Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

ТЕОРИЯ ИГР
сборник учебно-методических материалов
для направления подготовки

38.03.02 – Менеджмент

2017 г.

Печатается по решению

редакционно-издательского совета

факультета математики и информатики

Амурского государственного

Университета

Составители: Юрьева Т.А.

Теория игр: сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 38.03.02 – Менеджмент. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017.

Рассмотрен на заседании кафедры общей математики и информатики 03.11.2017, протокол № 3.

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний, практических навыков по вопросам, касающимся принятия управленческих решений в конфликтных ситуациях; обучение студентов основам процесса принятия управленческих решений, нахождение оптимальных стратегий в процессе подготовки и принятия управленческих решений в организационно-экономических и производственных системах.

Задачи дисциплины:

- ознакомление с основными понятиями теории игр;
- обучение теории и практике принятия решений в современных условиях хозяйствования;
- рассмотрение широкого круга задач, возникающих в практике менеджмента и связанных с принятием решений, относящихся ко всем областям и уровням управления**.**

В результате освоения обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

Знать: определения, теоремы, подходы к решению задач из основных разделов теории игр.

Уметь: применять методы математического анализа и моделирования процессов при принятии управленческих решений.

Владеть*:* навыками научного анализа управленческих проблем и экономических процессов, навыками практического использования базовых знаний по теории игр.

1 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Тема: Введение в теорию игр

План

1. Понятие теории игр.
2. Оптимальность в антагонистических играх.
3. Принцип максимина. Нижнее значение игры. Принцип минимакса. Верхнее значение игры.
4. Ситуация равновесия в чистых стратегиях. Седловая точка. Значение игры.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Теория игр – это теория математических моделей конфликтных ситуаций, - это одна из задач теории оптимальных решений – принятия решения в условиях.

Задачей теории игр является выработка рекомендаций для игроков, т.е. определение для них оптимальной стратегии. *Стратегией игрока* называется система правил, однозначно определяющих поведение игрока на каждом ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры. *Оптимальной* называется стратегия, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш. Количество стратегий у каждого игрока может быть конечным или бесконечным, в зависимости от этого игры подразделяются на конечные и бесконечные.

2. Игра, в которой выигрыш одного из игроков точно равен проигрышу другого, называется **антагонистической игрой** или игрой с нулевой суммой.

3. Игру можно представить в виде матрицы, в которой строки — стратегии первого игрока, столбцы — стратегии второго игрока, а элементы матрицы — выигрыши первого игрока. Такую матрицу называют *платежной.*

В общем случае парную игру с нулевой суммой можно записать платежной матрицей

$$(\mathrm{a}_{\mathrm{ij}})_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & .. & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}_{mxn} .$$

В общем случае парную игру с нулевой суммой можно записать платежной матрицей

$$(a_{ij})_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} .$$

Задача каждого из игроков — найти наилучшую стратегию игры, при этом предполагается, что противники одинаково разумны и каждый из них делает все, чтобы получить наибольший доход.

Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число a„ в каждой строке обозначим α_i ($i = \overline{1, m}$),

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}.$$

Зная α_i, т.е. минимальные выигрыши при различных стратегиях A_i, первый игрок выберет ту стратегию, для которой α_i максимально. Обозначим это максимальное значение через α, тогда

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Величина α — гарантированный выигрыш, который может обеспечить себе первый игрок, — называется нижней ценой игры *(максимином).*

Аналогично для определения наилучшей стратегии второго игрока найдем максимальные значения выигрыша по столбцам и, выбрав из них минимальное значение, получим

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij},$$

где β — *верхняя цена игры (минимакс).*

Если второй игрок будет придерживаться своей минимаксной стратегии, то он гарантирован, что в любом случае проиграет не больше β.

Для матричной игры справедливо неравенство

$$\alpha \leqslant \beta.$$

4. Если $\alpha = \beta$, то такая игра называется *игрой с седловой точкой,* а пара оптимальных стратегий ($A_{i\text{опт}}$, $B_{j\text{опт}}$) — седловой точкой матрицы. В этом случае элемент $\alpha_{ij} = v$ называется *ценой игры,* является одновременно минимальным в i-й строке и j-м столбце. Если игра имеет седловую точку, то говорят, что она решается в чистых стратегиях.

Тема: Антагонистические игры.

План

1. Смешанные стратегии.
2. Методы решения задач теории игр.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Если платежная матрица не имеет седловой точки, т.е. $\alpha < \beta$, то поиск решения игры приводит к применению сложной стратегии, состоящей в случайном применении двух и более стратегий с определенными частотами. Такая сложная стратегия называется *смешанной.*

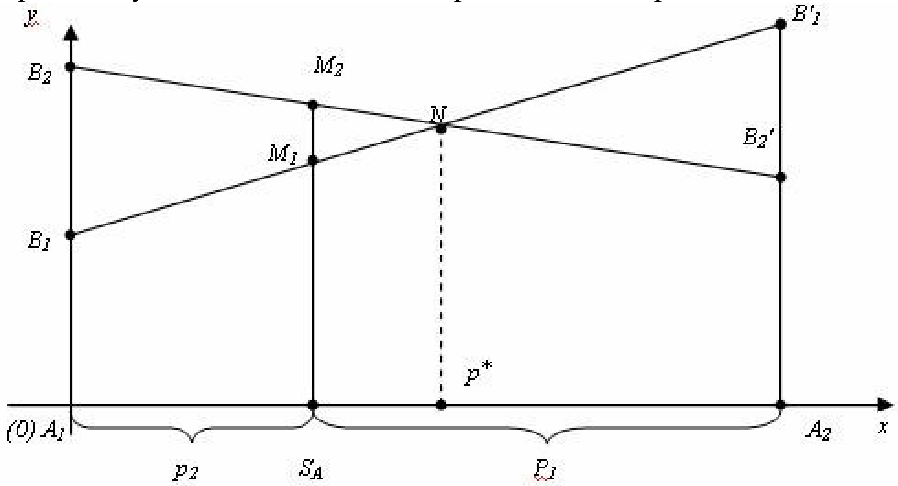
2. Упрощение матричных игр

Решение матричных игр тем сложнее, чем больше размерность платежной матрицы. Поэтому для игр с платежными матрицами большой размерности отыскание оптимального решения можно упростить, если уменьшить их размерность путем исключения дублирующих и заведомо невыгодных (доминируемых) стратегий. Если в платежной матрице игры все элементы строки (столбца) равны соответствующим элементам другой строки (столбца), то соответствующее этим строкам (столбцам) стратегии называются дублирующими. Если в платежной матрице игры все элементы некоторой строки, определяющей стратегию A_i игрока А, не больше (меньше или некоторые равны) соответствующих элементов другой строки, то стратегия A_i называется доминируемой (заведомо невыгодной). Если в платежной матрице игры все элементы некоторого столбца, определяющего стратегию B_i игрока В не меньше (больше или некоторые равны) соответствующих элементов другого столбца, то стратегия B_i называется доминируемой (заведомо невыгодной).

Правило. Решение матричной игры не изменится, если из платежной матрицы исключить строки и столбцы, соответствующие дублирующим и доминируемым стратегиям.

3. Решение игры в смешанных стратегиях геометрическим методом

Пусть игра задана платежной матрицей $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. По оси абсцисс отложим единичный отрезок $A_1 A_2$, где точка A_1 (0, 0) изображает стратегию A_1, A_2(1, 0) – стратегию A_2, а каждая промежуточная точка S_A этого отрезка изображает смешанную стратегию первого игрока $P_A = (p_1, p_2)$, где p_1– расстояние от точки S_A до A_2, p_2–расстояние от точки S_A до A_1. Выигрыш игрока *A* будем откладывать на вертикальных отрезках.



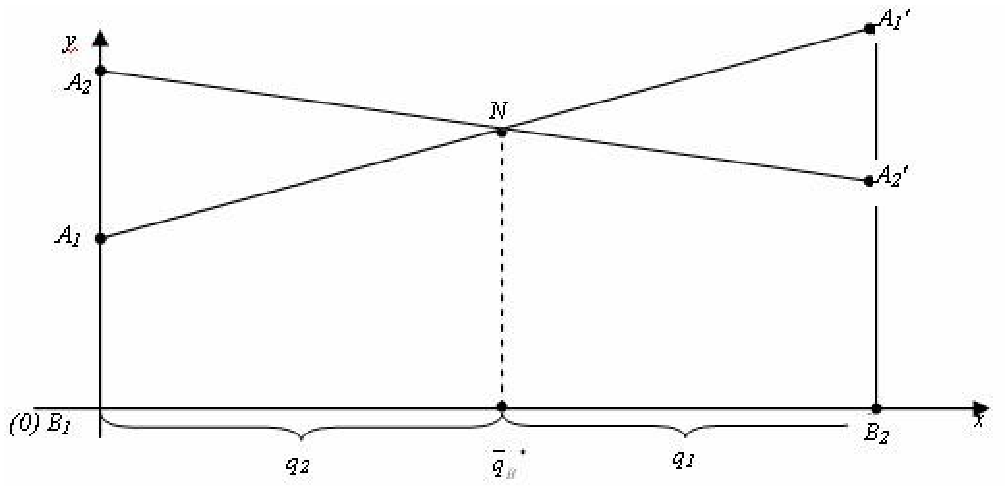
Случай 1. Если игрок *B* применит стратегию B_1, то выигрыш игрока *A* при стратегии A_1 равен a_{11}, поэтому на оси ординат отложим отрезок $A_1B_1 = a_{11}$. При применении игроком *A* стратегии A_2 выигрыш равен a_{21}, отложим этот отрезок на перпендикуляре из точки A_2, обозначим полученную точку B_1'. Ордината любой точки M_1 отрезка B_1B_1' равна среднему выигрышу игрока *A* при применении смешанной стратегии S_A(действительно, этот выигрыш равен математическому ожиданию случайной величины, т.е. $a_{11}p_1 + a_{21}p_2$).

Запишем уравнение прямой B_1B_1': $x = \dfrac{y - a_{11}}{a_{21} - a_{11}}$, т. е. $y = a_{11} + x\left(a_{21} - a_{11}\right)$, тогда при $x = p_2$ получим $y = a_{11} + p_2a_{21} – p_2a_{11} = a_{11}(1-p_2) + p_2a_{21} = a_{11}p_1 + a_{21}p_2$

Случай 2. Если игрок *B* применяет стратегию B_2, то аналогично откладываем отрезки a_{12} и a_{22} и получаем отрезок B_2B_2'. Ордината любой точки M_2 отрезка B_2B_2' – выигрыш игрока *A*, если *A* применяет смешанную стратегию S_A, а *B* – стратегию B_2.

Построим нижнюю границу выигрыша игрока *A* – ломаную $B_1 NB_2'$. Ординаты точек этой ломаной показывают минимальные выигрыши игрока *A* при использовании им любой смешанной стратегии. Оптимальное решение игры определяет точка *N*, в которой выигрыш игрока *A* принимает наибольшее значение. Ордината точки *N* равна цене игры. Проекция этой точки на ось *OX* показывает оптимальную стратегию (p_1, p_2).

Аналогично находится оптимальная стратегия Q = (q_1 , q_2) игрока *B*, только в соответствии с принципом минимакса надо находить верхнюю границу выигрыша, т. е. строить ломаную A_2NA_1' и брать точку *N* с наименьшей ординатой. Абсцисса точки *N* определяет оптимальную стратегию игрока *B*, т. е. Q = (q_1 , q_2).



4. Правила решения игры 2xn, mx2:

♦ строится графическое изображение игры;

♦ выделяется нижняя граница выигрыша и находится наибольшая ордината нижней границы, которая равна цене игры γ;

♦ определяется пара стратегий, пересекающихся в точке оптимума M. Эти стратегии являются активными стратегиями игрока B. Если в точке оптимума пересекаются более двух стратегий, то в качестве активных стратегий может быть выбрана любая пара из них;

♦ решается полученная игра 2x2.

Решение игры mx2 осуществляется аналогично. Вместо пункта 2 применяется;

♦ выделяется верхняя граница выигрыша, и на ней находится точка оптимума с наибольшей ординатой.

5. Сведение конечной матричной игры к задаче линейного программирования.

Для матричной игры nxm и Vн ≠ Vв , определим такие значения вероятностей выбора стратегий для игрока 1 (p1, p2 ,…, pm) и для игрока 2 (q1, q2 ,…, qn), при которых игроки достигали бы своего максимально гарантированного выигрыша.

Если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то, по условию задачи, его выигрыш не может быть меньше цены игры V. Поэтому данная задача может быть представлена для игроков в виде следующих систем линейных неравенств:

Для первого игрока:

$$\begin{cases} a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + ... + a_{m1}p_m \geq V \\ a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + ... + a_{m2}p_m \geq V \\ ... \\ a_{1n}p_1 + a_{2n}p_2 + ... + a_{mn}p_m \geq V \\ p_1 + p_2 + ... + p_m = 1 \\ p_1 \geq 0 : p_2 \geq 0 ... p_m \geq 0 \end{cases}$$

Для второго игрока:

Чтобы определить значение V, разделим обе части каждого из уравнений на V. Величину pi/V обозначим через xi, а qj/V – через yj.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + ... + a_{m1}x_m \geq 1 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{m2}x_m \geq 1 \\ ... \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + ... + a_{mn}x_m \geq 1 \\ x_1 + x_2 + ... + x_m = 1/v \\ x_1 \geq 0 : x_2 \geq 0 ... x_m \geq 0 \end{cases}$$

Для игрока 1 получим следующую систему неравенств, из которой найдём значение 1/v:

Для игрока 1 необходимо найти максимальную цену игры (V). Следовательно, значение 1/V должно стремиться к минимуму.

Целевая функция задачи будет иметь следующий вид:

min Z = min 1/V = min (x1 + x2 + … + xm)

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + ... + a_{1n}y_n \le 1 \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + ... + a_{2n}y_n \le 1 \\ ... \\ a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + ... + a_{mn}y_n \le 1 \\ y_1 + y_2 + ... + y_n = 1/V \\ y_1 \ge 0 : y_2 \ge 0 ... y_n \ge 0 \end{cases}$$

Для игрока 2 получим следующую систему неравенств, из которой найдём значение 1/v:

Для игрока 2 необходимо найти минимальную цену игры (V). Следовательно, значение 1/V должно стремиться к максимуму.

Целевая функция задачи будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + ... + a_{1n}q_n \le V \\ a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + ... + a_{2n}q_n \le V \\ ... \\ a_{m1}q_1 + a_{m2}q_2 + ... + a_{mn}q_n \le V \\ q_1 + q_2 + ... + q_n = 1 \\ q_1 \ge 0 : q_2 \ge 0 ... q_n \ge 0 \end{cases}$$

max Z = max 1/V = max (y1 + y2 + … + yn)

Все переменные в данных системах линейных неравенств должны быть неотрицательными: xi = pi/V, а yi = qj/V. Значения pi и qj не могут быть отрицательными, так как являются значениями вероятностей выбора стратегий игроков. Поэтому необходимо, чтобы значение цены игры V не было отрицательным. Цена игры вычисляется на основе коэффициентов выигрышей платёжной матрицы. Поэтому, для того, чтобы гарантировать условие неотрицательности для всех переменных, необходимо, чтобы все коэффициенты матрицы были неотрицательными. Этого можно добиться, прибавив перед началом решения задачи к каждому коэффициенту матрицы число K, соответствующее модулю наименьшего отрицательного коэффициента матрицы. Тогда в ходе решения задачи будет определена не цена игры, а величина V* = V + K.

Для решения задач линейного программирования используется симплекс-метод. В результате решения определяются значения целевых функций (для обоих игроков эти значения совпадают), а также значения переменных xi и yj . Величина V* определяется по формуле: V* = 1/z. Значения вероятностей выбора стратегий определяются: для игрока 1: Pi = xi·V*: для игрока 2: qi = yi·V*. Для определения цены игры V из величины V* необходимо вычесть число K.

Тема: Статистические игры

План

1. Игры с природой.
2. Критерии выбора оптимальной стратегии Лапласа, Вальда, Гурвица, Сэвиджа.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Матричная игра, в которой игрок взаимодействует с окружающей средой, называется статистической игрой или «игрой с природой». Человек в играх с природой старается действовать осмотрительно, второй игрок (природа, покупательский спрос) действует случайно.

Условия игры задаются матрицей

$$(a_{ij})_{m\times n}.$$

2. Имеется ряд критериев, которые используются при выборе оптимальной стратегии. Рассмотрим некоторые из них.

1. Критерий Вальда. Рекомендуется применять максиминную стратегию. Она достигается из условия

$$\max \min a_{ij}$$

и совпадает с нижней ценой игры. Критерий является пессимистическим, считается, что природа будет действовать наихудшим для человека образом.

2. Критерий максимума. Он выбирается из условия

$$\max \max a_{ij}.$$

Критерий является оптимистическим, считается, что природа будет наиболее благоприятна для человека.

3. Критерий Гурвица. Критерий рекомендует стратегию, определяемую по формуле

$$\max\{\alpha \min a_{ij} + (1-\alpha)\max a_{ij}\},$$

где α — степень оптимизма — изменяется в диапазоне [0, 1].

Критерий придерживается некоторой промежуточной позиции, учитывающей возможность как наихудшего, так и наилучшего для человека поведения природы. При $\alpha = 1$ критерий превращается в критерий Вальде, при α = 0 — в критерий максимума. На α оказывает влияние степень ответственности лица, принимающего решение по выбору стратегии. Чем хуже последствия ошибочных решений, больше желания застраховаться, тем a ближе к единице.

4. Критерий Сэвиджа. Суть критерия состоит в выборе такой стратегии, чтобы не допустить чрезмерно высоких потерь, к которым она может привести. Находится матрица рисков, элементы которой показывают, какой убыток понесет человек (фирма), если для каждого состояния природы он не выберет наилучшей стратегии.

Элемент матрицы рисков (r_{ij}) находится по формуле

$$r_{ij} = \max a_{ij} - a_{ij},$$

где $\max a_{ij}$ — максимальный элемент в столбце исходной матрицы.

Оптимальная стратегия находится из выражения

$$\min\{\max(\max a_{ij} - a_{ij})\}.$$

Тема: Бескоалиционные игры

План

1. Бескоалиционные игры. Определение бескоалиционной игры в нормальной форме.
2. Биматричные игры. Примеры. Эквивалентные игры.
3. Решения бескоалиционных игр.
4. Ситуация равновесия по Нэшу. Теорема Нэша..
5. Оптимальность по Парето.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Довольно часто встречаются конфликты, участники которых преследуют различные, но не обязательно прямо противоположные интересы. Такие конфликты рассматриваются в теории лиц. Те игры, правила которых не предусматривают совместных действий отдельных групп игроков (коалиций), изучает теория бескоалиционных игр. В этих играх игроки стремятся к ситуациям равновесия, т.е. к таким ситуациям, отклонение от которых отдельного игрока, если остальные игроки не изменяют своих стратегий, может привести разве лишь к его проигрышу. Конечная бескоалиционная игра двух лиц называется биматричной.

2. Биматричная игра — это конечная игра двух игроков с ненулевой суммой, в которой выигрыши каждого игрока задаются матрицами отдельно для соответствующего игрока (в каждой матрице строка соответствует стратегии игрока 1, столбец — стратегии игрока 2, на пересечении строки и столбца в первой матрице находится выигрыш игрока 1, во второй матрице — выигрыш игрока)

3. Рассмотрим парную игру, в которой каждый из участников имеет следующие возможности для выбора своей линии поведения:

игрок A – может выбрать любую из стратегий A1, …, Am;

игрок B – любую из стратегий B1, …, Bn;

Если игрок A выбрал стратегию Ai, игрок B – Bj, то в итоге выигрыш игрока A составит aij, игрока B – bij. Выигрыши игроков A и B можно записать в виде двух таблиц.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, если интересы игроков различны, но не обязательно противоположны, для описания игры используются две платёжные матрицы. Данный факт и дал название подобным играм – биматричным.

4. Состояние равновесия в биматричных матрицах

Решением биматричной игры есть такое решение, которое в том или ином смысле устраивает обоих игроков. Данная формулировка очень расплывчата, что обуславливается тем, что в биматричных играх довольно трудно чётко сформулировать цели для игроков. Как один из возможных вариантов – желание игрока навредить своему сопернику в ущерб собственному выигрышу, или цель будет противоположна.

Обычно рассматриваются два подхода к решению биматричной игры. Первый – поиск равновесных ситуаций: ищутся условия, когда игра находится в некотором равновесии, которое невыгодно нарушать ни одному из игроков в отдельности. Второй – поиск ситуаций, оптимальных по Парето: нахождение условий, при которых игроки совместными усилиями не могут увеличить выигрыш одного игрока, не уменьшив при этом выигрыш другого.

Ситуация в игре, приемлемая для всех игроков, называется ситуацией равновесия по Нэшу (равновесной ситуацией).

Теорема Нэша. В каждой бескоалиционной игре существует хотя бы одна ситуация равновесия в классе смешанных стратегий.

Тема: Кооперативные игры

План

1. Понятие о кооперативной игре.
2. Множество решений, оптимальных по Парето.
3. Точка угрозы. Переговорное множество. Точка решения Нэша.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

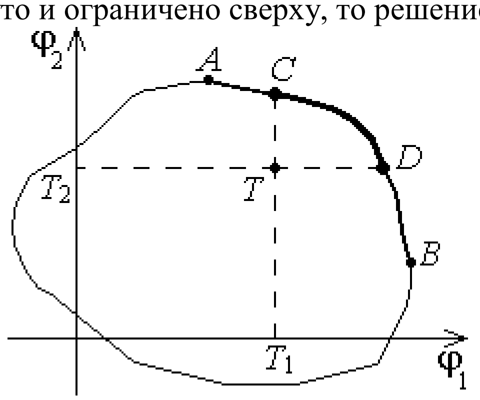
–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Реальные задачи принятия решений в условиях конфликта обычно характеризуются неантагонистичностью ситуации, то есть интересы игроков могут не быть противоположными. Это может приводить к ситуациям, взаимовыгодным обоим игрокам, что подразумевает выбор согласованного поведения, приводящего к увеличению выигрыша обоих игроков. *Кооперативной игрой* называют игру, в которой игрокам разрешается обсуждать перед игрой свои стратегии и договариваться о совместных действиях. Основная задача в кооперативной игре состоит в дележе общего выигрыша между членами коалиции.

2. Игра называется кооперативной, если в ней игрокам разрешается обсуждать перед игрой свои стратегии и договариваться о совместных действиях (добровольный обмен между игроками информацией, совместный выбор стратегий, передача игроками части выйгрыша друг другу и т.п.); иначе говоря, игроки могут образовывать коалиции. Теория кооперативных игр исследует типы коалиций, образующихся в процессе игры и условия, необходимые для их устойчивого существования. Обозначим через N множество всех игроков, причем игроков принято различать по их номерам, т.е. N={1,2,...,n}, а через S – любое его подмножество, которое является коалицией. Очевидно, что число коалиций, состоящих из k игроков, равно числу сочетаний из n по k.

3. Пусть Q – множество точек плоскости (φ_1, φ_2), соответствующих всевозможным ситуациям в игре. Ситуация называется Парето-оптимальным решением, если в этой ситуации увеличение выигрыша одного игрока возможно только за счет уменьшения выигрыша другого (на рис. 1 это часть границы между точками A и B). Пусть T1 и T2 величины выигрыша, которые каждый из игроков может получить, не вступая в коалицию с партнёром. Ситуация, в которой игроки получают выигрыши T1 и T2 соответственно, называется точкой угрозы (точка T). Переговорным множеством называют все точки множества Q, являющиеся Парето-оптимальными решениями, выигрыши в которых не меньше выигрышей в точке угрозы, это те выигрыши, которых игроки не могут достичь в одиночку (на рис. точки границы между C и D). Ситуация в игре называется точкой равновесия по Нэшу, если ни одному из игроков не выгодно отклоняться от своей стратегии в одиночку. При этом выигрыши в равновесных точках могут быть различны. Решением Нэша называют точку, в которой достигается максимум величины H = (φ_1 – T1)(φ_2– T2). В теории игр доказано, что если множество Q выпукло, замкнуто и ограничено сверху, то решение Нэша существует и единственно.



Точка угрозы точка T, часть границы между точками A и B -Парето-оптимальные решения, точки границы между C и D - переговорное множество.

Тема: Позиционные игры

План

1. Понятие позиционной игры.
2. Граф решений.
3. Позиции. Подыгра.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме, рассмотреть методы решения задач по теории игр.

Задачи:

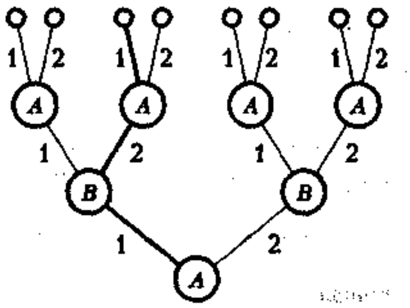
–сообщить теоретический материал по данной теме;

–ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

–осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Кроме антагонистических существуют и другие классы игр. В общих играх число игроков может быть больше двух, некоторые ходы возможно являются случайными, игроки могут иметь по несколько ходов, причем информация о прошедшем может меняться от хода к ходу. Такие игры называются позиционными или играми в развернутой форме. Например, в шахматах любой ход игрока зависит от позиции, которая определяется количеством и составом фигур каждого игрока, а также их расположением в данный момент. Множество ходов, которые можно совершить из каждой позиции можно изобразить в виде дерева игры. Например,



Символ О, А или В в кружке указывает, кто из игроков (О, А или В) делает очередной ход в заданной позиции. При этом символом О обычно обозначается ход в игре, осуществляемый не игроком, а каким-нибудь случайным механизмом (иногда его называют природой). Например, в позиционной игре, представленной на рис. своим деревом, первый ход производится случайно.

2. Говорят, что задана игра n лиц в позиционной форме, если заданы:

Вложенное в плоскость дерево, называемое деревом игры, с отмеченной вершиной v0 и выделенным ребром, инцидентным этой вершине.

Разбиение множества вершин этого дерева на подмножества V0,V1,…,Vn. Это разбиение называется разбиением по игрокам. Элементы множества V0 называются позициями случая, а элементы множества Vi – личными позициями i-го игрока (i=1,…,n).

Разбиение множества вершин дерева игры, являющееся утончением, как альтернативного разбиения, так и разбиения по игрокам. Элементы этого разбиения называются информационными множествами.

Вероятностное распределение (p1(I),p2(I),…,pm(I)) на множестве {1,…m} для каждого информационного множества I, содержащегося в V0, в вершинах которого имеется m альтернатив.

Упорядоченный набор из n чисел, называющихся выигрышами игроков для каждой финальной вершины.

Отмеченная вершина дерева игры называется начальной позицией игры. Вершины дерева, не являющиеся ни финальной, ни начальной, называются промежуточными позициями игры. Всякий простой путь, соединяющий начальную позицию игры с какой-нибудь финальной вершиной, называется партией в игре.

Считается, что в начальный момент времени игра находится в начальной позиции. При разыгрывании игры последовательно, шаг за шагом, реализуются шаги одного из двух типов.

Если игра находится в позиции v, принадлежащей множеству V0, то находится реализация j случайной величины, заданной для информационного множества, содержащего вершину v. Находится j-я альтернатива в вершине v, считая против часовой стрелки от единственного ребра, инцидентного вершине v и не являющегося альтернативой (если вершина v – начальная, то отсчет начинается с отмеченного ребра). Далее берется вторая вершина w, инцидентная выбранной альтернативе, и считается, что игра перешла в позицию w.

Если игра находится в позиции v, принадлежащей Vi, то выбор альтернативы делает i-ый игрок. При этом он не знает, в какой именно позиции находится игра, но знает информационное множество, которому эта позиция принадлежит. Следовательно, он знает число альтернатив m в позиции v. Он выбирает натуральное число jm. После этого находится j-я альтернатива в вершине v, считая против часовой стрелки от единственного ребра, инцидентного вершине v и не являющегося альтернативой (если вершина v – начальная, то отсчет начинается с отмеченного ребра). Далее берется вторая вершина w, инцидентная выбранной альтернативе, и считается, что игра перешла в позицию w.

За конечное число таких шагов игра попадет в одну из финальных вершин v, в которой заданы числа (h1(v),h2(v),…,hn(v)). Выигрыш игрока i составит hi(v).

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Практические занятия сопровождают лекционный курс дисциплины. Теоретические знания, представления, образы должны быть прожиты. Афоризм одного из известных физиков М. Лауэ: «знание есть то, что остается, когда все выученное уже забыто», характеризует важную роль практики.

Практические занятия должны проводиться в логичном единстве с теоретическим курсом, подкрепляя и уточняя понятийный аппарат.

Каждый практическое занятие начинается с теоретического опроса необходимого материала и проверки домашнего задания. Далее на конкретных примерах рассматриваются пути и способы применения тех математических методов, которые не требуют использования электронных вычислительных машин. При этом необходимо активизировать самостоятельную работу студентов. Задания и методические указания к ним выдаются студентам, каждый из которых выбирает оптимальный для себя темп работы. Преподавателю отводится роль консультанта и помощника. Задания, вызвавшие трудности у большинства студентов, разбираются на доске.

В конце занятия выдается домашнее задание, состоящее из теоретических вопросов, уяснение которых необходимо для следующего занятия и практических заданий по пройденному материалу.

При выполнении домашнего задания решать задачи удобнее поэтапно, в той последовательности, в какой эти задания сформулированы. В этом случае при возникновении трудностей будет легче обратиться к анализу тех тем, которые изложены в лекции и задач, разобранных на практическом занятии.

После выполнения практической части задания следует найти ответы на теоретические вопросы, заданные преподавателем и таким образом подготовится к осознанному восприятию следующего материала.

Активная, регулярная самостоятельная работа над домашним заданием – путь к успешному усвоению дисциплины.

Практическое занятие «Введение в теорию игр»

Основные вопросы

1. Исторический обзор.
2. Основные понятия теории игр.
3. Классификация игр.
4. Формальные представления игр.
5. Позиционные игры.
6. Игры с бесконечным множеством чистых стратегий.
7. Игры, не имеющие цены.
8. Игры, связанные с выбором времени или распределением средств.
9. Стохастические игры.
10. Рекурсивные игры.
11. Игры на выживание.

Практическое занятие «Антагонистические игры»

Основные вопросы

1. Чистые стратегии.
2.Смешанные стратегии. Аналитический метод решения задач теории игр.
3. Графический метод решения задач теории игр.
4. Сведение задачи теории игр к задаче линейного программирования.
5. Симплекс-метод решения задач теории игр.
6. Итеративный метод решения задач теории игр.
7. Методы решения бесконечных игр.

Типовые задания

1. Найдите нижнюю цену игры, верхнюю цену игры, определите седловые точки, оптимальные чистые стратегии и цену игры (если они существуют):

1.1 $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & -1 \\ 7 & 1 & -5 & 2 \\ -8 & 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ 1.2 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ 3 & -5 & -1 & 6 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

1.3 $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 1.4 $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ -4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ 1.5 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

2. Составить платежные матрицы и решить игры в задачах:

2.1 Каждый из двух участников игры, независимо один от другого, показывает на руке «камень», «бумагу» или «ножницы», при этом «бумага» выигрывает у «камня» одно очко, «камень выигрывает» у «ножниц» два очка, «ножницы» выигрывают у «бумаги» три очка. С какими вероятностями следует показывать каждому игроку указанные предметы, чтобы получить максимальный гарантированный выигрыш?

2.2 Игра заключается в том, что игрок А записывает числа 1 или 2, или 3, а игрок В, независимо от А записывает числа 1 или 2, или 3, или 4. если сумма двух чисел окажется четной, то А выигрывает эту сумму, если – нечетной, то В выигрывает сумму этих чисел. Составить платежную матрицу. Определить нижнюю и верхнюю цену игры, максиминную и минимаксную стратегии игроков.

2.3 Игрок А загадывает монету достоинством либо в 10 коп., либо в 20 коп. Если В отгадывает, то и получает ее. В противном случае В платит А 15 коп. Определить оптимальный способ ведения игры каждым игроком.

3. Решить аналитически игровые задачи:

$\begin{pmatrix} -5 & 8 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

4. Решить игру с матрицей (тип 2xn). В ответе указать цену игры и вероятности применения стратегий, т.е. v, p, q.

1. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 & -8 & 7 \\ 8 & 1 & -2 & 9 & -1 \end{vmatrix}$ **2.** $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 2 & -5 & -4 \\ 2 & 4 & -4 & 6 & 5 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} -2 & -7 & -6 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & -3 & -1 \end{vmatrix}$ **4.** $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 6 & 9 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & -6 & 9 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} -9 & 0 & -4 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 0 & -2 & -3 \end{vmatrix}$ **6.** $\begin{vmatrix} 9 & 0 & -7 & 6 & -2 \\ -8 & -3 & 1 & -4 & -1 \end{vmatrix}$

5. Решить игру с матрицей (тип mx2). В ответе указать цену игры и вероятности применения стратегий, т.е. v, p, q.

1. $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 9 & -8 \\ -2 & 9 \\ 5 & -1 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}$ **2.** $\begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 4 & -4 \\ 7 & -8 \\ -4 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$ **3.** $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -7 & 6 \\ 4 & -3 \\ -6 & 5 \\ 9 & -8 \end{vmatrix}$ **4.** $\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 8 & -5 \\ 0 & 5 \\ -7 & 9 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

6. Найдите решение матричной игры, сведя ее к двойственной задаче линейного программирования:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}. \qquad \begin{pmatrix} -7 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Два предприятия производят продукцию и поставляют её на рынок региона. Они являются единственными поставщиками продукции в регион, поэтому полностью определяют рынок данной продукции в регионе.

Каждое из предприятий имеет возможность производить продукцию с применением одной из пяти различных технологий. В зависимости от качества продукции, произведённой по каждой технологии, предприятия могут установить цену реализации единицы продукции на уровне 10, 8. 6, 4 и 2 денежных единицы соответственно. При этом предприятия имеют различные затраты на производство единицы продукции.

Доля продукции предприятия 1, приобретаемой населением в зависимости от соотношения цен на продукцию

Цена реализации 1 ед. продукции, д.е.		Доля продукции предприятия 1, купленной населением
Предп. 1	Предп. 2	
10	10	0,31
10	6	0,33
10	2	0,18
6	10	0,7
6	6	0,3
6	2	0,2
2	10	0,9
2	6	0,85
2	2	0,69

8. Решить приближенную (итеративным методом) следующие задачи:

$$.\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \qquad .\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & -1 \\ -4 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

9. Игрок 1 выбирает число x из множества X = [0; 1], игрок 2 выбирает число y из множества Y = [0; 1]. После этого игрок 2 платит игроку 1 сумму M (x, y) = 2x2 − y2. Найти верхнюю и нижнюю цену игры.

10. Игрок 1 выбирает $x \in X = (0; 1)$, игрок 2 выбирает $y \in Y = (0; 1)$. После этого игрок 1 получает сумму M (x, y) = x + y за счёт игрока 2. Найти цену игры.

Практическое занятие «Статистические игры»

Основные вопросы

1. Игры с природой
2. Критерии Байеса, Лапласа
3. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица

Типовые задания

1. Фирма "Фармацевт" — производитель медикаментов и биомедицинских изделий в регионе. Известно, что пик спроса на некоторые лекарственные препараты приходится на летний период (препараты сердечно-сосудистой группы, анальгетики), на другие — на осенний и весенний периоды (антиинфекционные, противокашлевые).

Затраты на 1 усл. ед. продукции за сентябрь-октябрь составили: по первой группе (препараты сердечно-сосудистые и анальгетики) — 20 р.; по второй группе (антиинфекционные, противокашлевые препараты) — 15 р.

По данным наблюдений за несколько последних лет службой маркетинга фирмы установлено, что она может реализовать в течение рассматриваемых двух месяцев в условиях теплой погоды 3050 усл. ед. продукции первой группы и 1100 усл. ед. продукции второй группы; в условиях холодной погоды — 1525 усл. ед. продукции первой группы и 3690 усл. ед. второй группы.

В связи с возможными изменениями погоды ставится задача — определить стратегию фирмы в выпуске продукции, обеспечивающую максимальный доход от реализации при цене продажи 40 р. за 1 усл. ед. продукции первой группы и 30 р. — второй группы.

2. Определите тип электростанции, которую необходимо построить для удовлетворения энергетических потребностей комплекса крупных промышленных предприятий. Множество возможных стратегий в задаче включает следующие параметры:

R_1 - сооружается гидростанция;

R_2 - сооружается теплостанция;

R_3 - сооружается атомная станция.

Экономическая эффективность сооружения электростанции зависит от влияния случайных факторов, образующих множество состояний природы S_i (i= 1,5).

Результаты расчета экономической эффективности приведены в следующей таблице:

Тип станции	Состояние природы				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
R_1	44	60	25	30	45
R_2	65	50	35	60	30
R_3	50	30	40	35	60

Тип станции	Состояние природы				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
R_1	30	40	50	25	45
R_2	20	50	55	30	35
R_3	50	30	40	35	55

3. Намечается крупномасштабное производство легковых автомобилей. Имеются четыре варианта проекта автомобиля $R_j = (j = 1,4)$. Определена экономическая эффективность V_{ij} каждого проекта в зависимости от рентабельности производства. По истечении трех сроков S_{ij} (i=l,3) рассматриваются как некоторые состояния среды (природы). Значения экономической эффективности для различных проектов и состояний природы приведены в таблице (ден. ед.) Требуется выбрать лучший проект легкового автомобиля для производства, используя критерии Вальда, Сэвиджа и Гурвица при α =0,2. Сравните решение и сделайте выводы.

1.

Проекты	Состояние природы		
	S_1	S_2	S_3
R_1	25	20	15
R_2	25	23	10
R_3	15	28	18
R_4	11	29	20

2.

Проекты	Состояние природы		
	S_1	S_2	S_3
R_1	30	25	14
R_2	25	26	10
R_3	15	24	15
R_4	10	30	26

Практическое занятие «Бескоалиционные игры»

Основные вопросы

1. Биматричные игры. Алгоритм Лемке
2. Решение задачи в смешанных стратегиях.
3. Сведение задачи к задаче целочисленного программирования

Типовые задания

1. Найти точки равновесия в биматричной игре (А – матрица выигрышей игрока 1, В – матрица выигрышей игрока 2)

1. А= $\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 14 & 9 \end{vmatrix}$

2. А= $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 6 & -4 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$

3. А= $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 11 & 2 \end{vmatrix}$

4. А= $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 7 & 11 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}$

5. А= $\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}$

6. А= $\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$ В= $\begin{vmatrix} 8 & 18 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}$

2. Исследовать все ситуации на равновесие по Нэшу и оптимальность по Парето

1. $\begin{pmatrix} (1,2) & (2,1) \\ (0,3) & (4,6) \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} (3,2) & (2,1) \\ (0,3) & (4,4) \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} (5,2) & (2,0) \\ (1,1) & (5,6) \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} (3,2) & (2,0) \\ (1,3) & (5,5) \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} (3,4) & (2,1) \\ (2,1) & (5,4) \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} (1,4) & (2,0) \\ (2,1) & (5,3) \end{pmatrix}$ 7. $\begin{pmatrix} (5,2) & (2,3) \\ (2,1) & (4,6) \end{pmatrix}$ 8 $\begin{pmatrix} (5,6) & (3,2) \\ (2,1) & (5,3) \end{pmatrix}$ 9. $\begin{pmatrix} (5,4) & (3,2) \\ (2,3) & (4,6) \end{pmatrix}$ 10. $\begin{pmatrix} (7,5) & (3,2) \\ (2,1) & (7,4) \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} (6,5) & (3,2) \\ (2,3) & (5,8) \end{pmatrix}$ 12 $\begin{pmatrix} (6,7) & (3,3) \\ (2,4) & (7,5) \end{pmatrix}$ 13. $\begin{pmatrix} (7,4) & (3,2) \\ (2,1) & (6,5) \end{pmatrix}$ 14 $\begin{pmatrix} (8,7) & (4,2) \\ (2,1) & (9,8) \end{pmatrix}$ 15. $\begin{pmatrix} (9,6) & (4,3) \\ (5,1) & (8,5) \end{pmatrix}$

3. Фирма А намерена сбыть партию товара на одном из двух рынков, которые контролируются более крупной фирмой В. С этой целью она проводит подготовительную работу, связанную с опре-деленными затратами. Если фирма В разгадает, на каком рынке фирма А будет продавать свой товар, то она примет контрмеры и воспрепятствует «захвату» рынка (этот вариант означает поражение фирмы А); если нет, то фирма А одерживает победу. Предположим, что для фирмы А проникновение на первый рынок более выгодно, чем проникновение на второй, но и борьба за первый рынок требует от нее больших средств. Например, победа фирмы А на первом рынке приносит ей вдвое большую прибыль, чем победа на втором, но зато поражение на первом рынке полностью ее разоряет.

4. Две фирмы участвуют в конкурсе на реализацию некоторого проекта, причем доход от реализации проекта составляет 10денежных ед. Каждая фирма может либо подать простую заявку на участие в конкурсе (затраты равны 1 денежной ед.) либо представить программу реализации проекта (затраты равны 3 денежным ед.). Условия конкурса таковы, что в случае, когда обе фирмы выбирают одинаковый способ действий, заказ на реализацию проекта, а также доход, делится между ними пополам; если же фирмы выбирают различные способы действий, то предпочтение отдается той, которая представила программу.

Практическое занятие «Кооперативные игры»

Основные вопросы

1. Значение игры по Шепли.
2. Предварительные переговоры

Типовые задания

1. Рассматривается корпорация из четырёх акционеров, имеющих акции соответственно в следующих размерах а1 = 10, а2 = 20, а3 = 30, а4 = 40.

Любое решение утверждается акционерами, имеющими в сумме большинство акций. Это решение считается выигрышем, равным 1. Поэтому данная ситуация может рассматриваться как простая игра четырёх игроков, в которой выигрывающими коалициями являются следующие: {2; 4}, {3; 4}, {1; 2; 3}, {1; 2; 4}, {2; 3; 4}, {1; 3; 4}, {1; 2; 3; 4}.Найти вектор Шепли для этой игры.

Практическое занятие «Позиционные игры»

Основные вопросы

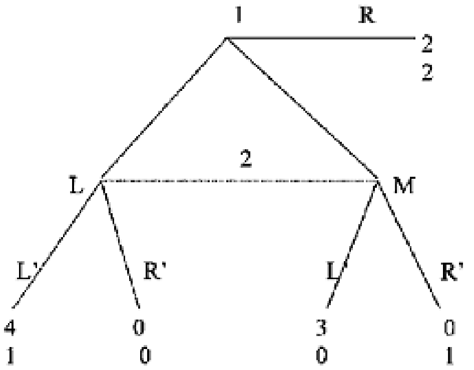
1. Игры с совершенной памятью.

2. Источники несовершенной информации.

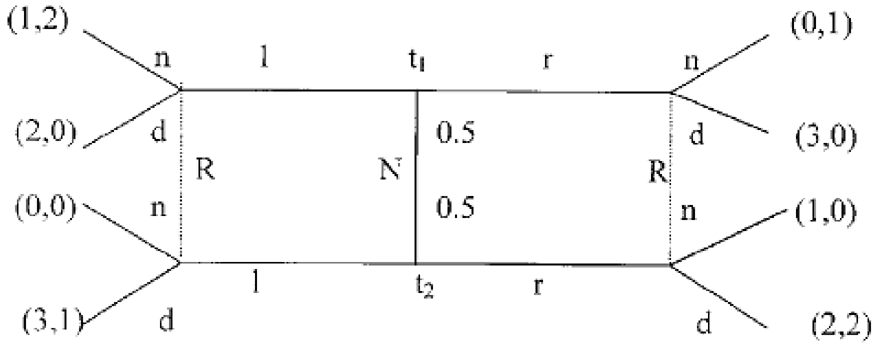
Типовые задания

Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй – 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то куче или добавляет 2 камня в какую-то кучу. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 24 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков – игрок, делающий первый ход или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

1. Для следующей игры укажите нормальную форму игры, все равновесия по Нэшу, совершенные под-игровые и совершенные Байесовы равновесия (в чистых стратегиях):



2. Укажите объединяющее Байесово равновесие, в котором оба типа Sender'а играют r в следующей сигнальной игре:



3.8. Рабочий может быть одного из двух типов: квалифицированным (К) или неквалифицированным (Н). Фирма считает, что оба типа равновероятны. Квалифицированный рабочий за месяц может заработать 4 единицы, а неквалифицированный — только 2 единиц. В начале рабочий запрашивает зарплату, равную 2 или 3. Затем фирма либо нанимает рабочего, либо не нанимает. Если фирма отказывает в приеме на работу квалифицированному рабочему, то он, выполняя временные работы, сможет заработать в месяц 1 единицу. Неквалифицированный рабочий ничего не заработает.

Найдите совершенное байесовское равновесие.

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;- формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;- развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.;
- для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствие с планом, предложенным преподавателем; изучение ГОСТов; ответы на контрольные вопросы; тестирование, выполнение упражнений и графических работ;
- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение индивидуальных заданий, подготовка к тестированию и зачету.

Прежде чем приступать к выполнению индивидуального задания, необходимо ознакомиться с содержанием теоретических вопросов по представленному списку литературы и по лекциям.

Работа пишется на стандартных листах писчей бумаги. Все листы заполняются только с одной стороны. Оформление индивидуального задания осуществляется в соответствии со стандартом. Каждая работа начинается с титульного листа, который служит обложкой работы. Сверху на нем указывается принадлежность студента к учебному заведению, факультету, специализации или кафедре. В середине листа указывается название изучаемой темы или раздела и название учебного задания, номер варианта. Ниже и справа указывается фамилия и инициалы студента, номер академической группы, фамилия и инициалы преподавателя. Внизу титульного листа отмечают год выполнения работы.

Эта страница служит также для отметок преподавателя о выполнении учебного задания и замечаний по поводу подготовленного студентом отчета.

При оформлении работы необходимо соблюдать нумерацию заданий. Задание переписывается полностью и ниже оформляется решение. Работа должна быть сдана на кафедру к назначенному преподавателем сроку.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственейшим периодом в работе студента. Серьезно подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать зачет или экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

Для организации самостоятельной работы используются задания:

1. Математическая модель конфликтной ситуации …
2. Один или группа участников игры, имеющих общие для них интересы, не совпадающие с интересами других групп - …
3. Набор правил, которые однозначно указывают игроку, какой выбор он должен сделать при каждом ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в результате проведения игры называется …
4. Антагонистическая игра это …
   a. Игра с не нулевой суммой
   b. Биматричная игра
   c. Игра с нулевой суммой
   d. Статистическая игра
   e. Игра с природой
5. Конечная игра двух игроков с нулевой суммой называется …
   a. Биматричной игрой
   b. Кооперативной игрой
   c. Дифференциальной игрой
   d. Матричной игрой
   e. Конечномерной игрой
6. Количество игроков в матричной игре равно …
7. Игрок А может назвать число 1 (стратегия A_1) или 2 (стратегия A_2). Игрок В может назвать число 3 (стратегия B_1) или 4 (стратегия B_2). Если сумма названных чисел четная, то выигрывает игрок А. Если сумма чисел нечетная, то выигрывает игрок В. Выигрыш равен сумме названных чисел. Платежная матрица игры имеет вид:

1) $P=\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $P=\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $P=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$

8. Игрок А записывает число 0 (стратегия A_1) или число 1 (стратегия A_2) и закрывает его рукой, а игрок В называет число 0 (стратегия B_1) или число 1 (стратегия B_2). Если В угадал записанное число, то он получает от игрока А 1 рубль, а если не угадал, то платит игроку А 1 рубль. Платежная матрица игры имеет вид…

1) $P=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

3) $P=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

4) $P=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$

9. Нижняя чистая цена игры, заданной платежной матрицей $P=\begin{pmatrix}2 & 3 & -2\\ 1 & 7 & 8\\ 8 & 0 & 3\end{pmatrix}$ равна …

10. Верхняя чистая цена игры, заданной платежной матрицей $P=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & 5 & 7\\ 8 & -6 & 3\end{pmatrix}$ равна …

11. Чистая цена игры $P=\begin{pmatrix}3 & 5 & 1 & 0\\ 10 & 4 & 3 & 7\\ -2 & 0 & 1 & 8\end{pmatrix}$ равна …

12. Для игры с платежной матрицы $P=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -2 & -3\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ выберите общее значение нижней чистой и верхней чистой цены игры

a. -3
b. -1
c. 3
d. -2
e. 1

13. Матричная игра имеет решение в чистых стратегиях, если … (отметить все верные условия)

a. Нижняя чистая цена игры больше верхней чистой цены игры
b. Игра имеет седловую точку
c. Нижняя чистая цена игры меньше верхней чистой цены игры
d. Игра не имеет седловой точки
e. Нижняя чистая цена игры и верхняя чистая цена игры равны

14. Платежная матрица … имеет седловую точку

1) $P=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 4\end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix}-3 & 5\\ 4 & 7\end{pmatrix}$

3) $P=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 3 & 8\end{pmatrix}$

4) $P=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 0 & -2\end{pmatrix}$

15. Упорядочить платежные матрицы по величине седлового элемента

1) $P=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $P=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $P=\begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

16. Установить соответствие между платежной матрицей и седловой точкой

A) $P=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 1) (A1; B1)

B) $P=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 2) (A2; B1)

C) $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 3) (A1; B2)

4) (A2; B2)

17. Упрощение платежной матрицы некоторой матричной игры возможно за счет …

a. Исключения отрицательных стратегий
b. Построения графической интерпретации игры
c. Исключения оптимальных чистых стратегий
d. Сведения матричной игры к задаче линейного программирования
e. Исключения доминируемых стратегий

18. Укажите номер доминируемой (заведомо невыгодной) стратегии у игрока А, если игра задана матрицей $P=\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 8 & 3 \\ 6 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ …

19. Укажите номер доминируемой (заведомо невыгодной) стратегии у игрока В, если игра задана матрицей $P=\begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 8 & 2 \\ 7 & 5 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ …

20. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ верно утверждение …

a. Стратегия B_2 доминирует стратегию B_3
b. Стратегия B_3 доминирует стратегию B_2
c. Стратегия B_1 доминирует стратегию B_4
d. Стратегия B_4 доминирует стратегию B_1

21. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 2 & 7 \\ 1 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ верно утверждение …

a. Стратегия A_2 доминирует стратегию A_3
b. Стратегия A_3 доминирует стратегию A_2
c. Стратегия A_1 доминирует стратегию A_2
d. Стратегия A_2 доминирует стратегию A_1

22. Решение матричной игры в смешанных стратегиях целесообразно, если
a. Игра повторяется один раз
b. Игра имеет седловую точку
c. Игра повторяется большое число раз
d. Нижняя и верхняя цены игры равны
23. Выберите верное утверждение
a. Любая матричная игра имеет решение в чистых стратегиях
b. Любая матричная игра имеет решение, по крайней мере, в смешанных стратегиях
c. В любой матричной игре есть доминируемые стратегии
d. В любой матричной игре есть седловая точка

24. Если α – нижняя чистая цена игры, β – верхняя чистая цена игры, то для любой матричной игры верно неравенство:
a. $\alpha < \beta$
b. $\alpha \le \beta$
c. $\alpha > \beta$
d. $\alpha \ge \beta$
25. Установите соответствие между значениями нижней и верхней чистыми ценами игры и допустимой ценой игры для некоторой платежной матрицы
a. $\alpha = -2; \beta = 0$ 1) $\nu = -2,4$
b. $\alpha = -5; \beta = -1$ 2) $\nu = 1,35$
c. $\alpha = 3; \beta = 7$ 3) $\nu = -1,25$
4) $\nu = 3$
26. Упорядочить платежные матрицы по величине цены игры

1) $P = \begin{pmatrix} 12 & 17 & 13 \\ 15 & 14 & 19 \\ 14 & 18 & 13 \end{pmatrix}$ 3) $P = \begin{pmatrix} -7 & -2 & -4 \\ -4 & -9 & -2 \\ -3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$

2) $P = \begin{pmatrix} 52 & 61 & 57 \\ 60 & 58 & 64 \\ 54 & 69 & 53 \end{pmatrix}$ 4) $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$

27. Сумма компонентов любой смешанной стратегии игрока в произвольной матричной игре равна …

28. Выберите смешанную стратегию, которая может быть решением некоторой игры для игрока А:
a. $X^*(-0,3;\ 0,5;\ 0,8;\ -0,2)$
b. $X^*(2;3;\ 4;\ 1)$
c. $X^*(0,1;\ 0,2;\ 0,3;\ 0,1)$
d. $X^*(0,5;\ 0,2;\ 0,1;\ 0,2)$
29. Если все элементы платежной матрицы $P = (a_{ij})$ преобразовать по формуле $P' = (\beta a_{ij} + \gamma)$, то …
a. Оптимальные стратегии игроков не изменятся
b. Все компоненты оптимальных стратегий надо умножить на β
c. Ко всем компонентам оптимальных стратегий надо прибавить γ
d. Все компоненты оптимальных стратегий надо умножить на β и прибавить к ним γ

30. Если у матричной игры с платежной матрицей $P=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & -4 \\ -1 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ цена игры равна 1,65, тогда цена игры, заданной матрицей $P=\begin{pmatrix} 101 & 97 & 102 \\ 104 & 105 & 96 \\ 99 & 107 & 108 \end{pmatrix}$ равна …

31. Цена игры с платежной матрицей $P=\begin{pmatrix} 500 & 600 \\ 700 & 400 \end{pmatrix}$ равна 550. Цена игры с платежной матрицей $P=\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ равна …

a. 450
b. 550
c. 5,5
d. 6,5

32. Установите соответствие между платежными матрицами с одинаковыми ценами игры

1) $P=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ A) $P=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix} 30 & 10 \\ 20 & 50 \end{pmatrix}$ B) $P=\begin{pmatrix} 11 & 13 \\ 17 & 12 \end{pmatrix}$

C) $P=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

33. Если элементы платежной матрицы удовлетворяют условию $a_{ij}=-a_{ij}$, то соответствующая матричная игра называется …

a. Кососимметричной
b. Симметричной
c. Рефлексивной
d. Элементарной

34. Цена симметричной матричной игры равна …

35. У симметричных матричных игр смешанные стратегии игроков …

a. Совпадают
b. Различны
c. Симметричны
d. Асимметричны

36. Выберите платежную матрицу, цена игры которой равна 0:

1) $P=\begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $P=\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ -3 & 0 & -5 \\ -1 & -6 & 0 \end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -7 \\ -2 & 0 & 1 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $P=\begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 \\ 6 & 0 & -4 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

37. Оптимальная стратегия игрока А в игре с матрицей $P=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -7 \\ -2 & 0 & 1 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ имеет вид $X^*(0{,}1;\ 0{,}7;\ 0{,}2)$. Выберите оптимальную стратегию игрока В.

a. $Y^*(0{,}2;\ 0{,}7;\ 0{,}1)$

b. $Y^*(0;\ 0{,}7;\ 0{,}3)$

c. $Y^*(0{,}1;\ 0{,}7;\ 0{,}2)$

d. $Y^*(0{,}3;\ 0{,}7;\ 0)$

38. Выберите решение игры с матрицей $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$

a. $X^*(0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}1),\ Y^*(0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}1),\ \nu=2$

b. $X^*(0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}1),\ Y^*(0{,}1;\ 0{,}4;\ 0{,}5),\ \nu=0$

c. $X^*(0{,}1;\ 0{,}4;\ 0{,}5),\ Y^*(0{,}1;\ 0{,}4;\ 0{,}5),\ \nu=0$

d. $X^*(0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}1),\ Y^*(0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}1),\ \nu=0$

39. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$ выберите решение для игрока А:

a. $X^*\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right),\ \nu=-\frac{1}{20}$

b. $X^*\left(\frac{7}{20};\ \frac{7}{20}\right),\ \nu=-\frac{1}{20}$

c. $X^*\left(\frac{11}{20};\ \frac{9}{20}\right),\ \nu=-\frac{1}{20}$

d. $X^*\left(\frac{17}{20};\ \frac{3}{20}\right),\ \nu=-\frac{1}{20}$

40. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ выберите решение для игрока В:

a. $Y^*\left(\frac{5}{7};\ \frac{2}{7}\right),\ \nu=\frac{2}{7}$

b. $Y^*\left(\frac{4}{7};\ \frac{3}{7}\right),\ \nu=\frac{4}{7}$

c. $Y^*\left(\frac{3}{7};\ \frac{3}{7}\right),\ \nu=\frac{4}{7}$

d. $Y^*\left(\frac{2}{7};\ \frac{5}{7}\right),\ \nu=\frac{2}{7}$

41. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ система уравнений для нахождения оптимальной стратегии $X^*(p_1;\ p_2)$ игрока А и цены игры ν имеет вид …

1) $\begin{cases} 4p_1+3p_2=\nu, \\ -2p_1+8p_2=\nu, \\ p_1+p_2=1. \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4p_1+3p_2=1, \\ -2p_1+8p_2=1, \\ p_1+p_2=1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4p_1 + -2p_2 = \nu, \\ 3p_1 + 8p_2 = \nu, \\ p_1 + p_2 = 1. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4p_1 + -2p_2 = 1, \\ 3p_1 + 8p_2 = 1, \\ p_1 + p_2 = 1. \end{cases}$

42. Для матричной игры $P = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ система уравнений для нахождения оптимальной стратегии $Y^*(q_1; q_2)$ игрока В и цены игры ν имеет вид …

1) $\begin{cases} -3q_1 + 4q_2 = \nu, \\ 2q_1 + -5q_2 = \nu, \\ q_1 + q_2 = 1. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -3q_1 + 4q_2 = 1, \\ 2q_1 + -5q_2 = 1, \\ q_1 + q_2 = 1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} -3q_1 + 2q_2 = 1, \\ 4q_1 + -5q_2 = 1, \\ q_1 + q_2 = 1. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -3q_1 + 2q_2 = \nu, \\ 4q_1 + -5q_2 = \nu, \\ q_1 + q_2 = 1. \end{cases}$

43. В матричной игре $P = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ оптимальная смешанная стратегия игрока А имеет вид

a. $X^*\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{16}\right), \nu = \frac{2}{16}$

b. $X^*\left(\frac{23}{16}; -\frac{7}{16}\right), \nu = \frac{189}{16}$

c. $X^*\left(\frac{7}{16}; \frac{9}{16}\right), \nu = \frac{13}{16}$

d. $X^*\left(\frac{1}{16}; \frac{15}{16}\right), \nu = \frac{160}{16}$

44. Цена игры с платежной матрицей $P = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ равна … , если оптимальная смешанная стратегия игрока А имеет вид $X^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right)$.

a. $\nu = \frac{7}{5}$

b. $\nu = 12$

c. $\nu = -6$

d. $\nu = -\frac{9}{5}$

45. Цена матричной игры $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ равна

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{3}$

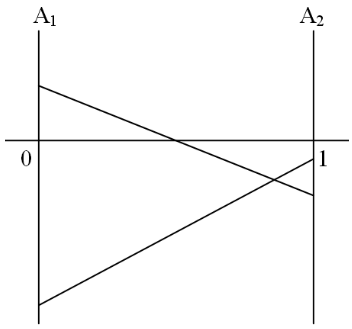
c. 0

d. 2

46. Графическое решение не допускается для матричной игры, платежная матрица которой имеет размерность …

a. 2x2
b. 2xn
c. mxn
d. mx2

47. Графическая интерпретация для матричной игры 2x2 при нахождении оптимальной стратегии игрока А соответствует платежной матрице



1) $P=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

3) $P=\begin{pmatrix}-2 & -7\\ -4 & -2\end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

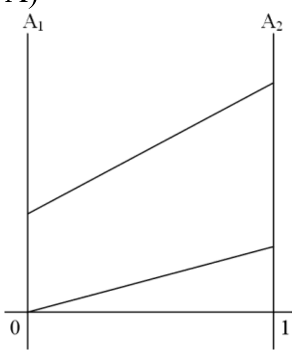
4) $P=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -3 & -1\end{pmatrix}$

48. Установите соответствие между платежными матрицами и графической интерпретацией игры для игрока А

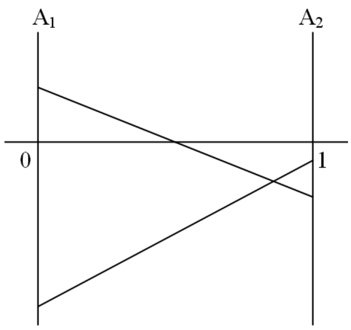
1) $P=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

2) $P=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

A)

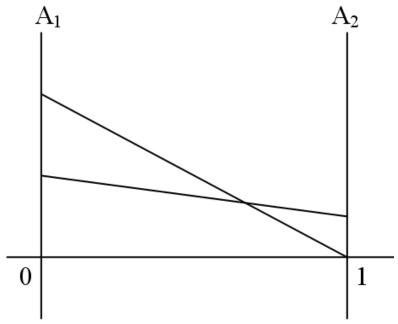


B)

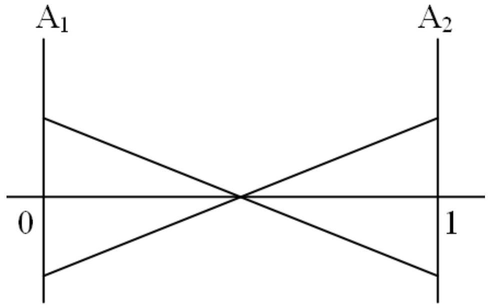


3) $P=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

C)



D)



49. Для решения матричной игры как задачи линейного программирования необходимо, чтобы …

a. Цена игры была положительной
b. Игра имела размерность 2х2
c. Сумма компонентов смешанных стратегий игроков равнялась 1
d. Игра не имела решения в чистых стратегиях

50. Для матричной игры $P=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ и смешанной стратегии игрока B: $Y\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ математическое ожидание выигрыша игрока A при использовании им своей чистой стратегии A_2 равно:

a. 4
b. 2,5
c. 2
d. 4,5

51. Выберите задачу линейного программирования, составленную для нахождения оптимальной стратегии игрока A матричной игры $P=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$

1) $z=x_1+x_2\to\max$
$$\begin{cases} 4x_1+3x_2\le 1, \\ 2x_1+8x_2\le 1, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

2) $z=x_1+x_2\to\min$
$$\begin{cases} 4x_1+3x_2\ge 1, \\ 2x_1+8x_2\ge 1, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

3) $z=x_1+x_2\to\min$
$$\begin{cases} 4x_1+2x_2\ge 1, \\ 3x_1+8x_2\ge 1, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

4) $z=x_1+x_2\to\max$
$$\begin{cases} 4x_1+2x_2\le 1, \\ 3x_1+8x_2\le 1, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

52. Задача принятия решений в условиях неопределенности, когда игрок взаимодействует с окружающей средой называется …

a. Антагонистической игрой

b. Игрой в нормальной форме
c. Игрой с природой
d. Позиционной игрой

53. Установите соответствие между названием критерия принятия решения и формулой, по которой рассчитываются оценки стратегий игрока

1) Критерий максимального математического ожидания

2) Критерий недостаточного основания Лапласа

3) Максиминный критерий Вальда

A) $W_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$

B) $W_i = \max_j a_{ij}$

C) $W_i = \min_j a_{ij}$

D) $W_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$

54. Установите соответствие между названием критерия принятия решения и формулой, по которой рассчитываются оценки стратегий игрока

1) Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица

2) Критерий Ходжа-Лемана

A) $W_i = u \cdot \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} + (1-u)\min_j a_{ij}$

B) $W_i = c\max_j a_{ij} + (1-c)\max_j r_{ij}$

C) $W_i = c\min_j a_{ij} + (1-c)\max_j a_{ij}$

D) $W_i = u\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j + (1-u)\min_j a_{ij}$

55. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	4	-2
A_2	5	-1	7
A_3	2	1	3
P	**0,2**	**0,3**	**0,5**

установите соответствие между стратегиями игрока и оценками стратегий по критерию максимального математического ожидания

1) A_1 A) 2,2
2) A_2 B) 0,8
3) A_3 C) 4,2
D) 1,6

56. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	2	3	-1
A_2	5	-3	6
A_3	4	1	3
P	**0,4**	**0,1**	**0,5**

выберите оценку стратегии A_1, сделанную по критерию Ходжа-Лемана, если параметр достоверности информации о вероятностях состояний окружающей среды u = 0,7

1) 0,6
2) 0,12
3) -1
4) -0,52

57. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	1	3	-2
A_2	2	-4	6
A_3	4	1	7

выберите оценку стратегии A_2, сделанную по критерию пессимизма-оптимизма Гурвица, если коэффициент пессимизма с = 0,4

1) 2
2) 1
3) 4,2
4) 0

58. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	2	-3	4
A_2	5	-1	7
A_3	-8	1	19

установите соответствие между стратегиями игрока и их оценками, сделанными по максиминному критерию Вальда

1) A_1	A) -8
2) A_2	B) -3
3) A_3	C) -1
	D) -4

59. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	1	8	3
A_2	3	2	4
A_3	12	-9	-3

установите соответствие между стратегиями игрока и их оценками, сделанными по критерию недостаточного основания Лапласа:

1) A_1	A) 0
2) A_2	B) 2
3) A_3	C) 4
	D) 3

60. Установите соответствие между матрицей игры с природой и ее матрицей рисков:

a.

	S_1	S_2	S_3
A_1	1	3	-2
A_2	2	-4	6
A_3	4	1	7

b.

	S_1	S_2	S_3
A_1	2	-3	4
A_2	5	-1	7
A_3	-8	1	19

1)

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	4	15
A_2	0	2	12
A_3	13	0	0

2)

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	0	11
A_2	0	6	3
A_3	9	7	0

c.

	S_1	S_2	S_3
A_1	1	8	3
A_2	3	2	4
A_3	12	-9	-3

3)

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	0	9
A_2	2	7	1
A_3	0	2	0

4)

	S_1	S_2	S_3
A_1	11	0	1
A_2	9	6	0
A_3	0	17	7

61. Для матрицы рисков

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	0	11
A_2	0	6	3
A_3	9	7	0

укажите номер стратегии, оптимальной по критерию минимаксного риска Сэвиджа

62. Для игры с природой, заданной матрицей

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	0	9
A_2	4	11	3
A_3	-2	7	4

установите соответствие между критериями принятий решений и оптимальными оценками стратегий игрока по этим критериям

1) Критерий крайнего пессимизма — A) 11
2) Максиминный критерий Вальда — B) -2
3) Критерий азартного игрока — C) 9
D) 3

63. Конечная бескоалиционная игра двух игроков с ненулевой суммой – это ..
a. Биматричная игра
b. Матричная игра
c. Антагонистическая игра
d. Дифференциальная игра

64. Каждая биматричная игра …
a. Имеет по крайней мере одну ситуацию равновесия
b. Всегда имеет точно одну ситуацию равновесия
c. Всегда имеет бесконечно много ситуаций равновесия
d. Не имеет ситуаций равновесия

65. Двое заключенных знают, что если оба сознаются в преступлении, то каждый получит по 7 лет наказания. Если оба не сознаются – по 3 года. Если один сознается, а другой нет, то сознавшийся получит 1 год, а не сознавшийся 10 лет. Стратегии игрока А: сознаваться (А1), не сознаваться (А2). Стратегии игрока В: сознаваться (В1), не сознаваться (В2). **Выберите платежную матрицу игрока А**. Элементы в матрицах – срок наказания заключенного, строки матрицы соответствуют стратегиям игрока А, столбцы – стратегиям игрока В.

a. $A = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

b. $A = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

c. $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$

d. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 10 & 7 \end{pmatrix}$

66. Двое заключенных знают, что если оба сознаются в преступлении, то каждый получит по 7 лет наказания. Если оба не сознаются – по 3 года. Если один сознается, а другой нет, то сознавшийся получит 1 год, а не сознавшийся 10 лет. Стратегии игрока А: сознаваться (А1), не сознаваться (А2). Стратегии игрока В: сознаваться (В1), не сознаваться (В2). Выберите платежную матрицу игрока В. Элементы в матрицах – срок наказания заключенного, строки матрицы соответствуют стратегиям игрока А, столбцы – стратегиям игрока В.

a. $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$

b. $B = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

c. $B = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

d. $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 10 & 7 \end{pmatrix}$

67. Позиционная игра может быть сведена к …
a. Биматричной игре
b. Матричной игре
c. Дифференциальной игре
d. Бесконечной игре

68. Позиционная игра называется …, если в любой точке ее партии игрок, делающий ход, точно знает, какие выборы сделаны раньше.
a. Игрой с ограниченной информацией
b. Простой игрой
c. Игрой с неполной информацией
d. Игрой с полной информацией

69. Шахматы – это …
a. Матричная игра
b. Биматричная игра
c. Позиционная игра с полной информацией
d. Позиционная игра с неполной информацией

70. Крестики и нолики это …
a. Матричная игра
b. Биматричная игра
c. Позиционная игра с полной информацией
d. Позиционная игра с неполной информацией

71. В позиционной игре с полной информацией …
a. Всегда существуют оптимальные чистые стратегии
b. Иногда существуют оптимальные чистые стратегии
c. Не существует оптимальных чистых стратегий
d. Невозможно найти решение

72. Игра с ненулевой суммой, в которой игрокам разрешается обсуждать перед игрой свои стратегии и договариваться о совместных действия называется …

a. Бескоалиционной игрой
b. Матричной игрой
c. Кооперативной игрой
d. Антагонистической игрой

73. В кооперативной игре точка, координаты которой определяют величины выигрышей, которые игроки могут получить, не вступая в коалицию друг с другом называется точкой …

74. В кооперативной игре множество точек, образующих северо-восточную границу множества возможных платежей, в котором увеличение выигрыша одного игрока возможно только за счет уменьшения выигрыша другого называется …

a. Парето-оптимальным множеством
b. Переговорным множеством
c. Точкой решения Нэша
d. Точкой угрозы

75. В кооперативной игре, если множество возможных платежей выпукло, замкнуто и ограничено сверху, то точка Нэша …

a. Единственна
b. Существует и единственна
c. Существует
d. Существует и не единственна

76. В кооперативной игре подмножество Парето-оптимального множества точек, координаты которых превышают координаты точки угрозы, называется …

a. Примерно-оптимальным множеством
b. Множеством платежей
c. Допустимым множеством
d. Переговорным множеством

77. В кооперативной игре точка, в которой достигается максимум превышений выигрышей каждого из игроков над платежами, которые могут быть получены без вступления в коалицию, называется точкой решения ...

a. Розенмюллера
b. Нэша
c. Неймана
d. Моргенштерна

78. В кооперативной игре условие, по которому любой игрок должен получить выигрыш в коалиции не меньше, чем он получил бы, не участвуя в ней, называется …

a. Условием коллективной рациональности
b. Условием решения Нэша
c. Условием индивидуальной рациональности
d. Условием существования точки угрозы

79. В кооперативной игре вектор $x = (x_1, \dots , x_n)$, удовлетворяющий условиям индивидуальной и коллективной рациональности, называется … в условиях характеристической функции v.

80. Свойство характеристической функции игры, в соответствии с которым коалиция, не содержащая ни одного игрока, ничего не выигрывает, это …

a. Супераддитивность
b. Дополнительность
c. Персональность
d. Индивидуальная рациональность
e. Коллективная рациональность

81. Свойство характеристической функции игры, в соответствии с которым общий выигрыш коалиции не меньше суммарного выигрыша всех участников коалиции, это …

a. Супераддитивность

b. Дополнительность
c. Персональность
d. Индивидуальная рациональность
e. Коллективная рациональность

82. Свойство характеристической функции игры, в соответствии с которым сумма выигрышей коалиции и остальных игроков должна равняться общей сумме выигрышей всех игроков, это …

a. Супераддитивность
b. Дополнительность
c. Персональность
d. Индивидуальная рациональность
e. Коллективная рациональность

СОДЕРЖАНИЕ

Татьяна Александровна Юрьева,

доц. каф. общей математики и информатики АмГУ, канд. пед. наук