

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

**АДАПТИВНЫЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**сборник учебно-методических материалов**  
для направления подготовки

15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств

2017 г.

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного  
Университета*

*Составители: Юрьева Т.А.*

**Адаптивный курс по математике:** сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017.

Рассмотрен на заседании кафедры общей математики и информатики 03.11.2017, протокол № 3.

© Амурский государственный университет, 2017

© Кафедра общей математики информатики, 2017

© Юрьева Т.А., составление

## *ВВЕДЕНИЕ*

Цель дисциплины: получение фундаментального образования, соответствующего развитию личности; формирование у студентов практических навыков использования необходимого математического аппарата

Задачи дисциплины:

–развитие логического и алгоритмического мышления студента;

–углубление курса элементарной математики.

В результате освоения дисциплины «Адаптивный курс по математике» обучающийся должен:

знать: основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа;

уметь: решать типовые задачи по математике;

владеть: базовыми знаниями по математике необходимыми для дальнейшего изучения дисциплин.

## 1 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

При подготовке к практическим занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в первом разделе.

Тщательно проработать лекционный материал и соответствующие учебные пособия по теме каждого практического занятия. Прорешать типовые задачи домашнего задания и при необходимости обратиться к преподавателю за консультацией.

Каждый практическое занятие начинается с теоретического опроса необходимого материала и проверки домашнего задания. Далее на конкретных примерах рассматриваются пути и способы применения тех математических методов, которые не требуют использования электронных вычислительных машин. При этом необходимо активизировать самостоятельную работу студентов. Задания и методические указания к ним выдаются студентам, каждый из которых выбирает оптимальный для себя темп работы. Преподавателю отводится роль консультанта и помощника. Задания, вызвавшие трудности у большинства студентов, разбираются на доске.

В конце занятия выдается домашнее задание, состоящее из теоретических вопросов, уяснение которых необходимо для следующего занятия и практических заданий по пройденному материалу.

При выполнении домашнего задания решать задачи удобнее поэтапно, в той последовательности, в какой эти задания сформулированы. В этом случае при возникновении трудностей будет легче обратиться к анализу тех тем, которые изложены в лекции и задач, разобранных на практическом занятии.

После выполнения практической части задания следует найти ответы на теоретические вопросы, заданные преподавателем и таким образом подготовиться к осознанному восприятию следующего материала.

Активная, регулярная самостоятельная работа над домашним заданием – путь к успешному усвоению дисциплины.

Подробные указания к каждому практическому занятию приведены в пособии: Основы элементарной математики/ Н. Н. Двоурядкина, Т. А. Юрьева, Т. Е. Гришкина ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2015. - 60 с. – Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/7281.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7281.pdf)

## 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации; развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.;

- для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствии с планом, предложенным преподавателем; изучение ГОСТов; ответы на контрольные вопросы; тестирование, выполнение упражнений и графических работ;

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение индивидуальных заданий, подготовка к тестированию и зачету.

Прежде чем приступать к выполнению индивидуального задания, необходимо ознакомиться с содержанием теоретических вопросов по представленному списку литературы и по лекциям.

Работа пишется на стандартных листах писчей бумаги. Все листы заполняются только с одной стороны. Оформление индивидуального задания осуществляется в соответствии со стандартом. Каждая работа начинается с титульного листа, который служит обложкой работы. Сверху на нем указывается принадлежность студента к учебному заведению, факультету, специализации или кафедре. В середине листа указывается название изучаемой темы или раздела и название учебного задания, номер варианта. Ниже и справа указывается фамилия и инициалы студента, номер академической группы, фамилия и инициалы преподавателя. Внизу титульного листа отмечают год выполнения работы.

Эта страница служит также для отметок преподавателя о выполнении учебного задания и замечаний по поводу подготовленного студентом отчета.

При оформлении работы необходимо соблюдать нумерацию заданий. Задание переписывается полностью и ниже оформляется решение. Работа должна быть сдана на кафедру к назначенному преподавателем сроку.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственным периодом в работе студента. Seriously подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать зачет или экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

Для организации самостоятельной работы используются задания:

**Тема: Преобразование рациональных и иррациональных выражений**

1 Вычислить:  $(-2)^3$ ;  $(-3)^4$ ;  $(-6)^3$ ;  $\frac{2 \cdot 5^{22} - 9 \cdot 5^{21}}{25^{10}}$ .

2 Выполнить действия:

1)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ ; 2)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ ; 3)  $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$ ; 4)  $(3ab^2)^2$ ; 5)  $\left(\left(-\frac{a}{2}\right)^2\right)^3$ ;

6)  $\left(6 - 4\left(\frac{5}{16}\right)^0\right)^{-2}$ ; 7)  $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{3}{4}\right)^{-1}$ ; 8)  $(-3\sqrt{2})^4$ ; 9)  $36^{\frac{-1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ ;

9)  $\sqrt[3]{-20 \cdot 25 \cdot 128}$ ; 10)  $\sqrt[3]{ab^{12}} : \sqrt[3]{2a^4b^9}$ ; 11)  $\sqrt[5]{\frac{n^4}{8m^3}} : \sqrt[5]{\frac{4m^2}{n}}$ .

3. Найти общий член последовательности:

1)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

2)  $-\frac{2}{2}, \frac{4}{5}, -\frac{6}{8}, \frac{8}{11}, \dots$

3)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{2}, -\frac{5}{2\sqrt{2}}, \frac{7}{4}, -\frac{9}{4\sqrt{2}}, \dots$

4. Дан общий член последовательности  $x_n = \begin{cases} 1 & \text{для } n = 1, \\ 2^n + 1 & \text{для } n > 1. \end{cases}$

Развернутая запись последовательности имеет вид...

5. Выпишите все отрицательные члены последовательности  $x_n = n^2 - 9n$ .

6. По заданной формуле  $n$ -го члена вычислите сумму первых пяти её членов: 1)  $x_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$ ;

2)  $x_n = (-2)^n + (-2)^{n-1}$ .

7. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов её членов 448. Найти эту прогрессию.

8. Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 30, а сумма следующих четырёх членов 480. Найти сумму первых 12 членов.

9. Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 80, а сумма следующих четырёх членов 340. Найти сумму первых 10 членов.

**Тема: Многочлены и действия над ними**

1. Выполнить деление многочленов:

1)  $\frac{3x^2 - 5x + 4}{x - 2}$ ; 2)  $\frac{x^3 - 3x}{x + 1}$ ; 3)  $\frac{x - 5}{x + 3}$ ; 4)  $\frac{x}{x + 5}$ .

2. Упростить выражение:

1)  $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$ ; 2)  $\frac{x^{\frac{4}{5}} \left( x^{-\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}} \right)}{x^{\frac{1}{4}} \left( x^{\frac{3}{4}} + x^{-\frac{1}{4}} \right)}$ ; 3)  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}{x^2 + x^{\frac{1}{2}}}$ ;

4)  $\frac{y^2 + x^2 - 2xy}{xy^2} : \frac{y-x}{y}$ ; 5)  $\frac{a+b}{a} : \frac{ab+b^2}{a^2}$ ;

6)  $\left( \frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right) \cdot \frac{a^{-3}}{1-a^{-2}}$ .

7)  $\left( \frac{1+8a\sqrt{a}}{1+2\sqrt{a}} - 2\sqrt{a} \right) \cdot \frac{(1+2\sqrt{a})^2}{1-4a}$ .

8)  $60 \left( \sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a-b}$ .

9)  $\left( \frac{a+3b}{(a-b)^2} + \frac{a-3b}{a^2-b^2} \right) : \left( \frac{a^2+3b^2}{(a-b)^2} \right)$ .

10)  $\left( \frac{1}{(m+n)^2} \cdot \left( \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) + \frac{2}{(m+n)^3} \cdot \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) \right) \cdot m^2 n^2$ .

11)  $\left( \frac{a+3b}{a-3b} + \frac{a-3b}{a+3b} - \frac{a^2+9b^2}{a^2-9b^2} \right) \cdot \frac{5a^2-45b^2}{a^2+9b^2}$ .

### Тема: Решение алгебраических уравнений и систем уравнений

1. Решить уравнения:

- 1)  $x^2 + 3x + 2 = 0$ ;      2)  $x^2 - 49 = 0$ ;      3)  $4x^2 = 6x$ ;  
4)  $x^2 + x - 12 = 0$ ;      5)  $x^2 + 2x - 15 = 0$ ;      6)  $8x^2 - 2x - 1 = 0$ ;  
7)  $\frac{71-3x}{6x-9} = \frac{1}{3}$ ;      8)  $\frac{17}{5x} = 2 - \frac{7}{x}$ ;      9)  $\frac{25x+3}{3x+7} = 5$ ;  
10)  $\frac{2}{x} - 15 = 8x$ ;      11)  $\frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2}$ ;      12)  $\frac{x^2}{6} - \frac{2x}{3} = \frac{3x-10}{4}$ ;  
13)  $\frac{x(x+4)}{2} - 3 = \frac{7x}{4} - \frac{5x-4}{6}$ ;      14)  $(x^2 - 16x)^2 - 2(x^2 - 16x) - 63 = 0$ ;  
15)  $\frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2} = \frac{1}{x + 1}$ ;      16)  $\frac{4}{x^2 + 6x + 9} + \frac{6}{9 - x^2} = \frac{1}{x - 3}$ .  
17)  $|x + 6| = 5$ ;      18)  $|x - 6| = 4x + 1$ ;      19)  $|3x - 5| = |x + 4|$ ;

2. Решить систему уравнений:

- 1)  $\begin{cases} 4x - 3y = -1; \\ 2x + 9y = 5. \end{cases}$       2)  $\begin{cases} -2x + 5y = 3; \\ 6x + 15y = 11. \end{cases}$   
3)  $\begin{cases} x^2 - xy = -1; \\ y + 4x = 6. \end{cases}$       4)  $\begin{cases} y^2 - x^2 = 16; \\ x + y = 8. \end{cases}$   
5)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 28 \\ x - y = 2. \end{cases}$       6)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$

### Тема: Решение алгебраических неравенств и систем неравенств

1. Решить неравенства:

- 1)  $3x + 10 < 5x - 14$ ;      2)  $5 - 2x < 3 - 6x$ ;  
3)  $2x(x - 2) - 2x^2 \leq 2x + 6$ ;      4)  $\frac{5-3a}{3} - \frac{4-2a}{2} \leq 0$ ;  
5)  $\frac{2x+7}{5} \geq \frac{3+4x}{3}$ ;      6)  $\frac{x^2+3x}{8} < \frac{x-1}{4} + \frac{3-2x}{2}$ ;  
7)  $x^2 + 8x + 12 \geq 0$ ;      8)  $-x^2 - 6x - 5 < 0$ ;  
9)  $x^2 + 4x + 4 > 0$ ;      10)  $-x^2 + 3x \geq 0$ ;  
11)  $-x^2 + 25 \geq 0$ ;      12)  $-x^2 - 2x + 8 \leq 0$ ;  
13)  $\frac{-x-2}{x(x+3)} \geq 0$ ;      14)  $\frac{4-x^2}{5-x} \geq 0$ ;  
15)  $\frac{18-2x^2}{1+x} \geq 0$ ;      16)  $\frac{x^2-5x+4}{6+3x} \geq 0$ ;  
17)  $\frac{x^2-x}{x} \leq 0$       18)  $\frac{(x+3)(x-4)}{2x+1} \leq 0$ ;



$$19) \frac{(x-6)(2x+4)}{4-2x} \geq 0; \quad 20) \frac{(x-2)^2(x-3)}{5-x} \geq 0;$$

$$21) \frac{(x+3)(x-5)}{x^2-2x+1} \leq 0; \quad 22) \frac{(x+4)(x-5)}{x^2-6x+9} \leq 0$$

2. Решить систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 1-2x \leq 3; \\ 3x+2 < 1. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2-4x > 3; \\ 3x+2 \leq 1. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x^2-2x+1 \geq 0; \\ 2(x+3)-(x-8) < 4. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2-4x+3 \leq 0; \\ x^2+5x < 0. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x-3)(x+4)(x+1) > 0 \\ \frac{(x-5)(x+4)}{4-x} \geq 0. \end{cases} \quad 6) \begin{cases} x(x^2-9) > 0; \\ \frac{(x+1)^2(x+3)}{5-x} \leq 0 \end{cases}$$

**Тема: Линейная, квадратичная, дробно-линейная функции и их графики**

1. Построить прямые:

$$1) -3x+4y=12; \quad 2) 3y+5=0; \quad 3) 2x+5y=0; \quad 4) -2x+y=-6;$$

$$5) 2x+7=0; \quad 6) 2y=9; \quad 7) 4x+y=0; \quad 8) y=-2x.$$

2. Построить графики функций:

$$y = -x^2 + 3; \quad y = -0,7x^2 - 3,5; \quad y = 2,5 - 3x^2; \quad y = 6,1 - 0,8x^2; \quad y = -(x+3)^2;$$

$$y = -(x-2)^2 + 1; \quad y = -(x+2)^2 + 3; \quad y = 2x^2 - 2x; \quad y = 4x^2 + 12x + 10;$$

$$y = -2x^2 + 8x - 12; \quad y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 11; \quad y = -\frac{1}{2}x^2 - 5x - 13; \quad y = \frac{2}{x+3};$$

$$y+1 = \frac{-3}{x-2}; \quad y = \frac{3x+2}{x-3}.$$

**Тема: Построение графиков функций**

1. Исследовать функцию на четность и нечетность

$$1) y = \frac{x}{1+x^2}, \quad 2) y = \sqrt[3]{x}, \quad 3) y = x\sqrt{x^2-9}, \quad 4) y = \arcsin \frac{4}{x}.$$

$$5) y = x^2, \quad 6) y = x^4, \quad 7) y = 2^{|x|} - |\sin x|, \quad 8) y = \sqrt{x^2-1}$$

2. Найти область определения функций:

$$1) f(x) = \log_2(4-x) - \log_2(x+7);$$

$$2) f(x) = \sqrt{\log_5 \frac{1-2x}{x+3}};$$

$$3) f(x) = \sqrt{-x} + \frac{4}{\sqrt{x+3}}.$$

3. Построить график функции и перечислить основные свойства:

$$1) y = \arcsin(x+2) \quad 2) y = \operatorname{arctg}(x-1)$$

$$3) y = \arcsin x + 2 \quad 4) y = \operatorname{arctg} x - 1$$

$$5) y = \arcsin(x-2) + 4 \quad 6) y = \operatorname{arctg}(x-1) + 3$$

4. Построить график функции и найти значение функции в заданных точках

$$1) y = \sin x \quad x_0 = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$$

$$2) y = \cos x \quad x_0 = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}$$

$$3) y = \operatorname{tg} x \quad x_0 = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}$$

$$4) y = \operatorname{ctg} x \quad x_0 = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$$

**Тема: Производная**

1. Найти производные функций

$$1) y = x^2 - 3x^4; \quad 2) y = x^3 - 5x^2 + 4x + 2;$$

$$3) y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^2 + x^{-4} + 3; \quad 4) y = \sqrt{x} + \frac{x^2 - 3x}{x} - 5;$$

$$5) y = x^3 - 5x^2 + \frac{3}{x^4} + 4; \quad 6) y = \sin x + \operatorname{tg} x - 1;$$

$$7) y = 4\cos 2x + \sin 3x; \quad 8) y = \arcsin 4x + \frac{1}{3}x^6;$$

$$9) y = \operatorname{arctg} 2x - \cos 5x; \quad 10) y = \operatorname{tg} 4x + e^{-x};$$

$$11) y = 3\cos 6x + 4x^{-4} - 5\ln x; \quad 12) y = 3^{5x} 4\operatorname{ctg} 2x;$$

$$13) y = 6^x - 7\operatorname{tg} 3x; \quad 14) y = e^{3x} + 3\operatorname{arctg} x;$$

2. Найти производные произведения функций  $(uv)' = u'v + uv'$

$$1) y = x^2 \sin 5x; \quad 2) y = x^4 e^{-2x};$$

$$3) y = x^3 \cos 4x; \quad 4) y = x^2 \operatorname{tg} 6x;$$

$$5) y = (x^2 + 3)e^{-4x}; \quad 6) y = \sqrt{x} \sin 8x;$$

$$7) y = (2x + 4)\ln 6x; \quad 8) y = x \operatorname{arcsin} 4x;$$

$$9) y = e^{3x} \operatorname{arctg} x; \quad 10) y = \sin 3x \cdot \ln 6x.$$

3. Найти производные частного функции  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$1) y = \frac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}; \quad 2) y = \frac{x^3 + 2}{3};$$

$$3) y = \frac{5x + 1}{4x^2 + 3}; \quad 4) y = \frac{2}{3x + 5};$$

$$5) y = \frac{\ln x}{1 + x^3}; \quad 6) y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x^2};$$

$$7) y = \frac{\cos x}{x^3}; \quad 8) y = \frac{x^3}{e^{4x}};$$

$$9) y = \frac{x^2 - 3x}{\sin 4x}; \quad 10) y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{5x}};$$

11)  $y = \frac{\operatorname{ctg} 3x}{e^{-4x}}$ ;

12)  $y = \frac{e^{-x}}{\cos 2x}$ ;

13)  $y = \frac{\ln(3x+4)}{\operatorname{arctg} 4x}$ ;

14)  $y = \frac{\sin x^2}{\cos x^3}$ .

4. Найти производные  $y = f(x)$  в заданной точке  $x_0$ :

1)  $y = f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ,  $x_0 = 1$ ;

2)  $y = 2^3 - x^2$ ,  $x_0 = 1$ ;

3)  $y = x^2 + 3 + \frac{2x}{x+1}$ ,  $x_0 = 1$

4)  $y = 7 \sin x + 3x^3$ ,  $x_0 = 0$ ;

5)  $y = \sqrt{2} \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$ ,  $x_0 = \sqrt{2}$ ;

6)  $y = f(x) = (x^2 + 3x + 15) \operatorname{tg} x$ ,  $x_0 = 0$ ;

7)  $y = \frac{e^x + 3x}{\cos x}$ ,  $x_0 = 0$ ;

8)  $y = \frac{1}{\pi} x^2 \sin x$ ,  $x_0 = \frac{3\pi}{2}$ ;

9)  $y = x^2 \ln x + \ln 3$ ,  $x_0 = 1$ ;

10)  $y = e^{\sin x} + e^{\cos x}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

**Тема: Исследование функций с помощью производных**

1. Найти интервалы монотонности функций.

1)  $y = x^2 - 4x + 7$ ;      2)  $y = 1 - x^3 + x^2$ ;      3)  $y = x^3 - x$ ;

4)  $y = 2x + 1$ ;      5)  $y = \frac{x+2}{x-3}$ ;      6)  $y = x(\sqrt{x} - 2)$ .

2. Исследовать на экстремум следующие функции:

а)  $y = 4x^3 - 3x^2 - 18x + 5$ ;

б)  $y = x^4 - x^3 + 4$ ;

в)  $y = (3-x)^2(1+x)^3$ ;

3. Исследовать функцию на экстремум и построить ее график

1)  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{9x}{4} + 1$ ;

2)  $y = 5 - 3x - x^3$ ;

3)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ .

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на указанном отрезке

1)  $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  на отрезке  $[-1; 1]$ ;

2)  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  на отрезке  $[-2; 2]$ ;

3)  $y = -3x^4 + 6x^2 - 1$  на отрезке  $[-2; 2]$ ;

4)  $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

**Тема: Применение производной к решению экстремальных задач**

1. На двух стройплощадках возводятся два одноэтажных склада общей площадью  $600 \text{ м}^2$ . Стоимость постройки склада прямо пропорциональна квадрату его площади. Кроме того, известно, что строительство  $1 \text{ м}^2$  на второй площадке обходится на 40 % дороже, чем на первой. Какой должны быть площадь каждого склада, чтобы стоимость строительства была наименьшей?

2. Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объема  $V$ . Стоимость квадратного метра материала, идущего на изготовление дна бака, равна  $p_1$  руб., а стенок -  $p_2$  руб.. Каковы должны быть радиус дна и высота бака, чтобы затраты на материал для его изготовления были наименьшими?

3. На странице книги печатный текст должен занимать  $S$  квадратных сантиметров. Верхнее и нижнее поля должны быть по  $a$  см, правое и левое – по  $b$  см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то какими должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

4. Известна функция прибыли  $\Pi(x) = R(x) - C(x)$ , где  $R(x)$  - доход,  $C(x)$  - издержки. Найти максимум прибыли, если доход и издержки определяются формулами соответственно:  $R(x) = -x^2 + 5x$ ,  $C(x) = 13x - 7x^2 + x^3$ .

5. В краткосрочном плане производственная функция зависит только от численности персонала  $x$  фирмы и имеет вид  $Q(x) = 4,5x^2 - 0,5x^3$ . Требуется определить численность персонала, при которой выпуск продукции достигается максимального значения.

6. Производитель реализует свою продукцию по цене  $p$  за единицу, а издержки при этом задаются функцией  $C(x) = 6x + 0,1x^3$ , где  $x$  - объем выпускаемой продукции в усл. ед. ( $x > 0$ ). Найти оптимальный для производителя объем выпуска продукции и соответствующая ему прибыль, если  $p = 486$  ден. ед. (Прибыль  $\Pi(x) = 486x - C(x)$ ).

7. Издержки производства составляют  $C = 3x^2 + 18x$  (руб./час), объем выпускаемой продукции  $Q = 2 + 6x$  (у.е./час), где  $x$  (руб./час) – количество вложенных в производство инвестиций. Цена единицы продукции  $p = 12$  руб. Найти оптимальное количество инвестиций в производство.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>ВВЕДЕНИЕ</i> .....	3
<b>1 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ</b> .....	4
<b>2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ</b> .....	5

**Татьяна Александровна Юрьева,**

*доц. каф. общей математики и информатики АмГУ, канд. пед. наук*