

Министерство образования и науки Российской Федерации  
*Амурский государственный университет*

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО  
МЕТОДАМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

*Учебное пособие*

Благовещенск

2017

ББК 22.161.1

*Рекомендовано  
учебно-методическим советом университета*

*Рецензент:*

*Н.Н. Двоерядкина, канд.пед.наук, доцент кафедры ОМиИ АмГУ*

Индивидуальные задания по методам интегрирования. учебное пособие  
/ сост. Т.В. Труфанова В.А. Труфанов – Благовещенск: Амурский гос. ун-т,  
2017. – 34 с.

Данное пособие составлено по курсу высшей математики для студентов направления подготовки 38.03.05 – Бизнес-информатики и может быть использовано студентами других направлений. Содержит наборы задач для индивидуальных заданий по неопределенным интегралам, направленных для развития и активизации самостоятельной работы студентов.

***В авторской редакции***

© Т.В. Труфанова, В.А. Труфанов, 2017

©Амурский государственный университет, 2017

## Вариант 1

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{4x^2-5x+4}$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{1+3\cos 2x} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}$$

$$3. \int \frac{1-2x-x^3}{1+x^2} dx$$

$$7. \int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx.$$

$$4. \int \sin^2(1-x) dx$$

$$8. \int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx$$

$$12. \int (x+1)e^{2x} dx$$

$$10. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1+x^2}}$$

$$13. \int \ln(x-5) dx$$

$$11. \int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx$$

$$14. \int \operatorname{arctg} 2x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{x^2+20x+9}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$$

$$16. \int \frac{3x+13}{(x^2+2x+5)(x-1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{4\sin x - \cos x}$$

$$19. \int \cos^4 3x \sin^2 3x dx$$

$$18. \int \frac{dx}{8\sin^2 x - 16\sin x \cos x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{2+\sqrt{x+3}}$$

$$21. \int \frac{1-\sqrt{x+1}}{(1+\sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx$$

## Вариант 2

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{3x^3}{1-x^4} dx$$

$$5. \int \sin^5 2x \cos 2x dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 10}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}$$

$$3. \int \frac{7-x^2}{1-x} dx$$

$$7. \int \frac{x+6}{3x^2+x+1} dx.$$

$$4. \int \sin^3(1-x) dx$$

$$8. \int \frac{x-3}{\sqrt{2x^2-4x-1}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$$

$$12. \int (x-7) \cos 2x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}$$

$$13. \int \arctg 2x dx.$$

$$11. \int \cos(\ln x) dx$$

$$14. \int x \cos 6x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{12dx}{(x^2-2x+3)(x-2)}$$

$$16. \int \frac{x^2-6x+8}{x^3+8} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{2-3\cos x + \sin x}$$

$$19. \int \sqrt[5]{\sin^4 x \cos^3 x} dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{16\sin^2 x - 8\sin x \cos x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x dx}{\sqrt{x+3}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$$

### Вариант 3

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{x-1}{\sqrt{3x^2-x+5}} dx.$$

$$5. \int \sin^2 3x \cos 3x dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 3x}{3-\cos 3x} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{2x^2-7x+1}.$$

$$3. \int \frac{x^3+2}{x^2-1} dx$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$$

$$4. \int \left(1-2\sin \frac{x}{5}\right)^2 dx$$

$$8. \int \frac{2x-1}{3x^2-2x+6} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx$$

$$12. \int (x+2)\cos 3x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$$

$$13. \int x^2 e^{-x} dx.$$

$$11. \int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$14. \int \arcsin 3x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{43x-67}{(x^2-x-12)(x-1)} dx$$

$$16. \int \frac{12-6x}{(x^2-4x+13)(x+1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3\sin x - \cos x}$$

$$19. \int \cos^3 x \sin^8 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-3}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx$$

Вариант 4

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

1.  $\int \frac{1+x}{\sqrt{2-x^2}} dx$

5.  $\int \frac{dx}{2x^2+x-6}$

2.  $\int \frac{8x^3-1}{2x+1} dx$

6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$

3.  $\int \cos^3 5x \sin 5x dx$

7.  $\int \frac{x dx}{2x^2+x+5}$

4.  $\int \frac{e^x dx}{2e^x+3}$

8.  $\int \frac{2x+1}{\sqrt{1+x-3x^2}} dx$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

9.  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx$

12.  $\int (x-4) \sin 2x dx$

10.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

13.  $\int (x+1)e^{-4x} dx$

11.  $\int \ln(x+2) dx$

14.  $\int \arccos 2x dx$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

15.  $\int \frac{2x^4+8x^3+9x^2-7}{(x^2+x-2)(x+3)} dx$

16.  $\int \frac{2x^2+2x+20}{(x^2+2x+5)(x-1)} dx$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

17.  $\int \frac{dx}{4-\sin x+3\cos x}$

19.  $\int \cos^4 x \sin^3 x dx$

18.  $\int \frac{2\operatorname{tg} x + 3}{\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx$

5. Интегрирование иррациональных функций.

20.  $\int \frac{x dx}{2+\sqrt{x+4}}$

21.  $\int \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[6]{x^5-1}} dx$

## Вариант 5

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 7}.$$

$$5. \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x - 4} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 8x - 2x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^5 - 2}{x^2 - 4} dx$$

$$7. \int \frac{x + 5}{x^2 + x - 2} dx.$$

$$4. \int \cos^3(1-x) x dx$$

$$8. \int \frac{2x + 5}{\sqrt{4x^2 + 8x + 9}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$12. \int (x + 4) \sin 2x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{1 + x^2}}$$

$$13. \int x^2 e^{-2x} dx.$$

$$11. \int \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} dx$$

$$14. \int \operatorname{arctg} 8x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{8x dx}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)}$$

$$16. \int \frac{x^2 + 3x - 6}{(x^2 + 6x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{\cos x - 3 \sin x}$$

$$19. \int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin^4 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$21. \int \frac{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$$

## Вариант 6

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}.$$

$$5. \int \cos x \sin 9x dx.$$

$$2. \int \frac{e^x dx}{4 - 3e^x}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - 2x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^3 - 1}{2x + 1} dx$$

$$7. \int \frac{3x - 2}{5x^2 - 3x + 2} dx.$$

$$4. \int (3 - \sin 2x)^2 dx$$

$$8. \int \frac{2x - 10}{\sqrt{1 + x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{x} dx$$

$$12. \int (x + 5) \sin x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$13. \int \operatorname{arctg} 3x dx.$$

$$11. \int \frac{x^3 - 1}{2x + 1} dx$$

$$14. \int x \sin(x - 2) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x}{(x^2 - 5x + 6)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 - 1} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3 + 5 \sin x + 3 \cos x}$$

$$19. \int \sqrt[5]{\sin^3 2x} \cos^3 2x dx.$$

$$18. \int \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{ctg}^2 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x + 1}{x\sqrt{x + 2}} dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt{2x + 1} + \sqrt[3]{2x + 1}}{\sqrt{2x + 1}} dx$$

## Вариант 7

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 11x + 2}.$$

$$5. \int \sin^4 2x \cos 2x dx.$$

$$2. \int \frac{x^2 dx}{7 - 5x^3}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 2x - 3x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^3 - 1}{2x + 1} dx$$

$$7. \int \frac{x + 4}{2x^2 - 6x - 8} dx.$$

$$4. \int \sin^2 \frac{3x}{2} dx$$

$$8. \int \frac{2x - 8}{\sqrt{1 - x + x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x^2} dx$$

$$12. \int (x + 9) \sin x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$13. \int x \cos 8x dx.$$

$$11. \int \ln^2 x dx$$

$$14. \int \arctg(2 - 1)x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 + 8x^3 - 45x^2 - 61}{(x^2 + 5x + 6)(x - 1)} dx$$

$$16. \int \frac{36 dx}{(x^2 - 2x + 10)(x + 2)}$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{4 \sin x - 6 \cos x}$$

$$19. \int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{4 \sin^2 x - 5 \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x + 4}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x - 1}}{(\sqrt[3]{x - 1} + \sqrt[6]{x - 1})} dx$$

## Вариант 8

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 + x + 2}.$$

$$5. \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{3\sin^2 x + 4} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^5}{1-x^3} dx$$

$$7. \int \frac{x+4}{2x^2-7x+1} dx.$$

$$4. \int (\cos x + 3)^2 dx$$

$$8. \int \frac{3x+4}{\sqrt{x^2+6x+13}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx$$

$$12. \int (x+4)\sin 3x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+1}}$$

$$13. \int \operatorname{arctg} 4x dx.$$

$$11. \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

$$14. \int \operatorname{arctg}(x+2)x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 + 17x^3 + 32x^2 - 7x}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$$

$$16. \int \frac{9x-9}{(x^2-4x+13)(x+1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5+3\cos x}$$

$$19. \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[3]{\cos^4 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{7\cos^2 x + 2\sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x-1} - 2\sqrt[3]{x-1}}{2\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$$

## Вариант 9

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 11x + 2}.$$

$$5. \int \sin^5 x \sin x dx.$$

$$2. \int \frac{e^{2x}}{5 + e^{2x}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 10x + 4}}$$

$$3. \int \frac{x^2}{x^2 + 3} dx$$

$$7. \int \frac{5x - 2}{2x^2 - 5x + 2} dx.$$

$$4. \int \cos^3(x + 3) dx$$

$$8. \int \frac{3x - 1}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$$

$$12. \int (x - 4) \cos 2x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x - 1}}$$

$$13. \int \arcsin 5x dx.$$

$$11. \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$$

$$14. \int x \cos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x^2 + 6x - 6}{(x^2 + x - 2)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{7x + 10}{x^3 + 8} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3\cos x - 4\sin x}$$

$$19. \int \frac{3\sin^3 x dx}{\cos^4 x}$$

$$18. \int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[6]{x+3}} dx$$

## Вариант 10

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{4x^3}{7 + 2x^4} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{2x^2 + 3x}$$

$$2. \int \frac{6x^3 + x^2 - 2x + 1}{2x - 1} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2x + 2 - x^2}}$$

$$3. \int \sin^3 \frac{4x}{5} dx$$

$$7. \int \frac{4x - 1}{4x^2 - 4x + 5} dx$$

$$4. \int \sin 2x \cos 3x dx$$

$$8. \int \frac{5x + 2}{\sqrt{x^2 + 3x - 4}} dx$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x^4} dx$$

$$12. \int (x + 4) \cos 3x dx$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - x - 1}}$$

$$13. \int (x + 1)e^{-x} dx$$

$$11. \int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$$

$$14. \int \arccos 7x dx$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{37x - 85}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$$

$$16. \int \frac{4x^2 + 3x + 17}{(x^2 + 4x + 5)(x - 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{6 \sin x + \cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$19. \int \sin^5 x \cos^4 x dx$$

$$18. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x + 3)}$$

$$21. \int \frac{\sqrt[6]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$$

## Вариант 11

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{4x-5}{2x^5-5x+17} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{x^2-2x+6}$$

$$2. \int \frac{x^4}{x^2-3} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-8x+3}}$$

$$3. \int (1-\cos x)^2 dx$$

$$7. \int \frac{x+1}{2x^2+x+1} dx$$

$$4. \int \sin 5x \sin 7x dx$$

$$8. \int \frac{x-4}{\sqrt{2x^2-x+7}} dx$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$12. \int (x+6) \cos 4x dx$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x-x^2}}$$

$$13. \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$11. \int \ln(x+4) dx$$

$$14. \int x \cos(x+4) dx$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{3x^2+3x-24}{(x^2-x-2)(x-3)} dx$$

$$16. \int \frac{4x+2}{x^4+4x^2} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3+\cos x+\sin x}$$

$$19. \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[5]{\cos^3 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x+3}}{1+\sqrt[3]{x+3}} dx$$

## Вариант 12

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x - 3 - 4x^2}.$$

$$5. \int \sin 4x \cos 2x dx.$$

$$2. \int \frac{7x^3}{2x^4 - 5} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x - x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 3} dx$$

$$7. \int \frac{x + 1}{3x^2 - 2x - 3} dx.$$

$$4. \int \sin^2(2x - 1) dx$$

$$8. \int \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 4}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)^5}}$$

$$12. \int (x + 1) \cos 7x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x - 2}}$$

$$13. \int x^2 2e^{3x} dx.$$

$$11. \int \frac{x \ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}} dx$$

$$14. \int x \sin(x + 5) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 - 7x^3 + 3x + 20}{(x^2 - 2x - 3)(x - 2)} dx$$

$$16. \int \frac{x^2 - 5x + 40}{(x^2 - 2x + 10)(x + 2)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{2 + 6\sin x - 5\cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$19. \int \sqrt[3]{\cos^2 x \sin^3 x} dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{4\sin^2 x + 8\sin x \cos x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx$$

### Вариант 13

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{3x^2 - 8x - 3}$$

$$5. \int \cos^3 4x \sin 4x dx.$$

$$2. \int \frac{\cos 3x}{\sqrt{\sin x - 2}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - x + 4}}$$

$$3. \int \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4} dx$$

$$7. \int \frac{4x + 8}{4x^2 + 6x - 13} dx.$$

$$4. \int \sin^3 6x dx$$

$$8. \int \frac{4x + 1}{\sqrt{2 + x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x} dx$$

$$12. \int x \sin \frac{x}{5} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2 - x + 1}}$$

$$13. \int x \cos(x+4) dx.$$

$$11. \int \frac{\ln(\sin x)}{\sin^2 x} dx$$

$$14. \int x \cos(x+4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{3x^2 - 15}{(x^2 + 5x + 6)(x-1)} dx$$

$$16. \int \frac{4x - x^2 - 12}{x^3 + 8} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$$

$$19. \int \sqrt[3]{\sin^2 x \cos^3 x} dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{4 \sin^4 x + \cos^4 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}$$

$$21. \int \frac{\sqrt[6]{x+3}}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{x+3}} dx$$

## Вариант 14

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{8 - 2x - x^2}.$$

$$5. \int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 4x - 3x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^3 - 1}{x + 3} dx$$

$$7. \int \frac{5x + 1}{x^2 - 4x + 1} dx.$$

$$4. \int \sin^2 0,5x dx$$

$$8. \int \frac{5x - 3}{\sqrt{2x^2 + 4x - 5}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$$

$$12. \int (x + 1) \sin \frac{x}{3} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x^2 - x - 1}}$$

$$13. \int x \cos(x - 2) dx.$$

$$11. \int x^2 \ln(x + 1) dx$$

$$14. \int x e^{-6} dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{x^2 - 19x + 6}{(x^2 + 5x + 6)(x - 1)} dx$$

$$16. \int \frac{x^2 - 13x + 40}{(x^2 - 4x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 + \sin x + 3 \cos x}$$

$$19. \int \sqrt[5]{\cos^3 2x \sin^3 2x} dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{3 + \sqrt{x + 5}}$$

$$21. \int \frac{x + 1 + \sqrt[3]{x + 1} + \sqrt[6]{x + 1}}{(x + 1)(1 + \sqrt[3]{x + 1})} dx$$

## Вариант 15

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{5x - x^2 - 6}$$

$$5. \int \cos x \sin 9x dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{1 + 3 \cos x} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 2x + 4}}$$

$$3. \int \frac{x^3}{x^2 - 1} dx$$

$$7. \int \frac{x dx}{2x^2 + 2x + 5}$$

$$4. \int \sin^2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) dx$$

$$8. \int \frac{3x + 2}{\sqrt{4 + 2x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int x^3 \sqrt{9 - x^2} dx$$

$$12. \int (x + 3) \sin \frac{x}{4} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1) \sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$13. \int x \cos(x + 3) dx.$$

$$11. \int \frac{\ln x \ln(\ln x)}{x} dx$$

$$14. \int x \cos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x dx}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$16. \int \frac{3x - 9}{x^3 - 1} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{2 - \sin x + 3 \cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$19. \int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[5]{\sin^3 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x - 1}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt[3]{x + 1}) \sqrt{x}} dx$$

## Вариант 16

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 1}.$$

$$5. \int \sin 4x \cos 2x dx.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{4 - \sin^2 x} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3x + 2 - 2x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$7. \int \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 4} dx.$$

$$4. \int \cos^2 2x dx$$

$$8. \int \frac{x - 7}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(x^2 - 1)^3}}$$

$$12. \int (x - 2)e^x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x^2 + x - 1}}$$

$$13. \int x e^{x+2} dx.$$

$$11. \int \ln(x^2 + 1) dx$$

$$14. \int x \cos(zx - 2) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{4x^2 + 32x + 52}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)} dx$$

$$16. \int \frac{6 - 9x}{x^3 + 8} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x}$$

$$19. \int \sin^2 2x \cos^4 2x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{3 \cos^2 x - 2}$$

5. Интегрирование иррациональных функций:

$$20. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-7}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2\sqrt[3]{3x+1}} dx$$

## Вариант 17

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 8x + 30}$$

$$5. \int \sin 3x \cos 2x dx.$$

$$2. \int \frac{e^{3x}}{e^{3x} - 5} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 8x + 1}}$$

$$3. \int \frac{x^4 - 2x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$$

$$7. \int \frac{2x - 1}{2x^2 + 8x - 6} dx.$$

$$4. \int \left(1 + 2 \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx$$

$$8. \int \frac{x + 5}{\sqrt{3 - 6x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$12. \int (x - 1) \cos 5x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1) \sqrt{1 + x - x^2}}$$

$$13. \int x e^{-7x} dx.$$

$$11. \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$14. \int x \cos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$$

$$16. \int \frac{4x - 10}{(x^2 - 2x + 10)(x + 2)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{2 + 4 \sin x + 3 \cos x}$$

$$19. \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{\sin^2 x + \sin 2x + 3 \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций:

$$20. \int \frac{x + 1}{x \sqrt{x - 1}} dx$$

$$21. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x + 1)^2 - \sqrt{2x + 1}}}$$

## Вариант 18

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{3x^2 - 9x + 6}.$$

$$5. \int \sin^3 7x \cos 7x dx.$$

$$2. \int \frac{x^2}{7 + 3x^3} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$$

$$3. \int \frac{x^4 + 2}{x^2 - 4} dx$$

$$7. \int \frac{2 - x}{4x^2 + 16x - 12} dx.$$

$$4. \int \cos^2 3x dx$$

$$8. \int \frac{2x + 4}{\sqrt{3x^2 + x - 5}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^2} dx$$

$$12. \int (x - 7) \cos 4x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$13. \int \arcsin 2x dx.$$

$$11. \int \sqrt{x} \ln^2 x dx$$

$$14. \int (x - 8) \sin x dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 + 8x^3 - 17x - 5}{(x^2 + 2x - 3)(x + 2)} dx$$

$$16. \int \frac{x^2 + 23}{(x^2 + 6x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{7 \sin x - 3 \cos x}$$

$$19. \int \sqrt[5]{\cos^4 x} \sin^3 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{5 \sin^2 x - 3 \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x - 7}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$$

## Вариант 19

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 5}.$$

$$5. \int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx.$$

$$2. \int \frac{3x + 3}{x^2 + 2x} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3x - 2x^2}}$$

$$3. 3.19. \int \frac{x^3 - 3}{x + 5} dx$$

$$7. \int \frac{2x - 1}{3x^2 - 6x - 9} dx.$$

$$4. \int \sin^4 2x dx$$

$$8. \int \frac{7x - 2}{\sqrt{x^2 - 5x + 1}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$12. \int (x - 3) \cos x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x - 1) \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

$$13. \int x \sin(x + 7) dx.$$

$$11. \int \ln \frac{1 - x}{1 + x} dx$$

$$14. \int \operatorname{tg}(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 + 17x^3 + 40x^2 + 37x + 36}{(x^2 + 8x + 15)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{2x^2 + 7x + 7}{(x^2 + 2x + 5)(x - 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{8 + 4 \cos x}$$

$$19. \int \sin^4 2x \cos^2 2x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x - 4}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[4]{x}}$$

## Вариант 20

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$5. \int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 2x}$$

$$2. \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 3}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - x + 3}}$$

$$3. \int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$7. \int \frac{2x - 1}{3 + x - 2x^2} dx$$

$$4. \int \sin^2 3x dx$$

$$8. \int \frac{x - 8}{\sqrt{4x^2 + x - 5}} dx$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^4} dx$$

$$12. \int x \sin 3x dx$$

$$10. \int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 + x - 1}}$$

$$13. \int x \cos(x - 4) dx$$

$$11. \int (x^2 - x + 1) \ln x dx$$

$$14. \int \ln(x + 8) dx$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x^2 dx}{(x^2 + 3x + 2)(x - 1)}$$

$$16. \int \frac{19x - x^2 - 34}{(x^2 - 4x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

$$19. \int \frac{\cos^3 2x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 2x}}$$

$$18. \int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + 4 \cos^4 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{\sqrt{x + 4}}{x} dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt[6]{3x + 1} + 1}{\sqrt{3x + 1} - \sqrt[3]{3x + 1}} dx$$

## Вариант 21

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 6x + 1}$$

$$5. \int \cos 2x \cos 5x dx.$$

$$2. \int \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x - 10} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - x - 2x^2}}$$

$$3. \int \frac{1 - 2x^4}{x^2 + 1} dx$$

$$7. \int \frac{x - 4}{3x^2 + x - 1} dx.$$

$$4. \int (1 - \cos 3x)^2 dx$$

$$8. \int \frac{3x + 4}{\sqrt{2 + 3x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}}$$

$$12. \int (x - 5) \cos x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x - 1) \sqrt{x^2 - x - 1}}$$

$$13. \int x \sin(x + 4) dx.$$

$$11. \int \sqrt{x} \ln x dx$$

$$14. \int x \cos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x^4 dx}{(x^2 - 1)(x + 2)}$$

$$16. \int \frac{4x^2 + 38}{(x^2 - 2x + 10)(x + 2)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{2 \sin x + 3 \cos x + 3}$$

$$19. \int \frac{\sin^3 2x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$$

$$18. \int \frac{dx}{7 \cos^2 x + 16 \sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x + 2}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x}}{x - 4\sqrt[3]{x^2}} dx$$

## Вариант 22

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 3x + 2}.$$

$$5. \int \sin^2 2x \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{x^5}{3x^6 - 7} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 8x + 1}}$$

$$3. \int \frac{2x^3 - 3}{x - 2} dx$$

$$7. \int \frac{3x + 1}{x^2 - 4x - 2} dx.$$

$$4. \int \cos^2 \frac{2x}{5} dx$$

$$8. \int \frac{x - 6}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$12. \int (x + 7) \sin 2x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{1 + x - x^2}}$$

$$13. \int x \cos(x + 9) dx.$$

$$11. \int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$$

$$14. \int x \cos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^2 - 26}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$$

$$16. \int \frac{8dx}{(x^2 + 6x + 13)(x + 1)}$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$$

$$19. \int \sin^4 x \cos^3 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{2 \cos^2 x + 3}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{\sqrt{x} dx}{x + 10}$$

$$21. \int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$$

### Вариант 23

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{x^2 + 7x + 11}.$$

$$5. \int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx.$$

$$2. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^5 + 3}}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{5 - 7x - 3x^2}}$$

$$3. \int \frac{2x^2 + 5}{x + 1} dx$$

$$7. \int \frac{x - 5}{2x^2 + x - 4} dx.$$

$$4. \int \sin^3 5x dx$$

$$8. \int \frac{2x + 3}{\sqrt{2x^2 - x + 6}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int x^3 \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$12. \int (x + 3) \sin 5x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{1 - x - x^2}}$$

$$13. \int (x + 3)e^{-x} dx.$$

$$11. \int x \ln(x^2 + 1) dx$$

$$14. \int \ln(n + 2) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^2 + 12x - 6}{(x^2 + 8x + 15)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{2x^2 + 4x + 20}{(x^2 - 4x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$$

$$19. \int \sin^2 x \cos^4 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{3 - 2 \sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x(x-1)}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt[3]{x^2}} dx$$

## Вариант 24

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 - 3x + 1}.$$

$$5. \int \sin 2x \sin 3x dx.$$

$$2. \int \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{2x^3 - 4x}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - x + 5}}$$

$$3. \int \frac{x^3 + 3x + 1}{x^2 + 2} dx$$

$$7. \int \frac{2x + 3}{3x^2 + 2x - 7} dx.$$

$$4. \int \sin^4 x dx$$

$$8. \int \frac{x - 9}{\sqrt{4 + 2x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^4} dx$$

$$12. \int (x - 8) \sin x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1-x-x^2}}$$

$$13. \int \arccos x dx.$$

$$11. \int x \ln^2 x dx$$

$$14. \int \ln(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 40x - 70}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$$

$$16. \int \frac{5x + 13}{(x^2 + 4x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$$

$$19. \int \sin^4 x \cos^2 x dx.$$

$$18. \int \frac{3 \operatorname{tg} x}{\sin^2 x + 4 \cos^2 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x} - 2}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx$$

## Вариант 25

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{5x^2 - 10x + 25}.$$

$$5. \int \sin x \cos^3 x dx.$$

$$2. \int \frac{\cos 7x}{\sqrt{5 - \sin 7x}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1 + x - x^2}}$$

$$3. \int \frac{x^2 + x}{2 - x} dx$$

$$7. \int \frac{x - 3}{4x^2 + 2x - 3} dx.$$

$$4. \int \cos^4 x dx$$

$$8. \int \frac{2x + 7}{\sqrt{x^2 + 5x - 4}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{(4 + x^2)^3}}$$

$$12. \int (x + 8) \sin 3x dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{1 - x - x^2}}$$

$$13. \int (x^2 - 3)e^x dx.$$

$$11. \int x^2 \ln x dx$$

$$14. \int \ln(2x + 3) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{2x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 13}{(x^2 - 5x + 6)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{4x^2 + x + 10}{x^3 + 8} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{3 + 2 \cos x - \sin x}$$

$$19. \int \sin^3 x \cos^8 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{5 + 3 \sin^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} dx$$

## Вариант 26

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»).

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 + 6x + 3}.$$

$$2. \int \frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x + 3}} dx$$

$$3. \int \frac{2x^2 + 5}{x - 7} dx$$

$$4. \int \cos^3 4x dx$$

$$5. \int \sin 5x \cos x dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x - x^2}}$$

$$7. \int \frac{x + 2}{3x^2 - x + 5} dx.$$

$$8. \int \frac{3x - 4}{\sqrt{2x^2 - 6x + 1}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{x^4} dx$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x - 3}}$$

$$11. \int x \ln(x + 1) dx$$

$$12. \int (x - 6) \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$13. \int x e^{-4x} dx.$$

$$14. \int \arccos(x + 4) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x^4 - 21x^3 + 3x + 24}{(x^2 + x - 2)(x + 1)} dx$$

$$16. \int \frac{4x^2 + 7x + 5}{(x^2 + 2x + 5)(x - 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 \cos x + 10 \sin x}$$

$$19. \int \frac{3 \cos^3 x dx}{\sin^4 x}$$

$$18. \int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin^2 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x - 2}}$$

$$21. \int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx$$

## Вариант 27

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»).

1.  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$ .

5.  $\int \sin x \cos 4x dx$ .

2.  $\int \frac{12x^2 + 5x^4}{4x^3 + x^5} dx$

6.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}$

3.  $\int \frac{2x^3 + 3}{x-1} dx$

7.  $\int \frac{3x-2}{x^2+5x-1} dx$ .

4.  $\int \cos^2 7x dx$

8.  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{3x^2+9x-4}} dx$ .

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$

12.  $\int (x+2) \sin \frac{x}{2} dx$ .

10.  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x-2}}$

13.  $\int x \cos(x+7) dx$ .

11.  $\int \sin(\ln x) dx$

14.  $\int x \cos(x+4) dx$ .

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

15.  $\int \frac{2x^4 - 3x^3 - 21x^2 - 26}{(x^2 - 5x + 4)(x + 3)} dx$

16.  $\int \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 - 1} dx$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

17.  $\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x - 5 \sin x}$

19.  $\int \sin^5 x \sqrt{\cos^3 x} dx$ .

18.  $\int \frac{dx}{2 \sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x}$

5. Интегрирование иррациональных функций.

20.  $\int \frac{x-1}{x\sqrt{x-2}} dx$

21.  $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x}} dx$

## Вариант 28

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»).

$$1. \int \frac{dx}{1-2x-3x^2}.$$

$$5. \int \cos 3x \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{4e^{2x}}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5x+1}}$$

$$3. \int \frac{1-x^4}{x^2+4} dx$$

$$7. \int \frac{x-7}{4x^2+3x-1} dx.$$

$$4. \int (\sin x - 5)^2 dx$$

$$8. \int \frac{4x+3}{\sqrt{2x^2-x+5}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

$$12. \int (x+4) \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+2}}$$

$$13. \int x e^{-5x} dx.$$

$$11. \int \ln^2 x dx$$

$$14. \int \arccos(x+16) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{7x^2-17x}{(x^2-2x-3)(x-2)} dx$$

$$16. \int \frac{6x dx}{x^3-1}$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$19. \int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

$$18. \int \frac{dx}{6-3 \cos^2 x}$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+6}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[3]{3x+1}+\sqrt{3x+1}} dx$$

## Вариант 29

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»).

$$1. \int \frac{dx}{2x^2 + 3x + 6}.$$

$$2. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{6 - \cos^2 x}} dx$$

$$3. \int \frac{x^2 + 4}{x - 3} dx$$

$$4. \int \sin^3 4x dx$$

$$5. \int \sin^4 2x \sin 2x dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - x - x^2}}$$

$$7. \int \frac{2x + 1}{5x^2 + 2x + 10} dx.$$

$$8. \int \frac{3x - 7}{\sqrt{2x^2 - x + 5}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x^4} dx$$

$$10. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{2 - x - x^2}}$$

$$11. \int \ln(x + 5) dx$$

$$12. \int (x + 2) \cos \frac{x}{4} dx.$$

$$13. \int x e^{x+9} dx.$$

$$14. \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}} dx$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{6x^4 - 30x^2 + 30}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx$$

$$16. \int \frac{5x^2 + 17x + 36}{(x^2 + 6x + 13)(x + 1)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 2 \cos x}$$

$$19. \int \sin^4 3x \cos^2 3x dx.$$

$$18. \int \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x + 3 \cos^2 x} dx$$

5. Интегрирование иррациональных функций.

$$20. \int \frac{dx}{3 + \sqrt{x - 6}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x}}{4x - \sqrt[3]{x^2}} dx$$

## Вариант 30

1. Найти интегралы методом приведения к табличным (при помощи метода «подведения под знак дифференциала»):

$$1. \int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 1}$$

$$5. \int \cos 7x \cos 5x dx.$$

$$2. \int \frac{7x}{\sqrt{5x^2 - 4}} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 1}}$$

$$3. \int \frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 1} dx$$

$$7. \int \frac{x - 4}{5x^2 - x + 7} dx.$$

$$4. \int \sin^2 \frac{3x}{4} dx$$

$$8. \int \frac{7x - 1}{\sqrt{2 - 3x - x^2}} dx.$$

2. Используя метод интегрирования по частям и метод интегрирования подстановкой, найти:

$$9. \int \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x^2} dx$$

$$12. \int (x + 4)e^{2x} dx$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{1 - 3x - 2x^2}}$$

$$13. \int (x - 9)\sin \frac{x}{2} dx.$$

$$11. \int \ln \frac{2 - x}{2 + x} dx$$

$$14. \int x \cos(2 - x) dx.$$

3. Пользуясь правилом интегрирования рациональных дробей, найти:

$$15. \int \frac{3x^2 - 17x + 2}{(x^2 + 5x + 6)(x - 1)} dx$$

$$16. \int \frac{2x + 22}{(x^2 - 2x + 10)(x + 2)} dx$$

4. Найти интегралы от тригонометрических функций:

$$17. \int \frac{dx}{5 + 2 \sin x + 3 \cos x}$$

$$19. \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[3]{\cos^4 x}}$$

$$18. \int \frac{\sin^2 x}{3 \sin^2 x - \cos^2 x} dx$$

5. Найти интегралы от иррациональных функций:

$$20. \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x - 8}}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{(\sqrt[3]{x + 1} + 1)\sqrt{x + 1}} dx$$

## Некоторые решения типового варианта

Найти неопределенные интегралы.

1.  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$ .

▶  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8} = \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 4 + 4} = \int \frac{dx}{(x-2)^2 + 4} = \int \frac{d(x-2)}{4 + (x-2)^2} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{2} + C \blacktriangleleft$

5.  $\int \cos 2x \cos 3x dx$ .

▶  $\int \cos 2x \cos 3x dx = \{ \cos mx \cos nx = \frac{1}{2} (\cos(m-n)x + \cos(m+n)x) \} =$

$= \frac{1}{2} \int (\cos(2-3)x + \cos(2+3)x) dx = \frac{1}{2} \int \cos x dx + \frac{1}{10} \int \cos 5x d(5x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x + c \blacktriangleleft$

8.  $\int \frac{4x-5}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ .

▶  $\int \frac{4x-5}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = -2 \int \frac{-2x+2+5/2-2}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = -2 \int \frac{-2x+2}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx - 2 =$   
 $= -2 \int \frac{-2x+2+5/2-2}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx = -2 \int \frac{-2x+2}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx - 2 \cdot \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{4-(x-1)^2}} =$   
 $= -4\sqrt{3+2x-x^2} - \arcsin \frac{x-1}{2} + C \blacktriangleleft$

9.  $\int x^2 \sqrt{16-x^2} dx$ .

▶  $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx$   
 $= \int 16 \sin^2 t \sqrt{16-16 \sin^2 t} 4 \cos t dt = 256 \int \sin^2 t \cos^2 t dt = 64 \int \sin^2 2t dt =$   
 $= 32 \int (1 - \cos 4t) dt = 32t - 8 \sin 4t + C =$   
 $= 32 \arcsin \frac{x}{4} - 8 \sin 4(\arcsin \frac{x}{4}) + C \blacktriangleleft$

10.  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+10}}$ .

▶ Применим подстановку  $t = \frac{1}{x+1}$ . Тогда  $x = \frac{1}{t} - 1$ ,  $dx = -\frac{1}{t^2} dt$ .

$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+10}} = \int \frac{-\frac{1}{t^2} dt}{\frac{1}{t} \sqrt{(\frac{1}{t}-1)^2 + 2(\frac{1}{t}-1) + 10}} = -\int \frac{dt}{t \sqrt{t^{-2} + 9}} = -\int \frac{dt}{t \sqrt{9t^2 + 1}} =$

$$= -\frac{1}{3} \ln |3t + \sqrt{9t^2 + 1}| + C = -\frac{1}{3} \ln \left| \frac{3}{x+1} + \sqrt{\frac{9}{(x+1)^2} + 1} \right| + C. \blacktriangleleft$$

11.  $\int x \ln x dx$ .

► Воспользуемся методом интегрирования по частям

$$\begin{aligned} \int x \ln x dx &= \left| \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = x dx, \quad v = x^2/2 \end{array} \right| = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} = \\ &= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

17.  $\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$ .

► Используем универсальную подстановку  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = u$ . В этом случае

$$\cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}, \quad \sin x = \frac{2u}{1+u^2}, \quad dx = \frac{2du}{1+u^2}.$$

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x} = \int \frac{2du/(1+u^2)}{1 + \frac{2u}{1+u^2} + \frac{1-u^2}{1+u^2}} = \int \frac{du}{1+u} =$$

$$\ln |1+u| + C = \ln \left| 1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C. \blacktriangleleft$$

21.  $\int \frac{\sqrt[6]{x+1} dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}$ .

$$\blacktriangleright \int \frac{\sqrt[6]{x+1} dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} = \left| \begin{array}{l} x+1 = u^6 \\ dx = 6u^5 du \end{array} \right| = \int \frac{u}{u^3 + u^2} 6u^5 du = 6 \int \frac{u^4}{u+1} du =$$

$$= 6 \int (u^3 - u^2 + u - 1 + \frac{1}{u+1}) du = \frac{3}{2} u^4 - 2u^3 + 3u^2 - 6u + 6 \ln |u+1| + C =$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+1)^2} - 2\sqrt{x+1} + 3\sqrt[3]{x+1} - 6\sqrt[6]{x+1} + 6 \ln |\sqrt[6]{x+1} + 1| + C. \blacktriangleleft$$