

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО "АмГУ")

ОБЩАЯ ФИЗИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

сборник учебно-методических материалов

для направления подготовки 03.03.02- Физика

Благовещенск, 2017 г.

Составитель: Ульянычева В.Ф.

Общая физика. Электричество и магнетизм: сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 03.03.02.- Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017.

Амурский государственный университет, 2017

Кафедра физики, 2017

Ульянычева В.Ф., составитель

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Общая физика» (раздел электричество и магнетизм) является дисциплиной базовой части программы подготовки бакалавриата по направлению подготовки 03.03.02-Физика. Дисциплины «Электродинамика», «Радиофизика и электроника», «Основы радио- и телевидения» и другие изучаются на основе знаний электромагнетизма.

Для успешного освоения данной дисциплины студентам необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения дисциплины модуля «Общая физика»(разделы: механика, молекулярная физика) «Адаптивный курс физики», а также высокий уровень математической подготовки, обеспечиваемый изучением дисциплин модуля «Математика»: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Дифференциальные интегральные уравнения, вариационное исчисление», «Теория функции комплексного переменного»).

Изучение дисциплины «Общая физика»(раздел электричество и магнетизм) предусматривает, в соответствии с учебным планом, лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов. Текущий контроль освоения дисциплины осуществляется выполнением домашних заданий, конспектов, сдачей коллоквиума, тестов, контрольных работ. Изучение дисциплины завершается экзаменом.

Самостоятельная работа студентов рассматривается как высшая форма учебной деятельности, которая носит интегральный характер и является формой самообразования. Самостоятельная работа выполняется под методическим руководством и контролем преподавателя.

Основными целями самостоятельной работы являются: развитие познавательных способностей личности; развитие самостоятельности, ответственности, организованности, инициативы; развитие самостоятельного мышления и исследовательских умений. В процессе работы происходит закрепление и систематизация знаний, углубление теоретических знаний, развитие умений работать с различными источниками информации и как результат – освоения основных компетенций.

1 ОРГАНИЗАЦИЯ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ

1.1 Общие рекомендации по организации работы на лекции

В высшем учебном заведении лекция является важной формой учебного процесса и представляет собой в основном устное систематическое и последовательное изложение материала по какой-либо проблеме, методу, теме вопроса и т. д.

Основные функций, которые осуществляет вузовская лекция – это информативная, ориентирующая и стимулирующая, методологическая, развивающая и воспитывающая, поскольку на лекции студенты получают глубокие и разносторонние знания, развивают свои творческие способности.

Лекции могут быть вводными, обзорными, тематическими (лекции по изучению нового материала), итоговыми.

Вводные лекции подготавливают студента к восприятию данной дисциплины (физики) или ее раздела. На вводной лекции излагаются цели и задачи дисциплины, ее актуальность, практическая значимость, методы научного исследования и т.д. для того, чтобы дать целостное представление о дисциплине и вызывать интерес к предмету.

Тематические лекции посвящены глубоко осмысленному и методически подготовленному систематическому изложению содержания курса (дисциплины).

Итоговая лекция содержит основные идеи и выводы по курсу физики, выводы о достижении поставленных учебных целей.

На обзорных лекциях рассматриваются наиболее сложные, проблемные вопросы курса или новейшие достижения физики в данной области, что позволит установить взаимосвязь учебного материала с производством и новейшими научными достижениями.

Подготовка к самостоятельной работе над лекционным материалом должна начинаться на самой лекции. На лекции студент должен совместить два момента: внимательно слушать лектора, прикладывая максимум усилий для понимания излагаемого материала и одновременно вести его осмысленную запись. И как бы внимательно студент не слушал лекцию, большая часть информации вскоре после восприятия будет забыта. Поэтому при изучении дисциплины студентам рекомендуется составлять подробный конспект лекций, так как это обеспечивает полноценную систематизацию и структурирование материала, подлежащего изучению. Конспект лекций должен отражать специфику данного курса, которая состоит в обобщении физической теории, рассматривающей процессы обмена энергией в макроскопических системах, на случай сложных, полифункциональных систем.

Очень важным является умение правильно конспектировать лекционный материал и работать с ним. Ниже приведены *рекомендации по конспектированию лекций и дальнейшей работе с записями*.

1. Конспект лекций должен быть в отдельной тетради. Ее нужно сделать удобной, практичной и полезной, ведь именно она является основным информативным источником при подготовке к различным отчетным занятиям, зачетам, экзаменам. Возможно ее сочетание с записями по практическим занятиям, иллюстрирующим применение теоретических законов и соотношений в решении практических задач.

2. Конспект должен легко восприниматься зрительно (чтобы максимально использовать «зрительную» память), поэтому он должен быть аккуратным. Выделяйте заголовки, отделите один вопрос от другого, соблюдайте абзацы, подчеркните термины.

3. При прослушивании лекции обращайтесь внимание на интонацию лектора и вводные слова «таким образом», «итак», «необходимо отметить» и т.п., которыми он акцентирует наиболее важные моменты. Не забывайте пометать это при конспектировании.

4. Не пытайтесь записывать каждое слово лектора, иначе потеряете основную нить изложения и начнете писать автоматически, не вникая в смысл. Не нужно просить лектора несколько раз повторять одну и ту же фразу для того, чтобы успеть записать. Лекция не должна превращаться в своеобразный урок-диктант. Техника прочтения лекций преподавателем такова, что он повторяет свою мысль два-три раза. Постарайтесь вначале понять ее, а затем записать, используя сокращения.

Конспектируйте только самое важное в рассматриваемом параграфе: формулировки определений и законов, выводы основных уравнений и формул, то, что старается выделить лектор, на чем акцентирует внимание студентов.

Старайтесь отфильтровывать и сжимать подаваемый материал. Научитесь в процессе лекции разбивать текст на смысловые части и заменять их содержание короткими фразами и формулировками. Более подробно записывайте основную информацию и кратко – дополнительную.

5. По возможности записи ведите своими словами, своими формулировками. Используйте общепринятую в данном разделе физики аббревиатуру и систему сокращений. Придумайте собственную систему сокращений, аббревиатур и символов, удобную только вам (но не забудьте сделать словарь, иначе существует угроза не расшифровать текст). Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

6. Конспектируя лекцию, надо оставлять поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места. Полезно после каждой лекции оставлять одну страницу свободной, она потребуется при самостоятельной подготовке. Сюда можно будет занести дополнительную информацию по данной теме, полученную из других источников: чертежи, графики, схемы, и т.п.

7. После прослушивания лекции необходимо проработать и осмыслить полученный материал. Насколько эффективно студент это сделает, зависит и прочность усвоения знаний, и, соответственно, качество восприятия предстоящей лекции, так как он более целенаправленно будет её слушать. В процессе изучения лекционного материала рекомендуется использовать опорные конспекты, учебники и учебные пособия.

1.2 Краткое содержание курса лекций

КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

В этом разделе изучается одна из сторон единого электромагнитного поля - электростатическое поле неподвижных зарядов. В основе такого рассмотрения лежит

установленный экспериментально закон Кулона, идея близкодействия и принцип суперпозиции электростатических полей.

Электрический заряд. Закон Кулона

В отличие от гравитационного, в электромагнитное взаимодействие вступают не все тела и частицы. Тем из них, которые участвуют в таких взаимодействиях, приписывается новое свойство - **электрический заряд**. Он может быть положительным или отрицательным, отражая тот факт, что электромагнитное взаимодействие может быть в виде взаимного притяжения разноименных зарядов или отталкивания одноименных зарядов. Итак, *электрический заряд характеризует способность тел вступать в электромагнитные взаимодействия и его величина определяет интенсивность этих взаимодействий.*

В природе в свободном состоянии существуют частицы, имеющие минимальный по модулю заряд, равный $q_{\min} = 1.6 \cdot 10^{19}$ Кл. Поэтому заряды всех тел и частиц, вступающих в электромагнитные взаимодействия, состоят из целого числа таких зарядов

$$Q = \pm N q_{\min}, \quad (2.1)$$

где N - целое число. В этом заключается **дискретность электрического заряда**. Заряд электрона считается отрицательным, что позволяет достаточно просто установить знаки зарядов других частиц.

В замкнутых системах выполняется **закон сохранения электрического заряда**, который формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма электрических зарядов частиц замкнутой системы остается постоянной*

$$\text{Замкнутая система: } q_1 + q_2 + \dots = \text{const.} \quad (2.2)$$

Этот закон является важным, так как позволяет анализировать процессы, происходящие в замкнутых системах при изменении в них числа частиц.

Введение электрического заряда позволило сформулировать **закон Кулона**: *силы, с которыми взаимодействуют два неподвижных точечных заряда в вакууме, прямо пропорциональны произведению их зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними; силы направлены вдоль прямой, соединяющей эти заряды (рис.2.1,а):*

$$\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad F_1 = F_2 = F_K = \frac{|q_1| |q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2.3)$$

Входящая в формулу (2.3) величина $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м называется электрической постоянной, она возникает при записи формулы закона в международной системе единиц СИ.

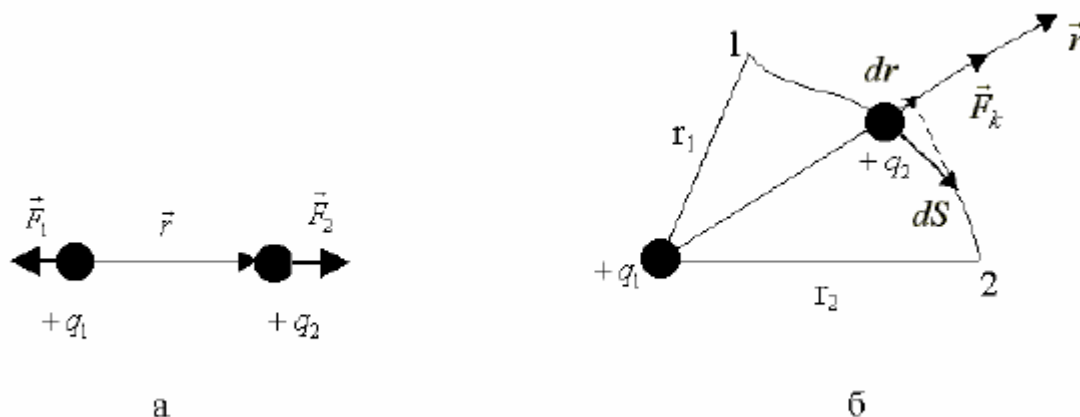


Рис. 2.1

Этот закон был экспериментально установлен в 1785 г. французским ученым Ш. Кулоном с помощью изобретенных им крутильных весов. Ранее в 70-х гг. 18 века этот закон был открыт английским ученым Г. Кавендишем, но его труды были опубликованы лишь в 1879 г.

Известно, что по сравнению с вакуумом взаимодействие между зарядами в среде ослабевает и поэтому в закон Кулона вводят новую характеристику - **относительную диэлектрическую проницаемость ϵ среды**

$$\vec{F}_k = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad (2.4)$$

Параметр ϵ описывает ослабление взаимодействия зарядов в среде, он показывает во сколько раз модуль силы F_{k0} взаимодействия зарядов в вакууме больше модуля силы F_k взаимодействия зарядов в среде

$$\left(\epsilon = \frac{F_{k0}}{F_k} \right)$$

Для вакуума $\epsilon=1$, для всех сред $\epsilon>1$, но с достаточной степенью точности при проведении многих расчетов можно принять ϵ для газов, равную единице. Эквивалентное определение ϵ с учетом введения понятия напряженности электрического поля дается в параграфе 2.12.3 (формула (2.53)).

Потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов.

Потенциальный характер электростатического поля

Взаимодействие между неподвижными зарядами осуществляется посредством электростатического поля: взаимодействуют не заряды, а один заряд в месте своего расположения взаимодействует с полем, созданным другим зарядом. В этом заключается идея близкодействия - идея передачи взаимодействий через материальную среду, через поле.

Покажем, что электростатическое поле является потенциальным полем. Для этого рассчитаем работу кулоновской силы при перемещении точечного положительного заряда q_2 из точки 1 в точку 2 (рис.2.1,б) в электростатическом поле, созданном положительным точечным зарядом q_1 ,

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= \int_1^2 \vec{F}_k d\vec{s} = \int_1^2 F_k dl \cos \delta = \int_1^2 F_k dr = \\
 &= \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r} = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} - \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} = W_{p1} - W_{p2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Как видно из формулы (2.5), в окончательное выражение входят величины, описывающие только начальное и конечное положение заряда q_2 , т.е. работа сил поля не зависит от пути перехода из точки 1 в точку 2. Это означает, что кулоновская сила будет консервативной силой, а электрическое поле является потенциальным. В таком поле заряд обладает потенциальной энергией W_p . Она представляет собой потенциальную энергию точечного заряда q_2 в электрическом поле заряда q_1 или потенциальную энергию заряда q_1 в электрическом поле заряда q_2 , или взаимную потенциальную энергию взаимодействующих точечных зарядов.

На основе формулы (2.5) для W_p можно записать следующее выражение:

$$W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \text{const.} \tag{2.6a}$$

Как видно из выражения (2.6a), W_p определяется с точностью до постоянной величины. Ее выбор осуществляется наиболее удобным для решения задач способом. В данном случае для электрического поля точечного заряда принято выбирать const так, чтобы на бесконечно большом расстоянии между зарядами их взаимная потенциальная энергия обращалась в ноль: $r \rightarrow \infty, W_p = 0$. Следовательно,

$$W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \tag{2.6б}$$

Вектор напряженности E и потенциал ϕ электростатического поля, расчет E и ϕ для электростатического поля точечного заряда

Из предыдущего рассмотрения следует, что на точечный заряд q , помещенный в электростатическое поле, действует кулоновская сила F_k и заряд q обладает в этом поле потенциальной энергией W_p . Для расчета этих величин вводят две характеристики поля - вектор напряженности E и потенциал ϕ . Зная эти величины в каждой точке поля, можно оценить F_k и W_p по формулам:

$$\vec{F}_k = q\vec{E}, \quad W_p = q\phi. \tag{2.7}$$

Для произвольного электрического поля можно E и ϕ определить экспериментально. Для этого нужно в каждую точку поля помещать пробный положительный заряд q_0 , найти из опыта F_k и W_p , а затем рассчитать E и ϕ по формулам:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_k}{q_0}, \quad \varphi = \frac{W_p}{q_0}. \quad (2.8)$$

Выражения (2.8) являются формулами - определениями характеристик E и электростатического поля, а именно:

E - векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой поля и равная отношению кулоновской силы, действующей на пробный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда;

φ - скалярная физическая величина, являющаяся энергетической характеристикой поля и равная отношению потенциальной энергии пробного заряда, помещенного в данную точку поля, к величине этого заряда.

При известном распределении зарядов, создающих электрическое поле, можно достаточно просто рассчитать E и φ на основе закона Кулона и принципа суперпозиции. В этом параграфе на основе закона Кулона приводится оценка характеристик E и φ поля, созданного точечным зарядом.

Будем считать, что точечный заряд q_1 создает электрическое поле, а точечный заряд q_2 находится в этом поле. Тогда из формул (2.3), (2.6), (2.7) следует

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{м.з.} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}; \quad E_{м.з.} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad (2.9)$$

$$W_p = q_2 \varphi_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow \varphi_{м.з.} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (2.10)$$

Формулы (2.9) и (2.10) определяют вектор напряженности E и потенциал φ поля точечного заряда.

Согласно формулам (2.6б) и (2.8) нулевой уровень потенциала φ электростатического поля точечного заряда выбирается на бесконечно большом расстоянии от него ($r \rightarrow \infty, \varphi \rightarrow 0$).

На рис.2.2 показаны направления векторов E в разных точках поля точечного заряда (рис.2.2,а,б) и приведены графики зависимости модуля E и потенциала φ от расстояния r до заряда (рис.2.2,в,г).

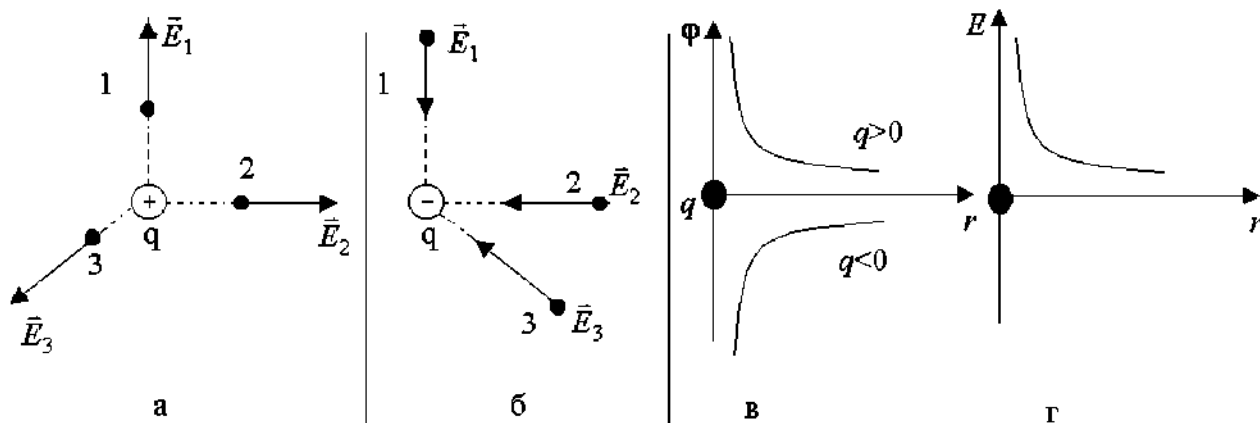


Рис.2.2

Отметим, что направление вектора E в данной точке поля совпадает с направлением кулоновской силы, действующей на пробный положительный заряд q_0 , помещенный в данную точку. Нужно также помнить, что потенциал φ

является алгебраической величиной ($\varphi > 0$, $\varphi < 0$), и чем меньше расстояние до положительного заряда, создающего поле, тем больше φ , (образно говоря, происходит подъем на потенциальную горку) и соответственно, чем ближе к отрицательному заряду, тем меньше φ (происходит спуск в потенциальную яму).

Принцип суперпозиции электростатических полей. Примеры расчета E и φ для некоторых частных случаев распределения зарядов

Для расчета E и φ поля, созданного системой зарядов или макроскопическим заряженным телом, используют **принцип суперпозиции**, а именно: *вектор напряженности E (потенциал φ) электрического поля, созданного несколькими зарядами, равен векторной сумме напряженностей (алгебраической сумме потенциалов) полей, созданных каждым зарядом в отдельности (E_1, E_2, \dots ; $\varphi = \varphi_1, \varphi_2, \dots$)*

$$E = E_1 + E_2 + \dots \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots \quad (2.11)$$

В случае макроскопического заряженного тела для оценки E и φ в какой-либо точке A (рис.2.3,а) разбивают тело на малые объемы, которые можно рассматривать как точечные заряды dq ; находят по формулам (2.9) и (2.10) вектора dE и потенциалы $d\varphi$ от этих зарядов в т. A и затем суммируют все dE и $d\varphi$, т.е. берут интеграл по объему V тела.

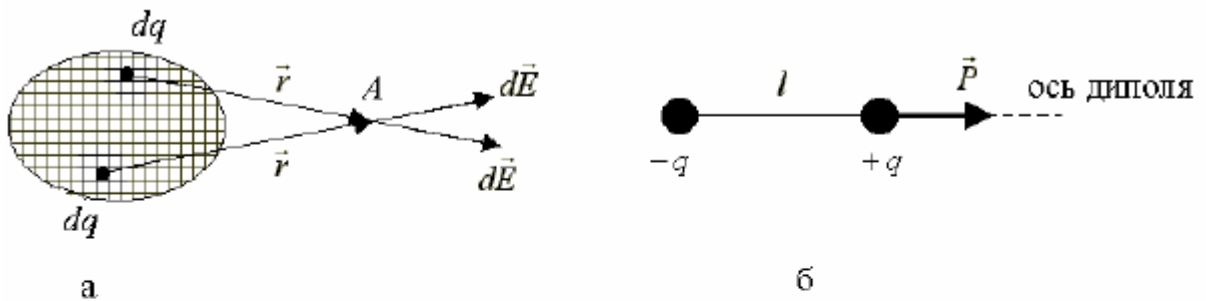


Рис.2.3

$$\vec{E}_A = \int_V d\vec{E}; \quad d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \vec{r}; \quad (2.12)$$

$$\varphi_A = \int_V d\varphi; \quad d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (2.13)$$

Принцип суперпозиции позволяет также рассчитывать потенциальную энергию взаимодействия зарядов. Так, для системы точечных зарядов q_i

($i = 1, \dots, N$) можно записать

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \phi_i, \quad (2.14)$$

где ϕ_i - потенциал поля, созданного всеми зарядами, кроме i -го заряда, в месте расположения i -го заряда; коэффициент (1/2) входит в формулу из-за того, что взаимодействие двух зарядов в сумме учитывается дважды.

Рассмотрим ряд конкретных примеров расчета электростатических полей по формулам (2.12) и (2.13).

1. Поле диполя. Под электрическим диполем понимают электро-нейтральную систему близкорасположенных двух точечных зарядов, отстоящих друг от друга на расстояние l (рис.2.3,б). Для описания электрического поля, созданного диполем, вводят понятие **дипольного момента** p - это вектор, направленный по прямой от заряда $(+q)$ к заряду $(-q)$, т.е. по оси диполя, и равный по модулю произведению модуля одного из зарядов на расстояние l между ними

$$p = |q|l. \quad (2.15)$$

Обычно при описании поля диполя рассматривают точки, находящиеся на расстоянии r , значительно превышающем расстояние l между зарядами диполя ($r \gg l$).

Рассчитаем модуль вектора E и потенциал ϕ в точках А, В, С, отстоящих от центра диполя (точка О) на расстоянии r ; линии ОА, ОВ и ОС составляют с осью диполя углы $0, 90^\circ$ и произвольный угол α (рис.2.4).

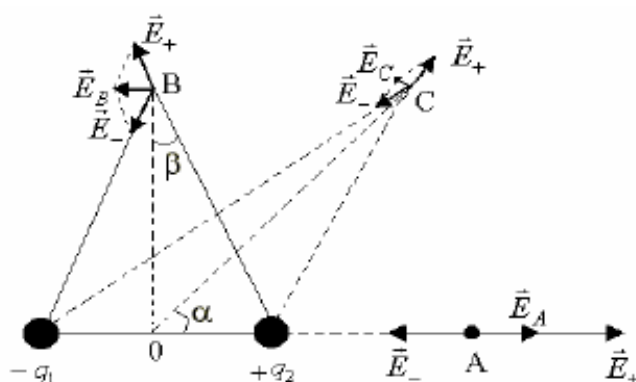


Рис.2.4

Используя принцип суперпозиции (2.9), (2.10), найдем направление и модули векторов E_A, E_B, E_C , а также потенциалы ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C в этих точках.

Точка А: $\alpha = 0$.

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(r - \frac{l}{2})^2} - \frac{1}{(r + \frac{l}{2})^2} \right) = [r \gg l] = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3};$$

Для точки С, расположенной под произвольным углом α , можно получить общее выражение, включающее в себя частные случаи для точек А и В:

$$E_C = \frac{p}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{1+3\cos^2\alpha}, \quad \varphi_C = \frac{p}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cos\alpha. \quad (2.16)$$

Из формулы (2.16) следует, что модуль вектора напряженности E и потенциал φ поля диполя на расстояниях $r \gg l$ определяются модулем его дипольного момента p , причем они уменьшаются в зависимости от расстояния r быстрее, чем для поля точечного заряда (формулы (2.9),(2.10)). **2. Электрическое поле на оси равномерно заряженного кольца.** Пусть равномерно заряженное по длине кольцо радиусом R несет заряд q . Найдем направление и модуль вектора E , а также потенциал φ поля кольца в точка А, расположенной на оси кольца на расстоянии l от его центра (рис.2.5).

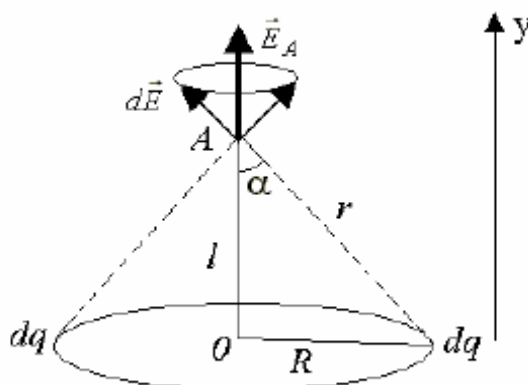


Рис.2.5

Для этого разбиваем кольцо на малые участки - точечные заряды dq , определяем направление векторов dE от всех зарядов dq в точке А и используем для расчета E_A формулу (2.12). Из симметрии задачи видно, что все вектора dE образуют конус векторов с углом α при его вершине и суммарный вектор E_A будет направлен вдоль оси, вверх. Тогда

$$\vec{E}_A = \int d\vec{E};$$

$$\text{Оу: } E_A = \int dE \cos \alpha = \int \frac{dq \cos \alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{\cos \alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \int dq = \frac{q \cos \alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (R^2 + l^2)^{3/2}};$$

$$\Phi_A = \int d\Phi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{R^2 + l^2}}.$$

Итак,

$$E_A = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (R^2 + l^2)^{3/2}}; \quad \Phi_A = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{R^2 + l^2}}. \quad (2.17)$$

Из формулы (2.17), в частности, следует, что в центре кольца, в точке О, ($l=0$)

$$E_0 = 0, \quad \Phi_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}. \quad (2.18)$$

На расстояниях l , значительно превышающих радиус R кольца ($l \gg R$), его можно рассматривать как материальную точку, а электрическое поле кольца как поле точечного заряда. Действительно, пренебрегая в формулах (2.17) R^2 по сравнению с l^2 , получим:

$$l \gg R: \quad E_A = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l^2}, \quad \Phi_A = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l}.$$

Работа сил электрического поля. Разность потенциалов. Формула связи вектора E и потенциала ϕ

Запишем формулы для работы сил электростатического поля по перемещению точного заряда из точки 1 в точку 2. Учитывая выражения (2.5), (2.7), получим:

$$A_{12} = q \int_1^2 E dl \cos \alpha, \quad \alpha = (\vec{E}, d\vec{S}); \quad (2.19a)$$

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\phi_1 - \phi_2), \quad (2.19b)$$

где dS - вектор элементарного перемещения.

Величину $(\phi_1 - \phi_2)$ называют разностью потенциалов. Она характеризует работу сил электростатического поля по перемещению заряда из одной точки поля в другую и равна отношению этой работы к величине переносимого заряда $\phi_1 - \phi_2 = \frac{A_{12}}{q}$. (2.20)

Отметим, что непосредственный физический смысл имеет не сам потенциал, определяемый подобно потенциальной энергии с точностью до произвольной постоянной, а разность потенциалов.

Из выражений (2.19), (2.20) можно получить интегральную формулу связи E и φ , в которую входят две точки поля:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl \cos \alpha . \quad (2.21)$$

Дифференциальную формулу связи E и φ , справедливую для малой окрестности какой-либо точки поля, можно вывести из выражений для элементарной работы:

$$\begin{aligned} dA &= qE dl \cos \alpha = qE_1 dl = -q d\varphi; \\ E_1 &= -\frac{d\varphi}{dl}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где E_1 - проекция вектора E на направление l в пространстве.

В наиболее общем векторном виде выражение, связывающее E и φ , записывается из полученного в механике соотношения между консервативной силой и потенциальной энергией.

$$\begin{aligned} \vec{F}_k &= q\vec{E} = -\text{grad}W_p = -\text{grad}(q\vec{E}); \\ \vec{E} &= -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi, \quad E_1 = \frac{d\varphi}{dl} . \end{aligned} \quad (2.23)$$

Итак, в каждой точке поля вектор E равен по модулю и противоположен по направлению вектору градиента потенциала, т.е. вектор E в каждой точке указывает направление наиболее быстрого убывания потенциала (рис.2.6,а).

С учетом установленных формул взаимосвязи между E и φ следует отметить, что при описании электростатического поля можно было бы ограничиться введением только одной характеристики поля - вектора E .

Действительно, через вектор E можно определить потенциальную энергию заряда, работу по его перемещению, не вводя понятие потенциала. Но понятие потенциала является удобным с точки зрения практического применения электростатических полей.

Графическое изображение электростатических полей

1. Линии вектора E . Для графического изображения электростатических полей используют линии вектора E - они проводятся так, чтобы в каждой точке линии вектор E был направлен по касательной к ней (рис.2.6). Линии E нигде не пересекаются, они начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность. Примеры графического изображения полей точечных зарядов приведены на рис.2.6,б,в,г. Видно, что

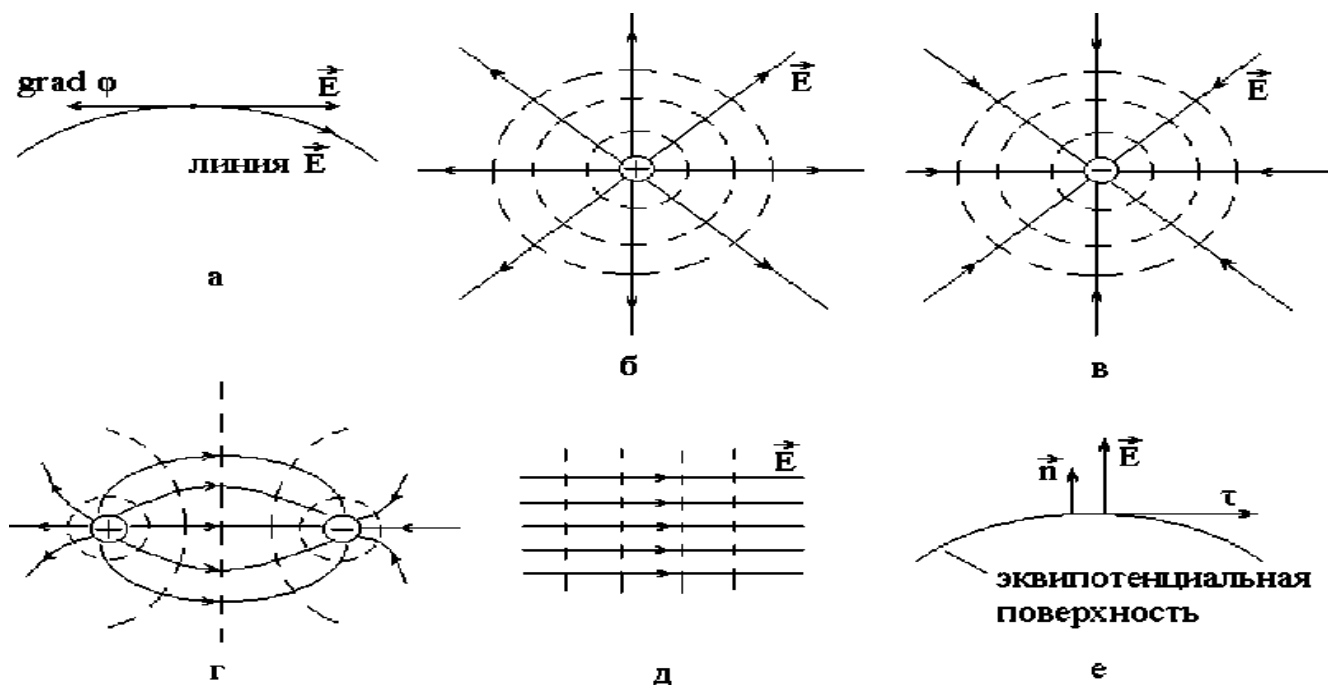


Рис.2.6

для одного точечного заряда линии E представляют собой прямые линии, выходящие или входящие в заряд. В случае однородного электрического поля (рис.2.6,д), в каждой точке которого вектор E одинаков и по модулю и по направлению, линии E представляют собой прямые линии, параллельные друг другу и отстоящие друг от друга на одинаковом расстоянии.

Графическое изображение полей с помощью линий E позволяет наглядно видеть направление кулоновской силы, действующей на точечный заряд, помещенный в данную точку поля, что является удобным для качественного анализа поведения заряда.

Обычно линии E проводят так, чтобы их густота (количество линий, пронизывающих перпендикулярную к ним плоскую поверхность фиксированной площади) в каждой точке поля определяла числовое значение вектора E . Поэтому по степени близости линий E друг другу можно судить об изменении модуля E и соответственно об изменении модуля кулоновской силы, действующей на заряженную частицу в электрическом поле.

2. Эквипотенциальные поверхности. Эквипотенциальная поверхность - это поверхность равного потенциала, в каждой точке поверхности потенциал φ остается постоянным. Поэтому элементарная работа по перемещению заряда q по такой поверхности будет равна нулю: $dA = -dq\varphi = 0$. Из этого следует, что вектор E в каждой точке поверхности будет перпендикулярен к ней, т.е. будет направлен по вектору нормали \vec{n} (рис.2.6,г). Действительно, если бы вектор E имел бы составляющую по касательной к поверхности, и, следовательно, потенциал в разных точках поверхности был бы разным, что противоречит определению эквипотенциальной поверхности.

На рис.2.6 приведено графическое изображение электрических полей с помощью эквипотенциальных поверхностей (пунктирные линии) для точечного заряда

(рис.2.6,б,в, это сферы, в центре которых находится точечный заряд), для поля, созданного одновременно отрицательным и положительным зарядами (рис.2.6,г), для однородного электрического поля (рис.2.6,д, это плоскости, перпендикулярные к линиям E).

Условились проводить эквипотенциальные поверхности так, чтобы разность потенциалов между соседними поверхностями была одинаковой. Это позволяет наглядно видеть изменение потенциальной энергии заряда при его движении в электрическом поле.

Тот факт, что вектор E перпендикулярен к эквипотенциальной поверхности в каждой ее точке, позволяет достаточно просто переходить от графического изображения электрического поля с помощью линий E к эквипотенциальным поверхностям, и наоборот. Так, проведя на рис.2.6,б,в,г,д пунктирные линии, перпендикулярные к линиям E , можно получить графическое изображение поля с помощью эквипотенциальных поверхностей в плоскости рисунка.

Поток и циркуляция вектора E электростатического поля. Теорема Гаусса для вектора E

Понятие циркуляции и потока для произвольного поля вектора a были введены в первой части учебного пособия (раздел "Механика").

Поэтому здесь они записываются без пояснения для вектора E электростатического поля.

Возьмем произвольный контур (Γ) и произвольную поверхность S в неоднородном электростатическом поле (рис.2.7,а,б).

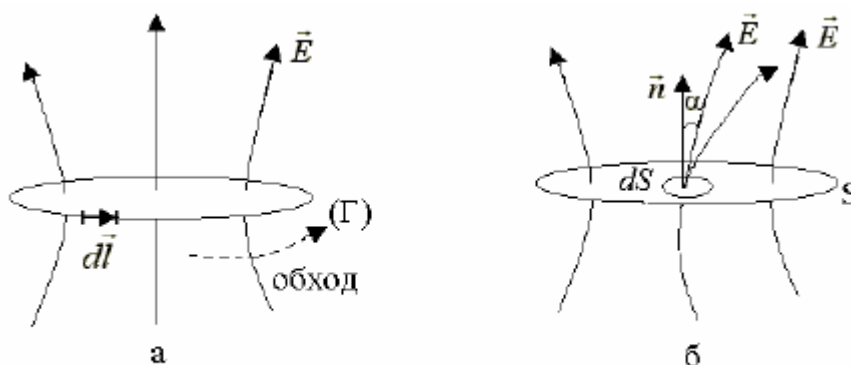


Рис.2.7

Тогда циркуляцией вектора E по произвольному контуру (Γ) называют интеграл вида:

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} d\vec{l} = \oint_{(\Gamma)} E dl \cos \alpha, \quad \alpha = (\vec{E}, d\vec{l}), \quad (2.24)$$

а потоком Φ_E вектора E через произвольную поверхность S следующее выражение:

$$\Phi_E = \int_S d\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E dl \cos \alpha, \quad \alpha = (\vec{E}, \vec{n}). \quad (2.25)$$

Входящие в эти формулы вектора dl и dS определяются следующим образом. По модулю они равны элементарной длине dl контура (Γ) и площади dS элементарной площадки поверхности S . Направление вектора dl совпадает с направлением обхода контура (Γ), а вектор dS направлен по вектору нормали n к площадке dS (рис.2.7).

В случае электростатического поля циркуляция вектора E по произвольному замкнутому контуру (Γ) равна отношению работы $A_{кр}$ сил поля по перемещению точечного заряда q по этому контуру к величине заряда и в соответствии с формулой (2.20) будет равна нулю

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} d\vec{l} = \frac{A_{кр.ст.}}{q} = (\Phi_{нач} - \Phi_{кон}) = 0. \quad (2.26a)$$

Как было отмечено в разделе "Механика", этот факт является признаком потенциальности электростатического поля, т.е. **если циркуляция вектора E по произвольному замкнутому контуру (Γ) равна нулю, то это поле является потенциальным.** Следовательно, *электрические заряды в электростатическом поле обладают потенциальной энергией.*

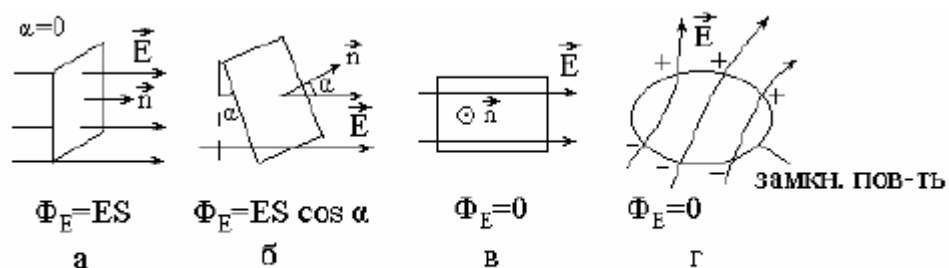
Уравнение (2.26a) в дифференциальной форме, справедливой для малой окрестности какой-либо точки электростатического поля, можно записать следующим образом (раздел "Механика")

$$rot \vec{E} = 0, \quad [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = 0. \quad (2.26б)$$

Если учесть, что густота линий E определяет модуль вектора E в данной точке поля, то тогда поток вектора E будет численно равен количеству N линий

E , пронизывающих поверхность S .

На рис.2.8 приведены примеры расчета потока Φ_E через различные поверхности S (рис.2.8,а,б,в поверхность S - плоская; рис.2.8,г S - замкнутая поверхность). В последнем случае поток Φ_E через замкнутую поверхность равен нулю, так как количество линий E , входящих ($N+$) и выходящих ($N-$) из нее, одинаково, но они берутся с противоположными знаками ($\cos \alpha+ > 0, \cos \alpha- < 0$).



Для вектора E можно сформулировать **теорему Гаусса**, определяющую поток вектора E через произвольную замкнутую поверхность.

Теорема Гаусса в отсутствие диэлектрика (вакуум) формулируется следующим образом: *поток вектора E через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов q , охватываемых этой поверхностью, и деленной на ϵ_0*

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\Sigma}}{\epsilon_0}. \quad (2.27)$$

Эта теорема является следствием закона Кулона и принципа суперпозиции электростатических полей.

Покажем справедливость теоремы для случая поля точечного заряда. Пусть замкнутая поверхность представляет собой сферу радиусом R , в центре которой находится точечный положительный заряд q (рис.2.9,а).

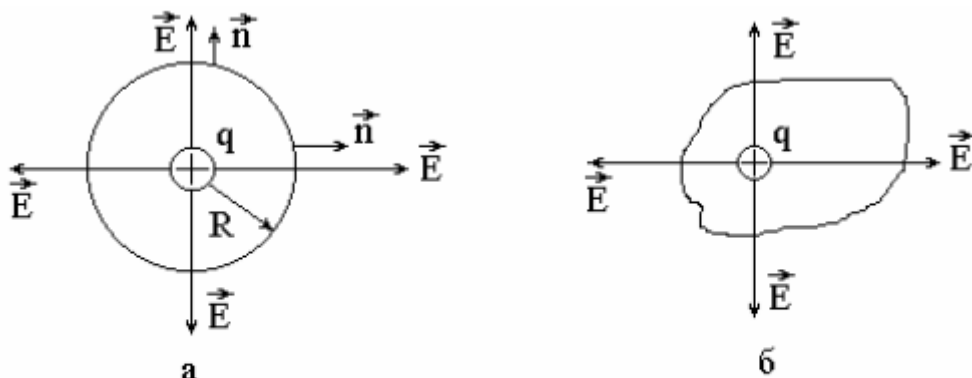


Рис.2.9

Тогда
$$\oint_S E dS \cos \alpha = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dS \cos s 0^0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \oint_S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = q / \epsilon_0.$$

Полученный результат не изменится, если вместо сферы выбрать произвольную замкнутую поверхность (рис.2.9,б), так как поток вектора E численно равен количеству линий E , пронизывающих поверхность, а число таких линий E в случаях (а) и (б) одинаково.

Такие же рассуждения с использованием принципа суперпозиции электростатических полей можно привести и в случае нескольких зарядов, попадающих внутрь замкнутой поверхности, что и подтверждает теорему Гаусса.

Теорема Гаусса для вектора E в присутствии диэлектрика. В этом случае помимо свободных зарядов q_E необходимо учитывать и связанные заряды q' ,

появляющиеся на противоположных гранях диэлектрика при его поляризации во внешнем электрическом (подробнее см. раздел диэлектрики). Поэтому теорема Гаусса для вектора в присутствии диэлектрика запишется таким образом

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\Sigma} + q'}{\epsilon_0}, \quad (2.28)$$

где в правую часть формулы входит алгебраическая сумма свободных и связанных зарядов, охватываемых поверхностью S .

Из формулы (2.28) вытекает **физический смысл теоремы Гаусса для вектора E** : источниками электростатического поля вектора E являются свободные и связанные заряды.

В частном случае симметричного расположения зарядов и диэлектрика, при наличии осевой или сферической симметрии или в случае изотропного однородного диэлектрика, относительная диэлектрическая проницаемость среды ϵ остается постоянной величиной, не зависящей от рассматриваемой внутри диэлектрика точки, и поэтому можно учесть наличие диэлектрика в формуле (2.28) не только введением связанных зарядов q' , но и параметром ϵ , что является более удобным при практических расчетах. Так, можно записать

$$\frac{q_{\Sigma} + q}{\epsilon_0} = \frac{q_{\Sigma}}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Тогда теорема Гаусса для вектора E в этом случае запишется так:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\Sigma}}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (2.29)$$

где ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится поверхность S .

Отметим, что формула (2.29) применяется при решении задач на этот раздел, а также для большинства встречающихся на практике случаев.

В заключение этого параграфа запишем дифференциальную форму теоремы Гаусса, справедливую для любой малой окрестности какой-либо точки поля. С учетом формулы (раздел "Механика") получим

$$\operatorname{div} \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon\epsilon_0, \quad (2.30)$$

где введена объемная плотность ρ свободных электрических зарядов

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad (2.31)$$

т.е. это заряд, содержащийся в единице объема.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ГАУССА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

В случае электростатических полей, обладающих той или иной симметрией (осевая и сферическая симметрия, однородное поле), теорема Гаусса позволяет достаточно просто получить выражение для модуля вектора E . При применении

теоремы Гаусса выделяют следующие этапы: 1) из симметрии распределения зарядов определяют направление вектора E в каждой точке поля; 2) выбирают произвольную замкнутую поверхность и рассчитывают поток вектора E через нее. Поверхность должна содержать внутри себя заряд (часть заряда), создающий поле, и отражать симметрию поля (цилиндр, сфера); 3) рассчитывают заряд, попадающий внутрь поверхности; 4) применяют теорему Гаусса для определения модуля вектора E . Рассмотрим конкретные примеры применения теоремы Гаусса.

Пример 1. Электрическое поле равномерно заряженной по поверхности бесконечно протяженной плоскости. Поле плоского конденсатора.

1 этап. Введем поверхностную плотность заряда σ . Для этого на заряженной поверхности вблизи какой-либо ее точки выбирают элементарную площадку dS , содержащую заряд dq , и рассчитывают σ по формуле

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \quad (2.32)$$

т.е. σ представляет собой заряд, приходящийся на единицу поверхности. Если плоскость заряжена равномерно, то тогда во всех ее точках σ будет одинаковой ($\sigma = \text{const}$), и поэтому поле такой бесконечно протяженной плоскости является однородным - линии E представляют собой прямые, перпендикулярные к ней; во всех точках поля модуль E одинаков (рис.2.10,а).

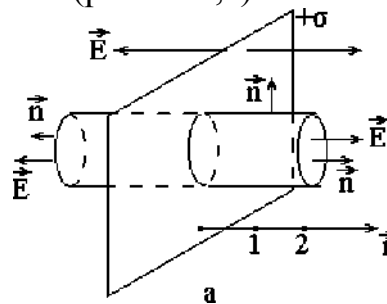


Рис.2.10

2 этап. Выбираем замкнутую поверхность в виде цилиндра, образующая которого перпендикулярна к плоскости (рис.2.10,а). Тогда поток Φ_E через боковую поверхность будет равен нулю ($\alpha = 90$ град, линии E не пересекают боковой поверхности) и поэтому остается поток только через основания площади $S_1 = S_2 = S$

$$\Phi_e = \oint_S E dS \cos \alpha = \int_{S_1} E dS \cos \alpha + \int_{S_2} E dS \cos \alpha = 2ES$$

3 этап. Рассчитаем заряд плоскости, попадающий внутрь цилиндра

$$q_{\Sigma} = \int_S dq = \int_S \sigma dS = \sigma S$$

4 этап. Применяем теорему Гаусса (формула (2.29) для расчета модуля вектора E

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon \epsilon_0};$$

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon \epsilon_0}, \quad (2.33)$$

где учтен случай отрицательно заряженной плоскости.

На рис.2.10,б приведен график зависимости модуля вектора E поля плоскости в зависимости от расстояния r от нее.

Формула (2.33) позволяет найти разность потенциалов между двумя точками поля, находящимися на расстояниях r_1 и r_2 от плоскости (рис.2.10,а).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl \cos \alpha = \pm E(r_2 - r_1) = \pm \frac{|\sigma|}{2\epsilon\epsilon_0}(r_2 - r_1) , \quad (2.34)$$

где знак «+» берется для положительно заряженной плоскости.

Формула (2.33) также позволяет провести расчет поля плоского конденсатора как поля двух параллельных плоскостей с равными по модулю и противоположными по знаку поверхностными плоскостями зарядов (рис.2.11,а).

Используя принцип суперпозиции электростатических полей, можно сделать вывод о том, что поле конденсатора существует между его пластинами (рис.2.11,б), а модуль вектора E этого поля равен

$$E = E_+ + E_- = \frac{|\sigma|}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{|q|}{S\epsilon\epsilon_0} , \quad (2.35)$$

где $|q|$ - модуль заряда одной из пластин конденсатора площади S .

Оценим разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (или напряжение U) между обкладками конденсатора, находящимися на расстоянии d друг от друга. Для этого используем формулы (2.21) и (2.35).

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl \cos \alpha = Ed = \frac{|\sigma|}{\epsilon\epsilon_0} d = \frac{q}{s\epsilon\epsilon_0} d . \quad (2.36)$$

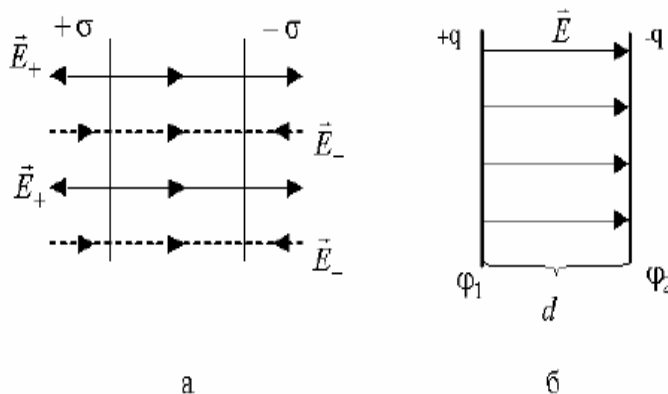


Рис.2.11

Пример 2. Поле равномерно заряженной бесконечно длинной прямолинейной нити.

1 этап. Введем линейную плотность τ заряда нити. Для этого на заряженной нити выбираем элемент длины dl , содержащей заряд dq , и рассчитываем τ по формуле

$$\tau = \frac{dq}{dl} , \quad (2.37)$$

т.е. τ представляет собой заряд, приходящийся на единицу длины нити. Для равномерно заряженной нити во всех ее точках τ будет одинаковой ($\tau = \text{const}$), поэтому поле такой нити обладает осевой симметрией - линии E представляют собой прямые, выходящие из нити и лежащие в плоскостях, перпендикулярных к ней (рис.2.12,а). Причем на одинаковых расстояниях от нити, т.е. на цилиндрических поверхностях, модуль E будет одинаковым.

2 этап. Выбираем замкнутую поверхность в виде цилиндра, имеющего высоту H и радиус r , ось цилиндра совпадает с нитью. Поток Φ_E через основания цилиндра равен нулю ($\alpha=90^\circ$), поэтому остается поток только через его боковую поверхность

$$\Phi_E = \oint E dS \cos \alpha = \int_{S_{\text{бок}}} E dS \cos \alpha = ES_{\text{бок}} = E2\pi rH.$$

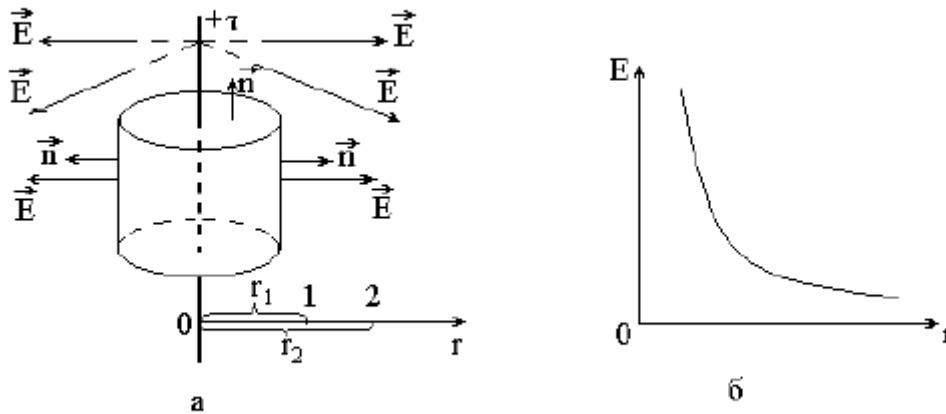


Рис.2.12

3 этап. Рассчитываем заряд отрезка нити длины H , попадающий внутрь цилиндра,

$$q_{\Sigma} = \int dq = \int \tau \cdot dl = \tau \cdot H$$

4 этап. Применяем теорему Гаусса для расчета модуля вектора E

$$E2\pi rH = \frac{\tau \cdot H}{\epsilon\epsilon_0},$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (2.38)$$

Формула (2.38) позволяет оценить разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстоянии r_1 и r_2 от нити (рис.2.12,а).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U = \int_1^2 E dl \cos \alpha = [dl = dr, \alpha = 0] = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (2.39)$$

На рис.2.12,б приведен график зависимости модуля вектора E поля нити от расстояния r до нее.

Пример 3. Поле равномерно заряженной по поверхности сферы (заряженной металлической сферы или шара) радиуса R и заряда q .

1 этап. Поле такой сферы обладает сферической симметрией - линии E представляют собой прямые, выходящие из центра положительно заряженной сферы заряда q (рис.2.13,а). Причем на одинаковом расстоянии от центра сферы, т.е. на сферических поверхностях, модуль E будет одинаковым.

2 этап. Выбираем вспомогательную замкнутую поверхность в виде сферы, имеющий радиус $r > R$. Рассчитаем поток Φ_E через эту замкнутую поверхность

$$r > R: \quad \Phi_e = \oint_S E dS \cos \alpha = E \oint_S dS = E 4\pi r^2 .$$

3 этап. $q_{\Sigma} = q .$

4 этап. $E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0}, \quad E = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} .$

Аналогичный расчет для расстояний $r < R$ приводит к тому, что внутри сферы электрического поля нет, т.к. в этом случае внутрь вспомогательной поверхности, имеющей радиус, r заряд q сферы не попадает ($q = 0$).

$r < R: \quad E = 0 .$

Из записанных выше для E формул следует, что внутри сферы поле отсутствует, а за ее пределами оно совпадает с полем точечного заряда q , помещенного в центр сферы. Это позволяет сразу же записать формулы и для потенциала поля сферы:

$$r < R: \quad \varphi_{c\phi} = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 R}, \quad E = 0; \quad (2.40a)$$

$$r \geq R: \quad \varphi = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r}, \quad E = \frac{|q|}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} . \quad (2.40б)$$

Графики зависимости E и φ от расстояния r от центра сферы приведены на рис.2.13,в,б.

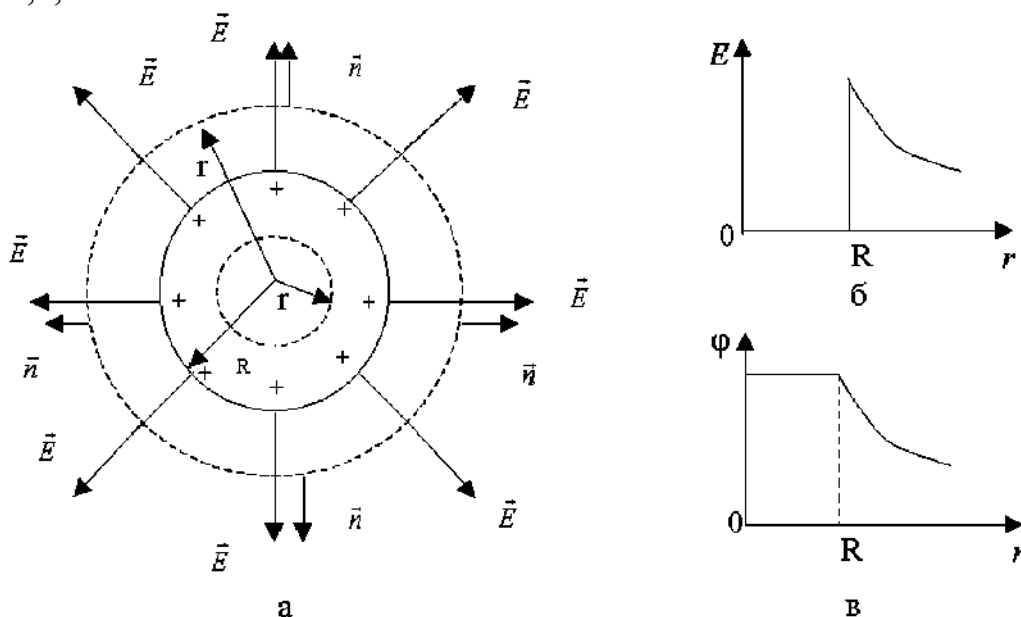


Рис.2.13

Как видно из формул (2.40), на поверхности сферы ($r=R$) справедливы следующие равенства:

$$\varphi_{c\phi} = \frac{\sigma \cdot R}{\epsilon \epsilon_0}, \quad E_{c\phi} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \varphi_{c\phi} R , \quad (2.41)$$

где в формулы введена поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{q}{4\pi R^2} .$$

В заключение отметим, что графики зависимости потенциала φ от расстояния r для электростатических полей, создаваемых нитью и плоскостью не приводятся в связи с тем, что не удастся выбрать наиболее удобно нулевой уровень отсчета

потенциала, поэтому были записаны только формулы для разности потенциалов между двумя точками поля.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Распределение избыточного заряда на проводниках в состоянии равновесия

К проводникам относятся вещества, проводящие электрический ток. В них имеются свободные заряды, которые способны перемещаться по проводнику под действием внешнего электрического поля. В металлических проводниках свободными зарядами являются электроны, они образуют газ, заполняющий кристаллическую решетку положительно заряженных ионов.

Рассмотрим, что произойдет, если проводнику сообщить избыточный заряд. При этом положительному заряду металлического проводника соответствует недостаток свободных электронов, а отрицательному заряду - их избыток. В условиях равновесия избыточного заряда справедливы следующие утверждения:

1. Электрическое поле внутри проводника отсутствует, а объем проводника и его поверхность являются эквипотенциальными

$$E_{вн} = 0, \quad \varphi_{вн} = \text{const.} \quad (2.42)$$

$$(dA = qEdl \cos \alpha = -q d\varphi \neq 0)$$

Действительно, если равенства (2.39) не выполняются, то тогда свободные заряды в проводнике будут перемещаться, так как работа сил электрического поля не будет равна нулю.

Это противоречит условию равновесия избыточного заряда: в условиях равновесия они должны быть неподвижными.

2. Избыточный заряд распределяется только по внешней поверхности проводника, так как из-за кулоновского отталкивания одноименных зарядов они стараются разойтись на максимально возможные расстояния друг от друга.

Это утверждение можно доказать, используя теорему Гаусса. Выберем внутри проводника произвольную замкнутую поверхность (рис.2.14,а) и

рассчитаем поток вектора E через нее в условиях равновесия. Учтем, что связанных зарядов в металле не возникает ($q = 0$), и поэтому из формулы (2.42) следует

$$\oint_S E_{вн} dS \cos \alpha = [E_{вн} = 0] = \frac{q_{\Sigma}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{\Sigma} = 0,$$

т.е. внутри такой поверхности избыточного заряда нет, так как этот заряд одного знака. Следовательно, он располагается только на внешней поверхности проводника.

3. Распределение избыточного заряда по внешней поверхности проводника является неравномерным: модуль вектора E и поверхностная плотность заряда σ больше в тех точках поверхности проводника, где ее кривизна больше.

Кривизну поверхности в какой-либо ее точке можно определить радиусом R вписанной вблизи этой точки сферы, а именно, кривизна поверхности обратно

пропорциональна R .

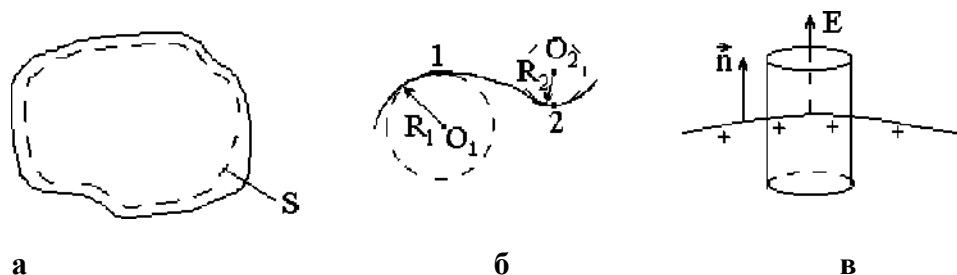


Рис.2.14

Докажем третье утверждение. Для этого отметим, что выводы об электрическом поле равномерно заряженной по поверхности сферы, сделанные в параграфе 2.8, справедливы и в случае заряженной металлической сферы или шара, так как кривизна поверхности во всех ее точках одинакова, т.е. избыточный заряд распределяется по ней равномерно.

Если учесть, что поверхность проводника можно представить в виде совокупности разных участков вписанных в нее сфер (рис.2.14,б) и использовать формулы (2.41) для E и Φ на поверхности сферы, то тогда можно записать:

$$\Phi_{\text{поверх}} = \Phi_{\text{сф1}} = \Phi_{\text{сф2}} : \frac{\sigma_1 \cdot R_1}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma_{12} \cdot R_2}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow \sigma \sim \frac{1}{R}; \quad (2.43a)$$

$$E_{\text{поверх}} = E_{\text{сф}} = \Phi_{\text{сф}} R = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (2.43б)$$

Согласно формуле (2.43б) модуль вектора E вблизи какой-либо точки поверхности заряженного проводника пропорционален поверхностной плотности заряда σ в этой точке. Формулу (2.43б) можно было получить на основе теоремы Гаусса, выбирая вспомогательную замкнутую поверхность в виде цилиндра малого объема, образующая которого перпендикулярна к поверхности проводника (рис.2.14,в). Считая в пределах цилиндра электрическое поле однородным и применяя формулу (2.29), приходим к выражению (2.43б).

На рис. 2.15,а приведено графическое изображение с помощью линий E электрического поля заряженного проводника сложной формы.

Нужно учесть, что линии E во всех точках перпендикулярны к поверхности металла, так как она является эквипотенциальной поверхностью.

Вблизи острия модуль вектора E может превысить значение, соответствующее ионизации молекул воздуха ($E_{\text{иониз}} \approx 3 \cdot 10^6$ В/м при атмосферном давлении), и тогда возникает **явление стекания зарядов**, сопровождающееся **электрическим ветром**.

Образующиеся при ионизации молекул электроны движутся к острию и компенсируют на нем часть заряда, равновесие зарядов на проводнике нарушается и к острию подходят заряды с других участков поверхности проводника (рис.2.15,б).

Это движение продолжается до тех пор, пока модуль напряженности электрического поля вблизи острия будет превышать $E_{\text{иониз}}$.

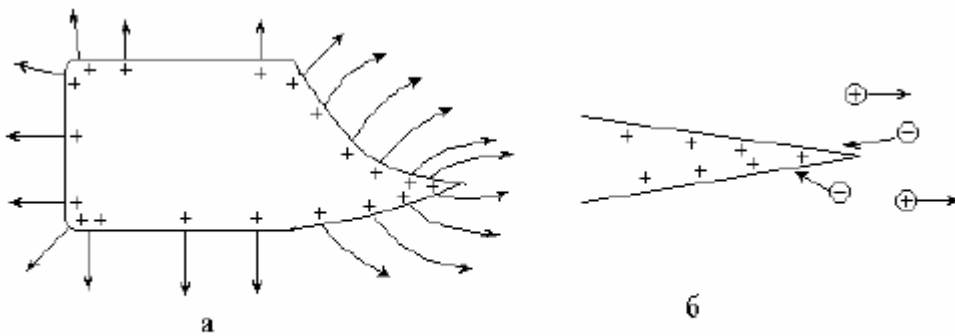


Рис.2.15

В то же время положительные ионы молекул воздуха движутся в противоположном направлении от острия, увлекают за собой нейтральные молекулы, создавая движения воздуха - электрический ветер.

Тот факт, что избыточные заряды в состоянии равновесия находятся только на внешней поверхности проводника, позволяет создать устройства, способные накапливать большие заряды и достигать разности потенциалов в несколько миллионов вольт. К ним можно отнести **электростатический генератор Ван-де-Граафа**.

Он представляет собой металлическую сферу 1, закрепленную на изолирующей колонне 2 (рис. 2.16).

На металлическую щетку 3 поступает положительный заряд от источника напряжения 4 в несколько десятков киловольт. Вблизи остриев щетки напряженность электрического поля превышает $E_{\text{иониз}}$ молекул воздуха (радиус острия щетки $r \sim 1$ мм, $E = \varphi r \sim 10^7$ В/м) и заряд стекает на диэлектрический транспортер 5 - движущуюся замкнутую ленту из прорезиненной ткани.

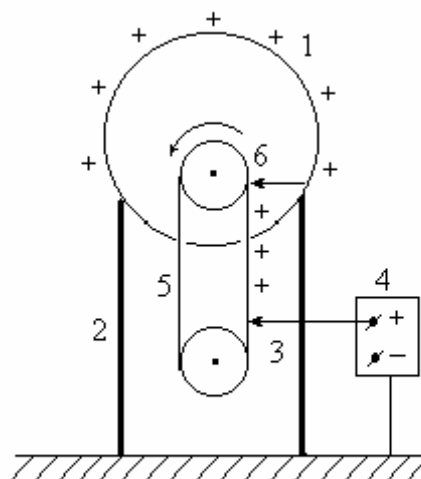


Рис.2.16

Эта лента подает заряд внутрь металлической сферы, он стекает на щетку и сразу поступает на внешнюю поверхность сферы.

Максимально достижимая разность потенциалов $U_{\text{макс}}$ в таком устройстве ограничивается явлением стекания заряда с поверхности сферы, т.е. возникновением разряда в воздухе при $E_{\text{сф}} \geq E_{\text{иониз}}$. Величина $U_{\text{макс}}$ составляет порядка 10 мегавольт при радиусе сферы $R=5$ м ($\uparrow R \Rightarrow \uparrow \varphi_{\text{сф}} = E_{\text{сф}} * R < E_{\text{иониз}} * R$).

Электрические генераторы подобного типа используются главным образом в высоковольтных ускорителях заряженных частиц, а также в слаботочной высоковольтной технике.

НЕЗАРЯЖЕННЫЙ ПРОВОДНИК ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Поместим во внешнее электрическое поле напряженности незаряженный проводник (рис.2.17,а, начальный момент времени $t=0$).

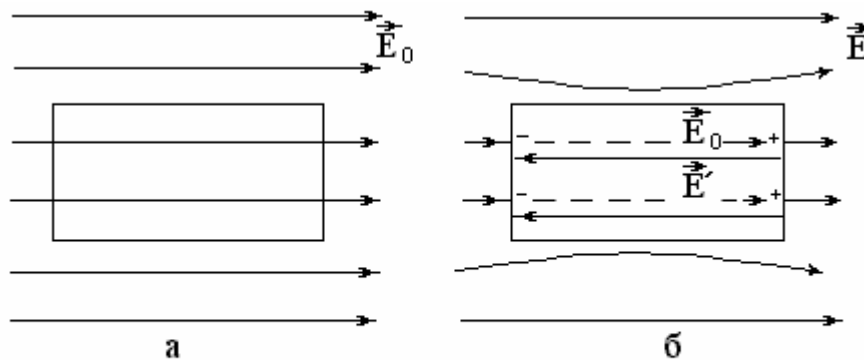


Рис.2.17

Под действием сил поля свободные заряды в проводнике приходят в движение и на его противоположных сторонах появляются индуцированные заряды, (такое явление получило название явления электростатической индукции), которые в условиях равновесия создают свое поле E и оно компенсирует внешнее электрическое поле внутри проводника (E внутри $= E' + E_0 = 0$, (внутри $= \text{const}$), и искажают это поле снаружи, вблизи поверхности (рис.2.16,б).

Итак, внешнее электрическое поле не проникает внутрь металла. Это позволяет использовать металлическую оболочку, сплошную или в виде сетки, для защиты (экранировки) различных приборов от внешних электрических полей.

2.10. Емкость уединенного проводника. Емкость конденсатора

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. в окружающем его пространстве нет других тел - диэлектриков ($\epsilon=1$, вакуум) и проводников. Из формул электростатики (2.39)-(2.41) следует, что заряд q проводника и его потенциал Φ , который в условиях равновесия будет одинаковым внутри и на поверхности проводника, пропорциональны друг ($q \sim \Phi$) другу. Поэтому коэффициент пропорциональности между ними

$$C = \frac{q}{\Phi} \quad (2.44)$$

не будет зависеть ни от q , ни от Φ и называется емкостью проводника. Емкость проводника характеризует его способность накапливать заряды и зависит только от геометрических размеров проводника и диэлектрических свойств

окружающей среды, т.е. от ϵ . Действительно, в случае металлической сферы с учетом формул (2.40) можно записать

$$C_{сф} = \frac{q}{\Phi_{сф}} = \frac{q}{\left(\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}\right)} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \quad (2.45)$$

Емкость уединенного проводника является достаточно малой величиной. Так, если рассматривать планету Земля как проводящий шар радиуса $R=6400$ км, то тогда ее емкость составит всего 711 мкФ.

Оказывается, что наличие вблизи уединенного проводника каких-либо тел (проводники или диэлектрики) увеличивают его емкость.

Действительно, если, например, к положительно заряженному проводнику (рис.2.18,а) поднести незаряженный металлический проводник, то за счет перераспределения заряда на проводниках (рис.2.18,б)

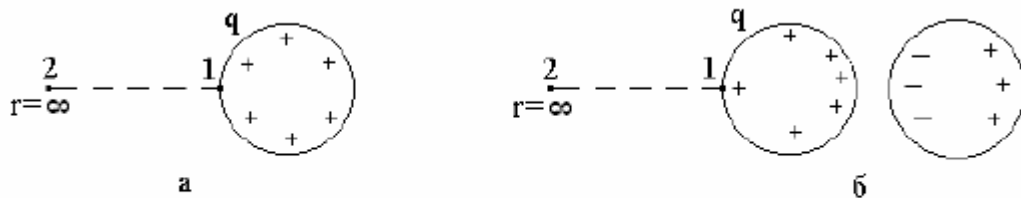


Рис.2.18

электрическое поле в пространстве ослабевает, т.е. на линии 1-2 модуль вектора E будет уменьшаться и поэтому потенциал поверхности заряженного проводника будет также уменьшаться, что при постоянном заряде проводника приводит к увеличению его емкости:

$$q = \text{const}, \quad \Phi \downarrow \Rightarrow \uparrow C = \frac{q}{\Phi}.$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_1 = \int_1^2 E dl \cos \alpha$$

Покажем на конкретном примере заряженной проводящей сферы радиуса r_1 , как происходит ослабление электрического поля и потенциала сферы при наличии в окружающем ее пространстве каких-либо тел.

В отсутствие других тел зависимость модуля напряженности электрического поля сферы от расстояния r приведена на рис.2.19,а. Затем на рис.2.19 показано как последовательно ослабляется электрическое поле сферы для различных случаев размещения вокруг нее тел, а именно, сферу окружают:

шаровым слоем из диэлектрика ($r_2 < r < r_3$, рис. 2.19,б);

заменяют шаровой слой из диэлектрика шаровым слоем из металла ($r_2 < r < r_3$, рис.2.19,в);

металлической сферой радиуса r_2 , несущей заряд, равный по модулю заряду сферы радиуса r_1 , но противоположный ему по знаку (рис.2.19,г);

заполняют пространство между сферами диэлектриком (рис.2.19,д). Случаи (г) и (д) соответствуют сферическому конденсатору.

Как следует из рис.2.19, наибольший эффект увеличения электроемкости проводника достигается для конденсаторов, представляющих собой две металлические пластины, разделенные слоем диэлектрика. На пластины (обкладки) подают заряды, одинаковые по модулю и противоположные по знаку. Форма обкладок конденсатора обеспечивает существование электрического поля только в пространстве между ними. Это позволяет устранить влияние на электроемкость конденсатора окружающих его тел. На рис.2.20 приведено схемное изображение плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов.

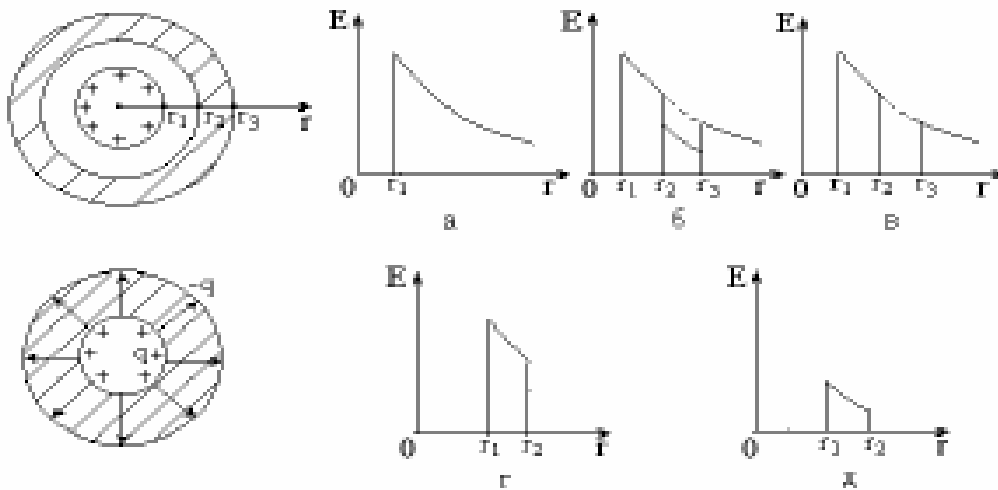


Рис.2.19

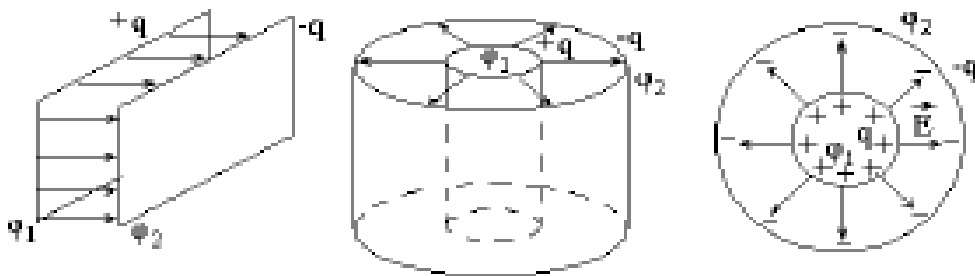


Рис.2.20

Электроемкость конденсатора вводится согласно формуле

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (2.46)$$

где q- заряд положительно заряженной пластины конденсатора, ($\varphi_1 - \varphi_2$)- разность потенциалов между его обкладками.

Электроемкость конденсатора, как и электроемкость уединенного проводника, зависит только от его геометрических размеров и диэлектрических свойств среды (ϵ) между его пластинами.

Запишем формулы для электроемкости конденсаторов различного вида.

1. Плоский конденсатор. Используя полученную ранее для разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) формулу (2.36), получим

$$C_{\varphi} = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\left(\frac{q}{S\epsilon\epsilon_0}d\right)} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (2.47)$$

где S - площадь одной пластины конденсатора, d - расстояние между ними, ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора.

2. Цилиндрический конденсатор. Радиусы обкладок конденсатора обозначим как R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$), а длину пластин через H . Электрическое поле такого конденсатора обладает осевой симметрией и согласно теореме Гаусса определяется зарядом внутренней обкладки (цилиндра), напряженность этого поля рассчитывается по формуле (2.38). Используя выражение ($\varphi_1 - \varphi_2$) (2.39), для разности потенциалов запишем

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 H}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (2.48)$$

3. Сферический конденсатор. Радиусы обкладок обозначим как R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Электрическое поле конденсатора обладает сферической симметрией и согласно теореме Гаусса определяется зарядом только внутренней сферы. Учитывая формулу (2.40) для потенциала поля сферы, можно рассчитать разность потенциалов между обкладками конденсатора и его емкость

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\left(\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_2}\right)} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (2.49)$$

Энергия заряженного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии электростатического поля

Выведем формулу для энергии W заряженного проводника. Для этого рассмотрим работу внешних сил по увеличению заряда проводника от $q_1 = 0$ (энергия проводника $W_1 = 0$, если потенциал $\varphi_1 = 0$) до q_2 (энергия W_2 , потенциал φ_2), а именно будем малыми порциями dq перемещать заряд из бесконечности ($\varphi_\infty = 0$) на поверхность проводника. При этом работа $A_{вн}$ внешней силы будет совершаться против кулоновской силы отталкивания одноименных зарядов и поэтому

$$A_{вн} = W_2 - W_1 = -A_{кул} = -\int_0^{q_2} dA_{кул} = -\int_0^{q_2} (\varphi_\infty - \varphi) dq = \int_0^{q_2} \frac{q}{C} dq = \frac{q_2^2}{2C},$$

где учтено, что $W_1 = 0$.

Итак, для энергии заряженного уединенного проводника можно записать

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (2.50)$$

Аналогично можно получить формулу для энергии W заряженного конденсатора. Запишем работу внешних сил по перемещению малых порций заряда dq с одной пластины конденсатора на другую из состояния 1 (конденсатор не заряжен, заряд пластин $q=0$, энергия конденсатора $W_1=0$) до состояния 2 (энергия W_2 , заряд положительной обкладки $q_2=q$).

$$A_{\text{вн}} = W_2 - W_1 = -A_{\text{кпл}} = -\int_0^{q_2} dA_{\text{кпл}} = -\int_0^{q_2} (\varphi_1 - \varphi_2) dq = -\int_0^{q_2} \left(-\frac{q}{C}\right) dq = \frac{q^2}{2C},$$

где учтено, что $W_1=0$ и $(\varphi_1 - \varphi_2) < 0$, так как заряд перемещается от отрицательно заряженной обкладки, где находится точка 1, к положительно заряженной обкладке, на которой находится точка 2.

В итоге энергия заряженного конденсатора запишется следующим образом:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (2.51)$$

Оставаясь в рамках электростатики нельзя однозначно ответить на вопрос о происхождении энергии заряженного проводника (конденсатора) - или это энергия его зарядов или энергия электростатического поля в окружающем проводник пространстве. И только из рассмотрения полной системы уравнения Максвелла был сделан вывод в пользу электростатического поля. Поэтому запишем формулы (2.49), (2.50) через характеристику электростатического поля, вектор напряженности E . Для энергии заряженного плоского конденсатора получим

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{2d} (Ed)^2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V = wV,$$

где $V = Sd$ - объем пространства между обкладками конденсатора, а величина w называется объемной плотностью энергии электростатического поля.

В общем случае для неоднородного поля величина w определяется так:

$$w(x, y, z) = \frac{dW}{dV} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2(x, y, z)}{2}, \quad (2.52)$$

где dW - энергия электростатического поля, заключенная в элементарном объеме dV вблизи точки пространства с координатами (x, y, z) .

Введение w позволяет рассчитывать энергию W поля в любом конечном объеме V пространства

$$W = \int_V w dV = \iiint_V \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2(x, y, z)}{2} dx dy dz. \quad (2.53)$$

Так, например, применение формулы (2.53) к сферически симметричному электростатическому полю заряженной металлической сферы радиуса R приводит к формуле, совпадающей с выражением (2.50).

$$W = \int_R^\infty \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \left(\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}\right)^2 dV = \int_R^\infty \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{q\varphi}{2}.$$

Диэлектрики в электрическом поле

Полярные и неполярные молекулы

К диэлектрикам относят вещества, в которых нет свободных зарядов или их число настолько мало, что они не оказывают существенного влияния на их характеристики. Поведение диэлектрика в электрическом поле определяется поведением его молекул, которые делятся на полярные и неполярные молекулы.

У полярных молекул (молекулы воды H_2O , соляной кислоты, аммиака и т.д.) в отсутствие электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис.2.19), такие молекулы представляют собой диполи, которые характеризуются **дипольным моментом** p (см. рис.2.3,б и параграф 2.4.).

Для неполярных молекул (молекулы кислорода O_2 , водорода H_2 , гелия He и т.д.) в отсутствие электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают, поэтому дипольный момент молекулы p равен нулю (рис.2.21,б). В электрическом поле неполярная молекула за счет

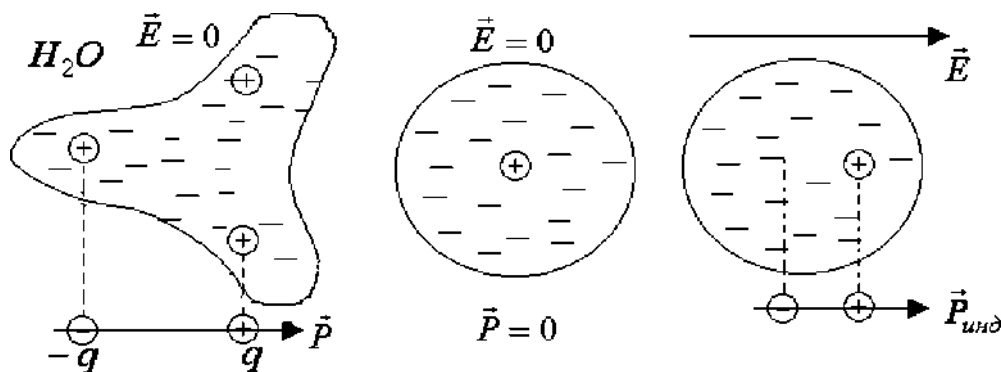


Рис.2.21

смещения ее положительных и отрицательных зарядов приобретает индуцированный дипольный момент $p_{\text{инд}}$ (рис.2.21,в), пропорциональный вектору E электрического поля

$$\vec{p}_{\text{инд}} = \alpha \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \quad , \quad (2.54)$$

где α - скалярная величина, называемая **поляризуемостью молекулы**. Индуцированный дипольный момент $p_{\text{инд}}$ появляется в электрическом поле и у полярной молекулы, но он значительно меньше уже имеющегося у нее дипольного момента p , поэтому для таких молекул $p_{\text{инд}}$ пренебрегают.

Введение понятия дипольного момента молекулы позволяет описать ее поведение и соответственно поведение самого диэлектрика в электрическом поле.

ПОВЕДЕНИЕ ДИПОЛЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

1. Однородное электрическое поле. На заряды диполя в однородном электрическом поле действует пара одинаковых по модулю сил ($F_+ = F_-$), вызывающих вращение диполя вокруг его центра (точки O) с уменьшением угла между дипольным моментом p и вектором E (рис.2.22,а).

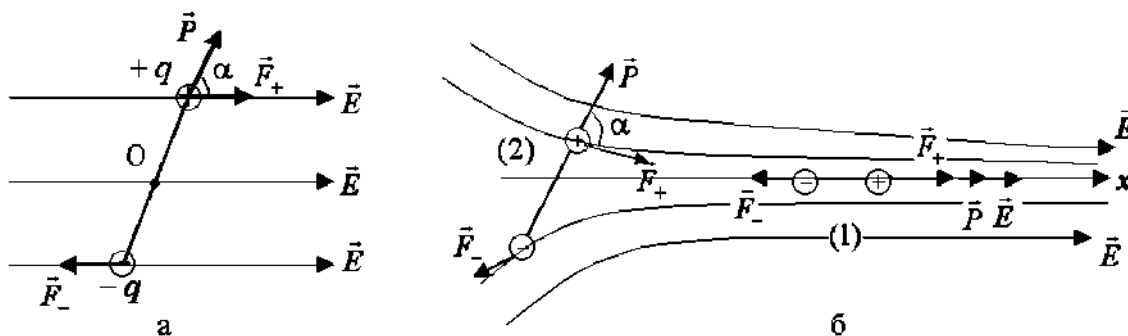


Рис.2.22

В итоге диполь установится в положении, для которого угол α между векторами p и E будет равен нулю ($p \uparrow E$, $\alpha=0$, положение устойчивого равновесия).

Введем потенциальную энергию диполя W в электрическом поле. Для этого рассчитаем работу сил поля по вращению диполя от состояния 1, при котором угол $\alpha = \alpha_1$, до состояния 2 ($\alpha = \alpha_2$).

Используя формулу для работы силы по вращению тела, получим:

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M d\alpha = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (F_+ \frac{l}{2} \sin \alpha + F_- \frac{l}{2} \sin \alpha) d\alpha = \\
 &= -qE \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = (pE \cos \alpha_1) - (pE \cos \alpha_2) = W_1 - W_2. \\
 W &= -(\vec{p}\vec{E}) = -pE \cos \alpha, \quad \alpha = (\vec{p}, \vec{E}).
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

При выводе формулы (2.55) было учтено, что силы электростатического поля являются консервативными, поэтому их работа равна убыли потенциальной энергии диполя в этом поле.

Из выражения (2.55) видно, что в положении устойчивого равновесия потенциальная энергия диполя минимальна и равна $W = -pE$. **2. Неоднородное электрическое поле.** Пусть электрическое поле нарастает вдоль оси Ox (рис.2.22,б). Если угол α между векторами p и E равен нулю (положение 1), то тогда под действием пары сил диполь будет втягиваться в область более сильного поля ($F_+ > F_-$, рис.2.22,б). При начальном угле $\alpha < 90^\circ$ (положение 2) пара сил, действующих на заряды диполя, будет приводить к его вращению с уменьшением угла α и втягиванию в область более сильного поля, т.е. к поступательному движению вдоль оси Ox . При начальном угле $\alpha > 90^\circ$ диполь будет сначала поворачиваться с уменьшением угла α и выталкиваться в область более слабого поля. При достижении угла $\alpha = 90^\circ$ он поворачивается с уменьшением угла α и начинает втягиваться в область более сильного поля. Можно записать формулу для проекции на ось Ox силы F_x , вызывающей поступательное движение диполя, используя известное из механики выражение, связывающее консервативную силу и потенциальную энергию

$$F_x = - \frac{dW}{dx} = p \frac{dE}{dx} \cos \alpha. \tag{2.56}$$

Итак, при любом начальном угле α диполь в неоднородном электрическом поле в итоге втягивается в область более сильного поля. Такое поведение диполя используется в пылеулавливателях. В какой-либо части трубы, из которой выходит дым (это могут быть, например, побочные газообразные продукты горения на тепловых электростанциях, металлургического производства различных металлов), создается неоднородное электрическое поле. Частицы дыма (они представляют собой диполи) втягиваются в область более сильного поля и не попадают в воздушную атмосферу, не загрязняют окружающую среду.

ХАРАКТЕРИСТИКИ, ВВОДИМЫЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРИСУТСТВИИ ДИЭЛЕКТРИКОВ

1. $\vec{E}', \vec{E}, q', \sigma'$. Диэлектрик, помещенный во внешнее электрическое поле напряженности E_0 поляризуется, т.е. создает свое собственное электрическое поле напряженности E' . При этом напряженность результирующего электрического поля E будет равна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' . \quad (2.57)$$

Поляризация диэлектрика сопровождается появлением на его противоположных гранях некомпенсированных связанных зарядов q' , которые и создают поле E' . Поверхностная плотность заряда σ характеризует распределение заряда q' по поверхности диэлектрика.

2. Диэлектрическая проницаемость ϵ среды. Она показывает, во сколько раз модуль напряженности E_0 поля в вакууме больше модуля напряженности E поля внутри диэлектрика

$$\epsilon = \frac{E_0}{E} . \quad (2.58)$$

Эта формула справедлива для однородного изотропного диэлектрика, заполняющего все пространство или представляющего собой цилиндрические, сферические и прямоугольные пластины, находящиеся соответственно в электрическом поле осевой или сферической симметрии или в однородном поле. Тогда между векторами E_0 и E' угол будет равен 180° и можно записать

$$E = E_0 - E' ; \quad \epsilon = \frac{E_0}{E_0 - E'} . \quad (2.59)$$

В зависимости от формы диэлектрика и его расположения во внешнем электрическом поле угол между векторами E_0 и E' может изменяться

(рис.2.23), но всегда внутри диэлектрика электрическое поле связанных зарядов ослабляет внешнее электрическое поле ($E < E_0$, рис.2.23 точки 1 и 4), чего

нельзя сказать о суммарном электрическом поле за пределами диэлектрика ($E < E_0$, рис.2.23 точка 3; $E > E_0$, рис.2.23 точка 2).

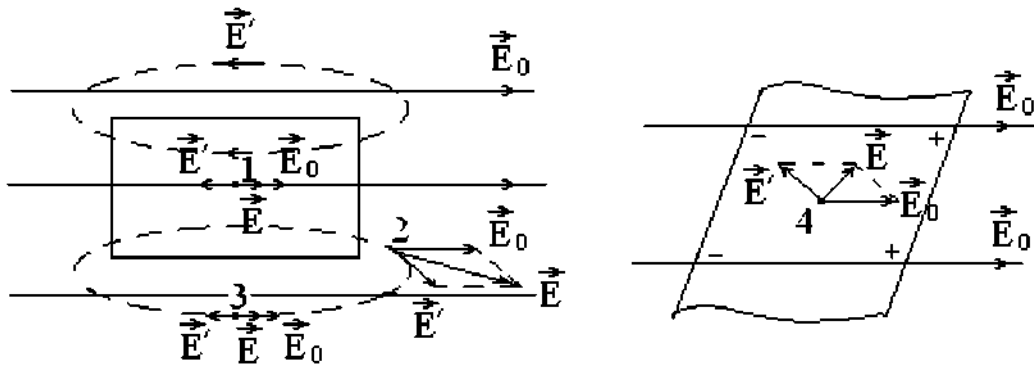


Рис.2.23

3. Вектор поляризации (поляризованность) P . Он равен векторной сумме дипольных моментов молекул единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V}. \quad (2.60)$$

Вектор поляризации P описывает способность диэлектрика создавать свое собственное поле E' . Можно показать, что

$$\vec{P} = -\epsilon_0 \vec{E}'. \quad (2.61)$$

Из опыта известна формула

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.62)$$

где величина χ называется диэлектрической восприимчивостью диэлектрика.

4. Вектор электрического смещения (электрической индукции) D . Он вводится по формуле

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (2.63)$$

Используя формулу (2.59), можно записать

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \epsilon = 1 + \chi \\ \vec{D} &= \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \end{aligned} \quad (2.64)$$

НЕПОЛЯРНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Во внешнем электрическом поле происходит смещение зарядов неполярных молекул, они становятся диполями и приобретают индуцированные дипольные моменты. На рис.2.24 показано расположение молекул-диполей на поверхности и внутри диэлектрика, представляющего собой прямоугольную пластину длиной l и площадью поперечного сечения S , во внешнем однородном электрическом поле напряженности E_0 .

Из рисунка видно, что внутри происходит компенсация зарядов соседних молекул (суммарный заряд, заключенный в областях, ограниченных замкнутыми пунктирными линиями, равен нулю). Некомпенсированными остаются заряды молекул на противоположных гранях диэлектрика, они называются связанными зарядами, поскольку эти заряды находятся внутри молекул и не могут свободно перемещаться по всему объему диэлектрика (рис.2.24).

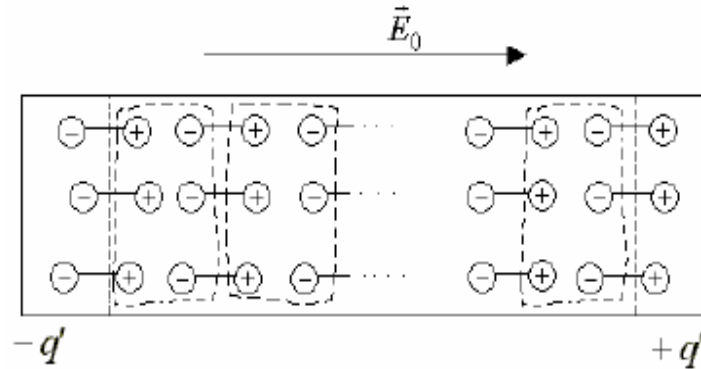


Рис.2.24

На основе рис.2.24 можно получить несколько упрощенных схем диэлектрика (рис.2.25), что позволяет провести простой вывод ряда формул. Некоторые из них приведены ниже.

1. Электрическое поле E' диэлектрика эквивалентно электрическому полю плоского конденсатора с поверхностной плотностью заряда его пластин, равной σ' (рис.2.25,а). Следовательно:

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (2.65)$$

2. Диэлектрик подобен большой полярной молекуле (рис.2.25,б). Поэтому поведение диэлектрика во внешнем электрическом поле подобно поведению диполя. Рассчитаем модуль вектора поляризации:

$$P = \frac{|\sum \vec{p}_i|}{V} = p_{\text{большой мол.}} = \frac{q' \cdot L}{SL} = \sigma', \quad P_n = \sigma', \quad (2.66)$$

где P_n - проекция вектора P на направления нормали к поверхности диэлектрика (рис.2.25,в, $P_n=P$ для правой грани).

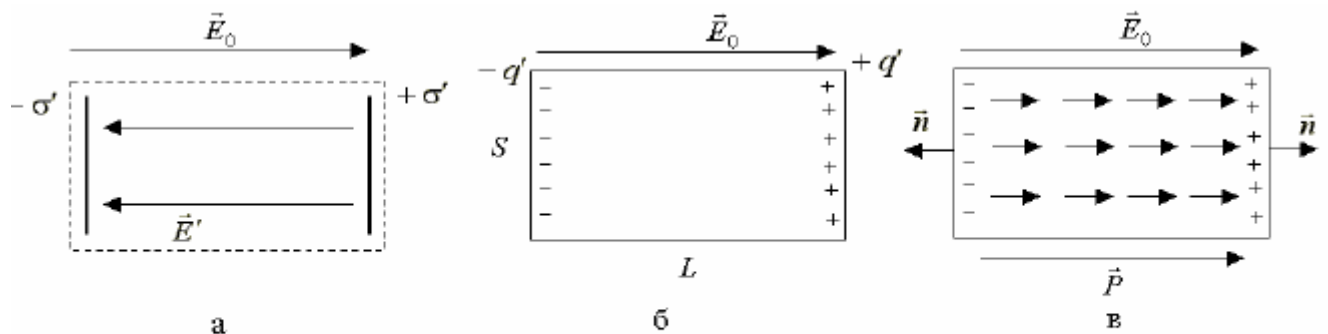


Рис.2.25

3. Все индуцированные дипольные моменты молекул направлены вдоль линии E_0 , также направлен и вектор поляризации P (рис.2.25,в). Учитывая выражения (2.65) и (2.66), можно вывести формулу (2.60)

$$P = \sigma', \quad E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}, \quad \bar{P} \uparrow \uparrow \bar{E}_0, \quad \bar{E}' \uparrow \downarrow \bar{E}_0 \Rightarrow \bar{P} = -\epsilon_0 \bar{E}'.$$

2.12.5. Полярный диэлектрик во внешнем электрическом поле

В отсутствие электрического поля за счет теплового движения молекул их дипольные моменты p разбросаны хаотично по все направлениям, следовательно, диэлектрик не поляризован и вектор поляризации P равен нулю (рис.2.26,а)

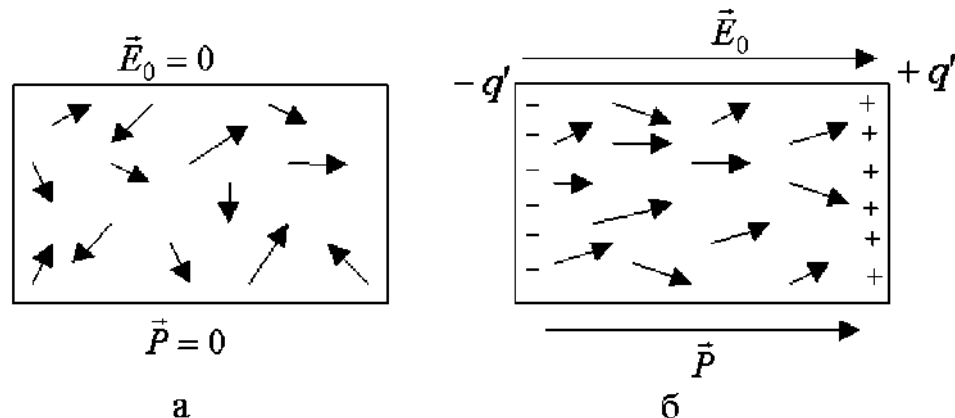


Рис.2.26

Во внешнем электрическом поле его силы стремятся установить дипольные моменты молекул вдоль линий E_0 , чему препятствует тепловое движение молекул. За счет действия этих двух факторов наблюдается преимущественная ориентация дипольных моментов молекул вдоль поля (рис.2.26,б). Поэтому за счет поворота молекул диэлектрик поляризуется ($P \neq 0$), поляризация сопровождается появлением связанных зарядов q' на противоположных гранях диэлектрика.

Все это свидетельствует о том, что поведение такого диэлектрика во внешнем электрическом поле подобно поведению диэлектрика из неполярных молекул, а следовательно, и поведению диполя.

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ТЕОРЕМЫ ГАУССА ДЛЯ ВЕКТОРОВ \bar{D} и \bar{P}

Найдем поток вектора P через замкнутую поверхность, приведенную на рис.2.27 (обозначена пунктирной линией). Учитывая выражение (2.65) получим

$$\oint_S \bar{P} d\bar{S} = PS \cos 180^\circ = -PS = -\sigma' S = -q',$$

где учтено, что вектор P существует внутри диэлектрика и поэтому интеграл берется по части поверхности S , расположенной внутри диэлектрика, на этой части поверхности угол между векторами P и dS равен 180° . В

записанную формулу входит связанный заряд q' , попадающий внутрь замкнутой поверхности (рис.2.27).

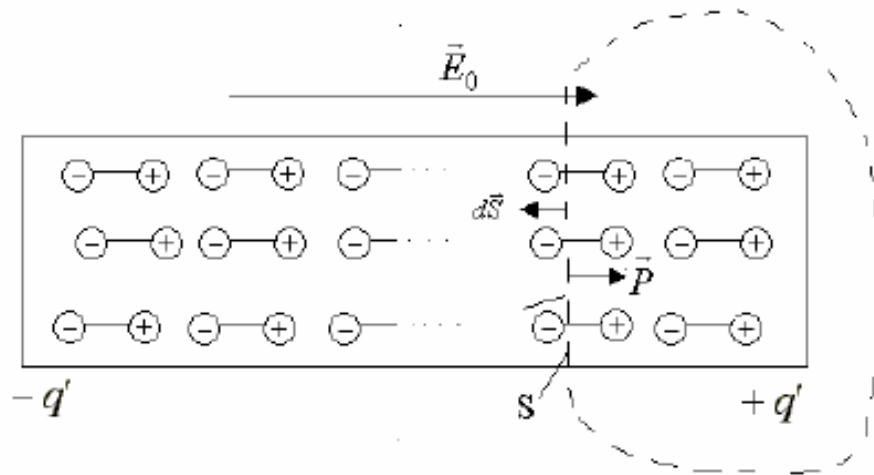


Рис.2.27

Можно показать, что полученный результат справедлив и в общем случае

$$\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q', \quad \text{div} \vec{P} = \nabla \vec{P} = -\rho', \quad (2.67)$$

где приведена также и дифференциальная форма теоремы Гаусса. Согласно прил.1 (часть 1, раздел "Механика"), это означает, что **источником вектора P являются связанные заряды.**

Для вектора электрической индукции D в соответствии с формулами (2.28), (2.62) и (2.67) запишем

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} + \oint_S \vec{P} d\vec{S} = (q_\Sigma + q') - q' = q_\Sigma,$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_\Sigma, \quad \text{div} \vec{D} = \nabla \vec{D} = \rho_\Sigma \quad (2.68)$$

Следовательно, **источником поля вектора D являются свободные заряды.**

Определение вектора \vec{E} в присутствии диэлектрика по формулам (2.28) или (2.30) затруднено, так как в них входит связанный заряд q' , который сам зависит от вектора \vec{E} . Расчет электрического поля существенно упрощается, если ввести вектор \vec{P} , обусловленный распределением связанных зарядов q' (формула (2.66)), и вектор D , связанный с распределением свободных зарядов q (формула (2.67)).

Тот факт, что источником поля вектора D являются только свободные заряды приводит к тому, что *линии D на границе диэлектрика, где появляются связанные заряды q' , не прерываются.* Это является удобным для графического изображения электрического поля в присутствии диэлектрика. На рис.2.27 в качестве примера приведено графическое изображение с помощью линий E и D электрического поля плоского конденсатора, внутри которого находится прямоугольная пластина из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ (рис.2.28).

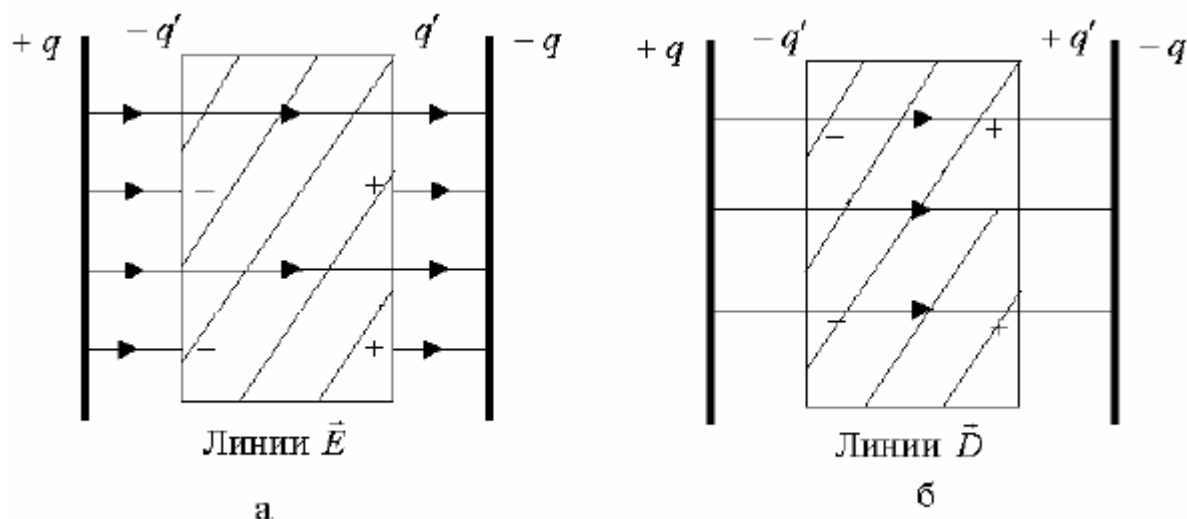


Рис. 2.28

Выведем формулы, связывающие свободные заряды q и их поверхностную плотность $\sigma = q/S$ на пластинах конденсатора со связанными зарядами q' и их поверхностной плотностью $\sigma' = q'/S$ на диэлектрике. Для этого запишем для модуля напряженности E электрического поля внутри пластины (рис.2.28,а) формулы в соответствии с выражениями (2.58), (2.59), (2.64)

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{|\sigma|}{\epsilon\epsilon_0}; \quad E = E_0 - E' = \frac{|\sigma| - |\sigma'|}{\epsilon_0};$$

$$|\sigma'| = |\sigma| \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right); \quad (2.69)$$

$$\frac{q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q + q'}{\epsilon_0}. \quad (2.70)$$

В формуле (2.70) явно не выделены знаки зарядов q и q' , они могут быть как больше, так и меньше нуля, но если $q > 0$, то тогда $q' < 0$, и наоборот (это соответствует факту ослабления внешнего поля внутри диэлектрика).

Выражение (2.70) было использовано в параграфе 2.7 для выяснения физического смысла теоремы Гаусса для вектора E электростатического поля, а именно, источником вектора E являются свободные и связанные заряды. Поэтому часть линий E на границе диэлектрика прерываются и могут изменять свое направление (см. параграф 2.12.7).

Из двух векторов E и D , описывающих электростатическое поле, вектор E является истинным вектором этого поля, так как источником E являются все существующие в природе электрические заряды, а вектор D вспомогательный вектор, служащий для упрощения расчета электрического поля в присутствии диэлектрика.

ПОВЕДЕНИЕ ЛИНИЙ ВЕКТОРОВ \vec{E} и \vec{D} НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Источником линий D являются только свободные заряды и поэтому линии D на границе раздела двух диэлектриков, где находятся связанные заряды, не прерываются. Это означает, что нормальные, перпендикулярные к поверхности раздела составляющие вектора D не прерываются (рис.2.29,а)

$$D_{1n} = D_{2n}, \quad (2.71)$$

что согласно формуле (2.63) дает:

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}, \quad (2.72)$$

т.е. составляющие вектора E терпят разрыв (рис.2.29,б)

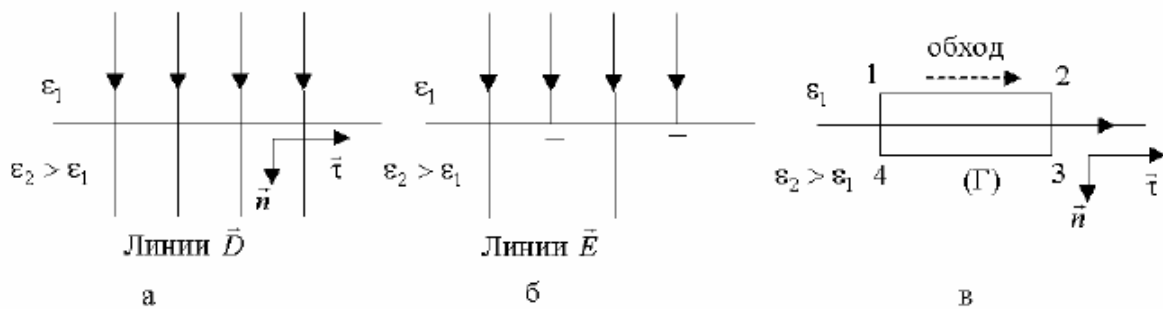


Рис.2.29

Чтобы выяснить поведение тангенциальных (параллельных поверхности раздела) составляющих векторов E и D , запишем циркуляцию вектора E по прямоугольному контуру (Γ) (рис.2.29,в) и учтем формулу (2.26)

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = E_{1\tau} l_{12} + \int_2^3 \vec{E} d\vec{l} - E_{2\tau} l_{34} + \int_4^1 \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Если взять предел, при котором стороны контура $l_{23} = l_{41}$ стремятся к нулю, то получим

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \quad (2.73)$$

и соответственно:

$$\frac{D_{\tau 1}}{\epsilon_1} = \frac{D_{\tau 2}}{\epsilon_2}. \quad (2.74)$$

Это означает, что тангенциальные составляющие вектора \vec{E} на границе раздела непрерывны, а для вектора D они терпят разрыв.

Условия (2.71) - (2.74) позволяют выяснить поведение линий \vec{E} и D при падении их под произвольным углом α к поверхности раздела двух диэлектриков.

Углы падения α_1 и преломления α_2 для линий \vec{E} и \vec{D} можно определить из следующих уравнений:

$$\text{Линии } \vec{D}: \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad \text{Линии } \vec{E}: \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{D_{2n}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (2.75)$$

Видно, что при одинаковых углах падения α_1 угол преломления α_2 линий \vec{E} и \vec{D} будет одинаковым; для изображенного на рис.2.29 случая $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ и поэтому $\alpha_2 > \alpha_1$.

Пьезоэлектрики. Сегнетоэлектрики

Диэлектрики в науке и технике используются, прежде всего, как электроизоляционные материалы. Однако имеются и другие разнообразные применения диэлектриков из-за наличия у отдельных их групп необычных свойств.

Пьезоэлектрики. В этих диэлектриках наблюдается пьезоэлектрический эффект, а именно, деформация диэлектрика сопровождается его поляризацией (рис.2.31) и наоборот, поляризация диэлектрика приводит к его деформации.

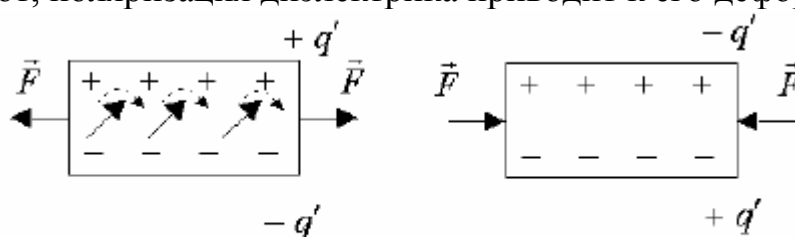


Рис. 2.31

Причем смена знака деформации (растяжение заменяется сжатием) приводит к смене знака поляризации (рис.2.31, изменяется знак поверхностных зарядов q') и наоборот. Поляризация пьезоэлектриков объясняется поворотом молекулярных диполей при их деформации (рис.2.31).

Нужно отличать пьезоэффект от явления электрострикции, который наблюдается у всех диэлектриков и состоит в изменении размеров диэлектрика под действием внешнего электрического поля. Но в случае электрострикции смена направления внешнего электрического поля не приводит к смене знака его деформации.

К пьезоэлектрикам относят, например, такие диэлектрики, как кварц, сегетовая соль, титанат бария и т.д., всего известно порядка 1500 пьезоэлектриков. Они нашли широкое применение в электроакустических приборах для преобразования механических (звуковых и ультразвуковых) колебаний в электрические и обратно, в датчиках давления и т.д.

Сегнетоэлектрики. К ним относят пьезоэлектрики, обладающие самопроизвольной (спонтанной) поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля. Она может существенно изменяться под влиянием различных внешних факторов. Отметим ряд необычных свойств сегнетоэлектриков.

1. Относительная диэлектрическая проницаемость ε может достигать нескольких тысяч единиц, тогда как у обычных диэлектриков она достигает несколько сотен единиц.

2. Между молекулами устанавливается взаимодействие, которое приводит к параллельной ориентации дипольных моментов молекул в макроскопических

областях, называемых доменами. Направление дипольных моментов молекул в разных доменах разное, поэтому в отсутствие электрического поля вектор поляризации сегнетоэлектрика равен нулю (рис.2.32,а).

Размеры доменов устанавливаются за счет действия двух факторов: 1) энергетически выгодно увеличивать число доменов, так как уменьшается энергия для поддержания электрического поля за пределами сегнетоэлектрика (рис.2.32,б,в,г); 2) энергетически выгодно уменьшать число доменов из-за того, что уменьшается длина границ между доменами, на которых накапливается энергия электрического поля из-за резкого изменения направления дипольных моментов молекул соседних доменов.

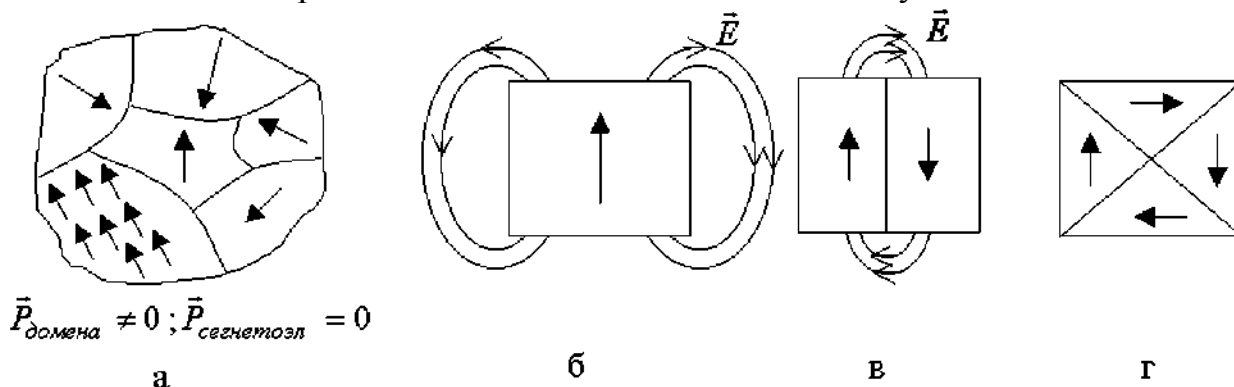


Рис.2.32

3. Зависимость вектора поляризации \mathbf{P} от модуля напряженности E электрического поля является нелинейной и в сравнительно слабых полях достигается насыщение. Это связано с тем, что вдоль поля устанавливаются сразу же все молекулы отдельных доменов.

Поляризация сегнетоэлектрика сопровождается сначала увеличением объемов доменов с выгодной ориентацией дипольных моментов молекул относительно электрического поля (для них угол между векторами p_m и E наименьший, рис.2.33 участок 0-1).

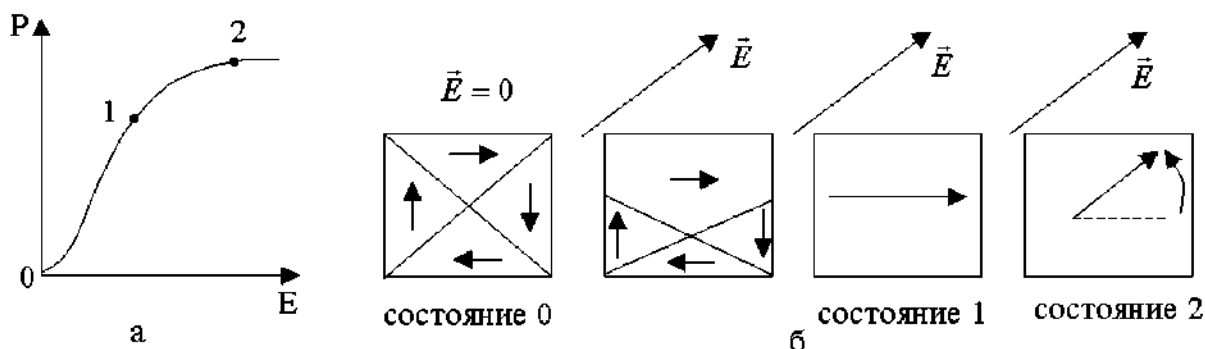


Рис.2.33

В итоге образец становится одно доменным (состояние 1). Затем происходит поворот вектора \mathbf{P} и он устанавливается вдоль вектора E электрического поля (процесс вращения) и образец становится поляризованным до насыщения.

4. Для сегнетоэлектриков наблюдается **явление гистерезиса** - явление неоднозначной зависимости вектора поляризации \mathbf{P} от электрического поля E . Если после достижения состояния насыщения уменьшать модуль вектора E , то изменение модуля \mathbf{P} будет отставать от изменения модуля E (рис.2.34). При $E = 0$ сегнетоэлектрик остается поляризованным, значение \mathbf{P}_0 называется **остаточной поляризованностью**. Для того чтобы убрать остаточную поляризацию, необходимо приложить внешнее поле противоположного направления.

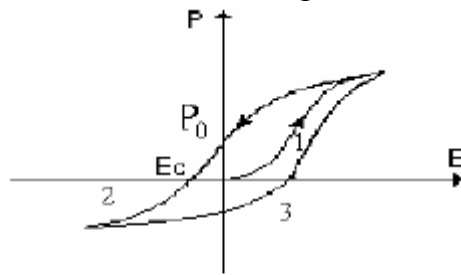


Рис. 2.34

Значение E_c , при котором поляризация сегнетоэлектрика исчезает, называют **коэрцитивной силой**.

Если внешнее поле противоположного направления продолжать увеличивать, то через некоторое время наступает насыщение (кривая 2). При циклическом изменении внешнего поля получается замкнутая линия, называемая **петлей гистерезиса**.

5. Для сегнетоэлектрика существует температура, выше которой он теряет свои необычные свойства и превращается в обычный диэлектрик. Она получила название температуры Кюри T_C . Для сегнетовой соли, которая дала название этой группе диэлектриков, существует две температуры Кюри $T_{C1} = -15^\circ\text{C}$ и $T_{C2} = 22,5^\circ\text{C}$, выше и ниже этих температур он превращается в обычный диэлектрик.

Высокие значения относительной диэлектрической проницаемости позволяют использовать сегнетоэлектрики в качестве материалов для конденсаторов высокой удельной емкости. Нелинейная зависимость модуля вектора поляризации \mathbf{P} от напряженности E внешнего поля находит применение при изготовлении нелинейных конденсаторов - варикондах, которые используются в системах автоматического контроля и управления.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Сила тока, плотность тока

Под **электрическим током** понимают упорядоченное движение заряженных частиц, причем за направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Электрический ток существует при наличии свободных зарядов и электрического поля. Такие условия можно создать в вакууме и в различных средах, таких как твердые тела (металлы, полупроводники), жидкости (жидкие металлы, электролиты) и в газах. Обычно рассматривают протекание тока в металлических проводниках, где свободными носителями заряда являются электроны.

Протекание тока по проводнику характеризует сила тока I , определяемая по формуле

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (3.1)$$

где dq - заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время dt . Сила тока является алгебраической величиной, она может быть как больше, так и меньше нуля. Это, например, проявляется при расчетах сложных электрических цепей, где трудно указать правильное направление тока в каждой части цепи (см. параграф 3.4).

Для постоянного тока величина I остается одинаковой и по модулю и по направлению, что позволяет в формуле (3.1) выбирать конечные значения заряда и времени

$$I = \frac{q}{t}. \quad (3.2)$$

Распределение тока по сечению проводника характеризует **вектор плотности тока** \vec{j} , направление, которого в каждой точке проводника совпадает с направлением тока, т.е. с направлением скорости V упорядоченных положительных зарядов ($\vec{j} \uparrow \uparrow V$). Модуль вектора \vec{j} равен

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}}, \quad (3.3)$$

где dI - сила тока, протекающего в данной точке внутри проводника через элементарную площадку dS_L , расположенную перпендикулярно к направлению тока (рис.3.1,а).

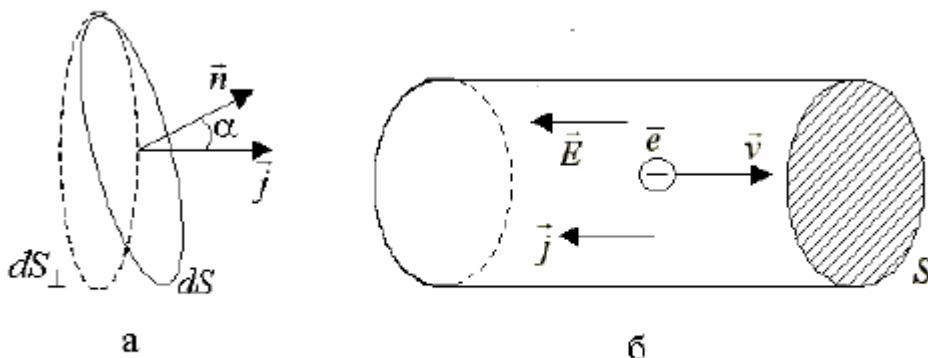


Рис.3.1

Введение вектора плотности тока \vec{j} позволяет найти силу тока, протекающего через любую поверхность S

$$\vec{I} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int j dS \cos \alpha. \quad (3.4)$$

В этой формуле угол α это угол между вектором j и вектором нормали n к элементарной $dS = dS \cos \alpha$ (рис.3.1,а).

Представляет интерес выразить вектор плотности тока j через характеристики, описывающие движение свободных зарядов в проводнике. В качестве примера рассмотрим электрический ток в металле, где валентные электроны образуют газ свободных частиц, заполняющих кристаллическую решетку положительно заряженных ионов.

В отсутствие электрического поля электроны участвуют в тепловом движении со средней арифметической скоростью $\langle u \rangle$, составляющей при комнатной температуре величину порядка 100 км/с.

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_{эл}}} \approx 1 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Из-за хаотичности теплового движения электронов электрического тока не возникает ($j=0$), так как через поперечное сечение проводника в обе стороны проходит одинаковое число электронов и поэтому суммарный перенос заряда равен нулю.

При включении электрического поля у электронов появляется добавочная скорость $\langle v \rangle$ - скорость направленного движения под действием сил электрического поля; она по модулю примерно равна ~ 1 мм/с, что существенно меньше модуля скорости $\langle u \rangle$. Но именно скорость $\langle v \rangle$ обеспечивает наличие тока в проводнике. Образно говоря, при включении электрического тока в металле появляется электрический ветер, смещающий все хаотически движущиеся электроны в одном направлении.

Через поперечное сечение проводника площадью S за время t пройдут все электроны, находящиеся в цилиндре высотой (Vt) (рис.3.1,б). Если ввести характеристику металла - концентрацию n свободных электронов, то тогда можно получить:

$$j = \frac{|I|}{S} = \frac{|q|}{St} = \frac{|q_0|N}{St} = \frac{|q_0|nSVt}{St} = |q_0|n\langle v \rangle, \quad (3.5)$$

$$\vec{j} = q_0 n \langle \vec{v} \rangle$$

где q_0 - это заряд электрона или, в общем случае, свободной заряженной частицы, участвующей в создании электрического тока; $\langle v \rangle$ - средняя скорость направленного движения заряженной частицы.

Формула (3.5) справедлива для любых модельных теорий описания электрического тока (классической или квантовой теории электронного газа), так как она была получена из общих представлений о движении заряда в проводниках. Это, несомненно, повышает ее ценность и значение.

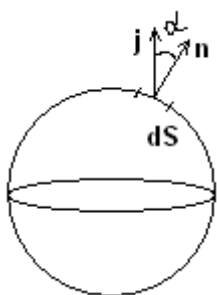
В заключение этого параграфа приведем оценку числового значения модуля средней скорости $\langle v \rangle$, направленного движения свободных электронов в металле. Учитывая числовые значения концентрации свободных электронов в металле

$n \sim 10^{29} \text{ м}^{-3}$ и предельно допустимую плотность тока в медном проводнике $j_{\text{пред}} \sim 10^7 \text{ А/м}^2$, из формулы (3.5) получим:

$$\langle v \rangle = \frac{j}{|q_0|n} \sim \frac{10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Уравнение непрерывности.

Выберем некоторую замкнутую поверхность в проводнике с током. Тогда,



заряд выходящий наружу в ед. времени: $\frac{dq_n}{dt} = \oint_S \vec{j} d\vec{S}$, но заряд

выходящий наружу = заряду внутри $\Rightarrow -\frac{dq_{\text{вн}}}{dt} = \oint_S \vec{j} d\vec{S}$ -

уравнение непрерывности (т.е. сколько заряда вошло, столько и вышло через S). Если задано ρ

$$\Rightarrow -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \oint_S \vec{j} d\vec{S} \Rightarrow -\int_V \frac{d\rho}{dt} dV = \oint_S \vec{j} d\vec{S}, \text{ но } \int_V \text{div}(\vec{j}) dV = \oint_S \vec{j} d\vec{S} \Rightarrow$$

$-\frac{d\rho}{dt} = \text{div}(\vec{j})$ (2*) - **дифференциальная форма уравнения непрерывности.** Из

2* \Rightarrow при $\frac{d\rho}{dt} < 0$, то $\text{div}(\vec{j}) > 0 \Rightarrow$ имеются источники, \Rightarrow при $\frac{d\rho}{dt} > 0$, то $\text{div}(\vec{j}) < 0 \Rightarrow$

имеются истоки, при $\frac{d\rho}{dt} = 0$, то $\text{div}(\vec{j}) = 0 \Rightarrow$ постоянный ток.

Закон Ома для однородного участка цепи. Закон Джоуля - Ленца

Однородным участком электрической цепи называют участок, на котором направленное движение зарядов происходит под действием только кулоновских сил. Для него Г. Ом в 1826 году экспериментально установил следующий закон (**закон Ома**): *сила тока I, текущего по однородному участку цепи, прямо пропорциональна напряжению U, приложенному к нему, и обратно пропорциональна сопротивлению R этого участка цепи*

$$I = \frac{U}{R} . \quad (3.6)$$

Отметим, что в данном случае напряжение U совпадает с разностью потенциалов $\Phi_1 - \Phi_2$ между начальной и конечной точками участка (см. параграф 3.3).

На основе формулы (3.6) вводится понятие **сопротивления R однородного участка цепи**: *сопротивление R характеризует свойство проводника препятствовать протеканию по нему электрического тока и равно*

$$R = \frac{U}{I} \quad (3.7)$$

Сопротивление R однородного участка цепи не зависит ни от U , ни от I , но определяется геометрическими размерами проводника, его материалом и температурой.

Вольт - амперной характеристикой (ВАХ) однородного участка цепи называют график зависимости силы тока I от приложенного к нему напряжения (рис.3.2,а); он представляет собой прямую линию, угол наклона которой определяет электрическое сопротивление участка $R = \text{ctg}\beta$ (рис.3.2,а).

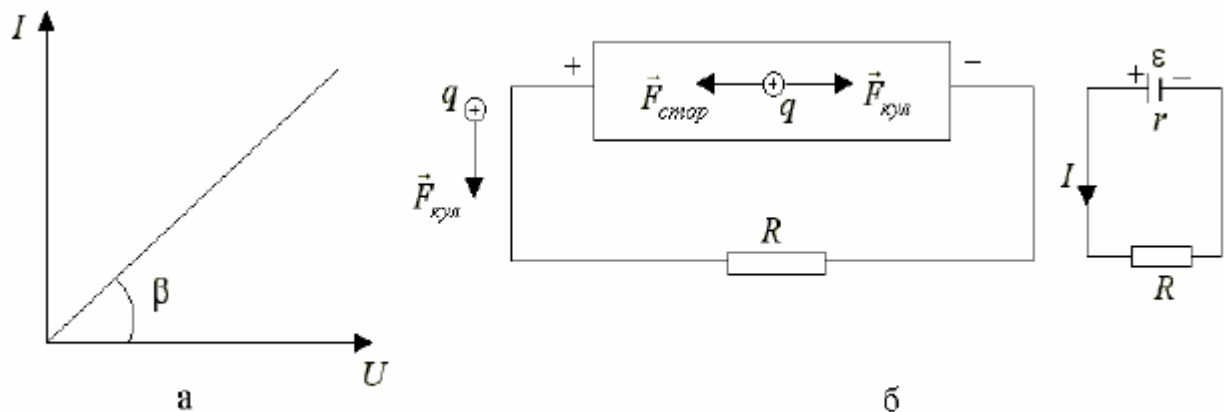


Рис.3.2

На практике обычно используют проводники цилиндрического вида длиной l и площадью поперечного сечения S . Это позволяет ввести новую характеристику - **удельное сопротивление ρ проводника** по следующей формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad \rho = \frac{RS}{l} . \quad (3.8)$$

Удельное сопротивление ρ проводника зависит только от его материала и температуры. Оно численно равно сопротивлению R проводника при $l=1$ м и $S=1$ м².

Для чистых металлических проводников в области комнатных температур удельное сопротивление практически линейно возрастает с повышением температуры, а именно:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (3.9)$$

где ρ_0 - удельное сопротивление проводника при температуре $t = 0$ C; t - температура проводника по шкале Цельсия.

Входящий в формулу параметр α называют **температурным коэффициентом сопротивления (ТКС)**, он численно равен относительному изменению удельного сопротивления проводника $\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)$ при повышении температуры проводника на 1⁰C:

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 t} . \quad (3.10)$$

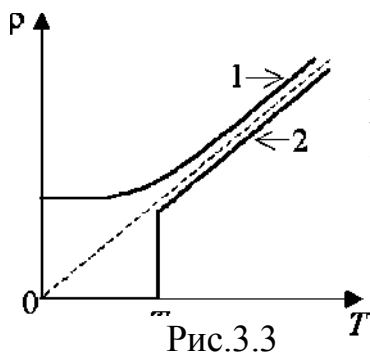


Рис.3.3

Зависимость сопротивления R металлического проводника также соответствует формуле (3.9), так как размеры проводника (l, S) обычно изменяются с температурой значительно слабее, чем удельное сопротивление ρ проводника:

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

Для чистых металлов ТКС α является положительной

величиной, примерно равной $1/273 \text{ K}^{-1}$. При низких температурах, когда колебания положительных ионов кристаллической решетки не оказывают существенного влияния на движение свободных электронов, удельное сопротивление ρ не изменяется с температурой, оставаясь постоянной величиной (рис.3.3, график 1).

Для многих металлов при определенной температуре T_c (ее называют температурой перехода в сверхпроводящее состояние, $T_c \leq 20 \text{ K}$) сопротивление R металла обращается в ноль ($R=0$), металл при $T < T_c$ будет находиться в сверхпроводящем состоянии (рис.3.3, график 2).

Для использования в практических целях необычных свойств сверхпроводящего состояния необходимо создавать материалы с высокими значениями температуры T_c (комнатные температуры и выше). На этом пути в 1968 г. для металлооксидных соединений были получены $T_c = (70-120) \text{ K}$, это открытие получило название явления высокотемпературной сверхпроводимости.

Отметим, что ТКС α может и уменьшаться с повышением температуры ($\alpha < 0$). Это, например, наблюдается для растворов электролитов и для полупроводников, что связано с увеличением в них концентрации свободных носителей заряда при повышении температуры.

В заключение этого параграфа выведем формулу для расчета количества теплоты Q , выделяемого в проводнике при протекании по нему электрического тока. Если в магнитном поле проводника с током отсутствует перемещение других тел (заряженных частиц других проводников с током) и не изменяется химический состав проводника (нет электролиза), то тогда работа сил электрического поля по перемещению заряда в проводнике целиком расходуется на выделение теплоты.

В этом случае количество теплоты dQ , выделяемое за малый промежуток времени dt , можно рассчитать таким образом:

$$dQ = dA = dqU = IUdt = \frac{U^2}{R} dt = I^2 R dt. \quad (3.12)$$

Для конечного промежутка времени в случае переменного тока получим

$$Q = \int_0^t dQ = \int_0^t I^2 R dt, \quad (3.13a)$$

а для постоянного тока ($I = \text{const}$)

$$Q = I^2 R t. \quad (3.13b)$$

Формула (3.12) получила название **закона Джоуля - Ленца**. Он формулируется следующим образом: *количество теплоты, выделяемое в проводнике при протекании по нему электрического тока равно произведению квадрата силы тока на сопротивление проводника и на время протекания по нему тока.*

Электродвижущая сила источника тока. Напряжение. Вектор напряженности поля сторонних сил. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Возьмем замкнутую электрическую цепь, содержащую источник тока, и рассмотрим, как протекает по ней постоянный ток, т.е. как происходит движение положительного заряда ($+q$) по этой цепи (рис.3.3,б).

Во внешней части цепи сопротивлением R под действием кулоновских сил заряд ($+q$) перемещается от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом (заряд скатывается с потенциальной горки). Для дальнейшего движения заряда (внутренняя часть цепи, источник тока) необходимо переместить заряд к точкам с большим потенциалом (поднять заряд на потенциальную горку). Кулоновские силы сделать это не в состоянии, так как они только соединяют разноименные заряды.

Поэтому в источнике тока на заряды, кроме кулоновских сил, должны действовать так же и **сторонние силы** - это силы не кулоновского происхождения, они совершают работу по разделению разноименных зарядов и переводят заряд ($+q$) от отрицательного полюса источника тока к его положительному полюсу. Таким образом, завершается полный цикл движения заряда по замкнутой цепи, в ней за счет работы сторонних сил наблюдается постоянное движение заряда, протекает постоянный ток.

Наглядно перемещение заряда по полной цепи демонстрирует ее механическая модель (рис.3.4,а). В ней под действием силы тяжести (аналог кулоновской силы) шарик (положительный заряд) скатывается по цилиндрической поверхности (внешняя часть цепи). Для его дальнейшего движения необходима сторонняя сила (это может быть сила упругости сжатой пружины, механический подъемник и т.д.), которая поднимает шарик на первоначальную высоту по вертикали (внутренняя часть цепи, источник тока), совершая при этом работу против силы тяжести.

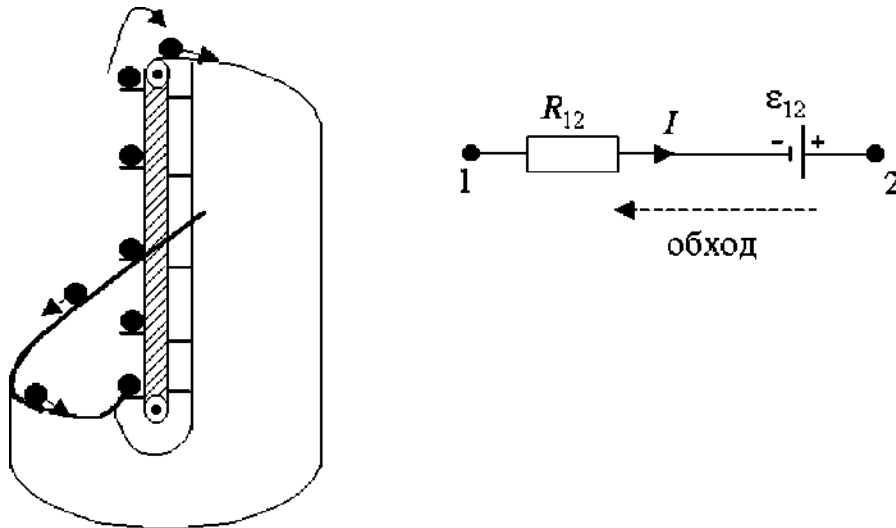


Рис.3.4

Источник тока можно охарактеризовать сопротивлением r (сопротивление внутренней части цепи) и **электродвижущей силой (ЭДС) ε** - она определяет работу сторонних сил по перемещению точечного положительного заряда в один кулон от отрицательного полюса к его положительному полюсу

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q_+} . \quad (3.14)$$

Изображение источника тока на схемах приведено на рис.3.3,б. Природа сторонних сил может быть любой, от них требуется лишь способность разделять разноименные заряды. Это могут быть силы трения, силы химических реакций, протекающих в гальванических элементах, силы магнитного поля, силы вихревого электрического поля и т.д.

Нужно отметить, что выделение в электрической цепи отдельного участка, на котором действуют сторонние силы, не всегда возможно, сторонние силы могут действовать во всех участках цепи (например, возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре, находящемся в переменном во времени магнитном поле).

Участок цепи, на котором одновременно действуют и сторонние и кулоновские силы, называют **неоднородным участком цепи** (рис.3.4,б). Работу кулоновских сил по перемещению электрического заряда на этом участке характеризует разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$, а сторонних сил - действующая на этом участке цепи ЭДС ε_{12}

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{\text{кул}1,2}}{q}, \quad \varepsilon_{1,2} = \frac{A_{\text{стор}1,2}}{q} . \quad (3.15)$$

Для неоднородного участка цепи вводится новая величина, называемая **напряжением $U_{1,2}$** , она характеризует общую работу сторонних и кулоновских сил на неоднородном участке цепи

$$U_{1,2} = \frac{A_{\text{кул}1,2} + A_{\text{стор}}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{1,2} . \quad (3.16)$$

На однородном участке цепи ($\varepsilon_{12}=0$) напряжение равно разности потенциалов $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

По аналогии с электростатическим полем для описания силового действия на помещенные в поле сторонних сил заряды вводят его силовую характеристику, **напряженность E_{cm} поля сторонних сил:**

$$\vec{F}_{cm} = q\vec{E}_{cm}, \quad \vec{E}_{cm} = \frac{\vec{F}_{cm}}{q}. \quad (3.17)$$

Тогда формулы (3.15), (3.16) можно переписать следующим образом:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{кул1,2}}{q} = \frac{1}{q} \int_1^2 \vec{F}_k d\vec{l}, \quad \varepsilon_{1,2} = \frac{A_{cm1,2}}{q} = \frac{1}{q} \int_1^2 \vec{F}_{cm} d\vec{l}, \quad (3.18)$$

$$U_{1,2} = \int_1^2 (\vec{E} + \vec{E}_{cm}) d\vec{l}. \quad (3.19)$$

Для ЭДС ε , действующей в замкнутой цепи (начальная и конечная точки 1 и 2 совпадают) из выражения (3.18) получим

$$\varepsilon = \oint_r \vec{E}_{cm} d\vec{l}, \quad (3.20)$$

т.е. ЭДС ε равна циркуляции вектора напряженности E_{cm} сторонних сил по произвольному замкнутому контуру (Γ). Это свидетельствует о том, что поле сторонних сил в отличие от электростатического поля не является потенциальным.

Покажем, что и для неоднородного участка цепи также выполняется закон Ома. Для этого используем закон сохранения энергии, а именно: количество теплоты $dQ_{1,2}$, выделяемое на неоднородном участке цепи за малый промежуток времени dt , равно суммарной работе сторонних и кулоновских сил по перемещению зарядов по этому участку цепи.

$$\begin{aligned} dQ_{1,2} &= dA_{кул1,2} + dA_{cm1,2} \Rightarrow \\ \Rightarrow I^2 R_{1,2} dt &= dq(\varphi_1 - \varphi_2) + dq\varepsilon_{12} = dqU_{12} = IU_{12} dt \Rightarrow U_{12} = IR_{12}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Формула (3.21) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи. Учитывая, что ε_{12} , $\varphi_1 - \varphi_2$, I являются алгебраическими величинами и могут быть как больше, так и меньше нуля, запишем закон Ома (3.21) в следующем виде:

$$\pm IR_{1,2} = (\varphi_{нач} - \varphi_{кон}) \pm \varepsilon_{1,2}, \quad (3.22)$$

где $\varphi_{нач}$ и $\varphi_{кон}$ - потенциалы начальной и конечной точек участка цепи.

Выбор знаков в формуле (3.22) обсуждается в следующем параграфе. Для участка цепи, изображенного на рис.3.4б, формула (3.22) примет вид:

$$-IR_{1,2} = (\varphi_{нач} - \varphi_{кон}) - \varepsilon_{1,2},$$

где начальной точкой участка считается точка, с которой начинается обход участка цепи.

Правила Кирхгофа

Эти правила были сформулированы Кирхгофом в 1847 году, они используются для расчета разветвленных цепей постоянного и квазистационарного тока - цепей, содержащих несколько замкнутых контуров. Если записать закон Ома (3.22) для замкнутой цепи (для нее начальная и конечная точки совпадают, т.е. $\varphi_{нач} = \varphi_{кон}$), то из него следует второе правило Кирхгофа:

$$\pm \sum_{i=1}^N I_i R_i = \pm \sum_{l=1}^N \varepsilon_l . \quad \text{Второе правило Кирхгофа формулируется} \quad (3.23)$$

алгебраическая сумма падений напряжения на разных участках замкнутой цепи равна алгебраической сумме э.д.с, действующих в этой цепи. Число независимых уравнений (ни одно из них не является следствием других), которые можно записать по второму правилу, равно числу замкнутых контуров (цепей), которые нельзя получить наложением одного на другой. Так, для схемы, приведенной на рис.3.5,а, число независимых уравнений равно двум, один из трех контуров получается наложением двух других.

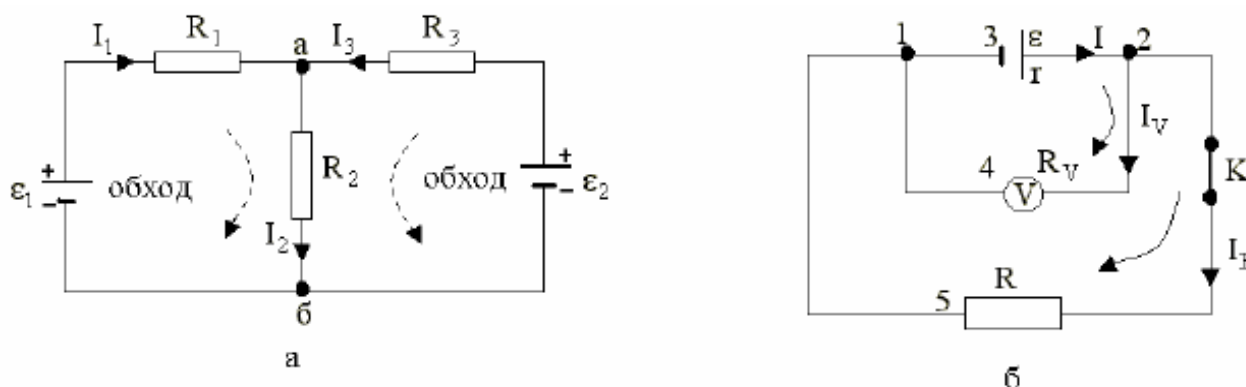


Рис.3.5

Рассмотрим выбор знаков в формуле (3.23). Для этого сначала произвольно выбирают направление токов на разных участках разветвленной цепи и направление обхода замкнутых контуров (цепей). Если направление тока совпадает с направлением обхода контура, то тогда для силы тока выбирается знак плюс («+»), если нет – знак «-». Если ЭДС ε источника тока в направлении обхода контура повышает свой потенциал (происходит переход от отрицательного полюса источника к его положительному полюсу), то для нее в уравнениях (3.23) выбирается знак плюс, если нет – знак минус.

Для приведенной на рис.3.5,а схемы по второму правилу Кирхгофа можно записать два уравнения

$$\begin{cases} I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_{1,2} \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_2 \end{cases}$$

Для формулировки первого правила Кирхгофа введем понятие узла электрической цепи. **Узел электрической цепи** - это точка цепи, в которой сходятся три или более проводников. Тогда из закона сохранения электрического

заряда (он не может накапливаться в какой-либо точке цепи) следует **первое правило Кирхгофа**

$$\sum I_i = 0, \quad (3.24)$$

согласно которому *алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.*

Принято брать силу тока I со знаком «+», если ток входит в узел и со знаком минус “-“, если ток выходит из узла. Число независимых уравнений, которые можно записать по этому правилу, равно числу узлов разветвленной цепи минус один. Так, для цепи, приведенной на рис.3.5,а, можно записать только одно уравнение, например, для узла б

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Система уравнений (3.23) и (3.24) позволяет провести расчет электрических цепей при различных исходных данных. Для разветвленной цепи, содержащей большое число контуров, для решения системы уравнений необходимо использовать известный в алгебре метод определителей.

В качестве примера рассмотрим, что измеряет вольтметр, подключенный к электрической цепи, содержащей источник тока с ЭДС ε и сопротивлением r , сопротивление R внешней части цепи и ключ K (рис.3.5,б).

Сопротивление вольтметра R_V выбирают значительно большим сопротивлений, включенных в электрическую цепь ($R_V \gg R, r$), поэтому подключение вольтметра не оказывает существенного влияния на протекание тока в различных частях цепи.

Пусть ключ K замкнут (рис.3.5,б). Составим уравнения закона Ома для участков цепи 1-3-2, 2-4-1 и 2-5-1 (обход участка начинается с первой точки). Используя формулу (3.19) и правило выбора знаков получим:

$$\underline{1-3-2}: \quad I r = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon; \quad (3.25a)$$

$$\underline{2-4-1}: \quad U_V = I_V R_V = (\varphi_2 - \varphi_1); \quad (3.25б)$$

$$\underline{2-5-1}: \quad U_R = I_R R = (\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3.25в)$$

Из уравнения (3.25б) следует, что вольтметр измеряет разность потенциалов на участке цепи 1-2 (1-3-2, 2-4-1, 2-5-1), к которому он подсоединен, а не напряжение на этом участке.

Уравнения (3.25а) и (3.25б) дают следующие равенства

$$U_V = U_R = \varepsilon - I r = \varphi_2 - \varphi_1, \quad (3.26)$$

т.е. напряжение, измеряемое вольтметром, равно напряжению на участках цепи 1-3-2 и 2-5-1, т.к. они подключены параллельно друг к другу, а они в свою очередь равны разности потенциалов на этих участках.

В соответствии с правилами Кирхгофа можно записать два независимых уравнения для двух контуров 1-3-2-4-1 и 1-3-2-5-1 и одно уравнение для узла 2.

$$\underline{1-3-2-4-1}: \quad I r + I_V R_V = \varepsilon; \quad (3.27a)$$

$$\underline{1-3-2-5-1}: \quad I r + I_R R = \varepsilon; \quad (3.27б)$$

$$\underline{\text{узел 2}}: \quad I - I_V - I_R = 0. \quad (3.27в)$$

Решение уравнений (3.27) приводит к формулам для сил токов:

$$I_V = \frac{\varepsilon}{R_V \left(1 + \frac{r}{R}\right) + r}, \quad I_R = I_V \frac{R_V}{R}, \quad I = I_V \left(1 + \frac{R_V}{R}\right),$$

или учитывая неравенство $R_V \gg R, r$, получим приближенные формулы:

$$I_V \approx 0, \quad I = I_R = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

которые справедливы для электрической цепи в отсутствии вольтметра. В случае разомкнутого ключа K система уравнений (3.27) примет вид:

$$I = I_V, \quad I_V(r + R_V) = \varepsilon,$$

откуда следует, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_V = I_V R_V = \frac{\varepsilon}{R_V + r} R_V \approx \frac{\varepsilon}{R_V} R_V = \varepsilon,$$

т.е. при разомкнутой цепи вольтметр измеряет ЭДС источника тока, равную разности потенциалов на зажимах (клеммах) источника.

Если отключить вольтметр, то из формулы (3.25a) следует точное равенство: $\varepsilon = \varphi_2 - \varphi_1$.

Закон Ома и Джоуля - Ленца в дифференциальной форме

В случае неоднородного электрического поля внутри проводника и зависимости удельного сопротивления ρ проводника от выбранной внутри него точки необходимо использовать дифференциальную форму законов Ома и Джоуля - Ленца, справедливую для малой окрестности точки внутри проводника.

Чтобы их получить, рассмотрим однородный изотропный проводник длиной l постоянного поперечного сечения площадью S и создадим в проводнике однородное электрическое поле $E = \text{const}$. Такие упрощения не скажутся на общности полученных формул.

Из формул законов Ома (3.6) и Джоуля - Ленца (3.13) получим:

$$I = \frac{U}{R}, \quad I = jS, \quad U = El, \quad R = \frac{\rho l}{S} \Rightarrow jS = \frac{El}{\left(\frac{\rho l}{S}\right)} \Rightarrow j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E;$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (3.28)$$

Введем удельную тепловую мощность w

$$w = \frac{dQ}{dV dt}, \quad (3.29)$$

которая определяет количество теплоты dQ , выделяемое в элементарном (бесконечно малом) объеме dV , расположенном вблизи точки, взятой внутри проводника, за малое время dt .

Для рассматриваемого здесь вывода элементарные значения dQ , dV , dt можно заменить на их конечные значения Q , V , t , поэтому

$$w = \frac{Q}{Vt} = \frac{I^2 R t}{Vt} = \frac{(jS)^2 \rho l t}{S l t S} = j^2 \rho = (\sigma E)^2 \rho = \sigma E^2 = \vec{j} \vec{E}, \quad (3.30)$$

$$w = \sigma E^2 = \vec{j} \vec{E}.$$

Формулы (3.28), (3.30) представляют собой дифференциальную форму законов Ома и Джоуля - Ленца. Введенная в выражение величина σ называется удельной проводимостью, она связана с удельным сопротивлением ρ формулой

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (3.31)$$

В случае неоднородного участка цепи, когда в проводнике одновременно действуют и сторонние, и кулоновские силы формулы (3.28) и (3.30) примут вид:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{стор}), \quad (3.32)$$

$$w = \vec{j} (\vec{E} + \vec{E}_{стор}). \quad (3.33)$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулировать закон Кулона
2. Сформулировать определение основных характеристик электростатического поля
3. Как можно использовать принцип суперпозиции для вектора напряженности E и потенциала ϕ для расчета электростатического поля произвольного заряженного тела
4. Что понимают под разностью потенциалов? Чему равна работа сил электростатического поля на замкнутой траектории пути?
5. Изобразите графически с помощью линий напряженности E и эквипотенциальных поверхностей электрического поля двух положительных близко расположенных точечных зарядов
6. Какое электрическое поле является однородным, изобразите его графически
7. Сформулируйте теорему Гаусса для E . Каков ее физический смысл?
8. Приведите этапы применения теоремы Гаусса для расчета электростатических полей
9. Опишите, что наблюдается в условиях равновесия избыточного заряда на проводнике.
10. Как производится электростатическая защита приборов от внешних электрических полей?
11. Сформулируйте определение емкости для уединенного проводника, конденсатора
12. Как можно увеличить емкость проводника, от чего она зависит?
13. Запишите формулы для энергии заряженного проводника и конденсатора
14. Что называется объемной плотностью энергии электростатического поля, приведите ее формулу.
15. Что представляет диполь? Как он ведет себя во внешнем однородном и неоднородном электрическом полях?
16. Какие характеристики вводят для описания электрического поля в присутствии диэлектрика?

17. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора электростатической индукции D и вектора поляризации P . Каков физический смысл этой теоремы?

18. Какие виды диэлектриков вы знаете? Какие вещества относят к пьезоэлектрикам и сегнетоэлектрикам? Опишите их основные особенности

19. Сформулируйте определение силы тока и плотности тока

20. Выведите формулу для плотности тока через концентрацию свободных носителей заряда в проводнике.

21. Сформулируйте закон Ома для однородного участка цепи. Как определяется R сопротивление участка цепи?

22. Что понимают под сторонними силами в электрической цепи? Запишите формулу для электродвижущей силы источника тока.

23. Сформулируйте закон Ома для неоднородного участка цепи. Что понимают под напряжением на участке цепи.

24. Сформулируйте правила Кирхгофа. Какое число независимых уравнений можно записать по первому и второму правилам Кирхгофа?

25. Приведите вывод закона Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной форме. В чем преимущество такой формы записи этих законов?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

В этой главе изучается вторая сторона электромагнитного поля - магнитное поле. В основе магнитостатики лежат два опытных закона - закон Ампера и закон Био - Савара - Лапласа (БСЛ).

В работах Ампера (1820 г.) был экспериментально установлен закон, позволяющий оценить силу взаимодействия двух токов, текущих в малых отрезках проводников. После введения понятия магнитного поля, посредством которого происходит передача взаимодействия токов, законом Ампера стали называть формулу, определяющую силу, с которой магнитное поле действует на элементарный (малых размеров) проводник с током.

В работах Био и Савара (1820 г.) был установлен закон, определяющий силовую характеристику (вектор магнитной индукции B) магнитного поля, создаваемого электрическим током. В общем виде этот закон был сформулирован Лапласом и получил название закон Био - Савара - Лапласа.

Отметим, что термин «магнитное поле» был введён Эрстедом (1820 г.) в связи с тем, что возбуждаемое электрическим током поле оказывало ориентирующее действие на магнитную стрелку.

С современной точки зрения можно предложить другой способ введения магнитного поля, в котором опытные законы выводятся из закона Кулона и специальной теории относительности. Такой подход будет рассмотрен в этой главе.

Магнитные взаимодействия. Силы магнитного взаимодействия движущихся зарядов в вакууме

Известно, что два параллельных прямолинейных проводника, по которым текут токи одного направления, притягиваются друг к другу. Это добавочное взаимодействие, обусловленное движением зарядов (электрический ток -объясняется в рамках классической механики, так как при постоянной скорости движения зарядов

$$F_1 = F_1' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad \vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (3.2)$$

ускорение отсутствует и, согласно второму закону Ньютона ($\vec{F} = m\vec{a}$), добавочное взаимодействие не возникает.

Магнитное взаимодействие, взаимодействие движущихся электрических зарядов, объясняется в специальной теории относительности. Рассмотрим неподвижную систему отсчета К и движущуюся относительно нее с постоянной скоростью v вдоль совпадающих осей Ox и Ox' систему отсчета К'. Пусть в системе К' вдоль оси Oz' располагаются неподвижные положительные точечные заряды q_1 и q_2 на расстоянии r' друг от

друга (рис. 3.1). Силы их взаимодействия описываются законом Кулона:

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \vec{r}'; \quad F_1 = F_2 = \frac{|q_1| |q_2|}{4\pi\epsilon_0 r'^2}. \quad (3.1)$$

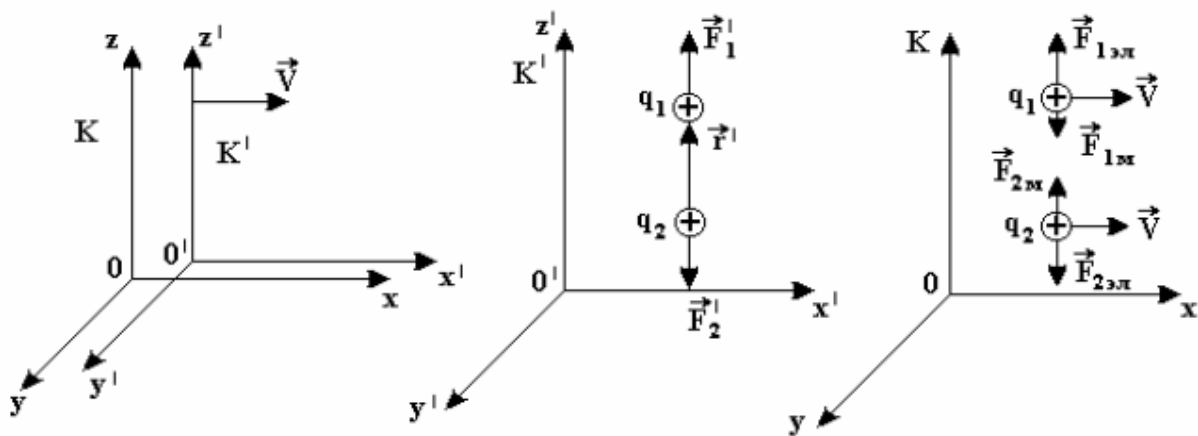


Рис. 3.1

Учитывая инвариантность электрического заряда частицы относительно преобразований Лоренца, можно показать, что сила взаимодействия зарядов q_1 и q_2 в системе отсчета, относительно которой они движутся параллельно друг другу с постоянной скоростью v , определяется следующей формулой:

Умножая числитель и знаменатель формулы (3.2) на $\sqrt{1 - v^2/c^2}$

и учитывая, что скорость направленного движения зарядов в проводнике $v \ll c$, можно записать

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1эл} + \vec{F}_{1м}, \quad \vec{F}_{1эл} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad \vec{F}_{1м} = \frac{q_1 q_2 (-\vec{r}v^2)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}. \quad (3.3)$$

Из формулы (3.3) видно, что $\vec{F}_{1эл}$ представляет собой силу электрического взаимодействия зарядов, определяемую законом Кулона, а $\vec{F}_{1м}$ - это сила магнитного взаимодействия зарядов. Она существенно зависит от скорости движения зарядов, обращаясь в ноль при $v=0$, и в данном случае $\vec{F}_{1м}$ направлена противоположно $\vec{F}_{1эл}$ и значительно меньше ее по модулю ($v^2/c^2 \ll 1$).

Запишем общую формулу для силы магнитного взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , движущихся со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2

$$\vec{F}_м = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[q_1 \vec{v}_1 x [q_2 \vec{v}_2 x \vec{r}]]}{r^3}, \quad (3.4)$$

где введена магнитная постоянная μ_0 , Гн/м:

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7},$$

а двойное векторное произведение в выражении (3.4) раскрывается по известной формуле

$$[\vec{a} x [\vec{b} x \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a} \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \vec{b}). \quad (3.5)$$

Нетрудно проверить, что для частного случая движения зарядов ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3$) из выражения (3.4) следует формула (3.3).

Магнитное поле движущегося заряда. Сила Лоренца

В соответствии с идеей близкодействия магнитное взаимодействие между зарядами осуществляется посредством магнитного поля. Так, например, можно считать, что заряд q_1 взаимодействует в месте своего расположения с магнитным полем, создаваемым зарядом q_2 . Это приводит к следующей форме записи выражения (3.4):

$$\vec{F}_м = \left[q_1 \vec{v}_1 x \left\{ \frac{\mu_0 [q_2 \vec{v}_2 x \vec{r}]}{4\pi r^3} \right\} \right] = [q_1 \vec{v}_1 x B_{32}], \quad (3.6)$$

где введена силовая характеристика магнитного поля заряда q_2 - вектор магнитной индукции \vec{B}_{32} . В общем случае для \vec{B}_3 можно записать:

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu\mu_0 [q\vec{v}x\vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad \vec{B}_3 = \frac{\mu\mu_0 |q|v \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad \alpha = \left(\vec{v}, \vec{r} \right). \quad (3.7)$$

Здесь \vec{r} - вектор, проведенный от заряда q в рассматриваемую точку пространства.

Для общности выражений в формулу (3.7) и в последующие формулы вводится относительная магнитная проницаемость μ среды, которая учитывает изменение магнитного поля в присутствии вещества. Для вакуума $\mu = 1$.

Направление вектора \vec{B}_3 (рис. 3.2,а) можно определить либо по правилу векторного произведения двух векторов (вектор \vec{B}_3 перпендикулярен плоскости векторов \vec{v} и \vec{r} ; если смотреть с конца вектора \vec{B}_3 , то кратчайший поворот от \vec{v} к \vec{r} будет виден против часовой стрелки), либо по правилу левой руки (четыре пальца направляют по скорости движения заряда, вектор \vec{r} входит в ладонь, отогнутый на 90° большой палец покажет направление \vec{B}_3), либо по правилу правого буравчика (вращательное движение буравчика производим от \vec{v} к \vec{r} , тогда поступательное движение буравчика покажет направление \vec{B}_3). Все эти правила справедливы для положительного заряда, для отрицательного заряда полученное направление \vec{B}_3 нужно изменить на противоположное.

Для определения направления силы магнитного взаимодействия двух зарядов необходимо сначала найти направление вектора индукции \vec{B}_3 одного из зарядов, а затем по правилам, перечисленным выше, найти направление \vec{F}_M (рис. 3.2,б). Если в формулу (3.6) вместо индукции магнитного поля \vec{B}_3 движущегося заряда подставить \vec{B} , созданное проводниками с током, постоянными магнитами и т.д., то тогда силу \vec{F}_M принято называть силой Лоренца \vec{F}_L , и для нее можно записать следующее выражение:

$$\vec{F}_n = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad F_n = |q|vB \sin \alpha, \quad \alpha = (\vec{v}, \vec{B}) \quad (3.8)$$

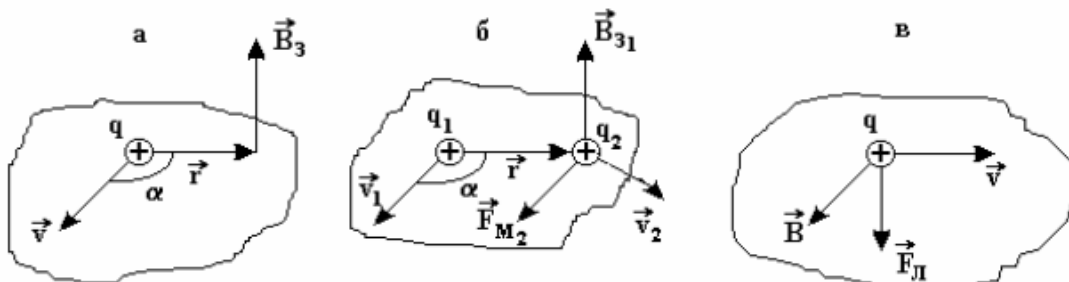


Рис. 3.2

Итак, **сила Лоренца** – сила, действующая со стороны магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу. Направление силы Лоренца определяется по правилам, отмеченным выше (рис. 3.2,в).

Элемент тока. Закон Био-Савара-Лапласа (БСЛ). Закон Ампера

Элемент тока $I \vec{dl}$ – это вектор, направленный в каждой точке проводника с током I параллельно вектору \vec{j} плотности тока и равный по модулю произведению силы тока I на элемент длины dl проводника.

Найдем индукцию $d\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого элементом тока. При пропускании по проводнику тока I в элементе длины dl проводника объемом Sdl (S – площадь поперечного сечения проводника, рис. 3.3,а) движутся N свободных зарядов со скоростью направленного движения $\langle \vec{v} \rangle$, каждый из них создает магнитное поле с индукцией \vec{B}_3 . Учитывая малые размеры элемента длины dl проводника для $d\vec{B}$, можно записать

$$d\vec{B} = N\vec{B}_3 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[Nq\langle \vec{v} \rangle \times \vec{r}]}{r^3}.$$

Используя формулы для плотности тока $\vec{j} = qn\langle \vec{v} \rangle$ и силы тока $I = jS$, получим

$$Nq\langle \vec{v} \rangle = n \cdot Vq\langle \vec{v} \rangle = qn\langle \vec{v} \rangle Sdl = \vec{j}Sdl = I\vec{dl},$$

что позволяет оценить $d\vec{B}$ по следующему выражению:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi r^3} [I\vec{dl} \times \vec{r}], \quad dB = \frac{\mu\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad \alpha = \left(\vec{dl}, \vec{r} \right), \quad (3.9)$$

где \vec{r} – вектор, проведенный от элемента тока к рассматриваемой точке пространства.

Формула (3.9) получила название **закон Био - Савара - Лапласа (БСЛ)**, который определяет индукцию магнитного поля, создаваемого элементом тока. Направление вектора $d\vec{B}$ определяется по правилам, приведенным в параграфе 3.2 (рис. 3.3,б).

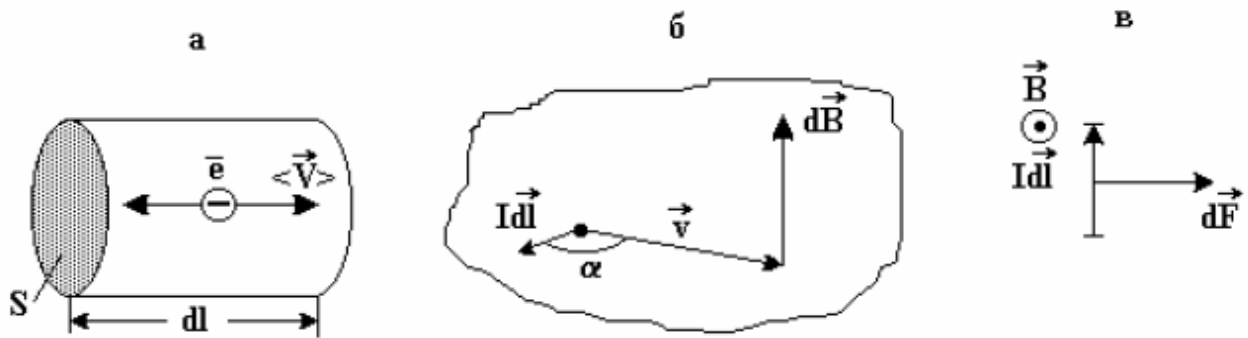


Рис. 3.3

Если поместить элемент тока в магнитное поле, то силу $d\vec{F}$, действующую на него со стороны магнитного поля, можно найти как сумму сил Лоренца \vec{F}_L ,

действующих на заряды, движущиеся в элементе тока: $d\vec{F} = N\vec{F}_L$. Используя методику вывода закона БСЛ, получим

$$d\vec{F} = [Id\vec{l} \times \vec{B}] \quad dF = Idl \sin \alpha, \quad \alpha = \left(d\vec{l}, \vec{B} \right). \quad (3.10)$$

Формула (3.10) представляет собой закон Ампера, определяющий силу, которая действует на элемент тока со стороны магнитного поля. Направление силы $d\vec{F}$ удобно определять по правилу левой руки, изложенному в параграфе 3.1.2 (рис. 3.3,в).

Применение закона БСЛ к расчету магнитных полей различных проводников с током

Для расчета индукции магнитного поля проводника с током нужно разбить его на отдельные элементы тока (представить его как систему (набор) элементов тока), по закону БСЛ найти вектора индукции $d\vec{B}$ магнитного поля от каждого элемента тока в рассматриваемой точке и затем суммировать их по правилу сложения векторов:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu\mu_0 [Id\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (3.11)$$

Прежде чем перейти к конкретным примерам расчета магнитных полей, отметим, что для графического изображения магнитных полей используются **линии вектора магнитной индукции** (линии \vec{B}), которые проводятся так, чтобы в каждой точке линии вектор \vec{B} был направлен по касательной к ним.

Из опыта известно, что в природе не существует магнитных зарядов, поэтому линии \vec{B} являются замкнутыми. В ряде случаев направление вектора B в данной

точке поля удобно определять, предварительно проведя через данную точку линию вектора \vec{B} .

Рассмотрим два примера расчета индукции магнитного поля с использованием закона БСЛ.

Пример 1. Магнитное поле прямолинейного проводника конечной длины с током I.

Рассчитаем индукцию магнитного поля прямолинейного проводника конечной длины с током I в точке A (рис. 3.4,а). Положение точки A можно задать расстоянием a до проводника и углами α_1 и α_2 ; α_1 - угол между первым элементом тока (он расположен там, откуда начинается ток) и вектором \vec{r}_1 , проведенным от этого элемента тока в точку A; α_2 - угол между последним элементом тока (он расположен там, где заканчивается ток) и вектором \vec{r}_2 , проведенным от этого элемента тока в точку A.

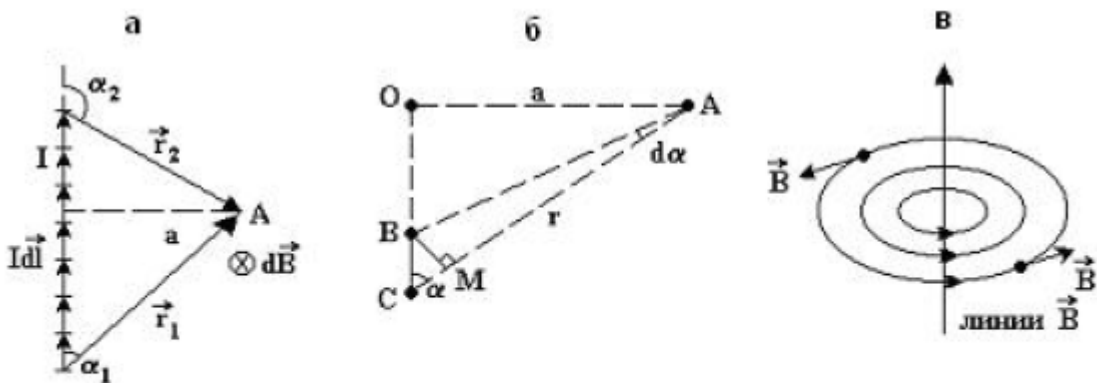


Рис. 3.4

Из рис. 3.4,а видно, что все вектора $d\vec{B}$ направлены перпендикулярно плоскости чертежа от нас, следовательно, также направлен и вектор \vec{B} суммарного поля. Тогда формула (3.11) для модуля вектора \vec{B} запишется так:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Для того, чтобы взять такой интеграл, необходимо рассмотреть чертеж, приведенный на рис. 3.4,б, где приведен произвольный элемент длины dl проводника. Из рис. 3.4,б следует

$$\Delta OAC \sim \Delta BCM : \frac{OA}{AC} = \frac{BM}{BC}; \frac{a}{r} = \frac{rd\alpha}{dl}; \frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{a}.$$

Подставляя полученное соотношение в интеграл, получим

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.12)$$

Направление вектора \vec{B} можно определить, предварительно проведя линии \vec{B} прямого проводника с током - это окружности, охватывающие проводник и лежащие в плоскости, перпендикулярной к нему; направление линий \vec{B} связано правилом правого буравчика с направлением тока в проводнике. Тогда вектор \vec{B} в каждой точке линии будет направлен по касательной к ней (рис. 3.4,в).

В частном случае бесконечно длинного проводника с током ($\alpha_1 \rightarrow 0^\circ$, $\alpha_2 \rightarrow 180^\circ$) получим

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (3.13)$$

Обычно расстояние от проводника до рассматриваемой точки обозначают буквой r , поэтому в формулах (3.12) и (3.13) в общем случае вместо буквы a пишут букву r .

Пример 2. Магнитное поле на оси кольцевого тока

Рассчитаем индукцию магнитного поля в точке A , находящейся на оси кольцевого тока I радиуса R на расстоянии a от его центра (рис. 3.5,а).

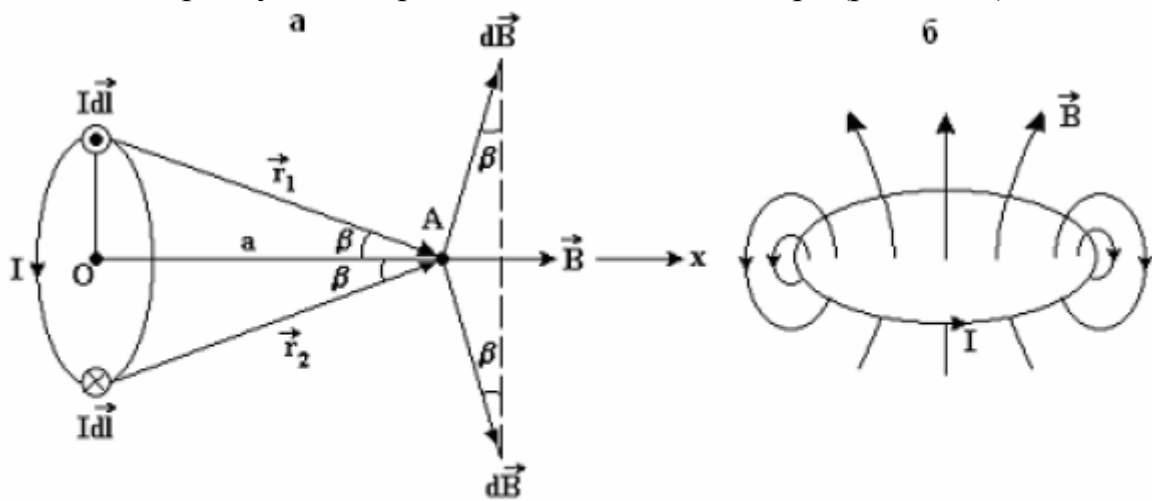


Рис. 3.5

На рис. 3.5,а указаны вектора $d\vec{B}$, созданные верхним и нижним элементами тока в точке A . Они образуют угол β с вертикальным направлением. Вектора $d\vec{B}$, созданные всеми элементами тока, образуют конус векторов $d\vec{B}$, и из соображений симметрии следует, что суммарный вектор \vec{B} в точке A будет направлен по оси кольца. Проектируя уравнение (3.11) на ось Ox , получим

$$B = \int dB \sin \alpha = \int \frac{\mu \mu_0 I dl \sin 90^\circ}{4\pi r^2} = \frac{\mu \mu_0 I \sin \beta 2\pi R}{4\pi r^2} = \frac{\mu \mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (3.14)$$

Для центра кольцевого тока (точка O) $a=0$, и поэтому

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R}. \quad (3.15)$$

Линии \vec{B} кольцевого тока представляют собой окружности, перпендикулярные плоскости кольца, их направление связано правилом правого буравчика с направлением тока (рис. 3.5,б).

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B}

Возьмем в магнитном поле воображаемую замкнутую линию - контур Γ (рис. 3.6,а). Введем вектор $d\vec{l}$ - по модулю он равен элементу длины dl контура, в каждой точке контура он направлен по касательной в направлении обхода контура (рис. 3.6,а).

Интеграл вида

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha, \quad \alpha = \left(\vec{B}, d\vec{l} \right),$$

получил название циркуляции вектора \vec{B} по замкнутому контуру (Γ).

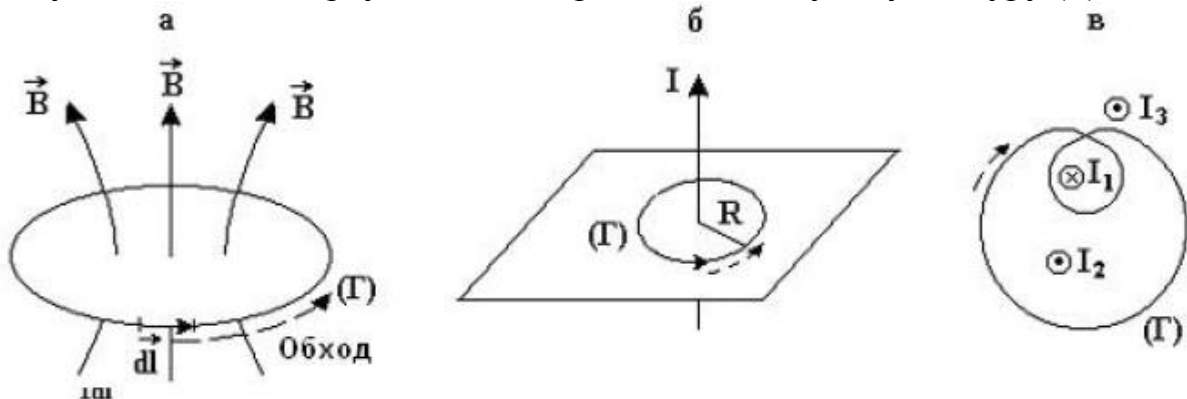


Рис. 3.6

Рис. 3.6 Можно доказать теорему о циркуляции вектора \vec{B} , которая для случая вакуума читается следующим образом: циркуляция вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру (Γ) равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на M_0 :

$$\oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = \mu_0 \sum_i I_i. \quad (3.16)$$

Знак силы тока I в формуле (3.16) выбирается следующим образом: если направление тока связано с направлением обхода контура правилом правого буравчика, то выбирается знак плюс; если нет - знак минус.

Проверим теорему на примере прямолинейного проводника бесконечной длины с током I . Возьмем контур (Γ) , совпадающий с линией \vec{B} радиуса R , а направление обхода контура выберем против часовой стрелки, т.е. по направлению линии \vec{B} (рис. 3.6,б). Тогда

$$\oint_{(\varepsilon)} B dl \cos \alpha = \oint_{(\varepsilon)} \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi R} dl \cdot \cos 0 = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi R} \oint_{(\varepsilon)} dl = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi R} \cdot 2\pi R = \mu \mu_0 I,$$

что и требовалось показать.

Циркуляция вектора \vec{B} по контуру (Γ) , приведенному на рис. 3.6,в, равна $\mu \mu_0 (2I_1 - I_2)$: ток I_1 охватывается контуром два раза, и поэтому в формулу входит коэффициент два; ток I_3 контуром не охватывается, и, следовательно, ток I_3 в формулу не войдет.

В присутствии вещества в правую часть теоремы о циркуляции вектора \vec{B} необходимо ввести микротоки $I_{\text{микро}}$, охватываемые контуром (Γ) ,

$$\oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = \mu_0 \left(\sum_i I_i + I_{\text{микро}} \right). \quad (3.17)$$

Под **микротоками** или **молекулярными токами** понимают токи, вызванные движением электронов в атомах, ионах и молекулах. Эти токи создают магнитное поле вещества, помещенного во внешнее магнитное поле.

Из формулы (3.17) следует **физический смысл теоремы о циркуляции вектора \vec{B}** , а именно *источником вектора \vec{B} являются токи проводимости и микротоки*.

В случае изотропного вещества формулу (3.17) можно упростить, учитывая магнитное поле вещества введением магнитной проницаемости μ :

$$\oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = \mu \mu_0 \sum_i I_i. \quad (3.18)$$

В таком виде теорема о циркуляции вектора B используется при решении многих задач магнитостатики как в вакууме, так и в присутствии вещества.

В заключение этого параграфа запишем дифференциальную форму теоремы о циркуляции вектора \vec{B} , справедливую для любой малой окрестности какой-либо точки поля. С учетом формулы (П.1.18) прил. 1 (раздел "Механика") получим

$$\operatorname{rot} \vec{B} = [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \mu_0 (\vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{микро}}) = \mu \mu_0 \vec{j}_{\text{пр}}, \quad (3.19)$$

где введена поверхностная плотность токов проводимости $\vec{j}_{\text{пр}}$ и микротоков $\vec{j}_{\text{микро}}$ (см. прил. 1, раздел "Механика")

$$j_{\text{пр}} = \frac{dI_{\text{пр}}}{dS}, \quad j_{\text{микро}} = \frac{dI_{\text{микро}}}{dS}. \quad (3.20)$$

Применение теоремы о циркуляции вектора \vec{B} к расчету магнитных полей проводников с током

Теорема о циркуляции вектора \vec{B} позволяет рассчитать модуль вектора \vec{B} в случаях определенной симметрии магнитного поля, т.е. когда известно направление вектора \vec{B} в каждой точке поля. **Отметим следующие этапы применения теоремы:** 1) из симметрии задачи сначала определяем направление вектора \vec{B} в любой точке поля. Если этого сделать нельзя, то для расчета поля (направления и модуля вектора \vec{B}) необходимо использовать закон БСЛ и принцип суперпозиции для магнитных полей; 2) выбираем контур (Γ) и рассчитываем циркуляцию вектора \vec{B} согласно ее определению; 3) рассчитываем сумму токов, охватываемых контуром; 4) применяем теорему для расчета модуля вектора \vec{B} .

Рассмотрим три примера расчета магнитного поля на основе теоремы о циркуляции вектора \vec{B} .

Пример 1. Магнитное поле бесконечно длинного соленоида.

Соленоид представляет собой проводник, навитый на цилиндрический каркас.

1-й этап. Из симметрии задачи следует, что магнитное поле существует только внутри соленоида. Оно является однородным, линии \vec{B} связаны с направлением тока в соленоиде правилом правого буравчика (рис. 3.7,а)

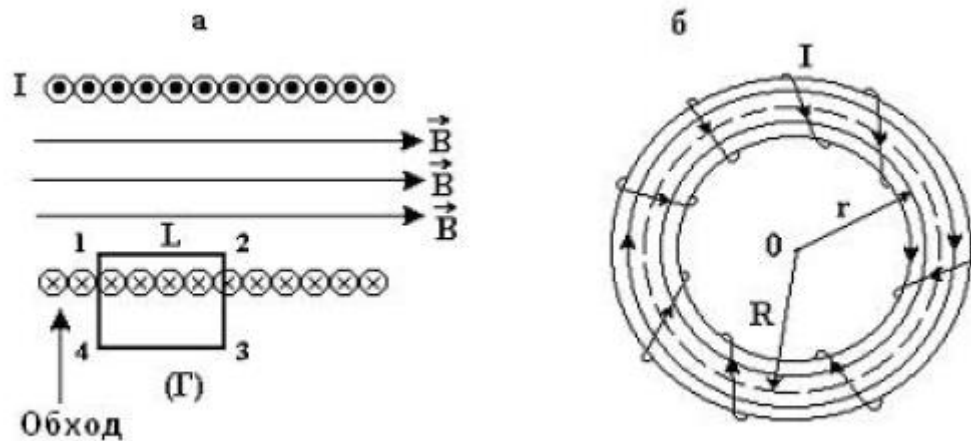


Рис. 3.7

2-й этап. Выбираем контур (Г) в виде прямоугольника 1-2-3-4-1, одна из сторон которого параллельна оси соленоида и располагается внутри него. Рассчитаем циркуляцию вектора \vec{B} по этому контуру (Г):

$$\int_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = \int_1^2 B dl \cos 0^\circ + \int_2^3 B dl \cos 90^\circ + \int_3^4 B dl \cos \alpha + \int_4^1 B dl \cos 90^\circ = B \int_1^2 dl = B \cdot l,$$

где l - длина стороны 1-2 контура; на сторонах контура 2-3, 3-4 и 4-1 интеграл обращается в ноль, так как внутри соленоида $\alpha = 90^\circ$, а за его пределами $B=0$.

3-й этап. Рассчитаем сумму токов, охватываемых контуром:

$$\sum I_i = N \cdot I,$$

где N - число витков на стороне контура 1-2. Выбираем знак плюс, так как направление тока и обхода контура связаны правилом правого буравчика.

4-й этап. Найдем модуль вектора \vec{B} :

$$B \cdot l = \mu \mu_0 N I,$$

$$B = \mu \mu_0 n I, \quad (3.21)$$

где $n = N/l$ - число витков на единицу длины соленоида.

Полученная формула применима также и для расчета модуля \vec{B} магнитного поля внутри длинного соленоида - соленоида, у которого длина значительно превышает диаметр D витков ($l \gg D$).

Пример 2. Магнитное поле тороида.

Тороид представляет собой проводник, навитый на каркас в виде тора (рис. 3.7, б).

1-й этап. Из симметрии задачи следует, что магнитное поле существует только внутри тороида. Линии вектора \vec{B} представляют собой окружности с центром в точке O (рис. 3.7, б), их направление связано с направлением тока в тороиде правилом правого буравчика. Вектор B направлен по касательной к линиям B .

2-й этап. Выбираем контур (Γ) совпадающим с линией \vec{B} радиуса r , направление обхода контура возьмем по часовой стрелке. Рассчитаем циркуляцию вектора \vec{B} по этому контуру (Γ):

$$\oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = B \oint_{(\Gamma)} dl \cos 0 = B \cdot 2\pi r .$$

3-й этап. Рассчитаем сумму токов, охватываемых контуром (Γ):

$$\sum I_i = N \cdot I ,$$

где N - число витков тороида.

4-й этап. Найдем модуль вектора \vec{B} :

$$B \cdot 2\pi r = \mu\mu_0 NI \cdot , \quad B = \mu\mu_0 nI \cdot R/r , \quad (3.22 \text{ а})$$

где $n = N/(2\pi R)$ - число витков, приходящихся на единицу длины тороида; R - радиус окружности, проходящей через центры витков тороида.

Если диаметр D витков тороида значительно меньше R ($D \ll R$), тогда можно считать, что $r \approx R$, и записать

$$B = \mu\mu_0 nI . \quad (3.22 \text{ б})$$

Пример 3. Магнитное поле коаксиального кабеля.

Коаксиальный кабель представляет собой два коаксиальных цилиндрических проводника (оси цилиндров совпадают), разделенных слоем диэлектрика, причем внутренний проводник является сплошным (рис. 3.8,а). По кабелю пропускают высокочастотный переменный ток, который в каждый момент времени протекает по проводникам в противоположных направлениях. Из-за скин-эффекта ток по внутреннему проводнику протекает только по его внешней поверхности, и поэтому магнитное поле коаксиального кабеля эквивалентно магнитному полю двух токов одинаковой величины I , текущих по цилиндрическим поверхностям радиусов R_1 и R_2 в противоположных направлениях (рис. 3.8,а).

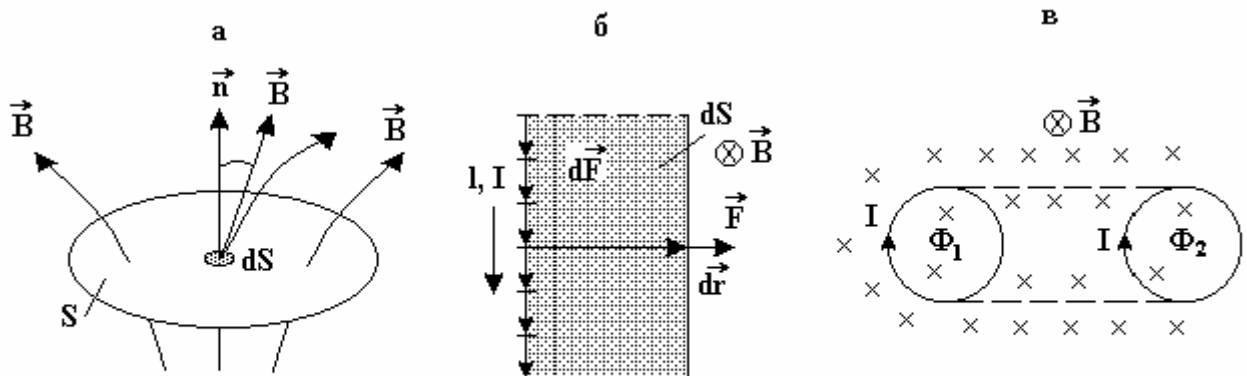


Рис. 3.8

1-й этап. Из симметрии задачи (осевая симметрия) следует, что линии вектора B представляют собой окружности, располагающиеся в плоскости, перпендикулярной

к оси цилиндров, с центрами на этой оси. Направление линий \vec{B} связано правилом правого буравчика с направлением тока в проводниках. Вектор \vec{B} будет направлен по касательной к линии \vec{B} в каждой ее точке. Причем на одинаковом расстоянии от оси вектор \vec{B} будет одинаковым по модулю.

2-й этап. Рассмотрим область пространства между цилиндрами ($R_1 < r < R_2$). Выбираем контур (Γ) совпадающим с линией \vec{B} радиуса r , направление обхода контура возьмем против часовой стрелки. Рассчитаем циркуляцию вектора \vec{B} по этому контуру (Γ):

$$\oint_{(\Gamma)} B dl \cos \alpha = B \oint_{(\Gamma)} dl \cos 0 = B \cdot 2\pi r .$$

3-й этап. Рассчитаем сумму токов, охватываемых контуром (Γ):

$$\sum I_i = I .$$

4-й этап. Найдем модуль вектора \vec{B} :

$$B \cdot 2\pi r = \mu\mu_0 I . \quad B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} .$$

Для областей пространства $r < R_1$ и $r > R_2$ сумма токов, охватываемых контуром, будет равна нулю, и поэтому магнитное поле в этих областях пространства отсутствует. Тогда для магнитного поля коаксиального кабеля можно записать

$$R_1 < r < R_2: \quad B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}, \quad r < R_1, \quad r > R_2 \quad B = 0 . \quad (3.23)$$

На рис. 3.8,б приведен график зависимости модуля вектора \vec{B} магнитного поля коаксиального кабеля от расстояния r . Можно отметить, что магнитное поле в пространстве между цилиндрами создается только током, текущим по внутреннему цилиндру.

Магнитный поток. Теорема Гаусса для вектора \vec{B} . Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Элементарным магнитным потоком $d\Phi$ через элементарную площадку dS называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha, \quad \alpha = (\vec{B}, \vec{n}), \quad (3.24)$$

где α - угол между вектором \vec{B} и вектором \vec{n} нормали к площадке dS (рис. 3.9 а).

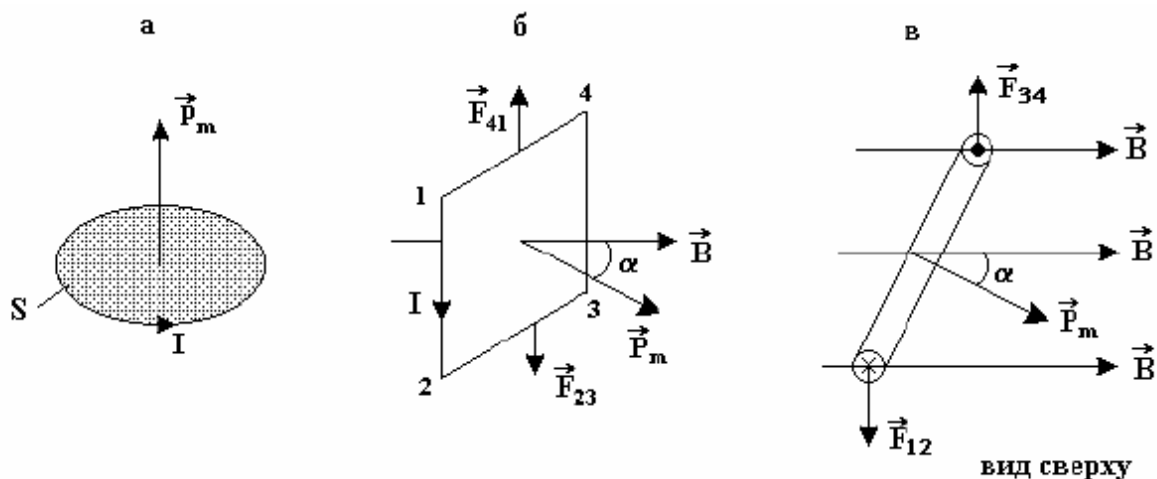


Рис. 3.9

Магнитный поток Φ через поверхность S равен сумме элементарных магнитных потоков $d\Phi$:

$$\Phi = \int d\Phi = \int_S B dS \cos \alpha . \quad (3.25)$$

Линии \vec{B} проводятся так, чтобы их густота определяла модуль вектора \vec{B} в данной точке поля. Поэтому согласно формуле (3.25) магнитный поток Φ будет пропорционален количеству линий \vec{B} , пронизывающих поверхность S .

Как уже отмечалось в параграфе 3.1.4, в природе не существует магнитных зарядов, т.е. линии \vec{B} являются замкнутыми, и поэтому теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах для вектора магнитной индукции \vec{B} запишется следующим образом:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} \cos \alpha = 0 , \quad \text{div} \vec{B} = \nabla \vec{B} = 0 . \quad (3.26)$$

Физический смысл теоремы Гаусса для вектора \vec{B} заключается в следующем: **в природе нет магнитных зарядов, и поэтому линии \vec{B} являются замкнутыми.**

Найдем работу dA по перемещению прямолинейного проводника длиной l с током I на бесконечно малом перемещении $d\vec{r}$ в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 3.9,б).

Для этого с использованием закона Ампера (3.10) прежде всего найдем силу \vec{F} , действующую на проводник с током со стороны магнитного поля, а именно, разбиваем проводник на элементы тока $I d\vec{l}$, находим силы $d\vec{F}$, действующие на каждый элемент тока, и затем складываем их:

$$\vec{F} = \int d\vec{F}, \quad F = \int dF = \int IBdl \sin 90^\circ = IBl.$$

Тогда

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr \cos 0^\circ = IBldr = IBds = Id\Phi, \quad (3.27)$$

где $d\Phi$ - элементарный магнитный поток, пронизывающий поверхность dS , которую описывает проводник при своем движении в магнитном поле.

Работа сил поля на конечном перемещении складывается из работ dA на малых участках пути

$$A = \int dA = I \int d\Phi = I\Phi,$$

и зависит от пути перехода проводника из начального в конечное положение. Другая ситуация возникает при расчете работы A по перемещению контура с током (рис. 3.9,в)

$$A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi, \quad (3.28)$$

где Φ_1, Φ_2 - магнитные потоки, пронизывающие плоскость контура в начальном и конечном положениях.

Из (3.28) следует, что работа по перемещению контура с током в магнитном поле не зависит от траектории пути, а определяется положениями начальной и конечной точек пути. Следовательно, для контура с током в магнитном поле можно ввести потенциальную энергию W_p и записать выражение для работы следующим образом: $A = W_{p1} - W_{p2}$, что, с учетом формулы (3.28), позволяет записать для потенциальной энергии W_p контура с током в магнитном поле следующее выражение:

$$W_p = -I\Phi. \quad (3.29)$$

Поведение контура с током в магнитном поле

Для того чтобы описать поведение контура с током в магнитном поле, введем понятие его **магнитного момента** \vec{P}_m . Это вектор, перпендикулярный к плоскости контура, направление \vec{P}_m связано правилом правого буравчика с направлением тока в контуре (см. рис. 3.9,а). Модуль вектора \vec{P}_m равен $P_m = IS$, где S - площадь контура; I - сила тока, текущего по нему. *Поведение контура с током в магнитном поле полностью определяется его магнитным моментом \vec{P}_m .*

В однородном магнитном поле под действием пары одинаковых по модулю сил (\vec{F}_{12} и \vec{F}_{34}) прямоугольный контур с током поворачивается и устанавливается в

положении, при котором векторы \vec{p}_m и \vec{B} будут параллельны друг другу (рис. 3.9,б,в). Это положение является положением устойчивого равновесия, ему соответствует минимальное значение потенциальной энергии W_p контура с током в магнитном поле. Можно показать, что для W_p из формулы (3.29) получается следующая формула:

$$W_p = -I\Phi = -IBS \cos \alpha = -(IS)B \cos \alpha = -p_m B \cos \alpha = -(\vec{p}_m \vec{B}),$$

$$W_p = -(\vec{p}_m \vec{B}) = -\vec{p}_m B \cos \alpha, \quad \alpha = \left(\vec{p}_m, \vec{B} \right). \quad (3.30)$$

При $\alpha=0$ $W_p = -p_m B$ т.е. принимает минимальное значение.

В неоднородном магнитном поле к вращательному движению контура с током добавляется его поступательное движение. В частном случае ($\alpha=0$), приведенном на рис. 3.10, составляющие сил, действующих на стороны прямоугольного контура (указаны две силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34}), вызывают поступательное движение контура вдоль оси Oх.

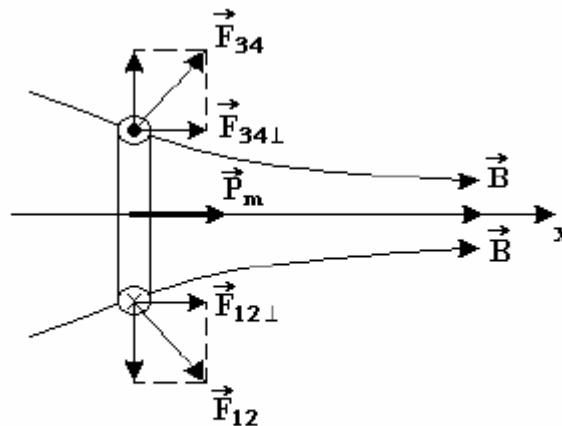


Рис. 3.10

Формулу для проекции силы, вызывающей поступательное движение контура вдоль оси Oх можно найти, используя формулу связи консервативной силы и потенциальной энергии

$$F_x = -\frac{dW_p}{dx} = p_m \frac{dB}{dx} \cos \alpha, \quad \alpha = \left(\vec{p}_m, \vec{B} \right). \quad (3.31)$$

Отметим, как будет двигаться контур с током при различных углах α . При начальном значении $\alpha = 90^\circ$ контур будет поворачиваться с уменьшением угла α и втягиваться в область более сильного поля. При начальном значении $\alpha > 90^\circ$ контур будет поворачиваться, уменьшая угол α , и выталкиваться в область более слабого поля; при достижении значений $\alpha < 90^\circ$ контур будет поворачиваться, уменьшая

угол α до нуля, и втягиваться в область более сильного поля. И в том, и в другом случаях контур с током в конечном итоге втянется в область более сильного поля.

Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

Со стороны магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу действует сила Лоренца (см. формулу (3.8)):

$$\vec{F}_\pi = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad F_\pi = |q|vB \sin \alpha, \quad \alpha = \left(\vec{v}, \vec{B} \right).$$

Мощность силы Лоренца в произвольный момент времени равна нулю, так как угол между \vec{F}_π и \vec{v} равен 90° ($N = F_\pi v \cos 90^\circ = 0$), и поэтому сила Лоренца работы не совершает. Это означает, что в магнитном поле модуль скорости частицы и ее кинетическая энергия остаются постоянными, изменяется только направление скорости движения частицы.

Рассмотрим частные случаи движения частицы **в однородном магнитном поле:**

а) $\alpha = 0^\circ$. В этом случае ($F_\pi = 0$), частица движется прямолинейно вдоль линий вектора B (рис. 3.11,а);

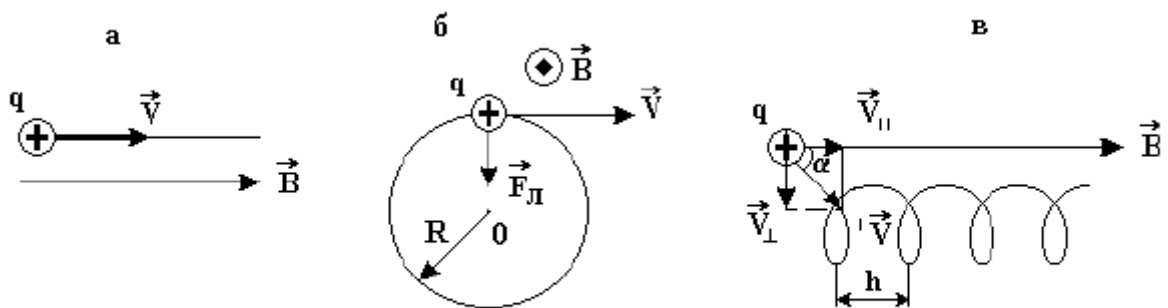


Рис. 3.11

б) $\alpha = 90^\circ$. Частица движется в магнитном поле перпендикулярно линиям вектора \vec{B} . Траектория движения частицы - окружность радиуса R (рис. 3.11,б). Используя второй закон Ньютона, для радиуса R и периода T обращения частицы можно получить

$$F_\pi = ma : |q|vB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow$$

$$R = \frac{mv}{|q|B}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}; \quad (3.32)$$

в) α - произвольный угол. Траекторию движения частицы - винтовую линию (рис. 3.11,в) можно представить как сумму двух видов движения - прямолинейного

вдоль линий \vec{B} ($\alpha = 0^\circ$) и движения по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{B} ($\alpha = 90^\circ$).

Для параметров винтовой линии - радиуса R окружности, периода T обращения и шага h винтовой линии (рис. 3.11,в) можно записать

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}; \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}, \quad h = v_{\parallel} \cdot T, \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha. \quad (3.33)$$

В неоднородном магнитном поле частица в общем случае будет двигаться по винтовой линии, радиус и шаг которой будут изменяться, т.е. по спирали.

Для частного случая, приведенного на рис. 3.12,а, при движении частицы вдоль оси Ox модуль вектора \vec{B} увеличивается, и согласно формулам (3.33) R и h будут уменьшаться.

В совмещенных в пространстве электрическом и магнитном полях на частицу, кроме силы Лоренца, будет также действовать кулоновская сила

$$\vec{F} = \vec{F}_k + \vec{F}_l = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (3.34)$$

Из формулы (3.34), в частности, следует, что в однородных электрическом и магнитном полях, когда векторы \vec{E} и \vec{B} будут параллельны, траектория движения частицы в общем случае будет представлять собой винтовую линию, у которой радиус R остается постоянным (модуль v_{\perp} не изменяется), а шаг h будет увеличиваться, так как под действием кулоновской силы модуль v_{\parallel} будет возрастать (рис. 3.12,б).

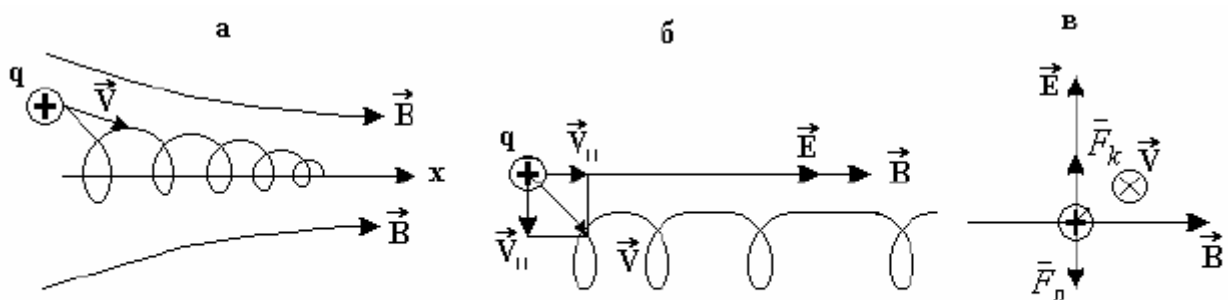


Рис. 3.12

В случае скрещенных под прямым углом однородных электрического и магнитного полей (рис. 3.12,в) прямолинейное движение частицы возможно, когда вектор \vec{v} будет направлен от нас в плоскость рисунка, а его модуль равен

$$F_{\parallel} = F_{\perp}: \quad |q|vB = |q|E \Rightarrow v = E/B.$$

Примеры практического применения законов движения заряженных частиц в электрическом и магнитных полях

Рассмотренные в параграфе 3.1.9 различные случаи движения заряженных частиц в электрическом и магнитных полях позволяют объяснить ряд физических явлений и лежат в основе работы многих устройств, применяемых в современной науке и технике. Обсудим здесь некоторые из них.

1. **Масс-спектрометры** - приборы, служащие для определения масс атомов и молекул (точнее, их ионов).

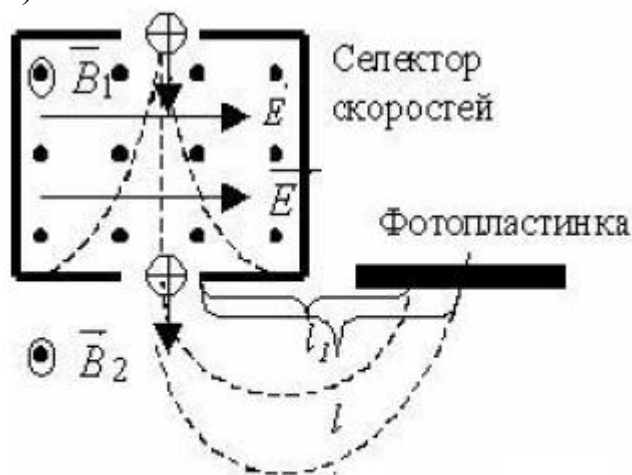


Рис. 3.13

Схема одного из них приведена на рис. 3.13. Пучок ионов, полученных с помощью газового разряда, пройдя ускорение в электрическом поле, попадает в так называемый селектор скоростей (см. рис. 3.13). В нём частицы движутся в скрещенных под прямым углом однородных электрическом (\vec{E}) и магнитном (\vec{B}_1) полях.

Через узкое выходное отверстие проходят только те частицы, для которых модуль скорости движения \vec{v} равен $v = E/B_1$, они движутся равномерно и прямолинейно (см. рис. 3.13).

Остальные частицы, движущиеся со скоростями, отличными от значения (E/B_1) , отклоняются от прямолинейной траектории и попадают на стенки камеры. На выходе из нее пучок ионов, движущихся с постоянной скоростью \vec{v} , попадает в однородное магнитное поле (\vec{B}_2), линии индукции которого перпендикулярны к скорости \vec{v} . Описав дуги полуокружностей, ионы попадают на фотопластинку (либо другое регистрирующее устройство) и оставляют на ней следы в виде узких полосок на различных расстояниях l_1, l_2 и т.д. ($l = 2R$, где R - радиус полуокружности).

Зная параметры B_1, E, B_2 и l , можно найти удельные заряды частиц:

$$v = \frac{E}{B_1}, \quad R = \frac{l}{2} = \frac{mv}{|q|B_2} \Rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{v}{RB_2} = \frac{2E}{B_1B_2l}.$$

Поскольку заряды ионов являются целыми числами, кратными элементарному заряду $|e|$, то по найденным значениям $\frac{|q|}{m}$ можно определить массу ионов. С помощью масс-спектрометров было обнаружено существование изотопов. В настоящее время они широко используются, например, для количественного анализа нефти, состоящей из молекул различных углеводов, трудно различимых обычными методами.

2. Эффект Холла. Возьмём металлическую прямоугольную пластинку шириной b и толщиной d . Пропустим по ней ток плотностью \vec{j} и поместим её в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости пластины (рис. 3.14,а).

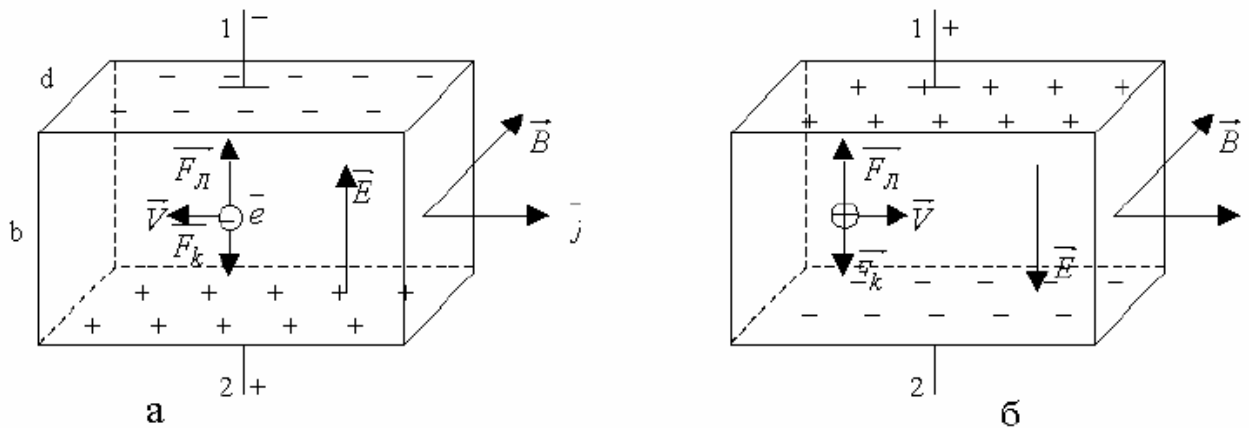


Рис. 3.14

На движущиеся в металле свободные электроны со стороны магнитного поля будет действовать сила Лоренца, которая приведёт к движению электронов к верхней грани пластины, она зарядится отрицательно, а нижняя грань - положительно. В результате этого в металле возникает поперечное электрическое поле, напряжённость \vec{E} которого будет перпендикулярна векторам \vec{B} и \vec{j} . **В возникновении поперечного электрического поля и заключается эффект Холла**, открытый в 1879 году.

Для разности потенциалов, возникающей между верхней и нижней гранями пластины в условиях установившегося в поперечном сечении стационарного распределения зарядов, можно получить следующее выражение:

$$I = q_0 n v S = q_0 n v b d, \quad v = \frac{I}{q_0 n b d},$$

$$F_K = F_L: |e|E = |e|vB, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = Eb = Evb = B \frac{I}{enbd} b = \frac{IB}{end},$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = R_X \frac{IB}{d} \quad (3.35)$$

Из формулы (3.35) следует, что холловская разность потенциалов определяется толщиной пластины в направлении магнитного поля, силой тока и модулем вектора \vec{B} магнитного поля. Характеристики материала, из которого сделана пластина, входят в выражение (3.35) через постоянную Холла:

$$R_H = \frac{1}{nq_0}, \quad (3.36)$$

где n - концентрация свободных заряженных частиц, заряд которых равен q_0 .

Для металлов заряд q_0 равен заряду электрона, и поэтому из экспериментально установленного значения постоянной Холла можно определить концентрацию свободных электронов в металле.

В зависимости от знака свободных носителей заряда постоянная Холла может быть больше или меньше нуля. Так, для металлов ($q_0 = e < 0$) $R_H < 0$ и, как следует из рис. 3.14,а, при положительных I , B и d разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ будет отрицательной. В полупроводниках помимо электронного типа проводимости наблюдается и дырочная проводимость, обусловленная движением положительных квазичастиц ($q_0 > 0$), получивших название «дырок». Для дырочной проводимости знак разности потенциалов на рис. 3.14,б будет другим $(\varphi_1 - \varphi_2) > 0$ и R_H будет положительной величиной ($R_H > 0$). Поэтому по знаку постоянной Холла можно судить о том, какой тип проводимости преобладает в данном полупроводнике.

3. Циклотрон - это ускоритель тяжёлых заряженных частиц, таких как протоны, α - частицы и ионы. В нём используется независимость периода обращения частицы в магнитном поле от скорости её движения (см. формулу 3.31). Циклотрон представляет собой вакуумную камеру, в которой находятся два металлических электрода из ферромагнитного материала (их называют дуантами, рис. 3.15). Камера находится в однородном магнитном поле постоянного магнита (линии \vec{B} перпендикулярны плоскости дуантов). На электроды подаётся переменное напряжение и поэтому в зазоре между ними создается переменное электрическое поле. Частицы, помещённые в зазоре вблизи центра дуантов, ускоряются этим полем и попадают внутрь дуантов.

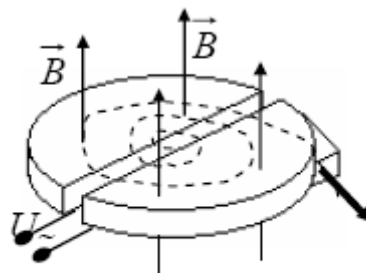


Рис. 3.15

Там на частицы действует только магнитное поле (электрическое поле внутри металлических электродов не проникает) и, описав полуокружности, частицы снова попадают в зазор и ускоряются электрическим полем. К этому моменту времени оно успевает изменить своё направление, так как период изменения напряжения на электродах подбирают равным периоду обращения частиц в магнитном поле.

Постоянное ускорение частиц в зазоре между дуантами приводит к увеличению радиуса их окружностей, и при достижении его предельного значения пучок частиц выводится наружу.

В циклотроне энергия частиц может достигать значений порядка 10 – 20 МэВ. При больших энергиях начинают сказываться релятивистские эффекты (зависимость массы частиц от скорости их движения), что приводит к потере синхронизации между периодами изменения электрического поля и обращения частиц в магнитном поле (период обращения будет зависеть от скорости, он будет увеличиваться).

Учёт релятивистских эффектов при ускорении частиц можно провести либо за счёт изменения частоты подаваемого на электроды переменного напряжения (фазотрон, максимальная энергия протонов при этом достигает значений $W_K = 1$ ГэВ, она ограничена размерами дуантов), либо таким одновременным изменением электрического и магнитного полей, при котором частицы будут двигаться по окружности постоянного радиуса (синхротрон, максимальная энергия частиц $W_K \approx 500$ ГэВ).

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Опыты Фарадея. Явление электромагнитной индукции

В 1831 году после десяти лет упорной работы опытным путём М.Фарадею удалось «превратить магнетизм в электричество», т.е. показать, что не только электрический ток создает в окружающем пространстве магнитное поле, но и магнитное поле способно порождать в замкнутом проводящем контуре электрический ток, получивший название индукционного тока.

Столь большой срок открытия связан с тем, что существовала неэквивалентность взаимосвязи электрических и магнитных явлений, а именно постоянный электрический ток порождает в окружающем пространстве постоянное магнитное поле, а для возникновения в замкнутом проводящем контуре постоянного индукционного тока необходимо было вызвать изменение магнитного потока Φ .

В опытах Фарадея пронизывающий первый контур (катушку 1) магнитный поток изменялся различными способами (рис. 3.16): 1) замыкалась и размыкалась цепь второго контура; 2) с помощью реостата изменялась сила тока во втором контуре; 3) второй контур приближался или удалялся относительно первого контура; 4) постоянный магнит приближался или удалялся относительно первого контура; 5)

движение совершал контур 1 относительно магнита и контура 2, по которому протекал постоянный ток, и т.д.

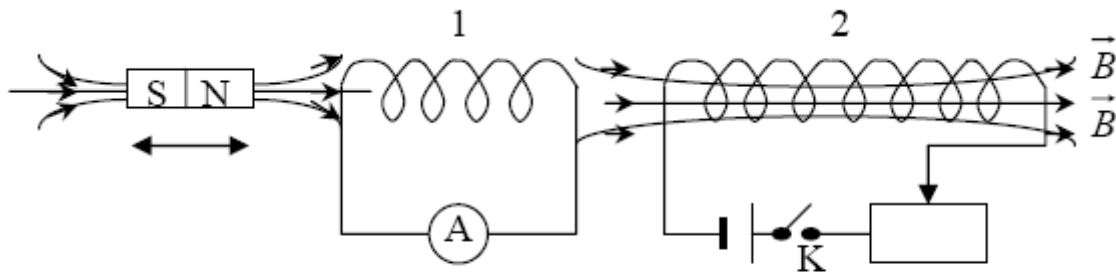


Рис. 3.16

Во всех этих опытах переменный магнитный поток, пронизывающий первый контур, приводил к возникновению в нём ЭДС. индукции \mathcal{E}_i и индукционного тока I_i , который фиксировался амперметром. Причём индукционный ток изменял своё направление при смене направления движения магнита, направления движения контуров 1 и 2, при замене нарастающего тока в контуре 2 убывающим со временем током, при замене замыкания цепи второго контура её размыканием.

В итоге *Фарадей* показал, что сила индукционного тока I_i и ЭДС индукции \mathcal{E}_i зависят от скорости изменения магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, и не зависят от способа изменения магнитного потока Φ .

Закон электромагнитной индукции Фарадея.

Природа сторонних сил. Первое уравнение Максвелла в интегральной форме

На основе проделанных опытов *Фарадей* сформулировал **закон электромагнитной индукции**, который гласит: при всяком изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в нём возникает ЭДС индукции \mathcal{E}_i , равная скорости изменения магнитного потока, взятой с обратным знаком.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = \int_S B ds \cos\alpha, \quad (3.37)$$

где Φ - магнитный поток, пронизывающий любую поверхность S , опирающуюся на проводящий контур.

Изменение со временем магнитного потока Φ может происходить либо за счёт изменения угла α (вращения контура в магнитном поле), либо изменения площади S контура, либо изменения со временем магнитного поля, в котором находится контур.

Во всех этих случаях в контуре возникает ЭДС индукции \mathcal{E}_i , т.е. возникают сторонние силы, совершающие работу по разделению разноимённых электрических зарядов.

Природа сторонних сил может быть разной. Случай 1. Вектор \vec{B} не зависит от времени, а площадь S контура и угол α изменяются. В постоянном во времени магнитном поле возникновение ЭДС индукции \mathcal{E}_i в проводящем контуре (он вращается, или изменяется его площадь) или в движущемся проводнике (изменяется площадь поверхности, описываемая проводником) обусловлена действием на свободные заряды силы Лоренца. Действительно, как видно из рис. 3.17,а, сила Лоренца вызывает движение электронов к одному концу проводника, на нём возникает избыток электронов, а на другом

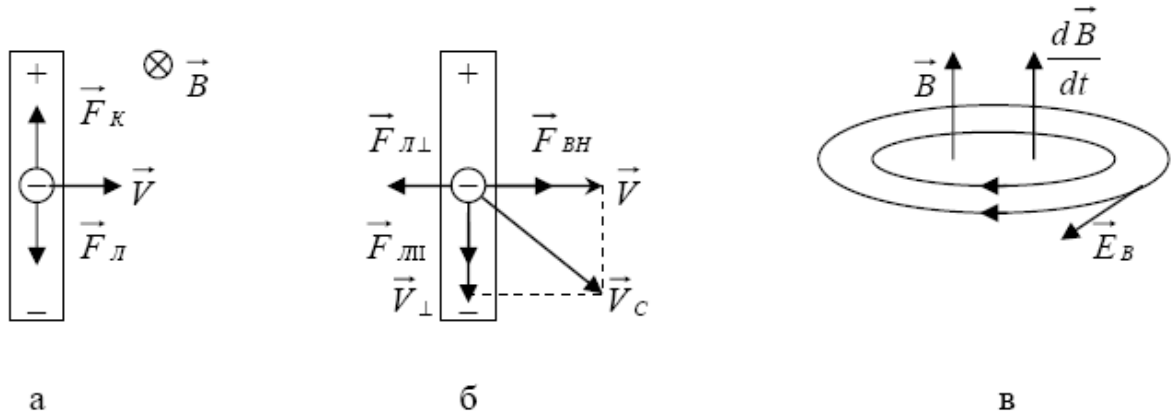


Рис. 3.17.

конце их недостаток. Следовательно, сила Лоренца разделяет разноимённые заряды, т.е. является сторонней силой: $\vec{F}_L = \vec{F}_{стор}$.

Полезно обсудить вопрос о том, почему сила Лоренца, которая не может совершать работы, так как мощность силы Лоренца равна нулю

$$(N_L = \frac{A_L}{t} = F_L v \cos 90^\circ = 0), \text{ разделяет разноимённые заряды, т.е. её}$$

работа отлична от нуля? Для ответа на этот вопрос отметим, что разделение зарядов происходит в промежутке времени, в течение которого под действием внешней силы $\vec{F}_{ВН}$ скорость проводника изменяется от нуля до постоянного значения v . В эти моменты времени суммарная скорость свободного электрона \vec{v}_c будет направлена под произвольным углом к проводнику (рис. 3.17,б) и, кроме параллельной, направленной вдоль проводника силы Лоренца $\vec{F}_{ЛП}$, которая разделяет разноименные заряды и является сторонней силой, появляется из-за скорости \vec{v}_\perp перпендикулярная составляющая силы Лоренца $\vec{F}_{Л\perp}$. Работа перпендикулярной составляющей силы Лоренца $\vec{F}_{Л\perp}$ отлична от нуля за счёт работы внешней силы $\vec{F}_{ВН}$ и поэтому, несмотря на то, что суммарная сила Лоренца \vec{F}_L , равная $(\vec{F}_{ЛП} + \vec{F}_{Л\perp})$, работы не совершает, работа составляющих её сил отлична от нуля.

$$A_{BH} \neq 0 \Rightarrow A_{L\perp} \neq 0, \quad A_L = A_{L\perp} + A_{L\parallel} = 0, \quad A_{L\parallel} = -A_{L\perp} \neq 0.$$

Таким образом, работа сторонней силы $\vec{F}_{L\parallel}$ происходит за счёт работы внешней силы \vec{F}_{BH} , ускоряющей проводник.

При постоянной скорости движения проводника ($v = const$) внешняя сила \vec{F}_{BH} и, соответственно, $\vec{F}_{L\perp}$ отсутствуют, и на свободные электроны в проводнике будут действовать только две равные по модулю и противоположные по направлению силы - сила Лоренца $\vec{F}_{L\perp}$ и кулоновская сила \vec{F}_K , поэтому разделение зарядов будет отсутствовать и работа $\vec{F}_{L\perp}$ обращается в ноль.

Во время ускорения проводника сумма сил $\vec{F}_{L\perp}$, действующих на свободные электроны, создаёт силу Ампера (в металле появляется индукционный ток), которая действует на проводник и препятствует его ускорению. При постоянной скорости движения сила Ампера не возникает и проводник движется в отсутствие внешней силы.

Случай 2. Вектор \vec{B} изменяется со временем, а площадь S контура и угол α остаются постоянными. Опытным путём было доказано, что ЭДС индукции \mathcal{E}_i может возникать и в неподвижном проводящем контуре (проводнике), находящемся в переменном во времени магнитном поле. В этом случае на свободные заряды в проводнике сила Лоренца не действует ($v = 0 \Rightarrow F_L = |q|vB \sin \alpha = 0$) и для объяснения возникновения ЭДС индукции \mathcal{E}_i Максвелл сформулировал следующее положение (постулат), которое называют **первым положением теории Максвелла: переменное во времени магнитное поле порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле.** Таким образом, **Максвелл ввел новый вид поля - вихревое электрическое поле.**

В отличие от электростатического поля линии вихревого электрического поля являются замкнутыми, они связаны с направлением вектора $\frac{d\vec{B}}{dt}$ правилом левого буравчика и лежат в плоскости, перпендикулярной к вектору \vec{B} (см. рис. 3.17,в). Силы этого поля являются сторонними силами, они совершают работу по разделению разноимённых зарядов

$$A_{\text{стор}} = \oint_{\Gamma} \vec{F}_{\text{стор}} d\vec{l} = q \oint_{\Gamma} \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l}; \quad (3.38)$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{A_{\text{стор}}}{q} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l}, \quad (3.39)$$

где $\vec{E}_{ВИХР}$ - вектор напряжённости электрического поля, а контур (Γ) (воображаемая линия) находится внутри проводящего контура (проводника).

Запишем уравнение, отражающее первое положение теории Максвелла. С этой целью обобщим закон электромагнитной индукции Фарадея (3.37), т.е. введем в уравнение закона предложенный Максвеллом источник сторонней силы - вихревое электрическое поле, которое, как уже было отмечено выше, возникает при наличии в пространстве переменного во времени магнитного поля.

Для установления взаимосвязи между электрическим и магнитным полями проводящий контур (проводник) не нужен, он является прибором, который обнаруживает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле. Выберем в качестве контура (Γ) воображаемую замкнутую линию. Тогда, учитывая (3.37), можно записать

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}, \quad (3.40)$$

где $\vec{E} = \vec{E}_{ВИХР} + \vec{E}_{ЭЛ}$ - суммарная напряжённость вихревого электрического и электростатического полей.

В формуле (3.40) берётся частная производная от вектора \vec{B} по времени t , при этом считается, что контур (Γ) и опирающаяся на него поверхность s неподвижны.

Также при записи (3.40) было учтено, что циркуляция вектора напряжённости $\vec{E}_{ЭЛ}$ электростатического поля по замкнутому контуру (Γ) равна нулю.

Уравнение (3.40) представляет собой **первое уравнение Максвелла в интегральной форме**. Оно читается следующим образом: *циркуляция вектора \vec{E} суммарного электрического поля по произвольному замкнутому контуру (Γ) равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через поверхность s , опирающуюся на контур.*

Физический смысл уравнения (3.40) состоит в следующем: источником вихревого электрического поля является переменное магнитное поле (в правой части находится источник того, что стоит в левой части уравнения).

Правило Ленца. Вывод закона ЭМИ из закона сохранения энергии

Наличие ЭДС индукции \mathcal{E}_i в проводящем контуре сопротивлением R приводит к возникновению в нем индукционного тока, который можно рассчитать по закону Ома для полной цепи

$$I_i = \mathcal{E}_i / R. \quad (3.41)$$

Направление же индукционного тока можно найти по **правилу Ленца**. Оно формулируется следующим образом: *индукционный ток в контуре возникает такого направления, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало любым изменениям магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.*

С правилом Ленца связан знак минус в формуле (3.37). Действительно, если магнитный поток Φ через плоскость контура возрастает, то $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ и согласно (3.37) $\varepsilon_i < 0$, т.е. магнитный поток Φ_i , создаваемый индукционным током, будет противоположен по знаку магнитному потоку Φ . При убывании Φ $\frac{d\Phi}{dt} < 0$, $\varepsilon_i > 0$ и магнитные потоки Φ_i , и Φ совпадают по знаку.

Рассмотрим пример определения направления индукционного тока по правилу Ленца (рис. 3.18,а). Пусть проводящий контур находится во внешнем магнитном поле \vec{B} , которое возрастает со временем ($\frac{d\vec{B}}{dt} > 0$). Тогда магнитный поток Φ , пронизывающий контур, увеличивается ($\Delta\Phi > 0$), т.е. возрастает число линий, пересекающих поверхность контура. Согласно правилу Ленца, индукционный ток препятствует нарастанию Φ (увеличению числа линий \vec{B}), поэтому он создаёт своё магнитное поле \vec{B}_i , линии которого направлены против линий \vec{B} внешнего магнитного поля. Зная направление линий \vec{B}_i , определяем по правилу правого буравчика направление индукционного тока.

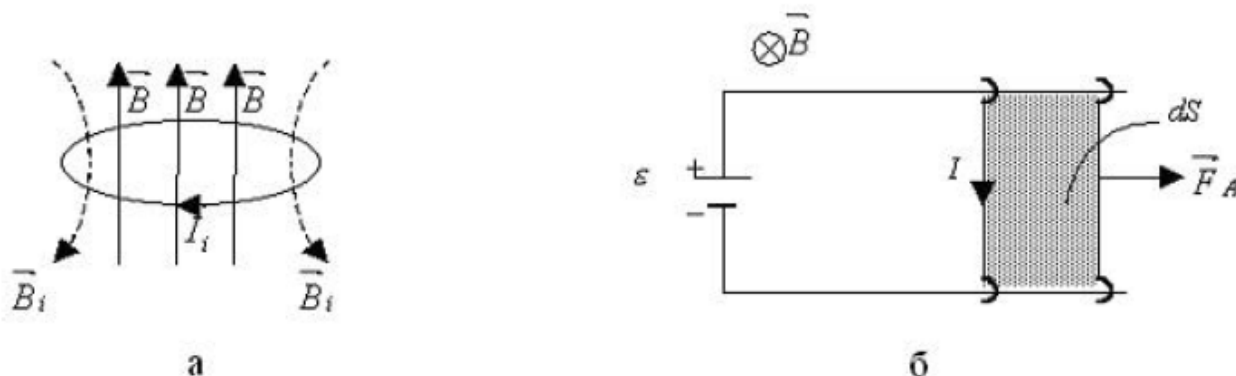


Рис. 3.18

Если же внешнее магнитное поле будет убывать со временем, то число линий \vec{B} , пронизывающих плоскость контура, будет также убывать ($\Delta\Phi < 0$) и, следовательно, линии \vec{B}_i индукционного тока будут направлены в ту же сторону, что и линии \vec{B} , и индукционный ток будет направлен против часовой стрелки.

Покажем, что экспериментально установленный Фарадеем закон ЭМИ является следствием закона сохранения энергии. Для этого рассмотрим замкнутый контур, в который входит источник тока с ЭДС ε и подвижный проводник-перемычка,

скользящий без трения по направляющим стержням. Контур находится в магнитном поле, линии \vec{B} которого перпендикулярны к его плоскости (рис. 3.18,б).

Согласно закону сохранения энергии, работа сил источника тока ($dA_{\text{СТОП}} = \mathcal{E}Idt$) расходуется на нагревание проводников ($dQ = I^2Rdt$) и на работу сил магнитного поля по перемещению проводника-перемычки с током ($dA_{\text{МАГН}} = Id\Phi$)

$$\begin{aligned} \mathcal{E}Idt &= I^2Rdt + Id\Phi \Rightarrow \\ IR &= \mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_i, & \mathcal{E}_i &= -\frac{d\Phi}{dt}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

В записанных выше формулах R - сопротивление контура, $d\Phi$ элементарный магнитный поток, пронизывающий поверхность dS , описываемую проводником при его движении.

Согласно второму правилу Кирхгофа (раздел «Постоянный ток»), в правой части полученной формулы (3.42) должна стоять алгебраическая сумма представляет собой

ЭДС, действующих в замкнутой цепи, т.е. величина $\left(-\frac{d\Phi}{dt}\right)$ представляет собой ЭДС, обусловленную изменением магнитного потока через поверхность контура, что и требовалось показать.

Тот факт, что экспериментально установленный закон ЭМИ можно вывести из закона сохранения энергии, не умаляет его значения в историческом развитии физики, так как этот закон обобщил большое количество экспериментальных фактов того времени, явился мощным стимулом к развитию и созданию новой области физики – физики электромагнитных явлений.

Применение явления электромагнитной индукции в технике

Рассмотрим несколько примеров применения (проявления) явления электромагнитной индукции в технике.

1. Определение модуля вектора магнитной индукции \vec{B} .

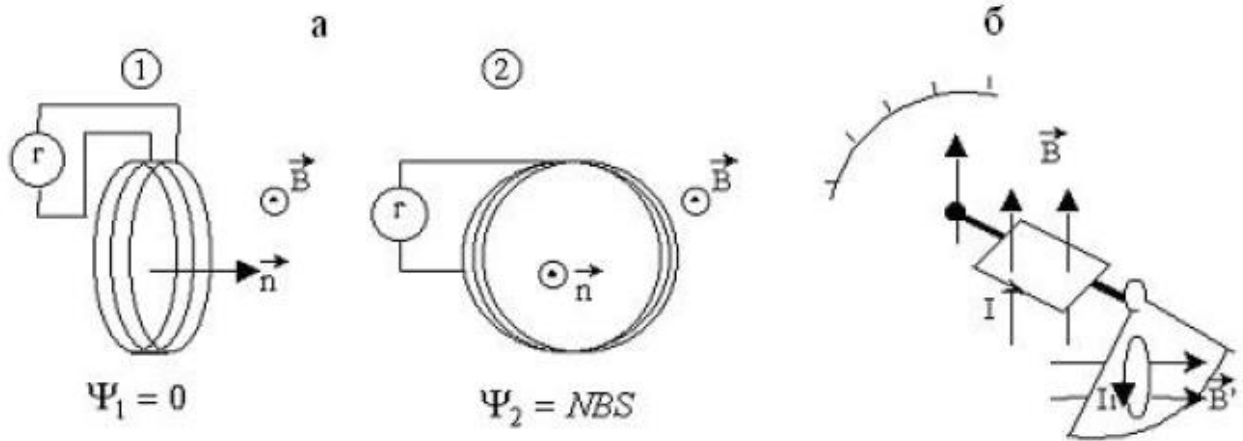


Рис.3.19

Для определения модуля \vec{B} в магнитное поле помещается катушка малой площади S поперечного сечения, содержащая N витков. В цепь катушки включается баллистический гальванометр, время измерения которого Δt_u значительно превышает время Δt поворота катушки в магнитном поле из состояния 1 в состояние 2 (рис. 3.19,а). Поэтому такой прибор измеряет не силу индукционного тока, а заряд q , протекающий по цепи за время поворота Δt .

Найдём формулу для модуля \vec{B} . Введём понятие **потокосцепления Ψ** как произведения числа витков N на магнитный поток, пронизывающий один виток, и перепишем с учётом этого формулу (3.37):

$$\Psi = N\Phi, \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (3.43)$$

Итак,

$$q = \int I_i dt = \int \frac{\varepsilon_i dt}{R_y} = -\frac{1}{R_y} \int \frac{d\Psi}{dt} dt = -\frac{1}{R_y} \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} d\Psi = -\frac{1}{R_y} \Delta\Psi, \quad q = -\frac{1}{R_y} \Delta\Psi. \quad (3.44)$$

В нашем случае, с учётом однородности поля в пределах катушки малого сечения, можно записать

$$q = -\frac{\Psi_2}{R_y} = -\frac{NBS}{R_y} \Rightarrow B = \frac{|q|R_y}{NS},$$

где $R_{ц}$ - сопротивление цепи.

Полученное выражение по известным параметрам N , S , $R_{ц}$ и измеренного значения q позволяет найти значение модуля вектора \vec{B} в данной точке магнитного поля.

2. **Токи Фуко** - это индукционные токи, возникающие в массивных проводниках. Для таких проводников сопротивление R будет мало и поэтому

индукционные токи ($I_i = \varepsilon_i / R$) достигают большой величины. Их можно использовать для нагрева и плавления металлических заготовок, получения особо чистых сплавов и соединений металлов. Для этого металлическую заготовку помещают в индукционную печь (соленоид, по которому пропускают переменный ток). Тогда, согласно закону электромагнитной индукции, внутри металла возникают индукционные токи, которые разогревают металл и могут его расплавить. Создавая в печи вакуум и применяя левитационный нагрев (в этом случае силы электромагнитного поля не только разогревают металл, но и удерживают его в подвешенном состоянии вне контакта с поверхностью камеры), получают особо чистые металлы и сплавы.

Токи Фуко могут приводить и к нежелательным явлениям - к нагреву сердечников трансформаторов, электродвигателей и т.д. Поэтому в этих случаях увеличивают сопротивление массивного проводника, набирая его в виде отдельных пластин, и тем самым уменьшают нагрев проводников. Действительно, сила индукционных токов в отдельных пластинах существенно уменьшается по сравнению с силой тока, текущего по массивной пластине, и в соответствии с формулой $Q = I^2 R t$ уменьшается и выделяемое в проводнике количество теплоты.

Индукционные токи можно использовать, например для демпфирования (успокоения) подвижных частей электроприборов (рис. 3.19,б). При пропускании по рамке тока I она поворачивается в магнитном поле \vec{B} на определённый угол, и стрелка прибора перемещается по шкале прибора. Для того чтобы она не совершала длительное время колебаний около какого-либо деления шкалы на ось, к которой прикреплена стрелка, прикрепляют металлическую пластинку, которая при своём движении может пересекать линии \vec{B}' другого магнитного поля, что приводит к переменному магнитному потоку через плоскость пластинки. При этом возникающий в ней индукционный ток I_i , согласно правилу Ленца, тормозит движение пластинки и колебания стрелки прибора быстро затухают.

Нужно также отметить, что возникновение индукционного тока при пропускании по проводнику переменного тока приводит к перераспределению суммарного тока по сечению проводника, а именно, он выталкивается на поверхность проводника. Под **скин-эффектом** понимают явление неравномерного распределения переменного тока по поперечному сечению проводника, повышение его плотности в поверхностном слое. Это явление наиболее заметно в СВЧ-диапазоне (диапазон сверхвысоких частот $\nu - 10^{10}$ Гц), в этом случае переменный ток течёт только в слое малой толщины вблизи поверхности проводника, и поэтому металлические проводники для такого диапазона частот изготавливают в виде полых трубок.

Дадим краткое объяснение этому явлению. Рассмотрим текущий по проводнику переменный ток проводимости в тот момент времени, когда вектор напряженности \vec{E} внешнего электрического поля направлен вверх, а сила тока и соответственно,

вектор магнитной индукции \vec{B} возрастают по модулю (направление вектора \vec{E} и вектора \vec{B} внутри проводника показаны на рис. 3.20,а). Тогда согласно первому уравнению Максвелла (см. параграф 3.2.2.

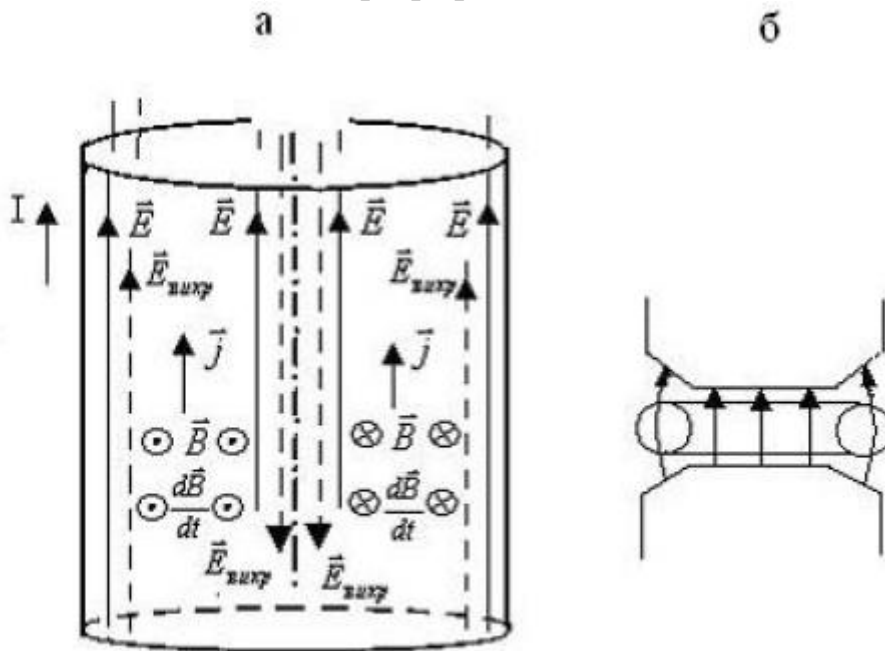


Рис. 3.20

и рис. 3.17в) переменное магнитное поле создает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, направления линий $\vec{E}_{ВИХР}$ которого внутри проводника показаны на рис. 3.20,а). Как видно из рис. 3.20 около осевой линии проводника, в его центральной части, линии \vec{E} и $\vec{E}_{ВИХР}$ направлены в противоположные стороны, а вблизи поверхности проводника - в одну сторону. Это согласно закону Ома в дифференциальной форме ($\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{ВИХР})$) приводит к ослаблению плотности тока в центральной части проводника и его возрастанию около поверхности проводника, т.е. к перераспределению тока по сечению проводника - к скин-эффекту.

3. Бетатрон - ускоритель электронов. Между полюсами электромагнита, по которому пропускают переменный электрический ток частоты $\nu=100$ Гц, расположено полое кольцо, изготовленное из неферромагнитного материала (например, из алюминия, в этом случае магнитное поле проникает внутрь кольца). Внутри него, в вакууме, движется ускоряемый пучок электронов (см. рис. 3.20).

Переменное магнитное поле выполняет две функции: 1) создаёт вихревое электрическое поле, силы которого совершают работу по ускорению электронов (см. рис. 3.17,в и формулу (3.38)); 2) удерживает электроны при их ускорении на

круговой орбите внутри кольца. За это время ($\tau \sim 10^3$ с) радиус орбиты $R = \frac{mv}{|q|B}$

должен оставаться постоянным, поэтому увеличение модуля скорости \vec{v} частицы должно сопровождаться увеличением и модуля вектора индукции \vec{B} магнитного поля. Следовательно, бетатрон работает в импульсном режиме: ускорение происходит в те промежутки времени, когда сила тока I и соответственно модуль вектора B возрастают.

Полюса электромагнита делают специальной усеченной формы, позволяющей выполнить условие, при котором числовое значение индукции магнитного поля $B_{ОРБ}$ на орбите бетатрона должно равняться половине усредненной по плоскости орбиты индукции $\langle B \rangle$: $\langle B \rangle = 2B_{ОРБ}$. Необходимость выполнения этого условия можно объяснить следующим образом. Из первого уравнения Максвелла (3.40), записанного для орбиты бетатрона, следует, что

$$2\pi r E_{\text{вихр}} = \left| \frac{d\langle B \rangle}{dt} \right| \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad E_{\text{вихр}} = \frac{r}{2} \left| \frac{d\langle B \rangle}{dt} \right|,$$

Где индукция магнитного поля, усредненного по плоскости орбиты, определяется по формуле

$$\langle B \rangle = \frac{1}{\pi r^2} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

С другой стороны, можно выразить напряженность вихревого электрического поля, используя второй закон Ньютона

$$\vec{E}_{\text{вихр}} = \frac{1}{q} \vec{F}_b = \frac{1}{q} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{1}{q} \frac{d(qr\vec{B}_{\text{орб}})}{dt} = r \frac{d\vec{B}_{\text{орб}}}{dt} \Rightarrow E_{\text{вихр}} = r \left| \frac{dB_{\text{орб}}}{dt} \right|.$$

Сравнивая две формулы для $\vec{E}_{\text{вихр}}$, получаем записанное выше соотношение между $\langle B \rangle$ и $B_{ОРБ}$.

В бетатроне электроны ускоряются до энергий порядка 50 - 60 МэВ. Они нашли применение для дефектоскопии металлических предметов: пропускание пучка электронов через металл позволяет обнаруживать внутри него различные полости.

Явление самоиндукции Индуктивность контура. Индуктивность соленоида

Возьмём контур, по которому протекает ток I . Он создаёт в окружающем пространстве магнитное поле, линии которого пронизывают плоскость контура (рис. 3.21). Возникающий при этом магнитный поток получил название **магнитного потока самоиндукции** \mathcal{C}_S , так как сам ток наводит, индуцирует этот магнитный поток.

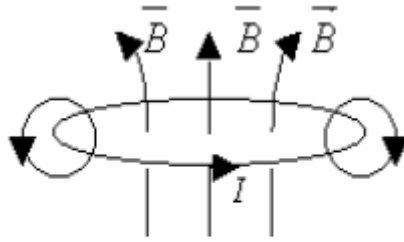


Рис. 3.22

Под **явлением самоиндукции** можно понимать явление возникновения магнитного потока самоиндукции при протекании по цепи тока. В случае, когда контур содержит N витков, используют понятие потокосцепления Ψ_S самоиндукции ($\Psi_S = N\Phi_S$).

Оказывается, что Ψ_S и I прямо пропорциональны друг другу, и поэтому можно записать

$$\Psi_S = LI, \quad (3.45)$$

где коэффициент пропорциональности L называют **индуктивностью контура**.

Он описывает способность контура создавать потокосцепление самоиндукции и равен отношению Ψ_S и I :

$$L = \frac{\Psi_S}{I}. \quad (3.46)$$

Индуктивность контура зависит от геометрических размеров контура, через относительную магнитную проницаемость μ и от магнитных свойств окружающей среды. Для ферромагнитных сред μ зависит от силы текущего по проводнику тока, что приводит к зависимости для таких сред L от I .

Приведем примеры расчета индуктивности для различных контуров.

Пример 1. Индуктивность длинного соленоида. Рассмотрим соленоид, для которого его длина во много раз превышает диаметр витков. В этом случае для модуля вектора B можно воспользоваться формулой (3.21) и, следовательно, для L получим

$$L = \frac{\Psi_S}{I} = \frac{N\Phi_S}{I} = \frac{NBS \cos 0}{I} = \frac{N\mu\mu_0 InS}{I} = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (3.47)$$

где V - объём, занимаемый соленоидом.

Пример 2. Индуктивность единицы длины коаксиального кабеля.

Магнитное поле коаксиального кабеля существует только между его цилиндрическими проводниками (формула (3.23)), и поэтому магнитный поток

самоиндукции нужно рассчитывать через поверхность, которая располагается в пространстве между цилиндрами (рис. 3.22).

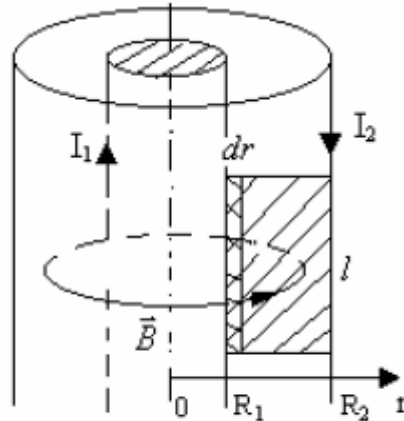


Рис. 3.22

Это будет прямоугольная поверхность длины l , через нее проходят все линии \vec{B} , созданные током, текущим по внутреннему цилиндру. Так как поле является неоднородным и обладает осевой симметрией, то для расчета интеграла можно выбрать элементарную площадку в виде полоски шириной dr и длиной l , что позволяет получить следующую формулу:

$$L = \frac{\Psi_s}{I} = \frac{1}{I} \int B dS \cos \alpha = \frac{1}{I} \int \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu \mu_0 l}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu \mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu \mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (3.48)$$

ЭДС самоиндукции. Правило Ленца

Можно дать другое эквивалентное определение явления самоиндукции, а именно, - это явление возникновения ЭДС индукции \mathcal{E}_i в том контуре, по которому протекает переменный ток. Возникающие при этом ЭДС индукции \mathcal{E}_i и индукционный ток I_i называют ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_s и током самоиндукции I_s . Для них с учётом формул (3.37) и (3.46) можно записать

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Psi_s}{dt} = -L \frac{dI}{dt}, \quad I_s = \frac{\mathcal{E}_s}{R} = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}. \quad (3.49)$$

Правило Ленца для явления самоиндукции формулируется следующим образом: ток самоиндукции препятствует любым изменениям основного тока, текущего по цепи.

Из формулы (3.49) следует, что любые изменения тока в цепи тормозятся и тем сильнее, чем больше индуктивность цепи и меньше ее сопротивление.

Можно сказать, что индуктивность цепи является мерой её электрической инертности подобно тому, как масса в механике является мерой инертности тела при его поступательном движении.

Зависимость силы тока от времени при размыкании цепи

Рассмотрим электрическую цепь, приведённую на рис. 3.23,а. Она содержит источник постоянного тока с ЭДС \mathcal{E} , катушку индуктивности L , сопротивления R и r , а также ключ K .

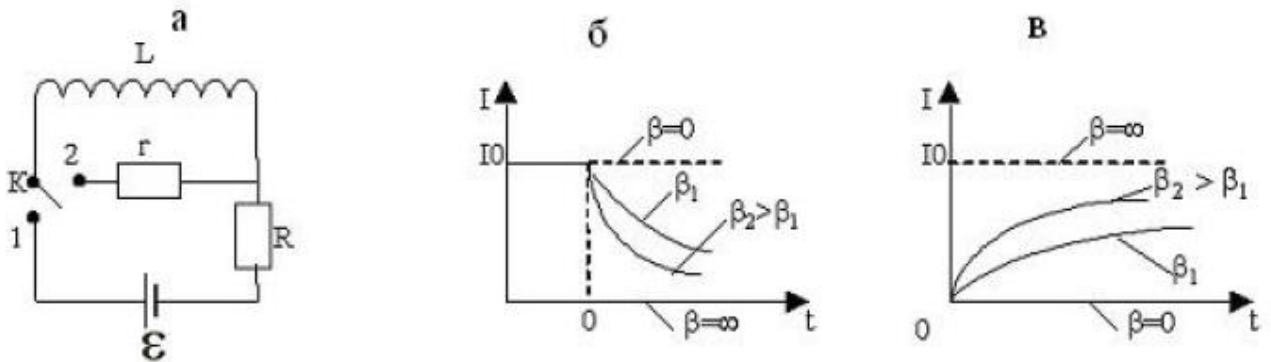


Рис. 3.23

Когда ключ K находится в положении 1, по цепи протекает постоянный ток $I_0 = \mathcal{E}/R$, а в катушке сосредоточена энергия в виде энергии W_M магнитного поля. В момент времени $t=0$ ключ K перебрасывают в положение 2, цепь размыкается, и ток в ней начинает убывать, он убывает постепенно за счёт возникающего в катушке явления самоиндукции. При этом запасённая в катушке энергия магнитного поля расходуется на поддержание убывающего тока, нагревание проводников.

Отметим, что размыкание электрической цепи означает, что в неё вводят бесконечно большое сопротивление r ($r \rightarrow \infty$), и поэтому $r \gg R$. Цепь считается разомкнутой, если сила тока в ней достигает значений порядка ~ 1 мкА, соответствующих случайным значениям силы тока, они связаны с тепловым движением свободных электронов в металле.

Выведем формулу для зависимости силы тока от времени при размыкании цепи. Для этого запишем закон Ома для полной цепи:

$$\begin{aligned}
 Ir = \mathcal{E}_s, & & -L \frac{dI}{dt} = Ir, & & \frac{dI}{I} = -\beta dt; \\
 \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\beta \int_0^t dt, & & \ln \frac{I}{I_0} = -\beta t, & & \\
 I = I_0 e^{-\beta t}, & & \beta = r/L. & & (3.50)
 \end{aligned}$$

На рис. 3.23,б приведены построенные по уравнению (3.50) зависимости силы тока I от времени t при различных значениях параметра β - от нуля ($L \rightarrow \infty$, соответствует отсутствию убывания тока в цепи) до бесконечности ($L \rightarrow 0$, ток мгновенно убывает до нуля). Из формулы (3.50) следует, что чем больше β , т.е. чем больше r или меньше L , тем быстрее убывает ток в цепи.

Рассмотрим зависимость ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_S от времени t при размыкании цепи. Для этого подставим формулу (3.50) для силы тока в выражение (3.49):

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d}{dt}(I_0 e^{-\beta t}) = -LI_0 \left(-\frac{1}{\beta}\right) e^{-\beta t} = r I_0 e^{-\beta t} = \varepsilon \frac{r}{R} e^{-\beta t},$$

$$\mathcal{E}_S(0) = \varepsilon \frac{r}{R} \gg 1.$$

Итак, из-за того, что $r \gg R$, в начальные моменты времени при размыкании цепи наблюдается скачок ЭДС самоиндукции, и она может превышать постоянную ЭДС, действующую в цепи, во много раз (рис. 3.24). Это может привести к пробое диэлектриков и выходу из строя электрооборудования.

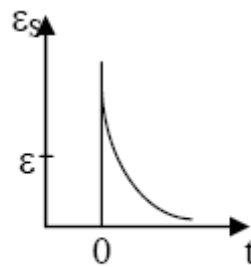


Рис. 3.24

Поэтому электрические цепи, содержащие большую индуктивность, необходимо размыкать так, чтобы сопротивление увеличивалось не скачком, а постепенно.

С энергетической точки зрения скачок \mathcal{E}_S связан с тем, что при быстром размыкании цепи, содержащей большую индуктивность, большая энергия магнитного поля, запасённая в катушке, должна быстро израсходоваться, это и приводит к нежелательным последствиям - плавлению контактов, проскакиванию искр и пробое диэлектриков во время размыкания цепи.

Энергия магнитного поля контура с током. Объёмная плотность энергии магнитного поля

Любой контур индуктивности L , по которому протекает ток I , обладает энергией в виде энергии магнитного поля W_M . Выведем формулу для W_M исходя из закона сохранения энергии, а именно, при размыкании цепи энергия магнитного поля катушки расходуется на нагревание проводников

$$W_{\text{м}} = Q = \int_0^{\infty} I^2 r dt = I_0^2 \int_0^{\infty} e^{-2\beta t} dt = I_0^2 r \left(-\frac{1}{2\beta}\right) e^{-2\beta t} \Big|_0^{\infty} = \frac{r}{2\beta} I_0^2 = \frac{LI_0^2}{2},$$

$$W_{\text{м}} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (3.51)$$

Введём **объёмную плотность энергии** W_M магнитного поля как энергию магнитного поля, заключённую в единице объёма пространства

$$w_{\text{м}} = \frac{dW_{\text{м}}}{dV} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (3.52)$$

Из формулы (3.52) видно, что она зависит от модуля вектора магнитной индукции и от магнитных свойств окружающей среды, т.е. от μ . Докажем справедливость формулы (3.52). Для этого рассмотрим однородное магнитное поле длинного соленоида индуктивности L ($L = \mu\mu_0 n^2 V$, формула (3.47)), по которому протекает ток силой I ($B = \mu\mu_0 nI$, формула (3.21)):

$$w_{\text{м}} = \frac{dW_{\text{м}}}{dV} = \frac{W_{\text{м}}}{V} = \frac{LI^2}{2V} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V}{2V} \left(\frac{B}{\mu\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu\mu_0},$$

что и требовалось показать.

В случае неоднородного магнитного поля его энергию W_M , заключённую в конечном объёме V , можно определить по формуле

$$W_{\text{м}} = \int_V w_{\text{м}} dV = \int_V \frac{B^2(x, y, z)}{2\mu\mu_0} dV. \quad (3.53)$$

Зависимость силы тока от времени при замыкании цепи

В цепи, приведённой на рис. 3.24,а, ключ K сначала находится в положении 2, тока в цепи нет ($I = 0$). В момент времени $t=0$ ключ перебрасывают в положение 1. Ток в цепи начинает нарастать, он нарастает постепенно из-за возникающего в катушке явления самоиндукции. Зависимость силы тока I от времени t можно найти, используя закон Ома для полной цепи

$$\varepsilon + \varepsilon_s = IR \Rightarrow I = I_0(1 - e^{-\beta t}), \quad \beta = R/L. \quad (3.54)$$

На рис. 3.23, в приведены графики зависимости I от t , полученные из уравнения (3.54), для разных параметров β - от нуля ($L \rightarrow \infty$, ток в цепи не нарастает) до бесконечности ($L \rightarrow 0$, ток в цепи мгновенно достигает значения $I = I_0$). Видно, что чем больше β , т.е. чем больше R и меньше L , тем быстрее нарастает ток в цепи.

Отметим, что с энергетической точки зрения постепенное нарастание тока при замыкании цепи, содержащей катушку большой индуктивности, связано с

необходимостью накопления энергии магнитного поля в катушке в начальные моменты времени. При этом скачка ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_S не возникает, так как в катушке до этого не была запасена энергия магнитного поля.

**Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность двух контуров.
Взаимная индуктивность двух коаксиальных соленоидов**

Пусть в пространстве находятся два проводящих контура 1 и 2 (рис. 3.25,а). Если пропустить по контуру 1 ток I_1 , то часть линий вектора магнитной индукции \vec{B}_1 , созданного током I_1 магнитного поля, будет пересекать плоскость второго контура, вследствие чего возникает потокосцепление Ψ_{21} взаимной индукции, которое прямо пропорционально силе тока I_1 .

$$\Psi_{21} = L_{21}I_1. \quad (3.55)$$

Если пропустить ток I_2 по второму контуру, то аналогичные рассуждения приводят к следующей формуле:

$$\Psi_{12} = L_{12}I_2. \quad (3.56)$$

Можно показать, что в случае неферромагнитной среды входящие в формулы (3.55) и (3.56) коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} будут одинаковыми, они получили название **взаимной индуктивности контуров 1 и 2**.

2.

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}. \quad (3.57)$$

Взаимная индуктивность L_{12} (L_{21}) зависит от взаимного расположения

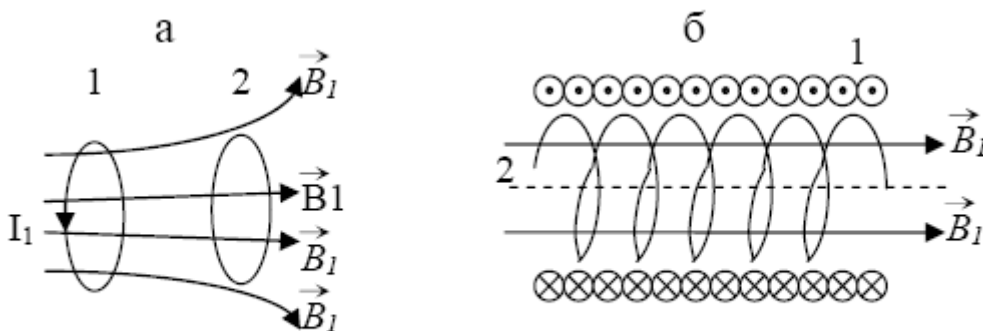


Рис. 3.25

контуров, их геометрии и магнитных свойств окружающей среды, т.е. от μ .

Явление взаимной индукции - это явление возникновения ЭДС индукции в одном контуре при протекании переменного тока в другом контуре, или это явление возникновения магнитного потока взаимной индукции при протекании тока в одном

из контуров. Используя закон Фарадея (3.37) и формулы (3.55) и (3.56), можно записать

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad \varepsilon_{i1} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (3.58)$$

На явлении взаимной индукции основан принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока.

В заключение этого параграфа оценим взаимную индуктивность двух коаксиальных соленоидов – соленоидов с общей осью (рис. 3.25,б). Пусть площади их поперечного сечения совпадают ($S_1 = S_2 = S$), совпадают также их длины ($l_1 = l_2 = l$), а разными будут числа витков на единицу длины n_1 и n_2 . Для расчёта L_{21} пропустим ток I_1 по первому соленоиду и воспользуемся формулой (3.57)

$$L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 B_1 S}{I_1} = \frac{N_2 \mu \mu_0 I_1 S n_1}{I_1} = \mu \mu_0 n_1 n_2 V = \sqrt{L_1 L_2}, \quad (3.59)$$

где L_1, L_2 – индуктивности коаксиальных соленоидов.

Второе уравнение Максвелла в интегральной форме. Ток смещения

Основная идея теории Максвелла заключалась во взаимосвязи между собой электрических и магнитных полей: если переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве электрическое поле (первое положение теории Максвелла), то в свою очередь и переменное электрическое поле должно создавать в окружающем пространстве магнитное поле. В связи с этим Максвелл сформулировал второе положение теории Максвелла, а именно: переменное электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.

Следовательно, в теореме о циркуляции вектора \vec{B} (формула (3.18)) к источникам магнитного поля в виде токов проводимости добавляется ещё один источник, который Максвелл назвал током смещения,

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu \mu_0 \left(\sum_i I_{\text{пр}_i} + I_{\text{см}} \right) = \mu \mu_0 \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}) dS. \quad (3.60)$$

Формула (3.60) получила название закона полного тока.

В выражение (3.60) введены плотности тока проводимости ($\vec{j}_{\text{пр}}$) и смещения ($\vec{j}_{\text{см}}$); интеграл берётся по поверхности S , опирающейся на контур (Γ).

Под **током смещения** $I_{\text{см}}$ понимают скалярную физическую величину, измеряемую в амперах, характеризующую способность электрического поля создавать магнитное поле, и пропорциональную скорости изменения во времени напряжённости \vec{E} электрического поля.

Установим формулу связи плотности тока смещения $\vec{j}_{см}$ с напряжённостью \vec{E} переменного электрического поля. Для этого рассмотрим электрическую цепь, содержащую плоский конденсатор с площадью пластин S (рис. 3.26,а). Протекание переменного тока в такой цепи сопровождается плавным переходом на границе пластин конденсатора тока проводимости в ток смещения, который существует в пространстве внутри конденсатора. Записывая условия непрерывности на границе обкладок, получим

$$j_{см} = j_{пр} = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \cdot \frac{dq}{dt} = \dot{E} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{S\epsilon\epsilon_0} = \epsilon\epsilon_0 \frac{dE}{dt},$$

$$I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} d\vec{S}, \quad \vec{j}_{см} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (3.61)$$

где σ - поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора; \vec{E} - напряжённость электрического поля внутри конденсатора; ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками.

В формуле (3.61) берётся частная производная от вектора \vec{E} по времени t .

Ток проводимости (направленное движение заряженных частиц) и ток смещения (связан с переменным электрическим полем) имеют разную физическую природу, но они сходны по их способности создавать магнитное поле. Например, магнитное поле внутри конденсатора можно рассматривать как магнитное поле тока проводимости, текущего по проводнику конечных размеров с плотностью тока $\vec{j}_{пр}$, равной плотности тока смещения $\vec{j}_{см}$.

Это позволяет применять формулы магнитостатики для расчёта магнитного поля тока смещения. При этом линии вектора \vec{B} тока смещения будут такими же, как и для тока проводимости (см. рис. 3.26,а). В случае конденсатора с круглыми пластинами для расчёта модуля вектора \vec{B} внутри него можно использовать теорему о циркуляции вектора \vec{B} для цилиндрического проводника конечных размеров и соответственно записать

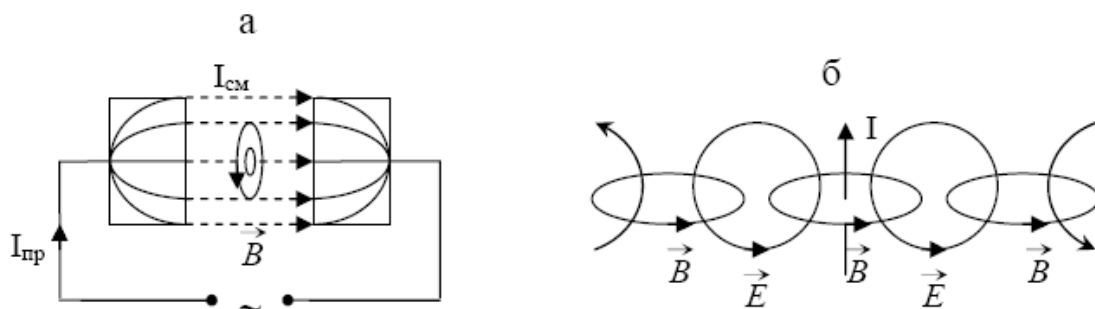


Рис. 3.26

$$B = \frac{1}{2} \mu \mu_0 j_{\text{пр}} r \Rightarrow j_{\text{пр}} = j_{\text{см}} \Rightarrow B = \frac{1}{2} \mu \mu_0 j_{\text{см}} r = \frac{1}{2} \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 r \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (3.62)$$

где r - расстояние от осевой линии внутри конденсатора до рассматриваемой точки пространства.

Введение понятия тока смещения позволяет по-другому объяснить отсутствие постоянного тока проводимости в электрической цепи, содержащей конденсатор. В этом случае в такой цепи не возникает переменного электрического поля между обкладками конденсатора, поэтому тока смещения не будет и линии тока проводимости на обкладках конденсатора прерываются.

Подставляя формулу (3.61) в выражение (3.60) получим **второе уравнение Максвелла в интегральной форме** следующего вида:

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} d\vec{l} = \mu \mu_0 \left(\sum_i I_{\text{пр}_i} + I_{\text{см}} \right) = \mu \mu_0 \int_S \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (3.63)$$

Уравнение (3.63) читается следующим образом: циркуляция вектора \vec{B} магнитного поля по произвольному замкнутому контуру (Γ) равна сумме токов проводимости и смещения, охватываемых контуром (Γ), умноженной на коэффициент (дц0).

Физический смысл уравнения (3.63) заключается в том, что источниками магнитного поля являются токи проводимости и переменное электрическое поле.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

В основе теории Максвелла, позволяющей описывать электрические и магнитные явления в любой среде (и в вакууме, в частности), лежат два положения о взаимосвязи согласно электрических и магнитных полей, согласно которым: 1) переменное во времени магнитное поле порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле; 2) переменное во времени электрическое поле создает в пространстве магнитное поле.

Отражением этих положений теории Максвелла являются два его первых уравнения - они являются обобщением закона электромагнитной индукции Фарадея (3.37) и теоремы о циркуляции вектора \vec{B} (3.18):

$$\begin{aligned}
1. \quad \oint_{(r)} \vec{E} d\vec{l} &= -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. & 2. \quad \oint_{(r)} \vec{B} d\vec{l} &= \mu\mu_0 \left(\sum_i I_{np_i} + I_{cm} \right) = \mu\mu_0 \int_s \left(\vec{j}_{np} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \\
3. \quad \oint_s \vec{E} d\vec{S} &= \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} q_{\Sigma}. & 4. \quad \oint_s \vec{B} d\vec{S} &= 0. \\
5. \quad \vec{D} &= \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}. & 6. \quad \vec{B} &= \mu\mu_0 \vec{H}. & 7. \quad \vec{j} &= \sigma \vec{E}.
\end{aligned} \tag{3.64}$$

Третье и четвёртое уравнения Максвелла представляют собой теоремы Гаусса для электростатического и магнитного полей. Физический смысл этих уравнений состоит в следующем: источником электростатического поля являются свободные и связанные заряды; в природе отсутствуют магнитные заряды, т.е. линии вектора \vec{B} магнитного поля являются замкнутыми.

Пятое и шестое уравнения Максвелла вводят векторы электрического смещения \vec{D} и напряжённости \vec{H} магнитного поля, которые в отличие от истинных векторов \vec{E} и \vec{B} являются вспомогательными, вводимыми для удобства описания полей в присутствии вещества.

Седьмое уравнение Максвелла представляет собой закон Ома в дифференциальной форме, где σ - удельная проводимость вещества.

Записанные выше семь уравнений справедливы для однородных изотропных неферромагнитных и несегнетоэлектрических сред, для которых формулы связи, выражаемые пятым, шестым и седьмым уравнениями, являются достаточно простыми, так как параметры ε , μ и σ являются постоянными числами.

В общем случае эти формулы связи усложняются и называются материальными уравнениями:

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}), \quad \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}), \quad \vec{j} = \vec{j}(\vec{E}). \tag{3.65}$$

Эти уравнения принимают определённую форму, которая возникает из рассмотрения микроструктуры конкретной среды. В общем случае для произвольной среды уравнения Максвелла примут вид:

$$\begin{aligned}
1. \quad \oint_{(r)} \vec{E} d\vec{l} &= -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. & 2. \quad \oint_{(r)} \vec{H} d\vec{l} &= \left(\sum_i I_{np_i} + I_{cm} \right) = \int_s \left(\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \\
3. \quad \oint_s \vec{E} d\vec{S} &= \sum q_i. & 4. \quad \oint_s \vec{B} d\vec{S} &= 0. \\
5. \quad \vec{D} &= \vec{D}(\vec{E}). & 6. \quad \vec{B} &= \vec{B}(\vec{H}). & 7. \quad \vec{j} &= \vec{j}(\vec{E}).
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Полная система уравнений Максвелла позволяет определить основные характеристики электромагнитного поля $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H})$ в каждой точке пространства, если известны источники поля - распределение токов проводимости \vec{j}_{np} и электрических зарядов q_i как функции координат и времени.

Наиболее удобной является полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$\begin{aligned}
1. \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & 2. \operatorname{rot} \vec{H} &= (\vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) & 3. \operatorname{div} \vec{D} &= \rho & 4. \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\
5. \vec{D} &= \vec{D}(\vec{E}). & 6. \vec{B} &= \vec{B}(\vec{H}). & 7. \vec{j} &= \vec{j}(\vec{E}). & &
\end{aligned}
\tag{3.67}$$

Она справедлива для малой окрестности любой точки пространства и при задании начальных и граничных условий позволяет решать любые задачи классической макроскопической электродинамики. Полная система уравнений Максвелла играет в электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике.

Следствием теории Максвелла является существование электромагнитного поля в виде **электромагнитных волн (ЭМВ)**. ЭМВ - *распространяющееся в пространстве электромагнитное поле*. В основе образования ЭМВ лежат взаимные превращения электрического и магнитного полей: переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве переменное электрическое поле, и это изменяющееся электрическое поле также создаёт в окружающем пространстве переменное магнитное поле и т.д. Процесс образования переменных электрического и магнитного полей охватывает всё новые и новые области пространства - в пространстве распространяется ЭМВ (рис. 3.26,б, здесь источником ЭМВ является текущий по проводнику переменный электрический ток I).

Относительность электрических и магнитных взаимодействий

В соответствии с первым постулатом специальной теории относительности уравнения Максвелла должны быть инвариантны относительно преобразований Лоренца. При этом одно и то же электромагнитное поле по-разному проявляет себя в разных инерциальных системах отсчёта, движущихся друг относительно друга. Наглядным подтверждением этого является пример взаимодействия проводника с током и точечного заряда. Так, выбором ИСО такое взаимодействие можно представить как только магнитное либо как только электрическое, либо как единое электромагнитное взаимодействие.

Рассмотрим этот пример подробнее. Пусть в ИСО К находятся точечный положительный заряд Q и неподвижный прямой металлический проводник, по которому течёт ток (рис. 3.27,а). Скорость этого заряда параллельна скорости направленного движения свободных электронов и равна ей по модулю.

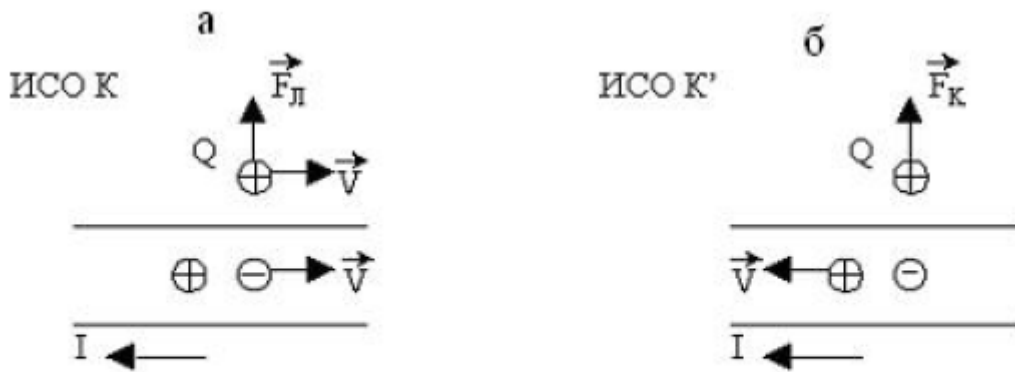


Рис. 3.27

Проводник является электронейтральным, т.е. сумма объёмных плотностей зарядов положительных ионов (ρ_+) и свободных электронов (ρ_-) равна нулю

$$\rho_+ + \rho_- = 0, \quad \rho_+ = \frac{q_+}{Sl_+}, \quad \rho_- = \frac{q_-}{Sl_-},$$

где S - площадь поперечного сечения проводника; l_+ и l_- - длины отрезков проводника для положительных и отрицательных зарядов.

На заряд Q в ИСО K со стороны магнитного поля тока будет действовать сила Лоренца (рис. 3.27,а), электрического взаимодействия между ними нет.

Перейдём теперь в ИСО K' , в которой заряд Q будет неподвижным, а проводник вместе с положительными ионами будет двигаться со скоростью V . Магнитное поле тока на неподвижный заряд Q не действует, так как сила Лоренца будет равна нулю ($F_L = 0$). Но в связи с тем, что проводник перестаёт быть электронейтральным (его заряд будет положительным), на заряд Q будет действовать кулоновская сила отталкивания со стороны проводника и электромагнитное взаимодействие будет представлено в такой ИСО как только электрическое взаимодействие.

Действительно, используя инвариантность заряда ($q=q'$) и поперечных размеров проводника ($S=S'$), а также сокращения продольных размеров тел при их движении

$$(l' = l \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \quad l'_+ < l_+, \quad l'_- > l_-)$$

получим:

$$\rho'_+ = \frac{q'_+}{S'l'_+} = \frac{q_+}{Sl_+ \sqrt{1 - V^2/c^2}} > \rho_+,$$

$$|\rho'_-| = \frac{|q'_-|}{S'l'_-} = \frac{|q_-|}{Sl_-} \sqrt{1 - V^2/c^2} < |\rho_-|,$$

$$(\rho'_+ + \rho'_-) > 0,$$

что и требовалось показать.

В произвольной ИСО взаимодействие заряда Q и проводника с током будет электромагнитным, т.е. на заряд будут одновременно действовать и сила Кулона, и сила Лоренца.

Итак, существует единое электромагнитное взаимодействие, единое электромагнитное поле, частными проявлениями которого могут быть как электростатическое поле неподвижных зарядов, так и магнитное поле постоянных токов проводимости.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Характеристики, вводимые для описания магнитного поля в присутствии вещества

1. \vec{B} , \vec{B}' , I' . Все вещества являются магнетиками, т.е. при помещении их во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 они создают своё магнитное поле \vec{B}' , т.е. намагничиваются:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (3.68)$$

Магнитное поле вещества связано с микротоками I' , обусловленными движением электронов в атомах, ионах и молекулах.

2. **Магнитная проницаемость вещества μ .** Для однородных и изотропных магнетиков μ является скалярной величиной, равной

$$\mu = \frac{B}{B_0}, \quad (3.69)$$

т.е. она показывает, во сколько раз индукция магнитного поля при наличии среды отличается от индукции магнитного поля в вакууме.

3. **Вектор намагничивания \vec{J} .** Вектор \vec{J} описывает способность вещества создавать своё магнитное поле \vec{B}' . Он равен векторной сумме магнитных моментов $\vec{P}_{M.ATG}$ атомов единицы объёма вещества

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{P}_{M.атi}}{V}. \quad (3.70)$$

Магнитный момент атома складывается из суммы магнитных моментов $\vec{P}_{M.ЭЛ.ОРБ}$ орбитального движения электронов (согласно теории Бора в атоме движение электронов происходит по круговым орбитам, что приводит к созданию кольцевого тока, который и обладает магнитным моментом), спиновых магнитных моментов $\vec{P}_{M.ЭЛ.СПИН}$ электронов (неотъемлемыми свойствами частицы является не только её масса, заряд, но и спиновый магнитный момент; его наличие

связывалось с вращением частицы вокруг своей оси, это представление оказалось в последствии неверным, но понятие спинового момента осталось) и спинового магнитного момента ядра (из-за большой массы ядра этим моментом обычно пренебрегают).

$$\vec{P}_{\text{м.ат}} = \sum_{\nu=1}^z \vec{P}_{\text{м.эл.орб}} + \sum_{\nu=1}^z \vec{P}_{\text{м.эл.спин}} . \quad (3.71)$$

Качественно возникновение магнитного поля \vec{B}' можно пояснить на основе гипотезы Ампера о существовании внутри молекул молекулярных токов (микротоков), ориентация которых во внешнем магнитном поле и создаёт не равное нулю магнитное поле вещества \vec{B}' и соответственно \vec{J} (рис. 3.28,а, в однородном магнитном поле \vec{B}_0 находится однородный длинный стержень в

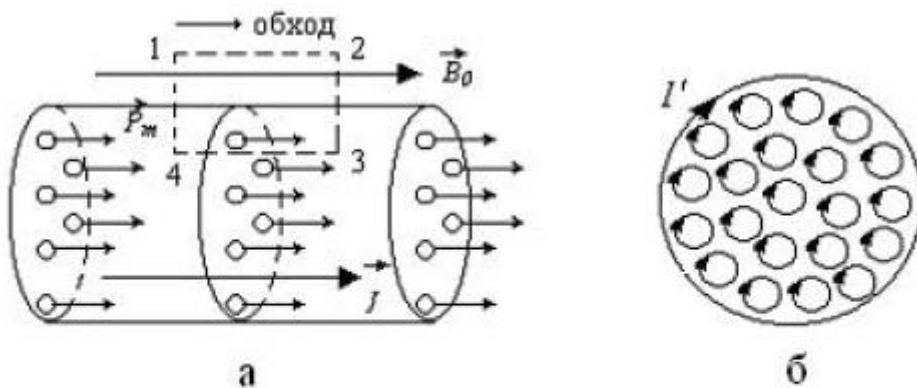


Рис. 3.28

виде цилиндра). Если $\vec{B}_0 = 0$, то тепловое движение разбрасывает молекулярные токи хаотично по всем направлениям, и поэтому $\vec{B}' = 0$, $\vec{J} = 0$. Во внешнем магнитном поле микротоки ориентируются так, что их магнитные моменты будут параллельны вектору \vec{B}_0 . За счет такой ориентации микротоки компенсируют друг друга внутри стержня, такая компенсация отсутствует на поверхности цилиндра (рис. 3.28,б), и поэтому магнитное поле цилиндра будет подобно магнитному полю соленоида $B' = B_{\text{сол}} = \mu_0 I'_{\text{витка}} N/l = \mu_0 I'/l$, где I' - суммарный поверхностный ток, текущий по поверхности цилиндра на длине l .

Если учесть, что сумма магнитных моментов атомов в этом случае будет равна магнитному моменту поверхностного тока I' , текущего на длине l цилиндра, то для модуля вектора \vec{J} можно записать

$$J = \frac{P_{\text{тока}}}{V} = \frac{I'S}{Sl} = \frac{I'}{l} . \quad (3.72)$$

4. Вектор напряженности \vec{H} . Он вводится по формуле

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.73)$$

В случае вакуума $\vec{J} = 0$, $\vec{B} = \vec{B}_0$, и поэтому

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \quad \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}. \quad (3.74)$$

Для однородных и изотропных магнетиков из опыта известна следующая формула связи векторов \vec{J} и \vec{H} :

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (3.75)$$

где величина χ называется магнитной восприимчивостью вещества. Для векторов

\vec{H} и \vec{B} в случае однородного и изотропного магнетика с учетом формул (3.73), (3.74) и (3.75) получаются следующие выражения:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}, \quad \vec{B} = (1 + \chi)\mu_0 \vec{H} = (1 + \chi)\vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0,$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \mu = 1 + \chi. \quad (3.76)$$

Теорема о циркуляции вектора намагниченности \vec{J} и вектора напряженности \vec{H} магнитного поля

Найдем циркуляцию вектора \vec{J} для случая, приведенного на рис. 3.28. Для этого возьмем контур, который располагается в плоскости чертежа (рис. 3.28,а). Из рисунка видно, что плоскость контура 1-2-3-4-1 пересекает суммарный микроток I' (он в плоскости контура направлен перпендикулярно, от нас). Принимая во внимание тот факт, что вектор \vec{J} отличен от нуля только внутри цилиндра и учитывая формулу (3.72), получим

$$\oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l} = \int_1^2 J dl \cos 0^\circ = J l = \frac{I'}{l} l = I'.$$

Можно показать, что записанная формула справедлива, и в общем случае

$$\oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l} = I', \quad \text{rot} \vec{J} = [\vec{\nabla} \times \vec{J}] = j'. \quad (3.77)$$

Из выражения (3.77) следует, что источником вектора \vec{J} являются микроток.

На основе формул (3.17), (3.73) и (3.77) для циркуляции вектора \vec{H} запишем

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \frac{1}{\mu_0} \oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l} = (I_{np} + I') - I' = I_{np}, \quad rot \vec{H} = [\vec{\nabla} \times \vec{H}] = j_{np}, \quad (3.78)$$

т.е. источником вектора \vec{H} являются токи проводимости.

Как и в случае электростатического поля, где для упрощения расчета электрического поля в присутствии диэлектриков был введен вектор электрической индукции \vec{D} , так и при расчете магнитного поля в присутствии магнетика является удобным введение вектора \vec{H} . Действительно, формулы (3.17) и (3.19) не позволяют непосредственно рассчитать вектор \vec{B} , так как входящие в эти формулы микротоки зависят и от вектора \vec{B} .

Поведение линий векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух магнетиков

Выясним, как ведут себя линии векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух магнетиков. Для этого найдем условия, которым удовлетворяют нормальные (B_n , H_n) и тангенциальные (B_{τ} , H_{τ}) составляющие этих векторов на поверхности раздела магнетиков.

Будем считать, что на границе раздела нет макротоков (токов проводимости $I_{np} = 0$). Рассчитаем поток вектора \vec{B} через цилиндрическую замкнутую поверхность, расположенную на границе раздела (основания цилиндра площади $S_1 = S_2 = S$ параллельны поверхности раздела, рис. 3.29,а) и циркуляцию вектора \vec{H} по прямоугольному замкнутому контуру (две стороны контура длиной l параллельны поверхности раздела, рис. 3.29,а). Из формул (3.26) и (3.78) следует, что

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = -B_{1n}S + B_{2n}S + \Phi_{бок} = 0, \quad \oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = H_{1\tau}l - H_{2\tau}l + \int_{S_{бок}} \vec{H} d\vec{l} = 0.$$

Если высоту цилиндра и перпендикулярные к поверхности раздела стороны контура (Γ) устремить к нулю ($\Phi_{бок} = 0$, $\int_{S_{бок}} \vec{H} d\vec{l} = 0$), то можно получить

$$B_{n1} = B_{n2}, \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2}. \quad (3.79)$$

Используя формулу (3.76), запишем

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (3.80)$$

Из полученных выражений следует, что на границе раздела двух магнетиков линии вектора \vec{B} не прерываются (нормальные составляющие вектора \vec{B} непрерывны, а тангенциальные составляют разрыв), а линии вектора \vec{H} терпят разрыв (тангенциальные составляющие вектора \vec{H} непрерывны, а нормальные составляют разрыв). Следует отметить, что на границе раздела двух магнетиков линии векторов \vec{B} и \vec{H} ведут себя

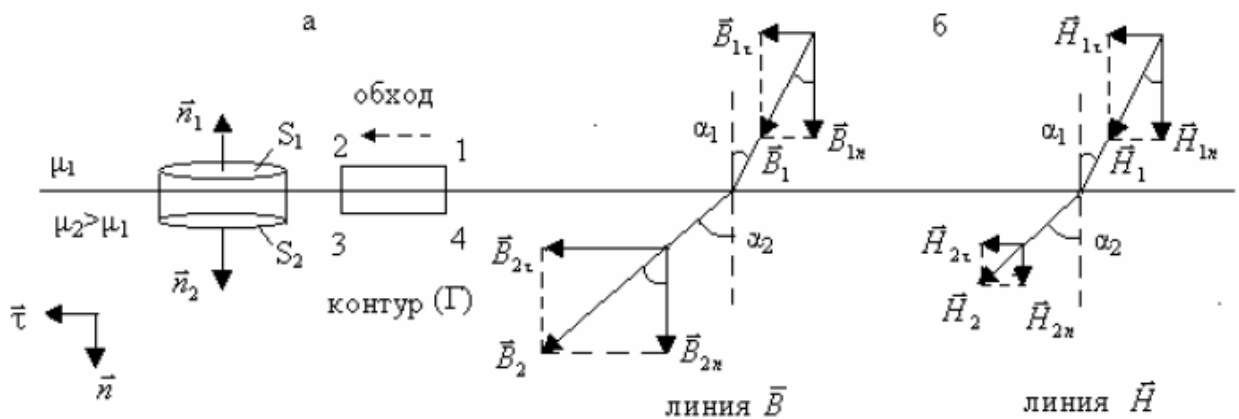


Рис. 3.29

аналогично линиям векторов \vec{D} и \vec{E} на границе раздела двух диэлектриков ($\vec{B} \rightarrow \vec{D}$ и $\vec{H} \rightarrow \vec{E}$).

Рассмотрим, как изменяется угол наклона линий векторов \vec{B} и \vec{H} при переходе через границу раздела двух магнетиков (рис. 3.29,б). Используя формулы (3.79) и (3.80), получим

$$\text{линии } \vec{B}: \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau} B_{2n}}{B_{1n} B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \text{линии } \vec{H}: \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{H_{1\tau} H_{2n}}{H_{1n} H_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (3.81)$$

Из выражения (3.81) видно, что при переходе в магнетик с большей магнитной проницаемостью линии \vec{B} и \vec{H} отклоняются, увеличивая угол α .

Приведем конкретный пример расчета магнитного поля в присутствии вещества.

Пример 1. Ток I , текущий по тороиду, создает внутри него магнитное поле $B_0 = \mu_1 \mu_0 I$ ($\mu_1 = 1$, среда - воздух). Внутри тороида находится железный сердечник (см. рис. 3.30,а, магнитная проницаемость железа $\mu_2 = \mu \sim 10^3 - 10^4 \gg 1$)

Рассмотрим поведение линий векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела воздух (среда 1, характеристики магнитного поля \vec{B}_1 и \vec{H}_1) - железо (среда 2,

(характеристики магнитного поля \vec{B}_2 и \vec{H}_2) в точке А, расположенной на боковой поверхности сердечника (см. рис. 3.30,а). Запишем соотношения, связывающие составляющие векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела в этой точке. Учтем, что векторы \vec{B} и \vec{H} в каждой точке боковой поверхности сердечника параллельны ей и поэтому остаются отличными от нуля только их тангенциальные составляющие (см. рис. 3.30,а).

$$\text{Точка А: } B_{1n} = B_{2n} = 0, \quad \frac{B_{2\tau}}{B_{1\tau}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \mu, \quad B_{2\tau} = \mu B_{1\tau} = \mu B_0 = \mu \mu_0 I n,$$

$$H_{1n} = H_{2n} = 0, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau} = \frac{B_0}{\mu_0} = I n.$$

Из полученных формул следует, что тангенциальная составляющая вектора \vec{B} терпит разрыв (модуль вектора \vec{B} возрастает в μ раз при переходе в сердечник, линии \vec{B} сгущаются), а тангенциальная составляющая вектора \vec{H} при таком переходе не изменяется (модуль вектора \vec{H} остается неизменным, расположение линий \vec{H} не изменяется).

Пример 2. Внутри тороида находится железный сердечник с небольшим воздушным зазором (рис. 3.30,б). Оказывается, что наличие зазора приводит к существенному уменьшению значения модуля вектора \vec{B} как внутри сердечника, так и в его зазоре.

Рассмотрим соотношения, связывающие составляющие векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела в точке Б:

$$\text{Точка Б: } B_{1\tau} = B_{2\tau} = 0, \quad B_{1n} = B_{2n}, \quad B_1 = B_2$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} = 0, \quad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \mu, \quad H_{1n} = \mu H_{2n}, \quad H_1 = \mu H_2.$$

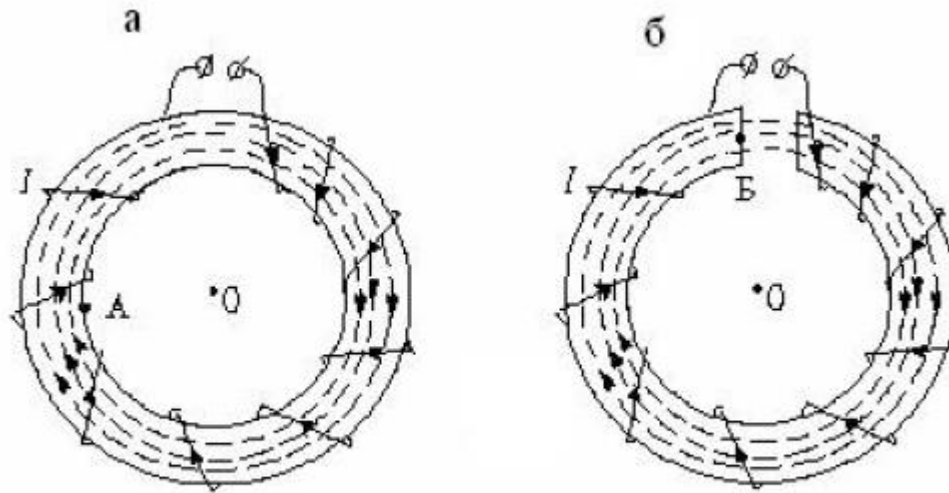


Рис. 3.30

Из полученных формул следует, что на поверхности сердечника внутри зазора (точка Б) тангенциальные составляющие векторов \vec{B} и \vec{H} равны нулю; нормальная составляющая вектора B не изменяется при переходе из сердечника в вакуум, а нормальная составляющая вектора \vec{H} терпит разрыв. Это означает, что при таком переходе линии \vec{B} не прерываются $B_1 = B_2 = B$, а линии \vec{H} терпят разрыв, в зазоре их количество возрастает в μ раз.

Найдем формулу для расчета модуля вектора \vec{B} внутри железного сердечника (B_1) и внутри зазора (B_2). Для этого рассчитаем циркуляцию вектора \vec{H} по контуру (Γ), проходящему по оси сердечника:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{B_1}{\mu_0} l_1 + \frac{B_2}{\mu \mu_0} l_2 = \frac{B}{\mu_0} (l_1 + \frac{l_2}{\mu}) \approx \frac{B}{\mu_0} l_1 = IN .$$

Из этого выражения можно записать следующие выражения:

$$B_{\text{зазор}} = B_1 = B_2 = \mu_0 I \frac{N}{l_1} , \quad H_1 = H_{\text{зазор}} = I \frac{N}{l_1} , \quad H_2 = H_{\text{внутри}} = \frac{H_1}{\mu} . \quad (3.82)$$

При выводе было учтено, что длина участка контура в воздушном зазоре примерно на порядок меньше длины контура ($l \approx 10l_1, l = l_1 + l_2$), а магнитная проницаемость железа составляет несколько тысяч единиц и поэтому $l_1 \gg (l_2 / \mu)$. Такие соотношения приводят к тому, что наличие зазора уменьшает модуль вектора индукции магнитного поля как внутри сердечника, так и в зазоре примерно в несколько сотен раз: $l / (\mu l_1) \sim 10^2 - 10^3$.

Виды магнетиков

Все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы - диамагнетики, парамагнетики и магнитоупорядоченные вещества (ферро-, антиферро- и ферримагнетики). Рассмотрим эти группы веществ подробнее.

Диамагнетики

Это вещества, у которых в отсутствии внешнего магнитного поля магнитный момент атома равен нулю. Для них магнитная восприимчивость не зависит от индукции внешнего магнитного поля, принимает малые по модулю отрицательные значения $\chi = -(10^{-4} - 10^{-5})$, что означает незначительное ослабление внешнего магнитного поля \vec{B}_0 ($\mu \leq 1$) в присутствии диамагнетиков и противоположное направление векторов \vec{B}' , \vec{J} и вектора \vec{B}_0 . Во внешнем неоднородном магнитном поле диамагнетик будет перемещаться и выталкиваться в область более слабого поля.

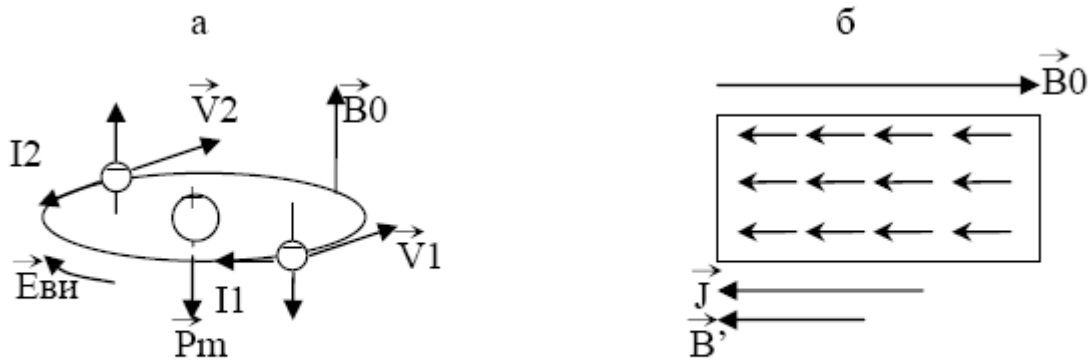


Рис. 3.31

диамагнетикам относятся инертные газы, металлы Bi, Zn, Cu, Ag, Au, Hg, стекло, мрамор, различные смолы и т.д.

Рассмотрим, что происходит с атомами диамагнетика во внешнем магнитном поле на примере атома He. По теории Бора в атоме гелия два электрона движутся с одинаковой скоростью в противоположные стороны по круговой орбите, поэтому их суммарный ток будет равен нулю, следовательно, будет равна нулю и сумма орбитальных магнитных моментов электронов (рис. 3.31,а). Так как спиновые магнитные моменты электронов направлены в противоположные стороны (см. рис. 3.31,а), то их сумма также равна нулю, следовательно, равен нулю и магнитный момент атома: $\vec{p}_{m.at} = 0$.

При включении внешнего магнитного поля \vec{B}_0 во время его изменения от нуля до B_0 возникающее при этом вихревое электрическое поле $\vec{E}_В$ совершает работу по увеличению скорости первого электрона и уменьшению скорости второго электрона и суммарный кольцевой ток будет направлен в сторону первого тока ($|I_1| > |I_2|$, рис. 3.31,а). Тогда магнитный момент суммарного тока будет

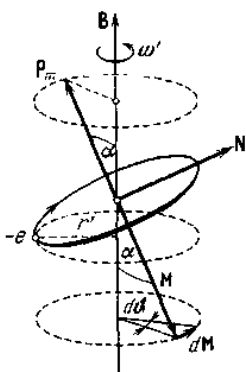
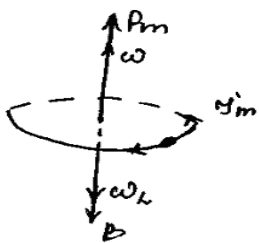
направлен против вектора \vec{B}_0 . Его называют индуцированным магнитным моментом $\vec{P}_{m.инд}$. Их ориентация для атомов диамагнетика, находящегося во внешнем магнитном поле, показана на рис. 3.31,б.

Диамагнитный эффект - возникновение индуцированного магнитного момента атома $\vec{P}_{m.инд}$, направленного противоположно внешнему магнитному полю \vec{B}_0 , свойственен всем веществам, но для остальных групп магнетиков он не учитывается ввиду его малости.

Ларморова прецессия.

При помещении атомов в магнитное поле частота обращения электрона в атоме будет изменяться. Если магнитное поле $\neq 0$, то вращение электрона по круговой орбите определяется силами взаимодействия между электроном и ядром: $F_c = m\omega_0^2 r$. Помещая атом в магнитное поле предположим, что сила взаимодействия между ядром и электроном больше сил, которые могут действовать на электрон со стороны магнитного поля. Поэтому радиус орбиты электрона при помещении атома в магнитном поле не будет меняться.

Все вещества делятся на три группы: **1) диамагнетики.** Электрон, движущийся по орбите, подобен волчку. Поэтому ему должны быть свойственны все особенности поведения гироскопов под действием внешних сил, т.е. должна возникать прецессия электронной орбиты. Условия для прецессии осуществляются, если атом находится во внешнем магнитном поле \vec{B} . В этом случае на орбиту действует вращательный момент $\vec{N} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, стремящийся установить орбитальный магнитный момент электрона \vec{p}_m по полю (при этом механический момент \vec{M} установится против поля).



Под действием момента \vec{N} векторы \vec{p}_m и \vec{M} совершают прецессию вокруг направления \vec{B} . За dt вектор \vec{M} получает приращение $d\vec{M} = \vec{N}dt$, \perp плоскости, проходящей через \vec{B} и \vec{M} . Его модуль: $|d\vec{M}| = p_m B \sin \alpha dt$, где α – угол между \vec{p}_m и \vec{B} . За dt

плоскость, в которой лежит \vec{M} , повернется вокруг \vec{B} на угол $d\theta = \frac{|d\vec{M}|}{M \sin \alpha} = \frac{p_m}{M} B dt$. Разделив на dt , найдем угловую скорость

прецессии: $\omega_L = \frac{p_m}{M} B$. Подставив сюда гиромагнитное

соотношение $(\frac{p_m}{M} = -\frac{e}{2m})$, получим частоту ларморовой

прецессии: $\omega_L = \frac{eB}{2m}$.

Прецессия орбиты обуславливает доп. движение электрона вокруг направления поля. При этом расстояние от электрона до оси $\parallel \vec{B}$ проходящей через центр орбиты, меняется. Поэтому индуцированный магнитный момент одного электрона: $\langle p'_m \rangle = -\frac{e^2}{6m} r^2 B$. Просуммировав по всем электронам, найдем

индуцированный магнитный момент атома: $p'_{mam} = -\frac{e^2 B}{6m} \sum_{k=1}^Z \langle r_k^2 \rangle$, где Z – атомный

номер элемента. Итак, под действием внешнего магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов угловой скоростью. Обусловленное прецессией доп. движение электронов приводит к возникновению индуцированного магнитного момента атома, направленного против поля. Ларморова прецессия возникает у всех веществ. Но если атомы сами по себе обладают магнитным моментом, то магнитное поле не только индуцирует момент, но и оказывает на магнитные моменты атомов ориентирующее действие, устанавливая их по направлению поля. Возникающий при этом положительный магнитный момент оказывается значительно больше внешнего поля, поэтому результирующее поле положительно и вещество ведет себя как парамагнетик. Диамагнетизм обнаруживают только те вещества, у которых суммарный магнитный момент (векторная сумма орбитальных и спиновых моментов) = 0.

2) парамагнетики - если магнитный момент атомов отличен от 0. Магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль поля \vec{B} , а тепловое движение стремится разбросать их равномерно по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля тем большая, чем больше B .

Парамагнетики

Это вещества, у которых в отсутствии внешнего магнитного поля магнитный момент атома отличен от нуля. Для них χ не зависит от \vec{B}_0 , принимает малые числовые значения $\chi = (10^{-3} - 10^{-2}) > 0$, что означает незначительное увеличение внешнего магнитного поля в присутствии парамагнетика ($\mu \geq 1$) и параллельность векторов \vec{B}' и \vec{J} вектору \vec{B}_0 . Во внешнем неоднородном магнитном поле парамагнетик будет перемещаться и втягиваться в область более сильного поля.

К парамагнетикам относятся щелочные и щелочноземельные металлы, Al, Pt, растворы солей железа, газы азот и кислород, редкоземельные металлы и их соединения и т.д.

Рассмотрим теорию Ланжевена, объясняющую поведение парамагнетиков во внешнем магнитном поле. В этой теории парамагнетик по отношению к магнитным свойствам заменяется газом магнитных стрелок, принимающих участие в тепловом движении. Стрелки моделируют магнитные моменты атомов. В отсутствии

внешнего магнитного поля тепловое движение разбрасывает стрелки хаотично по всем направлениям и поэтому $\vec{B}' = 0$, $\vec{J} = 0$. (рис. 3.32). Во внешнем магнитном поле на магнитные стрелки действуют силы магнитного поля, стремящиеся установить их вдоль линий магнитной индукции. В итоге наблюдается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов вдоль линий магнитного поля, появляется намагниченность \vec{J} парамагнетика (см. рис. 3.32).

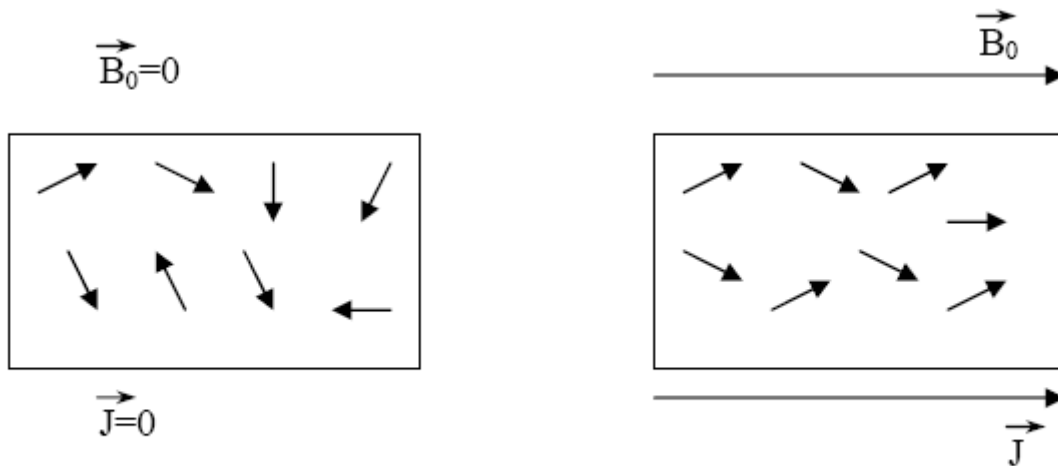


Рис. 3.32

В теории Ланжевена для магнитной восприимчивости справедлив закон Кюри, который определяет зависимость χ от температуры:

$$\chi = \frac{c}{T} \quad (3.83)$$

где c - постоянная Кюри.

С повышением температуры усиливается фактор теплового движения атомов, и поэтому во внешнем магнитном поле фиксированной величины B_0 магнитная восприимчивость уменьшается, что и приводит к уменьшению числовых значений векторов \vec{B}' и \vec{J} .

Ферромагнетики

Группу магнитоупорядоченных веществ составляют вещества, у которых в отсутствии внешнего магнитного поля магнитный момент атома не равен нулю. В отличие от парамагнетиков для них магнитная восприимчивость существенно зависит от индукции \vec{B}_0 внешнего магнитного поля.

Рассмотрим подробнее ферромагнетики, которые наиболее широко применяются на практике.

К ферромагнетикам относятся такие металлы как Fe, Co, Ni, Gd, сплавы и соединения этих элементов и т.д. Перечислим основные особенности ферромагнетиков.

Ферромагнетизм обусловлен спиновыми магнитными моментами атомов.

1. Атомы ферромагнетиков имеют незаполненные внутренние электронные оболочки, что приводит к большим магнитным моментам атомов.

2. Между магнитными моментами соседних атомов устанавливается обменное взаимодействие, которое приводит к параллельной ориентации магнитных моментов атомов в микрообластях, называемых **доменами**. Направления магнитных моментов атомов различных доменов разные, поэтому общая намагниченность ферромагнетика равна нулю (рис. 3.33,а).

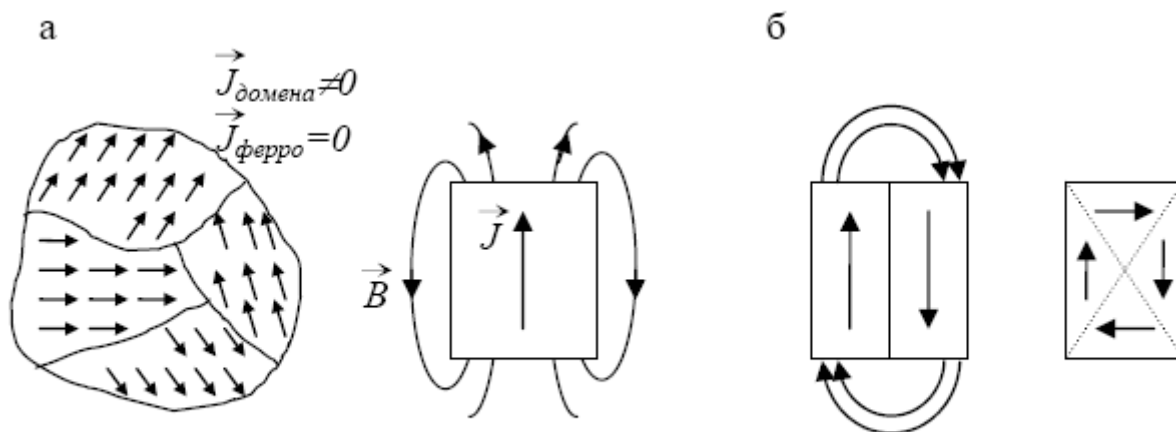


Рис. 3.33

Размеры доменов устанавливаются за счёт действия двух факторов:

а) энергетически выгодно увеличивать число доменов, так как уменьшается

энергия, необходимая для поддержания магнитного поля за пределами ферромагнетика (рис. 3.33,б);

б) энергетически выгодно уменьшать число доменов, так как уменьшается длина границ, на которых из-за большого градиента магнитного поля (на границах между доменами резко изменяется направление магнитных моментов атомов) накапливается магнитная энергия. В итоге размеры доменов составляют порядка $l \approx (10^{-2} - 10^{-4})$ см.

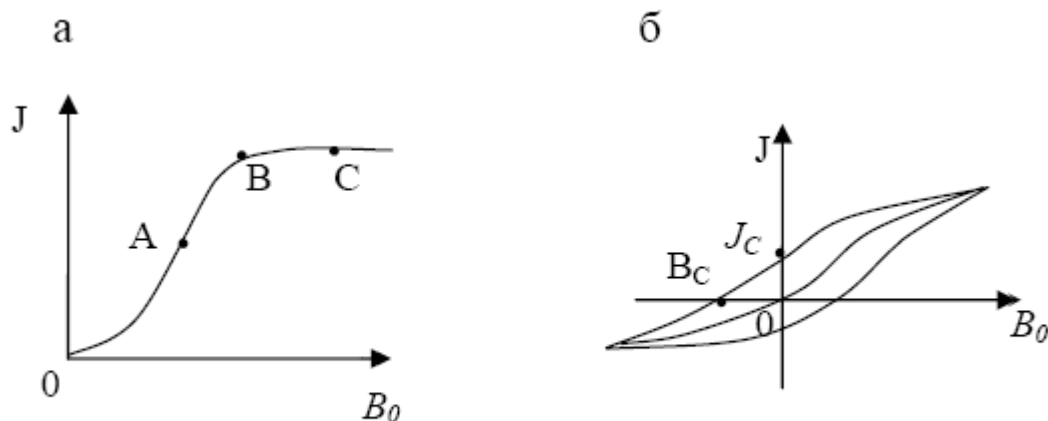


Рис. 3.34

3. Магнитная восприимчивость χ существенно зависит от величины индукции внешнего магнитного поля, достигая значений, превышающих в ряде

случаев в 10^{10} раз значения χ для парамагнетиков. Намагниченность ферромагнетика достигает насыщения в слабых магнитных полях. Основная кривая намагничивания является нелинейной (рис. 3.34,а).

При намагничивании ферромагнетика происходят следующие процессы:

1-й этап (процесс смещения границ участок ОА основной кривой намагничивания, рис. 3.34,а). На этом участке с увеличением модуля вектора магнитной индукции \vec{B}_0 внешнего магнитного поля происходит рост доменов с выгодной ориентацией магнитных моментов по отношению к направлению внешнего магнитного поля (рис. 3.35). Он сопровождается смещением границ доменов. В конце первого этапа образец становится одно доменным.

2-й этап (процесс вращения, участок АВ кривой на рис. 3.34,а). При увеличении модуля вектора \vec{B}_0 на этом участке происходит поворот вектора намагничивания \vec{J} , и он в итоге устанавливается вдоль вектора \vec{B}_0 (см. рис. 3.35).

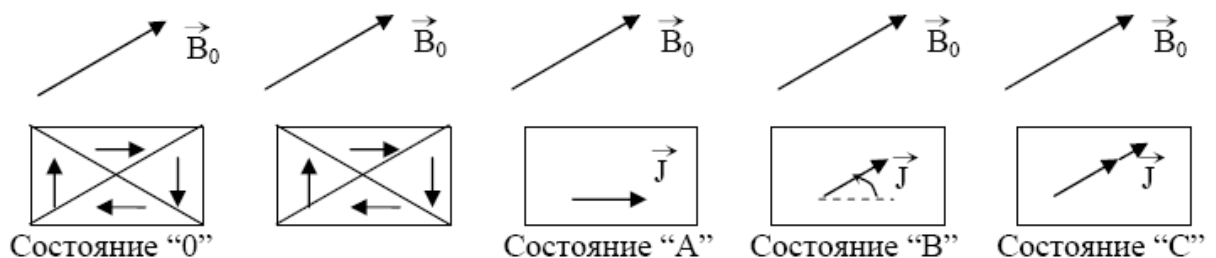


Рис. 3.35

3-й этап (парапроцесс, участок ВС кривой на рис. 3.34,а). С увеличением модуля вектора \vec{B}_0 происходит незначительный рост J за счёт ориентации вдоль поля магнитных моментов отдельных атомов, которые за счёт теплового движения имели другие направления (см. рис. 3.35).

5. Для ферромагнетиков характерно **явление гистерезиса** - зависимость свойств образца от его предшествующих состояний, или явление отставания изменения намагниченности от изменения внешнего магнитного поля. Если намагнитить ферромагнетик до насыщения, а затем начать уменьшать внешнее магнитное поле до нуля, то изменение J будет отставать от изменения \vec{B}_0 , и в отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнетик будет обладать остаточной намагниченностью J_C (рис. 3.34,б). Для устранения остаточной намагниченности ($J_C = 0$) необходимо приложить внешнее магнитное поле противоположного направления, величину модуля вектора магнитной индукции \vec{B}_C такого поля называют **коэрцитивной силой**. При дальнейшем увеличении \vec{B}_0 можно выйти на насыщение, и при циклическом изменении \vec{B}_0 намагниченность ферромагнетика будет описывать кривую, называемую **петлей гистерезиса** (см. рис. 3.34,б)

В зависимости от величины коэрцитивной силы \vec{B}_C различают магнитомягкие материалы ($B_C \approx 1$ мкТл, узкая петля гистерезиса, они легко премагничиваются) и магнитожёсткие материалы ($B_C \approx 1$ мТл, широкая петля гистерезиса, их трудно перемагнитить). Магнитомягкие материалы используют для изготовления сердечников трансформаторов, электродвигателей и т.д., т.е. в тех случаях, где потери энергии при перемагничивании таких материалов будут незначительными, а магнитожёсткие материалы применяются для изготовления постоянных магнитов.

6. Для каждого ферромагнетика существует температура, выше которой он теряет свои необычные свойства и становится обычным парамагнетиком. Она получила название температуры Кюри (T_C). Для железа и никеля T_C составляет 1038К и 641К соответственно. Магнитная восприимчивость ферромагнетика при температурах выше температуры Кюри $T > T_C$ подчиняется закону Кюри-Вейса:

$$\chi = \frac{c}{T - T_C}, \quad (3.84)$$

где c – постоянная Кюри-Вейса.

Антиферромагнетики и ферромагнетики

К антиферромагнетикам относят вещества, для которых обменное взаимодействие приводит к противоположной ориентации магнитных моментов соседних атомов. Кристаллическую структуру таких веществ можно представить как наложение двух или более кристаллических подрешеток, в каждой из которых магнитные моменты атомов параллельны друг другу и одинаковы по модулю. Для разных подрешеток магнитные моменты атомов направлены противоположно и равны по модулю (рис. 3.36,а). Поэтому в отсутствие магнитного поля несмотря на то, что векторы намагничивания каждой подрешетки отличны от нуля, намагниченность всего антиферромагнетика равна нулю ($\vec{J}_1 \neq 0$, $\vec{J}_2 \neq 0$, $\vec{J}_{сум} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 = 0$, рис. 3.36,а).

Типичными примерами антиферромагнетиков являются такие металлы, как марганец, хром, самарий, неодим, а также окислы металлов MnO, FeO, CoO,

NiO, UO₂, NpO₂ и т.д.

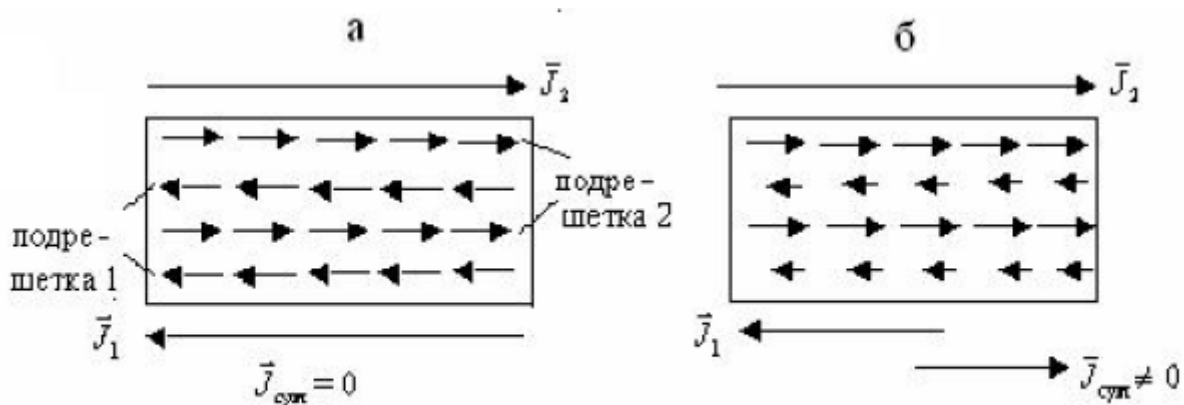


Рис. 3.36

Для антиферромагнетиков существует температура, выше которой он теряет свои необычные свойства и становится парамагнетиком. Эта температура получила название температуры Нееля. Так, например, для марганца она составляет $T_N = 100$ К, для хрома $T_N = 310$ К, для окисла NiO $T_N = 650$ К. Поведение ферромагнетика ниже температуры Кюри и антиферромагнетика ниже температуры Нееля существенно отличаются. У ферромагнетика намагниченность достигает больших значений, а для антиферромагнетика стремится к нулю.

Ферромагнетики имеют такую же кристаллическую структуру, как и антиферромагнетики – она состоит из нескольких подрешеток, магнитные моменты атомов соседних подрешеток направлены противоположно. Но в отличие от антиферромагнетика магнитные моменты атомов разных подрешеток не равны по модулю, что приводит к не равному нулю суммарному вектору намагниченности в отсутствие внешнего магнитного поля (рис. 3.36,б). Поведение этих веществ во внешнем магнитном поле во многом аналогично поведению ферромагнетиков: они обладают высокими значениями магнитной проницаемости, для них существует температура Кюри, наблюдается магнитный гистерезис и т.д. Различие в их поведении, например, заключается в существовании двух температур Кюри, при которых сначала происходит исчезновение вектора намагниченности одной подрешетки, а затем при другой температуре другой подрешетки.

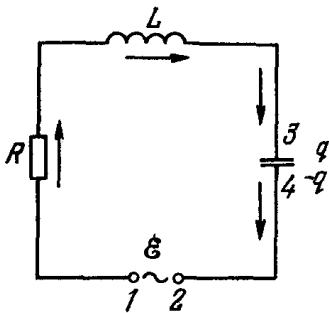
К таким веществам можно отнести, например, ферриты – двойные окислы переходных металлов, такие как $NiFe_2O_4$, $MnFe_2O_4$, $Y_3Fe_5O_{12}$ и т.д. Они, как и ферромагнетики, обладают высокими значениями магнитной проницаемости, но при этом ферриты являются полупроводниками, их удельное сопротивление в $(10^7 - 10^{11})$ раз больше, чем у ферромагнетиков. Поэтому использование ферритов в высокочастотных полях резко уменьшает потери энергии на выделение тепла за счет протекания токов Фуко.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК.

Квазистационарные токи. Цепь с емкостью, индуктивностью, сопротивлением, источником э.д.с. Векторные диаграммы.

Когда происходят электрические колебания, ток в цепи изменится во времени и, вообще говоря, в каждый момент ток оказывается не одинаковым на разных участках цепи (из-за того, что э/м колебания распространяются хоть и с большой, но конечной скоростью). Но имеется много случаев, когда мгновенные значения тока оказываются практически одинаковыми на всех участках цепи (такой ток называют квазистационарным). Для этого все изменения должны происходить настолько медленно, чтобы распространение э/м возмущений можно было считать мгновенным. Если l – длина цепи, то на прохождение длины l э/м возмущение затрачивает время порядка $\tau = l/c$. Для периодически изменяющихся токов условие квазистационарности будет выполнено, если $\tau \ll T$ – периода изменений.

Будем считать токи квазистационарными. В цепи, содержащей катушку индуктивности L и конденсатор емкости C , могут возникнуть электрические колебания. Если сопротивление проводников отсутствует, то будут совершаться строго периодические колебания. Колебания сопровождаются взаимными превращениями энергии электрической и магнитных полей. Если же $R \neq 0$, то будет также преобразование э/м энергии в джоулеву теплоту. Это сопротивление называется активным.



Рассмотрим цепь с емкостью, индуктивностью, сопротивлением и источником ЭДС. Уравнение такого колебательного контура: $L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = \varepsilon$. С учетом того, что

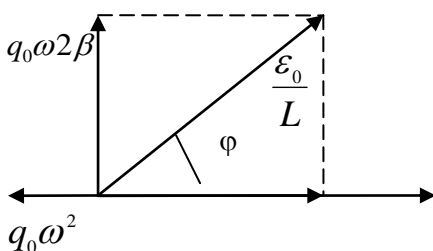
$I = \frac{dq}{dt}$, получим: $L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = \varepsilon$. Пусть внешняя переменная ЭДС зависит от времени по гармоническому закону: $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega \cdot t)$. Тогда уравнение колебательного контура примет вид:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t \quad (0) \quad \text{или} \quad L \frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t \quad (1).$$

Решение этого уравнения ищем как сумму общего решения однородного уравнения (без правой части) и частного решения неоднородного уравнения: $q = q_1 + q_2$. нас интересуют только установившиеся колебания $q_2 = q_0 \cos(\omega t - \varphi)$ (2), т.к. $q_1 = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega \cdot t)$ экспоненциально затухает и по прошествии некоторого времени оно практически исчезает и обращается в 0.

Продифференцируем это частное решение:

$$\dot{q} = -q_0 \omega \sin(\omega t - \varphi) = q_0 \omega \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (3) \quad \ddot{q} = -q_0 \omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = q_0 \omega^2 \cos(\omega t - \varphi + \pi) \quad (4).$$



Наша задача найти q_0 и φ . Из (2) – (4) видно, что заряды на C и R отстают по фазе на $\pi/2$, на C и L – на π . Все это можно наглядно представить с помощью векторных диаграммы, изобразив амплитуды этих зарядов: $q_0(\omega_0^2 - \omega^2)$

$q_{C0} = q_0 \omega_0^2$; $q_{R0} = q_0 \omega 2\beta$; $q_{L0} = q_0 \omega^2$. Тогда значение $\frac{\varepsilon_0}{L} = q_0 4\beta^2 \omega^2 + q_0(\omega_0^2 - \omega^2)$. Откуда найдем q_0 .

Представим исходное уравнение (0) в виде: $U_L + U_R + U_C = \varepsilon_0 \cos \omega t$.

Т.к. $I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega t - \varphi) = q_0 \omega \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos(\omega t - \alpha)$, где I_0 – амплитуда

тока, φ - сдвиг по фазе между током и внешней ЭДС. Тогда:

$$U_R = IR = I_0 R \cos(\omega t - \alpha).$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t - \varphi) = \frac{q_0}{C} \cos\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -L \omega I_0 \sin(\omega t - \alpha) = L \omega I_0 \cos\left(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right).$$

Также изобразим с помощью векторной диаграммы. Отсюда: $\varepsilon_0 = RI_0 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)I_0$, где $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ - реактивное сопротивление. ω_0 - это собственная частота колебаний, β - коэффициент затухания.

ЛЕКЦИОННЫЕ ДЕМОНСТРАЦИИ

Видеозаписи по физике

Кабинет физических демонстраций

Физический факультет МГУ им.М.В.Ломоносова

Электричество и магнетизм.

Элементарная электростатика

Название демонстрации	Время демонстрации
Электризация трением	0,02,30
Электризация через влияние	0,04,00
Закон взаимодействия точечных зарядов	0,04,50
Электрофорная машина	0,05,35
Генератор Ван-де-Граафа	0,06,25
Электрический ветер	0,07,35
Электростатика проводников	
<i>Заряженный проводник.</i>	
Распределение зарядов	0,09,15
Визуализация силовых линий поля. Распределение напряженности Поля	0,12,00
Распределение потенциала	0,14,30
<i>Проводник во внешнем поле</i>	
Эквипотенциальность проводника	0,15,45
Распределение зарядов	0,16,50
Электростатическая защита	0,18,05
Метод зеркальных изображений	0,19,10

Емкость

Емкость уединенного проводника	0,21,20
Емкость плоского конденсатора	0,22,05
Зависимость емкости от свойств среды	0,23,10
<i>Пондеромоторные силы, действующие на проводник</i>	
Однородное поле	0,24,25
Неоднородное поле	0,25,35
Электростатика диэлектриков	
<i>Диэлектрик во внешнем электрическом поле.</i>	
Поляризация диэлектрика (разборная лейденская банка)	0,27,10
Момент сил в однородном поле	0,30,05
Движение в неоднородном поле:	
1. втягивание диэлектрика в плоский конденсатор	0,31,10
2. зависимость направления силы от относительной диэлектрической проницаемости	0,32,05
3. движение пузырей воздуха в жидком диэлектрике	0,32,55
Движение в поле двух сил (капли масла)	0,33,45
Принцип электростатической очистки	0,35,05
Постоянный электрический ток	
<i>Основные механизмы создания ЭДС</i>	
Прямой пьезоэффект	0,36,10
Химическая ЭДС	0,37,15
Термо ЭДС	0,38,25
Фото ЭДС	0,40,25
<i>Зависимость сопротивления от температуры</i>	
Проводник	0,41,25
Полупроводник	0,42,20
Диэлектрик (стекло)	0,43,55
<i>Электрический ток в различных средах</i>	
Электрический ток в жидкостях	0,46,20
Электрический ток в газах	0,48,35
Закон Джоуля-Ленца	0,50,00
Явление Пельтье	0,51,25
Модель холодильника на основе явления Пельтье	0,53,35
Последовательное и параллельное соединения проводников	0,57,00
Падение напряжения на участке цепи	0,58,05
<i>Самостоятельный разряд в газах</i>	
Тлеющий разряд	0,59,20
Дуговой разряд	1,02,40
Коронный разряд	1,04,15
Высокочастотный индуцированный разряд	1,05,40
Искровой разряд	1,06,50
<i>Электрический ток в жидкостях</i>	
Движение ионов	1,08,30
"Ртутное сердце"	1,11,55

"Сатурново дерево"	1,13,55
Магнитостатика	
Станок Ампера	1,16,35
"Ленточные" токи	1,18,25
Автоколебательная система	1,19,55
Провод в поле катушки	1,20,50
Взаимодействие витков с током. Направление силы	1,22,00
Виток и катушка с током	1,23,25
<i>Визуализация силовых линий магнитного поля</i>	
Линейный ток	1,24,40
Виток с током	1,25,30
Катушка с током	1,26,15
<i>Движение зарядов в магнитном поле</i>	
Ток в вакууме	1,27,25
Электрический ток в газах (опыт Де ля Риво)	1,28,30
Ток в электролите (эффект Лоренца)	1,29,20
Ток в полупроводнике (эффект Холла)	1,31,00
Ток в проводнике. Сила Ампера	1,32,05
Движение проводника в магнитном поле	1,33,05
Электромагнитная индукция	
Правило Ленца:	
• Действие магнита на проводящие кольца	1,35,00
• Направление индукционного тока	1,36,20
Магнит на блоке	1,37,25
Магнитная пушка с игнитроном	1,39,10
Экстратоки размыкания	1,39,55
Генератор переменного тока	1,40,35
Пояс Роговского	1,41,00
<i>Токи Фуко</i>	
Влияние на движение тел:	
1. Падение тел в неоднородном магнитном поле	1,43,20
2. Падение магнитов в трубках	1,44,35
3. Демпфирование колебаний маятника	1,45,40
4. Левитация сплошного кольца	1,47,25
Нагревание образцов	1,48,50
Левитация магнита над ВТСП-керамикой	1,50,20
Увлечение магнитной стрелки движущимся проводником	1,54,10
Взаимодействие проводника и электромагнита	1,57,00
Магнитные свойства сред	
Диамагнетики в магнитном поле	1,57,55
Парамагнетики в магнитном поле	1,58,55
Ферромагнетики в магнитном поле	2,00,20
Петля гистерезиса для ферромагнетиков	2,01,25
Разрушение ферромагнитных свойств. Точка Кюри	2,02,55

Магнитострикция	2,04,25
-----------------	---------

Трансформаторы

Понижающий трансформатор	2,05,25
Повышающий трансформатор	2,07,15
Трансформатор Тесла	2,07,55
Катушка Румкорфа	2,09,05

Высокочастотные токи

Ток смещения	2,09,50
Высокочастотные поля вблизи планарного проводника	2,11,20
Скин-эффект в объемном проводнике	2,12,20

Магнитное поле Земли

Ориентация магнитной стрелки	2,13,30
Ориентация катушки с током	2,14,30
"Земной индуктор"	2,15,20

Электромагнитные волны

Распространение электромагнитных волн. Излучение, прием, поляризация, отражение, преломление, дифракция электромагнитных волн.	2,16,10
--	---------

Дополнительные опыты

"Пламенный" зонд	2,25,20
Движение мыльных пузырей в неоднородном электрическом поле	2,27,10
Потоки дыма в электрическом поле	2,28,10
Обратный пьезоэффект	2,30,10
Направление тока в цепи с термо-ЭДС	2,30,55
Изменение сопротивления электролита с температурой	2,30,30

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ (Вопросы для самопроверки)

1. Взаимодействие каких зарядов описывает закон Кулона? Какой заряд мы называем точечным?
2. Каков физический смысл напряженности электростатического поля? Как рассчитать напряженность поля заданного распределения электрических зарядов? Укажите способы моделирования электростатического поля. Где начинается и заканчивается линия напряженности? Какая связь существует между потоком напряженности и ее величиной?
3. Что определяет поток вектора напряженности электрического поля? Физический смысл потока вектора \vec{E} .
4. Для каких систем зарядов удобно применить теорему Остроградского-Гаусса при определении напряженности поля, созданного этими зарядами? Каков смысл понятия $\text{div } \vec{E}$?
5. Каков физический смысл потенциала электростатического поля и разности

потенциалов? Как рассчитать потенциал φ поля заданного распределения электрических зарядов? Каков смысл понятия $\operatorname{rot} \vec{E}$, циркуляции вектора \vec{E} .

6. Как ориентированы линии напряженности поля относительно эквипотенциальных поверхностей? Откуда следует, что линии напряженности поля ортогональны эквипотенциальным поверхностям? Чему равен градиент потенциала в данном направлении?

7. Каким граничным условиям должны удовлетворять дифференциальные уравнения электростатического поля в пустоте?

8. Какая система зарядов называется электрическим диполем? Что мы называем вектором электрического дипольного момента и как он направлен? Как изменяется величина напряженности поля, созданного точечным зарядом, диполем и квадруполем при увеличении расстояния до точки наблюдения?

9. Как направлены силы взаимодействия двух точечных зарядов, точечного заряда и диполя и двух диполей?

10. Почему линии напряженности электрического поля вблизи поверхности проводника перпендикулярны этой поверхности?

11. Покажите, что напряженность поля внутри любой полости проводника равна нулю (электростатическая защита).

12. Опишите качественно характер распределения заряда по поверхности заряженного проводника. Какие опыты подтверждают это?

13. Какая существует связь между зарядами на проводниках и их потенциалами для системы заряженных проводников? На каком основании получена эта связь?

14. Почему коэффициенты емкости - положительные числа, а коэффициенты потенциальной - отрицательные? От чего зависит величина этих коэффициентов? Что такое конденсатор и какую величину называют электроемкостью конденсатора?

15. Напишите выражение для силы, действующей на единицу поверхности заряженного проводника. Чему равна полная сила, действующая на заряженный проводник? Опишите качественно к каким эффектам приводит действие этой силы.

16. В чем существо метода зеркальных отображений, который используется для решения многих задач электростатики проводников?

17. Что следует понимать под термином «поляризованный» диэлектрик? Что мы называем вектором поляризации? Каков его физический смысл?

18. Какой диэлектрик называется однородным и изотропным? Что можно сказать о функции распределения вектора поляризации $\vec{P}(\vec{r})$ для однородного и изотропного диэлектрика?

19. Какая существует связь между вектором поляризации и вектором напряженности электрического поля для однородного и изотропного диэлектрика? Что называется восприимчивостью диэлектрика? Каков физический смысл этого понятия?

20. Какая величина называется вектором индукции электростатического поля? Запишите условия, которым удовлетворяют векторы напряженностей и индукции

электростатического поля на границе раздела двух однородных и изотропных диэлектриков.

21. Какие представления лежат в основе микроскопического описания свойств диэлектриков? Какие диэлектрики называют полярными и неполярными? Что можно сказать о восприимчивости полярных и неполярных диэлектриков?

22. Какой класс диэлектриков мы называем сегнетоэлектриками? Как спонтанная поляризация сегнетоэлектриков зависит от температуры? Что понимается под термином сегнетоэлектрический домен? Как поляризация и восприимчивость сегнетоэлектриков зависит от напряженности электростатического поля? Чем обусловлен сегнетоэлектрический гистерезис?

23. Почему полный ток и плотность тока считаются непрерывными величинами, хотя заряд электрона квантован?

24. Напишите условие стационарности токов в сплошной среде.

25. Что можно сказать о геометрии линейных стационарных токов?

26. Как определяется сопротивление линейных проводников?

27. Каково электрическое поле внутри и вне проводника с током?

28. Что является источником поля внутри проводника с током?

29. Как записать закон Ома для участка цепи?

30. Что такое электродвижущая сила?

31. Как записать закон Ома для сплошной среды?

32. Как выглядит распределение потенциала в замкнутой и разомкнутой цепи?

33. Записать закон сохранения энергии для постоянного тока.

34. Каковы правила знаков при написании уравнений Кирхгофа?

35. Как подсчитать число независимых контуров в сложной цепи?

36. Чему равно напряжение на зажимах разомкнутого и замкнутого на внешнюю цепь источника ЭДС?

37. Взаимодействие каких токов описывает закон Ампера? Что мы называем элементом тока? Какими единицами измеряется ток в системах СИ, CGSE и CGSM?

38. Как рассчитать индукцию магнитного поля заданного распределения тока? Чему равен поток вектора индукции магнитного поля через любую замкнутую поверхность? Особенности силовых линий магнитного поля.

39. Для каких систем токов удобно применять теорему о циркуляции вектора индукции при определении индукции поля, созданного этими токами? Каков смысл понятия $\text{rot}\mathbf{B}$ и чему он равен?

40. Каким условиям должны удовлетворять дифференциальные уравнения магнитного поля на границах распределения токов?

41. Какую величину называют магнитным моментом замкнутого тока?

42. Что следует понимать под термином «намагниченный магнетик»? Что мы называем вектором намагниченности? Каков его физический смысл? Какими единицами измеряется вектор намагниченности в системе СИ и CGSM?

43. Какими представлениями пользуются при описании макроскопического поля внутри магнетика? Какая связь существует между вектором намагниченности и плотностью «токов Ампера»?

44. Как определить индукцию и напряженность магнитного поля, созданного только

намагниченным магнетиком? Какая существует связь между векторами индукции, напряженности и намагниченности?

45. Какой вид имеют граничные условия для векторов индукции и напряженности магнитного поля на границе раздела магнетик - вакуум, если известна функция распределения намагниченности магнетика $J(r)$, а токи проводимости на поверхности распределения отсутствуют?

46. Какой магнетик мы называем однородным и изотропным? Что можно сказать о функции распределения вектора намагниченности $J(r)$ для однородного и изотропного магнетика?

47. Чему равна индукция и напряженность магнитного поля внутри однородного и изотропного магнетика, имеющего форму произвольного эллипсоида?

48. Какая существует связь между вектором намагниченности магнетика и вектором напряженности магнитного поля для однородного и изотропного магнетика? Что называется восприимчивостью магнетика и каков физический смысл этого понятия? Как различаются восприимчивости магнетика в системах единиц СИ и CGSM? Какая связь между восприимчивостью и проницаемостью в этих системах единиц? Что понимают под восприимчивостью магнитного тела?

49. Каким условиям удовлетворяют векторы индукции и напряженности магнитного поля на границе раздела двух однородных и изотропных магнетиков?

50. Как определить силу и вращающий механический момент, действующие на магнетик во внешнем магнитном поле?

51. Какова микроскопическая природа диамагнетизма? Что вы можете сказать о восприимчивости диамагнетиков?

52. Какова микроскопическая природа парамагнетизма? Что вы можете сказать о восприимчивости парамагнетиков?

53. Какой класс магнитных материалов мы называем ферромагнетиками? Что такое спонтанная намагниченность и как она зависит от температуры?

54. Что понимают под термином ферромагнитный домен? Как намагниченность и восприимчивость ферромагнетика зависят от напряженности магнитного поля? Какие процессы происходят в ферромагнетике при его намагничивании и перемагничивании? Чем обусловлен магнитный гистерезис?

55. Какими свойствами должен обладать ферромагнетик, используемый для магнетостатической защиты? Какими свойствами должен обладать ферромагнетик, применяемый в качестве постоянных магнитов?

56. Как определить направление индукционного тока?

57. В чем причина возникновения ЭДС индукции?

58. Каков принцип действия пояса Роговского?

59. Как зависит индуктивность соленоида от его длины и полного числа витков?

60. Зависит ли индуктивность длинного соленоида от его диаметра?

61. Опишите превращения энергии в колебательном контуре.

62. Как выражается частота электрических колебаний через параметры контура?

63. Чем определяется затухание электрических колебаний?

64. Что такое логарифмический декремент затухания?

65. Как определяется добротность контура?

66. Как определяется эффективное (действующее) и среднее значение переменного тока?
67. Во сколько раз напряжение на конденсаторе больше ЭДС генератора при резонансе в последовательном контуре?
68. Во сколько раз ток при резонансе в параллельном контуре больше тока в неразветвленной цепи?
69. Как определяется омическая и реактивная мощность переменного тока?
70. Что такое импеданс электрической цепи?
71. Как построить векторные диаграммы для последовательного и параллельного контуров?
72. Почему электрические и магнитные поля могут существовать в свободном пространстве независимо от источников?
73. Запишите волновое уравнение.
74. Дайте определение плоской электромагнитной волны.
75. Нарисуйте пространственное распределение напряженностей электрического и магнитного полей в плоской волне.
76. От чего зависит скорость распространения электромагнитных волн?
77. Запишите выражение для вектора Умова - Пойтинга.

2.1 Методические рекомендации к практическим занятиям

Практические занятия по решению задач существенно дополняют лекции по физике. В процессе анализа и решения задач студенты расширяют и углубляют знания, полученные из лекционного курса и учебников, учатся глубже понимать физические законы и формулы, разбираться в их особенностях, границах применения, приобретают умение применять общие закономерности к конкретным случаям. В процессе решения задач вырабатываются навыки вычислений, работы со справочной литературой, таблицами. Решение задач не только способствует закреплению знаний и тренировке в применении изучаемых законов, но и формирует особый стиль умственной деятельности, особый метод подхода к физическим явлениям. Последнее тесным образом связано с методологией физики как науки.

Когда студенты решают задачи по определённой теме, очень важно, чтобы в результате знакомства с конкретными задачами они усвоили принципиальный подход к познанию достаточно широкого класса явлений.

На практических занятиях по дисциплине " Электричество и магнетизм используются несколько видов задач и планы их решения:

- 1) задачи-упражнения, помогающие студентам приобрести твёрдые навыки расчёта и вычислений;
- 2) задачи для демонстрации практического применения тех или иных законов;
- 3) задачи для закрепления и контроля знаний;
- 4) познавательные задачи.

Задачи для закрепления и контроля знаний и задачи-упражнения рассчитаны на использование готовых знаний, полученных из книг, лекций, от преподавателя. Решение таких задач опирается в основном на механизмы памяти и внимания.

Несмотря на различие в видах задач, их решение можно проводить по следующему общему плану (некоторые пункты плана могут выпадать в некоторых конкретных случаях), который надо продиктовать студентам:

- 1) прочесть внимательно условие задачи;

2) посмотреть, все ли термины в условиях задачи известны и понятны (если что-то неясно, следует обратиться к учебнику, просмотреть решения предыдущих задач, посоветоваться с преподавателем);

3) записать в сокращенном виде условие задачи (когда введены стандартные обозначения, легче вспоминать формулы, связывающие соответствующие величины, чётче видно, какие характеристики заданы, все ли они выражены в одной системе единиц и т.д.);

4) сделать чертёж, если это необходимо (делая чертёж, нужно стараться представить ситуацию в наиболее общем виде);

5) произвести анализ задачи, вскрыть её физический смысл (нужно чётко понимать, в чем будет заключаться решение задачи);

6) установить, какие физические законы и соотношения могут быть использованы при решении данной задачи;

7) составить уравнения, связывающие физические величины, которые характеризуют рассматриваемые явления с количественной стороны;

8) решить эти уравнения относительно неизвестных величин, получить ответ в общем виде. Прежде чем переходить к численным значениям, полезно провести анализ этого решения: он поможет вскрыть такие свойства рассматриваемого явления, которые не видны в численном ответе;

9) перевести количественные величины в общепринятую систему единиц (СИ), найти численный результат;

10) проанализировать полученный ответ, выяснить как изменяется искомая величина при изменении других величин, функцией которых она является, исследовать предельные случаи.

Приведенная последовательность действий при решении задач усваивается студентами, как правило, в ходе занятий, когда они на практике убеждаются в её целесообразности. Поэтому в конце занятия полезно подвести итог, сформулировать найденный алгоритм рассуждений. Заметим, впрочем, что не всегда может быть предложен алгоритм решения задачи.

2.2 Методические указания по выполнению индивидуального домашнего задания (РГР)

Домашнее индивидуальное задание представляет собой набор задач по изучаемым темам. Количество задач, их источник и номера определяется преподавателем и сообщается студенту в начале семестра. Все задания выполняются студентом в часы, отведенные на самостоятельную работу, опираясь на изученный теоретический материал, изложенный в лекционном курсе, и проработанный при контактной работе со студентами на практических занятиях. Индивидуальное задание сдается на проверку по частям (1÷3 задачи) в течение семестра (по мере изучения соответствующих разделов). Расчетно- графическая работа (РГР) представляет собой набор выполненных и оформленных индивидуальных домашних заданий по соответствующим разделам.

Не зачтенные задачи индивидуального задания должны быть выполнены заново и представлены на повторную проверку вместе с первоначальной работой и замечаниями преподавателя. На исправление замечаний отводится недельный срок со дня их выдачи после первой проверки.

Темы практических занятий и задания – в соответствии с таблицей.

В колонке 3 приведены задачи, рассматриваемые при контактной работе со студентами на практических занятиях, в колонке 4- домашние задания. Номера задач приведены из рекомендуемой литературы, приведенной под таблицей.

№	Тема занятия	№№ задач	Задания на дом, по И: [10(б)3], Б: [10(б)5].	Число акад. часов
1	2	3	4	5
1	Электростатика. Расчет напряженности электрического поля.	2.4; 2.8; 2.11; 2.17; 2.21 [1].	2.3; 2.9; 2.12; 2.18; 2.19; 2.14[1].	2

2	Теорема Гаусса. Расчет напряженности электрического поля (семинар).	2.31; 2.33[1].; Б 3.68[2].	2.32; 2.34[1]; 3.66[2].	2
3	Потенциал электрического поля. Работа электрического поля. Связь между напряженностью и потенциалом.	2.37; 2.38; 2.39; 2.55(а) [1]; 3.32[2].	2.42; 2.43; 2.44; 2.55(б,в) [1].	2
4	Диполь в электрическом поле.	2.46[1]; 3.45; 3.46[2].	2.48; 3.42[1]; 3.45[2].	1
5	Проводники в электрическом поле. Метод изображений.	2.66; 2.67(а,б) [1].	2.61; 2.72; 2.59; 2.64[1].	2
6	Диэлектрики в электрическом поле. Граничные условия.	2.84; 2.89[1]; 3.71[2].	2.83; 2.92[1].	1
7	Емкость. Энергия электрического поля.	2.113; 2.117; 2.135[1].	3.97(1-4.) [2].; 2.141[1].	2
	Контрольная работа 1	темы 1-7		2
8	Постоянный электрический ток. Закон Ома. Законы Кирхгофа. Закон Джоуля-Ленца.	2.157; 2.161; 2.181; 2.190; 2.198(а) [1].	2.158; 2.162; 2.180; 2.191; 2.198(б[1].)	6
1	2	3	4	5
9	Постоянное магнитное поле в вакууме. Расчет магнитного поля. Закон полного тока.	2.226; 2.235(а); 2.236; 2.244	2.231; 2.232; 2.235(б,в); 2.238; 2.258	2
10	Сила Лоренца. Сила Ампера. Работа магнитного поля по перемещению заряда.	2.264; 2.265; 2.271[1]; 3.128; 2.411; 2.406[2].	2.266; 2.271(б); 2.274; 2.413; 2.423[1].	2
11	Магнитное поле в веществе. Граничные условия.	2.293; 2.295(а,б) [1].	2.303; 2.306; 2.296[1]; 3.148; Б 3.141; Б 3.150[2].	4

12	Электромагнитная индукция. Законы электромагнитной индукции.	2.315(а,б); 2.317; 2.330; 2.332[1].	2.318; 2.324; 2.327; 2.335; 2.341; 2.342[1].	2
	Контрольная работа 2	темы 8-12		2
13	Электромагнитные колебания. Переменный ток	3.117; 3.128; 3.156[1].	3.122; 3.130; 3.161[1].	4
	Итого			36

1. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И. Е. Иродов. - 8-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2018. - 420 с.
<https://e.lanbook.com/book/99230>

2. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике [Текст.]: учеб. пособие для вузов / Е. И. Бабаджан и др. – М.: Наука, 1990. – 400 с.

3. Дубровский В.Г. Электричество и магнетизм. Сборник задач и примеры их решения [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Дубровский В.Г., Харламов Г.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011.— 92 с.— Режим доступа:
<http://www.iprbookshop.ru/45195>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю

Пример решения и оформления задачи

Уравнения Максвелла

Задача 1. Между пластинами плоского конденсатора создано переменное электрическое поле, изменяющееся по синусоидальному закону. Амплитуда напряжённости поля 10 мВ/м, частота 200 кГц. Найдите амплитуду плотности тока смещения.

Дано:	СИ	Решение
$E_0 = 10$ мВ/м	0,01 В/м	Величина плотности тока смещения определяется выражением
$\nu = 200$ кГц	$2 \cdot 10^5$ Гц	
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м		$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t},$
$j_{\text{см}0} = ?$		
где $D = \epsilon \epsilon_0 E$ – величина вектора электрического смещения, выраженная через		

диэлектрическую проницаемость среды ϵ (для вакуума $\epsilon = 1$); электрическую постоянную ϵ_0 и напряжённость электрического поля, которая находится по формуле

$$E = E_0 \sin \omega t$$

здесь $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота колебаний. Подставим эти выражения в формулу для величины вектора электрического смещения

$$D = \epsilon_0 E_0 \sin(2\pi\nu t).$$

Полученное выражение продифференцируем по времени и получим

$$j_{\text{см}} = 2\pi\nu\epsilon_0 E_0 \cos(2\pi\nu t).$$

Тогда амплитуда тока смещения будет равна

$$j_{\text{см}0} = 2\pi\nu\epsilon_0 E_0.$$

В полученную формулу подставим числовые значения

$$j_{\text{см}0} = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Гц} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 0,01 \text{ В/м} = 111 \cdot 10^{-9} \text{ А/м} = 111 \text{ нА/м}.$$

3. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1 Общие рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы

В высшей школе студент должен прежде всего сформировать потребность в знаниях и научиться учиться, приобрести навыки самостоятельной работы, необходимые для непрерывного самосовершенствования, развития профессиональных и интеллектуальных способностей.

Самостоятельная работа – это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия преподавателей.

Для успешной самостоятельной работы студент должен планировать свое время и за основу рекомендуется брать рабочую программу учебной дисциплины.

При организации самостоятельной работы следует взять за правило:

- учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно;
- чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3–5 часов ежедневно;
- начиная работу, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе, и напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их содержание и характер могут иметь вариативный и дифференциальный характер, учитывать специфику специальности, изучаемой дисциплины, индивидуальные особенности студента.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

<i>для овладения знаниями</i>	<i>для закрепления и систематизации знаний</i>	<i>для формирования умений</i>
чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы)	работа с конспектом лекции	решение задач и упражнений по образцу
составление плана текста	повторная работа над учебным материалом	решение вариантных задач и упражнений
конспектирование текста	составление таблиц для систематизации учебного материала	выполнение расчетно-графических работ
работа со словарями и справочниками	изучение нормативных материалов	решение ситуационных профессиональных задач
работа с нормативными документами	ответы на контрольные вопросы	подготовка к выполнению физического эксперимента
научно-исследовательская работа	аналитическая обработка текста	проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности
использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники, Интернет и др.	подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции	подготовка докладов по темам
создание мультимедийных презентации	подготовка рефератов, докладов	рефлексивный анализ профессиональных умений, с использованием мультимедийной техники

Ниже представлены рекомендации по организации работы по основным видам самостоятельной внеаудиторной деятельности студентов по дисциплине «Электричество и магнетизм».

3.2 Работа с учебно-методическим и информационным обеспечением

Важной составляющей самостоятельной внеаудиторной подготовки по всем типам занятий является работа с литературой. Умение работать с литературой

означает научиться осмысленно пользоваться учебно-методическим и другим информационным обеспечением дисциплины.

Для изучения дисциплины вся рекомендуемая литература подразделяется на основную и дополнительную и приводится в п. 10 рабочей программы дисциплины.

К основной литературе относятся источники, необходимые для полного и твердого усвоения учебного материала (учебники и учебные пособия).

Поскольку в учебной литературе (учебниках) зачастую остаются неосвещенными современные проблемы, а также не находят отражения новые документы, события, явления, научные открытия последних лет, то рекомендуется для более углубленного изучения программного материала дополнительная литература.

Прежде чем приступить к чтению, необходимо запомнить или записать выходные данные издания: автор, название, издательство, год издания, название интересующих глав.

Содержание (оглавление) дает представление о системе изложения ключевых положений всей публикации и помогает найти нужные сведения.

Предисловие или введение книги поможет установить, на кого рассчитана данная публикация, какие задачи ставил перед собой автор, содержится краткая информация о содержании глав работы. Иногда полезно после этого посмотреть послесловие или заключение. Это помогает составить представление о степени достоверности или научности данной книги.

Изучение научной учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект. Такие записи удлиняют процесс

проработки, изучения книги, но способствуют ее лучшему осмыслению и усвоению, выработке навыков кратко и точно излагать материал. При изучении литературы особое внимание следует обращать на новые термины и понятия. Записи позволяют восстановить в памяти ранее прочитанное без дополнительного обращения к самой книге.

Процесс изучения дисциплины предполагает также активное использование информационных технологий при организации своей познавательной деятельности.

Наличие огромного количества материалов в Сети и специализированных поисковых машин делает Интернет незаменимым средством при поиске информации в процессе обучения.

Однако при использовании интернет-ресурсов следует учитывать следующие рекомендации:

- необходимо критически относиться к информации;
- следует научиться обрабатывать большие объемы информации, представленные в источниках, уметь видеть сильные и слабые стороны, выделять из представленного материала наиболее существенную часть;
- необходимо избегать плагиата, поэтому, если текст источника остается без изменения, необходимо сделать ссылки на автора работы.

3.3 Самостоятельное изучение и конспектирование отдельных тем

Для подготовки конспекта рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу.

При написании конспекта придерживайтесь следующих рекомендаций.

1. Прежде чем приступить к чтению, необходимо записать выходные данные издания: автор, название, издательство, год издания.

2. Внимательно прочитайте текст.
3. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.
4. Выделите главное, составьте план.
5. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.
6. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана.

При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты, учитывайте лаконичность, значимость мысли. В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения.

3.4 Подготовка к текущему и промежуточному контролю

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум – одна из форм контроля полученных теоретических знаний. Коллоквиум это вид занятия, на котором обсуждаются отдельные части, разделы, темы, вопросы изучаемого курса.

При подготовке к коллоквиуму следует, прежде всего, просмотреть конспект лекций и отметить в нем имеющиеся вопросы коллоквиума. Если какие – то вопросы вынесены преподавателем на самостоятельное изучение, следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем.

Целесообразно при подготовке к коллоквиуму выписать в отдельную тетрадь ответы на все вопросы коллоквиума – вне зависимости от того, есть ли они в материалах лекций, или были изучены по учебной литературе.

Также при подготовке к коллоквиуму рекомендуется читать вслух ответы на вопросы – это способствует развитию речи и улучшает восприятие и запоминание информации. Для лучшего усвоения основных физических законов рекомендуется прописывать формулы несколько раз на отдельном листе, а затем воспроизвести ее в контексте ответа на вопрос.

Для самопроверки рекомендуется провести следующий опыт: при закрытой тетради и т.п., положив перед собой список вопросов для подготовки к коллоквиуму, попытаться ответить на любые вопросы из этого списка.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа направлена на проверку умений студентов применять полученные теоретические знания в отношении определенной конкретной задачи.

Подготовка к контрольной работе включает: повторение теоретического материала по тематике контрольной работы. Особое внимание следует уделить запоминанию основных законов и примеров их применения. Для этого следует еще раз рассмотреть решения задач, которые рассматривались на практических занятиях и при решении домашних заданий или выполнении расчетно-графических работ.

Подготовка к тестированию. В современном образовательном процессе тестирование как новая форма оценки знаний занимает важное место.

Цель тестирований в ходе учебного процесса студентов состоит не только в систематическом контроле знаний, но и способствует повышению эффективности обучения учащихся, позволяет выявить уровень усвоения теоретического материала, выявить уровень практических умений и аналитических способностей студентов. А на основе этого идет коррекция процесса обучения и планируются последующие этапы учебного процесса.

При подготовке к тесту следует, прежде всего, просмотреть конспект лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся темы и практические задания, относящиеся к тематике теста. Особо следует уделить внимание содержанию тем заданных на самостоятельное изучение, так как часть вопросов в тестах может относиться именно к этим темам. Если какие – то лекционные вопросы и практические задания на определенные темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятными), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем. Полезно самостоятельно решить несколько типичных заданий по соответствующему разделу.

При подготовке к тесту не следует просто заучивать, необходимо понять логику изложенного материала. Этому немало способствует составление развернутого плана, таблиц, схем. Как и любая другая форма подготовки к контролю знаний, тестирование имеет ряд особенностей, знание которых помогает успешно выполнить тест.

Можно дать следующие методические рекомендации:

- прежде всего, следует внимательно изучить структуру теста, оценить объем времени, выделяемого на данный тест, увидеть, какого типа задания в нем содержатся, что поможет настроиться на работу;
- лучше начинать отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья, что позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов;
- очень важно всегда внимательно читать задания до конца, не пытайтесь понять условия «по первым словам» или выполнив подобные задания в

предыдущих тестированиях, так как такая спешка нередко приводит к досадным ошибкам в самых легких вопросах;

- если Вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться;
- думайте только о текущем задании, необходимо концентрироваться на данном вопросе и находить решения, подходящие именно к нему;
- многие задания можно быстрее решить, если не искать сразу правильный вариант ответа, а последовательно исключать те, которые явно не подходят, что позволяет в итоге сконцентрировать внимание на одном-двух вероятных вариантах;
- рассчитывать выполнение заданий нужно всегда так, чтобы осталось время на проверку и доработку (примерно 1/3-1/4 запланированного времени), что позволит свести к минимуму вероятность описок и сэкономить время, чтобы набрать максимум баллов на легких заданиях и сосредоточиться на решении более трудных, которые вначале пришлось пропустить;
- процесс угадывания правильных ответов желательно свести к минимуму, так как это чревато тем, что Вы забудете о главном: умении использовать имеющиеся накопленные в учебном процессе знания, и будете надеяться на удачу.

Подготовка к промежуточной аттестации. Формами промежуточной аттестации (контроля) являются экзамен и зачет. Экзамен (зачет) может проводиться в виде письменного опроса с последующим собеседованием или с применением тестирования.

Экзамен (зачет) – форма проверки полученных теоретических и практических знаний, их прочность, развитие творческого мышления,

приобретение навыков самостоятельной работы, умения синтезировать полученные знания.

Основная цель подготовки к экзамену (зачету) – достичь понимания физических законов и явлений, а не только механически заучить материал.

Рекомендации по подготовки к экзаменационному (зачетному) тесту представлены выше.

Подготовка к устной сдаче экзамена (зачета) включает в себя несколько основных этапов:

- просмотр программы учебного курса;
- определение необходимых для подготовки источников (учебников, дополнительной литературы и т.д.) и их изучение;
- использование конспектов лекций, материалов практических занятий;
- консультирование у преподавателя.

Для успешной сдачи экзамена рекомендуется соблюдать несколько правил.

1. Подготовка к экзамену (зачету) начинается с первого занятия по дисциплине, на котором аспиранты получают общую установку преподавателя и перечень основных требований к текущей и промежуточной аттестации. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь, прежде всего перечнем вопросов к экзамену, конспектировать важные для решения учебных задач источники.

2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до экзамена (зачета). В течение этого времени нужно успеть повторить и систематизировать изученный материал.

3. За несколько дней перед экзаменом (зачетом) распределите вопросы равномерно на все дни подготовки, возможно, выделив последний день на краткий повтор всего курса.

4. Каждый вопрос следует проработать по конспекту лекций, по учебнику или учебному пособию. В процессе подготовки к экзамену (зачету) при изучении того или иного физического закона, кроме формулировки и математической записи закона, следует обратить внимание на опыты, которые обнаруживают этот закон и подтверждают его справедливость, границы и условия его применимости.

Для лучшего запоминания материала целесообразно работать с карандашом в руках, записывая выводимые формулы, изображая рисунки, схемы и диаграммы в отдельной тетради или на листах бумаги.

5. После повтора каждого вопроса нужно, закрыв конспект и учебники, самостоятельно вывести формулы, воспроизвести иллюстративный материал с последующей самопроверкой.

6. Все трудные и не полностью понятые вопросы следует выписывать на отдельный лист бумаги, с последующим уточнением ответов на них у преподавателя на консультации.

7. При ответе на вопросы билета студент должен продемонстрировать знание теоретического материала и умение применить при анализе качественных и количественных задач. Изложение материала должно быть четким, кратким и аргументированным.

4.7 Подготовка к другим видам работ

Подготовка реферата. Цель реферата – раскрыть предложенную тему путем приведения каких-либо аргументов. Реферат не может содержать много идей. Он отражает только один вариант размышлений и развивает его. При написании

реферата старайтесь четко отвечать на поставленный вопрос и не отклоняйтесь от темы.

Написание реферата предполагает изложение самостоятельных рассуждений по теме, выбранной студентом и связанной с тематикой курса.

Подготовка к написанию реферата. Прежде чем составлять план реферата, убедитесь в том, что вы внимательно прочитали и правильно поняли тему, поскольку она может быть интерпретирована по-разному, а для того чтобы ее осветить, существует несколько подходов, следовательно, необходимо будет выбрать вариант подхода, которому будете следовать, а также иметь возможность обосновать ваш выбор. При этом содержание выбранной темы может охватывать широкий спектр проблем, требующих привлечения большого объема литературы. В этом случае следует освещать только определенные аспекты этой темы.

Прежде чем приступить к написанию реферата, проанализируйте имеющуюся у вас информацию, а затем составьте тезисный план.

Структура реферата: введение, основная часть (развитие темы), заключение, библиографический список.

Введение должно включать краткое изложение вашего понимания и подход к теме реферата.

Основная часть предполагает развитие структурированной аргументации и анализа по теме, а также их логическое обоснование исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. Следует избегать повторений.

Необходимо писать коротко, четко и ясно, придерживаясь следующих требований:

- структурно выделять разделы и подразделы работы;

- логично излагать материал;
- обосновывать выводы;
- приветствуется оригинальность выводов;
- отсутствие лишнего материала, не имеющего отношение к работе;
- способность построить и доказать вашу позицию по определенным проблемам на основе приобретенных вами знаний;
- аргументированное раскрытие темы на основе собранного материала.

Заключение. В этом разделе должна содержаться информация о том, насколько удалось достичь поставленной цели. Эта часть реферата может представлять собой основные выводы по каждому разделу основной части реферата, в ней отмечается значимость выполненной работы, предложения по возможному практическому использованию результатов работы и целесообразность ее продолжения.

Библиографический список должен содержать только те источники информации, которые имеют прямое отношение к работе и использованы в ней. Библиографический список должен быть составлен в соответствии с ГОСТом АмГУ.

Подготовка презентации и доклада.

Доклад – сообщение по выбранной теме. Любое устное выступление должно удовлетворять *трем основным критериям*, которые в конечном итоге и приводят к успеху:

- это критерий правильности, т.е. соответствия языковым нормам;
- критерий смысловой адекватности, т.е. соответствия содержания выступления реальности;

- критерий эффективности, т.е. соответствия достигнутых результатов поставленной цели.

Докладчик должен знать и уметь: сообщать новую информацию, использовать технические средства, хорошо ориентироваться в теме, отвечать на заданные вопросы, четко выполнять установленный регламент.

Рекомендуемая структура выступления.

Работа по подготовке устного выступления начинается с формулировки темы.

Само выступление должно состоять из трех частей – вступления (10-15% общего времени), основной части (60-70%) и заключения (20-25%).

Вступление включает в себя представление авторов, название доклада, цель, задачи, актуальность темы, четкое определение стержневой идеи.

Основная часть. Раскрывается суть затронутой темы – строится по принципу отчета. Задача основной части – представить достаточно материала для раскрытия темы. План развития основной части должен быть ясным. Должно быть отобрано оптимальное количество фактов и необходимых примеров. Логическая структура строится с помощью наглядных пособий, визуальных материалов (презентаций).

Заключение – ясное, четкое обобщение и краткие выводы.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Для подготовки презентации рекомендуется использовать :PowerPoint, MSWord, AcrobatReader, LaTeX-овский пакет beamer. Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint.

Для подготовки презентации необходимо собрать и обработать начальную информацию.

Рекомендуемая последовательность подготовки презентации.

1. Четко сформулировать цель, задачи и актуальность выбранной темы.
2. Определить формат презентации.
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку подачи информации.

4. Определить ключевые моменты и содержание текста и выделить их.

5. Определить виды визуализации (иллюстрации, таблицы, графики, диаграммы и т.д.) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой информации.

6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер). Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24, для информации - для информации не менее 18. Яркие краски, сложные цветные построения, излишняя анимация, выпрыгивающий текст или иллюстрация — не самое лучшее дополнение к научному докладу. Таблицы и диаграммы размещаются на светлом или белом фоне. Также нежелательны звуковые эффекты в ходе демонстрации презентации. Для лучшей ориентации в презентации по ходу выступления лучше пронумеровать слайды.

7. Проверить визуальное восприятие презентации. После подготовки презентации необходима репетиция выступления.

Практические советы по подготовке презентации:

- готовьте отдельно: печатный текст + слайды ;

- слайды визуальная подача информации, которая должна содержать минимум текста, максимум изображений, несущих смысловую нагрузку, выглядеть наглядно и просто;
- текстовое содержание презентации - устная речь или чтение, которая должна включать аргументы, факты, доказательства;
- рекомендуемое число слайдов 17-22;
- обязательная информация для презентации: тема, фамилия и инициалы выступающего, краткие выводы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся: учеб. пособие / Е.М. Емышева [и др.]. – Москва: Изд-во РГТУ, 2013.– 125 с.
<https://www.rsuh.ru/upload/iblock/c70/c70c10002f5932ab48798aae10f5a351.do>
2. Методические рекомендации при подготовке к занятиям по физике (лекциям практике, решения задач, лабораторным работам): учебно-метод. пособие / Е. А. Попкова. – Рыбинск: ООО Изд-во «РМП», 2009. – 54 с.
<http://www.rsatu.ru/sites/physics/?doc=1491334>
3. Кесаманлы, Ф.П. Физика. Как правильно организовать самостоятельную работу при выполнении учебных экспериментов: метод. пособие / Ф.П. Кесаманлы, В.М. Коликова. –СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2007. – 56 с.
http://window.edu.ru/catalog/pdf2txt/048/37048/14061?p_page=2
4. Лызь, Н.А. Тенденции развития высшего образования / Н.А Лызь, А.Е. а: – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. – 84 с.
<http://www.twirpx.com/file/2332317>
5. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/705>. — Загл. с экрана.
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики [Текст] : в 5 т.: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / Д. М. Сивухин. - 5-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2006. Т. 3 : Электричество. - 2006. - 655 с.

1. Калашников С.Г. Электричество [Текст]: учеб. пособие: доп. Мин.обр. РФ/ С.Г. Калашников – 6-е изд., стер.. М.:ФИЗМАТЛИТ: Изд-во Моск. физико-тех. ин-та , 2004, 2003.- 624 с.

2. Тамм И.Е. Основы теории электричества [Текст]: учеб. пособие: рек. Мин.обр. РФ/ И.Е. Тамм – 11-е изд., испр. И доп.. – М.:ФИЗМАТЛИТ: Изд-во Моск. физико-тех. ин-та , 2003.-616 с.

3. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И. Е. Иродов. - 8-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2018. - 420 с. <https://e.lanbook.com/book/99230>

4. Дубровский В.Г. Электричество и магнетизм. Сборник задач и примеры их решения [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Дубровский В.Г., Харламов Г.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011.— 92 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45195>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю

5. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике [Текст.]: учеб. пособие для вузов / Е. И. Бабаджан и др. – М.: Наука, 1990. – 400 с.

6.Сарина М.П. Электричество и магнетизм. Часть 1. Электричество [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сарина М.П.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013.— 152 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45196>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.

7. Валишев, М.Г. Физика. Часть 2.Электростатика. Постоянный ток: учеб. пособие/М.Г. Валишев, А.А. Повзнер. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТИ-УПИ,2006.- 60с.

8. Валишев, М.Г. Физика. Часть 3. Электромагнетизм: учеб. пособие/М.Г. Валишев, А.А. Повзнер. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТИ-УПИ, 2006.-55с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Организация лекционных занятий	3
1.1 Общие рекомендации по организации работы на лекции	3
1.2 Краткое содержание курса лекций	5
2 Организация практических занятий	117
2.1 Методические рекомендации к практическим занятиям	121
2.2 Методические рекомендации по выполнению индивидуальных домашних заданий (РГР)	123
2.3 Пример решения и оформления задачи	125
3 Организация самостоятельной работы	127
3.1 Общие рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы	127
3.2 Работа с учебно-методическим и информационным обеспечением	128
3.4 Самостоятельное изучение и конспектирование отдельных тем	130
3.5 Подготовка к текущему и промежуточному контролю	131
3.6 Подготовка к другим видам работ	136
Библиографический список	141

Ульянычева Вера Федоровна,

доцент кафедры физики АмГУ, канд. физ.-мат. наук

<https://www.rsuh.ru/upload/iblock/c70/c70c10002f5932ab48798aae10f5a351.do>

http://window.edu.ru/catalog/pdf2txt/048/37048/14061?p_page=2