

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Амурский государственный университет

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Часть IV: Магнетизм.

•

**Учебно-методическое пособие для студентов инженерных
направлений подготовки**

Благовещенск
Издательство АмГУ
2023

УДК 53

ББК 22.334я73

Р 47

Рекомендовано

Учебно-методическим советом университета

Рецензент:

Верхотурова И.В., канд. физ.-мат. наук, доцент, Амурский государственный университет.

Решаем задачи по физике. Ч. IV: Магнетизм: учеб.-метод. пособие для студентов инженерных направлений подготовки / сост. И. Б. Копылова, – Благовещенск: 2023.- 42 с.

В учебно-методическом пособии приведены решения задач на основные темы раздела магнетизм (с учетом рабочих программ изучения курса физики). Этот раздел является основным для многих инженерных направлений подготовки. В обозначенных темах приводятся основные формулы и соотношения, необходимые для решения задач.

Для студентов инженерных направлений подготовки высших учебных заведений, выполняющих задания по физике.

©Амурский государственный университет, 2023

©И. Б. Копылова, составитель

СОДЕРЖАНИЕ

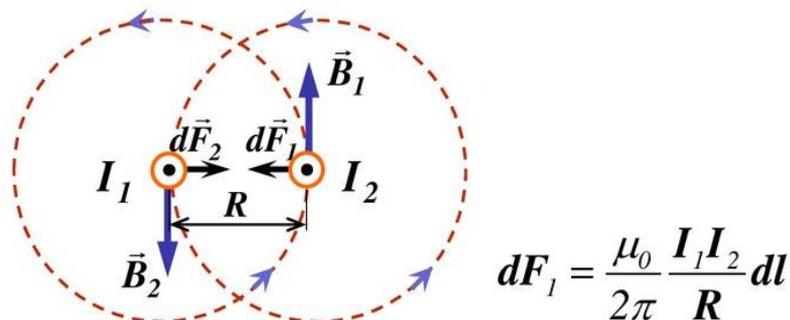
1. Закон Био-Савара- Лапласа	4
2. Сила Ампера. Сила Лоренца	18
3. Закон электромагнитной индукции	31
4. Литература	41

Тема 1: Закон Био-Савара- Лапласа

Определения и основные формулы:

1) Характеристики магнитного поля.

В работах Ампера (1820 г.) был экспериментально установлен закон, позволяющий оценить силу взаимодействия двух токов, текущих в малых отрезках проводников. После введения понятия магнитного поля, посредством которого происходит взаимодействие токов, законом Ампера стали называть формулу, определяющую силу, с которой магнитное поле действует на элементарный (малых размеров) проводник с током.



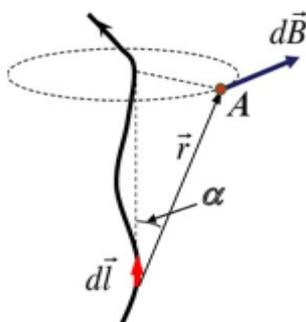
Выражение для модуля силы dF_2 , с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1 :

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R} dl$$

Отметим, что термин «магнитное поле» был введён Эрстедом (1820 г.) в связи с тем, что возбуждаемое электрическим током поле оказывало ориентирующее действие на магнитную стрелку.

2) Закон Био-Савара-Лапласа.

В работах Био и Савара (1820 г.) был установлен закон, определяющий силовую характеристику (вектор магнитной индукции B) магнитного поля, создаваемого электрическим током. В общем виде этот закон был сформулирован Лапласом и получил название закон Био - Савара - Лапласа.



Элемент тока $I dl$ - это вектор, направленный в каждой точке проводника с током I параллельно вектору j плотности тока и равный по модулю произведению силы тока I на элемент длины dl проводника.

Найдем индукцию $d\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого элементом тока. При пропускании по проводнику тока I в элементе длины dl проводника объемом Sdl (S - площадь поперечного сечения проводника,) движутся N свободных зарядов со скоростью направленного движения $\langle v \rangle$, каждый из них создает магнитное поле с индукцией $d\vec{B}$. Учитывая малые размеры элемента длины dl проводника для $d\vec{B}$, можно записать:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[Nq \langle \vec{v} \rangle; \vec{r}]}{r^3}$$

Используя формулы для плотности тока j и силы тока $I = jS$, получим:

$$Nq\langle \vec{v} \rangle = n \cdot Vq\langle \vec{v} \rangle = qn\langle \vec{v} \rangle Sdl = \vec{j}Sdl = I d\vec{l},$$

что позволяет оценить $d\vec{B}$ по следующему выражению:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}; \vec{r}]}{r^3},$$

В скалярном виде:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad \alpha = \left(\vec{dl} \wedge \vec{r} \right),$$

где \vec{r} - вектор, проведенный от элемента тока к рассматриваемой точке пространства.

Формула получила название закона Био - Савара - Лапласа, который определяет индукцию магнитного поля, создаваемого элементом тока.

3) Применение закона БСЛ к расчету магнитных полей различных проводников с током.

Для расчета индукции магнитного поля проводника с током нужно разбить его на отдельные элементы тока (представить его как систему (набор) элементов тока). Для решения этой задачи нужно применить принцип суперпозиции полей: индукцию поля, созданного системой токов можно определить как векторную сумму индукций полей, которые создаются каждым током в отдельности:

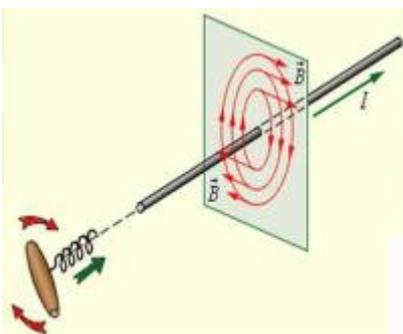
$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i;$$

Если поле создано системой бесконечно малыми элементами тока, то это соотношение можно записать: $\vec{B} = \int d\vec{B}$

Найдем результирующее поле в рассматриваемой точке по закону БСЛ и принципу суперпозиции полей:

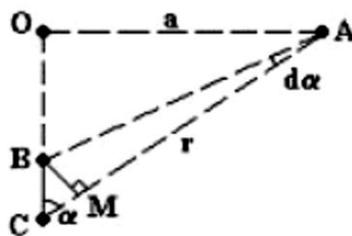
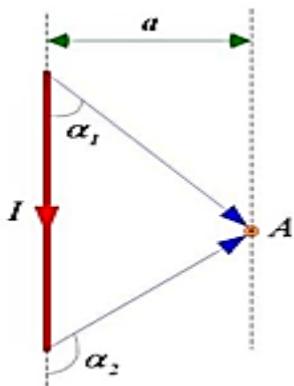
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l}; \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

Прежде чем перейти к конкретным примерам расчета магнитных полей, отметим, что для графического изображения магнитных полей используются линии вектора магнитной индукции (линии \mathbf{B}), которые проводятся так, чтобы в каждой точке линии вектор \mathbf{B} был направлен по касательной к ним.



Из опыта известно, что в природе не существует магнитных зарядов, поэтому линии \mathbf{B} являются замкнутыми. В ряде случаев направление вектора \mathbf{B} в данной точке поля удобно определять, предварительно проведя через данную точку линию вектора \mathbf{B} .

Пример 1. Магнитное поле прямолинейного проводника конечной длины с током I . Рассчитаем индукцию магнитного поля прямолинейного проводника конечной длины с током I в точке A .



Из рисунка видно, что все вектора $d\mathbf{B}$ направлены перпендикулярно плоскости чертежа от нас, следовательно, также направлен и вектор \mathbf{B} суммарного поля. Тогда формула для модуля вектора \mathbf{B} запишется так:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Для того, чтобы взять такой интеграл, необходимо рассмотреть чертеж, приведенный на рисунке, где приведен произвольный элемент длины dl проводника. Из рисунка следует

$$\Delta OAC \sim \Delta BCM : \frac{OA}{AC} = \frac{BM}{BC}; \frac{a}{r} = \frac{rd\alpha}{dl}; \frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{a}.$$

Подставляя полученное соотношение в интеграл, получим

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

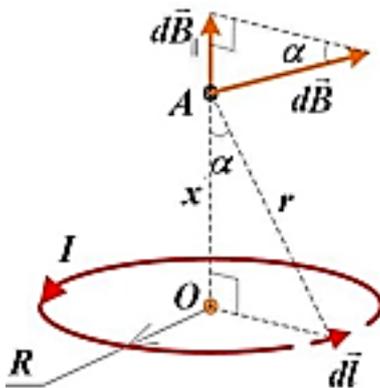
Направление вектора B можно определить, предварительно проведя силовые линии прямого проводника с током - это окружности, охватывающие проводник и лежащие в плоскости, перпендикулярной к нему; направление линий B связано правилом правого буравчика с направлением тока в проводнике. Тогда вектор B в каждой точке линии будет направлен по касательной к ней.

В частном случае для бесконечно длинного проводника с током получим:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Пример 2. Магнитное поле на оси кольцевого тока

Рассчитаем индукцию магнитного поля в точке A , находящейся на оси кольцевого тока I радиуса R на расстоянии a от его центра.



На рисунке указаны вектора dB , созданные верхним и нижним элементами тока в точке A . Они образуют угол β с вертикальным направлением. Вектора dB , созданные всеми элементами тока, образуют конус векторов dB , и

из соображений симметрии следует, что суммарный вектор \mathbf{B} в точке А будет направлен по оси кольца. Проектируя уравнение на ось Ox , получим

$$B = \int dB \sin \alpha = \int \frac{\mu \mu_0 I dl \sin 90^\circ}{4\pi r^2} = \frac{\mu \mu_0 I \sin \beta 2\pi R}{4\pi r^2} = \frac{\mu \mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}.$$

Для центра кольцевого тока (точка О) $a=0$, и поэтому

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R}.$$

Примеры решения задач.

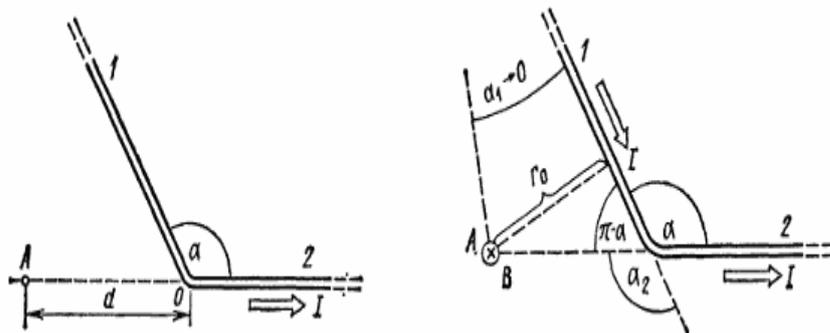
Задача1. Длинный провод с током $I= 50\text{А}$ изогнут под углом $\alpha=2\pi/3$
 Определить магнитную индукцию в точке A . Расстояние $d=5\text{см}$.

Дано:
 $I= 50\text{А}$
 $\alpha=2\pi/3$
 $d=5\text{см}$

Система
 СИ
 0,05 м

Найти: B

Решение:



Проводник сложной формы можно представить как отрезки прямолинейного проводника. В данном случае – два длинных провода, концы которых соединены в точке O . По принципу суперпозиции в точке A поле создается двумя проводниками, следовательно индукция в точке A равна:

$$\mathbf{B}=\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2$$

Индукция \mathbf{B}_2 равна нулю, т.к. точка лежит на продолжении оси провода. Магнитную индукцию \mathbf{B}_1 найдем по закону Био-Савара-Лапласа для проводника конечной длины.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Где r_0 – кратчайшее расстояние от проводника 1 до точки A . Угол $\alpha_1=0$, т.к. проводник длинный.

Угол α_2 и длину отрезка r_0 найдем из геометрии рисунка.

$$\alpha = \alpha_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad \cos \alpha_2 = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$r_0 = d \sin(\pi - \alpha) = d \sin \frac{\pi}{3} = \frac{d\sqrt{3}}{2}$$

Подставим в исходное соотношение, получим:

$$B_1 = \frac{2\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{3}} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

Результирующий вектор: $\mathbf{B}=\mathbf{B}_1$, направление вектора \mathbf{B} совпадает с направлением вектора \mathbf{B}_1 . Вектор направлен перпендикулярно плоскости чертежа от нас.

В итоге получим:

$$B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}$$

Проведем вычисления:

$$B = \frac{\sqrt{3} 4\pi 10^{-7} 50}{4\pi 5 \cdot 10^{-2}} = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

Ответ: $B = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$

Задача2. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии $r=5$ см друг от друга в воздухе, текут токи $I=10$ А каждый. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого токами в точке, лежащей посередине между проводами, для случаев: 1) провода параллельны, токи текут в одном направлении (рисунок, а); 2) провода параллельны, токи текут в противоположных направлениях (рисунок б); 3) провода перпендикулярны, направление токов указано на рисунке в.

Дано:

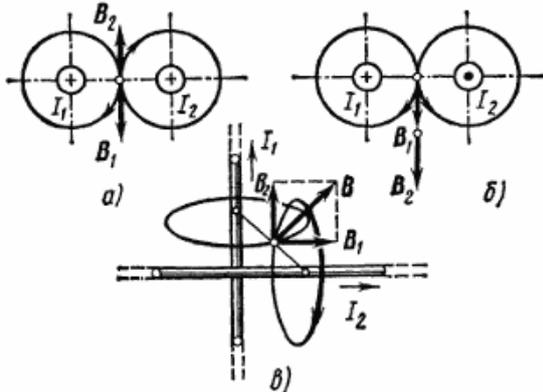
Система СИ

Решение:

$r=5$ см
 $I=10$ А

0,05 м

Найти:
 B



Согласно принципу суперпозиции результирующее поле, созданное двумя проводниками с токами I_1 и I_2 :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$$

Т.к. токи одинаковы, то согласно закона Био-Савара-Лапласа для бесконечного проводника можно записать:

$$B = B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Проведем вычисления, получим $B = 80$ мкТл.

Рассмотрим случаи различного расположения токов относительно друг друга и от направления токов в них.

1. Проводники параллельны и токи текут в одинаковых направлениях. Построим в искомой точке направления векторов \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 . Для этого проведем через току силовые линии полей, созданных токами I_1 и I_2 . Векторы лежат на одной прямой и направлены в противоположные стороны (рисунок а)).

В результате $B_1 = -B_2$. Следовательно индукция результирующего поля равна нулю $B = B_1 - B_2 = 0$

2. Проводники параллельны, токи текут в противоположных направлениях (рисунок б)). Векторы направлены в одну сторону (вниз). Т.к. ось Y направлена вверх, то $B_1 = B_2 = -80$ мкТл

Следовательно индукция результирующего поля:

$$B = B_1 + B_2 = -160 \text{ мкТл}$$

3. Проводники взаимно перпендикулярны. В точке, находящейся посередине между проводами векторы B_1 и B_2 направлены взаимно перпендикулярно вне зависимости от направления токов (рисунок в)). Результирующее направление вектора – по диагонали. Модуль вектора найдем по теореме Пифагора.

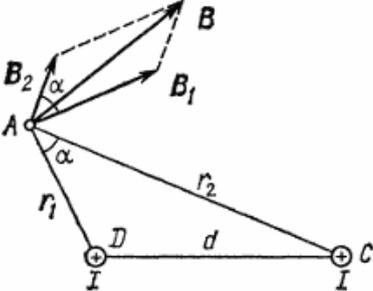
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

В результате вычислений получим: $B = 113 \text{ мкТл}$

Ответ: 1. $B = 0$; 2. $B = -160 \text{ мкТл}$; 3. $B = 113 \text{ мкТл}$

Место для уравнения.

Задача3. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи $I=60$ А, расположены на расстоянии $d=10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1=5$ см и от другого-на расстоянии $r_2=12$ см.

Дано:	Система СИ	Решение:
$I=60$ А $d=10$ см $r_1=5$ см $r_2=12$ см	0,1 м 0,05 м 0,12 м	 <p>Согласно принципу суперпозиции в точке А магнитная индукция: $\mathbf{B}=\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2$. Через точку А проведем силовые линии полей, созданных токами I_1 и I_2 и найдем направления векторов \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2. Результирующий вектор построим по правилу параллелограмма. Для расчета результирующего вектора воспользуемся теоремой косинусов:</p> $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}$ <p>Найдем значения B_1 и B_2 как индукцию поля, созданного бесконечно длинным проводником:</p> $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$ <p>Вычислим $\cos \alpha$ из треугольника DAC используя теорему косинусов:</p> $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \alpha$ <p>Выразим и вычислим $\cos \alpha$:</p> $\cos \alpha = \frac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2}=0,576$ <p>Подставим полученные соотношения в рабочую формулу:</p> $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1r_2} \cos \alpha}$ <p>Подставим численные значения величин, получим: $B=286$ мкТл Ответ: $B=286$ мкТл</p>

Задача4. По проводнику в виде тонкого кольца радиусом $R=10$ см течет ток. Чему равна сила тока I , если магнитная индукция B поля в точке A равна $B=1$ мкТл? Угол $\beta=10^\circ$.

Дано:

Система
СИ

Решение:

$R=10$ см

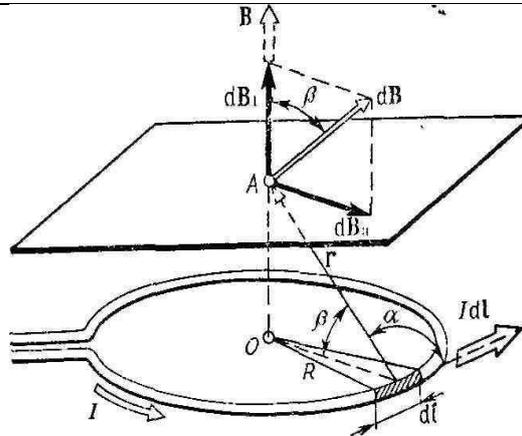
0,1 м

$B=1$ мкТл

10^{-6} Тл

$\beta=10^\circ$

Найти: I



Точка A расположена на оси проводника. Построим плоскость параллельную плоскости кольца, в которой находится точка A . Выделим на кольце элемент тока Idl . Проведем через точку A силовую линию поля, создаваемого элементом тока, которая представляет окружность радиуса r . Направление вектора $d\vec{B}$ определяется правилом буравчика. Магнитную индукцию поля элемента тока определим по правилу буравчика.

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}; \vec{r}]}{r^3}$$

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

Т.к. все векторы $d\vec{B}$ имеют различные направления в пространстве разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющих $d\vec{B}_\perp$ и $d\vec{B}_\parallel$.

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel$$

Тогда:

$\vec{B} = \int d\vec{B}_\perp + \int d\vec{B}_\parallel$; В силу симметрии второй интеграл будет равен нулю. Это значит, что результирующее поле направлено вдоль оси Y .

$dB_\perp = dB \cos \beta$; $dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$; т.к. $\sin \alpha = 1$ ($d\vec{l}$ перпендикулярен \vec{r}).

Подставим все полученные соотношения в итоговую формулу и проинтегрируем полученное выражение:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \beta \int_0^{2\pi R} dl$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \beta \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

(из геометрии имеем: $\cos \beta = \frac{R}{r}$).

Выразим из полученного соотношения силу тока I .

$$I = \frac{2r^3 B}{\mu_0 R^2}; r = \frac{R}{\cos \beta}; I = \frac{2RB}{\mu_0 (\cos \beta)^3}$$

Выполним расчет:

$$I = 0,17 \text{ А}$$

Ответ: $I = 0,17 \text{ А}$

Задача5. По отрезку прямого провода длиной $l=80$ см течет ток $I=50$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в точке A , равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0=30$ см от его середины.

Дано:

$l=80$ см

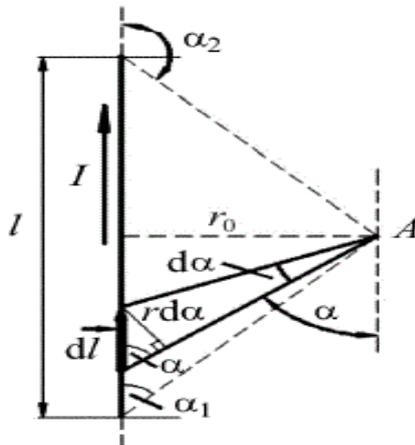
$I=50$ А

$r_0=30$ см

Найти: B

Система СИ

Решение:



Представим проводник как совокупность элементов тока Idl . Согласно принципу суперпозиции, в точке A индукция поля

$$\vec{B} = \int_0^l d\vec{B}$$

Направление вектора B можно определить по правилу правого винта. Для этого через точку A нужно провести силовую линию и вращать буравчик так, чтобы его поступательное движение совпадало с направлением тока. В данном случае вектор направлен за плоскость чертежа от нас. Все векторы $d\vec{B}$ сонаправлены, поэтому принцип можно записать принцип суперпозиции в виде: $B = \int_0^l dB$

Для определения $d\vec{B}$ запишем закон Био-Савара –Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}; \vec{r}]}{r^3}$$

В скалярном виде: $dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$

Подставим под знак интеграла

$$B = \int_0^l \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$$

Найдем выражение для dl , чтобы под знаком интеграла осталась одна переменная. Из геометрии рисунка имеем:

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}; r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$$

Подставим полученные соотношения в рабочую формулу, вынесем за знак интеграла константы:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

α_1 и α_2 – пределы интегрирования.

Проинтегрируем данное выражение:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

В силу симметрии точки A $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$.

Тогда выражение примет вид:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1$$

Найдем $\cos \alpha_1$ из геометрии рисунка:

$$\cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$$

Окончательно получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$$

Выполним вычисления:

$$B = 26,7 \text{ Тл}$$

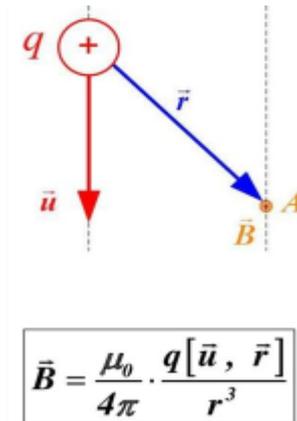
Ответ: $B = 26,7 \text{ Тл}$

Тема 2: Сила Ампера. Сила Лоренца

Определения и основные формулы:

1) Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.

В опытах Роуланда Г. было доказано, что магнитное поле порождается



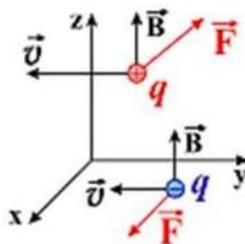
движущимися зарядами.

Он показал, что индукция магнитного поля пропорциональна скорости движения заряженной частицы.

Позже Лоренц установил, что на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу действует сила, которая определяется соотношением:

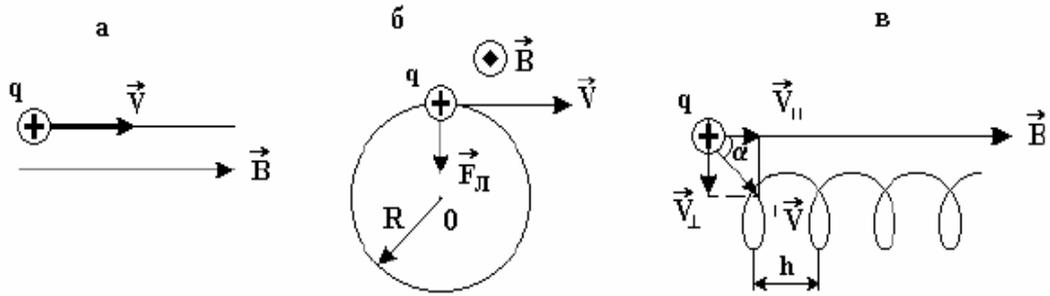
$$\vec{F} = q[\vec{v}; \vec{B}]; F = qvB \sin \alpha$$

Эта сила получила название силы Лоренца. Так как величина силы зависит от величины и знака заряда, а ее направление определяется векторным произведением скорости и магнитной индукции поля, то можно рассмотреть два случая действия силы: на положительный и отрицательный заряды, что и представлено на рисунке.



Рассмотрим случаи действия силы Лоренца при движении в однородном магнитном поле в зависимости от угла α между векторами скорости \mathbf{v} и магнитной индукции \mathbf{B} .

а) $\alpha=0$. В этом случае $F_{\text{Л}}=0$, т.е. сила на частицу не действует, частица движется прямолинейно вдоль линий вектора \mathbf{B} (рисунок а);



б) $\alpha=90^\circ$. Частица движется в магнитном поле перпендикулярно линиям вектора \mathbf{B} . Траектория движения частицы - окружность радиуса R (рисунок б). В этом случае сила Лоренца максимальна и направлена перпендикулярно скорости движения частицы, т.е. является центростремительной. Используя второй закон Ньютона, для радиуса R и периода T обращения частицы можно получить

$$F_{\text{ц}} = ma : |q|vB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow$$

$$R = \frac{mv}{|q|B}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B};$$

в) α - произвольный угол. Траекторию движения частицы - винтовую линию (рисунок в) можно представить как сумму двух видов движения - прямолинейного вдоль линий \mathbf{B} ($\alpha=0$) и движения по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{B} ($\alpha=90^\circ$).

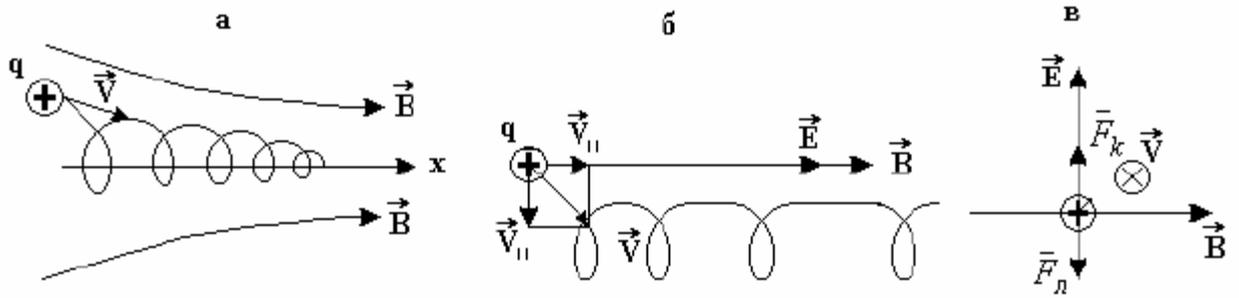
Для параметров винтовой линии - радиуса R окружности, периода T обращения и шага h винтовой линии можно записать

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}; \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}, \quad h = v_{\parallel} \cdot T, \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha.$$

В неоднородном магнитном поле частица в общем случае будет двигаться по винтовой линии, радиус и шаг которой будут изменяться, т.е. по спирали.

В совмещенных в пространстве электрическом и магнитном полях на частицу, кроме силы Лоренца, будет также действовать кулоновская сила

$$\vec{F} = q[\vec{v}; \vec{B}] + q\vec{E}$$



В случае скрещенных под прямым углом однородных электрическом и магнитном полях (рисунок в), прямолинейное движение частицы возможно, когда вектор \vec{v} будет направлен от нас в плоскость рисунка, а его модуль равен

$$F_n = F_k : |q|v B = |q|E \Rightarrow v = E/B.$$

2) Сила Ампера

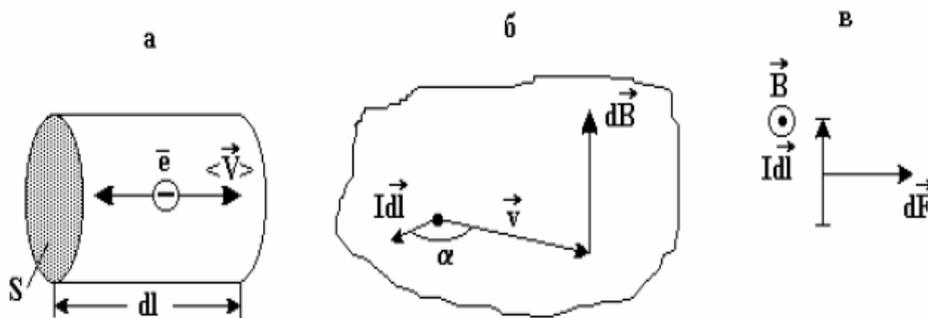
Магнитное поле является силовым полем, поэтому если поместить элемент тока в магнитное поле, то на него будет действовать сила, которую можно определить, используя закон Ампера о взаимодействии проводников с током, закон Био-Савара-Лапласа и выражение для силы Лоренца, действующей на движущееся заряды.

Силу $d\vec{F}$, действующую на него со стороны магнитного поля, можно найти как сумму сил Лоренца \vec{F}_L действующих на заряды, движущиеся в элементе тока:

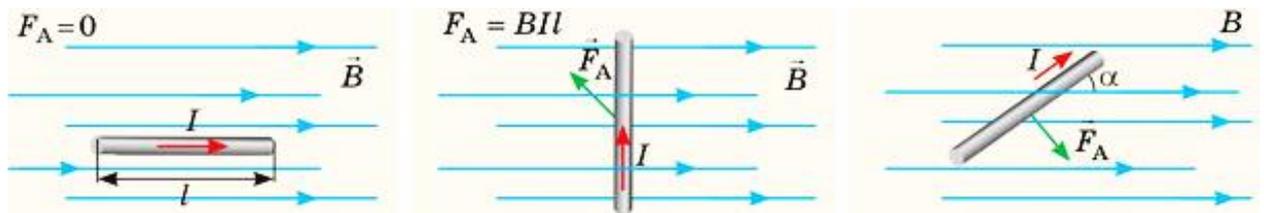
$d\vec{F} = N \vec{F}_L$. Используя методику вывода закона БСЛ, получим:

$d\vec{F} = I[d\vec{l}; \vec{B}]$, или в скалярном виде:

$$dF = Idl \sin \alpha, \quad \alpha = \left(d\vec{l}, \vec{B} \right).$$



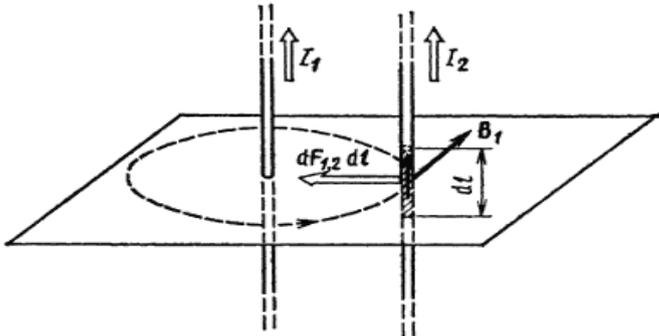
Формула представляет собой закон Ампера, определяющий силу, которая действует на элемент тока со стороны магнитного поля. Направление силы $d\vec{F}$ удобно определять по правилу левой руки (правилу векторного произведения).



На рисунке представлены различные случаи действия силы Ампера.

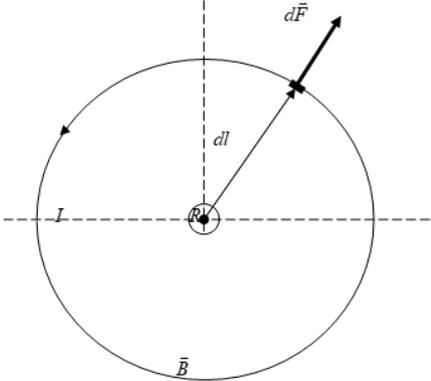
Примеры решения задач.

Задача 1. По двум параллельным прямым проводам длиной $l=2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d=20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I=1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов F .

Дано:	Система СИ	Решение:
$l=2,5$ м $d=20$ см $I=1$ кА Найти: F	$0,2$ м $1 \cdot 10^3$ А	 <p>Каждый ток создает магнитное поле. Построим силовые линии полей, которые создает каждый ток найдем направление индукции магнитного поля и направление силы, действующей на проводник. Два проводника, по которым текут токи в одном направлении, притягиваются. Т.к. токи одинаковы, то магнитную индукцию можно определить:</p> $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ <p>Сила, действующая на элемент тока $I_2 \cdot dl$ определяется законом Ампера.</p> $dF = I_2 B_1 dl \sin(\widehat{dlB})$ <p>$\sin(\widehat{dlB}) = 1$; т.к. угол между векторами dl и B_1 прямой, тогда</p> $dF = I_2 B_1 dl = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} dl$ <p>Проинтегрируем данное выражение:</p>

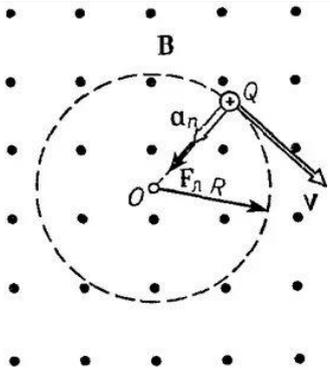
		$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$ <p>Т.к. токи одинаковы:</p> $F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$ <p>Произведем вычисления. $F=2,5$ Н. Ответ: $F=2,5$ Н</p>
--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Задача 2. Тонкое проводящее кольцо с током $I=40$ А помещено в однородное магнитное поле с индукцией $B=80$ мТл. Плоскость кольца перпендикулярна линиям индукции. Радиус кольца $R=20$ см. Найти силу F , растягивающую кольцо. Подводящие провода параллельны силовым линиям.

Дано:	Система СИ	Решение:
$I=40$ А $B=80$ мТл $R=20$ см	$80 \cdot 10^{-3}$ Тл $0,2$ м	 <p>Т.к. подводящие провода параллельны силовым линиям сила Ампера на них не действует. Сила Ампера, действующая на элемент тока Idl определяется выражением: $d\vec{F} = I[d\vec{l}; \vec{B}]$ или в скалярном виде: $dF = IBdl \sin \alpha$</p> <p>Где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B}. Вектор $d\vec{F}$ перпендикулярен векторам $d\vec{l}$ и \vec{B}. Направлен по радиусу кольца от его центра. Т.е. сила Ампера будет растягивать кольцо.</p> <p>По условию задачи эти векторы перпендикулярны, т.е. $\sin \alpha = 1$ Тогда</p> $dF = IBdl$
Найти: F		

		<p>Найдем силу , действующую на кольцо, проинтегрируем полученное соотношение:</p> $F = IB \int_0^{2\pi R} dl = IB \cdot 2\pi R$ <p>Выполним вычисления:</p> $F = 4 \text{ Н}$ <p>Ответ: $F = 4 \text{ Н}$</p>
--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Задача 3. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U=600\text{В}$, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,3 \text{ Тл}$ и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус окружности R .

Дано:	Система СИ	Решение:
$U=600\text{В}$ $B=0,3 \text{ Тл}$ $q=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$		 <p>На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца.</p> $\vec{F} = q[\vec{v}; \vec{B}];$ <p>которая перпендикулярна вектору скорости и вектору магнитной индукции. Тогда можно записать:</p> $F = qvB$ <p>Т.к. под действием этой силы протон движется по окружности, то эта сила будет центростремительной, т.е.</p> $\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_c;$ <p>Подставим выражение центростремительного ускорения и получим:</p> $F = \frac{mv^2}{R};$ <p>с учетом выражения для силы Лоренца:</p>
Найти: R		

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

Из полученного соотношения выразим радиус окружности, по которой движется протон.

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Скорость движения протона неизвестна, однако известно, что он прошел ускоряющую разность потенциалов т.е. за счет работы сил электрического поля, которая равна изменению кинетической энергии, приобрел скорость. Начальную скорость примем равной нулю.

$$qU = \frac{mv^2}{2};$$

выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}};$$

подставим выражение для скорости в рабочую формулу:

$$R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

Выполним расчет.

$$R = 1 \text{ м}$$

Ответ: $R = 1 \text{ м}$

Задача 4. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,2$ Тл, движется по окружности радиуса $R=5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Дано:	Система СИ	Решение:
$B=0,2$ Тл $R=5$ см $q=-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$0,05$ м	<div data-bbox="762 360 1018 667" data-label="Image"> </div> <p>Электрон движется по окружности в случае если его скорость перпендикулярна вектору магнитной индукции (на рисунке вектор \vec{B} направлен от нас).</p> <p>Вращаясь по окружности электрон создает эквивалентный ток, аналогичный круговому току. Силу тока можно найти по соотношению:</p> $I_{\text{ЭКВ}} = \frac{ e }{T}$ <p>где e - заряд электрона; T - период обращения электрона, который равен:</p> $T = \frac{v}{2\pi R}$ <p>Тогда эквивалентный ток:</p> $I_{\text{ЭКВ}} = \frac{ e v}{2\pi R}$ <p>Согласно определению магнитный момент выражается соотношением:</p> $p_m = I_{\text{ЭКВ}} S$ <p>S - площадь, ограниченная окружностью, по которой движется электрон; $S = \pi R^2$</p> <p>Направление магнитного момента определяется правилом правого винта. Согласно рисунка – на нас.</p> <p>Подставим все полученные соотношения в рабочую формулу:</p> $p_m = \frac{ e v\pi R^2}{2\pi R} = \frac{ e }{2} vR$

Радиус окружности можно определить по формуле (см. задачу 3). $R = \frac{mv}{qB}$

Выразим из этого соотношения скорость: $v = \frac{|e|BR}{m}$

Окончательно получим:

$$p_m = \frac{|e^2|BR^2}{2m}$$

Подставим данные и рассчитает результат:

$$p_m = 7,03 \cdot 10^{-12} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

Ответ:

$$p_m = 7,03 \cdot 10^{-12} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

Задача 5. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B=10$ мТл по винтовой линии, радиус которой $R=1$ см и шаг $h=6$ см. Определить период обращения электрона T и его скорость v .

Дано:

Система
СИ

Решение:

$$B=10 \text{ мТл}$$

$$10 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

$$R=1 \text{ см}$$

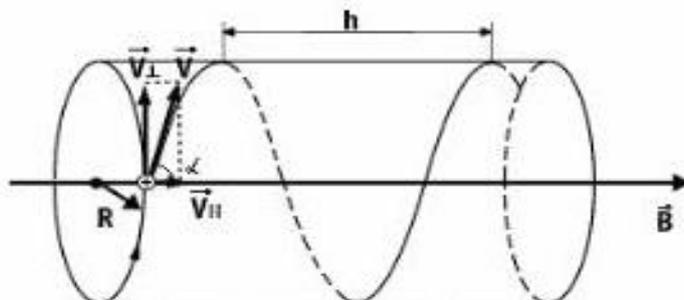
$$0,01 \text{ м}$$

$$h=6 \text{ см}$$

$$0,06 \text{ м}$$

$$q=-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Найти: T , v



Электрон движется по винтовой линии в случае, если он влетает в магнитное поле по острым углом к вектору магнитной индукции ($\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$). В этом случае скорость можно разложить на две составляющих, направленных соответственно вдоль силовых линий и перпендикулярно силовым линиям:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$$

Модуль скорости: $v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}$

Период обращения электрона:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{|e|B}$$

Рассчитает период обращения электрона $T=3,57 \cdot 10^{-9}$ с

Радиус окружности:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} \text{ (см. задачи 3 и 4)}$$

Из данного соотношения найдем перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}$$

Параллельную составляющую можно найти, зная период обращения электрона:

$$v_{\parallel} = \frac{h}{T} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}$$

Тогда модуль скорости будет определяться соотношением:

$$v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$$

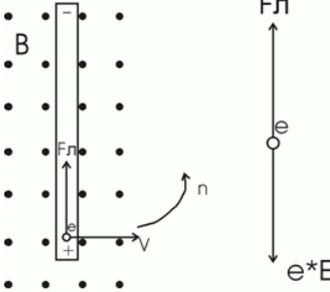
Подставим данные и вычислим значение скорости:

$$v = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

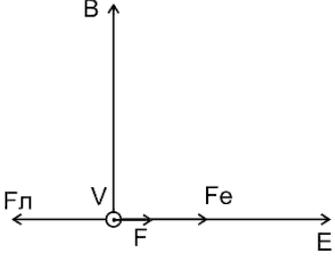
$$\text{Ответ: } T = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

$$v = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

Задачаб. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно с частотой $n = 5 \text{ с}^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям магнитной индукции, а ось проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах разность потенциалов U .

Дано:	Система СИ	Решение:
$B = 0,1$ Тл $n = 5 \text{ с}^{-1}$ $l = 50$ см	0,5 м	 <p>В магнитном поле на заряды действует сила Лоренца: $\vec{F} = q[\vec{v}; \vec{B}]$; что вызывает движение зарядов вдоль стержня. На одном конце стержня накапливаются отрицательные заряды, на другом – положительные. Таким образом возникает электрическое поле E, силовые линии которого направлены от положительного заряда к отрицательному. На заряды начинает действовать сила со стороны электрического поля:</p> $\vec{F} = q\vec{E}$ <p>На концах стержня возникает разность потенциалов:</p> $U = El$ <p>В некоторый момент после разделения зарядов сила Лоренца будет равна силе электрического поля:</p> $qBv = qE \quad (\text{вектор магнитной индукции перпендикулярен вектору скорости, поэтому } \sin \alpha = 1)$ <p>Отсюда получим: $E = Bv$</p> <p>Подставим в выражение для разности потенциалов:</p> $U = Bvl$ <p>Т.к. стержень вращается, то скорость движения заряда связана с угловой скоростью вращения следующим соотношением: $v = l/T = nl$</p> <p>Таким образом:</p> $U = Bvl = Bnl^2 = 0,1 \cdot 5 \cdot (0,5)^2 = 0,125 \text{ В}$ <p>Ответ: $U = 0,125 \text{ В}$</p>
Найти: U		

Задача 7. Альфа – частица прошла ускоряющую разность потенциалов $=104 \text{ В}$ и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E=10 \text{ кВ/м}$) и магнитное ($B=0,1 \text{ Тл}$) поля. Найти отношение заряда альфа – частицы к ее массе q/m , если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Дано:	Система СИ	Решение:
$E=10 \text{ кВ/м}$ $B=0,1 \text{ Тл}$	$10 \cdot 10^3 \text{ В/м}$	
<p>Найти: q/m</p>		<p>Если частица прошла ускоряющую разность потенциалов, то она приобрела кинетическую энергию:</p> $qU = \frac{mv^2}{2}$ <p>Откуда можно выразить отношение заряда частицы к ее массе (удельный заряд частицы):</p> $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U}$ <p>На α-частицу в электрическом поле действует кулоновская сила: $F_e = qE$</p> <p>Со стороны магнитного поля действует сила Лоренца:</p> $F_l = qvB$ <p>Из рисунка видно, что силы направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.</p> <p>В случае если суммарная сила, действующая на частицу будет равна нулю частица движется прямолинейно в скрещенных магнитном и электрическом полях: $qU - qvB = 0$,</p> <p>Тогда: $v = \frac{E}{B}$</p> <p>Подставим в формулу для удельного заряда:</p> $\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U} = \frac{E^2}{2UB^2}$ <p>Выполним расчет: $\frac{q}{m} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$</p> <p>Ответ: $\frac{q}{m} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$</p>

Тема 3: Закон электромагнитной индукции

1) Закон электромагнитной индукции Фарадея.

На основе проделанных опытов Фарадей сформулировал закон электромагнитной индукции, который гласит: при всяком изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в нём возникает ЭДС индукции ε_i , равная скорости изменения магнитного потока, взятой с обратным знаком.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = \int_S B ds \cos\alpha,$$

где Φ - магнитный поток, пронизывающий любую поверхность S , опирающуюся на проводящий контур.

Изменение со временем магнитного потока Φ может происходить либо за счёт изменения угла α (вращения контура в магнитном поле), либо изменения площади S контура, либо изменения со временем магнитного поля, в котором находится контур. Во всех этих случаях в контуре возникает ЭДС индукции ε_i , т.е. возникают сторонние силы, совершающие работу по разделению разноимённых электрических зарядов.

Природа сторонних сил может быть разной: обусловлена силой Лоренца, действующей на движущиеся заряды в проводнике, изменением магнитного поля (неоднородном магнитном поле).

2) Правило Ленца.

Наличие ЭДС индукции ε_i в проводящем контуре сопротивлением R приводит к возникновению в нём индукционного тока, который можно рассчитать по закону Ома для полной цепи

$$I_i = \varepsilon_i / R.$$

Направление же индукционного тока можно найти по правилу Ленца. Оно формулируется следующим образом: индукционный ток в контуре возникает такого направления, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало любым изменениям магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

3) Явление самоиндукции. Индуктивность контура. Индуктивность соленоида

Возьмём контур, по которому протекает ток I . Он создаёт в окружающем пространстве магнитное поле, линии которого пронизывают плоскость контура. Если ток в контуре будет изменяться, то создаваемое им магнитное поле также будет изменяться и в контуре возникает индукционный ток. Это явление получило название самоиндукции.

ЭДС самоиндукции определяется соотношением:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – коэффициент пропорциональности, который называется индуктивностью контура.

Индуктивность контура зависит от геометрии контура, размеров контура и числа витков N , магнитной проницаемости среды μ .

Например для соленоида (длинная катушка с большим количеством витков) индуктивность определяется соотношением:

$$L = \frac{\Psi_s}{I} = \frac{N\Phi_s}{I} = \frac{NBS \cos\theta}{I} = \frac{N\mu\mu_0 InS}{I} = \mu\mu_0 n^2 V,$$

Каждый виток создает магнитный поток Φ . Поток созданный N витками контура, называется потокосцеплением и определяется выражением:

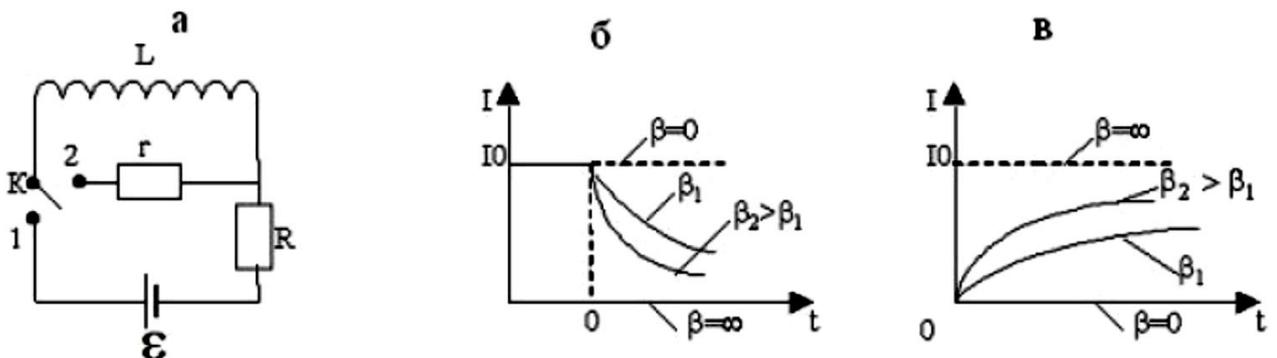
$$\psi = N\Phi.$$

Сдругой стороны, поток зависит от площади контура, следовательно, зависит от индуктивности:

$$\Phi = LI$$

4) Зависимость силы тока от времени при размыкании цепи

Рассмотрим электрическую цепь, приведённую на рисунке. Она содержит источник постоянного тока с ЭДС ε , катушку индуктивности L , сопротивления R и r , а также ключ K .



Когда ключ K находится в положении 1, по цепи протекает постоянный ток $I_0 = \varepsilon / R$, а в катушке сосредоточена энергия в виде энергии W_M магнитного поля. В момент времени $t=0$ ключ K переключают в положение 2, цепь размыкается, и ток в ней начинает убывать, он убывает постепенно за счёт возникающего в катушке явления самоиндукции. При этом запасённая в катушке энергия магнитного поля расходуется на поддержание убывающего тока, нагревание проводников.

Выведем формулу для зависимости силы тока от времени при размыкании цепи. Для этого запишем закон Ома для полной цепи:

$$Ir = \varepsilon_s, \quad -L \frac{dI}{dt} = Ir, \quad \frac{dI}{I} = -\beta dt;$$

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\beta \int_0^t dt, \quad \ln \frac{I}{I_0} = -\beta t,$$

$$I = I_0 e^{-\beta t}, \quad \beta = r/L.$$

На рисунке приведены построенные по уравнению зависимости силы тока I от времени t при различных значениях параметра β - от нуля. Из формулы следует, что чем больше β , т.е. чем больше r или меньше L , тем быстрее убывает ток в цепи.

Рассмотрим зависимость ЭДС самоиндукции ε_s от времени t при размыкании цепи. Для этого подставим формулу для силы тока в выражение:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d}{dt}(I_0 e^{-\beta t}) = -L I_0 \left(-\frac{1}{\beta}\right) e^{-\beta t} = r I_0 e^{-\beta t} = \varepsilon \frac{r}{R} e^{-\beta t},$$

$$\varepsilon_s(0) = \varepsilon \frac{r}{R} \gg 1.$$

Итак, из-за того, что $r \gg R$, в начальные моменты времени при размыкании цепи наблюдается скачок ЭДС самоиндукции, и она может

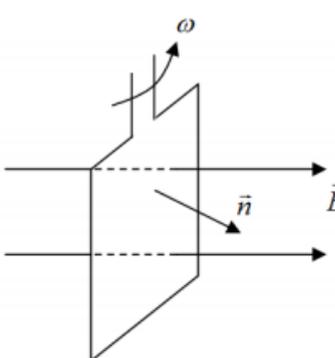
Поэтому электрические цепи, содержащие большую индуктивность, необходимо размыкать так, чтобы сопротивление увеличивалось не скачком, а постепенно.

Примеры решения задач.

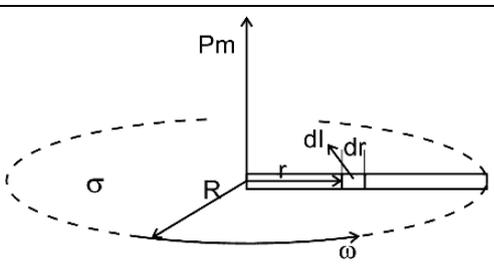
Задача1. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна силовым линиям поля. Определить работу A , которую нужно совершить, чтобы изменить форму проводника на окружность. Магнитная индукция $B = 0,1$ Тл. Поле считать однородным.

Дано:	Система СИ	Решение:
$a = 10$ см $I = 20$ А $B = 0,1$ Тл <hr/> Найти: A	0,1 м	Работа в магнитном поле совершается за счет изменения магнитного потока: $A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2)$ Φ_1 - магнитный поток квадратной рамки; Φ_2 - магнитный поток кругового витка. Магнитный поток: $\Phi = BS \cos \alpha$; где B - индукция магнитного поля; S –площадь контура; α -угол между нормалью к плоскости контура и вектором B . Т.к. индукция магнитного поля не изменилась, то изменение магнитного потока происходит за счет изменения площади контура: $A = I(\Phi_1 - \Phi_2) = IB(S_1 - S_2)$ Площади контура соответственно: $S_1 = a^2$; $S_2 = \pi R^2$; где R - радиус окружности. Периметр квадрата равен длине окружности: $4a = 2\pi R$; отсюда $R = \frac{2a}{\pi}$ Подставим полученные соотношения в рабочую формулу: $A = IB(S_1 - S_2) = IB \left(a^2 - \pi \left(\frac{2a}{\pi} \right)^2 \right)$ $= IBa^2 \left(1 - \frac{4}{\pi} \right)$ Вычислим результат: $A = - 0,025$ Дж Ответ: $A = - 0,025$ Дж

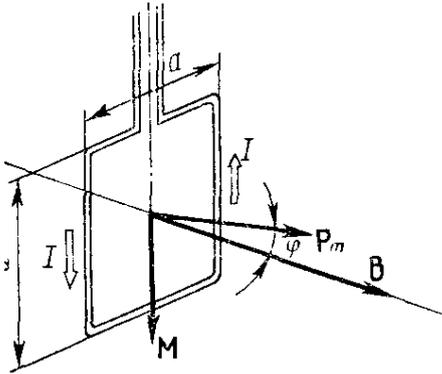
Задача2. Рамка площадью $S=50 \text{ см}^2$, содержащая $N=100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B=40 \text{ мТл}$. Определить максимальную ЭДС индукции ε_i , если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n=960 \text{ об/мин}$.

Дано:	Система СИ	Решение:
$S=50 \text{ см}^2$ $N=100$ $B=40 \text{ мТл}$ $n=960 \text{ об/мин}$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ $4 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ 16 с^{-1}	 <p>При вращении рамки в магнитном поле изменяется магнитный поток, пронизывающий рамку, и возникает э.д.с. индукции. Рамка содержит N, поэтому, в данном случае, изменяется потокосцепление катушки $\Psi = N\Phi$.</p> $\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}$ <p>Подставим в формулу выражения для потока с учетом того, что угол между вектором \mathbf{B} и нормалью к плоскости \mathbf{n} катушки изменяется по закону: $\alpha = \omega t$</p> $\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} (BS \cos \omega t)$ $= NBS\omega \sin \varphi t$ <p>Максимальное значение э.д.с. равно амплитудному значению ($\sin \varphi t = 1$)</p> $\varepsilon_{imax} = NBS\omega = NBS(2\pi n)$ <p>Проведем вычисления:</p> $\varepsilon_{imax} = 0,2 \text{ В}$ <p>Ответ: $\varepsilon_{imax} = 0,2 \text{ В}$</p>
Найти: ε_i		

Задача3. Стержень длиной $l=20$ см заряжен равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью заряда $\tau= 0,2$ мкКл/м. Стержень вращается с частотой $n=10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением стержня.

Дано:	Система СИ	Решение:
$l=20$ см $\tau= 0,2$ мкКл/м $n=10$ с ⁻¹	$0,2$ м $0,2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м	 <p>Согласно определению магнитный момент:</p> $p_m = IS$ <p>Силу тока можно определить как заряд в единицу времени: $I = \frac{dq}{dt}$</p> <p>Т.к. на стержне равномерно распределен заряд, то элементарный заряд можно найти, разбив стержень на участки длиной dr, тогда: $dq = \tau \cdot dr = \tau \cdot dl$</p> <p>Так как стержень вращается с частотой n, то время полного поворота вокруг оси определяется периодом вращения:</p> $T = \frac{1}{n}$ <p>За период создается ток:</p> $dI = \frac{\tau dr}{T} = n \tau \cdot dl$ <p>Площадь круга, описываемая стержнем при вращении: $S = \pi R^2 = \pi l^2$</p> <p>Магнитный момент, созданный вращением заряда dq будет равен: $dp_m = \pi l^2 n \tau \cdot dl$</p> <p>Для определения магнитного момента полученное соотношение нужно проинтегрировать:</p> $p_m = \int dp_m = \int_0^l \pi l^2 n \tau \cdot dl = \frac{\pi \tau n l^3}{3}$ <p>Подставим данные и получим:</p> $p_m = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Ам}^2$ <p>Ответ: $p_m = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Ам}^2$</p>
Найти: p_m		

Задача4. Плоский квадратный контур с стороной $a=10$ см, по которому течет ток $I=100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B=1$ Тл. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол 1) $\varphi_1=90^\circ$; 2) $\varphi_2=3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Дано:	Система СИ	Решение:
$a=10$ см $I=100$ А $B=1$ Тл 1) $\varphi_1=90^\circ$ 2) $\varphi_2=3^\circ$	$0,1$ м	
Найти:		<p>Способ 1.</p> <p>В магнитном поле на контур с током действует момент силы, создаваемый силой Ампера, действующей на противоположные стороны рамки.</p> $M = p_m B \sin \varphi$ $p_m = IS = I a^2$ <p>Магнитный момент контура B магнитная индукция φ угол между векторами p_m и B (направлен по нормали к контуру)</p> <p>Т.к. контур установился свободно, то $\varphi=0$, векторы p_m и B сонаправлены.</p> <p>При нарушении равновесия появляется вращающий момент, который стремится вернуть контур в положение равновесия. При этом совершается работа:</p> $dA = I B a^2 \sin \varphi \cdot d\varphi$ <p>Возьмем интеграл: $A = I B a^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \cdot d\varphi = I B a^2 (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$</p> <p>для двух случаев:</p> <p>а) $A_1 = I B a^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cdot d\varphi = I B a^2 (-\cos \varphi) \Big _0^{\pi/2}$</p> $A_1 = I B a^2;$

б) т.к. угол $\varphi_2 = 30^\circ$ то $\sin \varphi \approx \varphi$

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2;$$

и рассчитаем работу:

$$A_1 = 1 \text{ Дж}; A_2 = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Способ 2.

С другой стороны работа в магнитном поле совершается за счет изменения магнитного потока:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2)$$

Φ_1 - магнитный поток до поворота;

Φ_2 - магнитный поток после поворота.

$$\text{Если } \varphi_1 = 90^\circ, \text{ то } \Phi_1 = BS, \Phi_2 = 0$$

$$\text{Тогда: } A_1 = IBa^2 = 1 \text{ Дж}$$

Способ 3.

Работа совершается за счет изменения потенциальной энергии контура:

$$U(\varphi) = -p_m B \cos \varphi$$

Тогда работа внешних сил:

$$A = \Delta U = U_2 - U_1$$

$$A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$$

Так как:

$$p_m = Ia^2, \cos \varphi_1 = \cos 0 = 1, \cos \varphi_2 = \cos 90^\circ = 0$$

Получим:

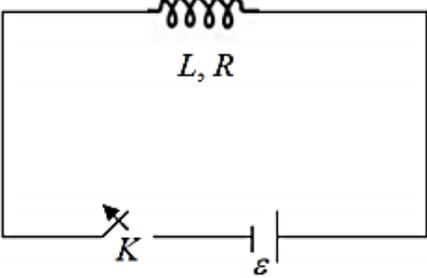
$$A_1 = IBa^2 = 1 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ: } A_1 = 1 \text{ Дж}; A_2 = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Задача5. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N=1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I= 4$ А магнитный поток $\Phi=6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Дано:	Система СИ	Решение:
$N=1200$ $I= 4$ А $\Phi=6$ мкВб	$6 \cdot 10^{-6}$ Вб	<div data-bbox="742 360 1050 645" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="735 703 1465 741">Запишем соотношения для потокосцепления:</p> $\psi = LI$ <p data-bbox="735 853 1465 891">Для плотно прилегающих витков:</p> $\psi = N\Phi$ <p data-bbox="735 954 1465 1037">Из данных соотношений найдем индуктивность:</p> $L = \frac{N\Phi}{I}$ <p data-bbox="735 1144 1155 1182">Энергия магнитного поля:</p> $W = \frac{LI^2}{2}$ <p data-bbox="735 1290 1465 1373">Подставим в формулу соотношение для индуктивности:</p> $W = \frac{N\Phi I}{2}$ <p data-bbox="735 1480 1054 1518">Выполним расчеты:</p> $L=1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $W=1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$ <p data-bbox="735 1619 1054 1657">Ответ: $L=1,8 \cdot 10^{-3}$ Гн</p> $W=1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$
<p data-bbox="225 517 475 555">Найти: L, W</p>		

Задачаб. Определить силу тока I_1 в цепи через $t=0,01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R=20$ Ом и индуктивность $L=0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I_0=50$ А.

Дано:	Система СИ	Решение:
$t=0,01$ с $R=20$ Ом $L=0,1$ Гн $I_0=50$ А		
Найти: I_1		<p>Для решения задачи воспользуемся готовым выражением для тока размыкания в цепи, содержащей сопротивление R и катушку индуктивности L. Мгновенное значение силы тока:</p> $I = I_0 \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$ <p>Подставим данные:</p> $I = 50 \cdot e^{-\frac{20 \cdot 0,01}{0,1}}$ <p>$I=6,75$ А Ответ: $I=6,75$ А</p>

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика [Электронный ресурс]: сб. метод. рекомендаций по изучению дисциплины/ АмГУ, ФМиИ; сост. И. В. Верхотурова, О. В. Зотова, О. А. Агапцова, В. Ф. Ульянычева, И. Б. Копылова, О. В. Козачкова. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 55 с. - Режим доступа: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7694.pdf.

2. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 — Том 1 : Механика. Молекулярная физика — 2020. — 436 с. — ISBN 978-5-8114-5539-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/142380>

3. Трофимова Т. И. Курс физики [Текст] : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / Т. И. Трофимова. - 18-е изд. стер. - М. : Академия, 2010. - 559 с.

4. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст]: учеб. пособие для студентов техн. вузов/В. С. Волькенштейн. - 3-е изд., испр. и доп. - СПб.: Книжный мир, 2005. - 328 с.

5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: учеб. пособие для студентов техн. вузов/ А.Г.Чертов. – 7-е изд., испр. и доп. - М. Физматлит, 2008. -640с.

Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://e.lanbook.com	Электронная библиотечная система «Издательства Лань», тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки, химия
2	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система IPRbooks — научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу. Контент ЭБС IPRbooks отвечает требованиям стандартов высшей школы, СПО, дополнительного и дистанционного образования. ЭБС IPRbooks в полном объеме соответствует требованиям законодательства РФ в сфере образования.
3	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов

Копылова Ирина Борисовна,
доцент кафедры физики АмГУ, канд. физ.-мат. Наук

Решаем задачи по физике. Часть 4: Магнетизм.