

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Сборник учебно-методических материалов

Для всех инженерных специальностей и направлений подготовки

Благовещенск, 2017

*Печатается по решению
редакционно - издательского совета
факультета дизайна и технологий
Амурского государственного
университета*

Составитель: Волков С.П.

Прикладная механика : сборник учебно-методических материалов для все инженерных специальностей и направлений подготовки . – Благовещенск : Амурский гос. ун-т, 2017. – 129 с.

©Амурский государственный университет, 2017
© Кафедра сервисных технологий и общетехнических дисциплин, 2017

© Волков С.П. составление, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Прикладная механика. Введение	5
Теоретическая механика (статика). Лекция 1. Основные понятия. Задачи и аксиомы статики	5
1.1. Понятие о силе и системе сил	5
1.2. Задачи теоретической механики	5
1.3. Аксиомы статики	6
Контрольные вопросы и задания	7
Лекция 2. Основная теорема статики	8
2.1. Связи и реакции связей	8
2.2. Плоская система сходящихся сил	10
2.3. Основная теорема статики. Теорема Пуансо о параллельном переносе сил	11
Контрольные вопросы и задания	12
Лекция 3. Пространственная система сил	13
3.1. Пространственная система сил	13
3.2. Пространственная сходящаяся система сил	14
Контрольные вопросы и задания	15
Сопротивление материалов. Лекция 4. Основные положения теории	15
4.1. Основные положения теории прочности	15
4.2. Основные гипотезы и допущения	16
4.3. Основные требования к деталям и конструкциям и виды расчетов в сопротивлении материалов	16
Контрольные вопросы и задания	16
Лекция 5	17
5.1. Нагрузки внешние и внутренние	17
5.2. Метод сечений	17
5.3. Напряжения	18
Контрольные вопросы и задания	19
Лекция 6	19
6.1. Растяжение и сжатие	19
6.2. Напряжения при растяжении и сжатии	21
6.3. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука	22
Контрольные вопросы и задания	24
Лекция 7	24
7.1. Механические характеристики	24
7.2. Расчеты на прочность при растяжении – сжатии	26
Контрольные вопросы и задания	27
Лекция 8	28
8.1. Практические расчеты на срез	28
8.2. Практические расчеты на смятие	29
Контрольные вопросы и задания	30
Лекция 9	30
9.1. Геометрические характеристики плоских сечений	30
9.2. Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Построение эпюр крутящих моментов	34
9.3. Кручение. Напряжения и деформации при кручении	35
Контрольные вопросы и задания	38
Лекция 10	39

10.1. Изгиб. Классификация видов изгиба.	39
10.2. Внутренние силовые факторы при изгибе	40
10.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Основные правила построения эпюр	42
10.4 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Расчеты на прочность.	44
10.5 Понятие о касательных напряжениях при изгибе	47
Контрольные вопросы и задания	49
Лекция 11. Кинематика	49
11.1. Кинематика точки	49
11.2. Простейшие движения твердого тела	51
11.3. Скорости и ускорения точек вращающегося тела	53
11.4. Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела	53
Контрольные вопросы и задания	56
Лекция 12-13 Основы теории механизмов и машин	56
12.1. Структура машины и ее функциональные части	56
12.2. Кинематический анализ механизмов	63
Контрольные вопросы и задания	65
Лекция 14. Соединения деталей машин	65
14.1. Неразъемные соединения	65
14.2. Разъемные соединения	68
Контрольные вопросы и задания	74
Лекция 15-16. Механические передачи	74
15.1. Передачи зацеплением	74
15.2 Расчет пространственных зубчатых передач	87
Контрольные вопросы и задания	93
Лекция 16. Передачи трением	94
16.1. Фрикционные передачи	94
16.2 Ременные передачи	95
Контрольные вопросы и задания	99
Лекция 17-18. Детали, обслуживающие вращательное движение	100
17.1. Оси и валы	100
Контрольные вопросы	102
17.2. Подшипники	103
Контрольные вопросы	111
Лекция 18. Муфты	111
Контрольные вопросы	115
Методические рекомендации к практическим занятиям	116
Примерный перечень предлагаемых практических занятий	117
Методические рекомендации к лабораторным работам	120
Примерный перечень предлагаемых лабораторных работ	121
Методические рекомендации к самостоятельной работе	123

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Введение

Прикладная механика – комплексная дисциплина. Она включает четыре раздела: «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин»; «Детали машин».

«*Теоретическая механика*» – раздел, в котором излагаются основные законы движения твердых тел и их взаимодействия.

В разделе «*Сопротивление материалов*» изучаются основы прочности материалов и методы расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость под действием внешних сил.

Раздел «*Теория механизмов и машин*» рассматривает методы исследования механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

В разделе «*Прикладная механика*» «*Детали машин*» рассматриваются основы конструирования и расчета деталей и сборочных единиц общего назначения.

Дисциплина «*Прикладная механика*» является общепрофессиональной, обеспечивающей базовые знания при усвоении специальных дисциплин, изучаемых в дальнейшем.

Теоретическая механика (статика)

Лекция 1. Основные понятия. Задачи и аксиомы статики

1. Понятие о силе и системе сил

2. Задачи теоретической механики

3. Аксиомы статики

1.1. Понятие о силе и системе сил

Сила – это мера механического взаимодействия материальных тел между собой.

Взаимодействие характеризуется величиной и направлением, т.е. сила есть величина векторная, характеризующаяся

- точкой приложения (A),
- направлением (линией действия),
- величиной (модулем) (рис. 1).

Силу измеряют в ньютонах, $1Н = 1кг \cdot$

$м/с^2$.



Рис.1

Силы, действующие на тело (или систему тел), делятся на

- *внешние и*
- *внутренние.*

Внешние силы бывают

- активные и
- реактивные.

Активные силы вызывают перемещение тела,

реактивные стремятся противодействовать перемещению тела под действием внешних сил.

Внутренние силы возникают в теле под действием внешних сил.

Совокупность сил, действующих на какое-либо тело, называют *системой сил*.

Эквивалентная система сил – система сил, действующая так же, как заданная.

Уравновешенной (эквивалентной нулю) системой сил называется такая система, которая, будучи приложенной к телу, не изменяет его состояния.

Систему сил, действующих на тело, можно заменить одной равнодействующей, действующей так, как система сил.

1.2. Задачи теоретической механики

Теоретическая механика — наука о механическом движении материальных твердых тел и их взаимодействии. Механическое движение понимается как перемещение тела в пространстве и во времени по отношению к другим телам, в частности к Земле.

Для удобства изучения теоретическую механику подразделяют на статику, кинематику и динамику.

- *Статика* изучает условия равновесия тел под действием сил.
- *Кинематика* рассматривает движение тел как перемещение в пространстве; характеристики тел и причины, вызывающие движение, не рассматриваются.
- *Динамика* изучает движение тел под действием сил.

В отличие от физики теоретическая механика изучает законы движения некоторых абстрактных *абсолютно твердых тел*: здесь материалы, форма тел существенного значения не имеют. **При движении абсолютно твердое тело не деформируется и не разрушается.** В случае, когда размерами тела можно пренебречь, тело заменяют материальной точкой. Это упрощение, принятое в теоретической механике, значительно облегчает решение задач о движении.

1.3. Аксиомы статики

В результате обобщения человеческого опыта были установлены общие закономерности механического движения, выраженные в виде законов и теорем. Все теоремы и уравнения статики выводятся из нескольких исходных положений. Эти положения называют аксиомами статики.

Первая аксиома. Под действием уравновешенной системы сил абсолютно твердое тело или материальная точка находятся в равновесии или движутся равномерно и прямолинейно (закон инерции).

Вторая аксиома. Две силы, равные по модулю и направленные по одной прямой в разные стороны, уравновешиваются (рис. 2).

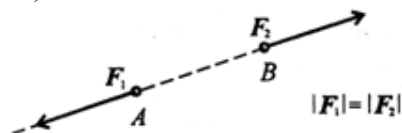


Рис. 2

Третья аксиома. Не нарушая механического состояния тела, можно добавить или убрать уравновешенную систему сил (принцип отбрасывания системы сил, эквивалентной нулю) (рис. 3).

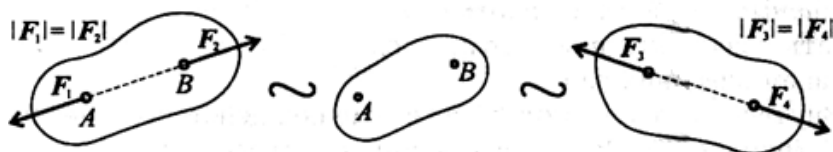


Рис. 3

Четвертая аксиома (правило параллелограмма сил). Равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке, приложена в той же точке и является диагональю параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах (рис. 4).

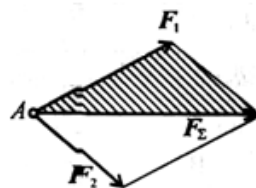


Рис. 4

Вместо *параллелограмма* можно построить *треугольник сил*: силы вычерчивают одну за другой в любом порядке; равнодействующая двух сил соединяет начало первой силы с концом второй.

Пятая аксиома. При взаимодействии тел всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие (рис. 5).

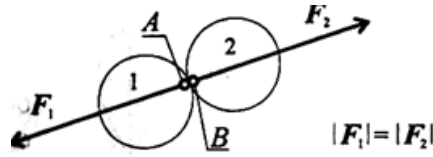


Рис. 5

Силы действующие и противодействующие всегда приложены к разным телам, поэтому они не уравниваются.

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, всегда равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в разные стороны.

Следствие из второй и третьей аксиом. Силу, действующую на твердое тело, можно перемещать вдоль линии ее действия (рис. 6).

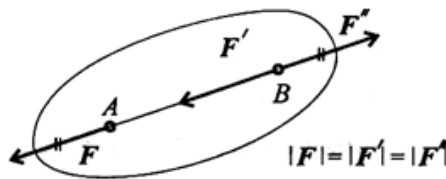


Рис. 6

Сила F приложена в точке A . Требуется перенести ее в точку B .

Используя третью аксиому, добавим в точке B уравновешенную систему сил (F' ; F''). Образуется уравновешенная по второй аксиоме система сил (F ; F''). Убираем ее и получим в точке B силу F'' , равную заданной F .

Контрольные вопросы и задания

1. Какая из приведенных систем сил (рис. 7) уравновешена?

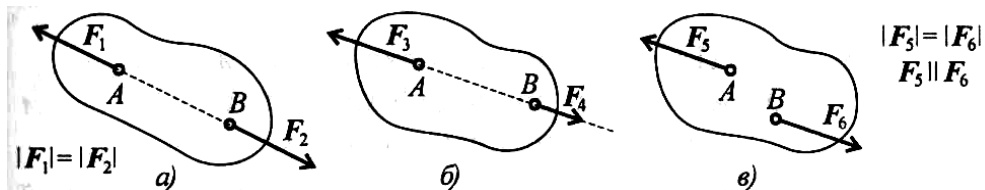


Рис. 7

2. Какие силы системы (рис. 8) можно убрать, не нарушая механического состояния тела:

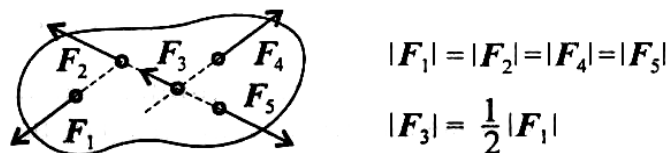


Рис. 8

3. Тела 1 и 2 (рис. 9) находятся в равновесии. Можно ли убрать действующие системы сил, если тела абсолютно твердые? Что изменится, если тела реальные, деформируемые?

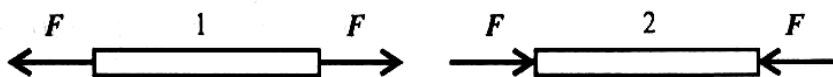


Рис. 9

4. Укажите возможное направление реакций в опорах (рис. 10).

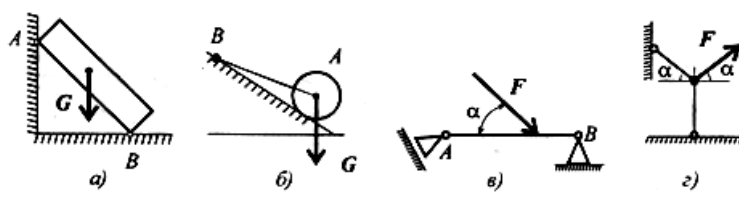


Рис. 10

Лекция 2. Основная теорема статики

1. Связи и реакции связей

2. Плоская система сходящихся сил

3. Основная теорема статики. Главный вектор и главный момент

2.1. Связи и реакции связей

Все законы и теоремы статики справедливы для свободного твердого тела.

Все тела делятся на свободные и связанные.

Свободные тела – тела, перемещение которых не ограничено.

Связанные тела – тела, перемещение которых ограничено другими телами.

Тела, ограничивающие перемещение других тел, называют связями.

Силы, действующие от связей и препятствующие перемещению, называют реакциями связей.

Реакция связи всегда направлена с той стороны, куда нельзя перемещаться.

Всякое связанное тело можно представить свободным, если связи заменить их реакциями (принцип освобождения от связей).

Все связи можно разделить на несколько типов.

Связь – гладкая опора (без трения). Реакция опоры приложена в точке опоры и всегда направлена перпендикулярно опоре (рис. 11).

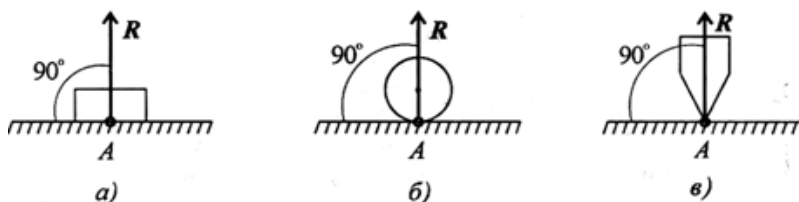


Рис. 11

Гибкая связь (нить, веревка, трос, цепь). Груз подвешен на двух нитях (рис. 12). Реакция нити направлена вдоль нити от тела, при этом нить может быть только растянута.

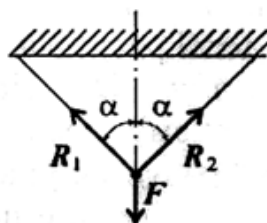


Рис. 12

Жесткий стержень.

На схемах стержни изображают толстой сплошной линией (рис. 13).

Стержень может быть сжат или растянут. Реакция стержня направлена вдоль стержня.

Стержень работает на растяжение или сжатие. Точное направление реакции определяют, мысленно убрав стержень и рассмотрев возможные перемещения тела без этой связи.

Возможным перемещением точки называется такое бесконечно малое мысленное перемещение, которое допускается в данный момент наложенными на него связями.

Убираем стержень 1, в этом случае стержень 2 падает вниз. Следовательно, сила от стержня 1 (реакция) направлена вверх. Убираем стержень 2. В этом случае точка A опускается вниз, отодвигаясь от стены. Следовательно, реакция стержня 2 направлена к стене.

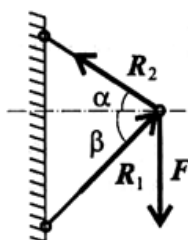


Рис. 13

Шарнирная опора

Шарнир допускает поворот вокруг точки закрепления. Различают два вида шарниров.

Подвижный шарнир. Стержень, закрепленный на шарнире, может поворачиваться вокруг шарнира, а точка крепления может перемещаться вдоль направляющей (площадки) (рис. 14).

Реакция подвижного шарнира направлена перпендикулярно опорной поверхности, т. к. не допускается только перемещение поперек опорной поверхности.

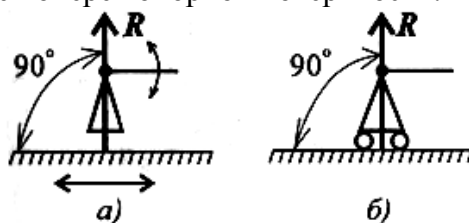


Рис. 14

Неподвижный шарнир. Точка крепления перемещаться не может. Стержень может свободно поворачиваться вокруг оси шарнира. Реакция такой опоры проходит через ось шарнира, но неизвестна по направлению. Её принято изображать в виде двух составляющих: горизонтальной и вертикальной (R_x , R_y) (рис. 15).

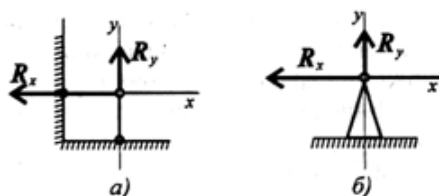


Рис. 15

Защемление или «заделка». Любые перемещения точки крепления невозможны.

Под действием внешних сил в опоре возникают реактивная сила и реактивный момент M_R , препятствующий повороту (рис. 16).

Реактивную силу принято представлять в виде двух составляющих вдоль осей координат.

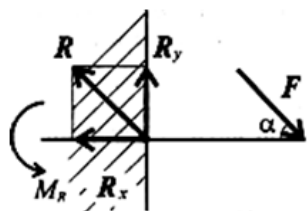


Рис. 16

2.2. Плоская система сходящихся сил

Система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется сходящейся (рис. 17).

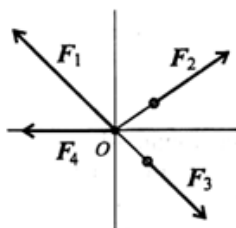


Рис. 17

Необходимо определить равнодействующую системы сходящихся сил $(F_1; F_2; F_3; \dots; F_n)$, n – число сил, входящих в систему.

По следствию из аксиом статики, все силы системы можно переместить вдоль линии действия, и все силы окажутся приложенными в одной точке.

Равнодействующая сходящихся сил.

Равнодействующую двух пересекающихся сил можно определить с помощью параллелограмма или треугольника сил (4-я аксиома) (рис. 18).

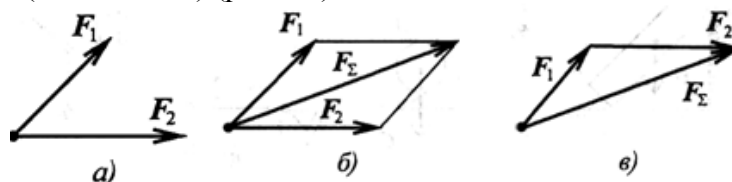


Рис. 18

Используя свойства векторной суммы сил, можно получить равнодействующую любой сходящейся системы сил, складывая последовательно силы, входящие в систему. Образуется многоугольник сил (рис. 19). Вектор равнодействующей силы соединит начало первого вектора с концом последнего.

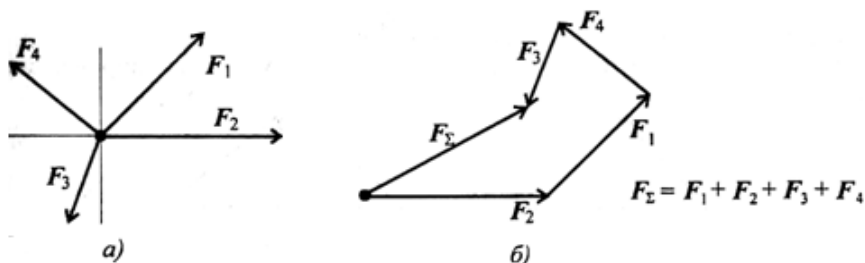


Рис. 19

При графическом способе определения равнодействующей векторы сил можно вычерчивать в любом порядке, результат (величина и направление равнодействующей) при этом не изменится.

Вектор равнодействующей направлен *навстречу* векторам сил слагаемых. **Такой способ получения равнодействующей называют геометрическим.**

Замечание. При вычерчивании многоугольника обращать внимание на параллельность сторон многоугольника соответствующим векторам сил.

Порядок построения многоугольника сил:

1. Вычертить векторы сил заданной системы в некотором масштабе один за другим так, чтобы конец предыдущего вектора совпадал с началом последующего.

2. Вектор равнодействующей замыкает полученную ломаную линию; он соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

3. При изменении порядка вычерчивания векторов в многоугольнике меняется вид фигуры. На результат порядок вычерчивания не влияет.

Условие равновесия плоской системы сходящихся сил. При равновесии системы сил равнодействующая должна быть равна нулю, следовательно, при геометрическом построении конец Последнего вектора должен совпасть с началом первого.

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил этой системы должен быть замкнут.

Если в системе три силы, образуется треугольник сил.

Сравните два треугольника сил (рис. 20) и сделайте вывод о количестве сил, входящих в каждую систему.



Рис. 20

Рекомендация. Обратите внимание на направление векторов.

2.3. Основная теорема статики.

Теорема Пуансо о параллельном переносе сил

Силу можно перенести параллельно линии ее действия, при этом нужно добавить пару сил с моментом, равным произведению модуля силы на расстояние, на которое перенесена сила.

Дано: сила в точке A (рис. 21). Добавим в точке B уравновешенную систему сил $(F^I; F^{II})$. Образуется пара сил (F^I, F^{II}) . Получим силу в точке B и момент пары m .

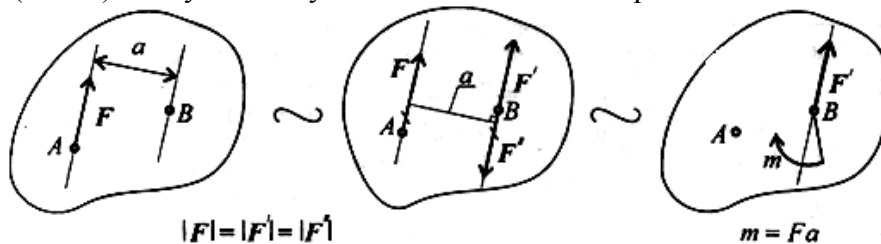


Рис. 21

Приведение к точке плоской системы произвольно расположенных сил

Линии действия произвольной системы сил не пересекаются в одной точке, поэтому для оценки состояния тела такую систему следует упростить. Для этого все силы системы переносят в одну произвольно выбранную точку приведения. Применяют теорему Пуансо. При любом переносе силы в точку, не лежащую на линии ее действия, добавляют пару сил.

Появившиеся при переносе пары называют присоединенными парами.

Дана плоская система произвольно расположенных сил (рис. 22).

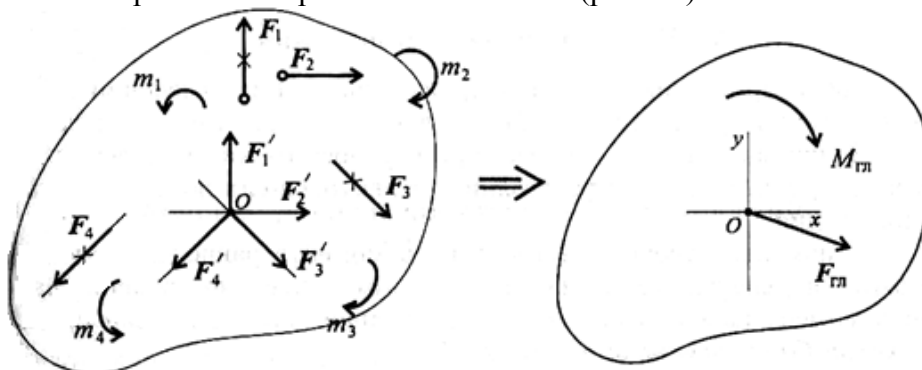


Рис. 22

Переносим все силы в точку O . Получим пучок сил в точке O , который можно заменить одной силой – *главным вектором системы*.

Образующуюся систему пар сил можно заменить одной эквивалентной парой – *главным моментом системы*.

$$\mathbf{F}_{\text{гл}} = \sum_0^n \mathbf{F}_k.$$

Главный вектор равен геометрической сумме векторов произвольной плоской системы сил. Проецируем все силы системы на оси координат и, сложив соответствующие проекции на оси,

$$F_{\text{гл}x} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{\text{гл}y} = \sum_0^n F_{ky}.$$

получим проекции главного вектора.

По величине проекций главного вектора на оси координат находим модуль главного вектора:

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2}.$$

Главный момент системы сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения.

$$M_{\text{гл}O} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n;$$

$$M_{\text{гл}O} = \sum_0^n m_O(\mathbf{F}_k).$$

Таким образом, произвольная плоская система сил приводится к одной силе (главному вектору системы сил) и одному моменту (главному моменту системы сил).

Контрольные вопросы и задания

1. По изображенным многоугольникам сил (рис. 23) решите, сколько сил входит в каждую систему и какая из них уравновешена. (Обратить внимание на направление векторов.)



Рис. 23

2. Из представленных силовых треугольников выберите треугольник, построенный для точки A (рис. 24).

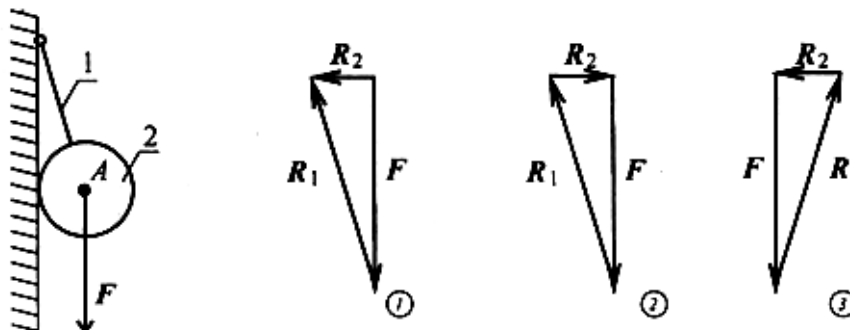


Рис. 24

3. Запишите выражение для расчета проекции силы F на ось Oy (рис. 25).

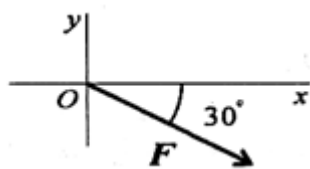


Рис. 25

4. Определите сумму проекций сил системы на ось Ox (рис. 26).

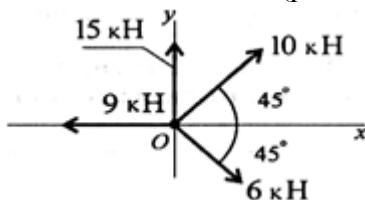


Рис. 26

5. Чему равен главный вектор системы сил?

6. Чему равен главный момент системы сил при приведении ее к точке?

7. Чем отличается главный вектор от равнодействующей плоской системы произвольно расположенных сил?

Выбрать из предложенных ответов:

- величиной;
- направлением;
- величиной и направлением;
- точкой приложения;
- ничем.

8. Тело движется равномерно и прямолинейно (равновесие). Чему равны главный вектор и главный момент системы?

9. Тело вращается вокруг неподвижной оси. Чему равны главный вектор и главный момент действующей на него системы сил?

Лекция 3. Пространственная система сил

1. Пространственная система сил

2. Пространственная сходящаяся система сил

3.1. Пространственная система сил

Момент силы относительно оси равен моменту проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью (рис. 27, а):

$$M_{OO}(F) = \text{пр } Fa,$$

a – расстояние от оси до проекции

$\text{пр } F$ – проекция силы на плоскость, перпендикулярную оси OO .

$$\text{пр } F = F \cos \alpha; \quad M_{OO}(F) = F \cos \alpha \cdot a.$$

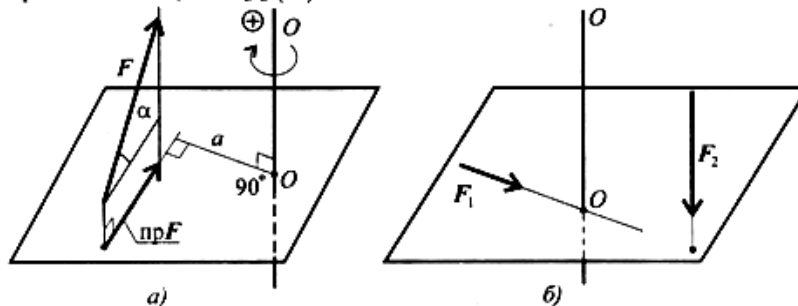


Рис. 27

Момент считаем положительным, если сила разворачивает тело по часовой стрелке. Смотреть со стороны положительного направления оси.

Если линия действия силы пересекает ось или линия действия силы параллельна оси, моменты силы относительно этой оси равны нулю (рис. 27, б).

Силы и ось лежат в одной плоскости, они не смогут повернуть тело вокруг этой оси.

F_1 пересекает ось; $M_{OO}(F_1) = 0$;

$F_2 \parallel OO$; пр $F_2 = 0$; $M_{OO}(F_2) = 0$.

Вектор в пространстве

В пространстве вектор силы проецируется на три взаимно перпендикулярные оси координат. Проекции вектора образуют ребра прямоугольного параллелепипеда, вектор силы совпадает с диагональю (рис. 28)

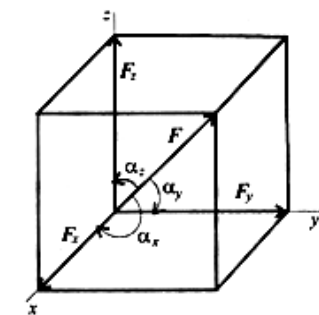


Рис. 28

Модуль вектора может быть получен из зависимости

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2},$$

где

$$F_x = F \cos \alpha_x;$$

$$F_y = F \cos \alpha_y;$$

$$F_z = F \cos \alpha_z,$$

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ — углы между вектором F и осями координат.

3.2. Пространственная сходящаяся система сил

Пространственная сходящаяся система сил – система сил, не лежащих в одной плоскости, линии действия которых пересекаются в одной точке.

Равнодействующую пространственной системы сил можно определить, построив пространственный многоугольник (рис. 29),

$$\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n.$$

Доказано, что равнодействующая системы сходящихся сил приложена в точке пересечения линий действия сил системы.

Модуль равнодействующей пространственной системы сходящихся сил можно определить аналитически, используя метод проекций.

Совмещаем начало координат с точкой пересечения линий действия сил системы. Проецируем все силы на оси координат и суммируем соответствующие проекции (рис. 30). Получим проекции равнодействующей на оси координат.

Модуль равнодействующей системы сходящихся сил определим по формуле

$$F_\Sigma = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2 + F_{\Sigma z}^2}.$$

Направление вектора равнодействующей определяется углами

$$\alpha_x = (\mathbf{F}_\Sigma \wedge \mathbf{F}_{\Sigma x}); \quad \alpha_y = (\mathbf{F}_\Sigma \wedge \mathbf{F}_{\Sigma y}); \quad \alpha_z = (\mathbf{F}_\Sigma \wedge \mathbf{F}_{\Sigma z}),$$

где
$$\cos \alpha_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_\Sigma}; \quad \cos \alpha_y = \frac{F_{\Sigma y}}{F_\Sigma}; \quad \cos \alpha_z = \frac{F_{\Sigma z}}{F_\Sigma}.$$

$$F_{\Sigma z} = \sum_n F_{kz}, \quad F_{\Sigma x} = \sum_0^n F_{kxi}; \quad F_{\Sigma y} = \sum_0^n F_{kyi};$$

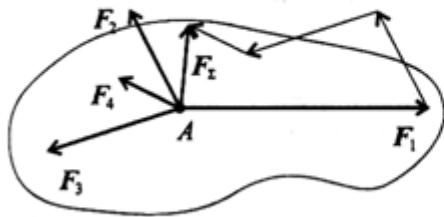


Рис. 29

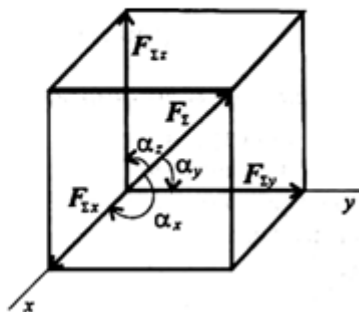


Рис. 30

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите формулы для расчета главного вектора пространственной системы сходящихся сил.
2. Запишите формулу для расчета главного вектора пространственной системы произвольно расположенных сил.
3. Запишите формулу для расчета главного момента пространственной системы сил.
4. Запишите систему уравнений равновесия пространственной системы сил.

Сопротивление материалов

Лекция 4. Основные положения теории

1. Основные положения теории прочности

2. Основные гипотезы и допущения

3. Основные требования к деталям и конструкциям и виды расчетов в сопротивлении материалов

4.1. Основные положения теории прочности

Сопротивление материалов – это раздел прикладной механики, в котором излагаются теоретико-экспериментальные основы и методы расчета наиболее распространенных элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

В сопротивлении материалов пользуются данными смежных дисциплин: физики, теоретической механики, материаловедения, математики и др. В свою очередь сопротивление материалов как наука является опорной базой для целого ряда технических дисциплин.

Любые создаваемые конструкции должны быть не только прочными и надежными, но и недорогими, простыми в изготовлении и обслуживании, с минимальным расходом материалов, труда и энергии.

Расчеты сопротивления материалов являются базовыми для обеспечения основных требований к деталям и конструкциям.

Механические свойства материалов:

Прочность – способность не разрушаться под нагрузкой.

Жесткость – способность незначительно деформироваться под нагрузкой.

Выносливость – способность длительное время выдерживать переменные нагрузки.

Устойчивость – способность сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

Вязкость – способность воспринимать ударные нагрузки.

Виды расчетов

Расчет на прочность обеспечивает неразрушение конструкции.

Расчет на жесткость обеспечивает деформации конструкции под нагрузкой в пределах допустимых норм.

Расчет на выносливость обеспечивает необходимую долговечность элементов конструкции.

Расчет на устойчивость обеспечивает сохранение необходимой формы равновесия и предотвращает внезапное искривление длинных стержней.

Для обеспечения прочности конструкций, работающих при ударных нагрузках (при ковке, штамповке и подобных случаях), проводятся *расчеты на удар*.

4.2. Основные гипотезы и допущения

Приступая к расчетам конструкции, следует решить, что в данном случае существенно, а что можно отбросить, т. к. решение технической задачи с полным учетом всех свойств реального объекта невозможно.

Допущения о свойствах материалов

Материалы *однородные* – в любой точке материалы имеют одинаковые физико-механические свойства.

Материалы представляют *сплошную среду* – кристаллическое строение и микроскопические дефекты не учитываются.

Материалы *изотропны* – механические свойства не зависят от направления нагружения.

Материалы обладают *идеальной упругостью* – полностью восстанавливают форму и размеры после снятия нагрузки.

В реальных материалах эти допущения выполняются лишь отчасти, но принятие таких допущений упрощает расчет. Все упрощения принято компенсировать, введя запас прочности.

Допущения о характере деформации

Все материалы под нагрузкой деформируются, т. е. меняют форму и размеры.

Характер деформации легко проследить при испытании материалов на растяжение.

Перед испытаниями цилиндрический образец закрепляется в захватах разрывной машины, растягивается и доводится до разрушения. При этом записывается зависимость между приложенным усилием и деформацией. Получают график, называемый диаграммой растяжения.

4.3. Основные требования к деталям и конструкциям и виды расчетов в сопротивлении материалов

Виды расчетов

Расчет на прочность обеспечивает неразрушение конструкции.

Расчет на жесткость обеспечивает деформации конструкции под нагрузкой в пределах допустимых норм.

Расчет на выносливость обеспечивает необходимую долговечность элементов конструкции.

Расчет на устойчивость обеспечивает сохранение необходимой формы равновесия и предотвращает внезапное искривление длинных стержней.

Для обеспечения прочности конструкций, работающих при ударных нагрузках (при ковке, штамповке и подобных случаях), проводятся *расчеты на удар*.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется прочностью, жесткостью, устойчивостью?
2. По какому принципу классифицируют нагрузки в сопротивлении материалов? К какому виду разрушений приводят повторно- переменные нагрузки?
3. Какие нагрузки принято считать сосредоточенными?
4. Какое тело называют брусом? Нарисуйте любой брус и укажите ось бруса и его поперечное сечение. Какие тела называют пластинами?
5. Что называется деформацией? Какие деформации называют упругими?
6. При каких деформациях выполняется закон Гука? Сформулируйте закон Гука.
7. Что такое принцип начальных размеров?
8. В чем заключается допущение о сплошном строении материалов? Поясните допущение об однородности и изотропности материалов.

Лекция 5

1. Нагрузки внешние и внутренние
2. Метод сечений
3. Напряжения

5.1. Нагрузки внешние и внутренние

Элементы конструкции при работе испытывают внешнее воздействие, которое оценивается величиной внешней силы. К внешним силам относят активные силы и реакции опор. Под действием внешних сил в детали возникают внутренние силы упругости, стремящиеся вернуть телу первоначальную форму и размеры.

Внешние силы должны быть определены методами теоретической механики, а внутренние определяются основным методом сопротивления материалов – методом сечений.

В сопротивлении материалов тела рассматриваются в равновесии. Для решения задач используют уравнения равновесия, полученные в теоретической механике для тела в пространстве.

Используется система координат, связанная с телом. Чаще продольную ось детали обозначают z , начало координат совмещают с левым краем и размещают в центре тяжести сечения.

5.2. Метод сечений

Метод сечений заключается в мысленном рассечении тела плоскостью и рассмотрении равновесия любой из отсеченных частей.

Если все тело находится в равновесии, то и каждая его часть находится в равновесии под действием внешних и внутренних сил. *Внутренние силы определяются из уравнений равновесия, составленных для рассматриваемой части тела.*

Рассекаем тело поперек плоскостью (рис. 31). Рассматриваем правую часть. На нее действуют внешние силы F_4 ; F_5 ; F_6 и внутренние силы упругости q_k , распределенные по сечению. Систему распределенных сил можно заменить главным вектором R_0 , помещенным в центр тяжести сечения, и суммарным моментом сил.

$$M_0: R_0 = \sum_0^n q_k;$$

$$M_0 = \sum_0^n m_k.$$

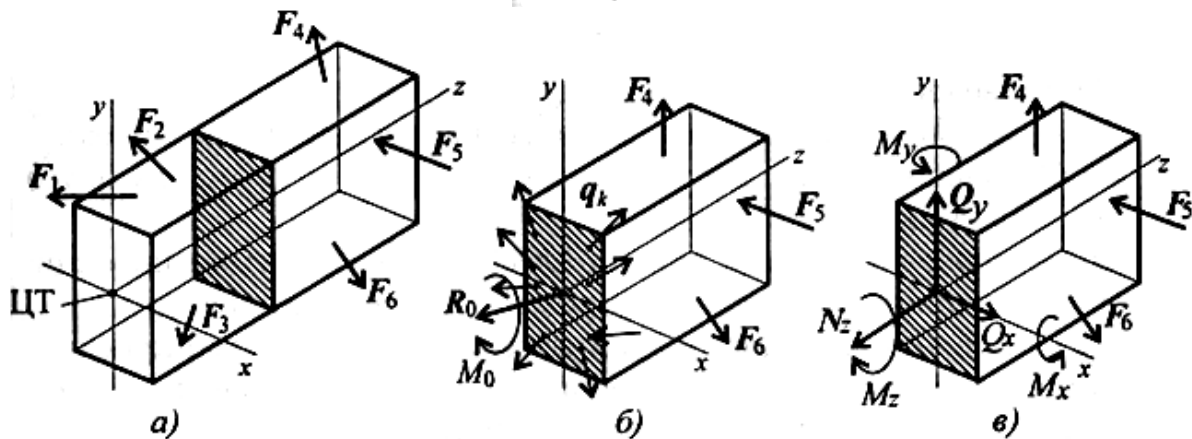


Рис. 31

Разложив главный вектор R_0 по осям, получим три составляющие:

$$R_0 = N_z + Q_y + Q_x;$$

где N_z – продольная сила;

Q_x – поперечная сила по оси x ;

Q_y – поперечная сила по оси y .

Главный момент тоже принято представлять в виде моментов пар сил в трех плоскостях проекции:

$$M_0 = M_x + M_y + M_z,$$

M_x – момент сил относительно O_x ; M_y – момент сил относительно O_y , M_z – момент сил относительно O_z .

Полученные составляющие сил упругости носят название *внутренних силовых факторов*. Каждый из внутренних силовых факторов вызывает определенную деформацию детали. Внутренние силовые факторы уравнивают приложенные к этому элементу детали внешние силы. Используя шесть уравнений равновесия, можно получить величину внутренних силовых факторов:

$$\begin{aligned} N_z &= \sum_0^n F_{kz}; & M_z &= \sum_0^n m_z(F_k); \\ Q_x &= \sum_0^n F_{kx}; & M_x &= \sum_0^n m_x(F_k); \\ Q_y &= \sum_0^n F_{ky}; & M_y &= \sum_0^n m_y(F_k). \end{aligned}$$

Из приведенных уравнений следует, что:

N_z – *продольная сила*, равная алгебраической сумме проекций на ось Oz внешних сил, действующих на отсеченную часть бруса; вызывает растяжение или сжатие;

Q_x – *поперечная сила*, равная алгебраической сумме проекций на ось Ox внешних сил, действующих на отсеченную часть;

Q_y – *поперечная сила*, равная алгебраической сумме проекций на ось Oy внешних сил, действующих на отсеченную часть;

силы Q_x и Q_y вызывают сдвиг сечения;

M_z – *крутящийся момент*, равный алгебраической сумме моментов внешних сил относительно продольной оси Oz , вызывает скручивание бруса;

M_x – *изгибающий момент*, равный алгебраической сумме моментов внешних сил относительно оси Ox ;

M_y – *изгибающий момент*, равный алгебраической сумме моментов внешних сил относительно оси Oy .

Моменты M_x и M_y вызывают изгиб бруса в соответствующей плоскости.

5.3. Напряжения

Метод сечений позволяет определить величину внутреннего силового фактора в сечении, но не дает возможности установить закон распределения внутренних сил по сечению. Для оценки прочности необходимо определить величину силы, приходящуюся на любую точку поперечного сечения.

Величину интенсивности внутренних сил в точке поперечного сечения называют *механическим напряжением*. Напряжение характеризует величину внутренней силы, приходящейся на единицу площади поперечного сечения.

Рассмотрим брус, к которому приложена внешняя нагрузка (рис. 32). С помощью *метода сечений* рассечем брус поперечной плоскостью, отбросим левую часть и рассмотрим равновесие оставшейся правой части. Выделим на секущей плоскости малую площадку ΔA . На этой площадке действует равнодействующая внутренних сил упругости.

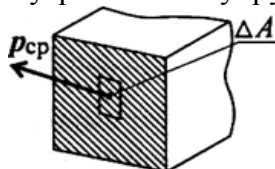


Рис. 32

Направление напряжения p_{cp} совпадает с направлением внутренней силы в этом сечении.

Вектор p_{cp} называют *полным напряжением*. Его принято раскладывать на два вектора (рис. 33): τ – лежащий в площадке сечения и σ – направленный перпендикулярно площадке.

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Если вектор ρ – пространственный, то его раскладывают на три составляющие:

$$\rho = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}.$$

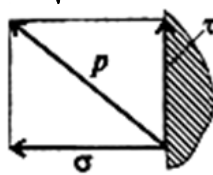


Рис. 33

Нормальное напряжение характеризует сопротивление сечения растяжению или сжатию.

Касательное напряжение характеризует сопротивление сечения сдвигу.

Сила N (продольная) вызывает появление нормального напряжения σ . Силы Q_x и Q_y вызывают появление касательных напряжений τ . Моменты изгибающие M_x и M_y вызывают появление нормальных напряжений σ , переменных по сечению.

Крутящий момент M_z вызывает сдвиг сечения вокруг продольной оси, поэтому появляются касательные напряжения τ .

Контрольные вопросы и задания

1. Какие силы в сопротивлении материалов считают внешними? Какие силы являются внутренними?
2. Какими методами определяют внешние силы? Как называют метод для определения внутренних сил?
3. Сформулируйте метод сечений.
4. Как в сопротивлении материалов располагают систему координат?
5. Что в сопротивлении материалов называют внутренними силовыми факторами? Сколько в общем случае может возникнуть внутренних силовых факторов?
6. Запишите систему уравнений, используемую при определении внутренних силовых факторов в сечении?
7. Как обозначается и как определяется продольная сила в сечении?
8. Как обозначаются и как определяются поперечные силы?
9. Как обозначаются и определяются изгибающие и крутящий моменты?
10. Какие деформации вызываются каждым из внутренних силовых факторов?
11. Что называют механическим напряжением?
12. Как по отношению к площадке направлены нормальное и касательные напряжения? Как они обозначаются?
13. Какие напряжения возникают в поперечном сечении при действии продольных сил?
14. Какие напряжения возникают при действии поперечных сил?

Лекция 6

1. Растяжение и сжатие.

2. Напряжения при растяжении и сжатии

3. Продольные и поперечные деформации; закон Гука

6.1. Растяжение и сжатие

Растяжением или *сжатием* называют вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила.

Продольные силы меняются по длине бруса. При расчетах после определения величин продольных сил по сечениям строится график – эпюра продольных сил.

Условно назначают знак продольной силы.

Если продольная сила направлена *от сечения*, то брус растянут. Растяжение считают положительной деформацией (рис. 34а).

Если продольная сила направлена *к сечению*, то брус сжат. Сжатие считают отрицательной деформацией (рис. 34б).

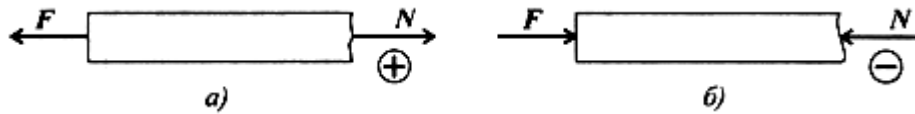


Рис. 34

Примеры построения эпюры продольных сил

Рассмотрим брус, нагруженный внешними силами вдоль оси. Брус закреплен в стене (закрепление «заделка») (рис. 35а). Делим брус на участки нагружения.

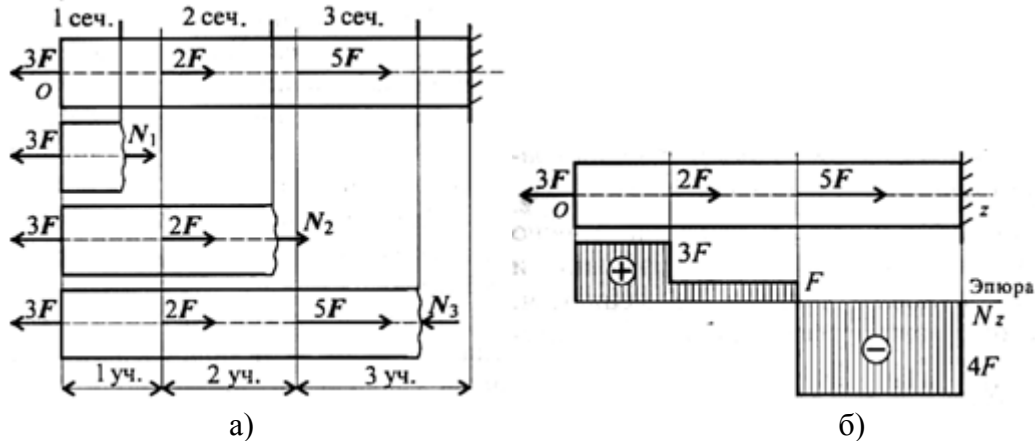


Рис. 35

Участком нагружения считают часть бруса между внешними силами.

На представленном рисунке 3 участка нагружения.

Воспользуемся методом сечений и определим внутренние силовые факторы внутри каждого участка.

Расчет начинаем со свободного конца бруса, чтобы не определять величины реакций в опорах.

$$\begin{aligned} \text{Участок 1: } \sum F_z &= 0; \\ -3F + N_1 &= 0; N_1 = 3F. \end{aligned}$$

Продольная сила положительна, участок 1 растянут.

$$\begin{aligned} \text{Участок 2: } \sum F_z &= 0 \\ -3F + 2F + N_2 &= 0; N_2 = F. \end{aligned}$$

Продольная сила положительна, участок 2 растянут.

$$\text{Участок 3: } \sum F_z = 0; -3F + 2F + 5F - N_3 = 0; N_3 = 4F.$$

Продольная сила отрицательна, участок 3 сжат.

Полученное значение N_3 равно реакции в заделке.

Под схемой бруса строим эпюру продольной силы (рис. 35б).

Эпюрой продольной силы называется график распределения продольной силы вдоль оси бруса.

Ось эпюры параллельна продольной оси.

Нулевая линия проводится тонкой линией. Значения сил откладывают от оси, положительные – вверх, отрицательные – вниз.

В пределах одного участка значение силы не меняется, поэтому эпюра очерчивается отрезками прямых линий, параллельными оси Oz .

Правило контроля: в месте приложения внешней силы на эпюре должен быть скачок на величину приложенной силы.

На эпюре проставляются значения N_z . Величины продольных сил откладывают в заранее выбранном масштабе.

Эпюра по контуру обводится толстой линией и заштриховывается *поперек* оси.

Изучая деформации при растяжении и сжатии, обнаруживаем, что выполняются *гипотеза плоских сечений* и *принцип смягчения граничных условий*.

Гипотеза плоских сечений заключается в том, что поперечное сечение бруса, плоское и перпендикулярное продольной оси, после деформации остается плоским и перпендикулярным продольной оси.

Следовательно, *продольные внутренние волокна удлинятся одинаково, а внутренние силы упругости распределены по сечению равномерно*.

Принцип смягчения граничных условий гласит: в точках тела, удаленных от мест приложения нагрузки, *модуль внутренних сил мало зависит от способа закрепления*. Поэтому при решении задач *не уточняют способ закрепления*.

6.2. Напряжения при растяжении и сжатии

При растяжении и сжатии в сечении действует только нормальное напряжение.

Напряжения в поперечных сечениях могут рассматриваться как силы, приходящиеся на единицу площади.

Таким образом, *направление и знак напряжения в сечении совпадают с направлением и знаком силы в сечении* (рис. 36).

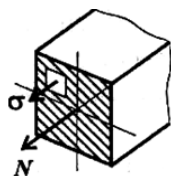


Рис. 36

Исходя из гипотезы плоских сечений, можно предположить, что напряжения при растяжении и сжатии в пределах каждого сечения не меняются. Поэтому напряжение можно рассчитать по формуле

$$\sigma = \frac{N_z}{A},$$

где N_z – продольная сила в сечении; A – площадь поперечного сечения.

Величина напряжения прямо пропорциональна продольной силе и обратно пропорциональна площади поперечного сечения.

Нормальные напряжения действуют при растяжении от сечения (рис. 37а), а при сжатии к сечению (рис. 37б).

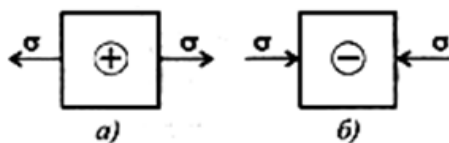


Рис. 37

Размерность (единица измерения) напряжений – Н/м^2 (Па), однако это слишком малая единица, и практически напряжения рассчитывают в Н/мм^2 (МПа): $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2$.

При определении напряжений брус разбивают на участки нагружений, в пределах которых продольные силы не изменяются, и *учитывают места изменений площади поперечных сечений*.

Рассчитывают напряжения по сечениям, и расчет оформляют в виде эпюры нормальных напряжений.

Строится и оформляется такая эпюра так же, как и эпюра продольных сил.

Рассмотрим брус, нагруженный внешними силами вдоль оси (рис. 38).

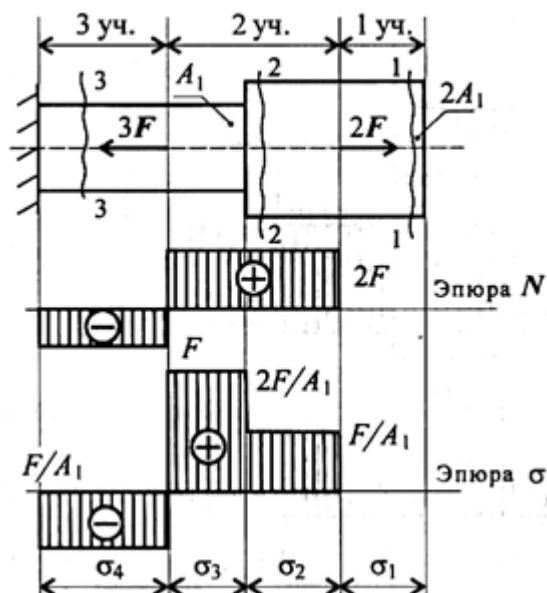


Рис. 38

Обнаруживаем три участка нагружения и определяем величины продольных сил.

Участок 1: $N_1 = 0$. Внутренние продольные силы равны нулю.

Участок 2: $N_2 = 2F$. Продольная сила на участке положительна.

Участок 3: $N_3 = 2F - 3F = -F$. Продольная сила на участке отрицательна.

Брус – ступенчатый.

С учетом изменений величин площади поперечного сечения участков напряжений больше.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A_1} = 0; \quad \sigma_2 = \frac{F}{A_1} \oplus, \quad \sigma_3 = \frac{2F}{A_1} \oplus; \quad \sigma_4 = \frac{-F}{A_1} \ominus.$$

Строим эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

Масштабы эпюр могут быть разными и выбираются исходя из удобства построения.

6.3. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука

Деформации при растяжении и сжатии

Рассмотрим деформацию бруса под действием продольной силы F (рис. 39). На рис. 39 начальные размеры бруса: l_0 – начальная длина, a_0 – начальная ширина. Брус удлинится на величину Δl ; Δl – абсолютное удлинение. При растяжении поперечные размеры уменьшаются, Δa – абсолютное сужение; $\Delta l > 0$; $\Delta a < 0$. При сжатии выполняется соотношение $\Delta l < 0$; $\Delta a > 0$.

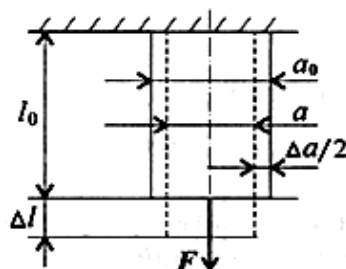


Рис. 39.

В сопротивлении материалов принято рассчитывать деформации в относительных единицах:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \epsilon \text{ — относительное удлинение;}$$

$$\epsilon' = \frac{\Delta a}{a_0}; \quad \epsilon' \text{ — относительное сужение.}$$

Между продольной и поперечной деформациями существует зависимость

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon,$$

где μ – коэффициент поперечной деформации, или коэффициент Пуассона, – характеристика пластичности материала.

Закон Гука

В пределах упругих деформаций деформации прямо пропорциональны нагрузке:

$$F = k\Delta l,$$

где F – действующая нагрузка; k – коэффициент. В современной форме:

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Получим зависимость

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \text{где } E \text{ – модуль упругости, характеризует жесткость материала.}$$

В пределах упругости нормальные напряжения пропорциональны относительному удлинению.

Значение E для сталей в пределах $(2 - 2,1) \cdot 10^5$ МПа. При прочих равных условиях, чем жестче материал, тем меньше он деформируется:

$$\downarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E \uparrow}.$$

Формулы для расчета перемещений поперечных сечений бруса при растяжении и сжатии

Используем известные формулы.

$$\begin{aligned} \text{Закон Гука } \sigma &= E\varepsilon. \\ \text{Откуда } \varepsilon &= \frac{\sigma}{E}. \end{aligned}$$

Относительное удлинение

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

В результате получим зависимость между нагрузкой, размерами бруса и возникающей деформацией:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l}{l} &= \frac{\sigma}{E}; \quad \sigma = \frac{N}{A}; \\ \Delta l &= \frac{\sigma l}{E} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{Nl}{AE}, \end{aligned}$$

где

Δl – абсолютное удлинение, мм;

σ – нормальное напряжение, МПа;

l – начальная длина, мм;

E – модуль упругости материала, МПа;

N – продольная сила, Н;

A – площадь поперечного сечения, мм²;

Произведение AE называют *жесткостью сечения*.

Выводы

1. Абсолютное удлинение бруса прямо пропорционально величине продольной силы в сечении, длине бруса и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости.

2. Связь между продольной и поперечной деформациями зависит от свойств материала, связь определяется *коэффициентом Пуассона*, называемом *коэффициентом поперечной деформации*.

Коэффициент Пуассона: у стали μ от 0,25 до 0,3; у пробки $\mu = 0$; у резины $\mu = 0,5$.

3. Поперечные деформации меньше продольных и редко влияют на работоспособность детали; при необходимости поперечная деформация рассчитывается через продольную.

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\Delta a}{a_0}; \quad \text{откуда } \Delta a = \varepsilon' a_0,$$

где Δa — поперечное сужение, мм;
 a_0 — начальный поперечный размер, мм.

4. Закон Гука выполняется в зоне упругих деформаций, которая определяется при испытаниях на растяжение по диаграмме растяжения (рис. 41).

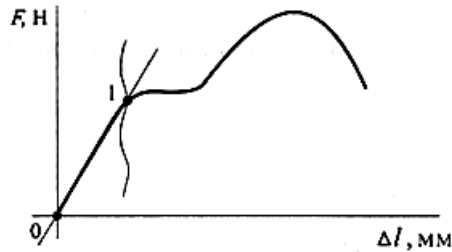


Рис. 40

При работе пластические деформации не должны возникать, упругие деформации малы по сравнению с геометрическими размерами тела. Основные расчеты в сопротивлении материалов проводятся в зоне упругих деформаций, где действует закон Гука.

На диаграмме (рис. 40) закон Гука действует от точки 0 до точки I .

5. Определение деформации бруса под нагрузкой и сравнение ее с допускаемой (не нарушающей работоспособности бруса) называют расчетом на жесткость.

Контрольные вопросы и задания

1. Стальной стержень длиной 1,5 м вытянулся под нагрузкой на 3 мм. Чему равно относительное удлинение? Чему равно относительное сужение? ($\mu = 0,25$.)
2. Что характеризует коэффициент поперечной деформации?
3. Сформулируйте закон Гука в современной форме при растяжении и сжатии.
4. Что характеризует модуль упругости материала? Какова единица измерения модуля упругости?
5. Запишите формулы для определения удлинения бруса. Что характеризует произведение AE и как оно называется?
6. Как определяют абсолютное удлинение ступенчатого бруса, нагруженного несколькими силами?

Лекция 7

1. Механические характеристики

2. Расчёты на прочность при растяжении – сжатии

При выборе материалов для элементов конструкции и расчетов на прочность необходимо знать механические характеристики. Необходимые сведения получают экспериментально при испытаниях на растяжение, сжатие, срез, кручение и изгиб.

7.1. Механические характеристики

При построении приведенной диаграммы рассчитываются величины, имеющие условный характер, усилия в каждой из точек делят на величину *начальной площади поперечного сечения*, хотя в каждый момент идет деформация и площадь образца уменьшается. Приведенная диаграмма растяжения не зависит от абсолютных размеров образца (рис. 42).

Основные характеристики прочности:

- предел пропорциональности $\sigma_{пц} = F_1/A_0$;
- предел упругости $\sigma_y = F_2/A_0$;
- предел текучести $\sigma_T = F_3/A_0$;
- предел прочности, или временное сопротивление разрыву, $\sigma_B = F_{max}/A_0$, где $A_0 = (\pi d_0^2)/4$ — начальная площадь сечения.

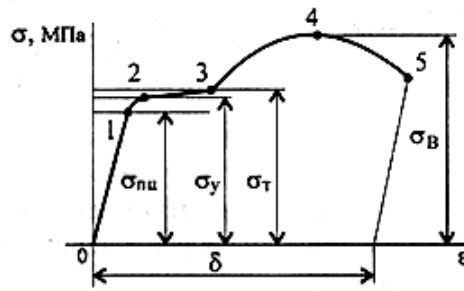


Рис. 41

Характеристики пластичности материала

δ – максимальное удлинение в момент разрыва

$$\delta = \frac{\Delta l_{\max}}{l_0} \cdot 100 \%,$$

где Δl_{\max} – максимальное остаточное удлинение; ψ – максимальное сужение при разрыве

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{ш}}}{A_0} \cdot 100 \%,$$

где $A_{\text{ш}}$ – площадь образца в месте разрыва.

Характеристики пластичности определяют способность материала к деформированию, чем выше значения δ и ψ , тем материал пластичнее.

Виды диаграмм растяжения

Различные материалы по-разному ведут себя под нагрузкой, характер деформаций и разрушения зависит от типа материалов.

Принято делить материалы по типу их диаграмм растяжения на три группы. К первой группе относят *пластичные материалы*, эти материалы имеют на диаграмме растяжения *площадку текучести* (диаграммы первого типа) (рис. 42,а). Ко второй группе относятся *хрупкие материалы*, эти материалы *мало деформируются*, разрушаются по хрупкому типу. На диаграмме нет площадки текучести (рис. 42,б).

К третьей группе относят *материалы, не имеющие площадки текучести*, но значительно деформирующиеся под нагрузкой, их называют *пластично-хрупкими* (рис. 42,в).

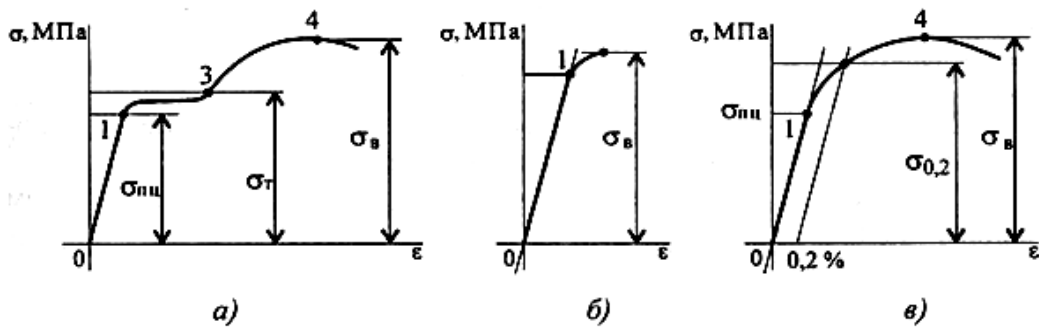


Рис. 42

Таким образом, *хрупкий и пластично-хрупкий материалы не имеют площадки текучести*, а в справочниках отсутствует характеристика «предел текучести». По этой особенности их можно узнать.

Пластично-хрупкие материалы значительно деформируются, этого нельзя допустить в работающей конструкции. Поэтому их *деформацию обычно ограничивают*. Максимально возможная относительная деформация $\epsilon = 0,2\%$.

По величине максимально возможной деформации определяется соответствующее нормальное напряжение $\sigma_{0,2}$, которое принимают за предельное.

Пределные и допустимые напряжения

Пределным напряжением считают напряжение, при котором в материале возникает опасное состояние (разрушение или опасная деформация).

Для *пластичных* материалов *пределным напряжением* считают *предел текучести*, т.к. возникающие пластические деформации не исчезают после снятия нагрузки:

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{T}}.$$

Для *хрупких* материалов, где пластические деформации отсутствуют, а разрушение возникает по хрупкому типу (шейки не образуется), за *пределное напряжение* принимают *предел прочности*:

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{в}}.$$

Для *пластично-хрупких* материалов *пределным напряжением* считают напряжение, соответствующее максимальной деформации 0,2% (сто,2):

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{0,2}.$$

Допускаемое напряжение – максимальное напряжение, при котором материал должен нормально работать.

Допускаемые напряжения получают по *пределным* с учетом запаса прочности:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[s]},$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение; s – коэффициент запаса прочности; $[s]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности.

Примечание. В квадратных скобках принято обозначать допускаемое значение величины.

Допускаемый коэффициент запаса прочности зависит от качества материала, условий работы детали, назначения детали, точности обработки и расчета и т. д.

Он может колебаться от 1,25 для простых деталей до 12,5 для сложных деталей, работающих при переменных нагрузках в условиях ударов и вибраций.

Особенности поведения материалов при испытаниях на сжатие:

1. Пластичные материалы практически одинаково работают при растяжении и сжатии. Механические характеристики при растяжении и сжатии одинаковы.

2. Хрупкие материалы обычно обладают большей прочностью при сжатии, чем при растяжении: $\sigma_{\text{впр}} < \sigma_{\text{вс}}$.

Если допускаемое напряжение при растяжении и сжатии различно, их обозначают $[\sigma_{\text{р}}]$ (растяжение), $[\sigma_{\text{с}}]$ (сжатие).

7.2. Расчеты на прочность при растяжении – сжатии

Расчеты на прочность ведутся по условиям прочности – неравенствам, выполнение которых гарантирует прочность детали при данных условиях.

Для обеспечения прочности расчетное напряжение не должно превышать допускаемого напряжения:

$$\sigma \leq [\sigma], \text{ где } \sigma = \frac{N}{A}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[s]}.$$

Расчетное напряжение a зависит от нагрузки и размеров поперечного сечения, допускаемое только от материала детали и условий работы.

Существуют три вида расчета на прочность.

1. Проектировочный расчет — задана расчетная схема и нагрузки; материал или размеры детали подбираются:

- определение размеров поперечного сечения:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]};$$

- подбор материала

$$\sigma_{\text{пред}} \geq \frac{N[s]}{A};$$

по величине $\sigma_{\text{пред}}$ можно подобрать марку материала.

2. Проверочный расчет – известны нагрузки, материал, размеры детали; необходимо проверить, обеспечена ли прочность.

Проверяется неравенство

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

3. Определение нагрузочной способности (максимальной нагрузки):

$$[N] = [\sigma]A.$$

Примеры решения задач

Прямой брус растянут силой 150 кН (рис. 43), материал – сталь $\sigma_{\text{т}} = 570$ МПа, $\sigma_{\text{в}} = 720$ МПа, запас прочности $[s] = 1,5$. Определить размеры поперечного сечения бруса.



Рис. 43

Решение

1. Условие прочности:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

2. Потребная площадь поперечного сечения определяется соотношением

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

3. Допускаемое напряжение для материала рассчитывается из заданных механических характеристик. Наличие предела текучести означает, что материал – пластичный.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{т}}}{[s]}; \quad [\sigma] = \frac{570}{1,5} = 380 \text{ МПа}.$$

4. Определяем величину потребной площади поперечного сечения бруса и подбираем размеры для двух случаев.

$$A \geq \frac{150 \cdot 10^3}{380} = 394,7 \text{ мм}^2.$$

Сечение – круг, определяем диаметр.

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R = \sqrt{\frac{394,7}{3,14}} = 11,2 \text{ мм}.$$

Полученную величину округляем в большую сторону $d = 25$ мм, $A = 4,91 \text{ см}^2$.

Сечение – равнополочный уголок № 5 по ГОСТ 8509-86.

Ближайшая площадь поперечного сечения уголка – $A = 4,29 \text{ см}^2$ ($d = 5$ мм). $4,91 > 4,29$ (Приложение 1).

Контрольные вопросы и задания

1. Какое явление называют текучестью?
2. Что такое «шейка», в какой точке диаграммы растяжения она образуется?
3. Почему полученные при испытаниях механические характеристики носят условный характер?
4. Перечислите характеристики прочности.
5. Перечислите характеристики пластичности.
6. В чем разница между диаграммой растяжения, вычерченной автоматически, и приведенной диаграммой растяжения?
7. Какая из механических характеристик выбирается в качестве предельного напряжения для пластичных и хрупких материалов?
8. В чем различие между предельным и допускаемым напряжениями?

9. Запишите условие прочности при растяжении и сжатии. Отличаются ли условия прочности при расчете на растяжение и расчете на сжатие?

Лекция 8

1. Практические расчеты на срез

2. Практические расчёты на смятие

8.1. Практические расчеты на срез

Детали соединений (болты, штифты, шпонки, заклепки) работают так, что можно учитывать только один внутренний силовой фактор – поперечную силу. Такие детали рассчитываются на сдвиг.

Сдвигом называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – поперечная сила.

Рассмотрим брус, на который действуют равные по величине, противоположно направленные, перпендикулярные продольной оси силы (рис. 44).

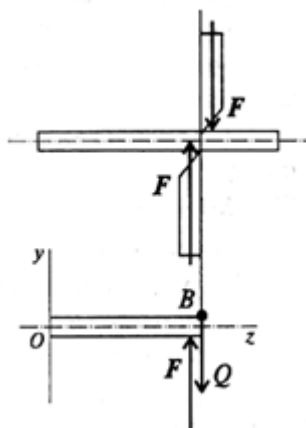


Рис. 44

Применим метод сечений и определим внутренние силы упругости из условия равновесия каждой из частей бруса:

$$\sum F_y = 0; \quad F - Q = 0; \quad \vec{F} = \vec{Q},$$

где Q — поперечная сила. Естественно считать, что она вызовет появление только касательных напряжений τ .

Рассмотрим напряженное состояние в точке B поперечного сечения.

Выделим элемент в виде бесконечно малого параллелепипеда, к граням которого приложены напряжения (рис. 45).

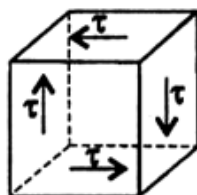


Рис. 45

Исходя из условия равновесия точки B , внутри бруса при возникновении касательного напряжения τ на правой вертикальной площадке такое же напряжение должно возникнуть и на левой площадке. Они образуют пару сил. На горизонтальных площадках возникнут такие же напряжения, образующие такую же пару обратного направления (рис. 46).

Такое напряженное состояние называется чистым сдвигом. Здесь действует закон *парности касательных напряжений*:

При сдвиге в окрестностях точки на взаимно перпендикулярных площадках возникают равные по величине касательные напряжения, направленные на соседних площадках либо от ребра, либо к ребру (рис. 46а).

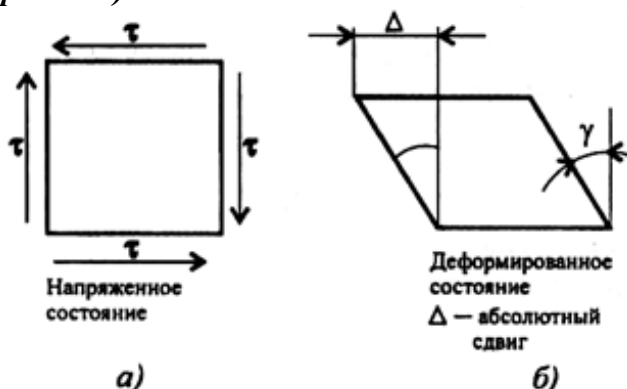


Рис. 46

В результате площадки сдвигаются на угол γ , называемый *углом сдвига*.

При сдвиге выполняется закон Гука, который в данном случае записывается следующим образом:

$$\tau = G\gamma.$$

Здесь τ – напряжение; G – модуль упругости сдвига; γ – угол сдвига.

При отсутствии специальных испытаний G можно рассчитать по формуле

$$G \cong 0,4E,$$

E – модуль упругости при растяжении.

$[G]$ = МПа.

Расчет деталей на сдвиг носит условный характер.

Для упрощения расчетов принимается ряд допущений:

- при расчете на сдвиг изгиб деталей не учитывается, хотя силы, действующие на деталь, образуют пару;
- при расчете считаем, что силы упругости распределены по сечению равномерно;
- если для передачи нагрузки используют несколько деталей, считаем, что внешняя сила распределяется между ними равномерно.

Откуда формула для расчета напряжений имеет вид:

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c}; \quad Q = \frac{F}{z},$$

где τ_c – касательное напряжение; Q – поперечная сила; A_c – площадь сдвига; F – внешняя сдвигающая сила; z – количество деталей.

Условие прочности при сдвиге (срезе)

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leq [\tau_c],$$

$[\tau_c]$ – допускаемое напряжение сдвига, обычно его определяют по формуле

$$[\tau_c] = (0,25 \div 0,35)\sigma_T$$

При разрушении деталь перерезается поперек. Разрушение детали под действием поперечной силы называют срезом.

8.2. Практические расчеты на смятие

Довольно часто одновременно со сдвигом происходит смятие боковой поверхности в месте контакта в результате передачи нагрузки от одной поверхности к другой. При этом на поверхности возникают сжимающие напряжения, называемые напряжениями смятия, $\sigma_{см}$.

Расчет также носит условный характер. Допущения подобны принятым при расчете на сдвиг (см. выше), однако при расчете боковой цилиндрической поверхности напряжения по поверх-

ности распределены не равномерно, поэтому расчет проводят для наиболее нагруженной точки (на рис. 47б). Для этого вместо боковой поверхности цилиндра в расчете используют плоскую поверхность, проходящую через диаметр. На рис. 47 показана примерная схема передачи давления на стержень заклепки.

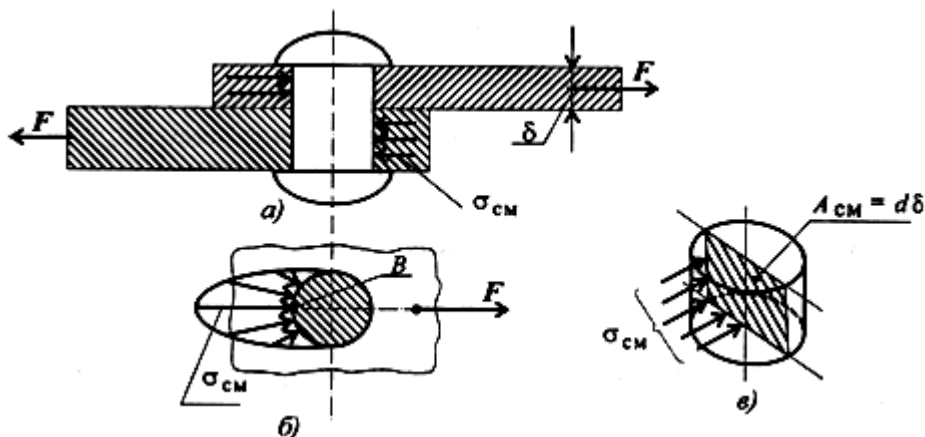


Рис. 47

Таким образом, условие прочности при смятии можно выразить соотношением

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}];$$

$$A_{см} = d\delta,$$

где d – диаметр окружности сечения; δ – наименьшая высота соединяемых пластин; $A_{см}$ – расчетная площадь смятия; F – сила взаимодействия между деталями, допустимое напряжение смятия:

$$[\sigma_{см}] = (0,35 \div 0,4)\sigma_T$$

Контрольные вопросы и задания

1. Какие внутренние силовые факторы возникают при сдвиге и смятии?
2. Сформулируйте закон парности касательных напряжений.
3. Как обозначается деформация при сдвиге?
4. Запишите закон Гука при сдвиге.
5. Какой физический смысл у модуля упругости?
6. Укажите единицы измерения напряжений сдвига и смятия и модуля упругости.
7. Как учесть количество деталей, использованных для передачи нагрузки при расчетах на сдвиг и смятие?
8. Запишите условия прочности на сдвиг и смятие.

Лекция 9

1. Геометрические характеристики плоских сечений

2. Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Построение эпюр крутящих моментов

3. Кручение. Напряжения и деформации при кручении

9.1. Геометрические характеристики плоских сечений

При растяжении, сжатии, смятии и сдвиге деталь сопротивляется деформации всем сечением одинаково. Здесь геометрической характеристикой сечения является площадь.

При кручении и изгибе сечение сопротивляется деформации не одинаково, при расчетах напряжений появляются другие геометрические характеристики сечения, влияющие на сопротивление сечения деформированию.

Статический момент площади сечения

Рассмотрим произвольное сечение (рис. 48).

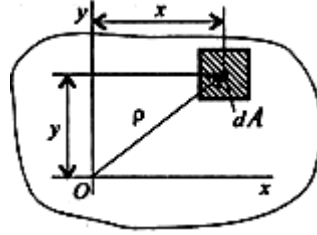


Рис. 48

Если разбить сечение на бесконечно малые площадки dA и умножить каждую площадку на расстояние до оси координат и проинтегрировать полученное выражение, получим статический момент площади сечения:

$$1) \text{ относительно оси } Ox \quad S_x = \int_A y dA;$$

$$2) \text{ относительно оси } Oy \quad S_y = \int_A x dA.$$

Для симметричного сечения статические моменты каждой половины площади равны по величине и имеют разный знак. Следовательно, *статический момент относительно оси симметрии равен нулю*.

Статический момент используется при определении положения центра тяжести сечения: (см. лекцию 8)

$$x_C = \frac{\sum_0^n A_k x_k}{\sum_0^n A_k}; \quad y_C = \frac{\sum_0^n A_k y_k}{\sum_0^n A_k}; \quad \sum_0^n A_k y_k \approx \int_A y dA.$$

Формулы для определения положения центра тяжести можно записать в виде

$$x_C = \frac{S_y}{A}; \quad y_C = \frac{S_x}{A}.$$

Центробежный момент инерции

Центробежным моментом инерции сечения называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на обе координаты:

$$J_{xy} = \int_A xy dA.$$

Центробежный момент инерции может быть положительным, отрицательным и равным нулю. Центробежный момент инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести сечения, равен нулю.

Оси, относительно которых центробежный момент равен нулю, называются главными. Главные оси, проходящие через центр тяжести, называют *главными центральными осями сечения*.

Осевые моменты инерции

Осевым моментом инерции сечения относительно некоторой оси, лежащей в этой же плоскости, называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на квадрат их расстояния до этой оси:

— осевой момент инерции сечения относительно оси Ox

$$J_x = \int_A y^2 dA;$$

— осевой момент инерции сечения относительно оси Oy

$$J_y = \int_A x^2 dA.$$

Полярный момент инерции сечения

Полярным моментом инерции сечения относительно некоторой точки (полюса) называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на квадрат их расстояния до этой точки:

$$J_p = \int_A \rho^2 dA,$$

где ρ — расстояние до полюса (центра поворота) (рис. 47).

Поскольку

$$\rho^2 = x^2 + y^2,$$

получим: полярный момент инерции сечения равен сумме осевых:

$$J_p = J_x + J_y.$$

Осевые моменты инерции характеризуют сопротивление сечения повороту относительно соответствующей оси.

Полярный момент инерции характеризует сопротивление сечения повороту вокруг полюса (начала координат). Единицы измерения моментов инерции: m^4 ; $см^4$; $мм^4$.

Моменты инерции простейших сечений

Осевые моменты инерции прямоугольника (рис. 49)

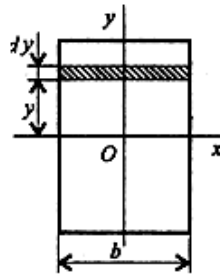


Рис. 49

Представим прямоугольник высотой h и шириной b в виде сечения, составленного из бесконечно тонких полос. Запишем площадь такой полосы: $b dy = dA$. Подставим в формулу осевого момента инерции относительно оси Ox :

$$\begin{aligned} J_x &= \int_A by^2 dy = b \int_A y^2 dy; \\ J_x &= b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = \frac{2bh^3}{2^3 \cdot 3}; \text{ получим: } J_x = \frac{bh^3}{12}. \end{aligned}$$

По аналогии, если разбить прямоугольник на вертикальные полосы, рассчитать площади полос и подставить в формулу для осевого момента инерции относительно оси Oy , получим:

$$J_y = \int_A x^2 dA = \frac{hb^3}{12}.$$

Очевидно, что при $h > b$ сопротивление повороту относительно оси Ox больше, чем относительно Oy .

Для квадрата:

$$h = b; \quad J_x = J_y = \frac{h^4}{12}.$$

Полярный момент инерции круга

Для круга вначале вычисляют полярный момент инерции, затем – осевые. Представим круг в виде совокупности бесконечно тонких колец (рис. 50).

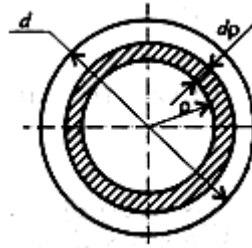


Рис. 50

Площадь каждого кольца можно рассчитать как площадь прямоугольника с длинной стороной, равной длине соответствующей окружности, и высотой, равной толщине кольца:

$$dA = 2\pi\rho d\rho.$$

Подставим это выражение для площади в формулу для полярного момента инерции:

$$\mathcal{J}_p = \int_A \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho; \quad \mathcal{J}_p = \frac{2\pi d^4}{4 \cdot 2^4} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Получим формулу для расчета полярного момента инерции круга:

$$\mathcal{J}_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Подобным же образом можно получить формулу для расчета полярного момента инерции кольца:

$$\mathcal{J}_p = \frac{\pi}{32}(d^4 - d_{\text{вн}}^4),$$

где d – наружный диаметр кольца; $d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр кольца.

Если обозначить

$d_{\text{вн}}/d = c$, то

$$\mathcal{J}_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4).$$

Осевые моменты инерции круга и кольца

Используя известную связь между осевыми и полярными моментами инерции, получим:

$$\mathcal{J}_p = \mathcal{J}_x + \mathcal{J}_y; \quad \mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y = \frac{\mathcal{J}_p}{2};$$

$$\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y = \frac{\pi d^4}{64} \text{ (круг); } \quad \mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4) \text{ (кольцо).}$$

Моменты инерции относительно параллельных осей

Оси Ox_0 и Ox параллельны (рис. 51).

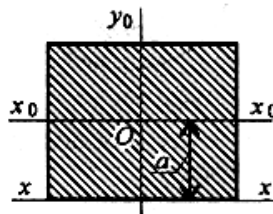


Рис. 51

При параллельном переносе прямоугольной системы осей y_0Ox_0 в новое положение y_0Ox значения моментов инерции \mathcal{J}_x , \mathcal{J}_y , \mathcal{J}_{xy} заданного сечения меняются. Задается формула перехода без вывода.

$$\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_{x_0} + Aa^2,$$

здесь \mathcal{J}_x – момент инерции относительно оси Ox ; \mathcal{J}_{x_0} – момент инерции относительно оси Ox_0 ; A – площадь сечения; a – расстояние между осями Ox и Ox_0 .

Главные оси и главные моменты инерции

Главные оси – это оси, относительно которых осевые моменты инерции принимают экстремальные значения: минимальный и максимальный.

Главные центральные моменты инерции рассчитываются относительно главных осей, проходящих через центр тяжести.

9.2. Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Построение эпюр крутящих моментов

Иметь представление о деформациях при кручении, о внутренних силовых факторах при кручении.

Уметь строить эпюры крутящих моментов.

Деформации при кручении

Кручение круглого бруса происходит при нагружении его парами сил с моментами в плоскостях, перпендикулярных продольной оси. При этом образующие бруса искривляются и разворачиваются на угол γ , называемый *углом сдвига* (угол поворота образующей). Поперечные сечения разворачиваются на угол φ , называемый *углом закручивания* (угол поворота сечения, рис. 52).

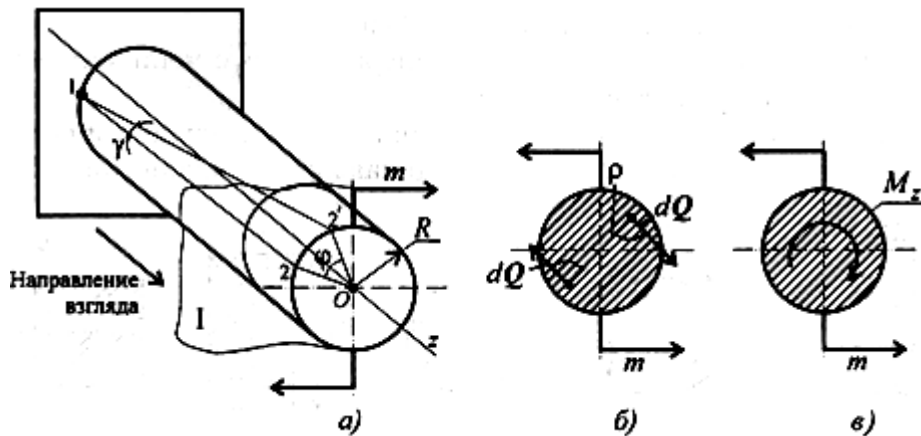


Рис. 52

Длина бруса и размеры поперечного сечения при кручении не изменяются.

Связь между угловыми деформациями определяется соотношением

$$\frac{\varphi}{\gamma} = \frac{l}{R};$$

l – длина бруса; R – радиус сечения.

Длина бруса значительно больше радиуса сечения, следовательно, $\varphi \gg \gamma$.

Угловые деформации при кручении рассчитываются в радианах.

Гипотезы при кручении

1. Выполняется гипотеза плоских сечений: поперечное сечение бруса, плоское и перпендикулярное продольной оси, после деформации остается плоским и перпендикулярным продольной оси.
2. Радиус, проведенный из центра поперечного сечения бруса, после деформации остается прямой линией (не искривляется).
3. Расстояние между поперечными сечениями после деформации не меняется. Ось бруса не искривляется, диаметры поперечных сечений не меняются.

Внутренние силовые факторы при кручении

Кручением называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент.

Внешними нагрузками также являются две противоположно направленные пары сил.

Рассмотрим внутренние силовые факторы при кручении круглого бруса (рис. 52). Для этого рассечем брус плоскостью I и рассмотрим равновесие отсеченной части (рис. 52а). Сечение рассматриваем со стороны отброшенной части.

Внешний момент пары сил разворачивает участок бруса против часовой стрелки, внутренние силы упругости сопротивляются повороту. В каждой точке сечения возникает поперечная сила dQ (рис. 52б). Каждая точка сечения имеет симметричную, где возникает поперечная сила, направленная в обратную сторону. Эти силы образуют пару с моментом

$$dm = \rho dQ;$$

ρ – расстояние от точки до центра сечения. Сумма поперечных сил в сечении равна нулю:

$$\sum dQ = 0.$$

С помощью интегрирования получим суммарный момент сил упругости, называемый крутящим моментом:

$$M_k = \int_A dm = \int_A \rho dQ.$$

Практически крутящий момент определяется из условия равновесия отсеченной части бруса. Крутящий момент в сечении равен сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть (рис. 52в):

$$\sum m_z = 0, \quad \text{т.е.} \quad -m + M_z = 0; \quad M_z = m = M_k.$$

Эпюры крутящих моментов

Крутящие моменты могут меняться вдоль оси бруса. После определения величин моментов по сечениям строим график-эпюру крутящих моментов вдоль оси бруса.

Крутящий момент считаем положительным, если моменты внешних пар сил направлены по часовой стрелке, в этом случае момент внутренних сил упругости направлен против часовой стрелки (рис. 53).

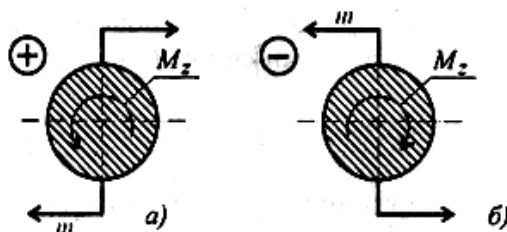


Рис. 53

Порядок построения эпюры моментов аналогичен построению эпюр продольных сил. Ось эпюры параллельна оси бруса, значения моментов откладывают от оси вверх или вниз, масштаб построения выдерживать обязательно.

9.3. Кручение. Напряжения и деформации при кручении

Иметь представление о напряжениях и деформациях при кручении, о моменте сопротивления при кручении.

Знать формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения, закон Гука при кручении.

Напряжения при кручении

Проводим на поверхности бруса сетку из продольных и поперечных линий и рассмотрим рисунок, образовавшийся на поверхности после деформации (рис. 54а). Поперечные окружности, оставаясь плоскими, поворачиваются на угол ρ , продольные линии искривляются, прямоугольники превращаются в параллелограммы. Рассмотрим элемент бруса 1234 после деформации.

При выводе формул используем закон Гука при сдвиге и гипотезы плоских сечений и неискривления радиусов поперечных сечений.

При кручении возникает напряженное состояние, называемое «чистый сдвиг» (рис. 54, б).

При сдвиге на боковой поверхности элемента 1234 возникают касательные напряжения, равные по величине (рис. 54в), элемент деформируется (рис. 54, г).

Материал подчиняется закону Гука. Касательное напряжение пропорционально углу сдвига.

Закон Гука при сдвиге

$$\tau = G\gamma,$$

G – модуль упругости при сдвиге, Н/мм²; γ – угол сдвига, рад.

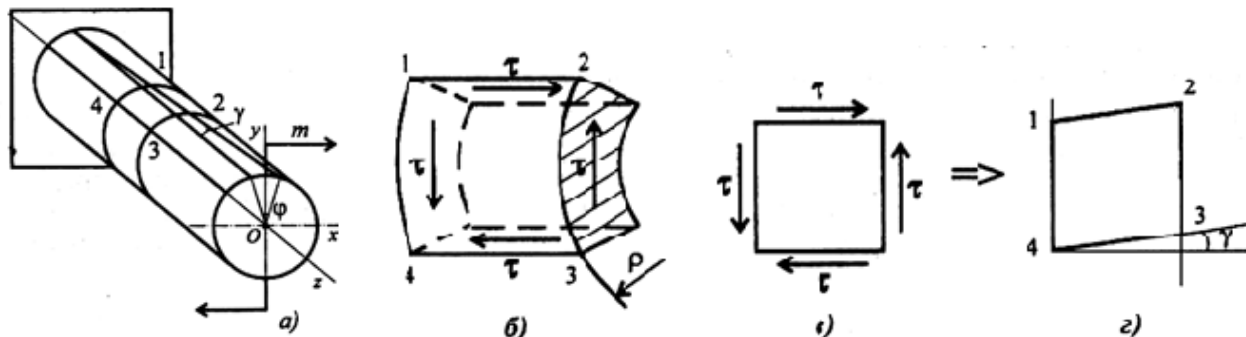


Рис. 54

Напряжение в любой точке поперечного сечения

Рассмотрим поперечное сечение круглого бруса (рис. 55).

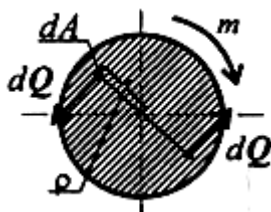


Рис. 55

Под действием внешнего момента в каждой точке поперечного сечения возникают силы упругости dQ (рис. 55):

$$dQ = \tau dA,$$

где τ – касательное напряжение; dA – элементарная площадка.

В силу симметрии сечения силы dQ образуют пары (см. лекцию 26).

Элементарный момент силы dQ относительно центра круга

$$dm = \rho dQ,$$

где ρ – расстояние от точки до центра круга.

Суммарный момент сил упругости получаем сложением (интегрированием) элементарных моментов:

$$M_k = \int_A dm = \int_A \rho dQ = \int_A \tau \rho dA.$$

После преобразования получим формулу для определения напряжений в точке поперечного сечения:

$$\tau_k = \frac{M_k \rho}{J_p}, \quad \text{где } J_p = \int_A \rho^2 dA.$$

При $\rho = 0$ $\tau_k = 0$; касательное напряжение при кручении пропорционально расстоянию от точки до центра сечения.

Полученный интеграл J_p (лекция 25) называется полярным моментом инерции сечения. J_p является геометрической характеристикой сечения при кручении. Она характеризует сопротивление сечения скручиванию.

Анализ полученной формулы для J_p показывает, что слои, расположенные дальше от центра, испытывают большие напряжения.

Эпюра распределения касательных напряжений при кручении (рис. 56):

M_k – крутящий момент в сечении;

ρ – расстояние от точки B до центра;

τ – напряжение в точке B

τ_{max} – максимальное напряжение.

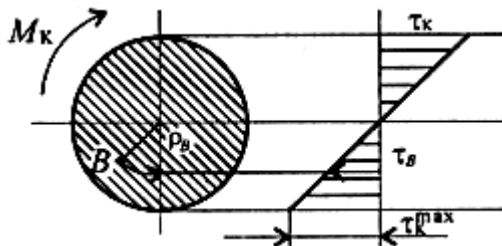


Рис. 56

Максимальные напряжения при кручении

Из формулы для определения напряжений и эпюры распределения касательных напряжений при кручении видно, что максимальные напряжения возникают на поверхности.

Определим максимальное напряжение, учитывая, что $\rho_{max} = d/2$, где d – диаметр бруса круглого сечения.

Для круглого сечения полярный момент инерции рассчитывается по формуле (см. лекцию 25).

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Максимальное напряжение возникает на поверхности, поэтому имеем

$$\tau_k^{max} = \frac{M_k d/2}{J_p}.$$

Обычно J_p/ρ_{max} обозначают W_p и называют *моментом сопротивления при кручении*, или *полярным моментом сопротивления сечения*

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{max}}.$$

Таким образом, для расчета максимального напряжения на поверхности круглого бруса получаем формулу

$$\tau_k^{max} = \frac{M_k}{W_p}.$$

Для круглого сечения

$$W_p = \frac{\pi d^4}{32d} = \frac{\pi d^3}{16}; \quad W_p \approx 0,2d^3.$$

Для кольцевого сечения

$$W_p = \frac{\pi d^5}{16} (1 - c^4), \text{ где } c = \frac{d_{вн}}{d}.$$

Условие прочности при кручении

Разрушение бруса при кручении происходит с поверхности, при расчете на прочность используют условие прочности

$$\tau_k^{max} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k],$$

где $[\tau_k]$ – допускаемое напряжение кручения.

Виды расчетов на прочность

Существует два вида расчета на прочность.

1. Проектировочный расчет – определяется диаметр бруса (вала) в опасном сечении:

$$\tau_k = \frac{M_k}{0,2d^3} \leq [\tau_k].$$

Откуда

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}}.$$

2. Проверочный расчет – проверяется выполнение условия прочности

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k].$$

3. Определение нагрузочной способности (максимального крутящего момента)

$$[M_k] = [\tau_k]W_p.$$

Расчет на жесткость

При расчете на жесткость определяется деформация и сравнивается с допускаемой. Рассмотрим деформацию круглого бруса над действием внешней пары сил с моментом m (рис. 57).

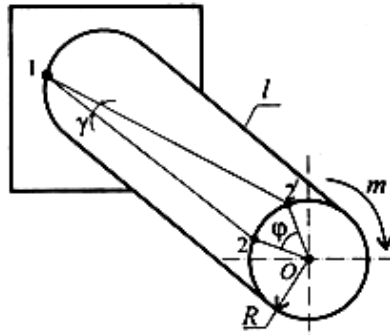


Рис. 57

При кручении деформация оценивается углом закручивания (см. лекцию 26):

$$\frac{\varphi}{\gamma} = \frac{l}{R}$$

Здесь φ – угол закручивания; γ – угол сдвига; l – длина бруса; R – радиус; $R = d/2$. Откуда

$$\gamma = \frac{\varphi R}{l}.$$

Закон Гука имеет вид $\tau_k = G\gamma$. Подставим выражение для γ , получим

$$\tau_k = G \frac{\varphi d/2}{l}; \text{ используем } \tau_k = \frac{M_k d/2}{J_p},$$

Откуда

$$\varphi = \frac{\tau_k l}{Gd/2} = \frac{M_k l}{GJ_p}.$$

Произведение GJ_p называют жесткостью сечения.

Модуль упругости можно определить как $G = 0,4E$. Для стали $G = 0,8 \cdot 10^5$ МПа.

Обычно рассчитывается угол закручивания, приходящийся на один метр длины бруса (вала) φ_0 .

Условие жесткости при кручении можно записать в виде

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\varphi_0],$$

где φ_0 – относительный угол закручивания, $\varphi_0 = \varphi/l$; $[\varphi_0] \approx 1$ град/м = 0,02 рад/м – допускаемый относительный угол закручивания.

Контрольные вопросы и задания

1. Как называется напряженное состояние, возникающее при кручении круглого бруса (вала)?
2. Напишите закон Гука при сдвиге.

3. Чему равен модуль упругости материала при кручении для стали? В каких единицах он измеряется?
 4. Какая связь между углом сдвига и углом закручивания?
 5. Как распределяется касательное напряжение при кручении? Чему равно напряжение в центре круглого поперечного сечения?
 6. Напишите формулу для расчета напряжения в любой точке поперечного сечения.
 7. Что такое полярный момент инерции? Какой физический смысл имеет эта величина? В каких единицах измеряется?
- Напишите формулу для расчета полярного момента инерции для круга.

Лекция 10

1. Изгиб. Классификация видов изгиба

2. Внутренние силовые факторы при изгибе

3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Основные правила построения эпюр

4. Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Расчёты на прочность

5. Понятие о касательных напряжениях при изгибе

10.1. Изгиб. Классификация видов изгиба.

Иметь представление о видах изгиба и внутренних силовых факторах.

Знать методы для определения внутренних силовых факторов и уметь ими пользоваться для определения внутренних силовых факторов при прямом изгибе.

Основные определения

*Изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает внутренний силовой фактор – *изгибающий момент*.*

*Брус, работающий на изгиб, называют *балкой*.*

Изображен брус, закрепленный справа (защемление), нагруженный внешними силами и моментом (рис. 58).

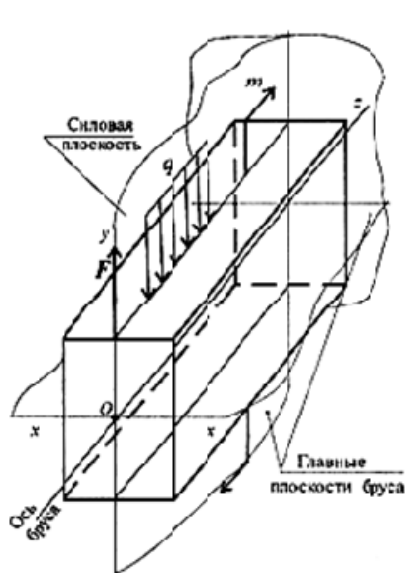


Рис. 58

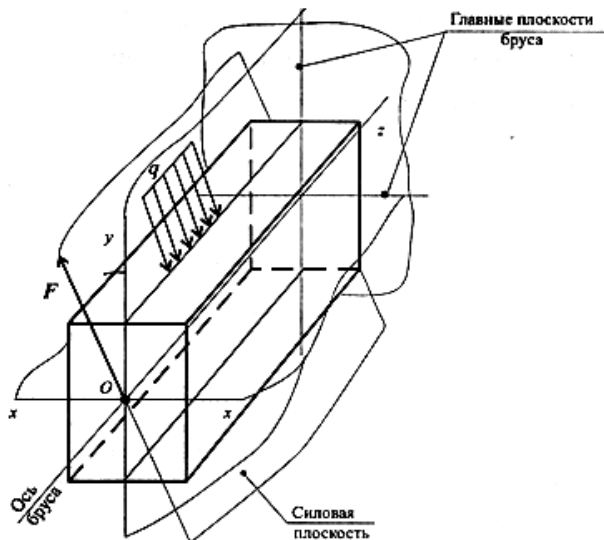


Рис. 59

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называют *силовой плоскостью*.

Если все силы лежат в одной плоскости, изгиб называют *плоским*.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется *главной плоскостью бруса*.

Если *силовая* плоскость совпадает с *главной* плоскостью бруса, изгиб называют *прямым* (рис. 58).

Если силовая плоскость не проходит через главную плоскость бруса, изгиб называют *косым изгибом* (рис. 59).

10.2. Внутренние силовые факторы при изгибе

Пример 1. Рассмотрим балку, на которую действует пара сил с моментом m и внешняя сила F (рис. 60а). Для определения внутренних силовых факторов пользуемся методом сечений. Рассмотрим равновесие участка 1 (рис. 60, б).

Под действием внешней пары сил участок стремится развернуться по часовой стрелке. Силы упругости, возникающие в сечении 1, удерживают участок в равновесии.

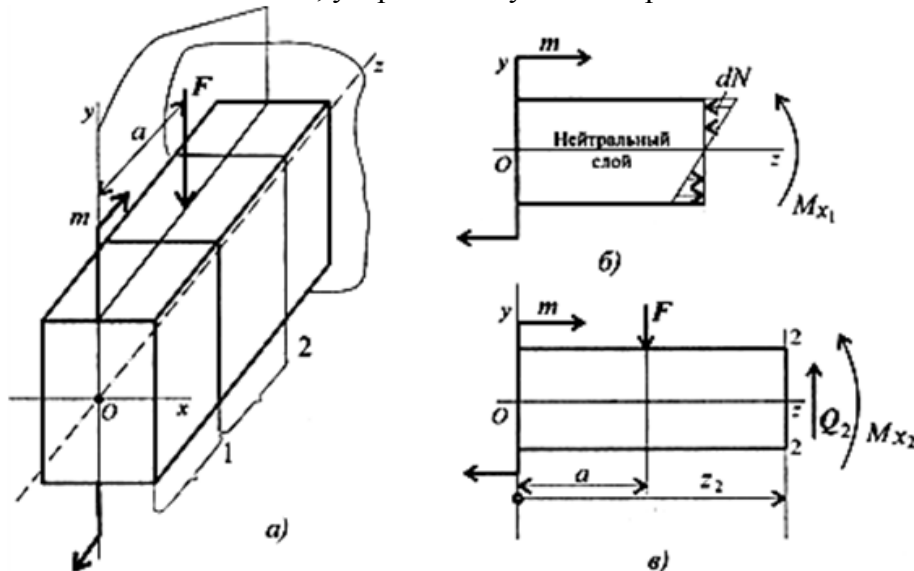


Рис. 60

Продольные силы упругости выше оси бруса направлены направо, а силы ниже оси направлены налево. Таким образом, при равновесии участка 1 получим: $F_z = 0$. Продольная сила N в сечении равна нулю. Момент сил упругости относительно оси Ox может быть получен, если суммировать элементарные моменты сил упругости в сечении 1-1 относительно оси Ox :

$$M_x = \int y dN.$$

Из схемы вала на рис. 60, б видно, что часть волокон (выше оси) испытывают сжатие, а волокна ниже оси растянуты. Следовательно, в сечении должен существовать слой не растянутый и не сжатый, где напряжения σ равны нулю.

Такой слой называют *нейтральным слоем* (НС). Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения бруса называют *нейтральной осью*.

Нейтральный слой проходит через *центр тяжести сечения*. Здесь нейтральный слой совпадает с осью Ox .

Практически величина изгибающего момента в сечении определяется из уравнения равновесия: $\sum m_{x_{1-1}} = m - M_{x_1} = 0$; $M_{x_1} = m$.

Таким образом, в сечении 1-1 продольная сила равна нулю, изгибающий момент в сечении постоянен.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает только изгибающий момент, называется *чистым изгибом*.

Рассмотрим равновесие участка бруса от свободного конца до сечения 2 (рис. 60, в).

Запишем уравнения равновесия для участка бруса:

$$\sum F_y = 0; \quad -F + Q_2 = 0; \quad Q_2 = F = \text{const.}$$

В сечении бруса 2-2 действует поперечная сила, вызывающая сдвиг.

$$\sum m_{x_{2-2}} = 0; \quad m - F(z_2 - a) - M_{x_2} = 0.$$

Изгибающий момент в сечении:

$$M_{x_2} = m - F(z_2 - a);$$

z_2 – расстояние от сечения 2 до начала координат.

Изгибающий момент зависит от расстояния сечения до начала координат.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент и поперечная сила, называется *поперечным изгибом*.

Принятые в машиностроении знаки поперечных сил и изгибающих моментов

Знаки поперечных сил

Поперечная сила в сечении считается *положительной*, если она стремится *развернуть сечение по часовой стрелке* (рис. 61 а), если *против*, – *отрицательной* (рис. 61, б).

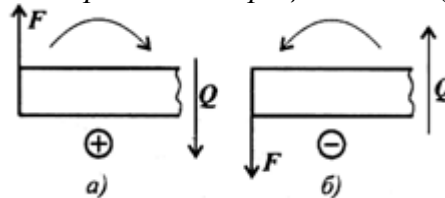


Рис. 61

Знаки изгибающих моментов

Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку *выпуклостью вниз*, то изгибающий момент считается *положительным* (рис. 62, а), если *наоборот* – *отрицательным* (рис. 62, б).

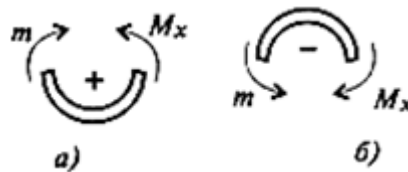


Рис. 62

Выводы

При чистом изгибе в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент, постоянный по величине.

При поперечном изгибе в сечении возникает изгибающий момент и поперечная сила.

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных к отсеченной части, относительно рассматриваемого сечения.

Поперечная сила в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих на отсеченной части, на соответствующую ось.

Пример 2. На балку действует пара сил с моментом m и распределенная нагрузка интенсивностью q . Балка закреплена справа (рис. 63).

Рассечем балку на участке 1 на расстоянии z_1 от левого края. Рассмотрим равновесие отсеченной части. Из уравнения

$$\sum m_{x_1} = 0$$

получим:

$$m - M_{x_1} = 0; \quad M_{x_1} = m = \text{const.}$$

Участок 1 – участок *чистого изгиба*.

Рассечем балку на участке 2 на расстоянии $z_2 > a$ от края, z_2 – расстояние сечения от начала координат.

Из уравнения $\sum F_y = 0$ найдем поперечную силу Q_2 . Заменяем распределенную нагрузку на рассматриваемом участке равнодействующей силой $q(z_2 - a)$.

$$\sum F_y = -q(z_2 - a) + Q_2 = 0; \quad Q_2 = q(z_2 - a).$$

Из уравнения моментов определяем изгибающий момент в сечении:

$$\sum m_{x_2} = 0; \quad \sum m_{x_2} = m - q(z_2 - a) \frac{z_2 - a}{2} - M_{x_2} = 0;$$

На втором участке возникает поперечный изгиб.

$$M_{x_2} = m - \frac{q(z_2 - a)^2}{2}.$$

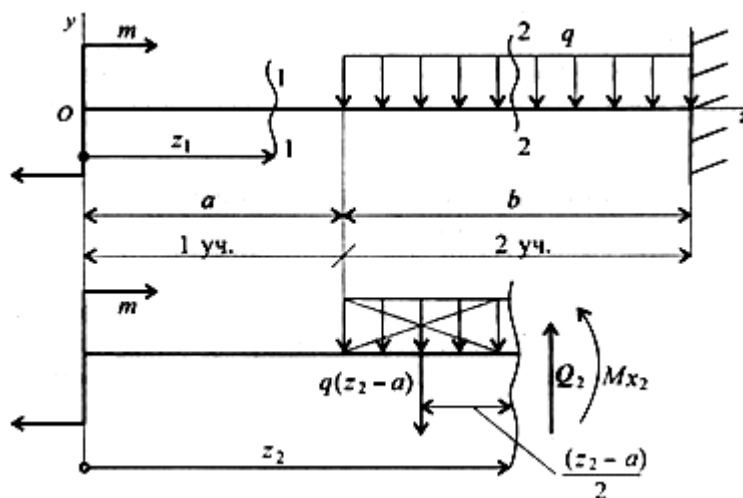


Рис. 63

Выводы

При действии распределенной нагрузки возникает поперечная сила, линейно зависящая от координаты сечения.

Изгибающий момент на участке с распределенной нагрузкой меняется в зависимости от координаты сечения по параболическому закону.

Дифференциальные зависимости при прямом поперечном изгибе

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов существенно упрощается при использовании дифференциальных зависимостей между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью равномерно распределенной нагрузки (теорема Журавского):

Поперечная сила равна производной от изгибающего момента по длине балки:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q.$$

Интенсивность равномерно распределенной нагрузки равна производной от поперечной силы по длине балки:

$$\frac{dQ}{dz} = q.$$

Из выше указанного следует:

$$\text{если } M_x = \text{const, то } Q = 0; \quad \text{если } Q = \text{const; то } q = 0.$$

10.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Основные правила построения эпюр

Знать порядок построения и контроля эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

Уметь строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов можно строить, предварительно разделив балку на участки нагружения и составляя уравнения, выражающие изменения Q и M_x по участкам.

Напомним, что *границы участков нагружения* – это сечения, в которых приложены *внешние нагрузки*.

Примеры решения задач

Пример 1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, изображенной на рис. 64, а.

Решение

При построении эпюр для балок с одним зашпеленным концом можно не определять опорные реакции. Проводя сечение, будем рассматривать равновесие той части, к которой приложены только внешние (активные) силы. Для балки по рис. 64, а такой частью будет левая.

Рассматривая равновесие левой отсеченной части балки, выразим поперечную силу и изгибающий момент в произвольном сечении

$$Q_y = P = 2 \text{ кН.}$$

Поперечная сила положительна, так как внешняя нагрузка направлена слева от сечения вверх, Q_y постоянна на всем протяжении балки. Эпюра поперечных сил построена на рис. 64, б.

$$M_x = m + Pz = 8 + 2z.$$

Оба слагаемых, входящих в выражение изгибающего момента, положительны, так как соответствующие внешние силы изгибают балку выпуклостью вниз. Изгибающий момент выражается линейной функцией от абсциссы сечения z . Поэтому для построения этой эпюры достаточно найти значения изгибающего момента только в двух сечениях балки:

$$\begin{aligned} \text{при } z=0 \quad M_x &= 8 \text{ кН}\cdot\text{м}, \\ \text{» } z=3 \text{ м} \quad M_x &= 14 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Эпюра моментов показана на рис. 64, в.

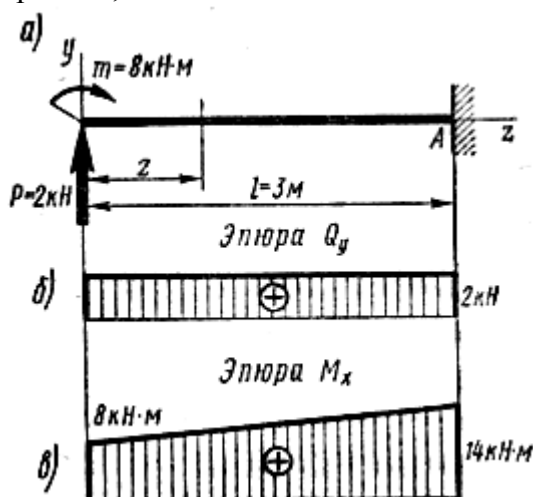


Рис. 64

Пример 2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, изображенной на рис. 65, а.

Решение

Определяем опорные реакции. Реакция V_A направлена вверх, V_B – вниз, так как эти реакции образуют пару сил, уравновешивающую пару с моментом m . Составляя суммы моментов относительно опорных точек Л и В, находим:

$$\begin{aligned} \sum m_A = 0, \quad V_A l - m = 0, \quad V_A = m/l; \\ \sum m_B = 0, \quad V_B l - m = 0, \quad V_B = m/l. \end{aligned}$$

Для проверки опорных реакций составляем сумму проекций на вертикальную ось:

$$\sum P_{iy} = 0, \quad V_A - V_B = 0, \quad m/l - m/l = 0,$$

следовательно, реакции вычислены правильно.

Балка имеет два участка I, II. Проводим произвольное сечение на участке I на расстоянии z от опоры А и рассматриваем левую отсеченную часть. Поперечная сила на этом участке постоянна, равна реакции V_A и положительна, так как эта реакция направлена вверх и приложена слева от сечения.

$$Q_y^I = V_A = m/l.$$

Изгибающий момент в произвольном сечении участка I

$$M_x^I = V_A z = mz/l;$$

при $z_1=0$ $M_x^I=0$,
 » $z_1=a$ $M_x^I=ma/l$.

Момент положителен, так как сила V_A изгибает балку выпуклостью вниз.

В произвольном сечении участка II поперечная сила будет такой же, как на участке I:

$$Q_y^{II} = V_A = m/l.$$

Изгибающий момент в произвольном сечении участка II

$$M_x^{II} = V_A z - m = mz/l - m = m(z - l)/l.$$

Вычислим изгибающий момент в начале и в конце участка II:

при $z=a$ $M_x^{II} = m(a - l)/l = -m(l - a)/l = -mb/l$,
 » $z=l$ $M_x^{II} = 0$.

Эпюры Q_y и M_x показаны на рис. 65, б, в. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, в эпюре изгибающих моментов имеется скачок, равный по величине внешнему моменту.

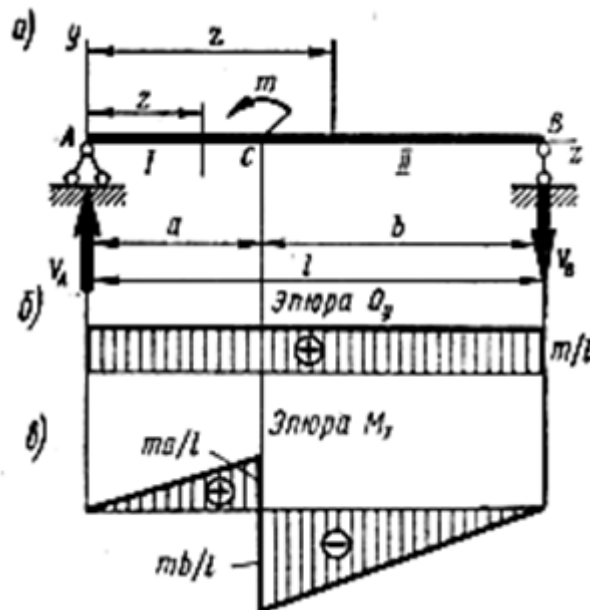


Рис. 65

10.4 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Расчеты на прочность Деформации при чистом изгибе

При чистом изгибе в сечении возникает только один внутренний силовой фактор – изгибающий момент.

Рассмотрим деформацию бруса, нагруженного внешней парой сил с моментом m (рис. 66, а).

При чистом изгибе выполняются гипотезы плоских сечений и ненадавливаемости слоев.

Сечения бруса, плоские и перпендикулярные продольной оси, после деформации остаются плоскими и перпендикулярными продольной оси.

Продольные волокна не давят друг на друга, поэтому слои испытывают простое растяжение или сжатие.

Действуют только нормальные напряжения.

Поперечные размеры сечений не меняются.

Продольная ось бруса после деформации изгиба искривляется и образует дугу окружности радиуса ρ (рис. 66, б). Материал подчиняется закону Гука.

Можно заметить, что слои, расположенные выше продольной оси, растянуты, расположенные ниже оси – сжаты (рис. 66, б). Так как деформации по высоте сечения меняются непрерывно, имеется слой, в котором нормальные напряжения σ равны нулю; такой слой называют

нейтральным слоем (НС). Доказано, нейтральный слой проходит через центр тяжести сечения; ρ – радиус кривизны нейтрального слоя.

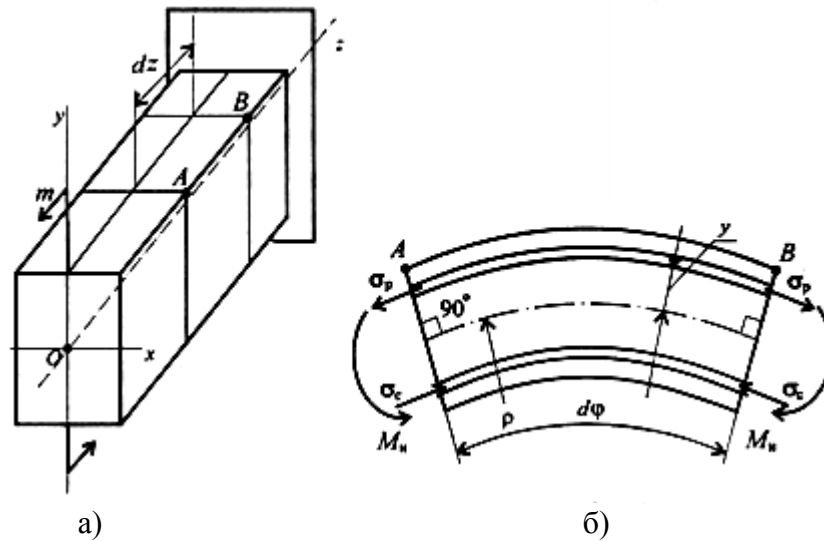


Рис. 66

Рассмотрим деформацию слоя, расположенного на расстоянии y от нейтральной оси (участок АВ, рис. 66).

Длина участка до деформации равна длине нейтральной оси:

$$l_0 = \rho d\varphi.$$

Абсолютное удлинение слоя

$$\Delta l = (\rho + y) d\varphi - \rho d\varphi = y d\varphi \quad (\text{рис. 66, б}).$$

Относительное удлинение

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \varepsilon = \frac{y d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}.$$

Относительное удлинение прямо пропорционально расстоянию слоя до нейтральной оси.

Используем закон Гука при растяжении: $\sigma = E\varepsilon$.

Получим зависимость нормального напряжения при изгибе от положения слоя:

$$\sigma_n = \frac{E y}{\rho}.$$

Формула для расчета нормальных напряжений при изгибе

Рассмотрим изогнутый участок бруса dz (рис. 67).

dN – элементарная продольная сила в точке сечения;

dA – площадь элементарной площадки;

dm – элементарный момент, образованный силой относительно нейтрального слоя.

$$dN = \sigma_n dA; \quad dm = \sigma_n y dA.$$



Рис. 67

Суммарный изгибающий момент сил упругости в сечении

$$M_{\text{и}} = \int_A \sigma_{\text{и}} y dA = \int_A \frac{E y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA.$$

$$\int_A y^2 dA = J_x$$

– осевой момент инерции сечения (лекция 25). Таким образом,

$$M_{\text{и}} = \frac{E}{\rho} J_x.$$

Откуда: $E/\rho = M_{\text{и}}/J_x$.

Ранее получено $\sigma_{\text{и}} = \frac{E y}{\rho}$.

После ряда преобразований получим формулу для определения нормальных напряжений в любом слое поперечного сечения бруса:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}} y}{J_x},$$

где J_x – геометрическая характеристика сечения при изгибе.

Эпюра распределения нормальных напряжений при изгибе изображена на рис. 68.

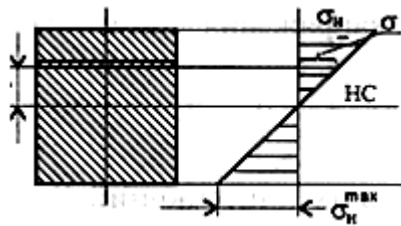


Рис. 68

По эпюре распределения нормальных напряжений видно, что *максимальное напряжение возникает на поверхности*.

Подставим в формулу напряжения значение $y = y_{\text{max}}$

Получим

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}} y_{\text{max}}}{J_x}.$$

Отношение $\frac{J_x}{y_{\text{max}}}$ принято обозначать

$$W_x: W_x = \frac{J_x}{y_{\text{max}}}.$$

Эта величина называется *моментом сопротивления* сечения при изгибе, или осевым моментом сопротивления. Размерность – мм^3 .

W_x характеризует влияние формы и размеров сечения на прочность при изгибе. Напряжение на поверхности

$$\sigma_{\text{и}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{и}}}{W_x}.$$

Рациональные сечения при изгибе

Определим рациональные сечения при изгибе, для этого сравним моменты сопротивления простейших сечений.

Осевой момент инерции прямоугольника (рис. 69, вывод формулы в лекции 25) равен

$$J_x = \frac{bh^3}{12}.$$

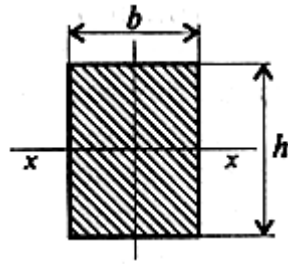


Рис. 69

Осей момент сопротивления прямоугольника

$$W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{bh^2}{6}.$$

Сравним сопротивление изгибу двух прямоугольных сечений (рис. 70).

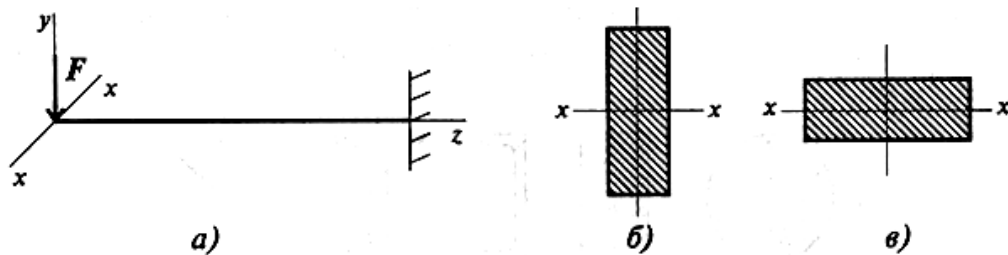


Рис. 70

Вариант на рис. 70, б обладает большим сопротивлением изгибу при прочих равных условиях. Осевой момент инерции круга (рис. 71) равен

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}.$$

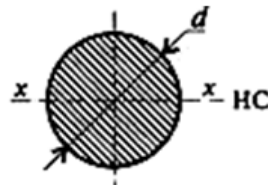


Рис. 71

Осей момент сопротивления круга

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Все необходимые расчетные данные (площади, моменты инерции и сопротивления) стандартных сечений приводятся в таблицах стандартов (Приложение 1).

Для материалов, одинаково работающих на растяжение и сжатие, выбирают сечения, симметричные относительно оси, вокруг которой совершается изгиб.

10.5 Понятие о касательных напряжениях при изгибе.

Поперечный изгиб. Внутренние силовые факторы. Напряжения.

Рассмотрим изгиб балки, защемленной справа и нагруженной сосредоточенной силой F (рис. 72). В поперечном сечении возникает изгибающий момент, меняющийся по длине балки, и постоянная поперечная сила Q .

Рассмотрим участок балки длиной dz (рис. 72,б).

Изгибающий момент, как известно, является равнодействующим элементарных моментов, возникающих в результате действия продольных сил упругости. Связь между нормальными напряжениями в точках поперечного сечения и изгибающим моментом уже рассматривалась:

$$M_x = \int_A \sigma_n y dA.$$

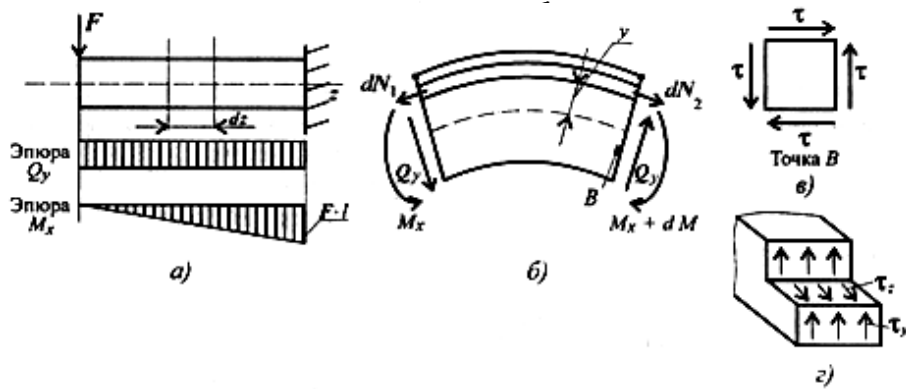


Рис. 72

Поперечная сила представляет собой равнодействующую касательных сил упругости, возникающих в поперечных сечениях (рис. 33.1 в), и связана с касательными напряжениями зависимостью

$$Q_y = \int_A \tau dA.$$

В силу парности касательных напряжений в продольных сечениях балок, параллельных нейтральному слою, возникают такие же по величине касательные напряжения (рис. 72 г).

Появление касательных напряжений в продольных слоях балок подтверждается следующим опытом. Рассмотрим поперечный изгиб двух балок, одна – цельная, другая – составленная из нескольких положенных друг на друга слоев (рис. 73). Цельная балка изогнется (рис. 73,а), брусья второй балки сдвинутся (рис. 73,б). Каждый из брусьев деформируется независимо. В цельной балке сдвигу слоев препятствуют возникающие касательные напряжения.

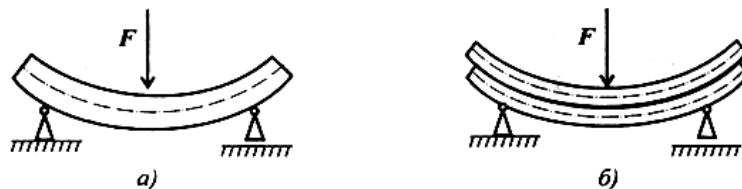


Рис. 73

На поверхности касательные напряжения равны нулю.

Формула для расчета касательных напряжений для балки квадратного сечения была получена в 1855 году русским инженером Д. И. Журавским,

$$\tau = \frac{Q_y S_x}{J_x b},$$

где Q_y – поперечная сила в сечении; S_x – статический момент отсеченной части относительно оси x , $S_x = A_{отс} y_c$, $A_{отс}$ – площадь поперечного сечения отсеченной части (рис. 74); J_x – момент инерции сечения; b – ширина балки.

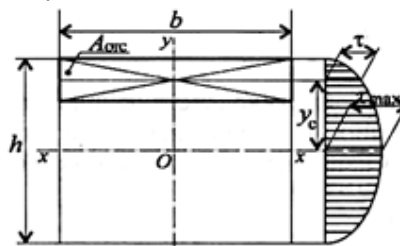


Рис. 74

Наибольшее значение касательного напряжения достигается на нейтральной оси:

$$\tau_{\max} = \frac{1,5Q_y}{A},$$

A – площадь сечения.

Максимальное напряжение при поперечном изгибе в полтора раза больше среднего значения

$$\tau_{\text{сред}} = Q_y/A.$$

Обнаруживается, что максимальные нормальные напряжения в сечении не совпадают с максимальными касательными (рис. 75).

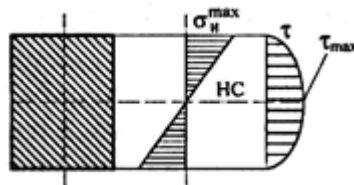


Рис. 75

Для длинных балок расчет проводят только по нормальным напряжениям, т. к. касательные здесь незначительны. Для коротких балок, нагруженных значительными поперечными силами вблизи опор, проводят расчет по касательным напряжениям. Однако для тонкостенных профилей (двутавр, швеллер) необходимо проверять прочность балки в точках, где полка сочленяется со стенкой. Здесь и нормальные, и касательные напряжения значительны (рис. 76).

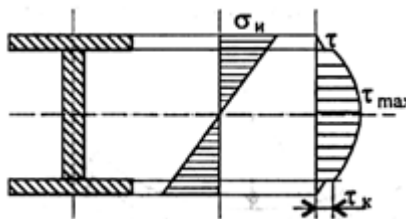


Рис. 76

Контрольные вопросы и задания

1. Если эпюра поперечной силы ограничена наклонной прямой, как выглядит эпюра изгибающего момента?
2. Как определить положение экстремального значения изгибающего момента при действии распределенной нагрузки на участке балки?
3. Распределенная нагрузка направлена вверх. Как выглядит парабола, очерчивающая эпюру изгибающих моментов вдоль оси бруса?

Лекция 11. КИНЕМАТИКА

1. Кинематика точки

2. Простейшие движения твёрдого тела

3. Скорости и ускорения точек вращающегося тела

4. Сложное движение точки. Сложное движение твёрдого тела

11.1. Кинематика точки

Анализ видов и кинетических параметров движений

Равномерное движение

Равномерное движение – это движение с постоянной скоростью: $v = \text{const}$.

Для прямолинейного равномерного движения (рис. 77, а)

$$a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_t = 0;$$

$$r = \infty \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{r} = 0.$$

Полное ускорение движения точки равно нулю: $a = 0$.

При криволинейном равномерном движении (рис. 77, б)

$$r \neq \infty \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0.$$

Полное ускорение равно нормальному ускорению: $a = a_n$.

Уравнение (закон) движения точки при равномерном движении можно получить, проделав ряд несложных операций.

Так как $v = \text{const}$, закон равномерного движения в общем виде является уравнением прямой:

$$S = S_0 + vt,$$

где S_0 – путь, пройденный до начала отсчета.

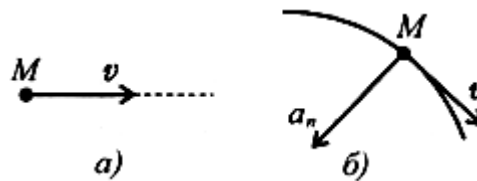


Рис. 77

Равнопеременное движение

Равнопеременное движение – это движение с постоянным касательным ускорением: $a_t = \text{const}$.

Для прямолинейного равнопеременного движения

$$r = \infty \Rightarrow a_n = 0; \quad a = a_t = \text{const}.$$

Полное ускорение равно касательному ускорению. Криволинейное равнопеременное движение (рис. 78):

$$a_n \neq 0; \quad a_t = \text{const} \neq 0.$$

Учитывая, что и $a_t = \frac{dv}{dt}$; $a_t = \text{const}$ сделав ряд преобразований:

$$dv = a_t dt; \quad \int_v dv = a_t \int_t dt,$$

получим значение скорости при равнопеременном движении

$$v = v_0 + a_t t; \quad v = \frac{dS}{dt}.$$

После интегрирования будем иметь закон равнопеременного движения в общем виде, представляющий уравнение параболы:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t t^2}{2},$$

где v_0 – начальная скорость движения;

S_0 – путь, пройденный до начала отсчета;

a_t – постоянное касательное ускорение.

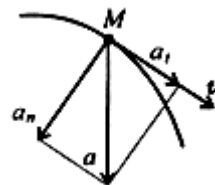


Рис. 78

Неравномерное движение

При *неравномерном движении* численные значения скорости и ускорения меняются.

Уравнение неравномерного движения в общем виде представляет собой уравнение третьей $S = f(t^3)$ и выше степени.

Кинематические графики

Кинематические графики – это графики изменения пути, скорости и ускорений в зависимости от времени.

Равномерное движение (рис. 79)

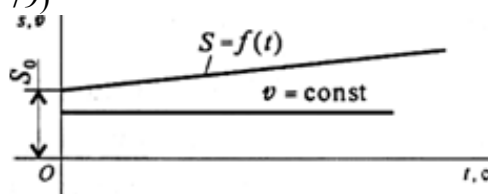


Рис. 79

Равнопеременное движение (рис. 80)

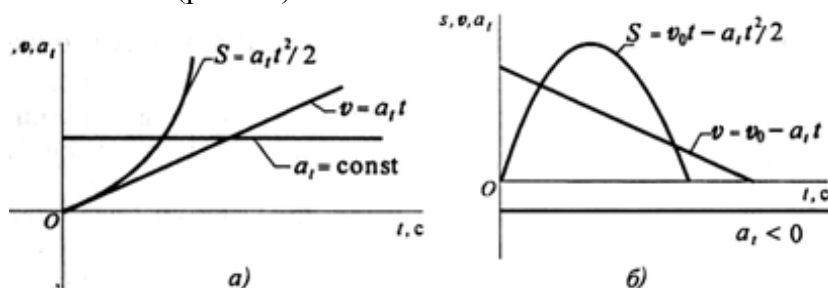


Рис. 80

11.2. Простейшие движения твердого тела

Поступательное движение

Поступательным называют такое движение твердого тела, при котором всякая прямая линия на теле при движении остается параллельной своему начальному положению (рис. 81, 82).

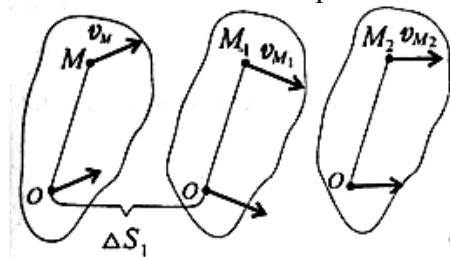


Рис. 81

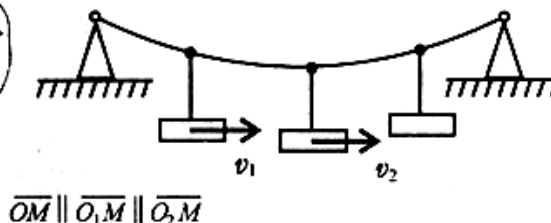


Рис. 82

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково: скорости и ускорения в каждый момент одинаковы. Поэтому для описания движения тела можно рассматривать движение одной его точки, обычно центра масс.

Поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным.

Вращательное движение

При вращательном движении все точки тела описывают окружности вокруг общей неподвижной оси.

Неподвижная ось, вокруг которой вращаются все точки тела, называется *осью вращения*.

При этом каждая точка движется по окружности, радиус которой равен расстоянию точки до оси вращения. Точки на оси вращения не перемещаются.

Для описания вращательного движения тела вокруг неподвижной оси можно использовать только угловые параметры (рис. 83): φ – угол поворота тела, $[\varphi] = \text{рад}$; ω – угловая скорость, определяет изменение угла поворота в единицу времени, $[\omega] = \text{рад/с}$.

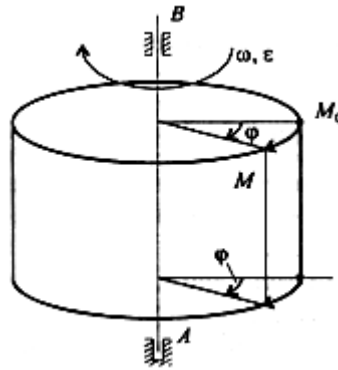


Рис. 83

Для определения положения тела в любой момент времени используется уравнение $\varphi = f(t)$. Следовательно, для определения угловой скорости можно пользоваться выражением

$$\omega = d\varphi/dt.$$

Иногда для оценки быстроты вращения используют угловую частоту вращения n , которая оценивается в оборотах в минуту.

Угловая скорость и частота вращения физически близкие величины:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Изменение угловой скорости во времени определяется угловым ускорением ε , $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$;

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Частные случаи вращательного движения

Равномерное вращение (угловая скорость постоянна): $\omega = \text{const}$.

Уравнение (закон) равномерного вращения в данном случае имеет вид: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$.

где φ_0 – угол поворота до начала отсчёта.

Кинематические графики для этого вида движения изображены на рис. 84.

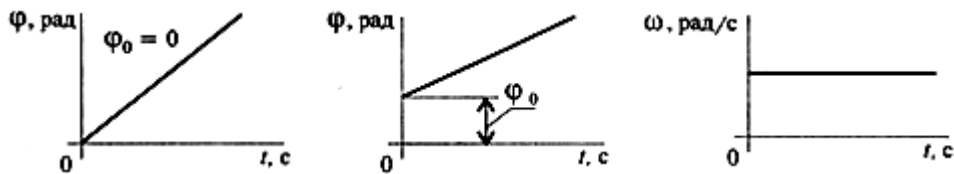


Рис. 84

Равнопеременное вращение (угловое ускорение постоянно): $\varepsilon = \text{const}$.

Уравнение (закон) равнопеременного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Угловое ускорение **при ускоренном** движении – величина *положительная*, угловая скорость будет все время возрастать.

Угловое ускорение **при замедленном** движении – величина *отрицательная*; угловая скорость убывает.

Для данного движения кинематические графики представлены на рис. 85.

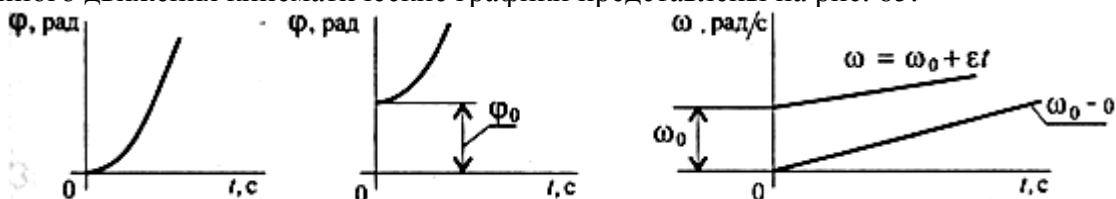


Рис. 85

11.3 Скорости и ускорения точек вращающегося тела

Тело вращается вокруг точки O . Определим параметры движения точки A , расположенной на расстоянии r_A от оси вращения (рис. 86, 87).

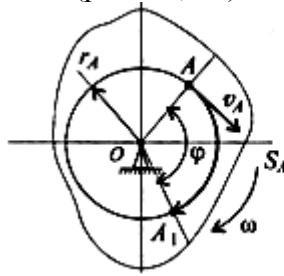


Рис. 86

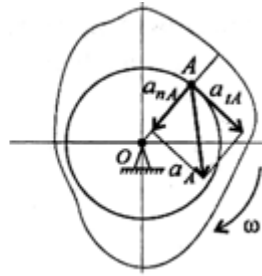


Рис. 87

Путь точки A : $S_A = \omega r_A$

Линейная скорость точки A : $v_A = \omega r_A$

Ускорения точки A : $a_{tA} = \varepsilon r_A$ – касательное;

$a_{nA} = \omega^2 r_A$ – нормальное, где r_A – радиус окружности, траектории точки A .

11.4 Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела

Основные определения

Сложным движением считают движение, которое можно разложить на несколько простых.

Простыми движениями считают

- поступательное и
- вращательное.

Для рассмотрения сложного движения точки выбирают две системы отсчета:

- подвижную и
- неподвижную.

Движение точки (тела) относительно *неподвижной* системы отсчета называют *сложным*, или *абсолютным*.

Подвижную систему отсчета обычно связывают с движущимся телом. Движение *подвижной* системы отсчета относительно неподвижной называют *переносным*.

Движение материальной точки (тела) по отношению к подвижной системе называют *относительным*.

Примером может служить движение человека по эскалатору метро. Движение эскалатора – переносное движение, движение человека вниз или вверх по эскалатору – относительное, а движение по отношению к неподвижным стенам станции – сложное (абсолютное) движение.

При решении задач используют теорему о сложении скоростей:

При сложном движении точки абсолютная скорость в каждый момент времени равна геометрической сумме переносной (v_e) и относительной (v_r) скоростей:

$$v = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos \alpha},$$

α – угол между векторами v_e и v_r .

Плоскопараллельное движение твердого тела

Плоскопараллельным, или плоским, называется такое движение твердого тела, при котором все точки тела перемещаются параллельно некоторой неподвижной в рассматриваемой системе отсчета плоскости.

Плоскопараллельное движение можно изучать, рассматривая любое плоское сечение тела, параллельное неподвижной плоскости, называемой *основной* (рис. 88).

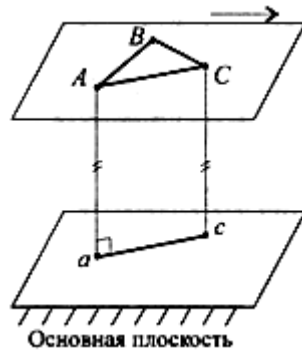


Рис. 88

Все точки тела, расположенные на прямой, перпендикулярной к основной плоскости, движутся одинаково.

Плоскопараллельное движение изучается двумя методами: методом разложения сложного движения на поступательное и вращательное и методом мгновенных центров скоростей.

Метод разложения сложного движения на поступательное и вращательное

Плоскопараллельное движение раскладывают на два движения: *поступательное* вместе с некоторым полюсом и *вращательное* относительно этого полюса.

Разложение используют для определения скорости любой точки тела, применяя теорему о сложении скоростей (рис. 89).

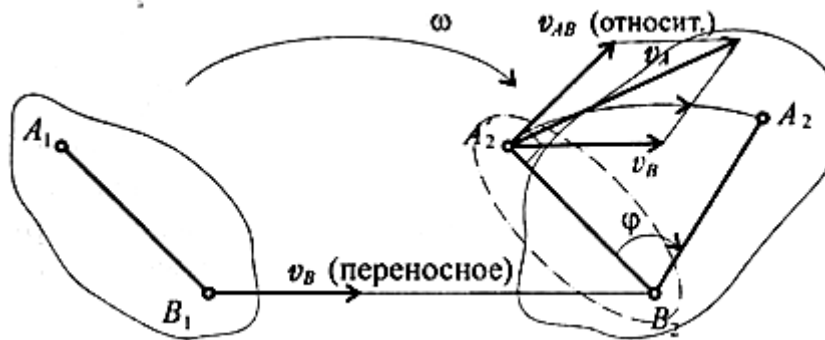


Рис. 89

Точка A движется вместе с точкой B , а затем поворачивается вокруг B с угловой скоростью ω , тогда абсолютная скорость точки A будет равна

$$v_A = v_B + v_{AB}, \quad v_{AB} = \omega r \quad (r = AB).$$

Примером плоскопараллельного движения может быть движение колеса на прямолинейном участке дороги (рис. 90).

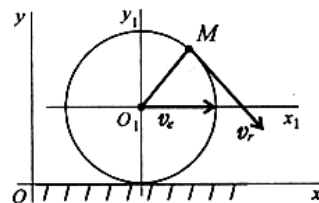


Рис. 90

Скорость точки M

$$v_M = v_e + v_r$$

v_e – скорость центра колеса переносная; v_r – скорость вокруг центра относительная.

yOx – неподвижная система координат,

$y_1O_1x_1$ – подвижная система координат, связанная с осью колеса.

Метод определения мгновенного центра скоростей

Скорость любой точки тела можно определять с помощью мгновенного центра скоростей. При этом сложное движение представляют в виде цепи вращений вокруг разных центров. Задача сводится к определению положения мгновенного центра вращений (скоростей) (рис. 91).

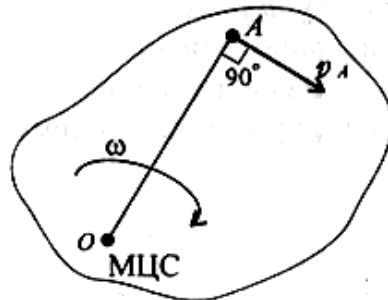


Рис. 91

Мгновенным центром скоростей (МЦС) является точка на плоскости, абсолютная скорость которой в данный момент равна нулю.

Вокруг этой точки тело совершает поворот со скоростью ω .

Скорость точки A в данный момент равна

$$v_A = \omega OA,$$

т.к. v_A – линейная скорость точки A , вращающейся вокруг МЦС.

Существуют три способа определения положения мгновенного центра скоростей.

Первый способ. Известна скорость одной точки тела v_A и угловая скорость вращения тела ω (рис. 92). Точку O находим на перпендикуляре к вектору скорости v_A :

$$AO = v_A/\omega$$

Соединяем точку O с точкой B , измеряем расстояние OB .

$$v_B \perp OB, v_B = \omega OB.$$

Второй способ. Известны скорости двух точек тела v_a и v_b , и они не параллельны (рис. 93).

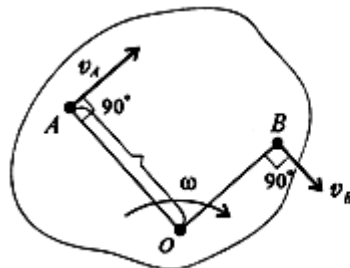


Рис. 92

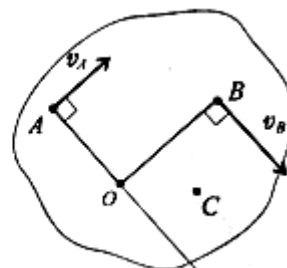


Рис. 93

Проводим из точек A и B два перпендикуляра к известным векторам скоростей.

На пересечении перпендикуляров находим МЦС. Далее можно найти скорость любой точки C

$$v_C/v_B = OC/OB$$

Третий способ. Известны скорости двух точек тела, и они параллельны ($v_a \parallel v_b$) (рис. 94). Соединяем концы векторов, МЦС находится на пересечении линии, соединяющей концы векторов с линией AB (рис. 94). При поступательном движении тела (рис. 94, в) МЦС отсутствует.

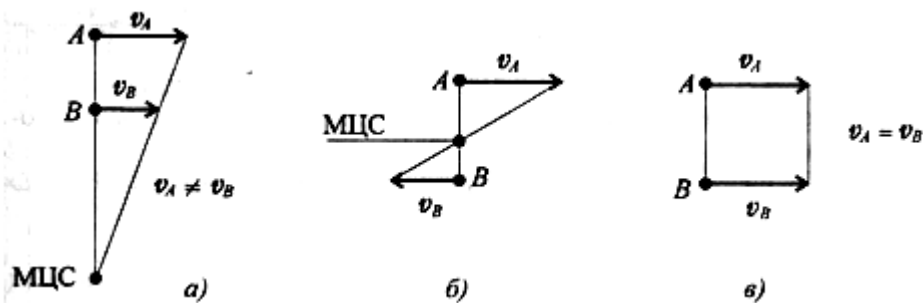


Рис. 94

Контрольные вопросы и задания

1. Какими кинематическими параметрами характеризуется поступательное движение и почему?
2. Запишите уравнение равномерного поступательного движения твердого тела.
3. Запишите уравнение равнопеременного поступательного движения твердого тела.
4. Запишите уравнения равномерного и равнопеременного вращательного движений твердого тела.
5. Задано уравнение движения тела $S = f(t)$. Как определяют скорость и ускорение?
6. Какое движение называют сложным?
7. Какие движения твердого тела называют простыми?
8. Какие системы координат выбирают при определении скоростей твердых тел при сложном движении?
9. Какое движение считают переносным, а какое – относительным?
10. Сформулируйте теорему сложения скоростей.
11. Какое движение называют плоским?
12. Какие способы применяют для определения скоростей точек тела при плоскопараллельном движении?
13. Что такое мгновенный центр скоростей, как его определяют и для чего используют?
14. Ответьте на вопросы тестового задания.

Лекция 12-13 Основы теории механизмов и машин

1. Структура механизмов и машин»

2. Кинематический анализ рычажных механизмов

12.1. Структура машины и ее функциональные части

В машине можно выделить несколько основных функциональных частей (рис. 95). Основную часть машины составляет исполнительный механизм, который совершает тот рабочий процесс, ради которого создавалась машина. Вместе со вспомогательными механизмами (например, редуктором, мультипликатором, коробкой скоростей и т.п.) он составляет *механическую систему* машины (МС). Входу (входному звену) сообщается движение, определяемое некоторой обобщенной координатой q . Механическая система преобразует это движение в требуемое движение выходного (рабочего) звена, определяемое выходной координатой x . К входному звену приложена обобщенная движущая сила Q , которая преобразуется в МС в силу P на выходном звене. Различные расчетные модели именно этой части машины мы будем исследовать при рассмотрении вопросов, связанных со структурой, геометрией, кинематикой механизмов. При решении первой задачи динамики оказывается, что необходимо включить в рассматриваемую модель и рабочий процесс (РП), который также можно считать частью машины. МС совершает рабочий процесс с помощью силы P , действующей на выходном звене.

Неотъемлемой частью машины является *двигатель* (Д), который сообщает механической системе МС движение и в котором создается обобщенная движущая сила Q . Модель двигателя включается в рассмотрение при решении второй задачи динамики – определении закона движения при заданных силах.

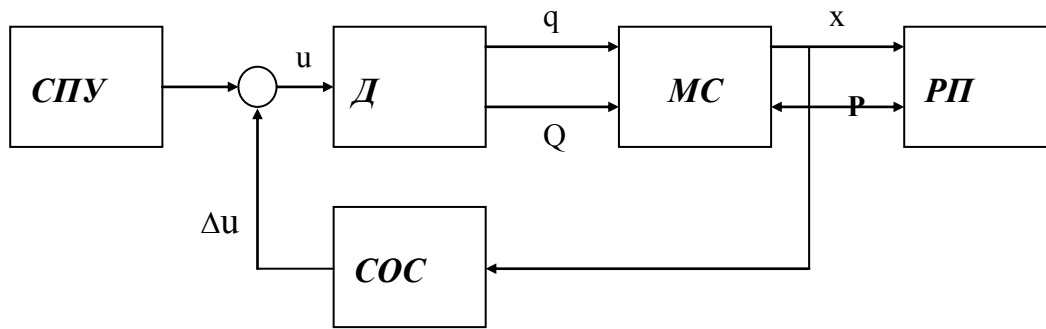


Рис. 95 Структурная схема машины

Основные модели теории механизмов и машин

1. Простейшая модель, которой будем пользоваться в дальнейшем – звено. В зависимости от решаемых задач эта модель может обладать разными свойствами (жесткое звено, упругое звено). На первых этапах мы будем считать звено недеформируемым и рассматривать его как абсолютно твердое тело (жесткое звено). Эта модель используется для расчета поведения одной или нескольких жестко связанных между собой деталей. В зависимости от вида движения звенья имеют традиционное название. Неподвижное звено называется *стойкой*; на схемах его подчеркивают косой штриховкой. Звено, совершающее вращение вокруг неподвижной оси, называется кривошипом. Если звено совершает качательное движение (неполный оборот), то его называют *коромыслом*. Звено, совершающее возвратно-поступательное движение, – *ползун*. Звено, совершающее плоское движение – *шатун*.

2. Модель подвижного соединения двух звеньев называется *кинематической парой* (КП). Эта модель обладает следующими свойствами: элементы кинематических пар считаются недеформируемыми, а связи, накладываемые кинематической парой, являются голономными, стационарными и удерживающими. Важной характеристикой КП является число степеней свободы s , которое оставляет КП в относительном движении соединяемых ею звеньев. Например, если КП оставляет одну степень свободы в относительном движении ($s=1$), то такую пару называют *одноподвижной*. На рис. 96 представлена *вращательная одноподвижная КП* (координата φ , определяющая относительное перемещение звеньев, является угловой), а на рис. 97 – *поступательная одноподвижная КП* (координата x , определяющая относительное перемещение звеньев, является линейной).

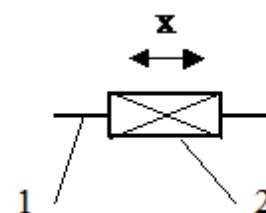
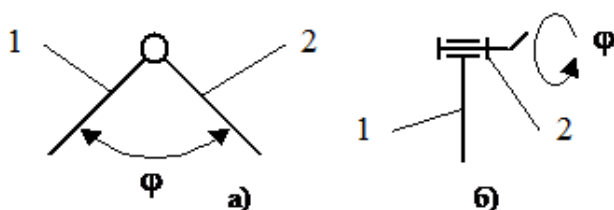


Рис. 96. Вращательная одноподвижная пара Рис. 97. Поступательная одноподвижная пара

Пример модели вращательной КП – соединение ротора двигателя со статором; поступательной КП – соединение салазок с направляющими. Одноподвижной парой является также и так называемая *винтовая пара*, моделирующая соединение типа «винт-гайка», несмотря на то, что в такой паре имеется два вида относительного движения – поступательное и вращательное, т.к. два этих движения не являются независимыми (рис. 1.4). *Двухподвижная пара* оставляет две степени свободы в относительном движении ($s=2$). Это может быть, например, цилиндрическая пара (рис. 1.5), которая допускает относительное вращательное и поступательное движение, как в дверной петле. Если в соединении, моделируемом одноподвижной КП, одну из деталей рассверлить, то число степеней свободы в относительном движении увеличится. Тогда надо воспользоваться моделью двухподвижной (рис. 1.6, а) или *трехподвижной* (рис. 1.6, б) КП.

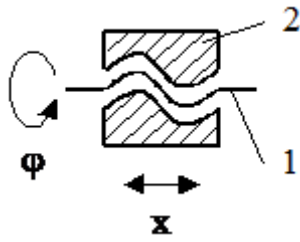


Рис. 98. Винтовая пара

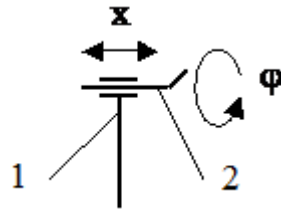


Рис. 99. Цилиндрическая пара

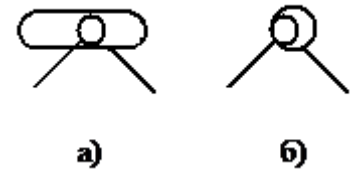


Рис. 100. Пара с зазором

Трехподвижной парой можно также моделировать и сферический шарнир (рис. 101,б). Иногда число степеней свободы в сферическом шарнире ограничивают, устанавливая на внутреннюю сферу палец и высверливая в наружной сфере паз; полученное соединение моделируется двухподвижной КП (рис. 101, а). Самое большое число степеней свободы в относительном движении, которое может оставить одна КП, равно пяти.

Иногда в КП указывается еще одно свойство. Если у двух звеньев, входящих в пару, можно построить общие поверхности, то такие пары называют *низшими* (например, во вращательной паре можно построить общий цилиндр, а в поступательной – общую плоскость). В противном случае пару называют *высшей*: при каждом положении звеньев имеются только общие линии или точки, расположение которых меняется в процессе движения (рис. 102). Высшей кинематической парой моделируется, например, соединение двух зубчатых колес между собой.



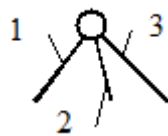
а) двухподвижная б) трехподвижная

Рис. 101 Сферическая пара

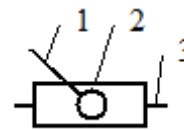


Рис. 102. Высшая кинематическая пара

Иногда на схеме в одном месте изображают сразу две кинематические пары. Например, на рис. 103, а звенья 1 и 2 образуют одну вращательную пару, а звено 3 со звеном 1 или 2 – вторую. На рис. 103, б также изображены две КП: звено 1 со звеном 2 образует вращательную КП, а звено 2 со звеном 3 – поступательную.



а) вращательные



б) вращательная и поступательная

Рис. 103. Две кинематические пары

3. Соединив некоторое число звеньев между собой с помощью КП, получим модель, обладающую новыми свойствами – кинематическую цепь. *Кинематическая цепь* – совокупность звеньев, связанных между собой кинематическими парами (рис. 104). Она характеризуется числом степеней подвижности или, иначе говоря, числом двигателей, которые надо подсоединить к цепи для того, чтобы полностью определить положение всех звеньев цепи.

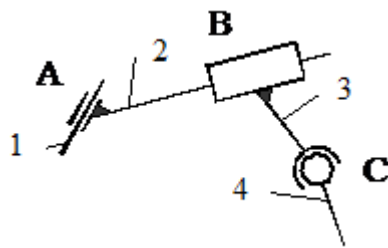


Рис. 104. Кинематическая цепь

Найдем число степеней подвижности кинематической цепи, содержащей N звеньев. Общее число степеней подвижности N звеньев, не связанных между собой, равно $6N$, однако каждая s -подвижная КП отнимает $6-s$ степеней подвижности: 1-подвижная КП – пять, 2-хподвижная – четыре и т.д. Таким образом, у кинематической цепи остается число степеней подвижности $W_{ц}$:

$$W_{ц} = 6N - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 = 6N - \sum_{s=1}^{s=5} (6-s)p_s \quad (1)$$

где p_s – число s -подвижных кинематических пар в цепи.

Для примера, показанного на рис. 104, имеем:

$N=4$;

$p_1=1$ (поступательная пара В);

$p_2=1$ (цилиндрическая пара А);

$p_3=1$ (сферический шарнир С);

$W_{ц}=6 \cdot 4 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 12$.

4. Кинематическая цепь, в которой одно из звеньев принято за неподвижное, называется *механизмом*. Поскольку неподвижное звено не обладает подвижностью, для определения числа степеней подвижности механизма W это звено нужно вычесть из числа N :

$$W = 6(N-1) - \sum_{s=1}^{s=5} (6-s)p_s \quad (2)$$

Формула (2) называется *формулой Малышева*. Пользуясь формулой (2), определим число степеней подвижности исполнительного механизма промышленного робота, показанного на рис. 105. Отметим, что все КП в этом механизме – одноподвижные (одна поступательная и две вращательных), тогда:

$$W=6(4-1)-5 \cdot 3=3.$$

Следовательно, для того, чтобы полностью и однозначно определить положение звена 4, необходимо задать 3 входные координаты; на рис. 105 они обозначены q_1, q_2, q_3 . Если это условие будет выполнено, то такой механизм – *нормальный*. *Нормальным* механизмом называется такой, в котором число входов совпадает с числом степеней подвижности. Модель «нормальный механизм» была предложена проф. М.З.Коловским; она удобна тем, что поддается геометрическому анализу. Однако у механизма может быть большое число звеньев и, следовательно, система уравнений, описывающая такой механизм, будет содержать большое число уравнений. Для того, чтобы упростить анализ сложного механизма, удобно разбить его на более простые модели – структурные группы.

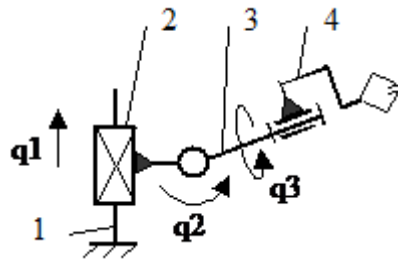


Рис. 105. Схема механизма

Следует отметить, что рассмотренная модель механизма с жесткими звеньями имеет число степеней подвижности, равное числу степеней свободы. Если модель жесткого звена, входящего в состав механизма, заменить на модель упругого звена, то число степеней свободы увеличится, а число степеней подвижности не изменится. Модели механизмов с упругими звеньями рассматриваются в специальных разделах ТММ и в дисциплине «Колебания в машинах».

5. *Структурная группа* – кинематическая цепь, в которой число входов равно числу степеней подвижности. Такое понятие структурной группы было предложено проф. М.З.Коловским. Структурная группа также, как и нормальный механизм, поддается геометрическому анализу. Частным случаем структурной группы является группа, получившая название *группы Ассура*, в которой число степеней подвижности равно нулю.

Модель «структурная группа» удобно использовать не только для анализа механизмов, но и для проектирования новых механизмов: при присоединении к стойке структурных групп всегда будет получаться нормальный механизм.

Рассмотрим примеры. На рис. 106 изображено звено, имеющее одну вращательную одноподвижную пару. Число степеней подвижности $W=6 \cdot 1 - 5 \cdot 1 = 1$. Если задать один вход, обозначенный входной координатой q_1 , получим одноподвижную группу. Присоединив ее к стойке, получим одноподвижный механизм, состоящий из одного подвижного и одного неподвижного звена.

На рис. 107 изображен механизм, включающий в себя, кроме стойки, звенья АВ, ВС и CD. Звено АВ, включающее в себя вращательную пару А, как мы выяснили, является одноподвижной группой. Оставшиеся два звена ВС и CD имеют одну одноподвижную пару D, одну двухподвижную пару С и трехподвижную пару В; таким образом, $W_{II}=6 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 0$. Следовательно, эта цепь является структурной группой Ассура, а весь механизм состоит из одной одноподвижной группы и одной группы Ассура.

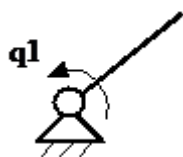


Рис. 106. Одноподвижная структурная группа

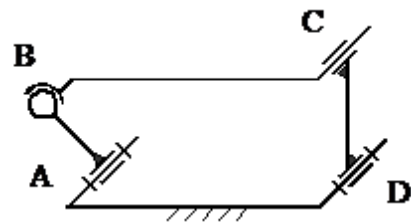


Рис. 107. Схема механизма с двумя структурными группами (СГ)

На рис. 108 изображена схема платформы Стюарта. В ней $N=14$, $p_1=6$, $p_2=6$, $p_3=6$. Следовательно, $W=6(14-1)-5 \cdot 6-4 \cdot 6-3 \cdot 6=6$, т.е. платформа обладает шестью степенями подвижности.

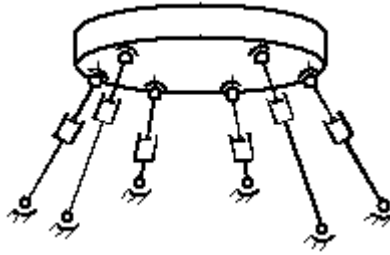


Рис. 108. Платформа Стьюарта

Повторить по лекции 1:

Модели:

- звено;
- кинематическая пара;
- кинематическая цепь;
- механизм; нормальный механизм;
- структурная группа; группа Ассура;

Формулы:

- формула Малышева для определения числа степеней подвижности.

Термины:

- кривошип;
- шатун;
- коромысло;
- число степеней подвижности.

Механизмы с избыточными связями

Механизмы с избыточными связями и «лишними» степенями подвижности

Рассмотрим механизм, показанный на рис. 109, а. Его называют *шарнирным четырехзвенником*, так как у него – четыре звена, включая стойку, и все кинематические пары (КП) являются шарнирами. На реальной модели видно, что механизм является одноподвижным: вращая кривошип, мы сообщаем полностью определенное движение остальным звеньям. Однако из формулы Малышева (1.2, лк1) следует, что число степеней подвижности механизма отрицательно: $W=6(4-1)-5\cdot 4=-2$, т.е. рассматриваемая схема представляет собой неподвижную ферму. Очевидное несоответствие объясняется тем, что мы подставили в формулу (2) и те связи, которые в реальном механизме не используются. Их называют *избыточными связями*. Например, в данном механизме все звенья движутся в параллельных плоскостях, следовательно, те связи, которые не позволяют звеньям выйти из плоскости их движения, не использованы. Такие связи можно убрать, и при этом число степеней подвижности механизма не изменится. Например, вместо одноподвижной КП можно поставить двухподвижный цилиндрический шарнир, который позволяет звеньям выходить из плоскости их относительного вращения, однако эта возможность в данном механизме не будет использована, поскольку нет сил, которые вынуждали бы звенья выйти из плоскости их движения. Однако если окажется, что оси всех шарниров четырехзвенника не будут строго параллельны друг другу, то звенья будут стремиться двигаться уже не в параллельных плоскостях; в этом случае проявятся избыточные связи, которые не дадут звеньям провернуться и превратят механизм в ферму.

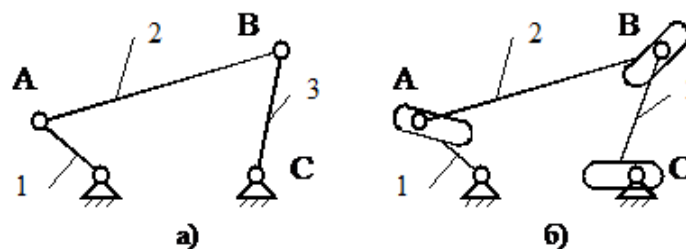


Рис. 109. Шарнирный четырехзвенник

Механизмы с избыточными связями используют для повышения жесткости конструкции. Однако они накладывают повышенные требования к точности изготовления деталей и их монтажа (в данном случае – требование к соблюдению параллельности осей шарниров), и, следовательно, ведут к удорожанию конструкции. Если эти требования выполнены не в достаточной степени, то для проворачивания механизма нужно прилагать повышенные усилия, что может привести к увеличению трения, повышенному износу, заклиниванию механизма и даже к его поломке. Для того, чтобы избежать этого, иногда прибегают к рассверливанию отверстий в шарнирах. При этом одноподвижные КП превращаются в двухподвижные (рис. 109, б). Число степеней подвижности в таком механизме равно: $W=6(4-1)-5 \cdot 1-4 \cdot 3=1$. Однако в таком механизме появляются зазоры в соединениях, следовательно, падает точность работы механизма; при перемене знака передаваемых усилий в соединении возникает ударная нагрузка на соединения, что приводит к их поломке.

Для того, чтобы определить число избыточных связей q , достаточно вычесть из числа степеней подвижности, найденного опытным путем, число степеней подвижности, найденное по формуле (2). В случае шарнирного четырехзвенника это $1-(-2)=3$. Формула Малышева с учетом избыточных связей имеет вид:

$$W = 6(N - 1) - \sum_{s=1}^{s=5} (6 - s)p_s - q \quad (2')$$

Рассмотрим еще один четырехзвенный механизм, представленный на рис. 110. У него один одноподвижный шарнир и три двухподвижных, которые допускают относительное вращение входящих в них звеньев вокруг двух осей, следовательно, общее число степеней подвижности равно 1. Однако в некоторых положениях может оказаться так, что оси, допускающее относительное вращение звеньев, у двух несмежных шарниров совпадут, как показано на рис. пунктирной линией. Возникнет мгновенная ось вращения, вокруг которой будут стремиться повернуться шатун и коромысло. То есть появилась «лишняя» степень подвижности, не выявленная формулой Малышева и обусловленная подбором кинематических пар. Механизм, показанный на рис. 110, носит название механизма *Тенннета*. В этом механизме возможно появление «лишних» степеней подвижности, выраженное вращением шатуна и коромысла вокруг их продольных осей.

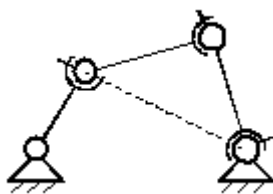


Рис. 110.

Плоские механизмы и плоские группы Ассур

Плоский механизм – такой, в котором звенья перемещаются в параллельных плоскостях. Эта модель используется достаточно часто. Для таких моделей для определения числа степеней подвижности удобно пользоваться *формулой Чебышева*:

$$W_{\text{п}} = 3(N-1) - 2p_{\text{н}} - p_{\text{в}} \quad (3)$$

Здесь N – число звеньев механизма, $p_{\text{н}}$ – число низших кинематических пар, $p_{\text{в}}$ – число высших кинематических пар. Вывод этой формулы достаточно очевиден: в плоскости движения звенья обладают тремя степенями подвижности; каждая низшая пара отнимает у звеньев

по две степени подвижности, оставляя по одной; каждая высшая пара отнимает, соответственно, по одной степени подвижности.

В соответствии с формулой Чебышева число степеней подвижности шарнирного четырехзвенника, показанного на рис. 109, а, составляет: $W_{\text{п}}=3(4-1)-2\cdot 4=1$.

Рассмотрим кулачковый механизм, представленный на рис. 111. Здесь звено 1 – кулак, звено 2 – толкатель, звено 3 – ролик, 4 – стойка. Ролик в кулачковых механизмах ставится для уменьшения потерь на трение (замена трения скольжения на трение качения). В механизме три низших кинематических пары (две вращательных и одна поступательная) и одна высшая (соединение кулака и ролика). По формуле Чебышева $W_{\text{п}}=3(4-1)-2\cdot 3-1\cdot 1=2$. Вторая степень подвижности (вращение ролика вокруг своей оси) – «лишняя».

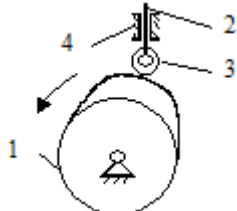


Рис. 111. Кулачковый механизм

В плоских механизмах, также как и в пространственных, можно выделить структурные группы; число степеней подвижности плоских структурных групп $W_{\text{пг}}$ находится по формуле:

$$W_{\text{пг}}=3N-2\cdot p_{\text{н}}-p_{\text{в}} \quad (4)$$

Если $W_{\text{пг}}=0$, то такая структурная группа называется плоской группой Ассура. Рассмотрим возможные плоские группы Ассура.

$N=1$, тогда $p_{\text{н}}=1$ и $p_{\text{в}}=1$ (в группе Ассура с одним звеном должна быть одна низшая и одна высшая КП – рис. 112, а). Присоединив однозвенную группу Ассура к одноподвижной группе и к стойке, получим механизм с коромысловым толкателем (рис. 112, б). Структуру механизма можно представить в виде схемы, называемой *графом*: вершины графа, обозначаемые кружками, представляют собой структурные группы, внутри которых цифрами проставляют число звеньев группы и число степеней подвижности группы; ребра графа, связывающие вершины, обозначают КП, с помощью которых группы соединяются между собой. Вершина графа с нанесенной косою штриховкой обозначает стойку. Таким образом, граф структуры, изображенный на рис. 112, в показывает, что структура механизма представляет собой однозвенную одноподвижную группу, которая связана с однозвенной группой Ассура и со стойкой.

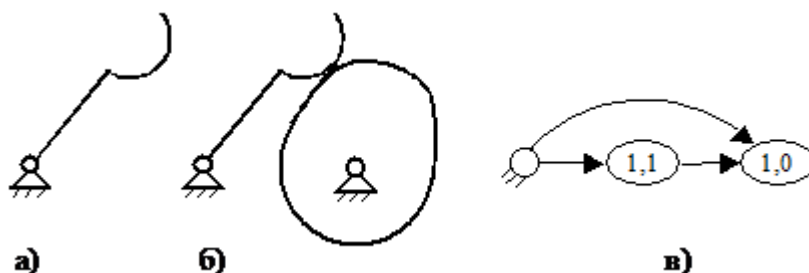


Рис. 112

12.2. Кинематический анализ механизмов

После проведения геометрического анализа приступают к кинематическому. *Задачей кинематического анализа* является определение скоростей и ускорений точек механизма, угловых скоростей и угловых ускорений его звеньев при заданных законах изменения обобщенных скоростей $\dot{q}_s(t)$ и обобщенных ускорений $\ddot{q}_s(t)$, т.е. первых и вторых производных по времени от обобщенных координат.

Пусть для одноподвижного механизма ($W=1$) определена функция положения некоторой точки M :

$$x_M = \Pi_x(q) \quad (5)$$

Дифференцируя (5) по времени, получим:

$$\dot{x}_M = \frac{dx_M}{dt} = \frac{\partial \Pi_x}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} = \Pi'_x \cdot \dot{q}, \quad (6)$$

где \dot{q} – обобщенная скорость, а Π'_x – *аналог скорости* или первая геометрическая передаточная функция. Отметим, что аналог скорости Π'_x является геометрической характеристикой механизма, в отличие от скорости, которая является кинематическим параметром. В частности, если обобщенная координата – угловая, то аналог скорости Π'_x имеет ту же размерность, что и функция положения $\Pi_x(q)$. В дальнейшем будет показано, что аналог скорости является важной характеристикой механизма, определяющей его качество.

Для определений ускорения точки M продифференцируем выражение (6) по времени:

$$\ddot{x}_M = \frac{d^2 x_M}{dt^2} = \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial q^2} \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \frac{\partial \Pi_x}{\partial q} \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} = \Pi''_x (\dot{q})^2 + \Pi'_x \ddot{q}, \quad (7)$$

где $\frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial q^2} = \Pi''_x$ – аналог ускорения или вторая геометрическая передаточная функция.

Так же, как и аналог скорости, аналог ускорения является геометрической характеристикой механизма.

\ddot{q} – обобщенное ускорение.

Часто мы будем ограничиваться рассмотрением случая: $\dot{q} = \text{const}$, $\ddot{q} = 0$; тогда $\ddot{x}_M = \Pi''_x (\dot{q})^2$.

В качестве примера рассмотрим механизм с внутренним входом (рис. 113,а). Такие механизмы встречаются в гидро- или пневмоприводах: звено 3 – цилиндр, звено 2 – поршень и шток. Обобщенная входная q – это перемещение поршня относительно цилиндра. В этом случае оказывается, что расстояние между точками A и C является переменным: $AC = l + q$, где $l = \text{const}$. Особенностью такого механизма является то, что он содержит только одну трехзвенную одноподвижную структурную группу, которая присоединена к стойке (рис. 113, с). Отметим, что, поскольку кинематическая пара B – поступательная, то угол поворота звена 2 и звена 3 – один и тот же – φ_3 . Одинаковыми у них будут также угловые скорости и угловые ускорения. Обозначим $OA = l_1$; составим функцию положения звеньев 1 и 3:

$$\begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 &= x_C + (l + q) \cos \varphi_3; \\ l_1 \sin \varphi_1 &= y_C + (l + q) \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (8)$$

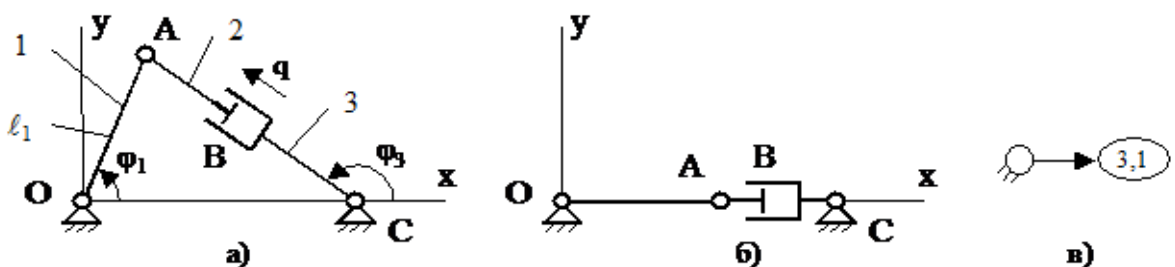


Рис. 113

Контрольные вопросы и задания

1. Чем отличается звено от детали?
2. Что называется замкнутой кинематической цепью?
3. Чем отличается механизм от кинематической цепи?
4. Дать определение технологической машины, привести примеры таких машин.
5. Привести условия эквивалентной замены высшей кинематической пары

Лекция 14. Соединения деталей машин

1. Неразъемные соединения

2. Разъемные соединения

Детали объединяются в машину посредством соединений.

Соединения состоят из соединительных деталей и прилегающих частей соединяемых деталей, форма которых подчинена задаче соединения. В отдельных конструкциях специальные соединительные детали могут отсутствовать. Все соединения делятся на:

→ **Неразъемные**, разборка которых возможна лишь при разрушении соединяющих или соединяемых деталей;

→ **Разъемные**, позволяющие разборку без разрушения.

→ Выбор типа соединения определяет конструктор.

14.1. Неразъемные соединения

Сварные соединения

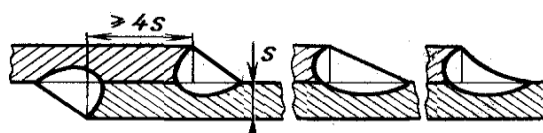
Не имеют соединяющих деталей. Выполняются за счёт местного нагрева и диффузии (перемешивания частиц) соединяемых деталей. Создают, практически, одну целую, монолитную деталь. Весьма прочны, т.к. используют одну из самых могучих сил природы - силы межмолекулярного сцепления.

Сварку (дуговую электросварку) изобрел в 1882 году российский инженер Н.И. Бенардос. С тех пор технология процесса значительно усовершенствована. Прочность сварного шва теперь практически не отличается от монолита, освоена сварка всех конструкционных материалов, включая алюминий и неметаллы.

Сварные соединения (швы) по взаимному расположению соединяемых элементов делятся на следующие группы:



1. СТЫКОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ



2. НАХЛЁСТОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ



3. ТАВРОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ ("Т")



4. УГЛОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Для сварки характерна высокая экономичность: малая трудоёмкость; сравнительная дешевизна оборудования; возможность автоматизации; отсутствие больших сил, как, например, в кузнечно-прессовом производстве; отсутствие больших объёмов нагретого металла, как, например, в литейном производстве. Однако говорить обо всех этих достоинствах имеет смысл только при хорошо налаженном и организованном технологическом процессе сварки.

Недостатки сварки состоят в том, что при низком качестве шва возникают температурные повреждения материала, кроме того, из-за неравномерности нагрева возникает коробление деталей. Это устраняется либо привлечением квалифицированного (высокооплачиваемого) сварщика, либо применением автоматической сварки, а также специальными приспособлениями, в которых деталь фиксируется до полного остывания.

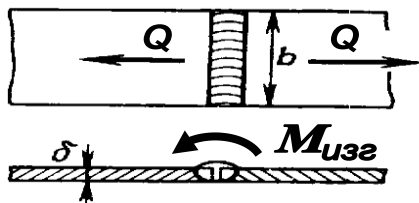
Общее условие проектирования сварных соединений – обеспечение равнопрочности шва и свариваемых деталей [27].

Расчёт на прочность сварных швов

По ориентации относительно приложенных сил различают:

- лобовые швы – перпендикулярные силам;
- фланговые швы – параллельны силам;
- косые швы – под углом к силам.

ЛОБОВОЙ ШОВ НАГРУЖЕН СИЛОЙ И МОМЕНТОМ



Соединения встык обычно выполняются лобовыми швами. При качественной сварке соединения разрушаются не по шву, а в зоне температурного влияния. Поэтому рассчитываются на прочность по сечению соединяемых деталей без учёта утолщения швов. Наиболее частые случаи – работа на растяжение и на изгиб.

Напряжения растяжения:

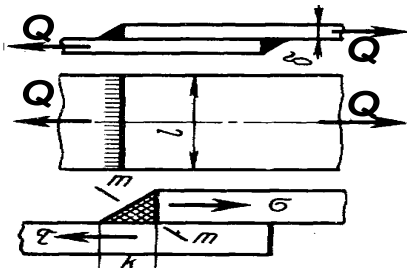
$$\sigma_{\text{раст}} = Q/S = Q/b\delta \leq [\sigma^{\text{раст}}]_{\text{шва}}$$

Напряжения изгиба: $\sigma_{\text{изг}} = M_{\text{изг}}/W = 6 M_{\text{изг}}/b\delta^2 \leq [\sigma^{\text{изг}}]_{\text{шва}}$

Допускаемые напряжения шва $[\sigma^{\text{раст}}]_{\text{шва}}$ и $[\sigma^{\text{изг}}]_{\text{шва}}$ принимаются в размере 90% от соответствующих допускаемых напряжений материала свариваемых деталей.

Соединения внахлестку выполняются лобовыми, фланговыми и косыми швами.

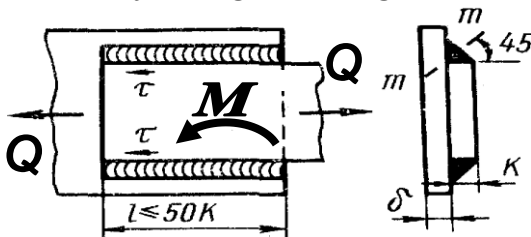
ЛОБОВОЙ ШОВ



Лобовые швы в инженерной практике рассчитывают только по касательным напряжениям. За расчётное сечение принимают биссектрису *m-m*, где обычно наблюдается разрушение. Расчёт только по касательным напряжениям не зависит от угла приложения нагрузки.

При этом $\tau = Q/(0,707kl) \leq [\tau']_{\text{шва}}$

ФЛАНГОВЫЙ ШОВ



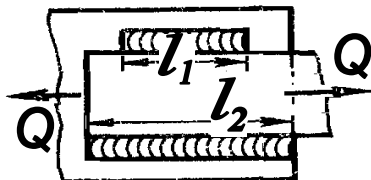
Фланговые швы характерны неравномерным распределением напряжений, поэтому их рассчитывают по средним касательным напряжениям. При действии растягивающей силы касательные напряжения равны:

$$\tau = Q/(2 \cdot 0,707 \delta l) \leq [\tau']_{\text{шва}}$$

При действии момента:

$$\tau = M/(0,707k\delta l) \leq [\tau']_{\text{шва}}$$

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ ШВЫ

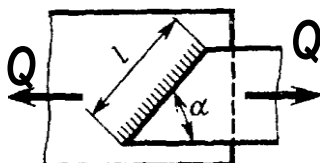


Если швы несимметричны, то нагрузка на фланговые швы распределяется по закону рычага $Q_{1,2} = Q l_{1,2}/(l_1 + l_2)$, где l_1 и l_2 – длины швов.

При этом швы рассчитывают по соответствующим нагрузкам, а длины швов назначают пропорционально этим нагрузкам. Касательные напряжения в швах

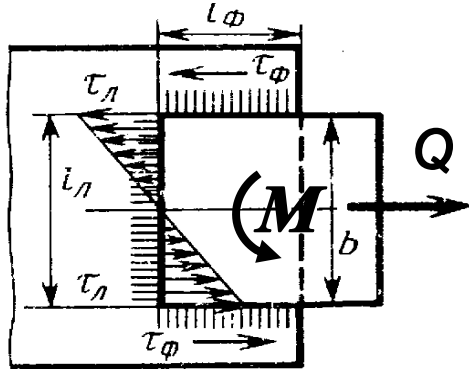
$$\tau_{1,2} = Q_{1,2}/(1,414 \delta l_{1,2}) \leq [\tau']_{\text{шва}}$$

КОСОЙ ШОВ

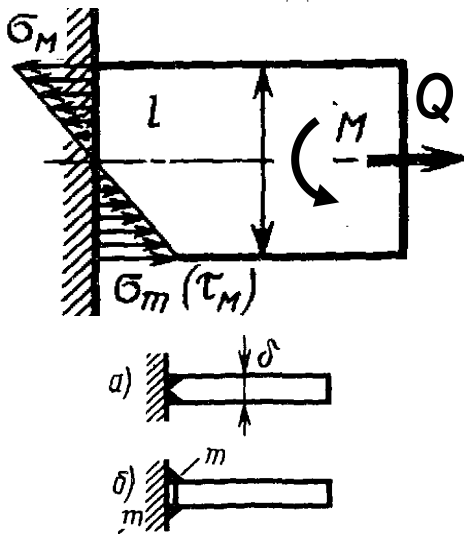


Косые швы рассчитываются аналогичным образом. Нагрузка Q раскладывается на проекции в продольном и нормальном направлениях к шву, а далее выполняются расчёты лобового и флангового швов.

КОМБИНИРОВАННЫЙ ШОВ



ТАВРОВОЕ СОЕДИНЕНИЕ



Комбинированные лобовые и фланговые швы рассчитывают на основе принципа распределения нагрузки пропорционально несущей способности отдельных швов. При действии силы Q касательные напряжения равны:

$$\tau_Q = Q / [0,707 k (2l_\phi + l_\lambda)] \leq [\tau']_{шва}$$

Если действует момент M , то

$$\tau_M = M / [0,707 k l_\lambda (l_\phi + l_\lambda/6)] \leq [\tau']_{шва}$$

При совместном действии силы и момента касательные напряжения складываются

$$\tau = \tau_M + \tau_Q \leq [\tau']_{шва}$$

Тавровые и угловые швы соединяют элементы в перпендикулярных плоскостях. Выполняются либо стыковым швом с разделкой кромок (а), либо угловым без разделки кромок (б). При нагружении изгибающим моментом и силой прочность соединения оценивают:

для стыкового шва (а) по нормальным напряжениям

$$\sigma = 6M / (b\delta^2) + Q / (l\delta) \leq [\sigma^{раст}]_{шва}$$

для углового шва (б) по касательным напряжениям

$$\tau = 6M / (1,414 l^2 k) + Q / (1,414 l k) \leq [\tau']_{шва}$$

В любом случае для расчёта самых сложных сварных швов сначала необходимо привести силу и момент к шву и распределить их пропорционально несущей способности (длине) всех простых участков. Таким образом, любой сложный шов сводится к сумме простейших расчётных схем.

Заклёпочные соединения

Образуются с помощью специальных деталей – заклёпок [1, 10, 38]. Заклёпка имеет грибообразную форму и выпускается с одной головкой (закладной) вставляется в совместно просверленные детали, а затем хвостовик ударами молотка или прессы расклёпывается, образуя вторую головку (закрывающую). При этом детали сильно сжимаются, образуя прочное, неподвижное неразъёмное соединение.

Достоинства заклёпочного соединения:

соединяют не свариваемые детали

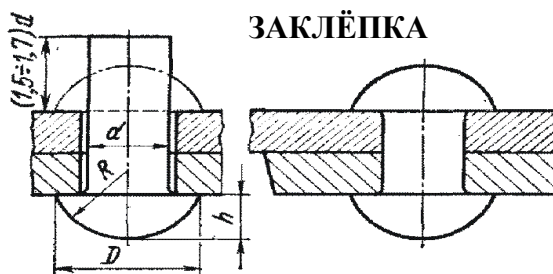
(А);

не дают температурных деформаций;
детали при разборке не разрушаются.

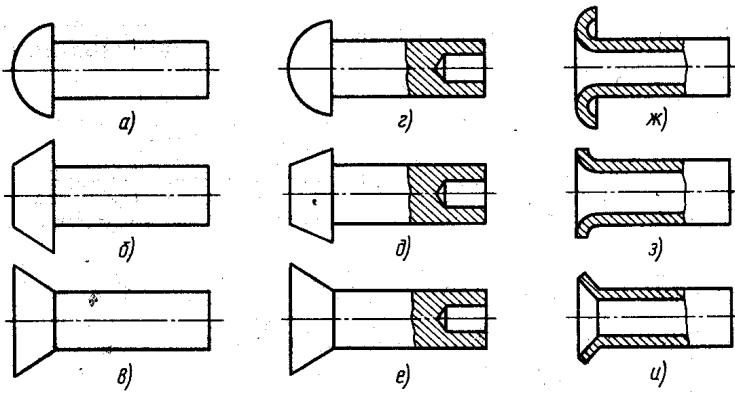
Недостатки заклёпочного соединения:

- ✓ детали ослаблены отверстиями;
- ✓ высокий шум и ударные нагрузки при изготовлении;
- ✓ повышенный расход материала.

Заклёпки изготавливают из сравнительно мягких материалов: Ст2, Ст3, Ст10, Ст15, латунь, медь, алюминий.



Заклёпки стандартизованы и выпускаются в разных модификациях:



- ✓ Сплошные с полукруглой головкой (а) ГОСТ 10299-80, 14797-85 для силовых и плотных швов;
- ✓ Сплошные с плоской головкой (б) ГОСТ 14801-85 для коррозионных сред;
- ✓ Сплошные с потайной головкой (в) ГОСТ 10300-80, 14798-85 для уменьшения аэро- и гидросопротивления (самолёты, катера);
- ✓ Полупустотелые (г,д,е) ГОСТ 12641-80, 12643-80 и пустотелые

(ж,з,и) ГОСТ 12638-80, 12640-80 для соединения тонких листов и неметаллических деталей без больших нагрузок.

Заклёпки испытывают сдвиг (срез) и смятие боковых поверхностей. По этим двум критериям рассчитывается диаметр назначаемой заклёпки. При этом расчёт на срез – проекторочный, а расчёт на смятие – проверочный.

Здесь и далее имеем в виду силу, приходящуюся на одну заклёпку.

При одной плоскости среза диаметр заклёпки:

$$d_{\text{закл}} \geq \sqrt{4P/(\pi[\tau]_{\text{срез}})}.$$

При двух плоскостях среза (накладки с двух сторон):

$$d_{\text{закл}} \geq \sqrt{2P/(\pi[\tau]_{\text{срез}})}.$$

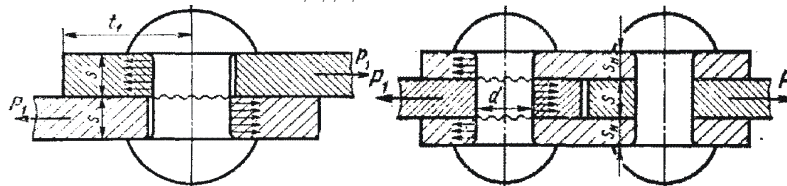
Напряжения смятия на боковых поверхностях заклёпки $\sigma_{\text{см}} = P/Sd \leq [\sigma]_{\text{см}}$

где S – толщина наименьшей из соединяемых деталей. При проектировании заклёпочных швов как, например, в цистернах, необходимо следить, чтобы равнодействующая нагрузок приходилась на центр тяжести шва.

Следует симметрично располагать плоскости среза относительно линии действия сил, чтобы избежать отрыва головок.

Кроме того, необходимо проверять прочность деталей в сечении, ослабленном отверстиями.

ЗАКЛЁПКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НАГРУЗОК



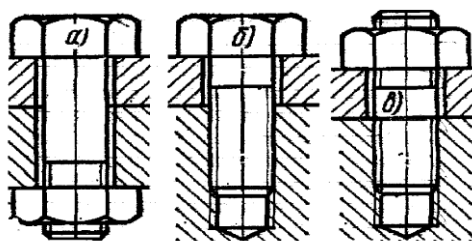
14.2. Разъёмные соединения

Резьбовые соединения

Являются наиболее совершенным, а потому массовым видом разъёмных соединений. Применяются в огромном количестве во всех машинах, механизмах, агрегатах и узлах [4,10].

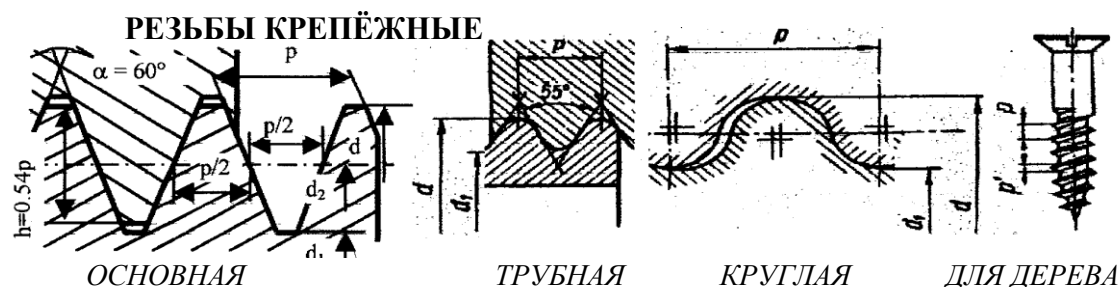
Основные детали соединения имеют наружную либо внутреннюю винтовую нарезку (резьбу) и снабжены огранёнными поверхностями для захвата гаечным ключом.

Болт – длинный цилиндр с головкой и наружной резьбой. Проходит сквозь соединяемые детали и затягивается гайкой (а) – деталью с резьбовым отверстием. Винт – внешне не отличается от болта, но завинчивается в резьбу одной из соединяемых деталей (б). Шпилька – винт без головки с резьбой на обоих концах (в).

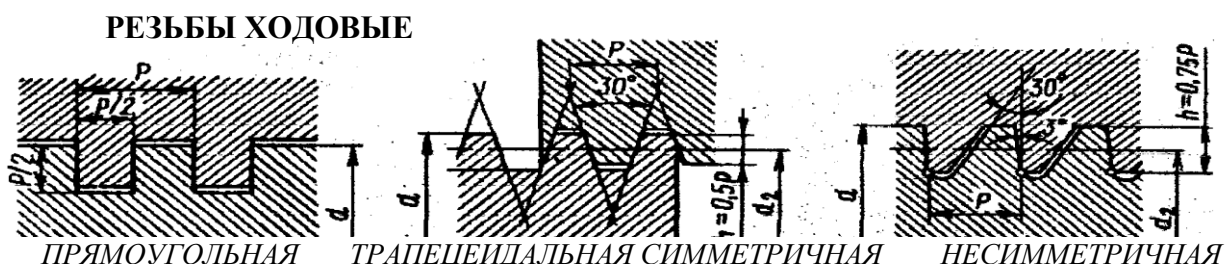


Резьбовые соединения различают по назначению на:

✓ **резьбы крепёжные** для фиксации деталей (основная – метрическая с треугольным профилем, трубная – треугольная со скруглёнными вершинами и впадинами, круглая, резьба винтов для дерева) должны обладать самоторможением для надёжной фиксации;



✓ **резьбы ходовые** для винтовых механизмов (прямоугольная, трапецеидальная симметричная, трапецеидальная несимметричная упорная) должны обладать малым трением для снижения потерь.



Конструкции винтов и гаек весьма многообразны.

Для малонагруженных и декоративных конструкций применяются винты и болты с коническими и сферическими головками (как у заклёпок), снабжёнными линейными или крестообразными углублениями для затяжки отвёрткой. Для соединения деревянных и пластмассовых деталей применяют шурупы и саморезы – винты со специальным заострённым хвостовиком.

Болты и гайки стандартизованы. В их обозначении указан наружный диаметр резьбы.

Резьбовые соединения имеют ряд существенных достоинств:

- + высокая надёжность;
- + удобство сборки-разборки;
- + простота конструкции;
- + дешевизна (вследствие стандартизации);
- + технологичность;
- + возможность регулировки силы сжатия.

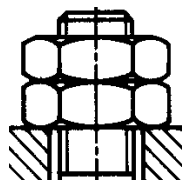
Недостатки резьбовых соединений:

- концентрация напряжений во впадинах резьбы;
- низкая вибрационная стойкость (самоотвинчивание при вибрации).

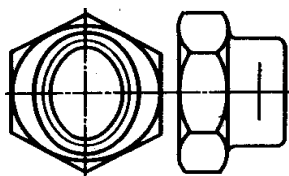
Это серьёзные недостатки, однако, их можно свести к минимуму и, практически, полностью исключить. Это делается посредством правильного проекторочного расчёта и спе-

специальных мер стопорения, называемых на техническом языке "контровка". Известны следующие виды стопорения.

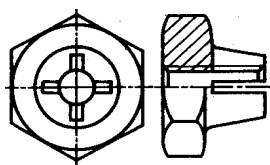
1. Стопорение дополнительным трением, за счёт создания дополнительных сил трения, сохраняющихся при снятии с винта внешней нагрузки.



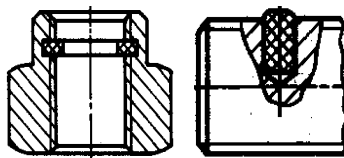
Контргайка воспринимает основную осевую нагрузку, а сила трения и затяжки в резьбе основной гайки ослабляется. Необходима взаимная затяжка гаек.



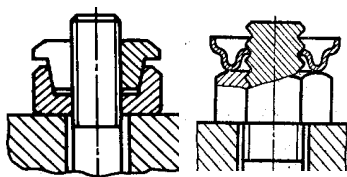
Самоконтрящиеся гайки с радиальным натягом резьбы после нарезания резьбы и пластического обжатия специальной шейки гайки на эллипс.



Иногда самоконтрящиеся гайки выполняются с несколькими радиальными прорезями.

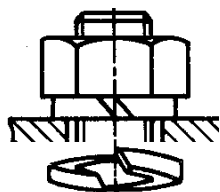


Гайки с полиамидными кольцами без резьбы, которая нарезается винтом при завинчивании, обеспечивают большие силы трения. Применяют полиамидную пробку в винте.

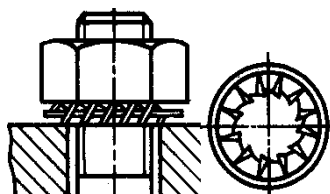


Контргайка цангового типа (слева) при навинчивании обжимается на конической поверхности.

Контргайка арочного типа (справа) при навинчивании разгибается и расклинивает резьбу.

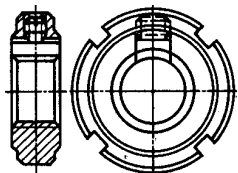


Пружинные шайбы обеспечивают трение в резьбе. Повышают сцепление врезанием своих острых срезов. Изготавливаются для правой и левой резьбы. Создают некоторое смещение нагрузки.



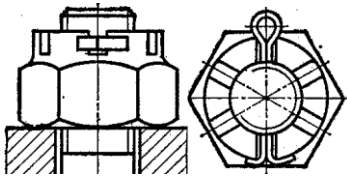
У пружинных шайб с несколькими отогнутыми усиками сила упругости направлена строго по оси болта.

Стопорение пружинными шайбами ненадёжно.

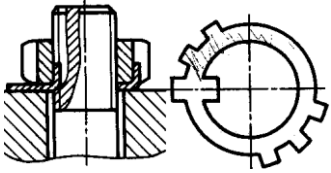


При спокойных нагрузках резьбы стопорят специальными винтами через медную или свинцовую прокладку или деформированием гайки с прорезями, перпендикулярными оси.

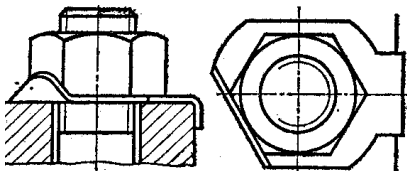
2. Стопорение специальными запирающими элементами, полностью исключаящими самопроизвольный проворот гайки.



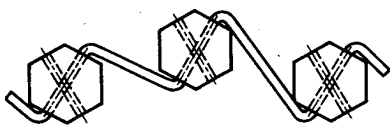
Шплинты ГОСТ 397-79 сгибают из проволоки полукруглого сечения плоскими сторонами внутрь. Выпадению шплинта препятствуют его петля и разогнутые концы.



Шайбы с лапками ГОСТ 11872-80 стопорят гайки со шлицами при регулировке подшипников качения на валу. Внутренний носик отгибается в канавку винта, а наружные лапки – в шлицы гайки.



У шайб с лапками ГОСТ 3693/95-52 одна отгибается по грани гайки, а другая по грани детали. Стопорение такими шайбами, как и шплинтами, весьма надёжно и широко распространено.



В групповых соединениях головки болтов обвязывают проволокой через отверстия с натяжением проволоки в сторону затяжки резьбы.

3. И, наконец, стопорение может выполняться также пластическим деформированием или приваркой после затяжки.

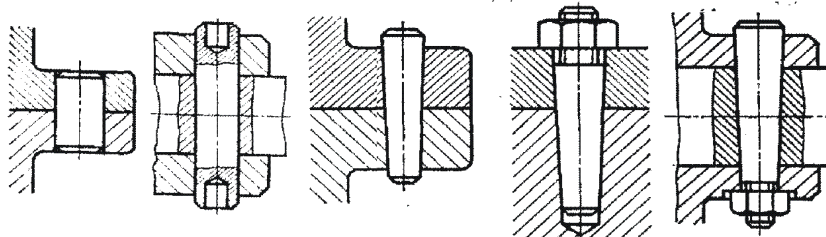
Винты и гайки обычно выполняются из Ст3, Ст4, Ст5, Ст35, Ст45. Наиболее напряжённые соединения из Ст40, 40ХН. Декоративные винты и гайки выполняются из цветных металлов и пластмасс.

Выбор материалов, как и всех параметров резьбовых соединений, определяется расчётом на прочность.

Штифтовые соединения

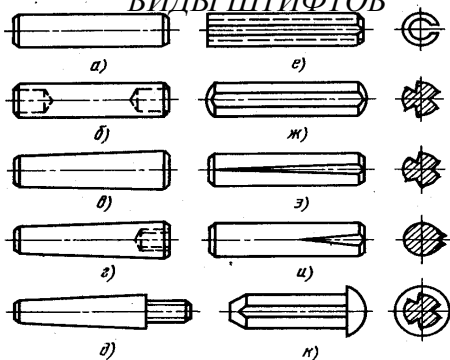
Образуются совместным сверлением соединяемых деталей и установкой в отверстие с натягом специальных цилиндрических или конических штифтов.

ШТИФТОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ



Соединения предназначены для точного взаимного фиксирования деталей, а также для передачи небольших нагрузок.

ВИДЫ ШТИФТОВ



Конструкции штифтов многообразны. Известны цилиндрические (а,б), конические (в,г,д), цилиндрические пружинные разрезные (е), просечённые цилиндрические, конические и др. (ж,з,и,к), простые, забиваемые в отверстия (б,в), выбиваемые из сквозных отверстий с другой стороны (гладкие, с насечками и канавками, пружинные, вальцованные из ленты, снабжённые резьбой для закрепления или извлечения (д) и т.д. Применяются специальные срезаемые штифты, служащие предохранителями.

Гладкие штифты выполняют из стали 45 и А12, штифты с канавками и пружинные – из пружинной стали.

При закреплении колёс на валу штифты передают как вращающий момент, так и осевое усилие.

Достоинства штифтовых соединений:

- + простота конструкции;
- + простота монтажа-демонтажа;
- + точное центрирование деталей благодаря посадке с натягом;
- + работа в роли предохранителя, особенно при креплении колёс к валу.

Недостатком штифтовых соединений является ослабление соединяемых деталей отверстием.

Подобно заклёпкам штифты работают на срез и смятие. Соответствующие расчёты выполняют обычно как проверочные

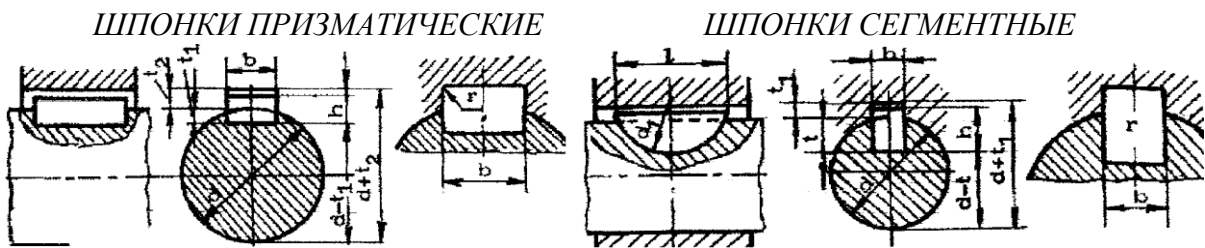
$$\tau_{срез} = \frac{8M_{вращ}}{\pi d_{вала}^2 d_{штифты}} \leq [\tau]_{срез}, \quad \sigma_{смят} = \frac{2M_{вращ}}{d_{вала} d_{штифты} (D_{ступицы} - d_{вала})} \leq [\sigma]_{смят}.$$

Штифты с канавками рассчитывают также, как гладкие, но допускаемые напряжения материала занижают на 50%.

Шпоночные соединения

Передают вращающий момент между валом и колесом. Образуются посредством шпонки, установленной в сопряжённые пазы вала и колеса.

Шпонка имеет вид призмы, клина или сегмента, реже применяются шпонки других форм.



Шпоночные соединения:

- + просты, надёжны;
- + удобны в сборке-разборке;
- + дешёвы.

Шпонки, однако:

- ослабляют сечение валов и ступиц колёс;
- концентрируют напряжения в углах пазов;
- нарушают центрирование колеса на валу (для этого приходится применять две противоположные шпонки).

Шпоночные соединения могут быть:

- ➔ ненапряжёнными, выполняемыми призматическими или сегментными шпонками. Они передают момент только боковыми гранями;
- ➔ напряжёнными, выполняемыми клиновыми шпонками. Они передают момент за счёт сил трения по верхним и нижним граням.

Шпонки всех основных типов стандартизованы.

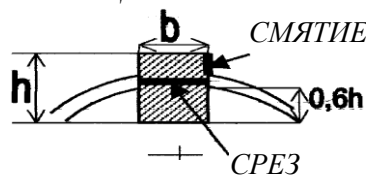
Для призматических шпонок стандарт указывает ширину и высоту сечения. Глубина шпоночного паза в валу принимается как 0,6 от высоты шпонки.

Призматические и сегментные шпонки всех форм испытывают смятие боковых поверхностей и срез по средней продольной плоскости:

$$\sigma_{смят} = M_{вращ} / (0,2hbl) \leq [\sigma]_{смят}; \quad \tau_{срез} = 2M_{вращ} / (dbl) \leq [\tau]_{срез},$$

здесь h – высота сечения шпонки, d – диаметр вала, b – ширина сечения шпонки, l – рабочая длина шпонки (участок, передающий момент).

ДЕФОРМАЦИИ ШПОНКИ



Исходя из статистики поломок, расчёт на смятие проводится как проектный. По известному диаметру вала задаются стандартным сечением призматической шпонки и рассчитывают её рабочую длину.

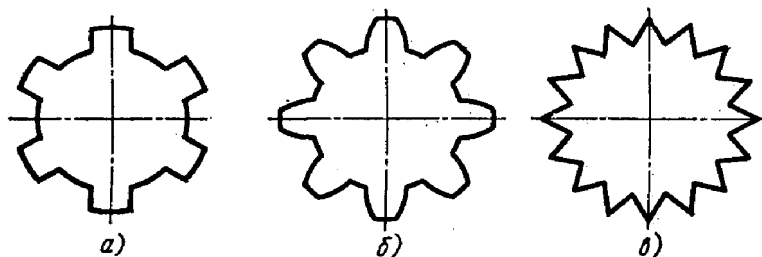
Расчёт на срез – проверочный. При невыполнении условий прочности увеличивают рабочую длину шпонки.

Шлицевые соединения

Образуются выступами на валу, входящими в сопряжённые пазы ступицы колеса. Как по внешнему виду, так и по динамическим условиям работы шлицы можно считать многошпоночными соединениями. Некоторые авторы называют их зубчатыми соединениями.

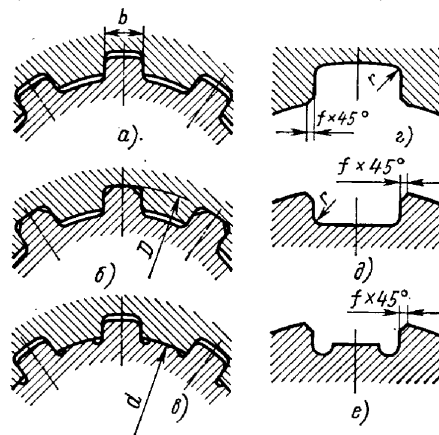
В основном используются прямоугольные шлицы (а), реже встречаются эвольвентные (б) ГОСТ 6033-57 и треугольные (в) профили шлицов.

ВИДЫ ШЛИЦОВ



Прямоугольные шлицы могут центрировать колесо по боковым поверхностям (а), по наружным поверхностям (б), по внутренним поверхностям (в).

ЦЕНТРИРОВАНИЕ ШЛИЦОВ



В сравнении со шпонками шлицы:

- + имеют большую несущую способность;
- + лучше центрируют колесо на валу;
- + усиливают сечение вала за счёт большего момента инерции ребристого сечения по сравнению с круглым;

— требуют специального оборудования для изготовления отверстий.

Основными критериями работоспособности шлицов являются:

- ➔ сопротивление боковых поверхностей смятию (расчёт аналогичен шпонкам);
- ➔ сопротивление износу при фреттинг-коррозии (малые взаимные вибрационные перемещения).

Контрольные вопросы и задания

1. В чём различие между разъёмными и неразъёмными соединениями?
2. Где и когда применяются сварные соединения?
3. Каковы достоинства и недостатки сварных соединений?
4. Каковы основные группы сварных соединений?
5. Как различаются основные типы сварных швов?
6. Каковы достоинства и недостатки заклёпочных соединений?
7. Где и когда применяются заклёпочные соединения?
8. Каковы критерии прочностного расчёта заклёпок?
9. В чём состоит принцип конструкции резьбовых соединений?
10. Каковы области применения основных типов резьб?
11. Каковы достоинства и недостатки резьбовых соединений?
12. Для чего необходимо стопорение резьбовых соединений?
13. Какие конструкции применяются для стопорения резьбовых соединений?
14. Как распределяется нагрузка по виткам при затяжке резьбы?
15. Как учитывается податливость деталей при расчёте резьбового соединения?
16. Какой диаметр резьбы находят из прочностного расчёта?
17. Какой диаметр резьбы служит для обозначения резьбы?
18. Какова конструкция и основное назначение штифтовых соединений?
19. Каковы виды нагружения и критерии расчёта штифтов?
20. Какова конструкция и основное назначение шпоночных соединений?
21. Каковы виды нагружения и критерии расчёта шпонок?
22. Какова конструкция и основное назначение шлицевых соединений?
23. Каковы виды нагружения и критерии расчёта шлицев?

Лекция 15-16. Механические передачи

1. Передачи зацеплением

2. Передачи трением

15.1. Передачи зацеплением

Расчёт плоских цилиндрических эвольвентных зубчатых передач

Выбор материалов зубчатых передач и вида термообработки

При выборе материала зубчатых колёс следует учитывать назначение проектируемой передачи, условия эксплуатации, требования к габаритным размерам и возможную технологию изготовления колёс. Основным материалом для изготовления зубчатых колёс является сталь. Необходимую твердость в сочетании с другими механическими характеристиками (а следовательно, желаемые габариты и массу передачи) можно получить за счет назначения соответствующей термической или химико-термической обработки стали.

В условиях индивидуального и мелкосерийного производства, в мало- и средненагруженных передачах, а также в передачах с большими габаритами колёс (когда термическая обработка их затруднена) обычно применяют стали с твердостью не более 350 НВ, которая обеспечивается нормализацией или термоулучшением материала. При этом возможно чистовое нарезание зубьев непосредственно после термообработки с высокой точностью изготовления, а при работе передачи обеспечивается хорошая прирабатываемость зубьев без хрупкого разрушения их при динамических нагрузках.

Для равномерного изнашивания зубьев и лучшей их прирабатываемости твердость шестерни HB1 рекомендуют назначать больше твердости HB2 колеса не менее чем на (10...15) HB.

В условиях крупносерийного и массового производства целесообразно применять зубчатые колеса с высокотвердыми зубьями. При твердости более 350 НВ её обычно выражают в единицах Роквелла – HRC (1 HRC \approx 10 НВ).

Такая твердость обеспечивается после проведения упрочняющих видов термической и химикотермической обработки: закалки (объемной или поверхностной), цементации с последующей закалкой, азотирования и др.

Применение высокотвердых материалов является резервом повышения нагрузочной способности зубчатых передач, уменьшения их габаритов и массы. Однако с высокой твердостью материала связаны дополнительные трудности: плохая прирабатываемость зубьев, прогрессирующее усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев, необходимость проведения термообработки после зубонарезания. Большинство видов упрочняющей термообработки сопровождается значительным короблением зубьев. Для исправления формы зубьев, восстановления требуемой степени точности требуются дополнительные дорогостоящие зубоотделочные операции (шлифование, полирование, притирка и т.п.), что удлиняет технологический процесс изготовления зубчатых колес и значительно повышает стоимость передачи.

Рекомендуемые для изготовления зубчатых колес марки конструкционных сталей, виды их термообработки и соответствующие основные механические характеристики приведены в табл. 1. При этом важно, чтобы размеры заготовок колес (диаметр $D_{заг}$ и толщина обода или диска $S_{заг}$) не превышали предельных значений $D_{пред}$ и $S_{пред}$.

Таблица 1. Механические характеристики сталей

Марка стали	$D_{пред}$, мм	$S_{пред}$, мм	Термообработка	Твёрдость заготовки		σ_B	σ_T	σ_{-1}
				поверхности	сердцевины			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
35	-	-	Н	163...192 НВ		550	270	235
40	120	60	У	192...228 НВ		700	400	300
45	-	-	Н	179...207 НВ		600	320	260
45	125	80	У	235...262 НВ		780	540	335
45	80	50	У	269...302 НВ		890	650	380
40Х	200	135	У	235...262 НВ		790	640	375
40Х	125	80	У	269...302 НВ		900	750	410
40Х	125	80	У+ТВЧ	45...50 HRC _э	269...302 НВ	900	750	410
40ХН	315	200	У	235...262 НВ		800	630	380
40ХН	200	125	У	269...302 НВ		920	750	420
40ХН	200	125	У+ТВЧ	48...53 HRC _э	269...302 НВ	920	750	420
35ХМ	315	200	У	235...262 НВ		800	670	380
35ХМ	200	125	У	269...302 НВ		920	790	420
35ХМ	200	125	У+ТВЧ	48...53 HRC _э	269...302 НВ	920	790	420
35Л	-	-	Н	163...207 НВ		550	270	235
40Л	-	-	Н	147 НВ		520	295	225
45Л	315	200	У	207...235 НВ		680	440	285
40ГЛ	315	200	У	235...262 НВ		850	600	365
20Х 18ХГТ 12ХН3А	200	125	У+ЦК	56...63 HRC _э	300...400 НВ	900	800	400
38ХМЮА	-	-	А	57...67 HRC _э	30...35 HRC	1050	900	500
35ХМ 40ХН	-	40	3	45...53 HRC		1060	1400	500

Примечания:

1. В графе «Термообработка» приняты следующие обозначения:

Н – нормализация, У – улучшение, ТВЧ – закалка токами высокой частоты, З – объемная закалка, ЦК – цементация, А – азотирование.

2. Для цилиндрических и конических колёс с выточками принять меньшее из значений $D_{заг}$, $S_{заг}$.

Расчет допускаемых напряжений

Допускаемые контактные напряжения. Расчет на усталость рабочих поверхностей зубьев колес при циклических контактных напряжениях базируется на экспериментальных кривых усталости [1], которые обычно строят в полулогарифмических координатах (рис. 113).

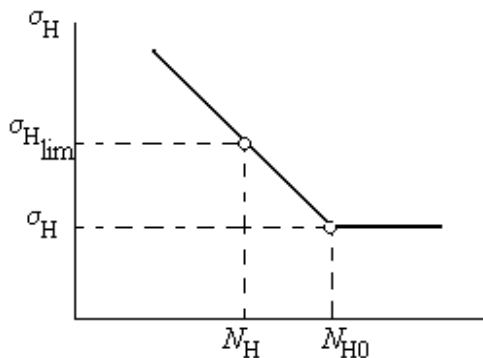


Рис. 113. Кривые усталости:

σ_H – наибольшее напряжение цикла, N_H – число циклов нагружений, $\sigma_H \lim(\sigma_{H0})^*$ – предел выносливости материала, $N_{HG}(N_{H0})$ – базовое число циклов (абсцисса точки перелома кривой усталости).

* В расчётных формулах данного раздела в скобках приведены условные обозначения величин, принятые в технической литературе более ранних лет издания.

Допускаемое контактное напряжение рассчитывают для каждого зубчатого колеса передачи по формуле

$$[\sigma_H]_{1,2} = \frac{\sigma_{H\lim 1,2}}{S_{H1,2}} Z_{N1,2}$$

где $\sigma_{H\lim 1,2}$ определяют по эмпирическим зависимостям;

$S_{H1,2}$ – коэффициент безопасности, рекомендуют назначать $S_H = 1,1$ при нормализации, термоулучшении или объемной закалке зубьев (при однородной структуре материала по всему объему); $S_H = 1,2$ при поверхностной закалке, цементации, азотировании (при неоднородной структуре материала по объему зуба);

Z_N (KHL) – коэффициент долговечности,

$$Z_{N1,2} = 6 \sqrt{\frac{N_{HG1,2}}{N_{H1,2}}} \geq 1, \quad \begin{array}{l} \text{но } \leq 2,6 \text{ при } S_H = 1,1; \\ \text{и } \leq 1,8 \text{ при } S_H = 1,2. \end{array}$$

Если $N_{H1,2} \geq N_{HG1,2}$, то следует принимать $Z_{N1,2} = 1$.

Коэффициент Z_N учитывает возможность повышения допускаемых напряжений для кратковременно работающих передач (при $N_H < N_{HG}$).

Расчет числа циклов перемены напряжений выполняют с учетом режима нагружения передачи. Различают режимы постоянной и переменной нагрузки. При постоянном режиме нагрузки расчетное число циклов напряжений $N_{H1,2} = 60cn_{1,2}t$, где c – число зацеплений зуба за один оборот (для проектируемого редуктора $c=1$);

$n_{1,2}$ – частота вращения того зубчатого колеса, по материалу которого определяют допускаемые напряжения, об/мин;

t – время работы передачи (ресурс) в часах; $t = Lh$.

Постоянный режим нагрузки является наиболее тяжелым для передачи, поэтому его принимают за расчетный также в случае неопределенного (незадаваемого) режима нагружения.

Большинство режимов нагружения современных машин сводятся приблизительно к шести типовым режимам (рис. 114):

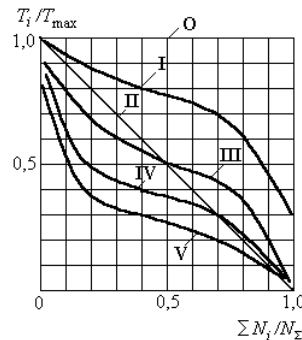


Рис. 114. Типовые режимы нагружения: 0 – постоянный, I – тяжелый, II – средний равновероятный, III – средний нормальный, IV – легкий, V – особо легкий

Режим работы передачи с переменной нагрузкой при расчете допускаемых контактных напряжений заменяют некоторым постоянным режимом, эквивалентным по усталостному воздействию. При этом в формулах расчетное число циклов NH перемены напряжений заменяют эквивалентным числом циклов NHE до разрушения при расчетном контактном напряжении.

$$N_{HE1,2} = \mu_H \cdot N_{H1,2},$$

где $\mu_H (K_{HE})$ – коэффициент эквивалентности, значения которого для типовых режимов нагружения приведены в табл.2.

Таблица 2.

Режим работы	Расчёт на контакт. усталость			Расчёт на изгибную усталость					
	Термообработка	m/2	μ_H (КHE)	Термическая обработка	m	μ_F (KFE)	Термическая обработка	m	μ_F (KFE)
0	любая	3	1,0	улучшение, нормализация, азотирование	66	1,0	закалка объёмная, поверхностная, цементация	9	1,0
I			0,5			0,3			0,20
II			0,25			0,14			0,10
III			0,18			0,06			0,04
IV			0,125			0,038			0,016
V			0,063			0,013			0,004

Базовое число циклов NHG перемены напряжений, соответствующее пределу контактной выносливости σ_{Hlim} , определяют по графику на рис. 114 в зависимости от твердости поверхности зуба или рассчитывают по эмпирическим следующим зависимостям

$$N_{HG1,2} = 30 \cdot HB_{1,2}^{2,4} \approx HB_{1,2}^3 \leq 120 \cdot 10^6$$

Из двух значений (для зубьев шестерни и колеса) рассчитанного по формуле допускаемого контактного напряжения в дальнейшем за расчетное принимают:

- для прямозубых (цилиндрических и конических) передач - меньшее из двух значений допускаемых напряжений $[\sigma_{H1}]$ и $[\sigma_{H2}]$;

- для косозубых цилиндрических передач с твердостью рабочих поверхностей зубьев H1 и H2 ≥ 350 HB - меньшее из двух напряжений $[\sigma_{H1}]$ и $[\sigma_{H2}]$;

- для косозубых цилиндрических передач, у которых зубья шестерни значительно (не менее 70...80 НВ) тверже зубьев колеса -

$$[\sigma_H] = 0,5 ([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]) \leq 1,25 [\sigma_H]_{\min},$$

где $[\sigma_H]_{\min}$ – меньшее из значений $[\sigma_{H1}]$ и $[\sigma_{H2}]$.

Допускаемые напряжения изгиба. Расчет зубьев на изгибную выносливость выполняют отдельно для зубьев шестерни и колеса, для которых вычисляют допускаемые напряжения изгиба по формуле [1]

$$[\sigma_F]_{1,2} = \frac{\sigma_{F\text{lim},2}}{S_{F1,2}} \cdot Y_A \cdot Y_{N1,2}$$

где $\sigma_{F\text{lim}}(\sigma_{F0})$ – предел выносливости зубьев по напряжениям изгиба, значения которого приведены в табл. 2.2;

SF – коэффициент безопасности, рекомендуют SF = 1,5...1,75 (смотри табл. 2.2);

YA(KFC) – коэффициент, учитывающий влияние двустороннего приложения нагрузки (например, реверсивные передачи), при односторонней нагрузке YA = 1 и при реверсивной YA = 0,7...0,8 (здесь большие значения назначают при H1 и H2 > 350 НВ);

YN(KFL) – коэффициент долговечности, методика расчета которого аналогична расчету ZN (смотри выше).

$$\text{При } H \leq 350 \text{ НВ} \quad Y_{N1,2} = 6 \sqrt{\frac{N_{FG}}{N_{FE1,2}}} \geq 1, \text{ но } \leq 4.$$

$$\text{При } H > 350 \text{ НВ} \quad Y_{N1,2} = 9 \sqrt{\frac{N_{FG}}{N_{FE1,2}}} \geq 1, \text{ но } \leq 2,6.$$

При $N_{FE1,2} \geq N_{FG}$ следует принимать $Y_{N1,2} = 1$. Рекомендуют принимать для всех сталей $N_{FG} = 4 \cdot 10^6$. При постоянном режиме нагружения передачи

$$N_{FE1,2} = N_{F1,2} = N_{H1,2} = 60 \cdot c \cdot n_{1,2} \cdot t$$

При переменных режимах нагрузки, подчиняющихся типовым режимам нагружения (рис.2.2),

$$N_{FE1,2} = \mu_F \cdot N_{F1,2},$$

где $\mu_F(K_{FE})$ принимают по табл. 2.

Проектный расчёт закрытой цилиндрической зубчатой передачи

При проектном расчёте прежде всего определяют главный параметр цилиндрической передачи – межосевое расстояние a_w , в мм. Расчёт производят по следующим формулам :

- для прямозубой передачи

$$a_w = 0,85(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot E_{np}}{[\sigma_H]^2 \cdot u^2 \cdot \psi_{ba}}};$$

- для косозубой передачи

$$a_w = 0,75(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot E_{np}}{[\sigma_H]^2 \cdot u^2 \cdot \psi_{ba}}}.$$

В указанных формулах знак "+" принимают в расчётах передачи внешнего зацепления, а знак "-" - внутреннего зацепления.

Рекомендуется следующий порядок расчётов.

При необходимости определяют (или уточняют) величину вращающего момента на колесе передачи T_2 в Н·мм. В случае задания в исходных данных на курсовой проект вращающего момента $T_{\text{ВЫХ}}$ номинальный момент на колесе рассчитываемой передачи

$$T_2 = \frac{10^3 \cdot T_{\text{ВЫХ}}}{\eta_{nk}}$$

При задании полезной мощности привода $P_{\text{пол}}$ (кВт) номинальный вращающий момент на колесе рассчитывают по формуле

$$T_2 = 9550 \cdot \frac{P_{\text{пол}}}{n_2} \cdot 10^3$$

, где n_2 - частота вращения вала колеса, мин⁻¹.

Из табл. 2.4 назначают относительную ширину колёс $\Psi_{ba} = b_w/a_w$ в соответствии со схемой расположения колёс относительно опор и выбранной ранее твёрдостью поверхностей зубьев. Большие значения Ψ_{ba} целесообразно принимать для передач с постоянными или близкими к ним нагрузками. В дальнейшем в расчетах может встретиться относительная ширина колёс $\Psi_{bd} = b_w/d_{w1}$, которую рассчитывают с учетом зависимости

$$\Psi_{bd} = \frac{\Psi_{ba}(u_p \pm 1)}{2}$$

Коэффициент неравномерности нагрузки по длине контакта $K_{H\beta}$ выбирают по кривым на графиках рис. 115 а, б в соответствии с расположением колёс относительно опор и твёрдостью рабочих поверхностей зубьев колёс.

Приведённый модуль упругости $E_{\text{пр}}$ в случае различных материалов колёс рассчитывают по соотношению

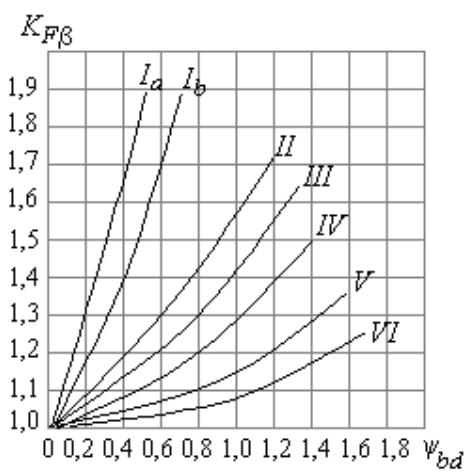
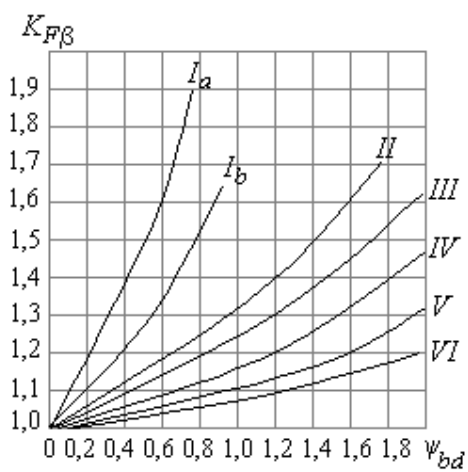
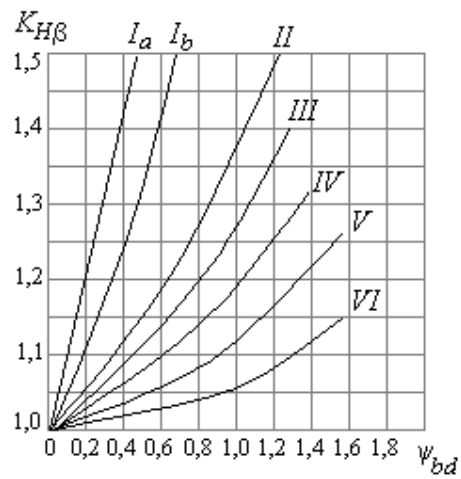
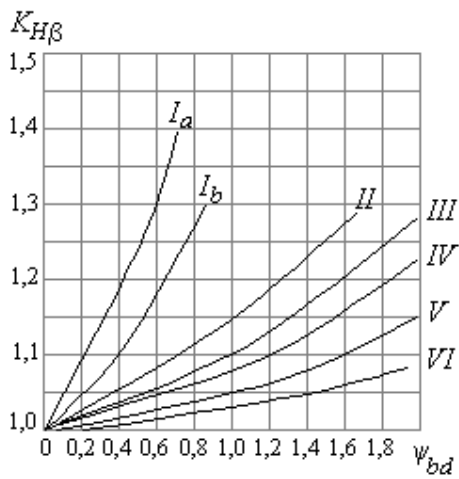
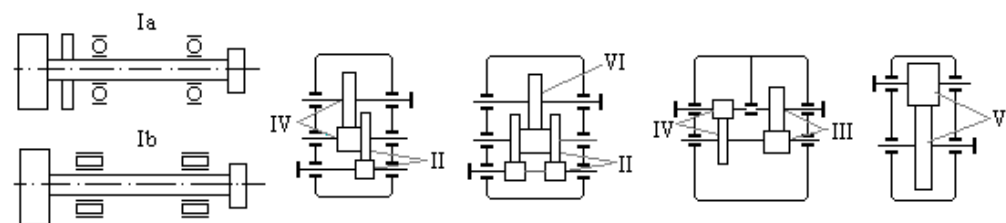
$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$$

Если в передаче используется для изготовления колёс один материал (например, сталь с $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа или чугун с $E = 0.9 \cdot 10^5$ МПа), тогда $E_{\text{пр}} = E$, МПа.

Таблица 3. Относительная ширина колёс Ψ_{ba}

Схема расположения колёс относительно опор	Твёрдость рабочих поверхностей зубьев	
	H2 ≤ 350 HB или H1 и H2 ≤ 350 HB	H1 и H2 > 350 HB
Симметричная	0,3...0,5	0,25...0,3
Несимметричная	0,25...0,4	0,20...0,25
Консольная	0,20...0,25	0,15...0,20

Полученное значение межосевого расстояния a_w (мм) для нестандартных передач рекомендуется округлить до ближайшего большего значения по ряду Ra20 нормальных линейных размеров (табл. 4).



а) При $NB_2 < 350$

б) При $NB_1 > 350$ и $NB_2 > 350$

Рис. 115

Таблица 4. Нормальные линейные размеры, мм (ГОСТ 6636-69)

Ra10	Ряды		Дополн. размеры	Ra10	Ряды		Дополн. размеры
	Ra20	Ra40			Ra20	Ra40	
1	2	3	4	5	6	7	8
40	40	40		200	200	200	
			41				205
		42				210	
			44				
	45	45			220	220	
			46				230
		48				240	
			49				
50	50	50		250	250	250	
			52				
		53				260	
			55				270
	56	56			280	280	
			58				290
		60				300	
			62				310
63	63	63		320	320	320	
			65				330
		67				340	
			70				350
	71	71			360	360	
			73				370
		75				380	
			78				
80	80	80		400	400	400	
			82				410
		85				420	
							440
	90	90			450	450	
			92				460
		95				480	
			98				490
100	100	100		500	500	500	
			102				515
		105				530	
			108				545
	110	110	112		560	560	
			115				580
		120				600	
			118				615
125	125	125		630	630	630	
		130				670	650
			135				690
	140	140			710	710	
			145				730
		150				750	
			155				775
160	160	160		800	800	800	
			165				825

		170				850	
			175				875
	180	180			900	900	
			185				925
		190				950	
			195				975

Геометрический расчёт закрытой цилиндрической передачи

Определяют модуль зацепления m (или m_n для косозубой передачи) из соотношения $m(mn) = (0.01...0.02) \cdot a_w$, если $H1$ и $H2 \leq 350$ НВ и $m(mn) = (0.016...0.0315) \cdot a_w$, если $H1$ и $H2 > 350$ НВ.

Полученное значение модуля необходимо округлить до стандартного значения по 1-му ряду модулей: 1,0; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10 мм. При этом для силовых передач рекомендуют [1] принимать $m(mn) \geq 1,5$ мм.

Для косозубой передачи угол наклона линии зуба назначают в пределах $\beta = 8^\circ...20^\circ$.

Далее определяют суммарное число зубьев шестерни и колеса:

$$\text{для прямозубых колёс} \quad z_\Sigma = z_1 + z_2 = 2 a_w / m,$$

$$\text{для косозубых колёс} \quad z_\Sigma = z_1 + z_2 = 2 a_w \cos \beta / m_n.$$

Полученное значение z_Σ округляют до целого числа.

Число зубьев шестерни определяют из соотношения: $z_1 = z_\Sigma / (u \pm 1)$, где u – передаточное число передачи, $u = z_2 / z_1 \geq 1$. Здесь знак "+" – для внешнего зацепления, знак "-" – для внутреннего зацепления.

Значение z_1 следует округлить до целого числа. Из условия отсутствия подрезания зубьев необходимо назначать: для прямозубых $z_1 \geq z_{\min} = 17$ и $z_1 \geq 17 \cdot \cos^3 \beta$ – для косозубых колёс. Зачастую для уменьшения шума в быстроходных передачах принимают $z_1 \geq 25$.

Рассчитывают число зубьев колеса передачи $z_2 = z_\Sigma - z_1$.

Определяют фактическое значение передаточного числа передачи $u_\phi = z_2 / z_1$ с точностью до двух знаков после запятой. Определяют фактическое межосевое расстояние. Для прямозубой передачи $a_{w\phi} = m(z_1 + z_2) / 2$. Для косозубой передачи уточняют значение фактического угла наклона линии зуба $\beta = \arccos(z_\Sigma m_n / (2 a_{w\phi}))$.

Рабочую ширину зубчатого венца колеса рассчитывают как $b_w = \psi_{ba} \cdot a_{w\phi}$ и округляют до целого числа по ряду Ra20 нормальных линейных размеров (табл. 4). Тогда ширина зубчатого венца колеса $b_2 = b_w$, ширина зуба шестерни $b_1 = b_2 + (2...5)$ мм.

Делительные диаметры рассчитывают по формулам:

$$d_{1,2} = m \cdot z_{1,2} \quad \text{– для прямозубых колёс}$$

$$\text{и} \quad d_{1,2} = \frac{m_n z_{1,2}}{\cos \beta} \quad \text{– для косозубых колёс.}$$

$$\text{Начальный диаметр шестерни – } d_{w1} = \frac{2 a_{w\phi}}{u_\phi \pm 1}.$$

$$\text{Начальный диаметр колеса передачи – } d_{w2} = \frac{2 a_{w\phi} \cdot u_\phi}{u_\phi \pm 1}.$$

Диаметры вершин зубьев колёс $d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot m$ для прямозубых и $d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot m_n$ для косозубых колёс. Диаметры впадин зубьев колёс $d_{f1,2} = d_{1,2} - 2,5 \cdot m$ для прямозубых и $d_{f1,2} = d_{1,2} - 2,5 \cdot m_n$ для косозубых колёс. Точность вычислений диаметральных размеров колёс должна быть не выше 0,001 мм. Угол α_w зацепления передачи принимают равным углу α профиля исходного контура: $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$.

Проверочный расчёт закрытой цилиндрической передачи

Проверка контактной выносливости рабочих поверхностей зубьев колёс. Расчётом должна быть проверена справедливость соблюдения следующих неравенств [1]:

- для прямозубых колёс

$$\sigma_H = 1,18 \cdot \sqrt{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} \cdot E_p \cdot (u_\phi \pm 1)}{d_{w1}^2 \cdot b_w \cdot \sin 2\alpha_w \cdot u_\phi}} \leq [\sigma_H];$$

- для косозубых колёс

$$\sigma_H = 1,18 \cdot Z_{H\beta} \cdot \sqrt{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} \cdot E_p \cdot (u_\phi \pm 1)}{d_w^2 \cdot b_w \cdot \sin 2\alpha_w \cdot u_\phi}} \leq [\sigma_H],$$

где $Z_{H\beta}$ – коэффициент повышения прочности косозубых передач по контактным напряжениям,

$$Z_{H\beta} = \sqrt{K_{H\alpha} \cdot \cos^2 \beta / \epsilon_\alpha}.$$

Все геометрические параметры рассчитываемых колёс определены в п.2.4. Для косозубой передачи дополнительно рассчитывают ϵ_α – коэффициент торцового перекрытия зубчатой передачи по формуле [1]:

$$\epsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) \right] \cdot \cos \beta.$$

Здесь также знак «+» относится к передачам внешнего зацепления, а «-» – внутреннего зацепления.

Рассчитывают (или уточняют) величину вращающего момента T_1 в Н·мм на шестерне проверяемой передачи:

$$T_1 = \frac{T_2}{u_\phi \cdot \eta},$$

где η – КПД передачи, он учитывает потери мощности в зубчатой передаче; обычно $\eta = 0,97$.

Для определения коэффициента внутренней динамической нагрузки K_{HV} необходимо по табл. 5 назначить степень точности передачи в зависимости от окружной скорости в зацеплении

$$V = \pi d_{w1} \cdot n_1 / (60 \cdot 1000), \text{ м/с.}$$

Таблица 5. Степени точности зубчатых передач

Степень точности	Окружные скорости вращения колёс V , м/с		
	прямозубых		косозубых
	цилиндрических	конических	цилиндрических
6	до 15	до 12	до 30
7	до 10	до 8	до 15
8	до 6	до 4	до 10
9	до 2	до 1,5	до 4

Затем по табл. 6 находят значение коэффициента K_{HV} для рассчитываемой передачи.

В косозубой передаче теоретически зацепляется одновременно не менее двух пар зубьев. Однако практически ошибки нарезания зубьев могут устранить двухпарное зацепление, и при контакте одной пары между зубьями второй пары может быть небольшой зазор, который устраняется под нагрузкой вследствие упругих деформаций зубьев. Это учитывают коэффициентом $KH\alpha$, назначаемым из табл. 2.8.

Таблица 6. Значения коэффициентов KHv и KFv

Степень точности	Твёрдость поверхностей зубьев	Коэффициенты	Окружная скорость					
			$V, \text{ м/с}$					
			1	2	4	6	8	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9
			1.03	1.06	1.12	1.17	1.23	1.28
		KHv	1.01	1.02	1.03	1.04	1.06	1.07
	a		1.06	1.13	1.26	1.40	1.53	1.67
6		KFv	1.02	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
			1.02	1.04	1.07	1.10	1.15	1.18
	б	KHv	1.00	1.00	1.02	1.02	1.03	1.04
			1.02	1.04	1.08	1.11	1.14	1.17
		KFv	1.01	1.02	1.03	1.04	1.06	1.07
			1.04	1.07	1.14	1.21	1.29	1.36
		KHv	1.02	1.03	1.05	1.06	1.07	1.08
	a		1.08	1.16	1.33	1.50	1.67	1.80
7		KFv	1.03	1.06	1.11	1.16	1.22	1.27
			1.03	1.05	1.09	1.14	1.19	1.24
	б	KHv	1.00	1.01	1.02	1.03	1.03	1.04
			1.03	1.05	1.09	1.13	1.17	1.22
		KFv	1.01	1.02	1.03	1.05	1.07	1.08
			1.04	1.08	1.16	1.24	1.32	1.40
		KHv	1.01	1.02	1.04	1.06	1.07	1.08
	a		1.10	1.20	1.38	1.58	1.78	1.96
8		KFv	1.03	1.06	1.11	1.17	1.23	1.29
			1.03	1.06	1.10	1.16	1.22	1.26
	б	KHv	1.01	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05
			1.04	1.06	1.12	1.16	1.21	1.26
		KFv	1.01	1.02	1.03	1.05	1.07	1.08
			1.05	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50
		KHv	1.01	1.03	1.05	1.07	1.09	1.12
	a		1.13	1.28	1.50	1.77	1.98	2.25
9		KFv	1.04	1.07	1.14	1.21	1.28	1.35
			1.04	1.07	1.13	1.20	1.26	1.32
	б	KHv	1.01	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05
			1.04	1.07	1.14	1.21	1.27	1.34
		KFv	1.01	1.02	1.04	1.06	1.08	1.09

Примечания: 1. Твёрдость поверхностей зубьев

$$a - \begin{cases} H_1 \leq 350\text{HB}, H_2 \leq 350\text{HB}; \\ H_1 \geq 45\text{HRC}, H_2 \leq 350\text{HB}; \end{cases}$$

$$б - H_1 \geq 45\text{HRC}, H_2 \geq 45\text{HRC}.$$

2. Верхние цифры относятся к прямым зубьям, нижние – к косым зубьям.

Таблица 7.

Окружная скорость V , м/с	Степень точности	$KH\alpha$	$KF\alpha$
До 5	7	1.03	1.07
	8	1.07	1.22
	9	1.13	1.35
5-10	7	1.05	1.20
	8	1.10	1.30
10-15	7	1.08	1.25
	8	1.15	1.40

Если в результате проверки выявится существенная недогрузка (свыше 10 %) передачи, то с целью более полного использования возможностей материалов зубчатых колёс возможна

$$b_{w \text{ уточн.}} = b_w \cdot \left(\frac{\sigma_H}{[\sigma_H]} \right)^2$$

корректировка рабочей ширины зубчатого венца по соотношению

Уточнённое значение рабочей ширины венца рекомендуется округлить до нормального линейного размера (по табл.2.5).

Проверка прочности зубьев по напряжениям изгиба. Расчёт выполняют отдельно для шестерни и для зубчатого колеса передачи после уточнения нагрузок на зубчатые колёса и их геометрических параметров.

Проверяют справедливость соотношения расчётных напряжений изгиба σ_F и допускаемых напряжений $[\sigma_F]$:

для прямозубых колёс

$$\sigma_{F1,2} = \frac{F_t \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot Y_{F1,2}}{m \cdot b_{w \text{ уточн.}}} \leq [\sigma_F]_{1,2}$$

и для косозубых колёс

$$\sigma_{F1,2} = Z_{F\beta} \cdot \frac{F_t \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot Y_{F1,2}}{m_n \cdot b_{w \text{ уточн.}}} \leq [\sigma_F]_{1,2}$$

где $Z_{F\beta}$ – коэффициент повышения прочности косозубых передач по напряжениям изгиба,

$$Z_{F\beta} = \frac{K_{F\alpha} \cdot Y_\beta}{\varepsilon_\alpha}$$

. Здесь Y_β – коэффициент, учитывающий повышение изгибной прочности вследствие наклона контактной линии на зубе к основанию зуба, $Y_\beta = 1 - \beta/140$, где β подставляют в градусах. Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между одновременно зацепляющимися зубьями $KF\alpha$ назначают по табл. 7.

Окружное усилие в зацеплении колёс рассчитывают по формуле

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, \quad \text{Н.}$$

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине линии контакта $KF\beta$ определяют по графикам, аналогично рассмотренному выше определению значения коэффициента $KH\beta$.

Коэффициент формы зуба Y_F для прямозубых колёс назначают по табл. 8 в зависимости от фактического числа зубьев для прямозубых колёс и от числа зубьев эквивалентных колёс $Z_{V1,2} = Z_{1,2} / \cos^3 \beta$ – для косозубых колёс. Таблица 8 составлена для случая отсутствия смещения зуборезного инструмента ($x=0$) при зубонарезании.

Если при проверочном расчёте рабочие напряжения изгиба $\sigma_{F1,2}$ в зубьях колёс оказываются значительно меньшей величины, чем допускаемые напряжения $[\sigma_F]_{1,2}$, то для закрытых передач это вполне допустимо, так как нагрузочная способность таких передач ограничивается, как правило, контактной выносливостью зубьев.

Таблица 8. Коэффициент формы зуба YF

Z или ZV	YF	Z или ZV	YF	Z или ZV	YF	Z или ZV	YF	Z или ZV	YF	Z или ZV	YF
16	4,28	24	3,92	30	3,80	45	3,66	71	3,61	180	3,62
17	4,27	25	3,90	32	3,78	50	3,65	80	3,61	∞	3,63
20	4,07	26	3,88	35	3,75	60	3,68	90	3,60		
22	3,98	28	3,81	40	3,70	65	3,62	100	3,60		

Расчёт открытой цилиндрической зубчатой передачи

Учитывая условия и характер работы открытых передач (недостаточная защищённость от загрязнения абразивными частицами и увеличенный абразивный износ при плохой смазке, большие деформации валов, что приводит к увеличению зазоров в зацеплении, возрастанию динамических нагрузок, к понижению прочности изношенных зубьев вследствие уменьшения площади их поперечного сечения и, как следствие, к поломке зубьев), данные передачи рекомендуют рассчитывать по напряжениям изгиба. В этих передачах выкрашивание не наблюдается, так как поверхностные слои зубьев изнашиваются и удаляются раньше, чем появляются усталостные трещины.

Для проектного расчёта открытых передач по напряжениям изгиба определяют модуль зацепления из выражений [1]:

для прямозубых колёс

$$m \geq \sqrt[3]{3T_{\text{вых}} \cdot 10^3 \cdot K_{F\beta} \cdot Y_{F3} / (Z_3 \cdot \psi_{bm} \cdot [\sigma_{F3}])},$$

для косозубых колёс

$$m_n \geq \sqrt[3]{2T_{\text{вых}} \cdot 10^3 \cdot K_{F\beta} \cdot Z_{F\beta} \cdot Y_{F3} / (Z_3 \cdot \psi_{bm} \cdot [\sigma_{F3}])}.$$

Здесь:

Z_3 – число зубьев шестерни открытой передачи (см. исходные данные);

$\psi_{bm} = b_w / m$ – коэффициент ширины зубчатого венца колеса относительно модуля, рекомендуют назначать для открытых передач $\psi_{bm} = 10 \dots 15$;

$[\sigma_{F1}]$ – допускаемое напряжение изгиба зубьев шестерни, Н/мм², определяют в соответствии с п. «Расчет допускаемых напряжений»;

T_3 – момент на шестерне, Н·мм; $T_3 = T_{\text{вых}}$;

$Z_{F\beta}$ – определяют по п. «Проверка прочности зубьев по напряжениям изгиба»;

$K_{F\beta}$ – смотри рис. 115, б;

Y_{F3} – смотри табл. 8.

Полученное значение модуля округляют в большую сторону до значения из стандартного ряда модулей.

Зная значение модуля, определяют геометрические размеры шестерни :

диаметр делительный - $d_3 = m \cdot z_3$ или $d_3 = \frac{m_n}{\cos\beta} \cdot z_3$,

диаметр вершин зубьев - $d_{a3} = d_3 + 2 \cdot m$,

диаметр впадин зубьев – $d_{f3} = d_3 - 2,5 \cdot m$,

ширина венца – $b_3 = \psi_{bm} \cdot m + (2 \dots 4)$.

Точность вычисления диаметров шестерни до 0,001 мм, значение ширины зубчатого венца округляют до целого числа по нормальным линейным размерам (см. табл. 4). Проверочный расчет такой передачи по контактным напряжениям выполняют в соответствии с п. «Проверочный расчет закрытой цилиндрической передачи».

15.2 Расчёт пространственных зубчатых передач Конические зубчатые передачи

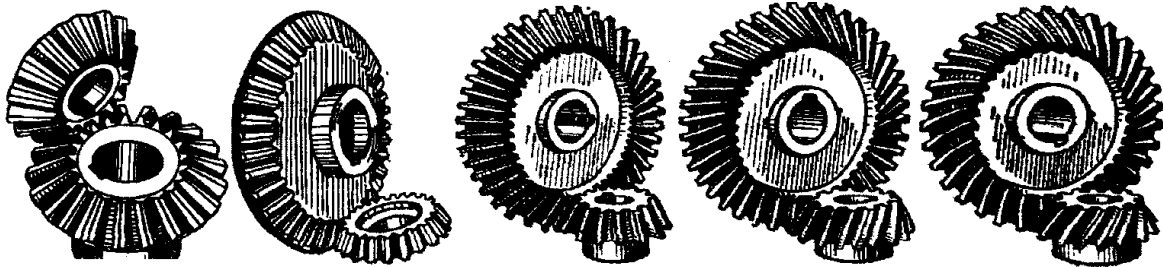
Передают вращающий момент между валами с пересекающимися осями (чаще всего под углом 90°). Их зубья бывают прямыми, косыми, круговыми и обычно имеют эвольвентный профиль.

И хотя, конические колёса сложнее цилиндрических как по своей геометрии, так и в изготовлении, принципы силового взаимодействия, условия работы, а следовательно, и методика расчёта аналогичны цилиндрическим.

3

десь
мы
рас-
смо
три
м
толь
ко
от-

КОНИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ



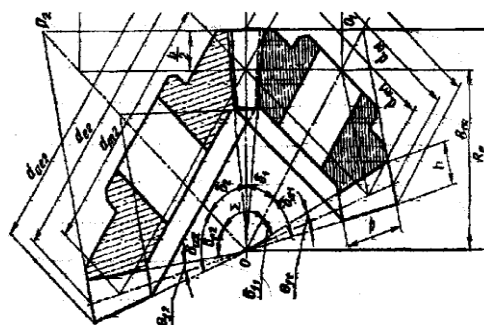
личительные особенности расчёта конических колёс.

Сначала конструктор выбирает внешний окружной модуль m_{te} , из которого рассчитывается вся геометрия зацепления, в частности, нормальный модуль в середине зуб $m_{nm} = m_{te} (1 - 0,5 b/R_e)$, где R_e – внешнее конусное расстояние.

Силы в конической передаче действуют аналогично цилиндрической, однако следует помнить, что из-за перпендикулярности осей радиальная сила на шестерне аналогична осевой силе для колеса и наоборот, а окружная сила при переходе от шестерни к колесу только меняет знак

$$\bar{F}_{r1} = -\bar{F}_{a2}; \quad \bar{F}_{r2} = \bar{F}_{a1}; \quad \bar{F}_{t1} = -\bar{F}_{t2}.$$

СХЕМА КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ



Прочностные расчёты конических колёс [45] проводят аналогично цилиндрическим, по той же методике [3]. Из условия контактной выносливости определяют внешний делительный диаметр d_{we} , из условия прочности на изгиб находят нормальный модуль в середине зуба m_{nm} . При этом в расчёт принимаются воображаемые эквивалентные колёса с числами зубьев $Z_{э1,2} = Z_{1,2} / \cos \delta_{1,2}$ и диаметры $d_{э1,2} = m_{te} Z_{1,2} / \cos \delta_{1,2}$. Здесь Z_1, Z_2 – фактические числа зубьев конических колёс. При этом числа $Z_{э1,2}$ могут быть дробными.

В эквивалентных цилиндрических колёсах [32] диаметр начальной окружности и модуль соответствуют среднему сечению конического зуба, вместо межосевого расстояния берётся среднее конусное расстояние [45], а профили эквивалентных зубьев получают развёрткой дополнительного конуса на плоскость.

Расчёт закрытой конической зубчатой передачи

Наибольшее применение в редукторостроении получили прямозубые конические колёса, у которых оси валов пересекаются под углом $\Sigma = 90^\circ$ (рис. 116)

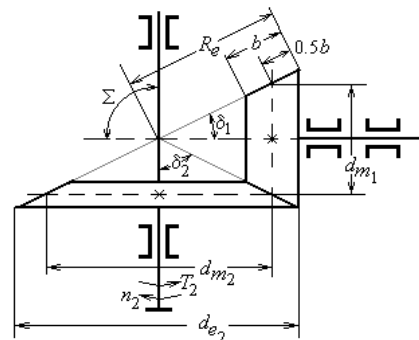


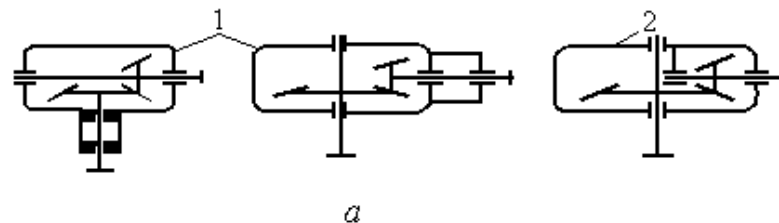
Рис. 116

Проектный расчёт. Основной габаритный размер передачи – делительный диаметр колеса по внешнему торцу – рассчитывают по формуле [1]:

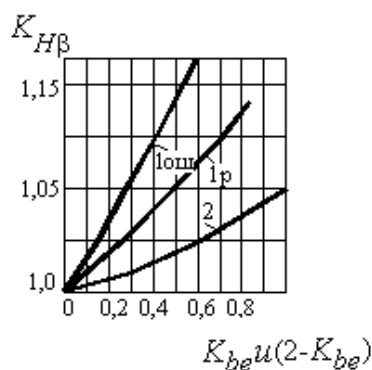
$$d_{e2} \geq 1,7 \cdot 3 \sqrt{\frac{E_{np} \cdot T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot u_p}{0,85 \cdot [\sigma_H]^2 \cdot (1 - K_{be}) \cdot K_{be}}}$$

где E_{np} – приведённый модуль упругости, для стальных колёс $E_{np} = E_{стали} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; T_2 – вращающий момент на валу колеса, Н·мм (см. п.2.3);

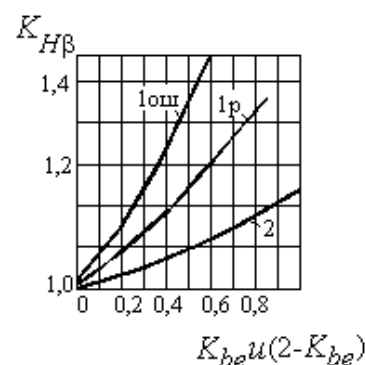
$K_{H\beta}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине зуба, определяют по графикам на рис. 117.



a



б



в

Рис. 117

Здесь K_{be} – коэффициент ширины зубчатого венца относительно внешнего конусного расстояния, $K_{be} = b_w/R_e$. Рекомендуют принять $K_{be} \leq 0,3$. Меньшие значения назначают для неприрабатываемых зубчатых колёс, когда $H1$ и $H2 > 350$ HB или $V > 15$ м/с.

Наиболее распространено в редукторостроении значение $K_{be} = 0,285$, тогда предыдущее выражение для определения делительного диаметра по внешнему торцу колеса принимает вид

$$d_{e2} \geq 2,9 \cdot 3 \sqrt{\frac{E_{\cdot p} \cdot T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot u_p}{0,85 \cdot [\sigma_H]^2}},$$

где u_p – расчетное передаточное число конической передачи.

Геометрический расчёт. Определяют диаметр шестерни по внешнему торцу

$$d_{l_{1p}} = \frac{d_{l_{2p}}}{u_p}.$$

Число зубьев шестерни Z'_1 назначают по рекомендациям, представленным на рис. 118.

По значению Z'_1 определяют число зубьев шестерни:

$$z_1 = 1,6z'_1 \text{ при } H1 \text{ и } H2 \leq 350 \text{ HB},$$

$$z_1 = 1,3z'_1 \text{ при } H1 \geq 45 \text{ HRC и } H2 \leq 350 \text{ HB},$$

$$z_1 = z'_1 \text{ при } H1 \text{ и } H2 \geq 45 \text{ HRC}.$$

Вычисленное значение z_1 округляют до целого числа.

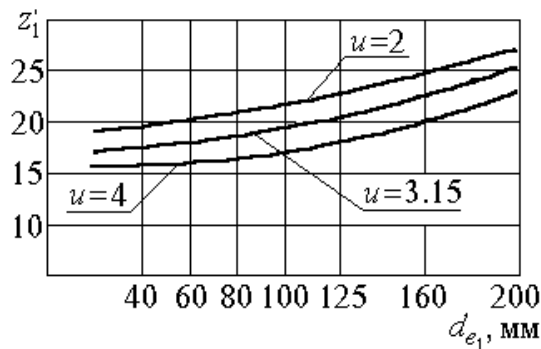


Рис. 118

Определяют число зубьев колеса $z_2 = u \cdot z_1$.

Вычисленное значение z_2 округляют до целого числа. После этого необходимо уточнить:

- передаточное число передачи $u_{\phi} = z_2/z_1$,
- угол делительного конуса колеса $\delta_{2\phi} = \text{arctg } u_{\phi}$,
- угол делительного конуса шестерни $\delta_{1\phi} = 90 - \delta_{2\phi}$,
- внешний окружной модуль $m_e = d_{e2}/z_2$.

Рекомендуется округлить m_e до стандартного значения $m_{e\phi}$ по ряду модулей: 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10. После этого уточняют величины диаметров $d_{e1\phi} = m_{e\phi} \cdot z_1$ и $d_{e2\phi} = m_{e\phi} \cdot z_2$.

Рассчитывают величину внешнего конусного расстояния передачи (рис. 116)

$$R_e = \frac{d_{e2\phi}}{2 \cdot \sin \delta_{2\phi}}$$

Рабочая ширина зубчатого венца колеса $b_w = K_{be} \cdot R_e$.

Полученное значение b_w округляют до ближайшего из ряда нормальных линейных размеров (табл. 4).

Определяют расчётный модуль зацепления в среднем сечении зуба

$$m_m = m_{e\phi} (1 - 0,5 b_w / R_e)$$

При этом найденное значение m_m не округляют!

Рассчитывают внешнюю высоту головки зуба $h_{ae} = m_{e\phi}$.

Внешнюю высоту ножки зуба определяют как $h_{fe} = 1,2 m_{e\phi}$.

Внешний диаметр вершин зубьев колёс рассчитывают по формуле

$$d_{ae1,2} = d_{e1,2} + 2 \cdot h_{ae} \cdot \cos \delta_{1,2}$$

Угол ножки зуба рассчитывают по формуле $\theta_f = \arctg(h_{fe} / R_e)$.

Проверочный расчёт. При расчёте на выносливость зубьев колёс по контактным напряжениям проверяют выполнение условия

$$\sigma_H = 1,18 \sqrt{\frac{E_{np} \cdot T_1 \cdot K_H}{0,85 \cdot d_{m1}^2 \cdot b_w \cdot \sin 2\alpha_w} \cdot \frac{\sqrt{u_\phi^2 + 1}}{u_\phi}} \leq [\sigma_H]$$

где E_{np} – приведённый модуль упругости, для стальных колёс $E_{np} = E_{стали} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа ;

$$T_1 = \frac{T_2}{u_\phi \cdot \eta_{пер}} ;$$

T_1 – вращающий момент на шестерне, Н·мм,

здесь $\eta_{пер}$ – КПД передачи.

K_H – коэффициент расчётной нагрузки, $K_H = K_{H\beta} \cdot K_{HV}$; коэффициент концентрации нагрузки $K_{H\beta}$ найден ранее по графикам рис. 117.

K_{HV} – коэффициент динамической нагрузки, находят по табл. 6 с понижением на одну

степень точности против фактической, назначенной по окружной скорости $V = \frac{\pi d_{m1} n_1}{60000}$ в соответствии с рекомендациями (табл. 5);

d_{m1} – делительный диаметр шестерни в среднем сечении зуба,

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1 ;$$

α_w – угол зацепления, $\alpha_w = 20^\circ$.

Далее проверяют зубья колёс на выносливость по напряжениям изгиба по формулам [1]:

$$\sigma_{F1} = \frac{F_t \cdot K_F \cdot Y_{F1}}{0,85 \cdot b_w \cdot m_m} \leq [\sigma_F]_1 \quad \text{и} \quad \sigma_{F2} = \sigma_{F1} Y_{F2} / Y_{F1} \leq [\sigma_F]_2,$$

где F_t – окружное усилие в зацеплении, Н, $F_t = 2T_1/d_{m1}$;
 K_F – коэффициент расчётной нагрузки, $K_F = K_{F\beta} \cdot K_{FV}$. Здесь $K_{F\beta} = 1 + 1,5 \cdot (K_{H\beta} - 1)$,
а K_{FV} определяют по табл. 6 с понижением точности на одну степень против фактической.

$Y_{F1,2}$ – коэффициент формы зуба соответственно шестерни и колеса, находят по табл. 2.9 в зависимости от эквивалентного числа зубьев колёс

$$z_{V1,2} = z_{1,2} / \cos \delta_{\phi 1,2}$$

Проектный расчёт открытой конической прямозубой передачи

Модуль зацепления в среднем сечении зуба конического колеса рассчитывают по формуле

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{3T_{\text{вых}} \cdot 10^3 \cdot K_{F\beta} \cdot Y_{F3}}{0,85 \cdot z_3 \cdot \psi_m \cdot [\sigma_{F3}]}}$$

где, кроме рассмотренных выше величин (см. п. 2.6), рекомендуют назначить

$$\psi_m = b_w / m_m \leq 10 \text{ и } K_{F\beta} = 1,1 \dots 1,2.$$

Далее рассчитывают основные геометрические параметры зубчатых колёс открытой передачи:

- ширину зубчатого венца $b_w = \psi_m \cdot m_m$ (с округлением до целого числа по ряду нормальных линейных размеров);
- делительный диаметр в среднем сечении зуба шестерни $d_{m3} = m_m \cdot z_3$;
- по заданному (или принятому) передаточному числу $u_{отк}$ находим угол при вершине делительного конуса $\delta_3 = \text{arccctg } u_{отк}$;

$$R_m = \frac{d_{m3}}{2 \cdot \sin \delta_3};$$

- среднее конусное расстояние

$$R_e = R_m + 0,5 \cdot b_w;$$

- внешнее конусное расстояние

$$m_e = m_m \cdot R_e / R_m;$$

- модуль зацепления на внешнем торце

$$d_{e3} = d_{m3} \cdot R_e / R_m.$$

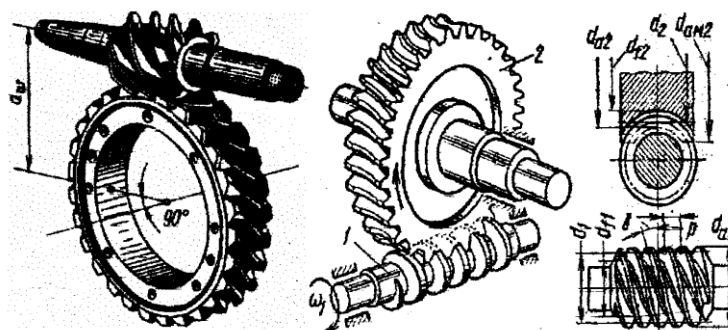
- внешний делительный диаметр шестерни

Проверочный расчёт такой передачи на выносливость по контактным напряжениям выполняют в соответствии с п.2.7 («Расчет закрытой конической зубчатой передачи»).

Червячные передачи

Червячная передача имеет перекрещивающиеся оси валов, обычно под углом 90° . Она состоит из червяка – винта с трапециевидальной резьбой и зубчатого червячного колеса с зубьями соответствующей специфической формы.

КОНСТРУКЦИЯ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ



Движение в червячной передаче преобразуется по принципу винтовой пары. Изобретателем червячных передач считают Архимеда.

Достоинства червячных передач:

- + большое передаточное отношение (до 80);
- + плавность и бесшумность хода.

В отличие от эвольвентных зацеплений, где преобладает контактное качение, виток червяка скользит по зубу колеса. Следовательно, червячные передачи имеют "по определению" один фундаментальный недостаток: **высокое трение в зацеплении**. Это ведёт к низкому КПД (на 20-30% ниже, чем у зубчатых), износу, нагреву и необходимости применять дорогие антифрикционные материалы.

Кроме того, помимо достоинств и недостатков, червячные передачи имеют важное свойство: **движение передаётся только от червяка к колесу**, а не наоборот. Никакой вращающий момент, приложенный к колесу, не заставит вращаться червяк. Именно поэтому червячные передачи находят применение в подъёмных механизмах, например в лифтах. Там электродвигатель соединён с червяком, а трос пассажирской кабины намотан на вал червячного колеса во избежание самопроизвольного опускания или падения.

Это свойство не надо путать с реверсивностью механизма. Ведь направление вращения червяка может быть любым, приводя либо к подъёму, либо к спуску той же лифтовой кабины.

Передаточное отношение червячной передачи находят аналогично цилиндрической

$$U = n_1 / n_2 = Z_2 / Z_1.$$

Здесь Z_2 – число зубьев колеса, а роль числа зубьев шестерни Z_1 выполняет число заходов червяка, которое обычно бывает равно 1, 2, 3 или 4.

Очевидно, что однозаходный червяк даёт наибольшее передаточное отношение, однако наивысший КПД достигается при многозаходных червяках, что связано с уменьшением трения за счёт роста угла трения.

Основные причины выхода из строя червячных передач:

- ✗ поверхностное выкрашивание и схватывание;
- ✗ излом зуба.

Это напоминает характерные дефекты зубчатых передач, поэтому и расчёты проводятся аналогично.

В осевом сечении червячная пара фактически представляет собой прямоочное реечное зацепление, где радиус кривизны боковой поверхности "рейки" (винта червяка) ρ_1 равен бесконечности и, следовательно, приведённый радиус кривизны равен радиусу кривизны зуба колеса $\rho_{np} = \rho_2$.



Далее расчёт проводится по формуле Герца-Беляева. Из проектировочного расчёта находят осевой модуль червяка, а по нему и все геометрические параметры зацепления.

Особенность расчёта на изгиб состоит в том, что принимается эквивалентное число зубьев $Z_{эkv} = Z_2 / \cos^3 \gamma$, где γ - угол подъёма витков червяка.

Вследствие нагрева, вызванного трением, червячные передачи нуждаются также и в тепловом расчёте. Практика показывает, что механизм опасно нагревать выше 95°C . Допускаемая температура назначается 65°C .

Уравнение для теплового расчёта составляется из баланса тепловой энергии, а именно: **выделяемое червячной парой тепло должно полностью отводиться в окружающую среду**

$$Q_{\text{выделяемое}} = Q_{\text{отводимое}}.$$

Решая это уравнение, находим температуру редуктора, передающего заданную мощность N

$$t = [860N(1-\eta)] / [K_T S(1-\Psi)] + t_o.$$

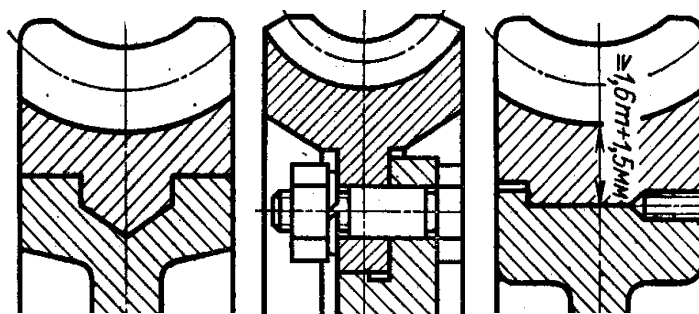
где K_T – коэффициент теплоотдачи, S – поверхность охлаждения (корпус), t_o – температура окружающей среды, Ψ – коэффициент теплоотвода в пол.

В случае, когда расчётная температура превышает допускаемую, то следует предусмотреть отвод избыточной теплоты. Это достигается оребрением редуктора, искусственной вентиляцией, змеевиками с охлаждающей жидкостью в масляной ванне и т.д.

Оптимальная пара трения это «сталь по бронзе». Поэтому при стальном червяке червячные колёса должны выполняться из бронзовых сплавов. Однако цветные металлы дороги и поэтому из бронзы выполняется лишь зубчатый венец, который крепится на сравнительно дешёвой стальной ступице. Таким образом, червячное колесо – сборочная единица, где самые популярные способы крепления венца это либо центробежное литьё в кольцевую канавку ступицы; либо крепление венца к ступице болтами за фланец; либо посадка с натягом и стопорение винтами для предотвращения взаимного смещения венца и ступицы.

Крепление венца к ступице должно обеспечивать фиксацию как от проворота (осевая сила червяка = окружной силе колеса), так и от осевого «снятия» венца (окружная сила червяка = осевой силе колеса).

СОЕДИНЕНИЕ ВЕНЦА СО СТУПИЦЕЙ



ОТЛИВКА

ФЛАНЕЦ

Контрольные вопросы и задания

1. Каково назначение передач в машинах ?
2. Каковы области применения прямозубых и косозубых передач ?
3. Каковы сравнительные достоинства прямозубых и косозубых колёс ?
4. Как определяется передаточное отношение и передаточное число ?
5. Каковы главные виды разрушений зубчатых колёс ?
6. Какие силы действуют в зубчатом зацеплении ?
7. Какие допущения принимаются при расчёте зубьев на контактную прочность ?
8. По какой расчётной схеме выполняется расчёт зубьев на изгиб ?
9. В чём заключаются достоинства и недостатки планетарных передач ?
10. Для чего созданы волновые передачи и в чём заключается принцип их работы ?
11. В чём заключаются достоинства и недостатки волновых передач ?
12. Для чего созданы зацепления Новикова и в чём заключается принцип конструкции их зубьев ?
13. В чём заключаются достоинства и недостатки зацеплений Новикова ?
14. В чём заключается принцип конструкции червячной передачи ?
15. Каковы достоинства и недостатки червячных передач ?
16. Какое свойство червячной передачи отличает её от других передач ?
17. Каковы основные причины поломок червячных передач ?
18. Из каких условий находят температуру червячной передачи ?
19. Какие методы могут применяться для снижения температуры червячной передачи ?

20.Какие материалы должны применяться для червячной передачи ?

21.Каковы особенности конструкции червячных колёс ?

Лекция 16 Передачи трением

1.Фрикционные передачи

2.Ременные передачи. Проектный расчёт

16.1. Фрикционные передачи

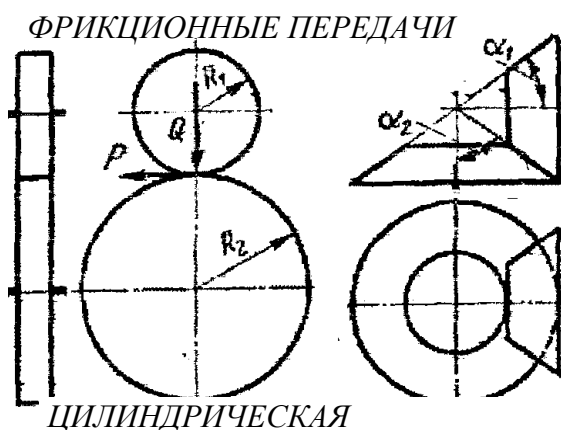
Передают движение за счёт сил трения (*лат. frictio – трение*). Простейшие передачи состоят из двух цилиндрических роликов - катков.

Главное условие работ в том, что момент сил должен быть больше перегиба момента.

Передаточное отношение фрикционной передачи определяется как отношение частот вращения.

$$U = n_1/n_2 = D_2/[D_1(1 - \varepsilon)],$$

где ε – коэффициент скольжения (0,05 – для передач "всухую"; 0,01 – для большими передаточными отношениями).



Простейшие передачи состоят из двух цилиндрических роликов - катков.

Главное условие работ в том, что момент сил должен быть больше перегиба момента.

Передаточное отношение фрикционной передачи определяется как отношение частот вращения.

где ε – коэффициент скольжения (0,05 – для передач со смазкой и

Для конической передачи – вместо диаметров берут углы конусов.

Фрикционные передачи выполняются либо с постоянным, либо с регулируемым передаточным отношением (вариаторы).

Передачи с постоянным передаточным отношением применяются редко, главным образом, в кинематических цепях приборов, например, магнитофонов и т.п. Они уступают зубчатым передачам в несущей способности. Зато фрикционные вариаторы применяют как в кинематических, так и в силовых передачах для бесступенчатого регулирования скорости. Зубчатые передачи не позволяют такого регулирования.

Достоинства фрикционных передач:

- + простота тел качения;
- + равномерность вращения, что удобно для приборов;
- + возможность плавного регулирования скорости;

+ отсутствие мёртвого хода при реверсе передачи.

Недостатки фрикционных передач:

- потребность в прижимных устройствах;
- большие нагрузки на валы, т.к. необходимо прижатие дисков;
- большие потери на трение;
- повреждение катков при пробуксовке;
- неточность передаточных отношений из-за пробуксовки.

Основными видами поломок фрикционных передач являются:

✗ усталостное выкрашивание (в передачах с жидкостным трением смазки, когда износ сводится к минимуму);

✗ износ (в передачах без смазки);

✗ задиры поверхности при пробуксовке.

Поскольку всё это следствие высоких контактных напряжений сжатия, то в качестве проекторочного выполняется расчёт по допускаемым контактным напряжениям [29]. Здесь применяется формула Герца-Беляева, которая, собственно говоря, и была выведена для этого случая. Исходя из допускаемых контактных напряжений, свойств материала и передаваемой мощности определяются диаметры фрикционных колёс

$$D_1 = 2 \cdot \sqrt[3]{E \frac{\beta}{\psi f} \cdot \frac{N_1}{n_2} \left(\frac{1292}{U[\sigma]_K} \right)^2}; \quad D_2 = UD_1.$$

Основные требования к материалам фрикционных колёс:

➔ высокая износостойкость и поверхностная прочность;

➔ высокий коэффициент трения (во избежание больших сил сжатия);

➔ высокий модуль упругости (чтобы площадка контакта, а значит и потери на трение

были малы).

Наиболее пригодными оказываются шарикоподшипниковые стали типа ШХ15 или 18ХГТ, 18Х2Н4МА.

Разработаны специальные фрикционные пластмассы с асбестовым и целлюлозным наполнителем, коэффициент трения которых достигает 0,5. Широко применяется текстолит.

Более надёжны передачи, у которых ведущий каток твёрже, чем ведомый, т.к. тогда при пробуксовке не образуются лыски.

Применяются обрешиненные катки, однако их коэффициент трения падает с ростом влажности воздуха.

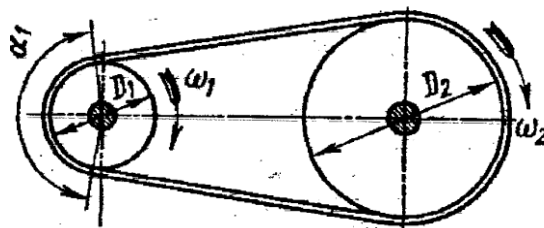
Для крупных передач применяют прессованный асбест, прорезиненную ткань и кожу.

16.2 Ременные передачи

Являются разновидностью фрикционных передач, где движение передаётся посредством специального кольцевого замкнутого ремня.

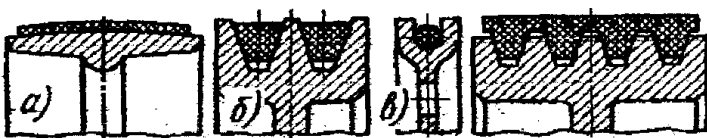
Ременные передачи применяются для привода агрегатов от электродвигателей малой и средней мощности; для привода от маломощных двигателей внутреннего сгорания.

СХЕМА РЕМЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ



Ремни имеют различные сечения:

ОСНОВНЫЕ СЕЧЕНИЯ РЕМНЕЙ



а) плоские, прямоугольного сечения;

- б) трапециевидные, клиновые;
- в) круглого сечения;
- г) поликлиновые.

Наибольшее распространение имеют плоские и клиновые ремни. Плоские ремни применяются как простейшие, с минимальными напряжениями изгиба, а клиновые имеют повышенную тяговую способность.

Клиновые ремни применяют по несколько штук, чтобы варьировать нагрузочную способность и несколько повысить надёжность передачи. Кроме того, один толстый ремень, поставленный вместо нескольких тонких будет иметь гораздо большие напряжения изгиба при огибании шкива.

В лёгких передачах благодаря закручиванию ремня можно передавать вращение между параллельными, пересекающимися, вращающимися в противоположные стороны валами. Это возможно потому, что жёсткость на кручение ремней вследствие их малой толщины и малого модуля упругости мала.

Достоинства ременных передач:

- + передача движения на средние расстояния;
- + плавность работы и бесшумность;
- + возможность работы при высоких оборотах;
- + дешевизна.

Недостатки ременных передач:

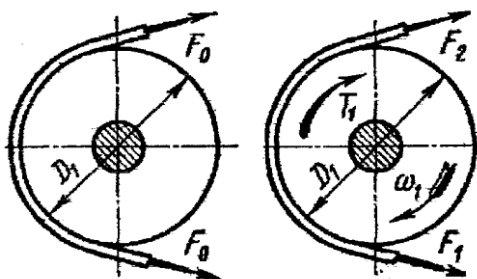
- большие габариты передачи;
- неизбежное проскальзывание ремня;
- высокие нагрузки на валы и опоры из-за натяжения ремня;
- потребность в натяжных устройствах;
- опасность попадания масла на ремень;
- малая долговечность при больших скоростях.

Основные критерии расчёта ременных передач:

- тяговая способность или прочность сцепления ремня со шкивом;
- долговечность ремня.

Если не будет выдержано первое условие, ремень начнёт буксовать, если не выполнить второе – ремень быстро разорвётся. Поэтому основным расчётом ременных передач является расчёт по тяговой способности. Расчёт на долговечность выполняется, как проверочный [24,25,29].

СИЛЫ В ВЕТВЯХ РЕМНЯ



ХОЛОСТОЙ ХОД С НАГРУЗКОЙ

Для создания трения ремень надевают с предварительным натяжением F_0 . В покое или на холостом ходу ветви ремня натянуты одинаково. При передаче вращающего момента T_1 натяжения в ветвях перераспределяются: ведущая ветвь натягивается до силы F_1 , а натяжение ведомой ветви уменьшается до F_2 . Составляя уравнение равновесия моментов относительно оси вращения имеем $-T_1 + F_1 D_1/2 - F_2 D_2/2 = 0$ или $F_1 - F_2 = F_t$, где F_t – окружная сила на шкиве $F_t = 2T_1/D_1$.

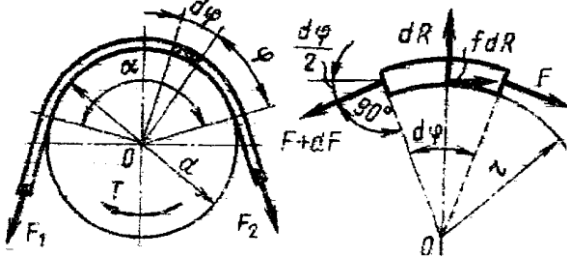
Общая длина ремня не зависит от нагрузки [16], следовательно, суммарное натяжение ветвей остаётся постоянным: $F_1 + F_2 = 2F_0$. Таким образом, получаем систему двух уравнений с тремя неизвестными:

$$F_1 = F_0 + F_t/2; \quad F_2 = F_0 - F_t/2.$$

Эти уравнения устанавливают изменение натяжения ветвей в зависимости от нагрузки F_t , но не показывают нам тяговую способность передачи, которая связана с силой трения меж-

ду ремнём и шкивом. Такая связь установлена Л.Эйлером с помощью дифференциального анализа.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СИЛ В РЕМНЕ



Рассмотрим элементарный участок ремня $d\varphi$. Для него dR – нормальная реакция шкива на элемент ремня, fdR – элементарная сила трения. По условию равновесия суммы моментов

$$rF + rfdR - r(F + dF) = 0.$$

Сумма горизонтальных проекций сил:

$$dR - F\sin(d\varphi/2) - (F+dF)\sin(d\varphi/2) = 0.$$

Отбрасывая члены второго порядка малости и помня, что синус бесконечно малого угла равен самому углу, Эйлер получил простейшее дифференциальное уравнение: $dF/F = f d\varphi$.

Интегрируя левую часть этого уравнения в пределах от F_1 до F_2 , а правую часть в пределах угла обхвата ремня получаем: $F_1 = F_2 e^{f\alpha}$.

Теперь стало возможным найти все неизвестные силы в ветвях ремня:

$$F_1 = F_2 e^{f\alpha} / (e^{f\alpha} - 1); \quad F_2 = F_1 / (e^{f\alpha} - 1); \quad F_0 = F_1 (e^{f\alpha} + 1) / 2(e^{f\alpha} - 1).$$

Полученные формулы устанавливают связь натяжения ремней с передаваемой нагрузкой F_t , коэффициентом трения f и углом обхвата α . Они позволяют вычислить минимальное предварительное натяжение ремня F_0 , при котором уже станет возможной передача требуемого вращающего усилия F_t .

Нетрудно увидеть, что увеличение f и α улучшает работу передачи. На этом основаны идеи клиноременной передачи (повышается f) и натяжных роликов (повышается α).

При круговом движении ремня на него действует центробежная сила $F_v = \rho S v^2$, где S - площадь сечения ремня. Центробежная сила стремится оторвать ремень от шкива и тем самым понижает нагрузочную способность передачи.

В ремне действуют следующие напряжения:

→ предварительное напряжение (от силы натяжения F_0) $\sigma_0 = F_0 / S$;

→ "полезное" напряжение (от полезной нагрузки F_t) $\sigma_n = F_t / S$;

→ напряжение изгиба $\sigma_u = \delta E / D$ (δ – толщина ремня, E – модуль упругости ремня, D – диаметр шкива);

→ напряжения от центробежных сил $\sigma_v = F_v / S$.

Наибольшее суммарное напряжение возникает в сечении ремня в месте его набегания на малый шкив $\sigma_{\max} = \sigma_0 + \sigma_n + \sigma_u + \sigma_v$.

При этом напряжения изгиба не влияют на тяговую способность передачи, однако являются главной причиной усталостного разрушения ремня.

Силы натяжения ветвей ремня (кроме центробежных) воспринимаются опорами вала. Равнодействующая нагрузка на опору $F_r \approx 2 F_0 \cos(\beta/2)$. Обычно эта радиальная нагрузка на опору в 2 ... 3 раза больше передаваемой ремнём вращающей силы.

Порядок проектного расчёта плоскоременной передачи

1. Выбирают тип ремня.
2. Определяют диаметр малого шкива $D_1 = (110 \dots 130) (N/n)^{1/3}$, где N – мощность, KBT , n – частота вращения, $об/мин$, подбирают ближайший по ГОСТ 17383-73.
3. Выбирают межосевое расстояние, подходящее для конструкции машины $2(D_1 + D_2) \leq a \leq 15m$.
4. Проверяют угол обхвата на малом шкиве: $\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ (D_2 - D_1) / a$, рекомендуется $[\alpha_1] \geq 150^\circ$, при необходимости на ведомой нити ремня применяют натяжной ролик, который позволяет даже при малых межосевых расстояниях получить угол обхвата более 180° . Угол обхвата можно измерить по вычерченной в масштабе схеме передачи.
5. По передаваемой мощности N и скорости v ремня определяют ширину $b \geq N / (vz[p])$ и площадь ремня $F \geq N / (v[k])$, где $[p]$ – допуская нагрузка на $1mm$ ширины прокладки, $[k]$ – допуская нагрузка на единицу площади сечения ремня.

6. Подбирают требуемый ремень по ГОСТ 101-54; 6982-54; 18679-73; 6982-75; 23831-79; ОСТ 17-969-84.

7. Проверяют ресурс передачи $N=3600v_{z_{ли}}T$.

8. Вычисляют силы, действующие на валы передачи $F_R = F_o \cos(\beta/2)$.

Порядок проектного расчёта клиноременной передачи

1. Выбирают по ГОСТ 1284-68; 1284.1-80; 5813-76; РТМ 51015-70 профиль ремня. Большие размеры в таблицах соответствуют тихоходным, а меньшие – быстроходным передачам.

2. Определяют диаметр малого шкива.

3. Выбирают межосевое расстояние, подходящее для конструкции машины $0,55(D_M + D_6) + h \leq a \leq 2(D_1 + D_2)$, где h – высота сечения ремня.

4. Находят длину ремня и округляют её до ближайшего стандартного значения.

5. Проверяют частоту пробегов ремня и если она выше допустимой, то увеличивают диаметры шкивов или длину ремня.

6. Окончательно уточняют межосевое расстояние.

7. Определяют угол обхвата на малом шкиве $\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ (D_2 - D_1)/a$, рекомендуется $[\alpha_1] \geq 120^\circ$.

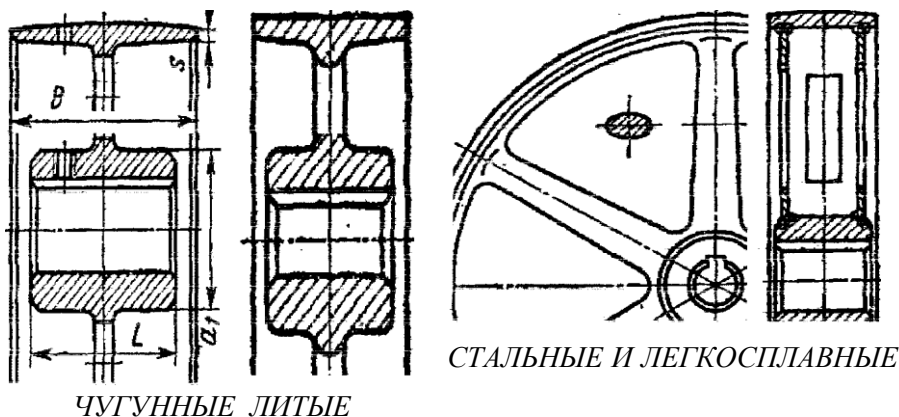
8. По тяговой способности определяют число ремней.

9. При необходимости проверяют ресурс.

10. Вычисляют силы, действующие на валы передачи.

Шкивы плоскоременных передач имеют: обод, несущий ремень, ступицу, сажаемую на вал и спицы или диск, соединяющий обод и ступицу.

ПЛОСКОРЕМЕННЫЕ ШКИВЫ



Шкивы обычно изготавливают чугунными литыми, стальными, сварными или сборными, литыми из лёгких сплавов и пластмасс. Диаметры шкивов определяют из расчёта ременной передачи, а потом округляют до ближайшего значения из ряда $R40$ (ГОСТ 17383-73*). Ширину шкива выбирают в зависимости от ширины ремня [32].

Во избежание сползания ремня их рабочие поверхности делают выпуклыми. Шероховатость $R_z \leq 10$ мкм.

Чугунные шкивы применяют при скоростях до $30 \div 45$ м/с. Шкивы малых диаметров до 350 мм имеют сплошные диски, шкивы больших диаметров – ступицы эллиптического переменного сечения. Стальные сварные шкивы применяют при скоростях $60 \div 80$ м/с. Шкивы из лёгких сплавов перспективны для быстроходных передач до 100 м/с.

Плоские ремни должны обеспечивать:

- ➔ прочность при переменных напряжениях;
- ➔ износостойкость;
- ➔ высокое трение со шкивами;
- ➔ малую изгибную жёсткость.

Этим условиям удовлетворяют высококачественная кожа и синтетические материалы (резина), армированные белтинговым тканевым (ГОСТ 6982-54), полимерным (капрон, полиамид С-6, каучук СКН-40, латекс) или металлическим кордом. Применяются прорезиненные тканевые ремни (ГОСТ 101-54), слоистые нарезные ремни с резиновыми прослойками, полойно и спирально завёрнутые ремни. В сырых помещениях и агрессивных средах применяют ремни с резиновыми прокладками [32].

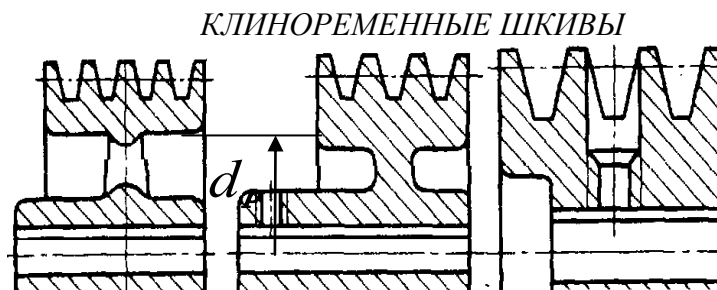
Ремни выпускают конечными и поставляют в рулонах. Соединение концов ремней оказывает большое влияние на работу передачи, особенно при больших скоростях. Выбирая тип соединения следует учитывать рекомендации специальной литературы. Самый совершенный способ соединения – склеивание, которое производят для однородных ремней по косому срезу (а), для слоёных по ступенчатой поверхности (б). Надёжным способом считают сшивку встык жильными струнами (в,г). Из механических соединений лучшими являются проволоочные спирали, которые продеваются в отверстия и после прессования обжимают концы ремней (д).



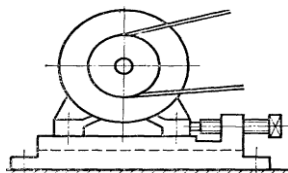
Клиноременные шкивы выполняют из тех же материалов, что и плоскоременные. Известны сборные шкивы из стальных тарелок.

Быстроходные шкивы требуют балансировки.

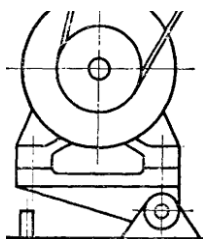
Материалы клиновых ремней в основном те же, что и для плоских. Выполняются прорезиненные ремни с тканевой обёрткой для большего трения, кордотканевые (многослойный корд) и кордошнуровые ремни (шнур, намотанный по винтовой линии), ремни с несущим слоем из двух канатиков. Иногда для уменьшения изгибных напряжений применяют гофры на внутренней и наружных поверхностях ремня. Клиновые ремни выпускают бесконечными (кольца). Угол клина ремня 40° .



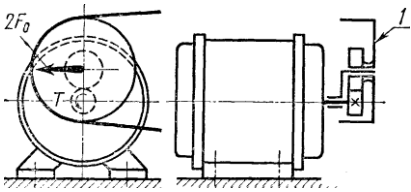
Натяжение ремня существенно влияет на долговечность, тяговую способность и к.п.д. передачи. Чем выше предварительное натяжение ремня F_0 , тем больше тяговая способность и к.п.д., но меньше долговечность ремня. Натяжение ремня в передачах осуществляется:



→ Устройствами периодического действия, где ремень натягивается винтами. Ремень периодически подтягивается по мере вытяжки. Требуется систематическое наблюдение за передачей, иначе возможно буксование и быстрый износ ремня.



→ Устройствами постоянного действия, где натяжение создаётся грузом, весом двигателя или пружиной. Часто натяжение происходит за счёт массы двигателя на качающейся плите. К таким устройствам относятся натяжные ролики. Натяжение ремня автоматически поддерживается постоянным.



→ Устройствами, автоматически регулирующими натяжение в зависимости от нагрузки с использованием сил и моментов, действующих в передаче. Шкив 1 установлен на качающемся рычаге, который также является осью ведомого колеса зубчатой передачи. Натяжение ремня $2F_0$ равно окружной силе на шестерне и пропорционально передаваемому моменту.

Контрольные вопросы и задания

1. За счёт каких сил передают движение фрикционные передачи ?
2. Каковы достоинства и недостатки фрикционных передач ?
3. Каковы основные виды поломок фрикционных передач ?
4. Какие материалы применяются для фрикционных передач ?
5. Какой деталью выделяются ременные передачи среди фрикционных ?
6. Какие силы действуют в ремне ?
7. Какие нагрузки действуют на опоры валов колёс ременной передачи ?
8. Как соединяются концы ремня ?
9. Какие существуют способы поддержания натяжения ремней ?

Лекция 17-18 Детали, обслуживающие вращательное движение

1. Оси и валы.
2. Подшипники
3. Муфты

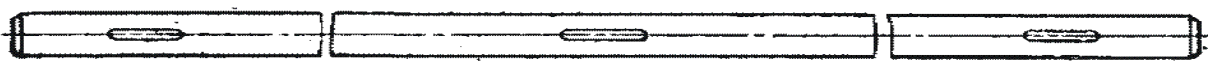
17.1. Оси и валы

Колёса передач установлены на специальных продолговатых деталях круглого сечения. Среди таких деталей различают оси и валы [7,11,38].

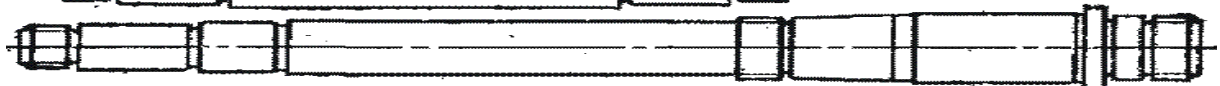
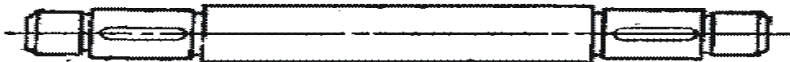
Ось – деталь, служащая для удержания колёс и центрирования их вращения. **Вал** – ось, передающая вращающий момент.

Не следует путать понятия "ось колеса", это деталь и "ось вращения", это геометрическая линия центров вращения.

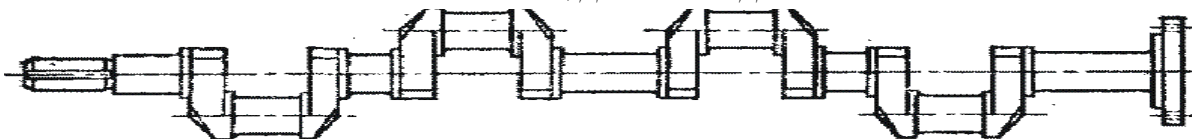
Формы валов и осей весьма многообразны от простейших цилиндров до сложных колленчатых конструкций. Известны конструкции гибких валов, которые предложил шведский инженер Карл де Лаваль ещё в 1889 г.



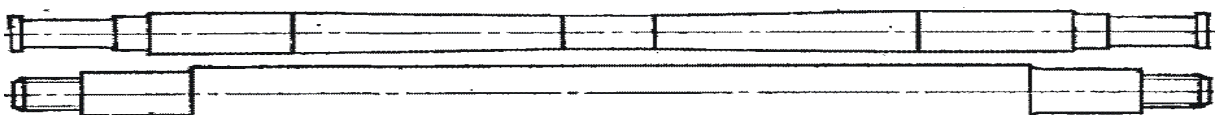
ВАЛЫ ПЕРЕДАЧ, НЕСУЩИЕ ДЕТАЛИ ПЕРЕДАЧ



КОРЕННЫЕ ВАЛЫ, НЕСУЩИЕ КРОМЕ ДЕТАЛЕЙ ПЕРЕДАЧ РАБОЧИЕ ОРГАНЫ МАШИН: КОЛЁСА, ДИСКИ И Т.Д.

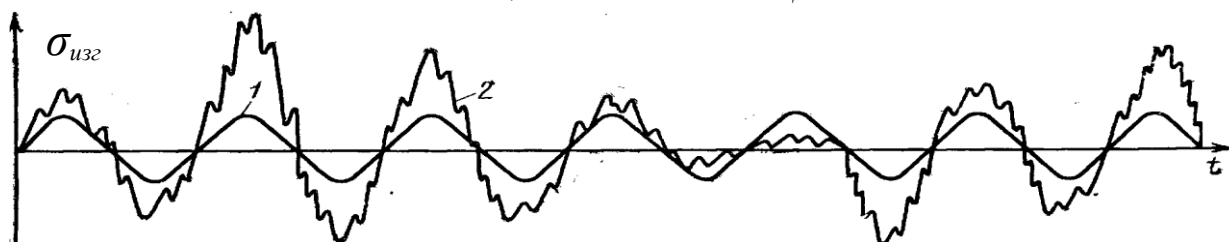


КОЛЕНЧАТЫЕ ВАЛЫ, НЕСУЩИЕ НА СЕБЕ ШАТУНЫ



Форма вала определяется распределением изгибающих и крутящих моментов по его длине. Правильно спроектированный вал представляет собой балку равного сопротивления.

1- НА МАЛОЙ СКОРОСТИ, 2- НА ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ СКОРОСТИ



КОЛЕБАНИЯ ИЗГИБНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ОСИ КОЛЁСНОЙ ПАРЫ В ДВИЖЕНИИ

Валы и оси вращаются, а следовательно, испытывают знакопеременные нагрузки, напряжения и деформации. Поэтому поломки валов и осей имеют усталостный характер.

Причины поломок валов и осей прослеживаются на всех этапах их «жизни».

1. На стадии проектирования – неверный выбор формы, неверная оценка концентраторов напряжений.

2. На стадии изготовления – надрезы, забоины, вмятины от небрежного обращения.

3. На стадии эксплуатации – неверная регулировка подшипниковых узлов.

Для работоспособности вала или оси необходимо обеспечить:

- ✓ объёмную прочность (способность сопротивляться $M_{изг}$ и $M_{крут}$);
- ✓ поверхностную прочность (особенно в местах соединения с другими деталями);
- ✓ жёсткость на изгиб;
- ✓ крутильную жёсткость (особенно для длинных валов).

Все валы в обязательном порядке рассчитывают **на объёмную прочность**.

Схемы нагружения валов и осей зависят от количества и места установки на них вращающихся деталей и направления действия сил. При сложном нагружении выбирают две ортогональные плоскости (например, фронтальную и горизонтальную) и рассматривают схему в каждой плоскости. Рассчитываются, конечно, не реальные конструкции, а упрощённые расчётные модели, представляющие собой балки на шарнирных опорах, балки с заделкой и даже статически неопределимые задачи [7].

При составлении расчётной схемы валы рассматривают как прямые бруссы, лежащие на шарнирных опорах. При выборе типа опоры полагают, что деформации валов малы и, если подшипник допускает хотя бы небольшой наклон или перемещение цапфы, его считают шарнирно-неподвижной или шарнирно-подвижной опорой. Подшипники скольжения или качения, воспринимающие одновременно радиальные и осевые усилия, рассматривают как шарнирно-неподвижные опоры, а подшипники, воспринимающие только радиальные усилия, - как шарнирно-подвижные.

Такие задачи хорошо известны студентам из курсов теоретической механики (статики) и сопротивления материалов.

Расчёт вала на объёмную прочность выполняют в три этапа.

1. Предварительный расчёт валов

Выполняется на стадии проработки Технического Задания, когда известны только вращающие моменты на всех валах машины. При этом считается, что вал испытывает только касательные напряжения кручения

$$\tau_{кр} = M_{вр} / W_p \leq [\tau]_{кр},$$

где W_p - полярный момент сопротивления сечения.

Для круглого сечения: $W_p = \pi d^3 / 16$, $[\tau]_{кр} = 15 \div 20 \text{ Н/мм}^2$.

Условие прочности по напряжениям кручения удобно решать относительно диаметра вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{вр}}{0,2[\tau]_{кр}}}$$

Это – минимальный диаметр вала. На всех других участках вала он может быть только больше. Вычисленный минимальный диаметр вала округляется до ближайшего большего из нормального ряда. Этот диаметр является исходным для дальнейшего проектирования.

II. Уточнённый расчёт валов

На данном этапе учитывают не только вращающий, но и изгибающие моменты. Выполняется на этапе эскизной компоновки, когда предварительно выбраны подшипники, известна длина всех участков вала, известно положение всех колёс на валу, рассчитаны силы, действующие на вал.

Чертятся расчётные схемы вала в двух плоскостях. По известным силам в зубчатых передачах и расстояниям до опор строятся эпюры изгибающих моментов в горизонтальной и фронтальной плоскостях. Затем вычисляется суммарный изгибающий момент

$$M_{изг_{сум}} = \sqrt{M_{zy}^2 + M_{xy}^2}.$$

Далее рассчитывается и строится эпюра эквивалентного "изгибающе-вращающего" момента

$$M_{экр} = \sqrt{M_{изг_{сум}}^2 + \alpha M_{вр}^2},$$

где $\alpha = 0,75$ или 1 в зависимости от принятой энергетической теории прочности [5], принимаемый большинством авторов равным 1 .

Вычисляется эквивалентное напряжение от совместного действия изгиба и кручения

$$\sigma_{экр} = M_{экр} / W_p.$$

Уравнение также решается относительно минимального диаметра вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{экр}}{0,2[\tau]}}$$

Или то же самое для сравнения с допускаемыми нормальными напряжениями:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{экр}}{0,1[\sigma]}}$$

Полученный в уточнённом расчёте минимальный диаметр вала принимается окончательно для дальнейшего проектирования.

III. Расчёт вала на выносливость

Выполняется как проверочный на стадии рабочего проектирования, когда практически готов рабочий чертёж вала, т.е. известна его точная форма, размеры и все концентраторы напряжений: шпоночные пазы, кольцевые канавки, сквозные и глухие отверстия, посадки с натягом, галтели (плавные, скруглённые переходы диаметров).

При расчёте полагается, что напряжения изгиба изменяются по симметричному циклу, а касательные напряжения кручения – по отнулевому пульсирующему циклу.

Проверочный расчёт вала на выносливость по существу сводится к определению фактического коэффициента запаса прочности n , который сравнивается с допускаемым

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n] = 1,5 \div 2.$$

Здесь n_σ и n_τ - коэффициенты запаса по нормальным и касательным напряжениям

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{k_\sigma \sigma_a / \varepsilon_\tau + \psi_\tau \sigma_m}, \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{k_\tau \tau_a / \varepsilon_\tau + \psi_\tau \tau_m},$$

где σ_{-1} и τ_{-1} – пределы выносливости материала вала при изгибе и кручении с симметричным циклом; k_σ и k_τ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и круче-

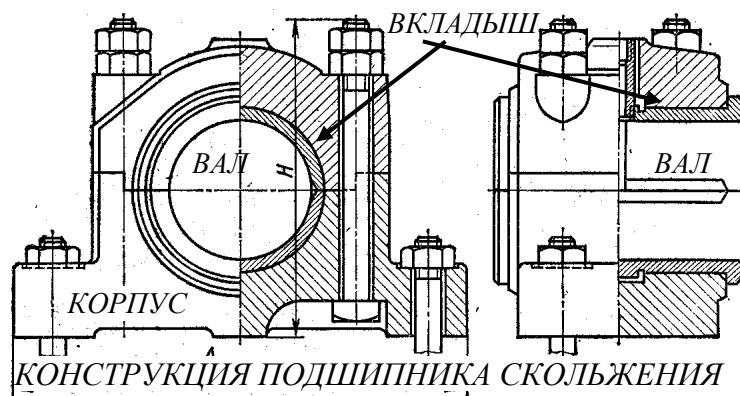
нии, учитывающие галтели, шпоночные канавки, прессовые посадки и резьбу; ε_a и ε_τ – масштабные коэффициенты диаметра вала; σ_a и τ_a – амплитудные значения напряжений; σ_m и τ_m – средние напряжения цикла ($\sigma_m = 0$, $\tau_m = \tau_a$); ψ_σ и ψ_τ – коэффициенты влияния среднего напряжения цикла на усталостную прочность зависят от типа стали.

Вычисление коэффициентов запаса прочности по напряжениям подробно излагалось в курсе "Сопротивление материалов", в разделе "Циклическое напряжённое состояние".

Если коэффициент запаса оказывается меньше требуемого, то сопротивление усталости можно существенно повысить, применив поверхностное упрочнение: азотирование, поверхностную закалку токами высокой частоты, дробеструйный наклёп, обкатку роликами и т.д. При этом можно повысить предел выносливости до 50% и более.

Контрольные

1. Чем различаются валы и оси?
2. Какой динамический характер имеют напряжения изгиба в валу?
3. Каковы особенности проектирования валов и осей?
4. В каком порядке выполняются этапы прочностного расчёта валов?
5. Какой диаметр определяется в проекторочном расчёте валов?



получить увеличение выносливости до

вопросы

ются валы и оси? динамический характер напряжения изгиба в валу? особенности проектирования валов и осей?

17.2. Подшипники

Подшипники скольжения

Основным элементом таких подшипников является вкладыш из антифрикционного материала или, по крайней мере, с антифрикционным покрытием. Вкладыш устанавливают (вкладывают) между валом и корпусом подшипника [43].

Трение скольжения безусловно больше трения качения, тем не менее, достоинства подшипников скольжения заключаются в многообразных областях использования:

- + в разъёмных конструкциях (см. рисунок);
- + при больших скоростях вращения (газодинамические подшипники в турбореактивных двигателях при $n > 10\,000$ об/мин);
- + при необходимости точного центрирования осей;
- + в машинах очень больших и очень малых габаритов;
- + в воде и других агрессивных средах.

Недостатки таких подшипников – трение и потребность в дорогих антифрикционных материалах.

Кроме того, подшипники скольжения применяют во вспомогательных, тихоходных, малоответственных механизмах.

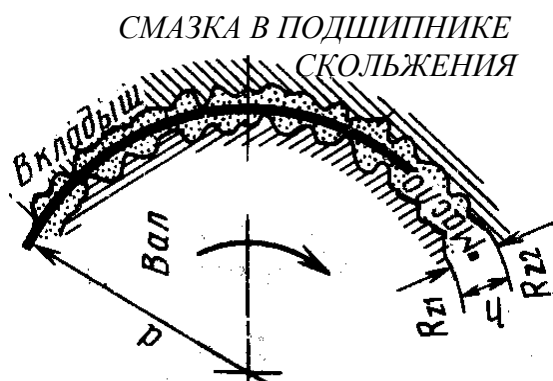
Характерные дефекты и поломки подшипников скольжения вызваны трением [41]:

- ✗ температурные дефекты (заедание и выплавление вкладыша);
- ✗ абразивный износ;
- ✗ усталостные разрушения вследствие пульсации нагрузок.

При всём многообразии и сложности конструктивных вариантов подшипниковых узлов скольжения принцип их устройства состоит в том, что между корпусом и валом устанавливается тонкостенная втулка из антифрикционного материала, как правило, бронзы или бронзовых сплавов, а для малонагруженных механизмов из пластмасс. Имеется успешный опыт эксплуатации в тепловозных дизелях М753 и М756 тонкостенных биметаллических вкладышей толщиной не более 4 мм, выполненных из стальной полосы и алюминиево-оловянного сплава АО 20-1.

Большинство радиальных подшипников имеет цилиндрический вкладыш, который, однако, может воспринимать и осевые нагрузки за счёт галтелей на валу и закругления кромок вкладыша. Подшипники с коническим вкладышем применяются редко, их используют при небольших нагрузках, когда необходимо систематически устранять ("отслеживать") зазор от износа подшипника для сохранения точности механизма.

Для правильной работы подшипников без износа поверхности цапфы и втулки должны быть разделены слоем смазки достаточной толщины. В зависимости от режима работы подшипника в нём может быть:

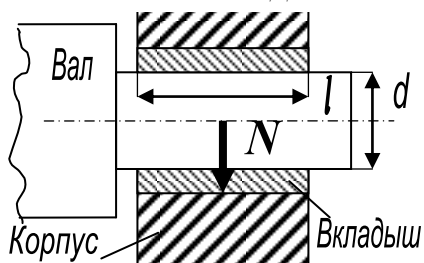


➔ **жидкостное трение**, когда рабочие поверхности вала и вкладыша разделены слоем масла, толщина которого больше суммы высот шероховатости поверхностей; при этом масло воспринимает внешнюю нагрузку, изолируя вал от вкладыша, предотвращая их износ. Сопротивление движению очень мало;

➔ **полужидкостное трение**, когда неровности вала и вкладыша могут касаться друг друга и в этих местах происходит их схватывание и отрыв частиц вкладыша. Такое трение приводит к абразивному износу даже без попадания пыли извне.

Обеспечение режима жидкостного трения является основным критерием расчёта большинства подшипников скольжения. При этом одновременно обеспечивается работоспособность по критериям износа и заедания.

СХЕМА РАСЧЁТА ПОДШИПНИКА



Критерием прочности, а следовательно, и работоспособности подшипника скольжения являются контактные напряжения в зоне трения или, что, в принципе, то же самое – контактное давление. Расчётное контактное давление сравнивают с допускаемым $p = N / (l d) \leq [p]$. Здесь N – сила нормального давления вала на втулку (реакция опоры), l – рабочая длина втулки подшипника, d – диаметр цапфы вала.

Иногда удобнее сравнивать расчётное и допускаемое произведение давления на скорость скольжения. Скорость скольжения легко рассчитать, зная диаметр и частоту вращения вала.

$$pV = \frac{NV}{ld} = \frac{2\pi * ndN}{60ld * 2} = \frac{Nn\pi}{60l} \leq [pV] = 2 \div 10 \frac{Hm}{мм^2 сек}.$$

Произведение давления на скорость скольжения характеризует тепловыделение и износ подшипника. Наиболее опасным является момент пуска механизма, т.к. в покое вал опускается ("ложится") на вкладыш и при начале движения неизбежно сухое трение.

Подшипники качения

Принцип их конструкции заключается в наличии между валом и корпусом группы одинаковых круглых тел, называемых телами качения [2,28].

ТЕЛА КАЧЕНИЯ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ПОДШИПНИКАХ



Это могут быть или шарики, или ролики (короткие толстые либо длинные иглообразные), или конические ролики, или бочкообразные, или даже спиралевидные пружины. Обычно подшипник выполняется как самостоятельная сборочная единица, состоящая из наружного и внутреннего колец, между которыми и помещены тела качения.

Тела качения во избежание ненужного контакта друг с другом и равномерного распределения по окружности заключены в специальную кольцеобразную обойму – сепаратор (*лат. Separatum – разделять*).

В некоторых конструкциях, где приходится бороться за уменьшение радиальных габаритов, применяются т.н. «бескольцевые» подшипники, когда тела качения установлены непосредственно между валом и корпусом. Однако нетрудно догадаться, что такие конструкции требуют сложной, индивидуальной, а, следовательно, и дорогой сборки-разборки.

Достоинства подшипников качения:

- + низкое трение, низкий нагрев;
- + экономия смазки;
- + высокий уровень стандартизации;
- + экономия дорогих антифрикционных материалов.

Недостатки подшипников качения:

- _ высокие габариты (особенно радиальные) и вес;
- _ высокие требования к оптимизации выбора типоразмера;
- _ слабая виброзащита, более того, подшипники сами являются генераторами вибрации за счёт даже очень малой неизбежной разноразмерности тел качения.

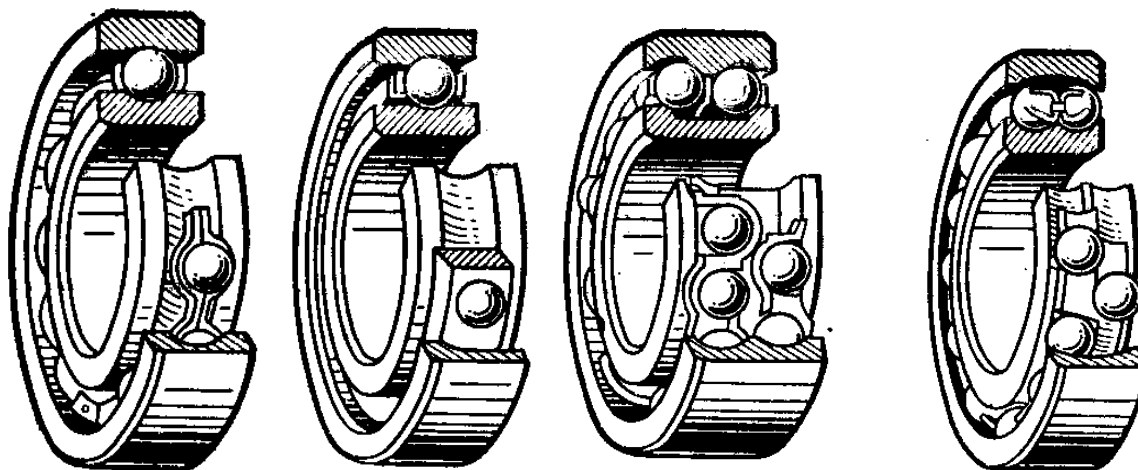
Подшипники качения классифицируются по следующим основным признакам:

- ✓ форма тел качения;
- ✓ габариты (осевые и радиальные);
- ✓ точность выполнения размеров;
- ✓ направление воспринимаемых сил.

По форме тел качения подшипники делятся на:

- ✓ **Шариковые** (быстроходны, способны к самоустановке за счёт возможности некоторого отклонения оси вращения);

ШАРИКОВЫЕ ПОДШИПНИКИ



ОДНОРЯДНЫЙ

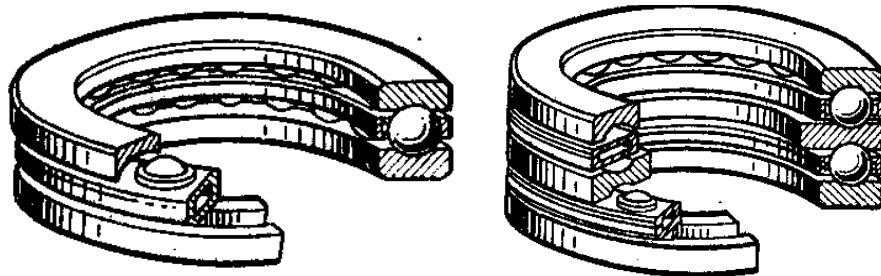
РАДИАЛЬНО-УПОРНЫЕ:
МНОГОРЯДНЫЙ

САМОУСТАНОВЛИВАЮЩИЙСЯ

ОДНОРЯДНЫЙ

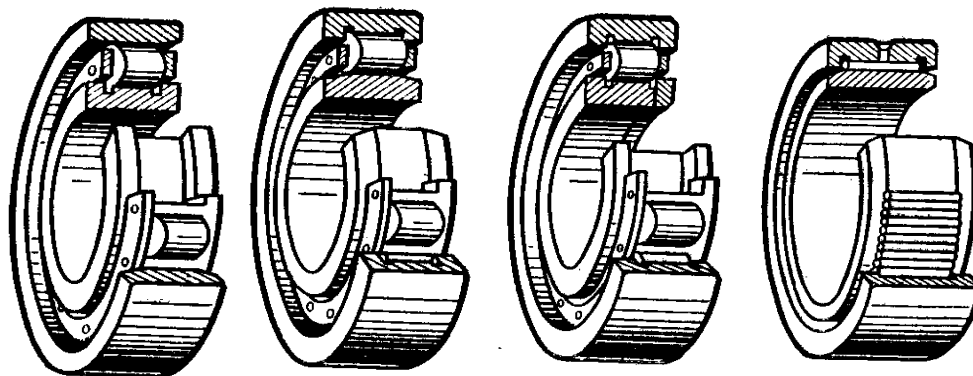
УПОРНЫЕ:

МНОГОРЯДНЫЙ

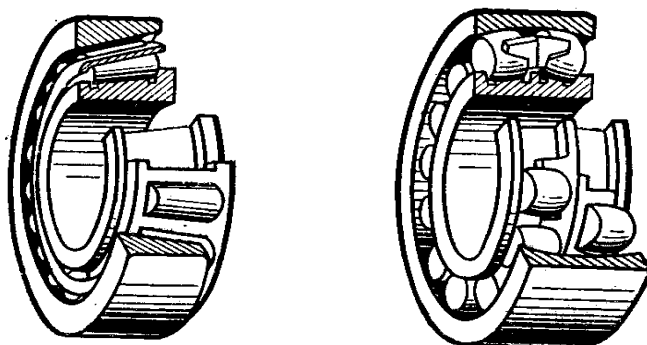


✓ **Роликовые** – конические, цилиндрические, игольчатые (более грузоподъемны, но из-за точно фиксированного положения оси вращения не способны самоустанавливаться, кроме бочкообразных роликов).

РОЛИКОВЫЕ ПОДШИПНИКИ



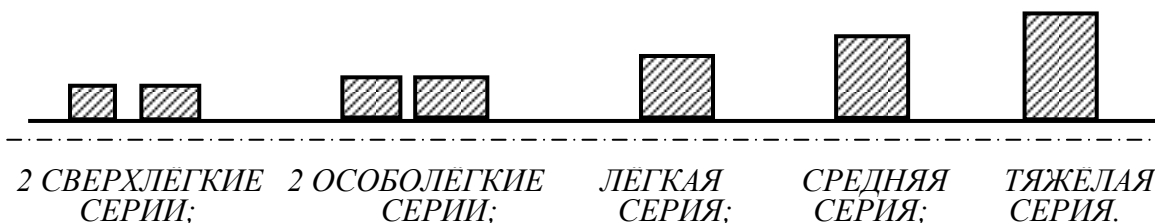
ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ РОЛИКОВЫЕ РАДИАЛЬНЫЕ



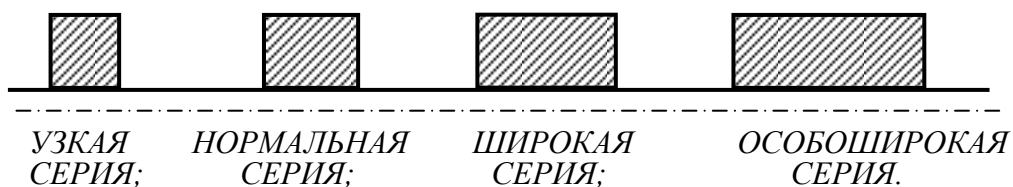
КОНИЧЕСКИЙ

САМОУСТАНАВЛИВАЮЩИЙСЯ

По радиальным габаритам подшипники сгруппированы в семь серий:



По осевым габаритам подшипники сгруппированы в четыре серии:



По классам точности подшипники различают следующим образом:

- ✓ «0» – нормального класса;
- ✓ «6» – повышенной точности;
- ✓ «5» – высокой точности;
- ✓ «4» – особовысокой точности;
- ✓ «2» – сверхвысокой точности.

При выборе класса точности подшипника необходимо помнить о том, что «чем точнее, тем дороже».

По воспринимаемым силам все подшипники делятся на четыре группы. Вычислив радиальную F_r и осевую F_a реакции опор вала, конструктор может выбрать:

✓ **Радиальные** подшипники (если $F_r \ll F_a$), воспринимающие только радиальную нагрузку и незначительную осевую. Это цилиндрические роликовые (если $F_a = 0$) и радиальные шариковые подшипники.

✓ **Радиально-упорные** подшипники (если $F_r > F_a$), воспринимающие большую радиальную и меньшую осевую нагрузки. Это радиально-упорные шариковые и конические роликовые с малым углом конуса.

✓ **Упорно-радиальные** подшипники (если $F_r < F_a$), воспринимающие большую осевую и меньшую радиальную нагрузки. Это конические роликовые подшипники с большим углом конуса.

✓ **Упорные подшипники**, «подпятники» (если $F_r \ll F_a$), воспринимающие только осевую нагрузку. Это упорные шариковые и упорные роликовые подшипники. Они не могут центрировать вал и применяются только в сочетании с радиальными подшипниками.

Материалы подшипников качения назначаются с учётом высоких требований к твёрдости и износостойкости колец и тел качения.

Здесь используются шарикоподшипниковые высокоуглеродистые хромистые стали ШХ15 и ШХ15СГ, а также цементируемые легированные стали 18ХГТ и 20Х2Н4А.

Твёрдость колец и роликов обычно $HRC\ 60 \div 65$, а у шариков немного больше – $HRC\ 62 \div 66$, поскольку площадка контактного давления у шарика меньше. Сепараторы изготавливают из мягких углеродистых сталей либо из антифрикционных бронз для высокоскоростных подшипников. Широко внедряются сепараторы из дюралюминия, металлокерамики, текстолита, пластмасс.

Причины поломок и критерии расчёта подшипников

Главная особенность динамики подшипника – знакопеременные нагрузки.

Циклическое перекачивание тел качения может привести к появлению усталостной микротрещины. Постоянно прокатывающиеся тела качения вдавливают в эту микротрещину смазку. Пульсирующее давление смазки расширяет и расшатывает микротрещину, приводя к **усталостному выкрашиванию** и, в конце концов, к поломке кольца. Чаще всего ломается внутреннее кольцо, т.к. оно меньше наружного и там, следовательно, выше удельные нагрузки. Усталостное выкрашивание – основной вид выхода из строя подшипников качения.

В подшипниках также возможны статические и динамические перегрузки, разрушающие как кольца, так и тела качения.

Следовательно, при проектировании машины необходимо определить, во-первых, количество оборотов (циклов), которое гарантированно выдержит подшипник, а, во-вторых – максимально допустимую нагрузку, которую выдержит подшипник.

Вывод: работоспособность подшипника сохраняется при соблюдении двух критериев:

- ✓ Долговечность.

✓ Грузоподъёмность.

Расчёт номинальной долговечности подшипника

Номинальная долговечность это число циклов (или часов), которые подшипник должен проработать до появления первых признаков усталости. Существует эмпирическая (найденная из опыта) зависимость для определения номинальной долговечности $L_n = (C/P)^\alpha$, [млн. оборотов],

где C – грузоподъёмность, P – эквивалентная динамическая нагрузка, $\alpha = 0,3$ для шариков, $\alpha = 0,33$ для роликов.

Номинальную долговечность можно вычислить и в часах

$$L_h = (10^6 / 60 n) L_n, \text{ [часов]},$$

где n – частота вращения вала.

Эквивалентная динамическая нагрузка это такая постоянная нагрузка, при которой долговечность подшипника та же, что и при реальных условиях работы. Здесь для радиальных и радиально упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка.

Эквивалентная динамическая нагрузка вычисляется по эмпирической формуле

$$P = (V X F_r + Y F_a) K_B K_T,$$

где F_r, F_a – радиальная и осевая реакции опор;

V – коэффициент вращения вектора нагрузки ($V = 1$ если вращается внутреннее кольцо, $V = 1,2$ если вращается наружное кольцо)

X, Y – коэффициенты радиальной и осевой нагрузок, зависящие от типа подшипников, определяются по справочнику;

K_B – коэффициент безопасности, учитывающий влияние динамических условий работы ($K_B = 1$ для передач, $K_B = 1,8$ для подвижного состава),

K_T – коэффициент температурного режима (до 100°C $K_T = 1$).

Грузоподъёмность это постоянная нагрузка, которую группа идентичных подшипников выдержит в течение одного миллиона оборотов. Здесь для радиальных и радиально упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка. Если вал вращается медленнее одного оборота в минуту, то речь идёт о статической грузоподъёмности C_0 , а если вращение быстрее одного оборота в минуту, то говорят о динамической грузоподъёмности C . Величина грузоподъёмности рассчитывается при проектировании подшипника, определяется на экспериментальной партии подшипников и заносится в каталог.

Методика выбора подшипников качения

Опытный проектировщик может назначать конкретный тип и размер подшипника, а затем делать проверочный расчёт. Однако здесь требуется большой конструкторский опыт, ибо в случае неудачного выбора может не выполняться условие прочности, тогда потребуется выбрать другой подшипник и повторить проверочный расчёт.

Во избежание многочисленных "проб и ошибок" можно предложить методику выбора подшипников, построенную по принципу проектировочного расчёта, когда известны нагрузки, задана требуемая долговечность, а в результате определяется конкретный типоразмер подшипника из каталога [31].

Методика выбора состоит из пяти этапов:

1. Вычисляется требуемая долговечность подшипника исходя из частоты вращения и заданного заказчиком срока службы машины.

2. По найденным ранее реакциям опор выбирается тип подшипника (радиальный, радиально-упорный, упорно-радиальный или упорный), из справочника находят коэффициенты радиальной и осевой нагрузок X, Y .

3. Рассчитывается эквивалентная динамическая нагрузка.

4. Определяется требуемая грузоподъёмность $C = P * L^{(1/\alpha)}$.

5. По каталогу, исходя из требуемой грузоподъёмности, выбирается конкретный типоразмер («номер») подшипника, причём должны выполняться два условия:

- грузоподъёмность по каталогу не менее требуемой;
- внутренний диаметр подшипника не менее диаметра вала.

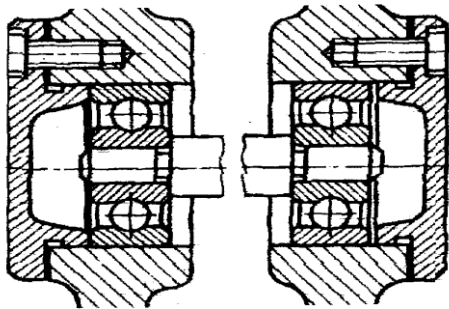
Особенности проектирования подшипниковых узлов

Неточность монтажа, нагрев, деформации вала могут привести к заклиниванию вращающихся колёс, что, особенно в момент движения, чревато весьма неприятными последствиями. Предотвращение этого достигается различными мероприятиями [2, 14,24,25]:

Схемы установки подшипников

Применяют фиксированные и плавающие опоры. В фиксированных внутренние и наружные кольца неподвижны в осевом направлении. В плавающих внешнее кольцо может перемещаться в осевом направлении за счёт установки подшипника в специальном стакане с зазором. Плавающей обычно делают ту опору, где меньше радиальная нагрузка. При большом расстоянии между опорами (вал червяка) фиксированная опора для жёсткости имеет два подшипника. Для свободных температурных перемещений подходят радиальные роликоподшипники с цилиндрическими роликами и радиальные шарикоподшипники с незакреплёнными наружными кольцами.

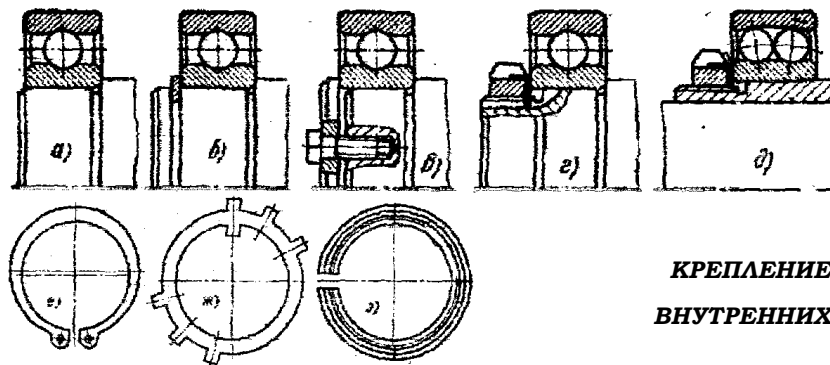
УСТАНОВКА ВАЛА ВРАСПОР



Короткие валы при слабом нагреве можно устанавливать на подшипники враспор, когда один подшипник фиксирует осевое смещение вала в одну сторону, а другой – в другую. Схема с фиксацией подшипников враспор удобна в монтаже, но требует жёстких допусков на линейные размеры и опасна возможным заземлением тел качения при нагреве. При установке враспор для радиальных подшипников оставляют осевой зазор, а для радиально-упорных предусматривают осевую регулировку.

Крепление подшипников на валу и в корпусе

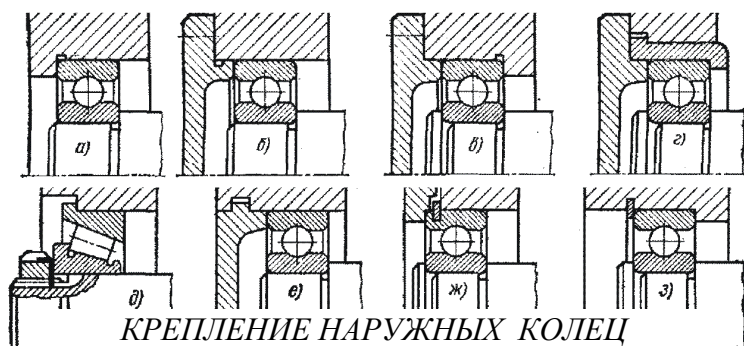
Для восприятия осевых нагрузок кольца подшипника закрепляют на валу и в корпусе.



**КРЕПЛЕНИЕ
ВНУТРЕННИХ**

Для закрепления внутренних колец на валу применяются различные средства:

- ✓ уступы вала (а);
- ✓ пружинные стопорные кольца (б,е);
- ✓ торцовые шайбы (в);
- ✓ упорные гайки (г,ж);
- ✓ конические разрезные втулки (д,з).



КРЕПЛЕНИЕ НАРУЖНЫХ КОЛЕЦ

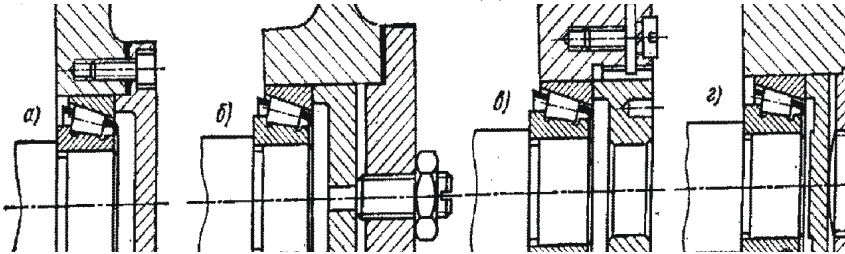
Для фиксации наружных колец применяют:

- уступы в корпусе и стакане (а);
- крышки (б);
- крышки и уступы (в,г);

- упорные борта (д);
- врезные крышки при разъёмных корпусах (е);
- пружинные кольца (ж,з).

Радиально-упорные подшипники требуют осевого регулирования, которое делается смещением наружного кольца:

ОСЕВОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ПОДШИПНИКОВ



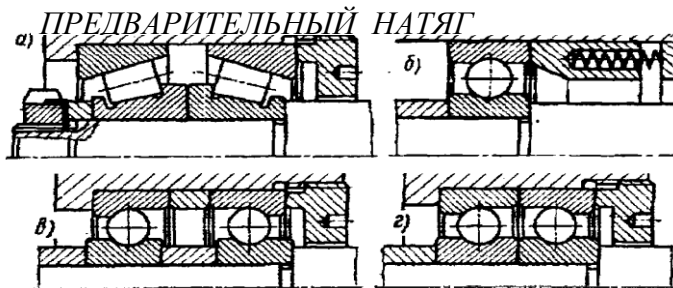
- прокладками из металла (а);
- крепёжным винтом (б,г) при малых осевых силах;
- резьбовой крышкой или кольцом (в).

Жёсткость подшипников и их предварительный натяг

Деформации подшипников качения примерно равны деформациям валов. Поддержание высокой жёсткости подшипниковых узлов обеспечивает точность вращения системы. Максимальную жёсткость имеют точные роликоподшипники.

Жёсткость увеличивается предварительным натягом, суть которого в выборке зазоров и начальном сжатии тел качения. Это достигается взаимным осевым смещением колец посредством:

- затяжки резьбы (а);
- пружинами (б);
- установкой втулок (в);
- шлифовкой торцов колец (г).

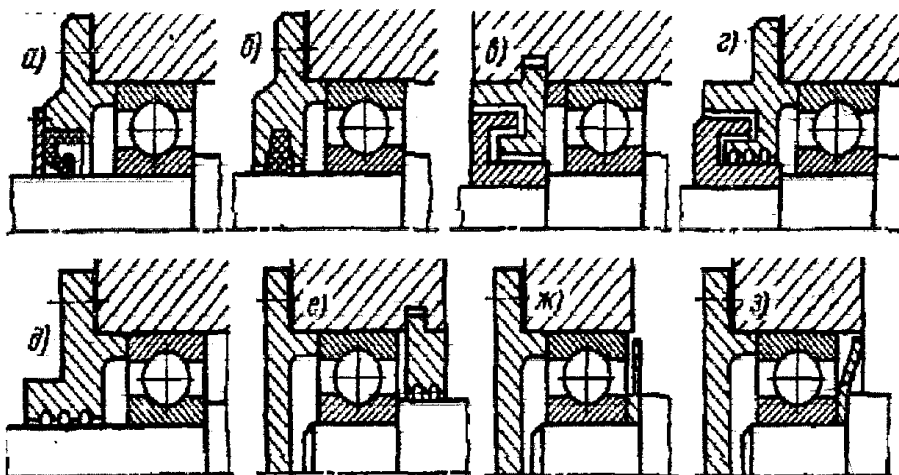


Излишний преднатяг приводит к усилению износа сепаратора из-за набегания на него части тел качения и отставания другой части в связи с разными их диаметрами.

Уплотняющие устройства

Это специальные детали, выполненные из мягких упругих материалов (мягкие металлы, резина, пластмасса, войлок и т.п.), которые предотвращают вытекание смазки из подшипниковых узлов и попадание в них загрязнений.

По действию разделяют-



принципу уплотнения ся на:

УПЛОТНЕНИЯ ПОДШИПНИКОВЫХ УЗЛОВ

- контактные манжетные, войлочные, с металлическими кольцами (а,б), применяются на низких и средних скоростях, дают плотный контакт подвижных и неподвижных деталей;
- щелевые и лабиринтные, препятствуют протеканию жидкостей и даже газа через каскад щелей и камер (в,г,д,е), так, типовая букса грузового вагона имеет четырёхкамерное лабиринтное уплотнение с зазором 0,8 мм;
- центробежные (ж,з);
- комбинированные.

Известны конструкции подшипников со встроенными уплотнениями.

Контрольные вопросы

1. Что является обязательным элементом в конструкции подшипников скольжения?
2. Какие поломки наблюдаются у подшипников скольжения?
3. Для чего в подшипниках качения применяется смазка?
4. Какие режимы трения возможны в подшипниках скольжения со смазкой?
5. Что считается критерием работоспособности подшипников качения?
6. В чём заключается принцип конструкции подшипников качения?
7. Какие тела качения применяются в подшипниках?
8. Для чего в подшипниках качения устанавливают сепаратор?
9. Каковы достоинства и недостатки подшипников качения?
10. По каким признакам классифицируются подшипники качения?
11. Какие типы подшипников назначаются в зависимости от действующих в опорах нагрузок?
12. Каковы причины поломок и критерии расчёта подшипников качения?
13. Что такое долговечность подшипника?
14. Что такое грузоподъёмность подшипника?
15. Что такое эквивалентная динамическая нагрузка на подшипник и как она определяется?
16. Как фиксируются внутреннее и наружное кольца подшипника качения?
17. Как и зачем регулируется жёсткость подшипника качения?

Лекция 18. Муфты

Муфты – это устройства для соединения валов и передачи между ними вращающего момента [34].

Муфты могут передавать вращающий момент и валам, и другим деталям (колёсам, шкивам и т.д.). Соединяют соосные и несоосные валы. Муфты существуют потому, что всегда есть некоторая несоосность, перекосы, взаимная подвижность валов. Конструкции муфт весьма разнообразны. Простейшая муфта сделана из куса ниппельной трубочки и соединяет вал электромоторчика с крыльчаткой автомобильного омывателя стекла. Муфты турбокомпрессоров реактивных двигателей состоят из сотен деталей и являются сложнейшими саморегулирующимися системами.

Группы муфт различают по их физической природе.

- Муфты механического действия.
- Муфты электрического (электромагнитного) действия.
- Муфты гидравлического или пневматического действия.

Классы муфт различают по режиму соединения валов.

→ Нерасцепляемые (постоянные, соединительные) – соединяют валы постоянно, образуют длинные валы.

→ Управляемые – соединяют и разъединяют валы в процессе работы, например, широко известная автомобильная муфта сцепления.

→ Самодействующие – срабатывают автоматически при заданном режиме работы.

→ Прочие.

Основная характеристика муфты – передаваемый вращающий момент.

Существенные показатели – габариты, масса, момент инерции.

Муфта, рассчитанная на передачу определённого вращающего момента, выполняется в нескольких модификациях для разных диаметров валов. Муфты – автономные узлы, поэтому они легко стандартизируются.

Муфты рассчитывают по их критериям работоспособности:

→ прочности при циклических и ударных нагрузках,

→ износостойкости,

→ жёсткости.

На практике муфты подбираются из каталога по величине передаваемого момента $M = M_{Вала}K$, где $M_{Вала}$ – номинальный момент, определённый расчётом динамики механизма, K –

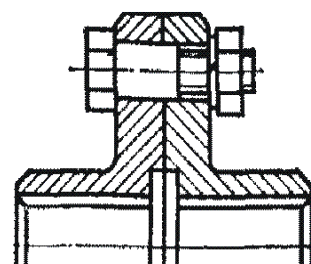
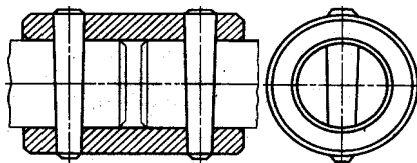


коэффициент режима работы: $K = 1 \div 1,5$ – спокойная работа, лёгкие машины; $K = 1,5 \div 2$ – переменные нагрузки, машины среднего веса (поршневые компрессоры); $K = 2 \div 6$ – ударные нагрузки, большие массы (прессы, молоты). Для двигателей транспортных машин K завышают на $20 \div 40 \%$ в зависимости от числа цилиндров.

Жёсткие муфты

Могут быть втулочными или фланцевыми.

ВТУЛОЧНАЯ МУФТА



ФЛАНЦЕВАЯ МУФТА

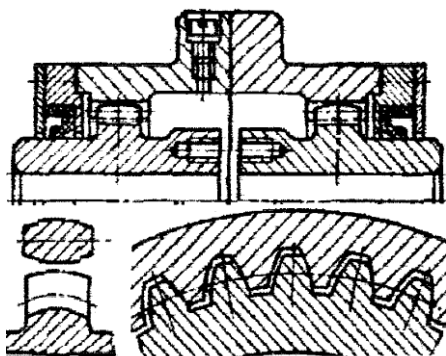
Втулочные иногда называются глухими. Это самые простые конструкции и обычно применяются в лёгких машинах на валах диаметром до **70 мм**. Требуют точной соосности, затрудняют сборку-разборку, имеют малую жёсткость на изгиб. Их работоспособность определяется прочностью в местах крепления к валам.

Чаще применяются фланцевые жёсткие муфты, т.к. они допускают лёгкую сборку-разборку. Такие конструкции имеют две полумуфты в виде фланцев, устанавливаемых на концах валов с натягом и стянутых болтами. Вращающий момент передаётся за счёт сил трения между фланцами, а когда болты вставлены без зазора, то также и болтами. Фланцевые муфты стандартизованы в диапазоне диаметров **12 ÷ 250 мм** и передают моменты **0,8 ÷ 4500 кГм**. В тяжёлых машинах фланцы приваривают к валам.

Компенсирующие муфты

Иногда называют самоустанавливающимися. Они соединяют валы с небольшими смещениями осей.

ЗУБЧАТАЯ МУФТА



Наиболее популярна конструкция зубчатой муфты. Она компенсирует осевые, радиальные и угловые смещения валов. Состоит из двух втулок (полумуфт с зубьями) и надетой на них обоймы с внутренними зубьями. Зубчатые зацепления выполняют с боковым зазором; зубьям придают бочкообразную форму; венцы полумуфт располагают на некотором расстоянии друг от друга. Зубчатые муфты малы и легки, весьма грузоподъёмны (до **100000 кГм**), высокооборотны.

Однако эти муфты чувствительны к перекосам. Кроме того, при перекосах валов вследствие трения в зубьях муфта нагружает валы изгибающим моментом при-

мерно **10%** от вращающего.

Несущая способность муфт резко падает с ростом перекоса валов.

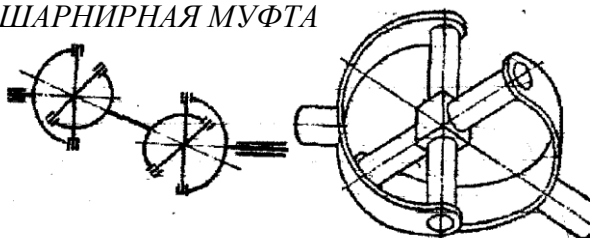
Размеры муфт подбирают по таблицам в зависимости от вращающего момента, который находят по наибольшему длительно действующему моменту на ведущем валу.

Подвижные муфты

Допускают соединение валов с повышенным взаимным смещением осей как вызванными неточностями, так и специально заданными конструктором.

Ярким представителем этого семейства являются шарнирные муфты. Идея муфты впервые предложена Джероламо Кардано в 1570 г. и доведена до инженерного решения Робертом Гуком в 1770 г. Поэтому иногда в литературе они называются карданными муфтами, а иногда – шарнирами Гука.

ШАРНИРНАЯ МУФТА

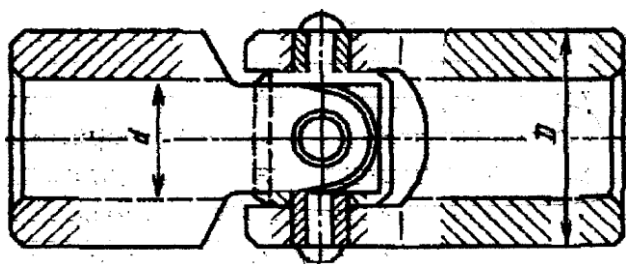


Шарнирные муфты соединяют валы под углом до **45°**, позволяют создавать цепные валы с передачей вращения в самые недоступные места. Всё это возможно потому, что крестовина является не одним шарниром, а сразу двумя с перпендикулярными осями.

Прочность карданной муфты ограничена прочностью крестовины, в особенности мест крепления пальцев крестовины в отверстиях вилок. Поломка крестовины – весьма частый дефект, известный, практически, каждому автовладельцу.

Муфты выбираются по каталогу. Проверочный расчёт ведётся для рабочих поверхностей шарниров на смятие, проверяется прочность вилок и крестовины.

МАЛОГАБАРИТНАЯ ШАРНИРНАЯ МУФТА

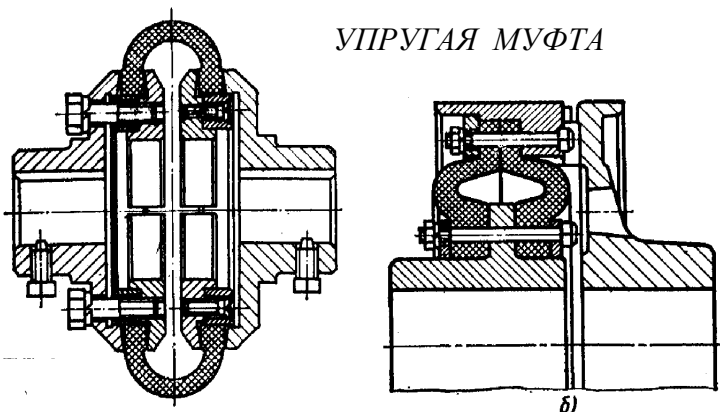


Малогабаритные шарнирные муфты стандартизованы в диапазоне диаметров $8 \div 40$ мм и моментов $1,25 \div 128$ кгм. Крестовина выполнена в виде параллелепипеда. Шарнир образуется с помощью вставных осей, одна из которых длинная, а другая состоит из двух коротких втулок, стянутых заклёпкой. Конструкция весьма технологична.

Упругие муфты

Предназначены главным образом для смягчения (амортизации) ударов, толчков и вибрации. Кроме того, допускают некоторую компенсацию смещений валов.

Главная особенность таких муфт – наличие металлического или неметаллического упругого элемента. Способность упругих муфт противостоять ударам и вибрации значительно повышает долговечность машин.



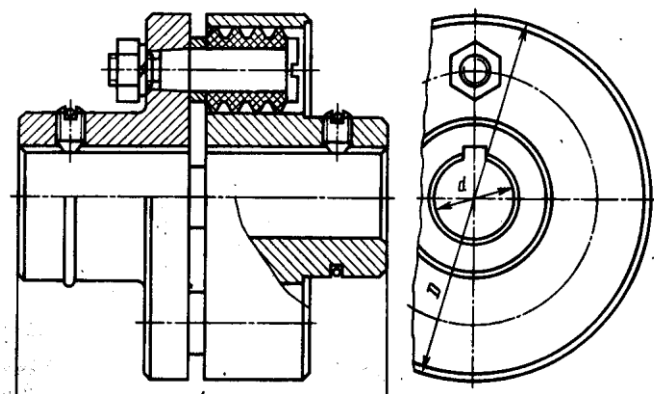
УПРУГАЯ МУФТА

Муфта с упругой торообразной оболочкой может, фактически, рассматриваться, как упругий шарнир Гука. Она способна компенсировать значительные неточности монтажа валов.

Лёгкий монтаж, демонтаж и замена упругого элемента. Допускаются радиальные смещения $1 \div 5$ мм, осевые $2 \div 6$ мм, угловые $1,5 \div 2^\circ$, угол закручивания $5 \div 30^\circ$.

Несущая способность (и прочность) муфт зависит от крепления оболочки к фланцам.

Стандартизованы муфты с неразрезной упругой оболочкой в диапазоне моментов $2 \div 2500$ кгм.



УПРУГО-ВТУЛОЧНО-ПАЛЬЦЕВАЯ МУФТА¹⁴

Широкое применение находит упругая втулочно-пальцевая муфта ("МУВП").

Здесь нет необходимости крепить резину к металлу, легко заменять упругие элементы при износе. В этих муфтах момент передаётся через пальцы и насаженные на них упругие элементы в форме колец или гофрированных втулок. Такие муфты легки в изготовлении, просты в конструкции, удобны в эксплуатации и поэтому получи-

ли широкое применение, особенно для передачи вращения от электродвигателя.

Муфты нормализованы в размерах $16 \div 150 \text{ мм}$ и моментов $3,2 \div 1500 \text{ кГм}$.

К сожалению, радиальные и угловые смещения существенно снижают срок службы упругих элементов и повышают нагрузки на валы и опоры.

Муфты рассчитывают по допускаемым давлениям между пальцами и упругими втулками

$$P = 2 M_{\text{вр}} / (z D d l) \leq [p],$$

где z – число пальцев, d – диаметр пальца, l – длина упругого элемента, D – диаметр расположения осей пальцев. Допускаемое давление обычно 30 кг/см^2 .

Пальцы муфты рассчитывают на изгиб.

Фрикционные муфты

Передают вращающий момент благодаря **силам трения**, возникающим в контакте между элементами муфты (*лат. frictio - трение*). Силы трения легко регулируются изменением силы сжатия трущихся поверхностей. Поэтому фрикционные муфты допускают плавное сцепление при любой скорости, что успешно используется, например, в конструкции автомобильного сцепления.

Кроме того, **фрикционная муфта не может передать через себя момент больший, чем момент сил трения**, поскольку начинается проскальзывание контактирующих фрикционных элементов, поэтому фрикционные муфты являются эффективными неразрушающимися предохранителями для защиты машины от динамических перегрузок.

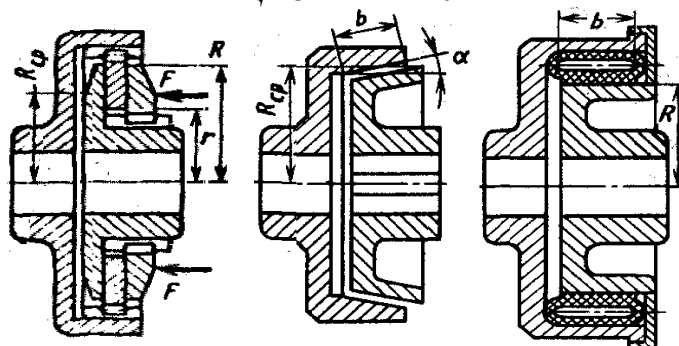
Встречаются различные формы рабочих поверхностей фрикционных элементов:

→ **дисковые**, в которых трение происходит по торцевым поверхностям дисков (одно- и многодисковые);

→ **конусные**, в которых рабочие поверхности имеют коническую форму;

→ **цилиндрические**, имеющие цилиндрическую поверхность контакта (колодочные, ленточные и т.д.).

ФРИКЦИОННЫЕ МУФТЫ



Главной особенностью работы фрикционных муфт является сжатие поверхностей трения. Отсюда ясно, что такие муфты рассчитываются на прочность по контактному давлению (аналогично напряжениям смятия). Для каждой конструкции необходимо вычислить сжимающую силу и разделить её на площадь контакта. Расчётное контактное давление не должно быть больше допускаемого для данного материала.

Контрольные вопросы

1. Для чего существуют муфты?
2. Каковы главные признаки классификации муфт?
3. Какая характеристика муфты считается главной?
4. Каковы принципы конструкции и работы жёстких муфт?
5. Каковы принципы конструкции и работы шарнирных муфт?
6. Каковы принципы конструкции и работы упругих муфт?
7. Как устроена и как работает упруго втулочно-пальцевая муфта (МУВП)?
8. За счёт каких сил работают фрикционные муфты?

9. Какие критерии прочности применяют для фрикционных муфт?

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Задачей практических занятий является изучение методов расчета типовых задач, а также практическое осмысление основных теоретических положений курса. При решении задач обращается внимание на логику решения, на физическую сущность используемых величин, их размерность. Далее проводится анализ полученного решения, результат сопоставляется с реальными объектами, что вырабатывает у студентов инженерную интуицию.

Цель практических занятий – научить динамическому и математическому моделированию статических и динамических процессов, происходящих в механических системах, на примере решения типовых задач.

Перед практическим занятием необходимо изучить материал, изложенный на лекции и выполнить самостоятельную работу, предусмотренную рабочим планом. Для этого используются: конспект лекций, соответствующие разделы печатных и электронных учебников, ответы на вопросы для самоконтроля знаний. После практического занятия самостоятельно решить рекомендованные задачи.

Решить учебную задачу по механике – значит найти последовательность общих положений механики (законов, формул, определений, правил), использование которых позволяет получить то, что требуется в задаче, - ее ответ.

Решение любой задачи по механике включает в себя четыре принципиально важных этапа:

- изучение (анализ) содержания задачи, краткая запись условий и требований;
- изучение алгоритма решения задач по данной теме;
- поиск способа (принципа) решения и составление плана решения;
- осуществление решения, проверка правильности и его оформление;
- обсуждение (анализ) проведенного решения, отбор информации, полезной для дальнейшей работы.

При решении задач следует:

- определить к какому модулю прикладной механики относится рассматриваемая задача;
- усвоить теоретический материал на изучаемую тему;
- выписать предложенные на лекциях, рекомендованных учебниках и учебных пособиях алгоритмы решения задач на данную тему;
- разобрать задачи, рассмотренные на практических занятиях и имеющиеся в учебниках и пособиях примеры решения задач;
- записать краткое условие задачи;
- определиться с методом решения задачи;
- выписать математическое выражение выбранного метода;
- сделать четкий рисунок в выбранном масштабе, соответствующий условию задачи и методу решения;
- запись уравнений и их решение приводить в буквенном виде, численные значения подставлять в конечные выражения;
- привести таблицу ответов, полученных величин.

В задачниках по механике приводятся задачи двух видов: на усвоение учебного материала (стандартные задачи) и активное использование изученного материала. Основная учебная функция упражнений по решению стандартных задач - перевод знаний, усвоенных на уровне воспроизведения, на уровень знаний – умений. Для таких задач имеются способы решения, одни из которых описаны в самих задачниках, другие анализируются на практических занятиях. Решение задач на активное использование изученного материала – нестандартных или проблемных, поисковых, творческих, олимпиадных задач это исследовательская работа студента.

Примерный перечень предлагаемых практических занятий

Практическое занятие № 1

Тема «Система сходящихся сил. Плоская и пространственная системы сил.»

Цель :

- знать основные понятия и аксиомы статики;
- знать геометрический и аналитический способы определения равнодействующей системы сил, условия равновесия плоской и пространственной системы сходящихся сил;
- знать алгоритм и уметь решать задачи на равновесие в геометрической и аналитической форме;
- уметь определять проекции силы на две взаимно перпендикулярные оси;
- иметь представление о главном векторе, главном моменте, равнодействующей плоской системы произвольно расположенных сил;
- решение задач на равновесие твердого тела или системы тел, к которым приложена плоская система сил;
- иметь представление о главном векторе, главном моменте, равнодействующей пространственной системы произвольно расположенных сил;
- уметь выполнять разложение силы на три взаимно перпендикулярные оси, определять момент силы относительно оси;
- решение задач на равновесие твердого тела или системы тел, к которым приложена пространственная система сил;
- решение задач на приведение пространственной системы сил к простейшему виду.

Вопросы для подготовки:

1. Две основные задачи статики.
2. Аксиомы статики.
3. Виды связей и направление их реакций.
4. Условия и уравнения равновесия плоской и пространственной системы сходящихся сил.
5. Момент силы относительно точки.
6. Основные свойства пар сил.
7. Теорема Вариньона для плоской системы сил.
8. Теорема Пуансо о приведении силы к точке, приведение произвольной плоской системы сил к точке.
9. Условия и уравнения равновесия плоской системы сил.
10. Понятие о силах внешних и внутренних.
11. Равновесие систем тел.
12. Определение момента силы относительно оси.
13. Главный вектор и главный момент произвольной пространственной системы сил и их аналитическое определение.
14. Основная теорема статики.
15. Зависимость главного момента от центра приведения.
16. Условия и уравнения равновесия пространственной системы сил.
17. Условия равновесия частных систем сил.
18. Статические инварианты.
19. Понятие о динамическом винте.
20. Приведение пространственной системы сил к динаме.
21. Частные случаи приведения системы пространственных сил к простейшему виду.
22. Теорема о моменте равнодействующей пространственной системы сил (теорема Вариньона).

Практическое занятие № 2

Тема «Осевое растяжение (сжатие). Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений, перемещений».

Цель:

1. Научить строить эпюры N , σ , δ
2. Уяснить, что без построения эпюр невозможно решать основные задачи курса «СМ».

Пример. Расчёт бруса, нагруженного продольными внешними силами.

Вопросы для подготовки:

- 1) Какой вид нагружения бруса называется растяжением (сжатием)?
- 2) Что называется продольной силой в сечении бруса?
Что такое эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ , перемещений δ .
- 3) Как они строятся?
- 4) Как записывается и формулируется закон Гука при растяжении (сжатии)?
- 5) Что называется жёсткостью сечения бруса при растяжении (сжатии)?
- 6) Можно ли увеличить жёсткость данного поперечного сечения, применив марку стали с повышенными прочностными характеристиками?
- 7) Условие прочности. Три типа задач на прочность.

Практическое занятие № 3

Тема «Расчёт цилиндрического ступенчатого вала на кручение»

Цель:

1. Построение эпюр крутящих моментов, касательных напряжений и угловых деформаций.
2. Научить строить эпюры и находить опасные сечения вала

Пример. Расчёт вала, нагруженного внешними вращающимися моментами.

Вопросы для подготовки:

1. Как выбираются точки на участках ступенчатого вала для проведения сечений ?
2. Физический смысл крутящего момента ?
3. Как определяется знак внешнего вращающего момента?
4. Показать на схеме задачи опасное сечение вала

Практическое занятие № 4

Тема «Прямой поперечный изгиб. Построение эпюр поперечных сил Q и моментов изгибающих M ».

Цель:

1. Научить строить эпюры Q и M .
2. Уяснение того, что изгиб – самый распространённый вид деформаций конструкций и сооружений.

Примеры построения эпюр Q и M для различных видов нагружения.

Вопросы для подготовки:

1. Что такое прямой изгиб?
2. Что такое чистый и поперечный изгиб?
3. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях при поперечном изгибе?
4. Как вычисляют изгибающий момент в поперечном сечении бруса? Правило знаков.
5. Как вычисляют поперечную силу в поперечном сечении бруса? Правило знаков.
6. Дифференциальные зависимости между M , Q и q ?
7. Что такое эпюры поперечных сил Q и моментов изгибающих? Как они строятся?

8. Как изменяется поперечная сила в сечении, соответствующей точке приложения внешней сосредоточенной силы? Изменяется ли при этом изгибающий момент в этом сечении?
9. Как изменяется изгибающий момент в сечении, в котором к балке приложен внешний сосредоточенный момент? Изменяется ли значение поперечной силы в этом сечении?
10. Чему равна поперечная сила в поперечном сечении, когда момент изгибающий достигает экстремального значения?
11. В чём заключается проверка правильности эпюр поперечных сил и изгибающих моментов?

Практическое занятие № 5

Тема «Структурный анализ плоских рычажных механизмов».

Цель:

1. Определение видового и количественного состава механизмов: подвижных звеньев, кинематических пар и кинематических цепей;
2. выделение подвижных звеньев, классификацию кинематических пар, структурных групп;
3. Определение числа степеней свободы (подвижности) механизма;
4. составление формулы структурного строения механизма;
5. определение класса и порядка всего механизма;
6. Определение последовательности проведения кинематического и динамического анализа механизмов.

Вопросы для подготовки:

1. Что называется элементом кинематической пары?
2. Как определяется класс кинематической пары?
3. Как определяется порядок кинематической пары?
4. Примеры кинематических пар нулевого и шестого классов.
5. Уметь строить сложные группы Ассур. Кинематический анализ групп Ассур высоких классов и порядков.

Практическое занятие № 6

Тема «Структурный анализ механизмов с высшими кинематическими парами»

Цель: научиться проводить структурный анализ кулачковых и зубчатых механизмов на основе эквивалентной замены высших пар низшими кинематическими парами.

Вопросы для подготовки:

1. Сформулировать условие эквивалентной замены одной высшей кинематической пары.
2. Как определяется длина фиктивного звена?
3. Объяснить способ графического определения радиуса кривизны в заданной точке профиля кулачка или зуба колеса.
4. Как соотносятся степени подвижности заменяемого и заменяющего механизмов

Практическое занятие № 7

Тема «Кинематический анализ плоских рычажных механизмов методом планов скоростей и ускорений»

Цель: научиться определять кинематические характеристики точек, звеньев механизма графоаналитическим методом.

Вопросы для подготовки:

1. Сложное движение твёрдого тела.
2. Масштабный коэффициент, связи с линейными масштабами.
3. Что называется планом положения механизма?
4. Что называется годографом планов скоростей механизма?

- 5.Какая теорема векторной алгебры лежит в основе графических построений планов скоростей и ускорений?
6.Какую размерность имеет аналог линейной скорости точки звена механизма?

Практическое занятие № 8

Тема «Силовой расчёт плоских рычажных механизмов»

Цель: научиться определять динамические давления в кинематических парах механизма и уравновешивающий момент.

Вопросы для подготовки:

- 1.Принципы силового расчёта.
- 2.Когда силовой расчёт называется кинетостатическим?
- 3.Физический смысл «жёсткого» рычага Н.Е.Жуковского и почему на нём отсутствуют реакции в кинематических парах
- 4.Выбор наиболее нагруженного положения механизма.
- 5.Расчёт сил тяжести звеньев и инерционных нагрузок, прилагаемых к ним.
- 6.Почему силовой расчёт проводится по структурным группам Ассура?

Практическое занятие № 9

Тема «Выбор электродвигателя привода технологических машин»

Цель: ознакомиться и изучить методику выбора электродвигателя требуемой мощности, достаточной для приведения в движение элементов машинного агрегата с заданными скоростями и силой полезного сопротивления (энергокинематический расчёт привода с учётом потерь на трение).

Вопросы для подготовки:

- 1.Составить блок-схему исследуемого привода технологической машины, обозначить элементы привода в соответствии со стандартами условными обозначениями.
- 2.Почему отдают предпочтение асинхронным двигателям переменного тока типа АИР?
- 3.Через какой кинематический параметр электродвигателя косвенным образом оценивают его КПД?
- 4.Уметь составить формулу для расчёта общего КПД привода машины.
- 5.Что лежит в основе разбивки общего передаточного отношения редуктора по его ступеням (для 2-х и более ступенчатых)?
- 6.Расчёт кинематических и силовых параметров привода.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Перед выполнением лабораторной работы необходимо изучить теоретический материал по теме. Изучить порядок выполнения лабораторной работы по методическим указаниям к их выполнению. Ответить на контрольные вопросы, для получения допуска к выполнению работы. Подготовить протокол лабораторной работы, в который занести:

- название работы;
- цель работы;
- необходимые таблицы и формулы.

Оформить отчет по работе. Для подготовки к защите отчета проанализируйте результаты, сопоставьте их с известными теоретическими положениями, запишите

Примерный перечень предлагаемых лабораторных работ

Лабораторная работа №1

Составление структурных схем механизмов по моделям.

Цель: изучить стандартные обозначения элементов механизмов (звеньев, кинематических пар); получить практические навыки составления структурных и кинематических схем механизмов реальных машин.

Лабораторная работа №2

Структурный анализ механизмов с низшими и высшими кинематическими парами

Цель: научиться исследовать структуру рычажных, кулачковых и зубчатых механизмов

Лабораторная работа №3

Профилирование кулачков с роликовым толкателем

Цель: изучить способы построения профиля кулачка на приборе ТММ-41

Лабораторная работа №4

Изготовление эвольвентных зубчатых колёс методом обкатки

Цель: изучить методы изготовления зубчатых колёс в машиностроении, способы исправления профиля зубьев колёс смещением режущего инструмента

Лабораторная работа №5

Кинематическое исследование одно – и многоступенчатых (кратных и последовательных) зубчатых передач с неподвижными в пространстве осями зубчатых колёс

Цель: овладеть навыками составления кинематических схем простых и сложных зубчатых передач. Научиться составлять формулу для расчёта их передаточных отношений аналитическим способом. Освоить способ определения передаточного отношения по модели механизма опытным путём.

Лабораторная работа №6

Кинематическое исследование планетарны зубчатых передач

Цель: изучить устройство, принципиальное отличие от зубчатых передач с неподвижными осями колёс, название звеньев; методику составления формулы Виллиса; расчёт передаточного отношения аналитическим и опытными методами.

Лабораторная работа №7

Определение нагрузки разрушения образца из пластичного материала при растяжении

Цель: испытание образца из пластичного материала на растяжение до разрушения, определение нагрузки разрушения, понятие о пределе прочности.

Лабораторная работа №8

Определение нагрузки разрушения образца из хрупкого материала при растяжении

Цель: испытание образца из хрупкого материала на растяжение до разрушения, определение нагрузки разрушения, понятие о пределе прочности.

Лабораторная работа №9

Построение диаграммы деформирования при растяжении пластичного материала

Цель: Построение диаграммы деформирования при растяжении пластичного материала

Лабораторная работа №10

Определение прочности хрупкого материала при испытании на изгиб

Цель: испытание образца хрупкого материала на изгиб до разрушения, понятие о пределе прочности при изгибе.

Лабораторная работа №11

Определение модуля упругости и коэффициента Пуассона для стали

Цель: изучение способа измерения модуля упругости и коэффициента Пуассона, определение констант стали.

Лабораторная работа №12

Определение модуля сдвига

Цель: изучение способа испытаний материалов на чистый сдвиг, определение модуля сдвига стали.

Лабораторная работа №13

Испытание пластичных материалов на срез

Цель: изучение способа испытаний материалов на срез, определение предела прочности на срез.

Лабораторная работа №14

Определение напряжений в сечении балки при изгибе

Цель: экспериментальное определение распределения нормальных напряжений по высоте сечения упругой балки при чистом изгибе методами тензометрии.

Лабораторная работа №15

Исследование устойчивости сжатого стержня (определение критической силы)

Цель: экспериментальное определение нагрузки потери устойчивости продольно сжатого стержня

Лабораторная работа №16

Изучение неподвижных и подвижных соединений деталей машин

Цель: изучить по образцам и моделям с наиболее распространёнными видами соединений деталей машин, ознакомиться с их назначением и областью применения, отметить достоинства одних и недостатки других видов соединений.

Лабораторная работа №17

Изучение конструкции муфт

Цель: ознакомление с видами механических муфт по назначению. Изучение особенностей их конструкции и монтажа.

Лабораторная работа №18

Изучение конструкции одноступенчатых редукторов (цилиндрического косозубчатого, червячного, конического)

Цель: изучение особенностей конструкции каждого из указанного видов одноступенчатых редукторов, особенностей конструкции опор и способов регулировки зазоров в подшипниках качения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Целью самостоятельной работы является закрепление полученных теоретических и практических знаний и навыков по курсу прикладной механики, выработка навыков самостоятельной работы и умения применять полученные знания. Самостоятельная работа направлена на углубление и закрепление знаний и умений, комплекса профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала бакалавров и заключается:

- в проработке тем лекционного материала;
- поиске и анализе литературы из электронных источников информации по заданной проблеме;
- изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовке к лабораторным работам, их защите.
- подготовке к практическим занятиям;
- выполнении курсовой работы, согласно утвержденному кафедрой графику.

Курсовая работа по прикладной механике состоит из двух частей: графическая часть включает в себя 2 листа чертежей формата А1:

- лист 1 – кинематический и силовой анализ рычажного механизма (пресса, станка и т.д. в соответствие с заданием на проект);
- лист 2 – сборочный чертеж редуктора привода машины;

Расчетная часть выполняется в виде пояснительной записки к курсовой работе в объеме 25...30 листов формата А4 и оформляется в строгом соответствии с требованиями стандарта организации СТО СМК 4.2.3.05-2011 «Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов)».

Защита курсовых работ проводится после подписи руководителем всех чертежей и пояснительной записки, которая предварительно проходит проверку на нормоконтроль на кафедре. Требования к защите проекта(работы) детально изложены в п. 1.5. книге автора [2].

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Основной целью курсовой работы является углубление знаний основных понятий и положений прикладной механики в рамках читаемого курса. Основная задача курсовой работы – развитие у студента способности и навыков применения теоретических положений курса к решению прикладных задач и подготовка студента к усвоению материала последующих дисциплин.

Выполнение курсовой работы по прикладной механике требует от студента мыслительных и практических действий, основанных на знании им понятий и законов механики. Выполнение курсовой работы направлено на закрепление, углубление и развитие этих знаний, а также, формирование умений и навыков применять знания на практике, развитие научного мышления, т.е. способности анализировать явления, находить в них общие черты и различия, устанавливать причинные связи, отыскивать функциональные зависимости и сопоставлять факты с теоретическими предпосылками.

Подготовка к защите курсовой работы осуществляется каждым студентом самостоятельно и включает проработку разделов лекционного материала, охватывающего тему данного проекта, выполнение работы и оформление пояснительной записки к курсовой работе в соответствии с требованиями стандарта организации СТО СМК 4.2.3.05-2011 «Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов)». Пояснительная записка оформляется на листах белой бумаги формата А 4 и включает следующие разделы: титульный лист, задание, реферат, содержание, решение и пояснения к ним, содержащие необходимые уравнения, выводы соответствующих зависимостей, теоремы и расчеты, сопровождаемые требуемыми графическими иллюстрациями, выводы по каждому разделу и по курсовой работе в целом. При оформлении пояснительной записки используется ПЭВМ.

Примерный перечень предлагаемых тем курсовой работы

Кинематический и силовой анализ рычажных механизмов технологических машин :

- строгального станка;
- вертикального прессы;
- двигателя внутреннего сгорания;
- щековой дробилки;
- поршневого компрессора;
- дробилки;
- транспортёра и др.; проектирование и конструирование редукторов привода этих машин.

Варианты заданий на курсовой проект

ЗАДАНИЕ №1

Транспортер

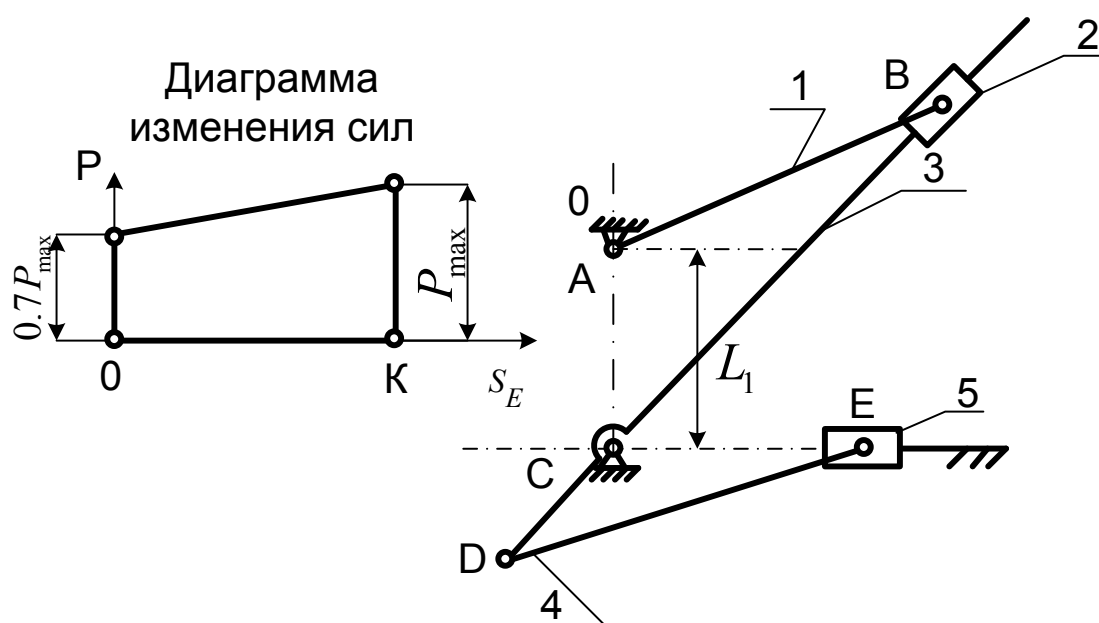


Таблица N - Данные к листу №1 – кинематический и динамический анализ механизма транспортера

Таблица N - Данные к листу №2 – проектирование редуктора

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_1, \text{об}^{-1}$	30	50	80	100	140	180	220	300	400	500

ЗАДАНИЕ №3
Двигатель внутреннего сгорания

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.22	0.30	0.23	0.29	0.22	0.27	0.24	0.28	0.25	0.26
$l_{CD}, \text{м}$	0.20	0.25	0.21	0.27	0.23	0.26	0.25	0.24	0.25	0.24
$l_{DE}, \text{м}$	0.85	0.93	0.87	0.95	0.92	1.05	1.00	0.96	0.92	0.98
$L_1, \text{м}$	0.05	0.07	0.05	0.06	0.05	0.07	0.04	0.06	0.05	0.06
$P_{\text{max}}, \text{Н}$	3000	4050	2700	4800	3600	3100	4100	2800	4000	2400

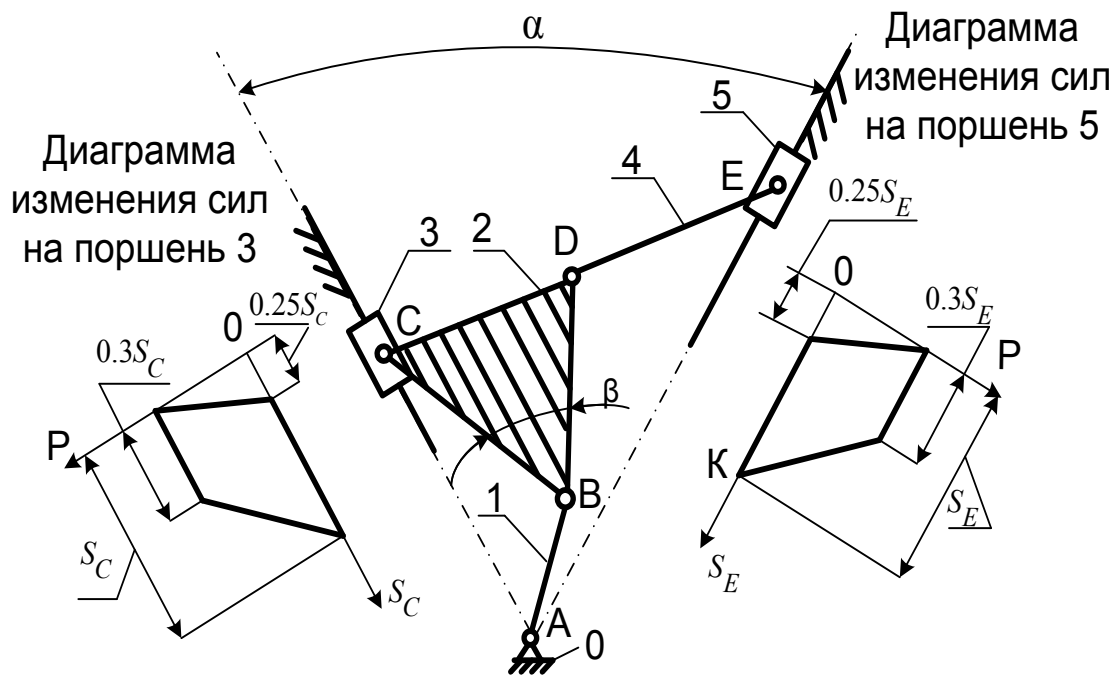


Таблица N - Данные к листу №1 и №2 – кинематический и динамический анализ механизма двигателя внутреннего сгорания

Таблица N - Данные к листу №3 – проектирование редуктора

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_1, \text{об}^{-1}$	400	420	440	450	460	500	520	550	600	650
№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{м}$	0.07	0.07	0.08	0.06	0.08	0.06	0.08	0.07	0.08	0.06
$l_{BC}, \text{м}$	0.28	0.25	0.30	0.35	0.27	0.21	0.28	0.32	0.33	0.30
$l_{BD}, \text{м}$	0.03	0.04	0.02	0.03	0.03	0.04	0.02	0.04	0.04	0.02
$l_{DE}, \text{м}$	0.25	0.26	0.28	0.32	0.30	0.29	0.30	0.30	0.31	0.32
α°	65	70	65	75	80	82	85	75	65	70
β°	75	80	70	75	65	65	70	75	65	65
$P_{\max}, \text{Н}$	9500	9600	9800	9900	10000	9500	9600	9700	9800	10000

ЗАДАНИЕ №4 Строгальный станок

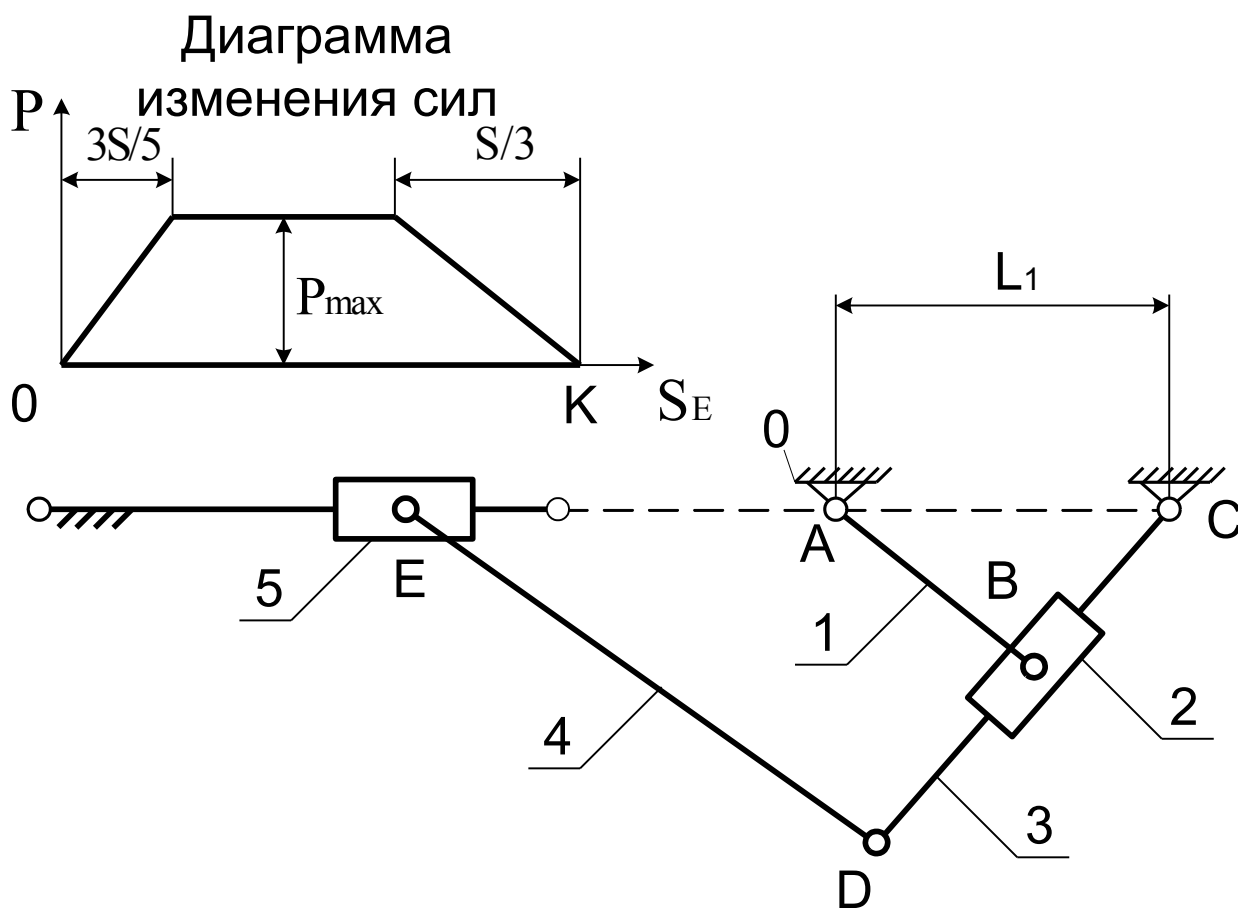


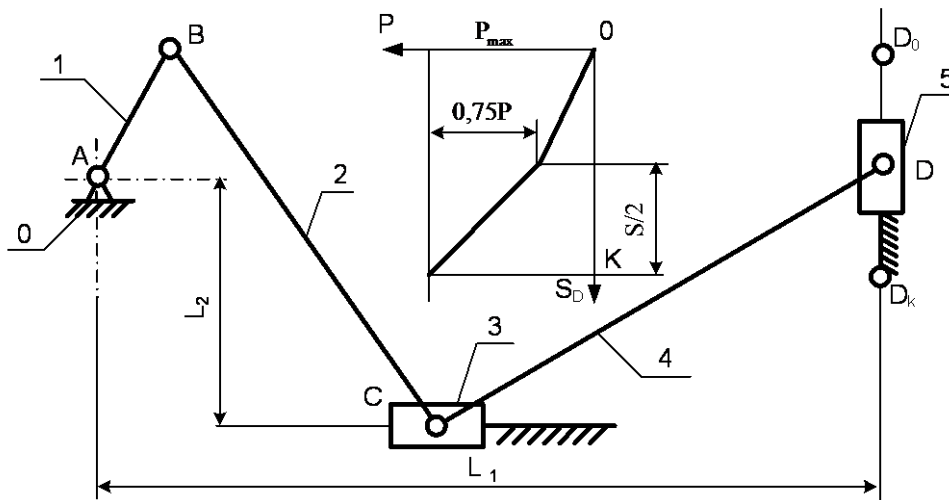
Таблица N - Данные к листу №1 – кинематический и динамический анализ механизма строгального станка

Таблица N - Данные к листу №3 – проектирование редуктора

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{ м}$	0.07	0.06	0.10	0.05	0.10	0.08	0.05	0.06	0.05	0.06
$l_{CD}, \text{ м}$	0.09	0.09	0.17	0.85	0.14	0.11	0.09	0.09	0.09	0.08
$l_{DE}, \text{ м}$	0.04	0.33	0.67	0.31	0.7	0.53	0.35	0.56	0.33	0.37
$L_1, \text{ м}$	0.08	0.06	0.20	0.06	0.14	0.08	0.06	0.10	0.06	0.08
$P_{\text{max}}, \text{ Н}$	2700	3000	5100	3100	5200	4700	3200	3700	3900	4100
№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_1, \text{ об}^{-1}$	300	150	100	75	300	150	100	75	300	150

ЗАДАНИЕ №5

Пресс



Данные к листу №1 – кинематический и динамический анализ механизма прессы

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_{AB}, \text{ м}$	0.30	0.32	0.34	0.31	0.33	0.35	0.29	0.28	0.31	0.32
$l_{CB}, \text{ м}$	1.00	1.10	1.05	0.95	1.15	1.10	0.98	1.00	1.20	1.15
$l_{CD}, \text{ м}$	1.25	1.27	1.30	1.25	1.37	1.40	1.21	1.20	1.30	1.35
$L_1, \text{ м}$	1.31	1.43	1.40	1.30	1.50	1.46	1.29	1.30	1.52	1.48
$L_2, \text{ м}$	0.05	0.08	0.06	0.10	0.04	0.05	0.03	0.06	0.07	0.09
$P_{\max}, \text{ Н}$	6500	5500	6000	5000	5200	5200	6300	5100	6700	4900

Данные к листу №2 – проектирование редуктора

№вар Наим	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_1, \text{ об}^{-1}$	30	50	60	70	80	90	100	80	50	30

Окончательный выбор кинематической схемы редуктора осуществляется студентом в результате проведённого энергокинематического расчёта привода. Для этой схемы выполняется его проектирование и конструирование.