относительно любой оси вращения, равны нулю. В этом случае гироскоп можно рассматривать как замкнутую систему, для которой выполняется закон сохранения момента импульса.

Если раскрутить диск вокруг оси AA_X с большой угловой скоростью **ω**, то возникающий при этом момент импульса ***L***, направленный вдоль оси вращения AA_1 (рис.10,б), будет сохранять свое положение в пространстве и соответственно сохраняет свое направление и ось вращения. Так, например, при повороте подставки, на которой укреплен гироскоп, в ту или иную сторону, положение оси AA_1 останется неизменным из-за того, что момент внешних сил относительно осей вращения будет равен нулю.

Оказывается, что направление оси AA_1 практически не изменится и при кратковременных внешних воздействиях, при которых момент внешних сил относительно какой-либо оси будет отличным от нуля. Пусть на гироскоп в течение малого промежутка времени t будет действовать сила тяжести mg, приложенная на расстоянии ***r*** от точки O (рис.10,б). Она создаст момент силы, направленный вдоль оси BB_1, и согласно закона вращательного движения приведет к приращению вектора момента импульса $\Delta\boldsymbol{L}$. Вследствие этого ось вращения изменит свое положение в пространстве и установится вдоль нового направления вектора ***L+ΔL.*** Из-за малого времени действия внешней силы и большого модуля вектора направление оси AA_1 в пространстве практически не изменится.

Этот факт: сохранения первоначального направления оси вращения гироскопа при любых его перемещениях и случайных кратковременных воздействиях используется в различных навигационных приборах, в которых фиксируется определенное направление оси вращения в пространстве (вертикальное направление, направление на северный географический полюс Земли и т.д.), относительно которого затем и определяется направление движения объекта и, по мере необходимости, корректируется его курс и местоположение.

Если внешняя сила будет действовать постоянно, то тогда поворот оси AA_1 будет происходить вслед за поворотом вектора $\boldsymbol{L}$, и гироскоп будет вращать-ся вокруг оси с угловой скоростью, говорят, он будет совершать прецессию.

Кажущаяся на первый взгляд возможность поворота гироскопа вокруг оси BB_1 под действием силы mg опровергается основным уравнением динамики вращательного движении.

При винтовой нарезке ствола ружья или орудия такое движение (прецессию) совершает пуля или снаряд вокруг оси вращения, направленной в каждый момент времени по скорости их движения, т.е. по касательной к траектории. Это увеличивает дальность и устойчивость полета пули и снаряда, способствует попаданию их в цель лобовой частью, увеличивает точность попадания ввиду отсутствия кувыркания пули и снаряда при их полете.

Контрольные вопросы

1. Какой физический смысл имеет масса?
2. Опишите динамический опыт, по которому можно определить, какое из двух тел имеет большую массу.
3. Что такое сила? Как ее можно охарактеризовать? Как измеряется сила?
4. Запишите законы действия основных сил: упругости, сухого трения, вязкого трения, гравитационной, Кулона, Лоренца.
5. Какой смысл имеет введение приведенной массы?
6. Какие параметры определяют состояние материальной точки?
7. Как записывается уравнение движения для некоторой материальной точки системы? Как записывается уравнение движения для центра масс?
8. Как решается вопрос с произвольными константами при интегрировании уравнений движения?
9. Как будет двигаться центр масс осколков после взрыва снаряда в воздухе? Ответ обоснуйте. Массой газов и сопротивлением воздуха пренебречь.
10. Перечислите особенности движения центра масс замкнутой системы.
11. Чему равен импульс тела в системе центра масс? Обоснуйте ответ. Как влияет относительное движение тел на импульс системы?
12. В каком случае при потере телом массы возникает реактивная сила? Запишите выражение для реактивной силы.
13. Опишите опыты, обосновывающие необходимость введения понятия момента силы. Момента импульса.
14. В каких случаях момент ненулевой силы равен нулю? Момент импульса равен нулю?
15. Назовите причины изменения момента импульса материальной точки относительно неподвижного начала. Движущегося начала.
16. Что такое собственный момент импульса системы материальных точек? Как связан собственный момент импульса системы с моментом импульса относительно произвольного начала.
17. Приведите несколько примеров закона сохранения момента импульса.

Законы сохранения

Работа и энергия

Работа силы. Кинетическая энергия. Кинетическая энергия в различных системах отсчета. Теорема Кенига. Потенциальные силы и их работа. Потенциальная энергия и ее нормировка. Связь между силой и потенциальной энергией. Закон сохранения энергии. Потенциальные кривые.

Столкновения.

Определение понятия столкновения. Законы сохранения при столкновениях. Закон сохранения импульса. Закон сохранения энергии. Упругие и неупругие столкновения. Система центра масс. Внутренняя энергия. Замедление нейтронов как пример упругого столкновения. Физические примеры неупругих столкновений.

Законы сохранения.

Содержание законов сохранения. Уравнения движения и законы сохранения. Математическое содержание механических законов сохранения.

Законы сохранения и симметрии пространства и времени. Общие идеи обоснования законов сохранения импульса, момента импульса и энергии соответственно однородностью пространства, его изотропностью и однородностью времени.

Работа силы. Кинетическая энергия тела.

Теорема о кинетической энергии

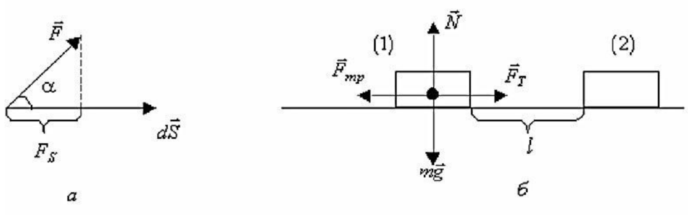
Под элементарной работой dA, совершаемой силой $\boldsymbol{F}$ на элементарном перемещении ds, называют величину, равную скалярному произведению

$dA = \boldsymbol{F}d\boldsymbol{s}=Fdscosa = F_S\ dl,$

где угол ά - угол между векторами силы $\boldsymbol{F}$ и перемещением; $d\boldsymbol{s}$ – модуль вектора элементарного перемещения или элементарный путь dl пройденной точкой приложения силы.

Работа силы на конечном перемещении равна сумме элементарных работ:

$$A = \int dA = \int \vec{F} d\vec{l}$$



Если сила постоянна (F=const), то ее работа на прямолинейном участке длины запишется следующим образом:

$A=F\ l\ cos\ a.$

Работа силы может быть положительной, отрицательной или равной нулю в зависимости от выбора системы отсчета и ориентации векторов силы и перемещения.

Чтобы ввести понятие о кинетической энергии W_k тела, запишем элементарную работу dA силы F в другом виде:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\ ; \quad dA = m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot dl = m \cdot vdv$$

Тогда для работы силы F, переводящей тело из состояния 1 в состояние 2 можно записать:

$$A = \int_{v1}^{v2} m \cdot vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Из полученной формулы следует, что работа силы равна разности двух величин, определяющих начальное и конечное состояния тела. При этом условия перехода из состояния 1 в состояние 2 не оказывают влияние на записанное выражение.

Поэтому можно ввести функцию состояния тела, его кинетическую энергию $W_к$ как величину, характеризующую способность тела совершать работу за счет изменения скорости его движения и равную

$$W = \frac{mv^2}{2} + const$$

В этом выражении постоянную выбирают, предположив, что при нулевой скорости движения тела его кинетическая энергия равна нулю.

Кинетическая энергия тел не зависит от того, как была достигнута данная скорость, она является функцией состояния тела, положительной величиной, зависящей от выбора системы отсчета.

Введение $W_к$ позволяет сформулировать теорему о кинетической энергии, согласно которой алгебраическая сумма работ всех сил, действующих на тело, равна приращению кинетической энергии тела:

$\Delta W_k = \Delta A$

Эта теорема широко используется для анализа взаимодействия тел не только в механике, но и в других разделах курса физики, таких как электростатика, постоянный ток, электромагнетизм, колебания и волны и т.д.

Потенциальная энергия взаимодействующих тел.
Теорема о потенциальной энергии

Под **потенциальной энергией W_p** взаимодействующих тел или частей одного тела понимают величину, характеризующую их способность совершать работу за счет изменения взаимного расположения тел или частей одного тела. Потенциальная энергия в одинаковой степени характеризует все взаимодействующие тела или их части. При этом между ними действуют **консервативные силы**, *работа этих сил не зависит от траектории движения тел, но определяется их начальными и конечными положениями.*

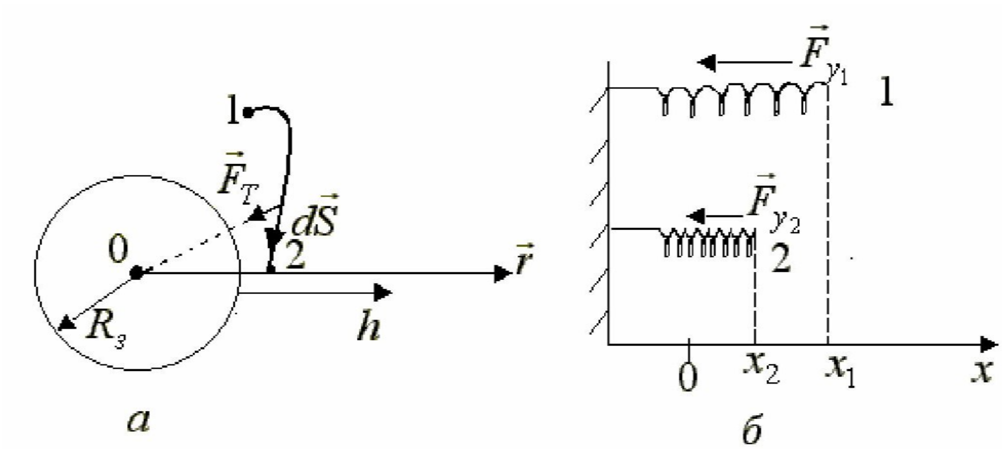
Потенциальные взаимодействия принято обычно описывать введением силового поля, а именно, считается, что одно тело взаимодействует в месте своего расположения с силовым полем, созданным другими телами. Такой подход удобно использовать в том случае, когда движение одного тела (например, первого) слабо влияет на движение другого тела (второго). Тогда можно считать, что первое тело находится в потенциальном поле, созданном вторым телом, и потенциальную

энергию их взаимодействия приписать первому телу. Так, например, говорят о потенциальной энергии тела в поле тяготения Земли, о потенциальной энергии заряда в электрическом поле и т.д. При этом движение тела (заряда) слабо влияет на силовое поле, в котором оно движется. Вспомним, что обычно говорят: тело падает на Землю, а не Земля падает на тело. Этим самым отмечают тот факт, что движение тела практически не изменяет положение Земли. Примерами консервативных сил в механике являются силы тяготения и упругости, а неконсервативных сил - силы трения, сопротивления, тяги, силы химических реакций, возникающих при разрыве снаряда, при выстреле и т.д.

Название «консервативные» силы связано с тем, что полная механическая энергия W_M системы тел, взаимодействующих между собой посредством только консервативных сил, сохраняется. Работа консервативных сил не зависит от формы пути, а зависит от начального и конечного положения точки. Работа консервативных сил по замкнутому пути равна нулю. Такие силы называют еще потенциальными, а поле консервативных сил является также потенциальным полем.

Выведем формулы для потенциальных энергий взаимодействия тел, между которыми действуют силы тяготения и силы упругости.

Потенциальная энергия тела в поле тяготения Земли. Между телом (м.т.) массы m и Землей (однородный шар радиуса R_3) массы M_3 действует сила тяготения:



$$F = G\frac{mM_3}{\mathrm{R}^2}$$

Рассчитаем работу A_{12} силы тяготения при переходе тела из точки 1 в точку 2, находящихся соответственно на расстояниях r_1 и r_2 от центра Земли:

$$A_{12} = \int_1^2 Fdr = G\int_1^2 \frac{mM_3}{\mathrm{R}^2}dr = GmM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Из формулы следует, что работа силы тяготения определяется убылью величин, зависящих только от начального и конечного положения тела и Земли. Значит, силы тяготения являются консервативными силами**,** а сами эти величины представляют собой потенциальные энергии гравитационного взаимодействия тела и Земли:

$$W_P = G\frac{mM_3}{\mathrm{r}} + const$$

Потенциальная энергия W_p определяется с точностью до постоянной величины; ее нулевой уровень отсчета W_p выбирается произвольно для удобства решения конкретных задач.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела.

Рассмотрим работу силы упругости при сжатии пружины из состояния 1 до состояния 2 (рис.14б) с координатами x_1 и x_2 соответственно:

$$A_{12} = \int_1^2 kx \cdot dx = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$

Из соотношения следует, что сила упругости является консервативной силой.

Обобщая формулы, можно сформулировать **теорему о потенциальной энергии**: работа консервативных сил, действующих между телами или частями одного тела равна убыли их взаимной потенциальной энергии.

Для тела, движение которого слабо влияет на движение другого тела, создающего силовое поле, **теорему о потенциальной энергии** можно сформулировать так: *работа консервативных сил, действующих на тело, равна убыли потенциальной энергии тела в поле этих сил.*

Механическая энергия системы тел.

Закон сохранения механической энергии

Полной механической энергией *W* системы тел называют сумму кинетической энергии тел и потенциальной энергии их взаимодействия:

$W=W_k+W_p$.

Как уже отмечалось, для замкнутой системы из факта неуничтожимости движения материи справедлив закон сохранения всех видов энергий (механической, тепловой, электромагнитной, ядерной и т.д.)

$W + W_{тепл} + W_{эл} + W_{яд} +\ldots = const$.

В такой системе механическая энергия может изменяться за счет работы неконсервативных сил: они переводят ее в другие виды энергии (механическая энергия уменьшается, происходит ее диссипация, рассеяние), и, наоборот, другие виды энергии переходят в механическую энергию (она возрастает).

Среди всех неконсервативных сил выделяют **диссипативные силы** - это силы, которые приводят к уменьшению механической энергии системы. К ним, например, относят силы трения и сопротивления. Так, например, шарик, катящийся по горизонтальной поверхности, с течением времени останавливается из-за того, что работа силы трения переводит часть его механической энергии в тепловую энергию.

Если же в замкнутой системе действуют только консервативные силы (такая система называется **замкнутой консервативной системой** - з.к.с), то тогда в ней выполняется **закон сохранения механической энергии**, который гласит: *механическая энергия замкнутой консервативной системы остается постоянной.*

$W = const$

Если такая система, между телами которой действуют только консервативные силы, находится во внешнем поле консервативных сил (открытая консервативная система - о.к.с), то и для нее выполняется закон сохранения механической энергии

$W = const$

Это связано с тем, что, потенциальная энергия системы является суммой попарных потенциальных энергий взаимодействий тел друг с другом независимо от того входят эти тела в состав системы или нет, и поэтому теорема о потенциальной энергии будет справедлива и в этом случае.

Формула связи потенциальной энергии W_p и

консервативной силы F_K

Между консервативной силой F_K, действующей между телами, и потенциальной энергией их взаимодействия W_p существует взаимосвязь, которую можно получить их выражения для элементарной работы консервативной силы вдоль произвольного направления *dr:*

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

подставим это соотношение в теорему о потенциальной энергии и получим следующее соотношение:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dW_p$$

Проекции силы **F** на координатные оси можно представить в виде:

$\vec{F}_x = -\dfrac{dW_p}{dx}$; $\vec{F}_y = -\dfrac{dW_p}{dy}$; $\vec{F}_z = -\dfrac{dW_p}{dz}$ или

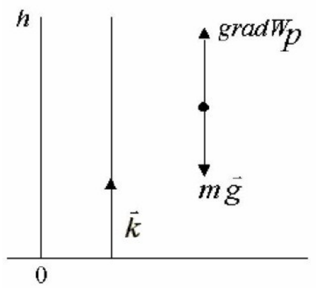
$$\vec{F} = -\left(\frac{dW_p}{dx}\cdot\vec{i} + \frac{dW_p}{dy}\cdot\vec{j} + \frac{dW_p}{dz}\cdot\vec{k}\right)$$ или $$\vec{F} = -grad\cdot W_p;$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные орты осей координат.

В направлении градиента потенциальной энергии сила в данной точке пространства убывает.

Итак, согласно полученному выражению консервативная сила, действующая между телами, в каждой точке пространства равна по модулю и противоположна по направлению градиенту потенциальной энергии взаимодействия этих тел.

Проверим полученную формулу для поля тяготения Земли.



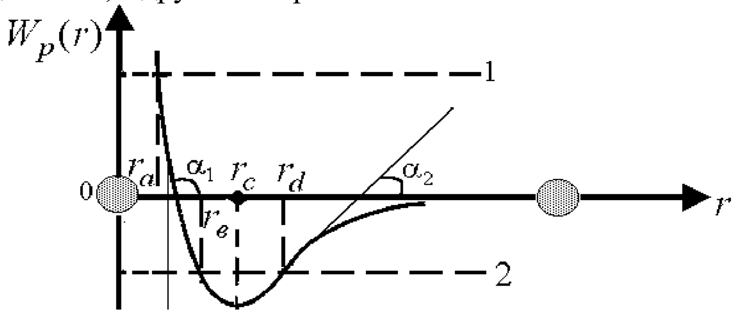
$$W_p = mg_0h = mg_0z,$$

$$F = -\frac{d}{dz}\left(W_p\right) = -\frac{d}{dz}\left(mgz\right) = -mg$$

Потенциальные кривые

Обсудим кратко значение записанных выше формул. В квантовой механике при изучении движения частиц малой массы (микрочастиц) вместо действующих на них сил задают потенциальную энергию частиц во внешнем потенциальном поле (говорят, задают вид потенциального поля), в котором они движутся. График зависимости потенциальной энергии частицы от координат называют **потенциальной кривой**. Использование выражений для потенциальной энергии и взаимосвязи потенциальной энергии и силы позволяет на основе заданного вида потенциальной кривой изучать характер движения и взаимодействия частиц и тем самым предлагать модели объяснения различных физических свойств веществ.

В качестве примера приведена потенциальная кривая взаимодействия двух частиц (молекул) в зависимости от расстояния между ними - одна частица закреплена в начале оси ***г*** (г=0) и считается неподвижной, а другая - на расстоянии ***r*** от нее.



Тогда проекция результирующей силы на ось ***r*** в какой-либо точке оси будет равна тангенсу угла наклона касательной к графику $W_P(r)$; $F_{kr} = -tga$.

В первом случае (рис.) полная механическая энергия частицы является положительной, что соответствует движению частицы в реальных газах. Как видно из рис. движение частицы будет поступательным от одного столкновения до другого. На расстояниях $\boldsymbol{r > r_c}$ действующая на частицу результирующая сила будет силой притяжения ($r = r_d$, $F_{kr} = -tga_2 < 0$), а при $\boldsymbol{r < r_c}$ - силой отталкивания

($r = r_c$, $F_{kr} = -tga_x > 0$). При $\boldsymbol{r = r_a}$ механическая энергия частицы будет равна ее потенциальной энергии, т.е. кинетическая энергия частицы обращается в ноль и частица испытывает столкновение с другой частицей, в результате чего она меняет направление своего движения. Говорят, частица налетает на потенциальный барьер и отражается, отскакивает от него. Такое движение называется инфинитным.

Во втором случае полная механическая энергия частицы отрицательна, и, как следует из рис., в жидкостях и твердых телах частица совершает колебательное движение в ограниченной области пространства ($r_b<r<r_d$,), в потенциальной яме, созданной взаимодействием частиц. Расстояние $\boldsymbol{r = r_c}$ соответствует положению устойчивого равновесия (потенциальная энергия частицы будет наименьшей). Движение частицы вдоль оси ***r*** от $r=r_b$ за счет сил отталкивания будет ускоренным ($F_{kr} = -tga > 0$), оно переходит в замедленное движение при $\boldsymbol{r > r_c}$ за счет сил притяжения. Точкам $r=r_b$ и $r=r_d$ соответствуют точки поворота в движении частицы. Такое движение называется финитным.

При увеличении температуры жидкости или твердого тела полная механическая энергия частицы возрастает, амплитуда ее колебаний увеличивается и за счет несимметричности потенциальной кривой происходит тепловое расширение жидкостей и твердых тел.

Задавая различные виды потенциальных кривых, например, для электронов в твердом теле, можно прийти к хорошо известным моделям описания электронного газа - модель свободных электронов, приближения сильной и слабой связи, которые широко используются для объяснения различных свойств веществ.

Применение законов сохранения импульса и механической энергии к анализу абсолютно упругого и неупругого столкновений

Как уже отмечалось ранее, законы сохранения позволяют получить важную информацию о взаимодействии тел без детального решения второго закона Ньютона. Рассмотрим ряд важных для практики примеров.

Абсолютно неупругий удар - это удар, в результате которого тела после соударения движутся вместе как единое целое. Пусть движущееся со скоростью $\mathbf{v_1}$ тело массы m_1 сталкивается с движущимся со скоростью $\mathbf{v_2}$ телом массы m_2, в результате чего их скорость оказывается равной $\boldsymbol{u}$. Если эти тела образуют замкнутую систему, то для нее можно записать закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\cdot\vec{u}$$

из которого следует, что скорость u тел после удара будет равна:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

При таком ударе возникают неконсервативные силы (силы сопротивления), которые переводят часть механической энергии соударяющихся тел в тепловую энергию:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 + m_2}{2}\cdot u^2 + Q\ ;$$

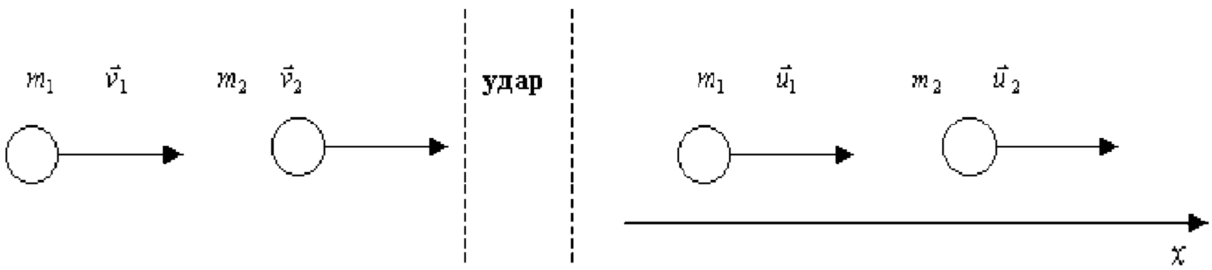
где Q - тепловая энергия или любой другой вид внутренней энергии.

Абсолютно упругий центральный удар - это удар, при котором помимо закона сохранения импульса, выполняется также и закон сохранения механической энергии. При таком ударе деформации тел, возникающие в момент соударения, после столкновения полностью исчезают. При центральном ударе тела до и после соударения движутся по одной прямой.

Пусть движущееся вдоль оси Ох со скоростью $\mathbf{v_1}$ тело массы m_1 сталкивается с движущимся вдоль оси Ох со скоростью $\mathbf{v_2}$ телом массы m_2 (тела могут двигаться навстречу друг другу или одно тело догоняет другое). Запишем для замкнутой системы, состоящей из двух тел, законы сохранения импульса и механической энергии:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$



Рассмотрим ряд важных для практики частных случаев.

Пример 1. Два тела одинаковой массы *($m_1 = m_2$),* движущиеся вдоль оси *OX* со скоростями $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ ($\boldsymbol{v}_1 > \boldsymbol{v}_2$) навстречу друг другу и испытывают упругое соударение, в результате которого происходит обмен скоростями: скорость первого тела за одно соударение снизится до нуля: $u_{1x} = 0$.

В ядерных реакторах необходимо проводить эффективное уменьшение скорости нейтронов, возникающих при реакциях деления, от скоростей порядка $\mathbf{10}^7$ м/с до скоростей, соответствующих скорости их теплового движения при температуре Т=300 К («3-10^3 м/с). Как следует из рассмотренного примера, для этого необходимо заставить нейтроны испытывать соударения с близкими по массе атомами водорода, входящими в состав воды H_2O (скорость атомов водорода можно считать практически равной нулю по сравнению со скоростью нейтронов). Однако из-за большой потери нейтронов, связанных с протеканием при таких столкновениях реакций образования атомов тяжелого водорода, используют в качестве замедлителя тяжелую воду (D_20). При этом требуется порядка 10 столкновений для требуемого замедления скорости нейтронов.

Пример 2. Тело массы m_1 движущееся со скоростью $\boldsymbol{v}_1$, упруго ударяется о неподвижное тело, масса которого существенно больше *($v_2=0$, $m_2 \gg m_1$)*. После столкновения первое тело будет двигаться в обратном направлении с той же по модулю скоростью, а второе тело практически останется неподвижным. Такое столкновение происходит при лобовом ударе молекулы о стенку сосуда. При этом молекула упруго (без потери скорости) отскакивает обратно, а стенка остается практически неподвижной. Результаты такого столкновения молекулы со стенкой сосуда используются при выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории для давления идеального газа.

Контрольные вопросы

1. Что такое работа постоянной силы?
2. Как вычисляется работа в произвольном случае? Какой смысл имеет элементарная работа? Интеграл?
3. В чем различие между понятиями энергии и работы?
4. Какими превращениями энергии сопровождается работа консервативных сил? Диссипативных сил?
5. Какая часть кинетической энергии испытывает превращения при ударе двух тел? Какие это превращения при упругом и неупругом ударе?
6. Почему кинетическая энергия центра масс при ударе (упругом и неупругом) не изменяется?
7. Как выразить кинетическую энергию относительного движения двух тел через скорость относительного движения?
8. Работой каких сил определяется изменение внутренней энергии всей системы? Потенциальной энергии системы? Полной механической энергии системы?
9. Сформулируйте условия изменения механической энергии системы. Сохранения механической энергии системы.
10. Необходимо ли условие замкнутости системы для выполнения закона сохранения энергии? Достаточно ли этого условия?
11. Какова связь между силой и потенциальной энергией?
12. Какие заключения о характере движения можно сделать из анализа потенциальных кривых?
13. Укажите на потенциальной кривой точки устойчивого и неустойчивого равновесия. Ответ обоснуйте.

Неинерциальные системы отсчета.

Определение неинерциальных систем. Неинерциальные системы отсчета, движущиеся прямолинейно поступательно. Выражение для сил инерции. Невесомость.

Неинерциальные вращающиеся системы отсчета. Кориолисово ускорение. Силы инерции во вращающейся системе координат.

Неинерциальная система координат, связанная с поверхностью Земли. Маятник Фуко. Приливы.

Законы сохранения в неинерциальных системах. Время и пространство в неинерциальных системах отсчета. Силы инерции. О реальности существования сил инерции.

Гравитационная и инертная массы. Принцип эквивалентности. Красное смещение. Основные представления общей теории относительности. Недостаточность классической теории тяготения для объяснения движения перигелия Меркурия и отклонения лучей света в поле тяготения Солнца.

Описание движения тел в неинерциальных системах отсчета (НИСО

Рассмотрим две системы отсчета K и K', система K' движется относительно системы K с ускорением $\boldsymbol{a_0}$. Система K является инерциальной. Положение точки O' относительно точки O определяется радиус-вектором $\boldsymbol{R_0}$, $\boldsymbol{r}$ – положение точки в системе K' , $\boldsymbol{R}$ – положение точки в системе K. Пусть относительно ИСО под действием сил $\boldsymbol{F}$, тело движется с ускорением $\boldsymbol{a_{абс}}$. Тогда для положения точки в ИСО получим:

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r},$$

если данное выражение продифференцировать получим:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{v}_{абс} = \vec{v}_{пер} + \vec{v}_{отн},$$

где $\boldsymbol{v_{абс}}$, $\boldsymbol{v_{пер}}$, $\boldsymbol{v_{отн}}$ соответственно абсолютная (в ИСО), переносная (скорость НИСО относительно ИСО) и относительная (относительно НИСО) скорости движения точки. Запишем второй закон Ньютона с учетом того, что

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{отн}; \qquad \vec{a}_{пер} = \vec{a}_0; \qquad \vec{v}_{пер} = \vec{v}_0,$$

получим:

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} - m\vec{a}_0$$

$m\vec{a}_0$ - имеет смысл силы, которая появляется только в случае ускоренного движения системы отсчета. Данную силу принято называть силой инерции:

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_0; \qquad m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + \vec{F}_и$$

Силы инерции обладают следующими свойствами:

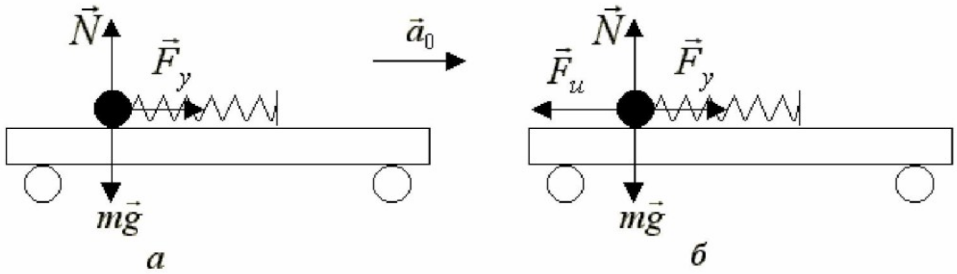
Являются фиктивными, т.к. источника сил инерции не существует. Не подчиняются второму закону Ньютона.

Зависят от свойств системы и не являются инвариантными, т.н. изменяются при переходе из одной СО в другую.

Являются внешними по отношению к любой движущейся системе.

Если силы, действующие на тело равны нулю , то и в НИСО, относительно которой тело будет неподвижно, сумма сил с учетом силы инерции, также будет равна нулю в соответствии со вторым законом Ньютона. Приведем пример: на гладком полу тележки находится шарик, привязанный к пружине. При движении тележки с ускорением $\boldsymbol{a_0}$ на шарик будет действовать сила упругости $\boldsymbol{F}y$, которая сообщает ему ускорение $\boldsymbol{a_0}$. В соответствии второму закону Ньютона, записанного относительно неподвижной ИСО:

$\boldsymbol{N} + m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}y=m\boldsymbol{a}$



В НИСО, связанной с тележкой, относительно которой шарик будет неподвижен, сумма сил, действующих на шарик, будет также равна нулю в соответствии с основным законом динамики:

$\boldsymbol{N} + m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}y+\boldsymbol{F}u=0$

Таким образом, введение сил инерции позволяет описывать движение тел, как в ИСО, так и в НИСО по одним и тем же уравнениям динамики.

Любое сложное движение можно представить в виде суммы поступательного и вращательного движения. Поэтому переносную скорость можно представить через формулу взаимосвязи между линейной и угловой скоростью.

Если система одновременно движется поступательно и вращается с некоторой угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, то переносная скорость может быть определена по следующему соотношению:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + [\vec{\omega};\vec{r}]$$

Продифференцировав это соотношение получим:

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{\text{отн}} + [\dot{\vec{\omega}};\vec{r}] + 2[\vec{\omega};\vec{v}_{\text{отн}}] - \vec{r}_{\perp} \cdot \vec{\omega}^2;$$

где $\vec{a}_{\text{пер}} = [\dot{\vec{\omega}};\vec{r}] + \vec{r}_{\perp} \cdot \vec{\omega}^2$ переносное ускорение зависит только от движения системы;

$\vec{a}_{\text{кор}} = 2[\vec{\omega};\vec{v}_{\text{отн}}]$- называется кориолисовым ускорением или ускорением Кориолиса. Причиной возникновения кориолисова ускорения является изменение переносной скорости в различных точках вращающейся системы. Таким образом можно сформулировать теорему Кориолиса : *абсолютное ускорение в ИСО складывается из переносного, относительного и кориолисова ускорений.*

Второй закон Ньютона будет иметь вид:

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{F} - \vec{F}_{\text{и}} - \vec{F}_{\text{к}}; \quad \vec{F}_{\text{пер}} = -m\vec{a}_{\text{пер}} = -m\dot{\vec{v}}_0 + m\vec{\omega}^2\vec{r}_{\perp} - m[\dot{\vec{\omega}};\vec{r}];$$

$\vec{F} = m\vec{\omega}^2\vec{r}_{\perp}$ называется центробежной силой инерции или центробежной силой. *Центробежная сила направлена от оси вращения по радиусу.*

Эта сила зависит от угловой скорости вращения НИСО и от расстояния до оси вращения. С проявлением сил инерции можно встретится при торможении или ускорении поезда и при его движении на повороте - в этих случаях под действием сил инерции пассажиры отклоняются вперед, назад или в сторону, их прижимает к спинке сидения или они отклоняются от нее. Из формулы следует, что центробежные силы могут достигать больших значений, что широко используется в центробежных приборах и установках, таких как насосы, сепараторы, центрифуги и т.д. Центробежные силы необходимо учитывать при проектировании (турбин, электродвигателей, винтов самолетов и т.д.). Небольшая разбалансировка, смещение центра тяжести от оси вращения может привести к большим нагрузкам на подшипники, на ось вращения, вследствие чего возможно быстрое изнашивание и разрушение таких устройств. Приведем еще один пример силы инерции. Оказывается, что относительно вращающейся системы отсчета появляется дополнительная сила, сила инерции, которая получила название силы Кориолиса

На Земле этот эффект, обусловленный ее суточным вращением, заключается в том, что свободно падающее тело отклоняется в Северном полушарии вправо, а в Южном - влево от направления движения. Вследствие медленного вращения Земли эти отклонения являются малыми. Они становятся заметными при длительном движении - например, происходит более сильное подмывание правых берегов в Северном полушарии и левых берегов в Южном полушарии рек, текущих в меридиональном направлении.

В заключение этого параграфа сделаем ряд замечаний относительно сил инерции:

Необходимо помнить, что силы инерции являются внешними по отношению к НИСО и поэтому в них не выполняются законы сохранения механической энергии, импульса и момента импульса.

Силу инерции также, как и силы тяготения сообщают телам независимо от их массы одинаковые ускорения. Поэтомучеловеку, находящемуся в лифте, нельзя различить почему он давит на его пол: либо лифт неподвижен и находится во внешнем поле тяготения, либо лифт находится в поле сил инерции (движется равноускоренно) в отсутствии внешнего гравитационного поля. Это позволило Эйнштейну сформулировать принцип эквивалентности, согласно которому поле тяготение в небольшой области пространства и времени по своему проявлению тождественно ускоренной системе отсчета. Этот принцип, доказанный экспериментально с большой точностью, лег в основу создания общей теории относительности (А.Эйнштейн, 1915-16 гг.).

Контрольные вопросы

1. Какой смысл имеет введение сил инерции в НИСО? Что можно сказать об источниках сил инерции?
2. Перечислите силы инерции в поступательно движущейся НИСО. Во вращающейся НИСО. Как направлена сила Кориолиса?
3. Что такое переносная скорость? Переносное ускорение?
4. В каких системах существуют переносная скорость и переносное ускорение? В каких системах существуют силы инерции?
5. Как проявляют себя силы инерции на Земле?
6. Каковы причины приливных сил?
7. Почему Луна и Солнце, сильно отличаясь по массе, создают близкие по силе приливные эффекты?
8. Как объяснить возникновение невесомости при свободном падении в инерциальной и падающей системах отсчета?
9. Как на ИСЗ можно создать искусственную тяжесть?

Динамика твердого тела.

Система уравнений движения твердого тела и ее замкнутость.

Момент силы и момент импульса относительно оси. Момент инерции. Вычисление момента инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера.

Кинетическая энергия движения твердого тела. Кинетическая энергия вращения.

Плоское движение твердого тела и особенности его динамики. Маятник Максвелла. Движение твердого тела, закрепленного в точке. Мгновенная ось вращения. Свободные оси. Устойчивость движения относительно свободной оси.

Понятие о тензоре инерции. Главные оси тензора инерции, главные моменты инерции и их физический смысл.

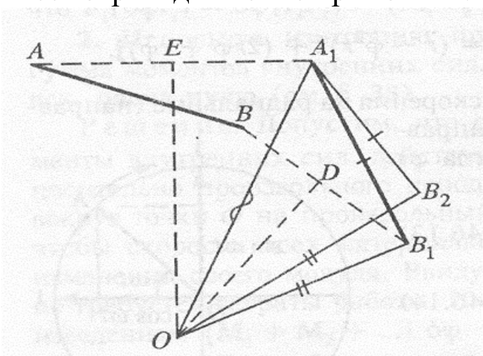
Гироскопы. Свободная и вынужденная прецессия гироскопа. Гироскопические силы.

Общее движение твердого тела.

Плоское движение тела.

Плоское движение - когда все точки движутся $//$ в одной плоскости.

Рассмотрим движение прямой AB. Новое положение A_1 B_1 .



Соединим точки A и A_1 , B и B_1 , к середине отрезков AA_1 и BB_1 восстановим перпендикуляры, Эти перпендикуляры пересекутся в точке O. Тогда точки A и A_1 , B и B_1 оказываются равноудаленными от точки O. Это значит, что прямую AB можно повернут относительно точки O, так чтобы т. A совпала с т. A_1. Можно показать,что и для точек B и B_1 можно проделать ту же операцию, т.е. при плоском движении тело из одного положения в любое другое можно перевести с помощью одного поворота вокруг некоторой оси.

Этот результат получен для одного частного случая. Однако это положение можно обобщить.

Теорема Эйлера: *твердое тело, имеющее одну неподвижную точку, может быть переведено из произвольного положения в другое произвольное положение путем поворота вокруг некоторой оси, проходящей через эту неподвижную точку.*

Пусть по плоскости катится цилиндр.

A- неподвижная точка, через которую проходит мгновенная ось вращения.

$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}$; $\vec{v} = \left[\vec{\omega}; \vec{R}\right]$

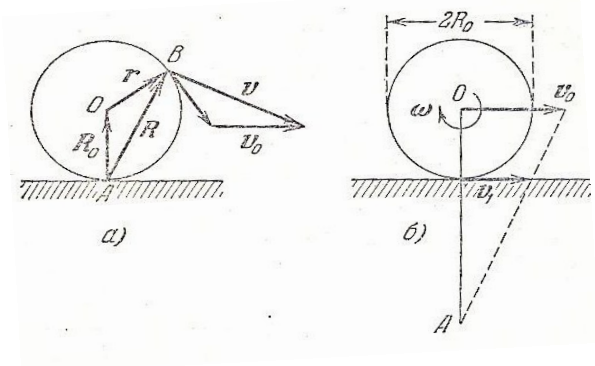
Цилиндр катится без скольжения

$$\vec{v} = \left[\vec{\omega}; \left(\vec{R}_0 + \vec{r}\right)\right] = \vec{v}_0 + \left[\vec{\omega}; \vec{r}\right]$$

$\boldsymbol{V_0}$ – скорость оси цилиндра.

Если цилиндр движется с проскальзыванием, точка A не лежит на поверхности.

$\boldsymbol{V_0} > \omega R_0$ – условие скольжения; $\boldsymbol{v_1}$ – скорость скольжения



Мгновенная ось, проходящая через точку *O* движется поступательно.

Движение тела можно разложить на поступательное и вращательное. Это можно сделать бесчисленным числом способов.

а) Чистый поворот вокруг точки *A*.

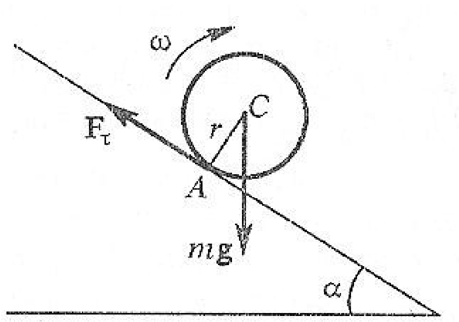
б) Поступательное движение всего тела со скоростью ***V*** плюс поворот вокруг т. *D*, которая может находиться где угодно.

Если тело движется поступательно вместе с центром масс и вращается вокруг оси, проходящей через центр масс, то его кинетическая энергия

$$K = K_c + K_{\text{вр}};\quad K = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2} \quad \text{или} \quad K = \frac{I_A\omega^2}{2}$$

2.Тело скатывается с наклонной плоскости.

$$\vec{a}_{\text{ц}} = \frac{1}{m}\left(m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}\right)$$



$$\vec{\varepsilon} = \frac{1}{I_c}\left(\vec{M}_{mg} + \vec{M}_N + \vec{M}_{F_{\text{тр}}}\right)$$

или в проекциях на оси координат

OX: $a = \dfrac{1}{m}\left(mg\sin\alpha + 0 - F_{\text{тр}}\right)$

OY: $0 = \dfrac{1}{m}\left(-mg\cos\alpha + N + 0\right)$; $N = mg\cos\alpha$

OZ: $\varepsilon = \dfrac{1}{I_c}\left(0 + 0 + RF_{\text{тр}}\right)$; $I_c = m\rho_{\text{и}}^2$

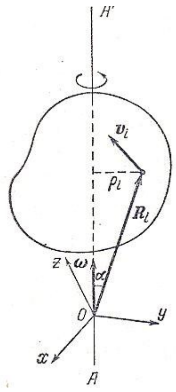
Если выполняется условие $F_{тр} < \mu N$ то тело скатывается без скольжения и решение уравнений приводит к следующему результату

$$a = \frac{g\sin\alpha}{1 + \dfrac{R^2}{\rho^2_{\text{и}}}}$$

Если $F_{тр} > \mu N$, то будет наблюдаться скольжение, и угол α определяется из условия:

$$tg\alpha > \mu\left(1 + \frac{R^2}{\rho_{\text{и}}^2}\right)$$

Любое твердое тело имеет 6 степеней свободы: 3 поступательных и 3 вращательных. Закон движения можно записать в следующем виде:



$$\vec{a}_ц = \frac{1}{m}\vec{F}_\Sigma \; ; \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{(e)}_\Sigma$$

В общем случае каждое уравнение есть сумма трех уравнений. Тело вращается вокруг оси OO′. Система координат связана с точкой *O*.

Скорость можно определить

$\vec{v}_i = \left[\vec{\omega};\vec{R}_i\right]$; $\rho_i = R_i \sin\alpha$

а) Величина скорости и ее направление не зависят от выбора точки *O*.

б) Вектор $\vec{\omega}$ можно разложить на два $\vec{\omega}_1 \perp \vec{\omega}_2$ - т.е. вращение вокруг оси OO' можно представить как вращение вокруг двух взаимно перпендикулярных осей.

$$\vec{v}_i = \left[\vec{\omega};\vec{R}_i\right] = \left[\vec{\omega}_1;\vec{R}_i\right] + \left[\vec{\omega}_2;\vec{R}_i\right] = \vec{v}_{i1} + \vec{v}_{i2}$$

в) Если точка в теле движется поступательно по кругу, то это можно представить как движение тела вокруг вращающейся системы отсчета $X'Y'Z'$.

Понятие о тензоре инерции

Рассмотрим вращение тела вокруг оси *Z*.

$\Delta\vec{L}_i = \Delta m_i\left[\vec{r}_i;\vec{v}_i\right]$;

Вектор момента импульса не параллелен вектору угловой скорости.

Каждая компонента вектора ***L*** есть комбинация трех компонент вектора ***ω***.

$\vec{\omega} = \vec{\omega}_x + \vec{\omega}_y + \vec{\omega}_z$

С учетом того, что

$\vec{v}_i = \left[\vec{\omega};\vec{r}_i\right]$; $\vec{L} = \sum \Delta m_i\left[\vec{r}_i;\left[\vec{\omega};\vec{r}_i\right]\right]$; $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$

Запишем компоненты вектора момента импульса

$$L_x = I_{xx}\omega_x + Y_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z$$

$$L_y = I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y + I_{yz}\omega_z$$

$$L_z = I_{zx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z$$

Коэффициенты в данных выражениях есть моменты инерции I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} относительно осей координат.

Совокупность девяти величин является тензором инерции тела относительно точки *O*.

$$I = \begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix}$$

Тензором называется упорядоченная совокупность девяти компонент, заданная в каждой системе координат. При повороте координатных осей эти компоненты преобразуются как произведения компонент двух векторов.

Тензор инерции симметричен, т. е.

$$I_{ij} = I_{ji}$$

Тензор инерции зависит от выбора начала координат и направления осей.

Для всякого т.т., вне зависимости от выбора точки О, существуют три взаимно перпендикулярные оси, для которых недиагональные элементы обращаются в ноль. Эти оси называются главными осями тензора инерции.

Для симметричного тела это положение выполняется для осей симметрии проходящих через центр симметрии. Моменты инерции относительно этих осей называются собственными.

Геометрический смысл тензора инерции. Если через точку О проводить отрезки радиусом $r = \frac{1}{\sqrt{I}}$, то геометрическим местом этих точек будет некоторая поверхность с учетом направлений ортов получим:

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 1$$

- эллипсоид, где

$$a = \frac{1}{\sqrt{I_x}};\quad b = \frac{1}{\sqrt{I_y}};\quad c = \frac{1}{\sqrt{I_z}}$$

Свободное движение твердого тела.

Движение тела будет свободным, если на него не действуют силы ***F***= 0, отсюда следует, что центр масс движется с постоянной скоростью или покоится $\vec{v}_c = const$.

Если при том тело имеет возможность вращаться, то вращение называется чистым $\vec{M} = 0$.

Кинетическая энергия и момент импульса при этом остаются постоянными.

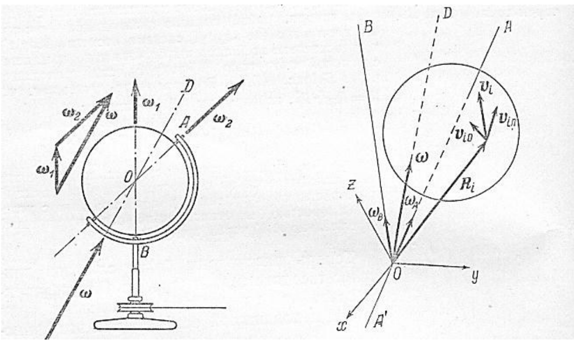
Если тело вращается одновременно вокруг нескольких осей, то происходит сложение вращений. Например: глобус можно установить на вращающуюся платформу и заставить его вращаться вокруг собственной оси, тогда это вращение эквивалентно вращению вокруг третьей оси, вдоль которой и направлен результирующий вектор $\boldsymbol{\omega}$.

$$\overline{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$$

$$\vec{v} = [\vec{\omega}_1; \vec{r}] + [\vec{\omega}_2; \vec{r}]$$

для любой точки на оси вращения.

В общем случае все оси могут пересекаться вне тела, если связать с этой точкой *О* систему отсчета, то получим следующую схему вращения. При этом можно заметить, что



1.Угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ вращения тела неправильной формы меняется и по направлению и по величине, относительно тела и в пространстве.

$\boldsymbol{L}$ меняет ориентацию относительно тела, но сохраняет постоянство в пространстве.

3.Кинетическая энергия сохраняется.

4.Устойчивое вращение будет относительно оси, момент инерции относительно которой максимален или минимален $I_{\max}$ и $I_{\min}$..

4. Если момент инерции одинаков относительно двух $\perp$ главных осей, то относительно всех осей, лежащих в этой плоскости он будет одинаков.

Вынужденная прецессия гироскопа

Гироскопом называется симметричное относительно оси вращения тело (диск, цилиндр, шар), быстро вращающееся вокруг своей оси.

Если моменты инерции одинаковы относительно двух осей – симметричный волчок.

Это означает, что ось Z ,$\boldsymbol{L}$,$\boldsymbol{\omega}$ должны лежать в одной плоскости, т.е.,$\boldsymbol{L}$ сохраняет ориентацию в пространстве. Практически три степени свободы гироскопу обеспечивает кардановый подвес.

Таким образом, движение симметричного волчка можно представить как вращение тела вокруг оси симметрии и прецессии этой оси вокруг вектора $\boldsymbol{L}$, направление которого не изменяется в пространстве. Мгновенная ось вращения также прецессирует вокруг вектора $\boldsymbol{L}$.

$\boldsymbol{\omega}_z$, $\boldsymbol{\omega}_\perp$ = const.

Кинетическая энергия вращающегося а.т.т.

Соотношение для тела, совершающего вращательное движение можно получить аналогичным образом. В итоге получим следующее соотношение:

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2} + const$$

Контрольные вопросы

Какой физический смысл имеет момент инерции? Опишите опыты, позволяющие сравнить моменты инерции двух тел.

Как можно изменить момент инерции тела без изменения его массы?

Как изменится момент инерции тела при параллельном переносе оси вращения? Для какой из параллельных осей момент инерции имеет минимальное значение?

Что такое тензор инерции? Какой смысл имеют диагональные компоненты тензора инерции?

Какую взаимную ориентацию имеют вектора $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{L}$ в общем случае? В случае, когда вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль одной из главных осей?

Как направлены главные оси тензора инерции для прямоугольного параллелепипеда? Куба? Шара?

Как при помощи компонент тензора инерции в главных осях определить момент инерции относительно произвольно заданной оси?

Какова формула кинетической энергии вращающегося тела? Как вычислить кинетическую энергию катящегося колеса?

Сопоставьте основные уравнения динамики поступательного и вращательного движения. Укажите аналогии.

По какой траектории перемещается центр масс изолированного твердого тела? Почему?

Сформулируйте общие закономерности вращательного движения свободного тела в случаях:

а) тело неправильной формы;

б) симметрический волчок;
в) шаровой волчок
Объясните прецессию волчка.

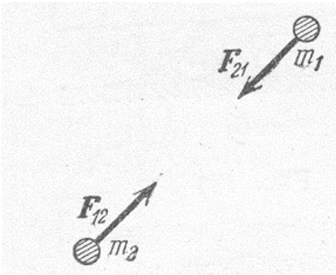
Движение в поле тяготения.

Основные законы движения планет и комет. Закон тяготения Ньютона. Энергия гравитационного взаимодействия. Взаимодействие тел конечных размеров.

Гравитационная энергия шарообразного тела. Гравитационный радиус.

Финитное и инфинитное движение. Первая, вторая, третья космическая скорости.

Тяготение.



1.Все тела испытывают действие сил тяготения. Закон тяготения был установлен Ньютоном:

Между двумя телами массами m_1 и m_2 возникают силы взаимного притяжения, направленные от одного тела к другому и пропорциональные произведению масс этих тел и обратно пропорциональные квадрату расстояния между ними.

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

G-постоянная тяготения или гравитационная постоянная.

Проявлением сил тяготения на Земле является наличие веса тел. Сила тяготения тела и Земли - сила веса. Силу тяготения определил Кавендиш с помощью крутильных весов.

Вблизи масс m помещаем свинцовые шары гораздо большей массы М.

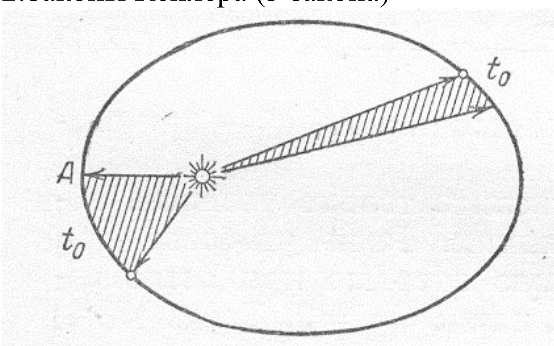
Под действием сил тяготения нить закручивалась до тех пор, пока момент сил тяготения между шарами не уравновешивался моментом кручения нити.

Из этих опытов была определена G

G=6,65 10^{-11} м^3/кг с^2

Закон был выведен Ньютоном на основе наблюдения за движением Луны вокруг Земли.

2.Законы Кеплера (3 закона)



Для движения планет были установлены на основании многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге. Они формируются следующим образом:

Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Радиус-вектор планеты в равные времена описывает равные площади.

Квадраты периодов обращения различных планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей эллипсов орбит.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Из первого закона Кеплера следует, что сила, заставляющая тело двигаться по орбите, направлена к Солнцу.

Если орбита круговая

$a = 2R$; $T = \dfrac{2\pi R}{v}$; $F = \dfrac{mv^2}{R}$

Ускорение:

$$\vec{a}_R = -\omega^2 \vec{R} = -\frac{4\pi^2}{T^2}\vec{R}$$

Тогда третий закон Кеплера можно записать:

$\dfrac{R^3}{T^2} = K$ - постоянная Кеплера

(это отношение постоянно для всех планет Солнечной системы).

Тогда $a_R = -\dfrac{4\pi^2 Km}{R^2}$

Сила, действующая на планету равна $F = -\dfrac{4\pi^2 Km}{R^2}$

Коэффициент $4\pi K$ - одинаков для всех планет и не может зависеть от массы планеты, но эта величина должна быть пропорциональна массе Солнца.

K~M; $F \sim \dfrac{Mm}{R^2}$

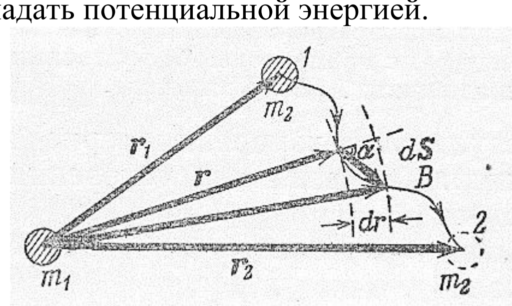
или

$\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r}$ - сила тяготения в солнечной системе.

Тогда $K = \dfrac{a^3}{T^2} = \dfrac{GM}{4\pi^2}$

Законы Кеплера являются приближенными, т. к .они не учитывают действие планет друг на друга.

2.Так как силы тяготения зависят от взаимного расположения тел, то система должна обладать потенциальной энергией.



Рассмотрим взаимодействие двух тел, массами m_1 и m_2 .

Между телами действует сила тяготения: $-G\frac{m_1m_2}{r^3}\vec{r}$

Работа этой силы на отрезке $d\vec{S}$:

$$dA = \vec{F}d\vec{S} = -G\frac{m_1m_2}{r^3}\left(\vec{r};d\vec{S}\right) = -G\frac{m_1m_2}{r^3}rdS\cos\alpha = -G\frac{m_1m_2}{r^3}dr$$

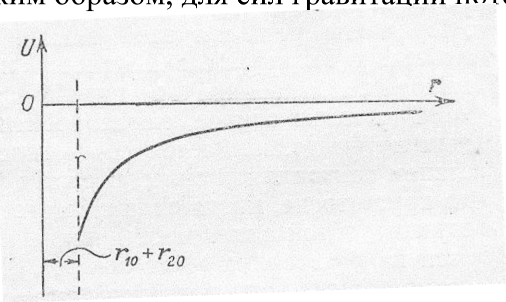
Проинтегрировав это выражение, получим:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = G\frac{m_1m_2}{r_2} - G\frac{m_1m_2}{r_1}$$

С другой стороны работа определяется убылью потенциальной энергии:

$$U_2 - U_1 = -A = G\frac{m_1m_2}{r_1} - G\frac{m_1m_2}{r_2}$$

Таким образом, для сил гравитации потенциальная кривая будет иметь вид.



Если предположить, что тела – это два шара, то r_{10} и r_{20}– соответственно радиусы шаров и тогда:

$$U_{\min} = -G\frac{m_1m_2}{r_{10}+r_{20}}$$

Собственная гравитационная энергия.

Определим взаимодействие двух точек тела Δm_i и Δm_k , а затем просуммируем для всех точек тела, получим следующее соотношение:

$$W = -\frac{1}{2}G\sum_{i\neq k}\sum_{k}\frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}};$$

Коэффициент ½ обусловлен тем, что каждую пару масс учитываем два раза. Дифференциал энергии равен:

$dW = -G\frac{mdm}{2r}$, в результате интегрирования получим: $W = -\frac{1}{2}G\frac{3}{5}\frac{m^2}{R}$

Собственная энергия однородного тела

$$W = -\frac{3}{5}G\frac{m^2}{R}$$

Движение в гравитационном поле можно описать вторым законом Ньютона.

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}\vec{F}_x;\quad \ddot{y} = \frac{1}{m}\vec{F}_y;\quad \vec{v} = \vec{v}_\tau + \vec{v}_n$$

Энергия движущегося тела складывается из потенциальной и кинетической, поэтому можно записать:

$$E_0 = -G\frac{Mm}{r} + \frac{mv_0^2}{2}$$

Момент импульса $L = mv_\tau r = const$; $v_\tau = \frac{L}{mr}$

$\frac{mv_\tau^2}{2} = \frac{L^2}{2mr^2}$;

Тогда полная энергия движения планеты по орбите в задаче Кеплера:

$E_0 = -G\frac{Mm}{r} + \frac{mv_0^2}{2} + \frac{L^2}{2mr^2}$;

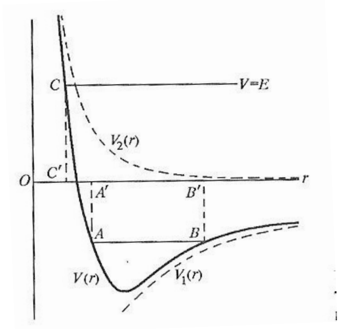
$v_\tau = \dot{r}$

Тогда эффективная энергия определяется соотношением:

$W_{эфф} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}$;

Если тело движется по эллипсу, то движение - финитно (в ограниченной области пространства). Однако тела (кометы) могут двигаться по гиперболическим и параболическим траекториям - движение инфинитно.

Найдем условие финитности и инфинитности движения.



Рассмотрим графическое решение задачи, для этого построим график движения тела в поле с потенциальной энергией *U(r).*

$E > 0 \Rightarrow$ c $\Rightarrow$ c′ инфинитное

$E < 0$ $\Rightarrow$ AB $\Rightarrow$ A′B′т.е. планета совершает движение в области ABB′A′-финитное, траектория - эллипс

Если $E < 0$ - эллипс- движение финитное;

$E > 0$ – гипербола – инфинитное;

$E = 0$ - парабола - инфинитное .

Если действует сила отталкивания $E > 0$, то движение гиперболическое т.к. при $r \to 0$ $U(r)$ обращается в ноль.

$$E = \frac{m}{2}v_\infty^2$$

При гиперболическом движении приходит в ∞ с конечной скоростью $V\infty$, при параболическом движении с нулевой скоростью.

E=0, подставим в уравнение

$0 = -G\frac{Mm}{r_0} + \frac{mv_n^2}{2}$; $v_n = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$;

где r_0 – начальное значение радиуса r.

Движение по кругу

$$\frac{v_k^2}{r_0} = a_{ц}\ ; \quad F_{ед.массы} = G\frac{M}{r_0^2}\ ; \quad v_k = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} = \frac{v_n}{\sqrt{2}}.$$

Расчет орбиты планеты можно выполнить на основе законов сохранения момента импульса и энергии. Если обозначить большую полуось орбиты a, малую – b, то получим:

$$a = -G\frac{Mm}{E}\ ; \quad b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}\ ; \quad \sigma = \dot{S}$$

где E – полная энергия, S- площадь сектора орбиты, σ- секториальная скорость планеты.

Контрольные вопросы

С каким законом сохранения связан закон площадей Кеплера?

Что такое центробежная энергия? Какой смысл имеет ее введение в задаче Кеплера?

Как определить характер движения частицы в поле тяготения по ее внутренней энергии? Как определить минимальное (максимальное) расстояние частицы от центра тяготения?

Что такое собственная гравитационная энергия тела конечных размеров? Как она вычисляется? Что такое гравитационный радиус?

Для каких тел существует гравитационное взаимодействие: макроскопических, микроскопических, фотонов? Какие опыты доказывают это?

Можно ли экспериментально отличить гравитационные силы от сил инерции? Что такое принцип эквивалентности?

Колебательное движение.

Гармонические колебания, уравнение. Пружинный, физический, математический и крутильный маятники. Дифференциальное уравнение. Собственные колебания. Роль начальных условий. Энергия колебаний, уравнение энергии.

Оборотный маятник. Теорема Гюйгенса.

Представление колебаний в комплексной форме.

Затухание колебаний. Логарифмический декремент затухания. Случай большого трения.

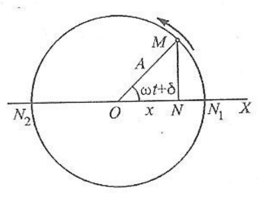
Гармонические колебания. Уравнение гармонических колебаний.

Колебанием называется движение или процессы периодически повторяющихся во времени t.

Примеры: Движение маятника, колебание тока в цепи и т.д.

Физическая природа колебаний может быть различной, однако законы изменения ее характеристик очень похожи, они описываются одинаковыми уравнениями. Поэтому можно применить единый подход к описанию колебаний различной природы.

Колебания называются свободными, если они совершаются за счёт первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на систему. Простейшим видом таких колебаний являются гармонические колебания, происходящие по закону *sin* или *cos.*



Гармонические величины описываются уравнением вида:

$$S = A \times \cos(\omega t + \varphi)$$

Где *A* – амплитуда колебаний, $(\omega t+\varphi)$ - фаза колебаний в момент времени *t.*

Фаза колебаний определяет значение колеблющейся величины в данный момент *t.* Т.к. *cos* изменяется в пределах от +1 до -1, то *S* принимает значение от +*A* до –*A*.

Промежуток времени, в течение которого совершается одно полное колебание, называется промежуток *T,* при этом фаза получает приращение 2π:

$$\omega(t+T)+\varphi=(\omega t+\varphi)+2\pi$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

Период обратен частоте колебаний:

$$T=\frac{1}{\upsilon}$$

Связь частоты υ и циклической частоты:

$$\omega=2\pi\upsilon$$

Частота измеряется в Герцах: [*v*] = 1 Гц (в СИ).

Вычислим производные от величины *S:*

$$\frac{ds}{dt}=A\omega Sin(\omega t+\varphi)=A\omega Cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}=A\omega^2 Sin(\omega t+\varphi)=A\omega^2 Cos(\omega t+\varphi+\pi)$$

Т.е. $\frac{ds}{dt}$ и $\frac{d^2s}{dt^2}$ колеблются с той же частотой *ω*.

Или: $$\frac{d^2s}{dt^2}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2 s$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}+\omega^2 s=0$$

Это и есть дифференциальное уравнение колебаний, решением данного уравнения является гармоническая функция.

Механические колебательные системы

Рассмотрим материальную точку, совершающую колебания вдоль оси координат *x* около положения равновесия (в начале координат):

$$x=A\times\cos(\omega t+\varphi)$$

Скорость и ускорение:

$$v=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)=A\omega\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

$$a=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)=A\omega^2\cos(\omega t+\varphi+\pi)$$

Сила, действующая на точку:

$$F=ma=-m\omega^2 x$$

Т.о. $F\approx x$ и направлено противоположно Δx.

Кинетическая энергия тела (точки):

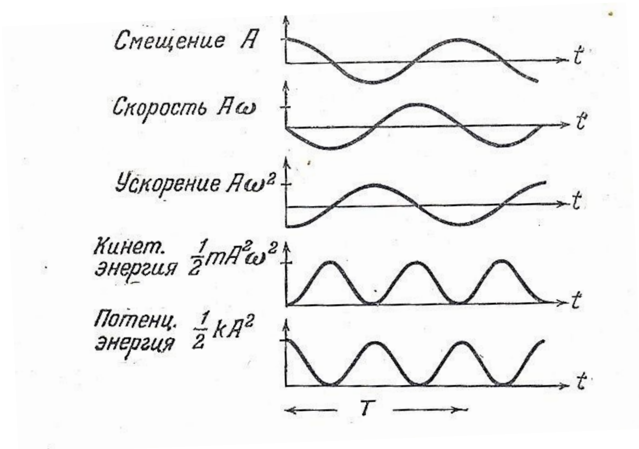
$$E_k=\frac{mv^2}{2}=\frac{A^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi)$$

Потенциальная энергия:

$$E_n = -\int_0^x F dx = \int_0^x -m\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)dx = -\int_0^x -m\omega^2 x dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

Полная механическая энергия:

$$E = E_k + E_n = \frac{mA^2\omega^2}{2}(\sin^2(\omega t+\varphi)+\cos^2(\omega t+\varphi)) = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

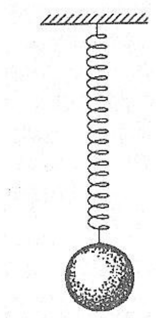


Гармоническим осциллятором называется система, совершающая колебания, описываемые уравнением, вида:

$$\ddot{S} + \omega^2 S = 0$$

Примером гармонического осциллятора являются маятники, колебательный контур.

Пружинный маятник – груз массы *m,* подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающей гармонические колебания под действием упругой силы: *F=-kx,* где *k* – жесткость пружины.



Уравнение движения маятника:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Решение– колебание $x = A\cos(\omega t+\varphi)$ с частотой:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Период колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

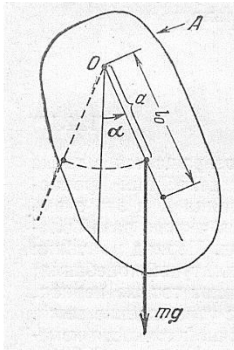
Данное соотношение справедливо для малых колебаний.

Потенциальная энергия: $\Pi = \frac{kx^2}{2}$

Физический маятник – это твёрдое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания, вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку, не совпадающую с центром масс тела.

При отклонении его из положения равновесия на угол α в соответствии с основным законом вращательного движения:

$$\left.\begin{aligned} \vec{M} &= I\vec{\varepsilon} \\ \varepsilon &= \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \ddot{\alpha} \\ M &= F_\tau l \end{aligned}\right\} \qquad M = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha$$



$$-mgl\alpha = I\alpha$$

Или:

$$I\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0$$

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{I}\alpha = 0$$

Где:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

- циклическая частота колебаний.

Решение уравнения: $\alpha = \alpha\cos(\omega t + \varphi)$

Величина $L = \dfrac{g}{mb}$ - называется приведенной длинной физического маятника.

Тогда:

$$T = \frac{2}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\lg}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

На продолжении *OC* есть $O^|$ - точка качаний. Точки О и $O^|$ взаимозаменимы.

Математический маятник – система, состоящая из точки массы *m,* подвешенной на нерастяжимой невесомой нити и колеблющейся под действием силы тяжести:

Момент инерции точки: $I = mr^2 = ml^2$

Т.о. имеем частный случай физ. маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{m\lg}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Из сравнения видно, что *L* – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

В любой реальной системе, вследствие диссипации энергии (из – за трения) происходит уменьшение амплитуды колебаний. Такие колебания называются затухающими. Закон затухающих колебаний определяется свойствами колебательной системы. Мы будем рассматривать линейные системы, в которых параметры системы остаются постоянными (*k, m* – для пружинного маятника; *L, C* – для колебательного контура). Различные колебания линейной системы описываются сходными уравнениями.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 S = 0$$

где δ - коэффициент затухания, ω_0 - частота свободных колебаний.

(при δ =0 – это собственная частота колебаний

Найдем решение уравнения, представив величину *S* в виде:

$S = e^{-\delta t}U(t)$;

где *U=U(t)*

Продифференцируем данное выражение и подставим в исходное уравнение, сократив на $e^{-\delta \cdot t}$, получим:

$$\ddot{U} + 2\delta\dot{U} + \omega_0^{\,2}U = 0$$

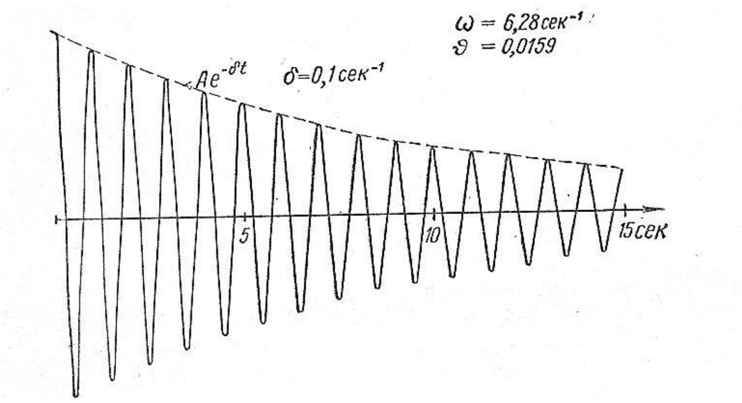
Решение уравнения зависит от значения ($\omega_0^2 - \delta^2$)

Пусть ($\omega_0^2 - \delta^2$) >0, т.е. $\delta^2 << \omega_0^{\,2}$ (малые затухающие). Обозначим $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$, тогда уравнение имеет вид: $\ddot{U} + \omega^2 U = 0$, и $U = A\cos(wt + \varphi_0)$ Найдем решение уравнения затухающих колебаний:

$$S = A_0 e^{-\delta \cdot t}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

где *S* – колеблющаяся величина.

$A = A_0 e^{-\delta t}$ амплитуда затухающих колебаний.



$\tau = \dfrac{1}{\delta}$ - время релаксации (за которое амплитуда колебаний уменьшается в е раз).

Строго говоря, затухающие колебания не являются периодическими и понятие периода для них вводится условно (лишь в случае $w_0 >> \delta$).

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

$$A = A_0 e^{-\delta t}$$

из этой зависимости найдём отношение амплитуд через период:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

Это отношение называется декрементом затухания

Величина $\beta = \ln\dfrac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T$

Называется логарифмическим декрементом.

$$\beta = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

где N_e -количество колебаний, совершаемых за время релаксации τ. Время релаксации – время в течение которого амплитуда изменится в *e* раз.

Для характеристики колебательной системы вводят понятие добротности:

$$Q = \frac{\pi}{\beta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{w_0}{2\pi}$$

Т.к. добротность пропорциональна числу колебаний, совершаемых за время τ.

Затухающие колебания пружинного маятника

Если в системе, кроме $F_{упр} = -kx$ действует сила трения $F_{тр} = -rv = -r\dot{x}$, то уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$$

Или

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} + \frac{r}{m}x = 0$$

$\dfrac{r}{m} = 2\delta$, тогда $\delta = \dfrac{r}{2m}$ и $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Т.о. $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$- дифференциальное уравнение затухающихколебаний пружинного маятника.

Его решение: $x = A_0 e^{-\delta \cdot t}\cos(\omega t + \varphi_0)$, а частота:

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \dfrac{r^2}{4m^2}}$, добротность: $Q = \sqrt{\dfrac{km}{r}}$

При росте δ растёт и период, и при $\omega_0 = \delta$ обращается в бесконечность. Процесс перестаёт быть периодическим.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний.

Для того, чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, необходимо компенсировать потери энергии, т.е. в системе должна действовать периодическая вынужденная сила:

$$F = F_0 \cos\omega t$$

Где F_0 - амплитуда изменения F

ω - частота внешней силы.

У равнение пружинного маятника будет иметь вид:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0\cos\omega t$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Колебания, возникающей под действием внешней периодической силы, называются вынужденными.

Обобщённое уравнение (дифференциальное) вынужденных колебаний.

$$\frac{d^2S}{dt^2}+2\delta\frac{dS}{dt}+\omega_0^2S=x_0\cos\omega t$$

или $\ddot{S}\ +2\delta\dot{S}\ +\omega_0^2S=x_0\cos\omega t$

где X_0 в случае механических колебаний равен: $\frac{F_0}{m}$.

Уравнение вынужденных колебаний является неоднородным дифференциальным уравнением.

Его решение равно сумме однородного дифференциального уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Частное решение является функцией:

$$S=A\cos(\omega t-\varphi)$$

где

$$A=\frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\delta^2\omega^2}}$$

$$\varphi=arctg\,\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

Общее решение однородного уравнения:

$$S_1=Ae^{-\delta t}\cos(w_1t+\varphi_0)$$

Данное слагаемое играет роль в процессе установления колебаний, пока амплитуда не достигла значения $A=\frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\delta^2\omega^2}}$

Т.о., в установившимся режиме, колебания происходят с частотой ω внешней силы и являются гармоническими. Амплитуда и фаза колебаний определяется частотой ω.

Резонанс

Рассмотрим зависимость амплитуды A вынужденных колебаний от частоты ω вынуждающей силы.

Из решения уравнения вынужденных колебаний следует, что A имеет максимум. Найдём значение ω при которой A принимает максимальное значение, для этого возьмем производную от выражения для амплитуды и приравняем его к нулю.

$\dot{A}_\omega=0$,тогда $-4(\omega_0^2-\omega^2)\omega+8\delta^2\omega=0$

Данное равенство справедливо при $w=0$

и при $w=+(-)\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$, (берём только «+»).

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении ω к ω_0 или ($\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$, называется <u>резонансом.</u>

При $\delta^2<<\omega_0^2$, $\omega_{рез}\approx\omega_0$. Тогда для амплитуды получим:

$$A_{рез}=\frac{X_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}$$

чем меньше δ, тем выше и правее лежит максимум резонансной кривой.

$\frac{X_0}{\omega_0^2}$ - статическое отклонение

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные типы колебаний. В чем их особенность?
2. Запишите уравнения свободных гармонических колебаний. Какие константы определяются устройством системы? Какие условиями запуска? Поясните на примере.
3. Как определить амплитуду и начальную фазу колебаний через начальные условия?
4. Запишите уравнение колебаний в комплексной форме. Какой смысл имеет модуль и аргумент комплексной амплитуды?
5. При каких условиях колебательная система становится апериодической? Поясните на графике закон движения апериодической системы.
6. Как определить частоту малых колебаний системы в окрестности точки равновесия?
7. Как используется уравнение энергии для расчета частоты колебаний системы?
8. Опишите превращение энергии в колебательной системе. Как зависит энергия от амплитуды колебаний?

Деформации и напряжения в твердых телах.

Понятие сплошной среды. Деформация сплошных сред. Тензор механических напряжений. Однородная и неоднородная деформации. Упругая и остаточная (пластическая) деформации. Количественная характеристика деформаций, закон Гука, модуль Юнга. Коэффициент Пуассона. Зависимость деформаций от напряжений, предел упругости.

Одноосное растяжение и сжатие, всестороннее и одностороннее сжатие и растяжение. Простой сдвиг. Изгиб и кручение. Энергия упругих деформаций.

Деформация и напряжения в твердых телах.

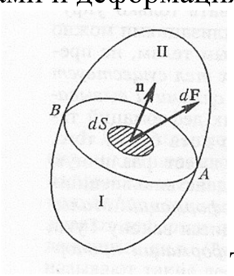
Механика упругих тел. Механическое напряжение. Понятие о тензоре напряжений.

Изменение формы и объема тела под действием приложенных сил, называется деформацией.

Существует два предельных случая деформации: упругая и пластическая. Обработка металлов была бы невозможна без упругих деформаций.

В механике рассматривают с точки зрения действия сил и определения изменений в теле с помощью упругих констант.

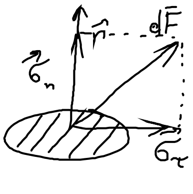
Для идеально упругих тел существует однозначная зависимость между действующими силами и деформациями.



Такие тела подразделяются на изотропные и анизотропные.

Рассмотрим произвольное деформированное тело. Мысленно разделим его на три части 1и 2. Сечение AB, n – нормаль к площадке dS.Тело 1 действует на тело 2 с некоторой силой и наоборот.

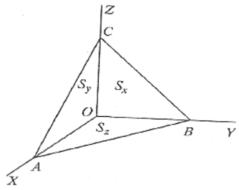
$\frac{dF}{dS} = \vec{\sigma}$ - напряжение, возникающее в сечении. Вектор $\vec{n}$ всегда направлен наружу.



$$\vec{\sigma} = \overrightarrow{\sigma_n} + \overrightarrow{\sigma_\tau}$$

Для тела 2 σ_{-n} (в противоположную сторону). Если выбрать систему координат XYZ, то будем иметь три компоненты

$$\sigma_n = \sigma_{nx} + \sigma_{ny} + \sigma_{nz}$$



n – первый индекс указывает на направление нормали,
x – второй направление оси.

Тогда S_x, S_y, S_z - площади граней.

Тогда силы, действующие в этих гранях

$$\vec{F_x} = \overrightarrow{\sigma_{-x}} \cdot S_x,\quad \vec{F_y} = \overrightarrow{\sigma_{-y}} \cdot S_y,\quad \vec{F_z} = \overrightarrow{\sigma_{-z}} \cdot S_z.$$

Кроме сил деформации на тело могут действовать некоторые объемные или массовые силы (например, силы тяжести) f. Тогда при движении тела имеем:

$$m\vec{a} = f + \overrightarrow{\sigma_n} + \overrightarrow{\sigma_{-x}} \cdot S_x + \overrightarrow{\sigma_{-y}} \cdot S_{-y} + \overrightarrow{\sigma_{-z}} \cdot S_{-z}$$

Если элемент OABC стянуть в точку $\Delta V \to 0$, тогда $S \to 0$

$$\vec{S_x} = S \cdot \vec{n_x},\qquad \vec{S_y} = S \cdot \vec{n_y},\quad \vec{S_z} = S \cdot \vec{n_z}$$

$$\overrightarrow{\sigma_{-x}} = -\overrightarrow{\sigma_x},\quad \overrightarrow{\sigma_{-y}} = -\overrightarrow{\sigma_y},\quad \overrightarrow{\sigma_{-z}} = -\overrightarrow{\sigma_z}$$

Тогда в результате предельного перехода:

$$\overrightarrow{\sigma_n} = \overrightarrow{\sigma_x} \cdot n_x + \overrightarrow{\sigma_y} \cdot n_y + \overrightarrow{\sigma_z} \cdot n_z$$

Напряжение в каждой точке деформированного тела можно охарактеризовать тремя векторами $\overrightarrow{\sigma_x}$, $\overrightarrow{\sigma_y}$, $\overrightarrow{\sigma_z}$ или девятью их проекциями:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$ - тензор упругих напряжений.

Этот тензор является симметричным, т. е

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (i,j=x,y,z)$$

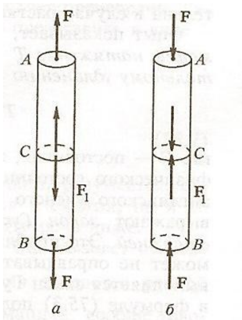
Можно показать, что систему координат можно подобрать таким образом, чтобы все недиагональные элементы обратились в ноль:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

В силу симметричности тензора такие оси будут называться главными.

Растяжение и сжатие стержня.

Рассмотрим стержень который подвергается растяжению и сжатию.



Для равновесия стержня в сечении С на основание

стержня должна действовать сила $F_1 = F$. Это сила, с которой нижняя часть тянет верхнюю или давит на нее.

Если стержень растягивается, то:

$T = \dfrac{F}{S}$ - механическое напряжение.

Если сжимается, то:

$P = \dfrac{F}{S}$ - давление.

$P = -T$

Если в первоначальном состоянии длина стержня l_0, то после деформации:

$l = l_0 + \Delta l$

$\dfrac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ - относительное удлинение,

$-\dfrac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ - относительное сжатие.

Для небольших деформаций

$T = E \cdot \dfrac{\Delta l}{l_0}$, $\quad P = -E\dfrac{\Delta l}{l_0}$,

где E - модуль Юнга.

Если $l_0 = \Delta l$, то $T = E$

$T = E \cdot \varepsilon$ - закон Гука.

При растяжении стержня совершается работа, следовательно: возникает энергия деформации:

$$A = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{F \cdot \Delta l}{2} = U_{деф}$$

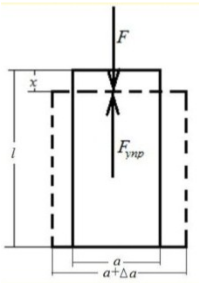
$$\frac{F \cdot \Delta l}{2} = \frac{T \cdot S \cdot \Delta l}{2} \cdot \frac{l_0}{l_0} = \frac{1}{2} T \cdot \varepsilon \cdot \Delta V$$

ΔV - объемная плотность энергии

$$U_{деф} = \frac{1}{2} T \cdot \varepsilon = \frac{E \cdot \varepsilon^2}{2} = \frac{T^2}{2E}$$

Для малых деформаций постоянные тел не изменяется.

Если стержень деформируется, то его размеры изменяется не только в направлении действующей силы, но и в поперечном направлении. Растяжение – уменьшение, сжатие – увеличение.



$$-\frac{\Delta a}{a} \div \frac{\Delta l}{l_0} = \mu$$

$$V = \pi \cdot a^2 \cdot l$$

$$-\frac{\Delta a}{a} = \varepsilon_n$$

Тогда

$$\varepsilon_n = \mu \cdot \varepsilon,$$

где μ - модуль поперечного сжатия – модуль Пуассона (коэффициент)

Прологарифмируем выражение для объема:

$$\ln V = \ln \pi + 2 \ln a + \ln l$$

Продифференцируем

$$\frac{dV}{V} = 0 + 2\frac{da}{a} + \frac{dl}{l}$$

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 2\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta l}{l} \rangle 0$$

$$2\frac{\Delta a}{a} = \mu \frac{\Delta l}{l}$$

Тогда

$$\mu \le \frac{1}{2}$$

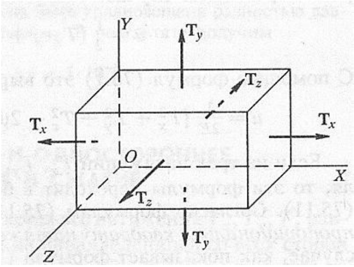
1. E и μ полностью описывают упругие деформации;

2. $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon \langle\langle 1$

3. $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

E и μ называют изотермическими модулями, т. к они характеризуют деформации тел в предположении, что их температура не изменяется.

Рассмотрим деформацию параллелепипеда.



Пусть его растягивают одновременно три силы $\overrightarrow{F_x}$, $\overrightarrow{F_y}$, $\overrightarrow{F_z}$ в трех направлениях x, y, z.

Тогда в противоположных гранях возникают напряжения $\overrightarrow{T_x}$, $\overrightarrow{T_y}$, $\overrightarrow{T_z}$.

Если действует только сила $\overrightarrow{F_x}$, то ребро x получит приращение

$$\frac{\Delta_1 x}{x} = \frac{T_x}{E}$$

Если только сила $\overrightarrow{F_y}$, то ребро x получит приращение

$$\frac{\Delta_2 x}{x} = -\mu \frac{T_y}{E}$$

Если только сила $\overrightarrow{F_z}$, то ребро x получит приращение

$$\frac{\Delta_3 x}{x} = -\mu \frac{T_z}{E}$$

Тогда

$$\varepsilon_x = \frac{T_x}{E} - \frac{\mu}{E}(T_y + T_z)$$ - обобщенный закон Гука

Аналогично,

$$\varepsilon_y = \frac{T_y}{E} - \frac{\mu}{E}(T_x + T_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{T_z}{E} - \frac{\mu}{E}(T_x + T_y)$$.

Всестороннее сжатие и растяжение.

Пусть все напряжения $\overrightarrow{T_x}$, $\overrightarrow{T_y}$, $\overrightarrow{T_z}$ будут равными и отрицательными. Тогда на параллелепипед со всех сторон действует давление $P = -T_x = -T_y = T_z$

Тогда

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{P}{E}(1 - 2\mu)$$

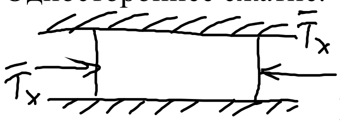
$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z} = 3\varepsilon_x = -\frac{P}{E}(1 - 2\mu)$$

$$K = -\frac{P}{\Delta V / V}$$ - коэффициент всестороннего сжатия

$$K = \frac{3E}{(1-2\mu)}$$

При $\mu \to \frac{1}{2}$ $K \to \infty$.

Одностороннее сжатие.



Пусть стержень сжимается вдоль оси x, его поперечные размеры меняться не могут.

Тогда

$$\varepsilon_x = \frac{T_x}{E} - \frac{\mu}{E}(T_y + T_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{T_y}{E} - \frac{\mu}{E}(T_x + T_z) = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{T_z}{E} - \frac{\mu}{E}(T_x + T_y) = 0$$

$$T_y = T_z = \frac{\mu}{1-\mu} T_x,$$

Тогда:

$$\varepsilon_x = \frac{T_x}{E}\left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}\right)$$

$$\varepsilon_x = \frac{T_x}{E'}$$

$$E' = \frac{E}{1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu}}$$ - модуль одностороннего растяжения.

Зависимость нормального напряжения σ от относительного удлинения ε изображена на рисунке 2. При малых деформациях (от 0 до ε_n) выполняется закон Гука; это практически линейный участок *0a* . Максимальное напряжение σ_n, соответствующее этому участку, называется пределом пропорциональности. Предел упругости σ_y - это максимальное напряжение, при котором еще сохраняются упругие свойства тела. На участке *ab* деформация нелинейная, но еще упругая (обычно этот участок очень малый: σ_y больше σ_n на доли процента.) При напряжениях, больших σ_y, деформация становится пластической: в теле после снятия нагрузки наблюдается остаточная деформация ε_0. При напряжениях σ_T удлинение нарастает практически без увеличения нагрузки. Это область текучести материала (участок *cd*). На участке *de* происходит некоторое упрочение образца. После достижения максимального значения σ_d – предела прочности – напряжение резко уменьшается, и образец разрушается (точка *f* на графике).

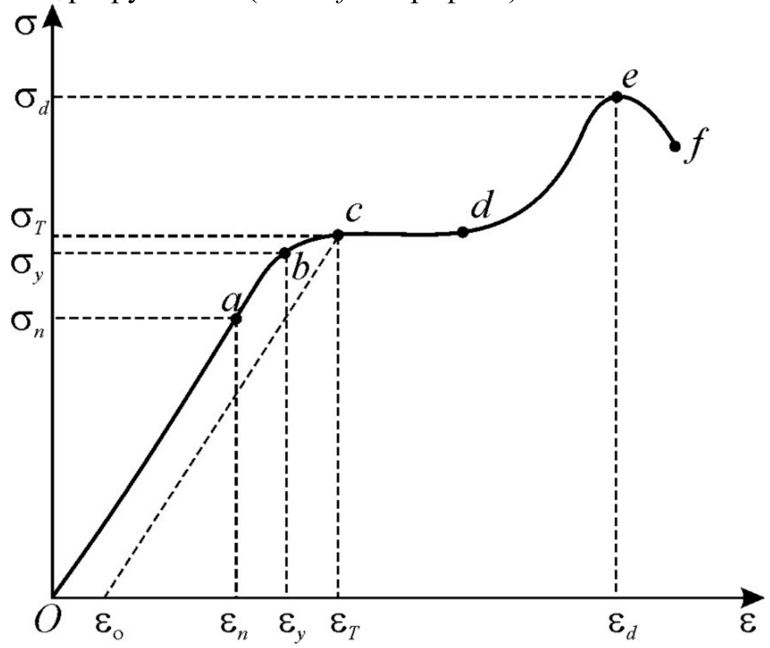


Рисунок 4. Зависимость нормального напряжения σ от относительного удлинения ε

Энергия деформированного тела.

Для деформации тела нужно совершить работу. В свою очередь деформированное тело обладает энергией и само может совершать работу. Эта энергия называется упругой. Если процесс квазистатический, то кинетическая энергия деформации не возникает.

Приложим к телу растягивающую силу f(x) и будем ее увеличивать от f=0 до f=F. Тогда удлинение x=0 и x=Δ*l*.

$f(x) = k \cdot x$ - закон Гука

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x) \cdot dx = \int_0^{\Delta l} k \cdot x \cdot dx = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2} = \frac{F \cdot \Delta l}{2},$$

Где F конечное значение силы с другой стороны.

$$U = \frac{1}{2} \cdot V(T_x \cdot \varepsilon_x + T_y \cdot \varepsilon_y + T_z \cdot \varepsilon_z)$$

$$\varepsilon_x = \frac{T_x}{E} - \mu(T_y + T_z),$$

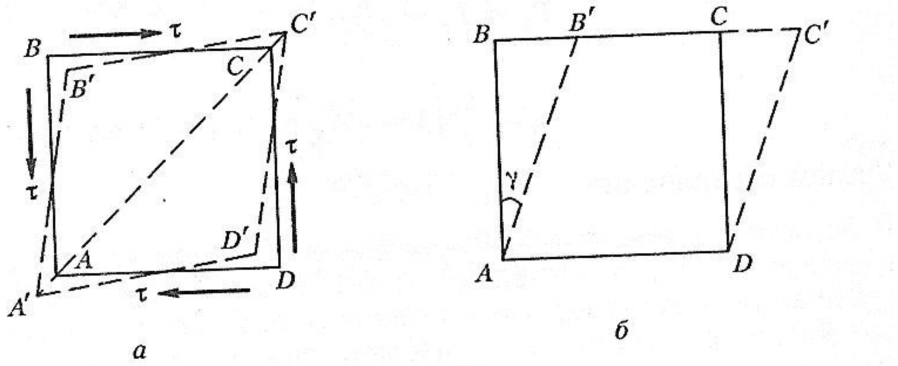
$$\varepsilon_y = \frac{T_y}{E} - \mu(T_x + T_z),$$

$$\varepsilon_z = \frac{T_z}{E} - \mu(T_x + T_y).$$

Подставим в полученное соотношение и разделим на V, т. е запишем выражение для объемной плотности энергии:

$$U = \frac{1}{E}(T_x^2 + T_y^2 + T_z^2 - 2\mu(T_xT_y + T_xT_z + T_yT_z)) \qquad (*)$$

а)Деформация сдвига.



Возьмем куб и приложим к противоположным граням AD и BC равные по величине, но противоположно направленные касательные силы τ, под действием этих сил куб начнет вращаться. Чтобы устранить вращение надо приложить еще две силы τ в противоположных направлениях, тогда вдоль одной диагонали будут действовать растягивающие силы.

Объем тела не изменится. Повернем куб так, чтобы новое основание A/ D/ совпало со старым AD.

Таким образом все слои куба смещаются в одном направлении относительно основания AD – деформация сдвига.

Угол γ – мал, тогда

$$\tau = G \cdot \gamma$$

τ - касательное напряжение,

G – модуль сдвига.

Работа на сдвиг

$$A = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot S \cdot \Delta x$$

Δx - смещение грани BC

S – площадь этой грани

$$\Delta x = a \cdot \gamma$$

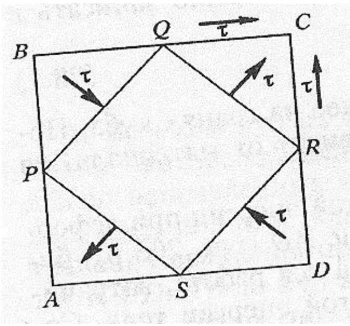
a – длина ребра

$$A = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot S \cdot a \cdot \gamma = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot V \cdot \gamma,$$

V – объем куба,

$\frac{A}{V} = U$ - объемная плотность энергии.

$$U = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot \gamma = \frac{\tau^2}{2 \cdot G}$$



Действие касательных напряжений в диагонали AC можно рассматривать как совокупность напряжений и давлений.

F – сила, действующая на часть куба ACD

$$F = a^2(\tau \cdot \sin 45^0 + \tau \cdot \cos 45^0) = \sqrt{2} \cdot a^2 \cdot \tau$$ (рис. предыдущий)

$S = \sqrt{2} \cdot a^2$ - площадь диагонального сечения.

Это означает, что в сечении действует напряжение τ. Аналогично в сечении BD будет действовать давление τ.

Сдвиг эквивалентен растяжению тела в одном направлении и сжатию в перпендикулярном направлении.

Из куба вырежем параллелепипед SPQR.

$T_x = \tau$, $T_y = -\tau$, $T_z = 0$

$\varepsilon_z = 0$, $\varepsilon_x + \varepsilon_y = 0$

ΔV=0 (объем не изменяется)

Тогда из формулы для плотности энергии (*):

$$U = \frac{1+\mu}{E}\tau^2$$

Сравним с (**) и получим

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

тогда модуль одностороннего напряжения

$$E' = k + \frac{4}{3}G$$

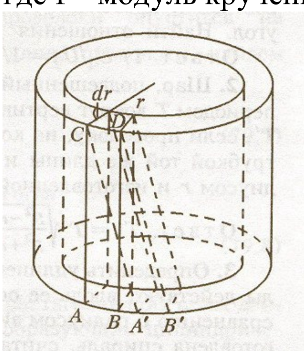
k – модуль всестороннего сжатия.

б) Неоднородная деформация кручения.


Если один конец проволоки закрепить, а ко второму приложить крутящие силы

$$M = f \cdot \varphi,$$

где f – модуль кручения, зависит от материала и геометрических размеров.



Рассмотрим цилиндрическую трубку и определим f .

r, l – параметры трубки,

dr – толщина стенки.

Площадь основания трубки $2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$

Момент сил в этом сечении

$$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \tau \cdot r$$

τ – касательное напряжение.

Работа скручивания

$$A = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \varphi = \frac{M^2}{2 \cdot f}$$

$V = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot dr$ - объем трубки.

Объемная плотность энергии:

$$U = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot dr \cdot \tau^2 \cdot r^2 \cdot dr}{2 \cdot f \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot dr} = \frac{\pi \cdot r^3 \tau^2 \cdot dr}{f \cdot l}$$

Деформацию сечения ABCD можно рассматривать как сдвиг. Тогда найдем связь между f и G

$$f = \frac{2 \cdot \pi \cdot G \cdot r^3 \cdot dr}{l}.$$

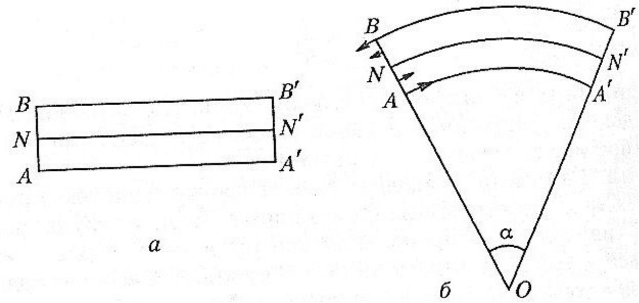
Для трубки с конечной толщиной

$$f = \frac{\pi \cdot G}{2 \cdot l}(r_2^4 - r_1^4)$$

Для проволоки радиуса *r*

$$f = \frac{\pi \cdot G}{2 \cdot l} r^4.$$

в) Изгиб.



Изгиб так же как и кручение является неоднородной деформацией.

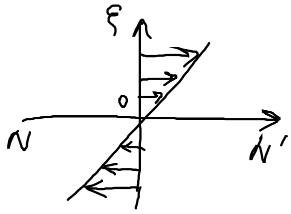
Изгиб малого элемента: линии AA$^/$, BB$^/$, NN$^/$ можно представить дугами окружностей в центре O. При этом внутри элемента существует линия NN$^/$, которая не изменит свою длину при деформации. AA$^/$ - сокращается, BB$^/$ - удлиняется.

$$R = R_0 + \xi$$

$l_0 = R_0 \cdot \theta$ - длинна NN$^/$.

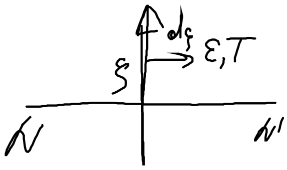
$l = R \cdot \theta = R_0 \cdot \theta + \frac{\xi\theta}{d\theta}$ - длина BB$^/$.

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\xi}{R_0}$ - относительная деформация.



Эпюра напряжений в изогнутом элементе.

Площадь элемента на на расстоянии ξ.



$dS = y \cdot dS$,

где y - длина элемента.

$dM = dF \cdot \xi = dS \cdot T \cdot \xi = E \cdot \varepsilon \cdot dS \cdot \xi = E \cdot \dfrac{\xi}{R_0} \cdot \xi \cdot dS$ - момент сил деформации в сечении изогнутой балки на расстоянии ξ от нулевой линии.

Интегрируем:

$$M = \int dM = \frac{E}{R}\int \xi^2 \cdot dS$$

$I_{cm} = \int \xi^2 \cdot dS$ - статистический момент инерции поперечного сечения балки.

$$dS = y(\xi) \cdot d\xi$$

$$M = I_{cm}\frac{E}{R}$$

$k = \dfrac{1}{R}$ - кривизна линии

Тогда

$$M \approx k$$

$$M = I_{cm} \cdot E \cdot k.$$

Контрольные вопросы

1. Почему упругие силы считают поверхностными силами? Что это значит?
2. В каком случае для описания упругих взаимодействий используется вектор напряжений? Тензор напряжений?
3. Какой смысл имеют компоненты тензора напряжений? Какие из них описывают нормальные напряжения, а какие- тангенциальные?
4. Что такое главные оси тензора напряжений? Какие напряжения существуют в главных осях?
5. Создают ли деформацию в некотором направлении поперечные к этому направлению напряжения? Запишите соответствующую формулу.
6. Какие напряжения возникают при изгибе балки?
7. Какие напряжения возникают при растяжении пружины, скручивании стержня?
8. Почему коэффициент Пуассона μ не может быть больше 0,5?
9. Почему при одностороннем растяжении среды деформации меньше, чем при свободном растяжении стержня?

Механика жидкостей и газов.

Свойства жидкостей и газов. Законы гидростатики. Стационарное течение жидкостей. Трубки тока, уравнение неразрывности. Полная энергия потока. Закон Бернулли. Динамическое давление. Критерий возможности пренебрежения сжимаемостью. Течение жидкости по трубам. Вязкость жидкости. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Закон Пуазейля. Обтекание тел жидкостью и газом. Пограничный слой. Отрыв потока и образование вихрей. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Эффект Магнуса.

Механика жидкостей и газов.

Отличие жидкостей и газов от твердых тел: принимают форму сосуда. Молекулы движутся хаотически. В состоянии равновесия не обладают упругостью формы.

Т.к. такие тела не обладают формой, то в них не могут возникать касательные напряжения, а существуют только нормальные.

В состоянии равновесия напряжение в жидкости и газе всегда нормально к площадке, на которую оно действует.

С этой точки зрения к жидкостям и газам можно отнести среди которых не возникают касательные напряжения.

Нормальную составляющую напряжения можно определить через давление.

$$\vec{\sigma}_n = -P\vec{n}$$

В системе координат x,y,z

$\vec{\sigma}_x = -P_x\vec{i}$; $\vec{\sigma}_y = -P_y\vec{j}$; $\vec{\sigma}_z = -P_z\vec{k}$

$$P\vec{n} = P_x\vec{i}\,n_x + P_y\vec{j}n_y + P_z\vec{k}n_z$$

Умножим последовательно на $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, получим:

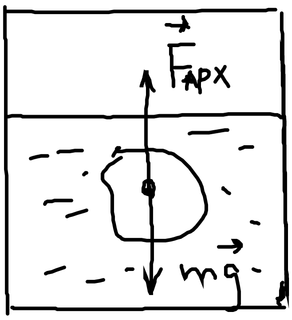
$$P = P_x = P_y = P_z$$

Закон Паскаля: в состоянии равновесия нормальные напряжения (давление P) не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует.

Отдел механики занимающийся изучением движения и равновесия жидкостей называется гидродинамикой.

Для изучения свойств жидкости пользуются моделью несжимаемой жидкости.

Рассмотрим однородную несжимаемую жидкость:



$\rho = const$ (плотность жидкости)

Тело находится в поле сил тяжести

$$\vec{F}_т = m\vec{g}$$

Для равновесия в жидкости должна возникать сила, направленная вверх и проходить через центр тяжести тела. $\left|\vec{F}_т\right| = \left|\vec{F}_{арх}\right|$.

При погружении в жидкость тело вытесняет некоторый объем, равный объему тела, следовательно $F_{арх} = m_ж\vec{g}$

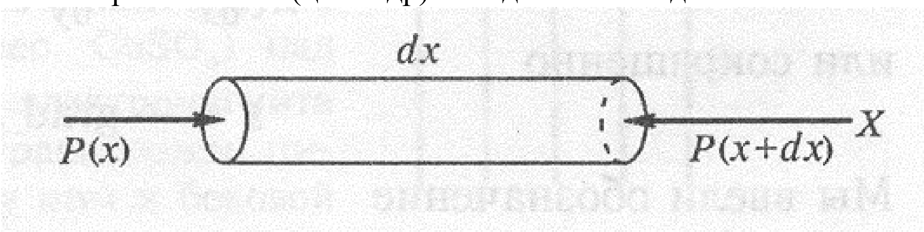
На тело, погруженное в жидкость, со стороны жидкости действует выталкивающая сила, равная вытесненной жидкости.

Силы, действующие в жидкости, можно разделить на массовые (объемные) и поверхностные.

Массовая сила пропорциональна *dm* и объему элемента $\vec{f}\Delta V \Rightarrow \vec{f} -$ объемная плотность массовых сил (сила тяжести, силы инерции)

$\vec{f} = \rho\vec{g}$ - в случае силы тяжести.

Рассмотрим элемент (цилиндр) неподвижной жидкости:



P(x+dx) = P + dP

Тогда

$F_x = PS$; $F_{x+dx} = (P + dP)S$,проекция сил на ось X

dS(P(x) – P(x+dx))=0

$$P(x + dx) - P(x) = dP = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{\substack{y=const\\ z=const\\ t=const}} dx$$

$$F_x = f_x dV = f_x S dx$$

$$f_x dx = dP \Rightarrow f_x = \frac{dP}{dx}, \quad \vec{f} = f_x\vec{i} + f_y\vec{j} + f_z\vec{k}$$

Тогда $\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} = \vec{f}$ или

$$\vec{f} = gradP$$

(основное уравнение гидростатики)

Пример1

Пусть нет массовых сил, тогда $\vec{f} = 0$ и $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0$

Т.е. P одинаково во всем объеме жидкости. Жидкость в поле тяжести $\vec{f} = \rho\vec{g} = \frac{m\vec{g}}{V}$

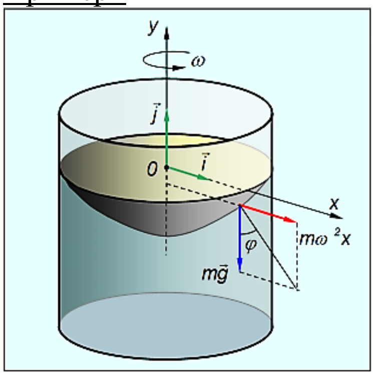
Тогда $\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$

Z=const – жидкость равного давления.

$P = -\rho g z + c$; $P(0)=P_0$

Тогда $P = P_0 - \rho g z$

Пример2



На тело действует сила инерции.

Сосуд с жидкостью поместим на вращающуюся платформу

$$F_{\text{ц.б.}} = m\omega^2 r$$
$$f_{\text{ц.б.}} = \rho\omega^2 r$$
$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho\omega^2 r$$
$$dP = \rho\omega^2 r dr$$

Проинтегрируем полученное соотношение

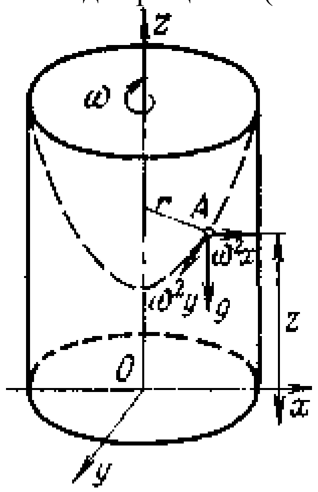
$$\int_{P_0}^{P_1} dP = \int_0^{r_1} \rho\omega^2 r dr$$

$$P_1 - P_0 = \frac{\rho\omega^2}{2} r_1^2$$ из примера 1:

$P(r,z) = P_0 - \rho g z + \dfrac{\rho\omega^2 r^2}{2}$, т.е. давление изменяется не только в направлении r, но и по вертикали

Если $P = P_0$, то $\rho g z = \dfrac{\rho\omega^2 r^2}{2}$

$z = \dfrac{\omega^2 r^2}{2g}$, это означает, что поверхность жидкости должна принимать форму параболоида вращения (чай в стакане).



Кинематика жидкости.

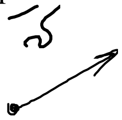
Для описания движения жидкости нужно определить движение всех частиц. Однако, если рассматривать жидкость как сплошную среду, то можно определить как изменяется течение жидкости в каждой точке существует два способа:

способ Эйлера.

Определить массу жидкости, переносимую потоком.

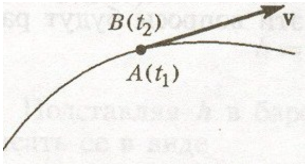
способ Лагранжа. С помощью векторного поля.

В каждой точке пространства находится частица массой m, которая имеет определенное направление вектора скорости v.



$m(x,y,z), v = f(x,y,z,t)$

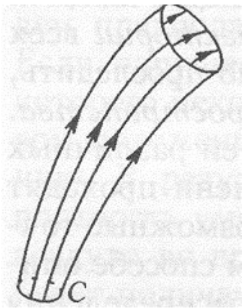
Если соединить одной линией все частицы, имеющие одинаковую скорость, то получим *линию тока*.



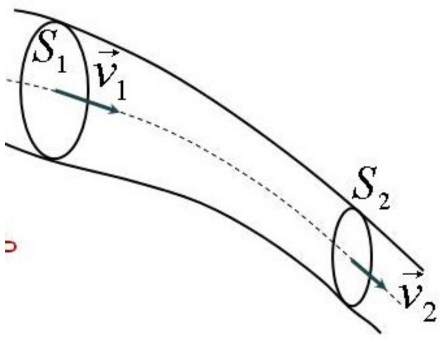
Касательная совпадает с направлением скорости.

Если поле скоростей не изменяется с течением времени, то течение называется *стационарным* или *установившимся*.

Если выделить в текущей жидкости произвольный замкнутый контур С и через каждую его точку провести линии тока в определенный момент времени, то получим *трубку тока*.



Рассмотрим трубку тока, вырезанную из пространства жидкости произвольным образом, и определим массу жидкости проходящей через любое сечение трубки тока



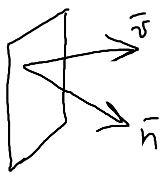
Движение стационарное

Объем жидкости, проходящий через сечение за время dt

$$\Delta V = \Delta S_{\perp} v \Delta t$$

$$S_{\perp} \perp \text{к } \vec{\mathrm{v}}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \Delta S_{\perp} v$$



Тогда масса жидкости

$$\Delta m = \Delta V \rho = \rho v \Delta S_{\perp} \Delta t$$

$$\Delta \vec{S} = \Delta S \vec{n}$$

$\vec{v}\Delta\vec{S} = v\Delta S\cos\alpha = v_n \Delta S = v\Delta S_{\perp} = \Phi_{\mathrm{v}}$ - поток вектора скорости

Согласно закону сохранения массы:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho_1 v_1 \Delta S_1 = \rho_2 v_2 \Delta S_2$$

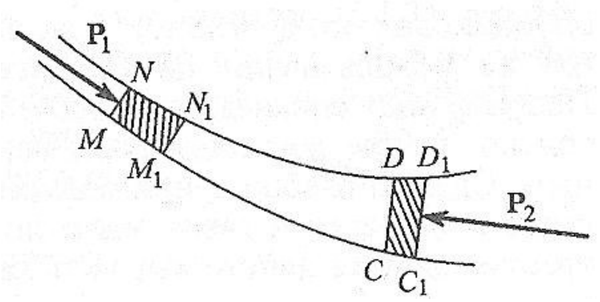
$\rho v \Delta S = const$ уравнение неразрывности

$\rho_1 = \rho_2$ - жидкость несжимаемая

$v_1 \Delta S_1 = v_2 \Delta S_2$

$v \Delta S = const$

Рассмотрим течение идеальной жидкости в поле консервативных сил. В поле сил тяжести.



В сечении S_1 совершается работа

$$dA_1 = P_1 S_1 dl_1$$

$$dA_2 = P_2 S_2 dl_2$$

Или

$$dA_1 = P_1 dV_1, \quad dA_2 = P_2 dV_2$$

$$dV_1 = \frac{dm_1}{\rho_1}, \quad dV_2 = \frac{dm_2}{\rho_2}$$

$$dA_1 = P_1 \frac{dm_1}{\rho_1}, \quad dA_2 = P_2 \frac{dm_2}{\rho_2}$$

Полная энергия, затраченная на эту работу ($dm_1 = dm_2 = dm$)

$$dA_1 + dA_2 = dE$$

$$dE = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) dm$$

$\frac{dE}{dm} = \varepsilon$ - энергия на единицу массы.

$$dE = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) dm$$

$$\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{P_1}{\rho_1}$$

$\frac{P}{\rho} + \varepsilon = const$ - уравнение Бернулли.

Вдоль одной и той же линии тока при стационарном течении идеальной жидкости величина $\varepsilon + \frac{P}{\rho}$ *остается постоянной.*

Справедливо и для сжимаемой жидкости.

ε – энергия единицы массы, складываемая из кинетической и потенциальной в поле сил тяжести

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} + gh$$

Тогда уравнение Бернулли:

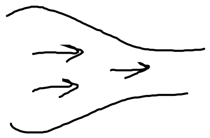
$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = const = B$$

- постоянная Бернулли

Сохраняет свое значение вдоль одной и той же трубки тока.

Если v = 0, то $gh + \frac{P}{\rho} = const$, т.е. B постоянна для всего потока – жидкость в состоянии равновесия.

Если трубка расположена горизонтально, но имеет переменное сечение.

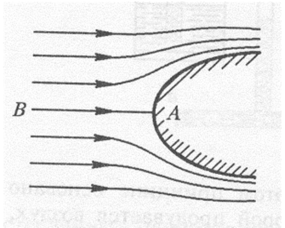


h = const

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} = const$$

Если скорости в сечениях различны

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$



Поместим в поток некоторое обтекаемое тело. При этом линии тока будут расходиться.

Точка А, от которой расходятся линии называется критической.

Применим уравнение Бернулли к линии ВА, получим

$$P + \frac{\rho v^2}{2} = P_0$$

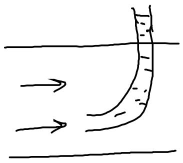
P_0 - давление в критической точке.

P – на ∞, откуда течет жидкость

P_0 - это максимальное давление, которое может иметь жидкость в этой линии тока.

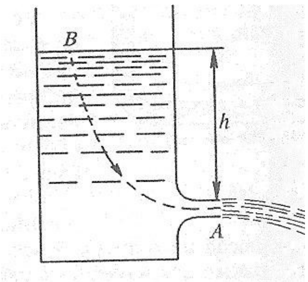
Величина стоящая слева – полный напор, $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамический или скоростной напор, который в гидродинамике называется *динамическим давлением*.

Для измерения динамического давления используют трубку Пито.



Давление определяют высотой жидкости в трубке.

Пример: истечение жидкости из отверстия.



Запишем уравнение Бернулли:

$$\frac{P_0}{\rho} + gh = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2}$$

В т. В скорость $v = 0$. Давление можно считать одинаковым равным атмосферному, тогда $v = \sqrt{2gh}$ - скорость течения жидкости. Формула Торричелли.

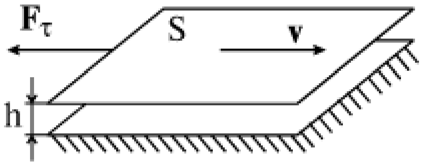
В реальных жидкостях помимо нормальных возникают и касательные напряжения, их существование обусловлено наличием сил внутреннего трения или вязкости.

Рассмотрим две бесконечные пластинки *АВ* и *СД*.

АВ покоится, СД движется со скоростью $\vec{v}_0$.

Чтобы *СД* двигалась равномерно, к ней нужно приложить силу $\vec{F}$ по направлению движения, и точно такую же силу нужно приложить к *АВ* $-\vec{F}$.

Величина $\vec{F}$ установлена экспериментально Ньютоном.



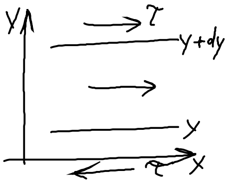
$$\vec{F} = \eta S \frac{v_0}{h}$$

η – коэффициент вязкости.

Если движутся обе пластины

$$F = \eta S \frac{v_2 - v_1}{h}$$

Выберем систему отсчета.



$$v_x = v_x(y)$$

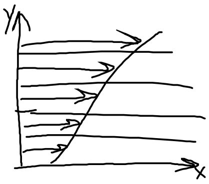
$$v_y = v_z = 0$$

Определим касательную силу на единицу площади.

y – направление нормали, x – направление силы.

$$\tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

$\dfrac{\partial v_x}{\partial y}$ - градиент скорости.



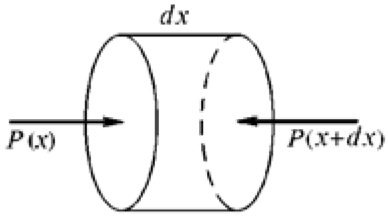
Внутренним трением или вязкостью называется возникновение касательных сил между слоями жидкости при их относительном скольжении.

Распределение скоростей в потоке.

Движение жидкости в трубе.

Рассмотрим стационарное течение жидкости в трубе.

На боковую поверхность действует касательная сила *dF*.



$$dF = 2\pi r\eta \frac{dv}{dr} dx$$

На основание цилиндра помимо этого действуют в том же направлении 2 силы

$$dF_1 = \pi r^2 (P(x) - P(x+dx)) = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx$$

При стационарном течении сумма этих сил равна нулю.

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r\frac{dP}{dx}$$

v(r) – не изменяется и $\frac{dv}{dr}$ не изменяется при изменении x.

Отсюда следует, что и $\frac{dP}{dx}$ должна быть постоянной и равной $\frac{P_2 - P_1}{l}$, *l* – длина трубы.

В результате

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l} r$$

После интегрирования получим:

$$v = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} r^2 + C$$

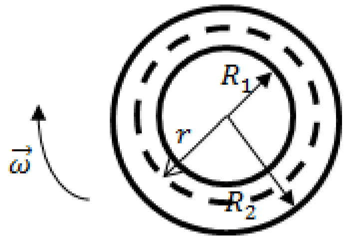
Постоянная интегрирования определяется из условия, что на границе трубы скорость должна быть равна нулю. Если радиус трубы R, то v(R)=0

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta l}(R^2 - r^2)$$

Скорость изменяется по параболическому закону.

Определим расход жидкости, т.е. количество жидкости, протекающей через сечение трубы. Поставим кольцевую площадку.

Поток вектора скорости через кольцо



$$d\Phi_v = v dS_к$$

$$d\Phi_v = \frac{\Delta P}{4\eta l}(R^2 - r^2)2\pi r dr$$

Проинтегрировав, получаем:

$$\Phi_v = \frac{\pi\Delta P}{8\eta l}R^4$$ - формула Пуазейля

Расход жидкости пропорционален разности давлений, четвертой степени радиуса трубы и обратно пропорционален длине трубы и вязкости жидкости.

Формула Пуазейля справедлива только для ламинарного течения.

Ламинарным называется течение, когда все частицы движутся по прямолинейным траекториям.

Для выяснения как движется тело в потоке жидкости используют геометрически подобные модели, размеры которых пропорциональны размерам исследуемых тел, а свойства потоков сходны.

Параметры реальных систем устанавливаются путем пересчета.

$\vec{r}$ и $\vec{v}$ - радиус-вектор и скорость в подобно расположенных точках.

l – характерный размер,

v_0 - характерная скорость потока.

ρ, η, сжимаемость или скорость звука в среде

τ – характерное время, если течение не стационарно.

$\vec{v}, v_0, \vec{r}, l, \rho, c, \eta, g, \tau$ - между этими величинами должна быть однозначная, независимая и безразмерная комбинация:

$$R_e = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \frac{l v_0}{\upsilon}, \quad \frac{l}{\eta} = \frac{1}{\upsilon}$$ число Рейнольдса

$$F = \frac{v_0^2}{\rho l}$$ - число Фруда

$$M = \frac{v_0}{c}$$ - число Маха

$$S = \frac{v_0 \tau}{l}$$ - число Струхаля

Согласно правилу подобия одна из комбинаций является функцией остальных

$$\frac{\vec{v}}{v_0} = f(\frac{\vec{r}}{l}, R_e, F, M, S)$$

Если для двух течений пять из шести комбинаций совпадают, то и шестые будут совпадать.

Число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к потере ее, обусловленной работой сил вязкости на характерной длине.

$$K \approx \frac{1}{2}\rho v_0^2 l^3; \quad F \approx \eta v_0 l; \quad A \approx \eta v l^2; \quad \frac{K}{A} \approx \frac{\rho l v_0}{\eta}$$

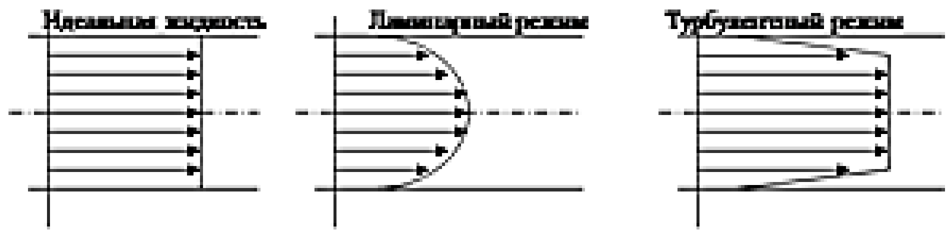
Это значит, что *число Рейнольдса определяет роль сил инерции и вязкости. При больших числах – силы инерции, при малых – вязкость.*

Число Фруда определяет отношение кинетической энергии жидкости к приращению ее, обусловленному работой силы тяжести на пути, равном характерной длине. Чем больше число Фруда, тем больше влияние сил инерции по сравнению с тяжестью.

Характер течения определяется значением характерных чисел. Ламинарное течение является регулярным.

При ламинарном течении число Рейнольдса принимает значение до 1000 при движении по круглой трубе.

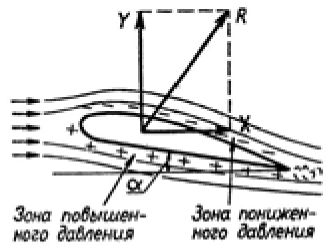
При больших значениях скорости движение перестает быть ламинарным, т.к. частицы уже движутся не по прямолинейным траекториям. В жидкости возникают вихри и течение становится турбулентным.



Профиль скорости.

Интересным является вопрос о движении тел в жидкости ил газе.

Силу, действующую со стороны жидкости на тело, разложим на две составляющие:

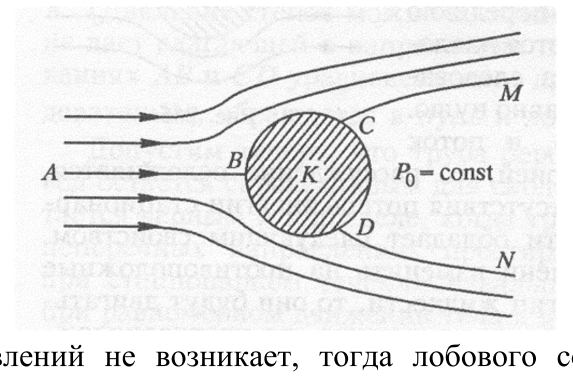


В направлении потока $\vec{F}_x$ и перпендикулярно $\vec{F}_y$.

$\vec{F}_x$ - лобовое сопротивление.

$\vec{F}_y$ - подъемная сила.

Лобовое сопротивление можно объяснить наличием разности давлений на переднюю и заднюю поверхность и вязких сил трения.



Если течение стационарное, то разности давлений не возникает, тогда лобового сопротивления не возникает. Это утверждение справедливо и при отсутствии трубы. Это явление получило название *парадокса Даламбера*.

Парадокс Даламбера можно объяснить тем, что линии тока симметричны по обе стороны тела.

Рассмотрим случай, когда течение прерывное.

К телу прикрепим эластичную перегородку.

За перегородкой давление остается постоянным. Вдоль поверхности *CDMN* – скорость должна быть постоянной.

При этом на некоторой линии обтекаемого тела происходит отрыв течения от тела.

Таких течений можно представить множество.

Возникает разность давлений и появляется лобовое сопротивление. Поверхности разрыва распадаются на вихри.

Контрольные вопросы

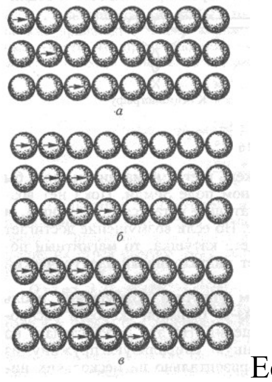
1. Какова особенность упругих напряжений в жидкости по сравнению с твердыми телами?
2. Чем обусловлено возникновение силы Архимеда? Возникает ли сила Архимеда в невесомости?
3. Как изменяется давление в жидкости при возникновении объемных сил? Объясните распределение давления по высоте сосуда. По радиусу при вращении сосуда.
4. Что такое поле скоростей? Какое поле называется стационарным?
5. Что такое линия тока? Трубка тока?
6. Какой смысл имеет уравнение неразрывности? Как оно записывается для сжимаемой среды? Для несжимаемой среды?
7. Какой смысл имеет уравнение Бернулли? При каких условиях оно справедливо?
8. Что такое динамическое давление? Нарисуйте схему устройства, позволяющего измерить расход жидкости по динамическому давлению.
9. Что такое вязкость жидкости? При каких условиях она проявляется?
10. Какая величина характеризует относительное скольжение слоев жидкости? Дайте определение градиента скорости.
11. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
12. Что такое турбулентность? При каких условиях она возникает? Какой смысл имеет число Рейнольдса?
13. Объясните эффект Магнуса. Объясните возникновение подъемной силы крыла самолета.
14. В чем суть парадокса Даламбера?

Распространение возмущений в упругих средах

Скорость распространения возмущений в упругих средах. Волны в стержне, неограниченной среде, в струне, в газах. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Гармонические волны.

Волны

Если в какой-либо упругой среде возникает деформация, то она будет распространяться в среде во всех направлениях. В этом случае говорят о возникновении в теле волн.



Если волна распространяется во всех направлениях с одинаковой скоростью, то такая волна называется *сферической*, т.к. на одинаковом расстоянии от источника все частицы тела совершают одинаковое движение.

Геометрическое место точек, которые колеблются в одинаковой фазе называется *волновой поверхностью.* Для сферической волны эта поверхность является сферической. Если волна распространяется в одном направлении, она называется *плоской*. Плоская волна имеет *плоский волновой фронт*.

Если частицы тела совершают колебания в направлении распространения волны, то такие волны называют *продольными*. Если частицы колеблются в направлении перпендикулярном направлению распространения волны, то волны называются *поперечными.*

При совершении частицами гармонических колебаний возникают гармонические волны. Уравнение плоской гармонической волны можно записать в виде:

$$Y(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right);$$

где τ – время распространения волны на расстояние x

v – скорость распространения волны.

Расстояние между двумя точками, которые колеблются в одной фазе называется *длиной волны* λ.

$$\lambda = vT;$$

T – период волны.

Волны, которые распространяются в упругой среде называются звуковыми. Звуковые волны возникают в результате изменения плотности среды в местах возникновения деформаций с одновременным смещением их относительно положения равновесия. Поэтому можно сказать, что *волновое движение представляет собой распространение в пространстве изменений плотности частиц среды или состояния движения их.*

При распространении волн не происходит перенос вещества из одной части пространства в другую, но происходит перенос энергии, за счет которой частицы среды начинают совершать колебания. Поэтому *волновое движение связано с переносом энергии в пространстве.*

Контрольные вопросы

Запишите уравнение бегущей волны. Сравните амплитуду, частоту и фазу различных точек.

Какой смысл имеет волновое число? Частота? В чем их аналогия?

Что такое фазовая скорость волны? Объясните качественно зависимость скорости от плотности и упругости среды.

Правила выполнения домашних заданий.

Домашние задания выполняются студентами в тетрадях по практическим занятиям и оформляются на листах А4 с соответствующим титульным листом.

Каждая задача оформляется на отдельном листе. Задача должна иметь условие (полное и краткое), решение должно иметь краткое обоснование, чертеж. Чертежи допускается аккуратно выполнять от руки. Формулы должны быть записаны четко и предельно аккуратно, следует четко выделять индексы, векторные величины.

Срок сдачи - не позже 2х недель после завершения изучения темы.

КАЧЕСТВЕННЫЕ ВОПРОСЫ

Кинематика

1. Что такое вектор перемещения? Всегда ли его модуль равен пути, пройденному точкой? Как вычислить путь, пройденный точкой при криволинейном движении?
2. Какова связь между линейными и угловыми скоростями и ускорениями?
3. При каких условиях средняя скорость материальной точки приблизительно равна мгновенной?

4. Может ли тело при равномерном движении иметь отличное от нуля ускорение? При каком условии?
5. Какой физический смысл имеет нормальное ускорение? Тангенциальное?
6. При каком движении вектор ускорения параллелен скорости? Антипараллелен? Перпендикулярен?

7. Динамика

8. Какой физический смысл имеет масса?
9. Опишите динамический опыт, по которому можно определить, какое из двух тел имеет большую массу.
10. Что такое сила? Как ее можно охарактеризовать? Как измеряется сила?
11. Запишите законы действия основных сил: упругости, сухого трения, вязкого трения, гравитационной, Кулона, Лоренца.
12. Какой смысл имеет введение приведенной массы?
13. Какие параметры определяют состояние материальной точки?
14. Как записывается уравнение движения для некоторой материальной точки системы? Как записывается уравнение движения для центра масс?
15. Как решается вопрос с произвольными константами при интегрировании уравнений движения?
16. Как будет двигаться центр масс осколков после взрыва снаряда в воздухе? Ответ обоснуйте. Массой газов и сопротивлением воздуха пренебречь.
17. Перечислите особенности движения центра масс замкнутой системы.
18. Чему равен импульс тела в системе центра масс? Обоснуйте ответ. Как влияет относительное движение тел на импульс системы?
19. В каком случае при потере телом массы возникает реактивная сила? Запишите выражение для реактивной силы.
20. Опишите опыты, обосновывающие необходимость введения понятия момента силы. Момента импульса.
21. В каких случаях момент ненулевой силы равен нулю? Момент импульса равен нулю?
22. Назовите причины изменения момента импульса материальной точки относительно неподвижного начала. Движущегося начала.
23. Что такое собственный момент импульса системы материальных точек? Как связан собственный момент импульса системы с моментом импульса относительно произвольного начала.
24. Приведите несколько примеров закона сохранения момента импульса.

25. Работа и энергия

26. Что такое работа постоянной силы?
27. Как вычисляется работа в произвольном случае? Какой смысл имеет элементарная работа? Интеграл?
28. В чем различие между понятиями энергии и работы?
29. Какими превращениями энергии сопровождается работа консервативных сил? Диссипативных сил?
30. Какая часть кинетической энергии испытывает превращения при ударе двух тел? Какие это превращения при упругом и неупругом ударе?
31. Почему кинетическая энергия центра масс при ударе (упругом и неупругом) не изменяется?
32. Как выразить кинетическую энергию относительного движения двух тел через скорость относительного движения?
33. Работой каких сил определяется изменение внутренней энергии всей системы? Потенциальной энергии системы? Полной механической энергии системы?
34. Сформулируйте условия изменения механической энергии системы. Сохранения механической энергии системы.

35. Необходимо ли условие замкнутости системы для выполнения закона сохранения энергии? Достаточно ли этого условия?
36. Какова связь между силой и потенциальной энергией?
37. Какие заключения о характере движения можно сделать из анализа потенциальных кривых?
38. Укажите на потенциальной кривой точки устойчивого и неустойчивого равновесия. Ответ обоснуйте.
39. **Динамика твердого тела**
40. Какой физический смысл имеет момент инерции? Опишите опыты, позволяющие сравнить моменты инерции двух тел.
41. Как можно изменить момент инерции тела без изменения его массы?
42. Как изменится момент инерции тела при параллельном переносе оси вращения? Для какой из параллельных осей момент инерции имеет минимальное значение?
43. Что такое тензор инерции? Какой смысл имеют диагональные компоненты тензора инерции?
44. Какую взаимную ориентацию имеют вектора $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{L}$ в общем случае? В случае, когда вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль одной из главных осей?
45. Как направлены главные оси тензора инерции для прямоугольного параллелепипеда? Куба? Шара?
46. Как при помощи компонент тензора инерции в главных осях определить момент инерции относительно произвольно заданной оси?
47. Какова формула кинетической энергии вращающегося тела? Как вычислить кинетическую энергию катящегося колеса?
48. Сопоставьте основные уравнения динамики поступательного и вращательного движения. Укажите аналогии.
49. По какой траектории перемещается центр масс изолированного твердого тела? Почему?
50. Сформулируйте общие закономерности вращательного движения свободного тела в случаях:
51. а) тело неправильной формы;
52. б) симметрический волчок;
53. в) шаровой волчок
54. Объясните прецессию волчка.
55. **Тяготение**
56. С каким законом сохранения связан закон площадей Кеплера?
57. Что такое центробежная энергия? Какой смысл имеет ее введение в задаче Кеплера?
58. Как определить характер движения частицы в поле тяготения по ее внутренней энергии? Как определить минимальное (максимальное) расстояние частицы от центра тяготения?
59. Что такое собственная гравитационная энергия тела конечных размеров? Как она вычисляется? Что такое гравитационный радиус?
60. Для каких тел существует гравитационное взаимодействие: макроскопических, микроскопических, фотонов? Какие опыты доказывают это?
61. Можно ли экспериментально отличить гравитационные силы от сил инерции? Что такое принцип эквивалентности?
62. **Неинерциальные системы отсчета**
63. Какой смысл имеет введение сил инерции в НИСО? Что можно сказать об источниках сил инерции?
64. Перечислите силы инерции в поступательно движущейся НИСО. Во вращающейся НИСО. Как направлена сила Кориолиса?
65. Что такое переносная скорость? Переносное ускорение?

66. В каких системах существуют переносная скорость и переносное ускорение? В каких системах существуют силы инерции?
67. Как проявляют себя силы инерции на Земле?
68. Каковы причины приливных сил?
69. Почему Луна и Солнце, сильно отличаясь по массе, создают близкие по силе приливные эффекты?
70. Как объяснить возникновение невесомости при свободном падении в инерциальной и падающей системах отсчета?
71. Как на ИСЗ можно создать искусственную тяжесть?
72. Деформации твердого тела
73. Почему упругие силы считают поверхностными силами? Что это значит?
74. В каком случае для описания упругих взаимодействий используется вектор напряжений? Тензор напряжений?
75. Какой смысл имеют компоненты тензора напряжений? Какие из них описывают нормальные напряжения, а какие- тангенциальные?
76. Что такое главные оси тензора напряжений? Какие напряжения существуют в главных осях?
77. Создают ли деформацию в некотором направлении поперечные к этому направлению напряжения? Запишите соответствующую формулу.
78. Какие напряжения возникают при изгибе балки?
79. Какие напряжения возникают при растяжении пружины, скручивании стержня?
80. Почему коэффициент Пуассона μ не может быть больше 0,5?
81. Почему при одностороннем растяжении среды деформации меньше, чем при свободном растяжении стержня?
82. Механика жидкости и газа
83. Какова особенность упругих напряжений в жидкости по сравнению с твердыми телами?
84. Чем обусловлено возникновение силы Архимеда? Возникает ли сила Архимеда в невесомости?
85. Как изменяется давление в жидкости при возникновении объемных сил? Объясните распределение давления по высоте сосуда. По радиусу при вращении сосуда.
86. Что такое поле скоростей? Какое поле называется стационарным?
87. Что такое линия тока? Трубка тока?
88. Какой смысл имеет уравнение неразрывности? Как оно записывается для сжимаемой среды? Для несжимаемой среды?
89. Какой смысл имеет уравнение Бернулли? При каких условиях оно справедливо?
90. Что такое динамическое давление? Нарисуйте схему устройства, позволяющего измерить расход жидкости по динамическому давлению.
91. Что такое вязкость жидкости? При каких условиях она проявляется?
92. Какая величина характеризует относительное скольжение слоев жидкости? Дайте определение градиента скорости.
93. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
94. Что такое турбулентность? При каких условиях она возникает? Какой смысл имеет число Рейнольдса?
95. Объясните эффект Магнуса. Объясните возникновение подъемной силы крыла самолета.
96. В чем суть парадокса Даламбера?
97. Колебания и волны
98. Перечислите основные типы колебаний. В чем их особенность?

99. Запишите уравнения свободных гармонических колебаний. Какие константы определяются устройством системы? Какие условиями запуска? Поясните на примере.
100. Как определить амплитуду и начальную фазу колебаний через начальные условия?
101. Запишите уравнение колебаний в комплексной форме. Какой смысл имеет модуль и аргумент комплексной амплитуды?
102. При каких условиях колебательная система становится апериодической? Поясните на графике закон движения апериодической системы.
103. Как определить частоту малых колебаний системы в окрестности точки равновесия?
104. Как используется уравнение энергии для расчета частоты колебаний системы?
105. Опишите превращение энергии в колебательной системе. Как зависит энергия от амплитуды колебаний?
106. Запишите уравнение бегущей волны. Сравните амплитуду, частоту и фазу различных точек.
107. Какой смысл имеет волновое число? Частота? В чем их аналогия?
108. Что такое фазовая скорость волны? Объясните качественно зависимость скорости от плотности и упругости среды.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Оцен а	Полнота, системность, прочност знаний	Обобщенность знаний
«5»	Изложение полученных знаний устной, письменной или графическо форме, полное, в системе, соответствии с требованиями учебно программы; допускаются единичнь несущественные ошибк самостоятельно исправляемь студентами.	Выделение существенных признакс изученного с помощью операций анали и синтеза; выявление причинн следственных связей; формулировь выводов и обобщений; свободн оперирование известными фактами сведениями с использованием сведений другие предметов.
«4»	Изложение полученных знаний устной, письменной и графическо форме, полное, в системе, соответствии с требованиями учебно программы; допускаются отдельнь несущественные ошибки, исправляемь студентами после указан преподавателя на них.	Выделение существенных признакс изученного с помощью операций анали и синтеза; выявлений причинн следственных связей; формулировь выводов и обобщений, в которых могу быть отдельные несущественные ошибк подтверждение изученного известным фактами и сведениями.
«3»	Изложение полученных знани неполное, однако это не препятству усвоению последующего программно –материала; допускаются отдельнь существенные ошибки, исправление помощью преподавателя.	Затруднения при выполнени существенных признаков изученного, пр выявлении причинно-следственных связе и формулировке выводов.
«2»	Изложение учебного материал неполное, бессистемное, чт препятствует усвоению последующе учебной информации; существенны ошибки, неисправляемые даже помощью преподавателя.	Бессистемное выделение случайнь признаков изученного; неумени производить простейшие операци анализа и синтеза; делать обобщени выводы.
«1»	Полное незнание и непониман учебного материала (студент не може ответить ни на один поставленнь вопрос).	______________________

<u>Зачет и экзамен</u> – итоговая аттестация по дисциплине. Оценка (зачет) по этим видам контроля складывается из текущей работы студента в семестре, промежуточного контроля, самостоятельной работы и ответе на экзамене (зачете) (40% - промежуточный контроль знаний студентов, 60% - результаты итогового зачета (экзамена)).

Кафедра имеет право перераспределить это соотношение до 10%.

<u>Промежуточный контроль</u> – осуществляется два раза в семестр в виде контрольных точек. Преподаватель проверяет знания студентов в виде контрольных работ, тестов и др. по блоку изученной дисциплины. Фиксируется в журналах успеваемости, находящихся в деканатах.

Результаты учитываются при допуске к сдаче зачета или экзамена.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

1. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Основная задача кинематики.

2. Силы в природе (закон Кулона; силы Лоренца и Ампера; силы сухого и вязкого (внутреннего) трения; закон всемирного тяготения).
3. I, II и III законы Ньютона. Основная задача динамики.
4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек. Центр масс.
5. Теорема об изменении момента импульса материальной точки. Закон сохранения момента импульса.
6. Работа переменной силы. Примеры. Мощность.
7. Потенциальная энергия материальной точки в силовом поле.
8. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.
9. Теорема об изменении механической энергии материальной точки. Закон сохранения механической энергии.
10. Теорема об изменении момента импульса системы материальных точек.
11. Уравнение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
12. Момент инерции. Теорема Гюйгенса-Штейнера.
13. Прецессия гироскопа.
14. Гармонические колебания: дифференциальное уравнение и закон движения.
15. Переносная, центробежная и кориолисова силы инерции.
16. Вектор и тензор механического напряжения.
17. Обобщенный закон Гука в дифференциальной форме.
18. Жидкости: сжимаемая и несжимаемая, идеальная и вязкая. Течение стационарное и нестационарное. Поле скоростей и трубка тока.
19. Уравнения непрерывности, Бернулли.

Копылова Ирина Борисовна,
доцент кафедры физики АмГУ, канд. физ.-мат. наук