Федеральное агентство по образованию
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГОУВПО "АмГУ"

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой МАиМ

__________ Т. В. Труфанова

«___»____________ 2007 г.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

для специальности 010501 – "Прикладная математика"

Составитель: Н.Н. Кушнирук

Благовещенск
2007 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета

Кушнирук Н.Н.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебно-методический комплекс по дисциплине для студентов очной формы обучения специальности 010501 "Прикладная математика". – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007. – 29 с.

Учебно-методический комплекс по дисциплине предназначен для студентов специальности 010501 – "Прикладная математика" очной формы обучения, и призван помочь студентам в организации процесса изучения дисциплины "Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений".

I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа по дисциплине "Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений" для специальности 010501-"Прикладная математика".

Курс 4, 5. Семестр 8, 9. Лекции – 66 (32+34) час. Экзамен – 9 семестр. Практические (семинарские) занятия – 66 (32+34). Зачет 8 семестр. Лабораторные занятия (нет). Самостоятельная работа – 88 час. Всего – 220 час.

Составитель Р.Р.Саакян, профессор. Факультет математики и информатики. Кафедра математического анализа и моделирования. Благовещенск, 2005.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа курса «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений» составлена в соответствии с требованиями государственного стандарта высшего профессионального образования по специальности 010200 - Прикладная математика.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины - получение теоретических знаний о численных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ЧМР ОДУ) и практического опыта по применению ЧМР ОДУ к решению научно-технических задач. Дисциплина знакомит с современными методами и средствами ЧМР ОДУ, способствует развитию инженерного подхода у студентов к решению соответствующих задач.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Лекционный материал - 66 часов

1. Общая теорема существования. Сходимость метода Эйлера (4 ч.).

2. Теория существования решения, основанная на итерационных методах и рядах Тейлора (2 ч.).

3. Модификации метода Эйлера (4 ч.).

4. Первые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка метода Рунге-Кутты (4 ч.).

5. Обсуждение методов порядка 4 (2 ч.).

6. Условия порядка для методов Рунге-Кутты (4 ч.).

7. Деревья и элементарные дифференциалы (4 ч.).

8. Формула Фаа ди Бруно (2 ч.).

9. Оценка погрешности и сходимость методов Рунге-Кутты (2 ч.).

10. Оценка глобальной погрешности (2 ч.).

11. Практическая оценка погрешности и выбор длины шага (2 ч.).

12. Автоматическое управление длиной шага (2 ч.).

13. Вложенные формулы Рунге-Кутты (4 ч.).

14. Дальнейшие вопросы практических вычислений (2 ч.).

15. Неявные методы Рунге-Кутты (4 ч.).

16. Явные методы Адамса (4 ч.).

17. Методы, основанные на дифференцировании (4 ч.).

18. Локальная погрешность многошагового метода (4 ч.).

19. Порядок многошагового метода (4 ч.).

20. Устойчивость и сходимость многошаговых методов (2 ч.).

21. Методы, основанные на применении производных высших порядков (2 ч.).

2.2. Тематика практических занятий - 66 часов

1. Решение задач по методу Эйлера. Оценка погрешности (4 ч.).

2. Решение задач усовершенствованными методами Эйлера. Строгие оценки погрешности (6 ч.).

3. Решение задач по методу итерационной обработки (4 ч.).

4. Решение задач по методу Пикара. Строгие оценки погрешности (4 ч.).

5. Решение задач по классическому методу Рунге-Кутты (6 ч.).

6. Контроль правильности выбора шага (6 ч.).

7. Оценка погрешности с помощью двойного просчета (6 ч.).

8. Решение задач по определению условия порядка (6 ч.).

9. Нахождение трех стадийных методов Рунге-Кутты (6 ч.).

10. Нахождение четырех стадийных методов Рунге-Кутты (6 ч.).

11. Решение задач по методу Адамса (6 ч.).

12. Оценка погрешности (6 ч.).

2.3. Вопросы к зачету

1. Общая теорема существования.

2. Теория существования решения. Метод последовательных приближений Пикара.

3. Теория существования решения. Метод рядов Тейлора.

4. Теория существования решения. Доказательство сходимости.

5. Модификации метода Эйлера.

6. Первые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка.

7. Обсуждение методов порядка 4.

8. Условия порядка для методов Рунге-Кутты. Производные точного решения. Условия порядка 3.

9. Деревья и элементарные дифференциалы.

10. Разложение Тейлора для точного решения. Формула Фаа ди Бруно.

11. Производные численного решения. Условия порядка.

12. Оценка погрешности и сходимость методов Рунге-Кутты. Строгие оценки. Главный член погрешности.

13. Оценка глобальной погрешности.

14. Вложенные методы Рунге-Кутты. Формула Дормана-Принса.

15. Практическая оценка погрешности. Автоматическое управление длиной шага.

16. Дальнейшие вопросы практических вычислений.

2.4. Экзаменационные вопросы

1. Классификация приближенных методов. Метод Пикара

2. Метод Эйлера - разные подходы к построению

3. Несколько модификаций метода Эйлера

4. Первые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов Рунге-Кутты

5. Методы Рунге-Кутты 4 порядка

6. Условия порядка для методов Рунге-Кутты. Производные точного решения. Условия порядка 3

7. Деревья и элементарные дифференциалы. Разложения Тейлора для точного решения

8. Формула Фаа ди Бруно. Производные численного решения. Условия порядка

9. Оценка глобальной погрешности. Глобальная погрешность метода Эйлера

10. Практическая оценка погрешности. Экстраполяция по Ричардсону. Автоматическое управление длиной шага

11. Вложенные формулы Рунге-Кутты. Формула Домана-Принса

12. Дальнейшие вопросы практических вычислений

13. Неявные методы Рунге-Кутты

14. Явные методы Адамса

15. Неявные методы Адамса

16. Явные методы Нюстрема. Методы Милна – Симпсопа

17. Методы, основанные на дифференцировании

18. Общий вид линейных многошаговых методов. Условия согласованности

19. Построение и определение порядка линейных многошаговых методов

20. Численное решение систем дифференциальных уравнений первого порядка. Численное решение дифференциальных уравнений высшего порядка

21. Методы, основанные на применении производных высших порядков

22. Метод Чаплыгина

23. Методы приближенного решения краевых задач ОДУ. Постановка задачи. Метод пристрелки

24. Методы приближенного решения краевых задач ОДУ. Постановка задачи. Метод редукции

25. Методы приближенного решения краевых задач ОДУ. Постановка задачи. Метод дифференциальной прогонки

26. Метод конечных разностей

27. Метод коллокации

28. Метод наименьших квадратов. Метод Галеркина

29. Приближенные методы решения общей краевой задачи

2.5. Требования к знаниям студентов, предъявляемые на зачете

Зачет сдается в конце 8-го семестра. Форма сдачи зачета - письменная. Необходимым условием допуска на зачет является активное участие на практических занятиях и получение аттестации в течение семестра. В предлагаемый билет входят два вопроса. Студент должен дать развернутый ответ на оба вопроса. Развернутый ответ предполагает полное знание теории по данной части курса и свободную ориентацию в материале.

2.6. Требования к знаниям студентов, предъявляемые на экзамене

Экзамен сдается в конце 9-го семестра. Форма сдачи экзамена письменная. Необходимым условием допуска на экзамен является активное участие на практических занятиях и сдача четырех контрольных работ в течение семестра. В предлагаемый билет входят два вопроса. Студент должен дать развернутый ответ на оба вопроса. Развернутый ответ предполагает полное знание теории по данной части курса и свободную ориентацию в материале.

При оценке знаний на экзамене учитывается: правильность и осознанность изложения содержания ответа на вопросы, полнота раскрытия понятий и закономерностей, точность употребления и трактовки общенаучных и специальных терминов; степень сформированности интеллектуальных и научных способностей экзаменуемого; самостоятельность ответа; речевая грамотность и логическая последовательность ответа.

Критерии оценок:

- «отлично» - полно раскрыто содержание вопросов в объеме программы и рекомендованной литературы; четко и правильно липы определении и раскрыто содержание концептуальных понятий, корректно использованы научные термины; ответ самостоятельный, исчерпывающий, без наводящих дополнительных вопросов, с опорой на знания, приобретенные в процессе специализации по выбранному направлению автоматизации.

- «хорошо» - раскрыто основное содержание вопросов; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; допущены нарушения последовательности изложения, небольшие неточности при использовании научных терминов или в выводах и обобщениях, исправляемые по дополнительным вопросам экзаменаторов.

- «удовлетворительно» - усвоено основное содержание учебного материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно; определение понятий недостаточно четкое; допущены ошибки при изложении учебного материала; допущены ошибки и неточности в использовании научной терминологии, определении понятий.

- «неудовлетворительно» - ответ неправильный, не раскрыто основное содержание программного материала; не даны ответы на дополнительные вопросы экзаменатора; допущены грубые ошибки в определении понятий, при использовании терминологии.

3. ЛИТЕРАТУРА

3.1. Основная

1. Вержбицкий В.М. Численные методы: Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд-во: Оникс 21 век, 2005. – 399 с.

2. Ахмеров Р.Р. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений http://www.ict.nsc.ruyrus/textbooks/alchmerov/

3.2. Дополнительная

1. Сборник задач по методам вычислений: Учеб. пособие: Для вузов / Под ред. П.И. Манастырного. - М; Физмат, 1994. - 320 с.

2. Хайрер Э., Нерсетт С, Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Мир, 1990. – 512 с.

3. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Под редакцией Дж. Холла, Дж. Уатт., Изд-во

«Мир», М., 1979.

4. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.: Наука, 1972. – 367 с.

5. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - Т. II. М.; Наука, 1966.

6. Демидович Б.П., Марон И.А. Численные методы анализа. М.: ГИФМЛ, 1962. – 367 с.

II. ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ НА КАЖДЫЙ СЕМЕСТР С УКАЗАНИЕМ ЕЕ СОДЕРЖАНИЯ, ОБЪЕМА В ЧАСАХ, СРОКОВ И ФОРМ КОНТРОЛЯ

Самостоятельная работа студентов (88 часов) включает в себя:

- подготовку к практическим занятиям – 44 ч.;
- подготовку к контрольным работам – 8 ч.;
- написание программы по реализации алгоритма численного решения задачи – 6 ч.;
- подготовку к сдаче зачета и экзамена – 30 ч.

III. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ СЕМИНАРСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ (РЕКОМЕНДУЕМАЯ ТЕМАТИКА И ВОПРОСЫ, ФОРМЫ ПРОВЕДЕНИЯ), САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

План практических (семинарских) занятий:

Тема практического занятия	Примерное практическое задание
Решение задач по методу Эйлера. Оценка погрешности	Применяя метод Эйлера, решить дифференциальное уравнение $y' = 2x - 3y$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1. Оценить погрешность. Сравнить с

	точным решением.
Решение задач усовершенствованными методами Эйлера. Строгие оценки погрешности	Применяя усовершенствованные модифицированные методы Эйлера, решить дифференциальное уравнение $y' = 1 + \frac{y}{x}$ с начальным условием $y(1) = 0$ на отрезке [1,2] с шагом h=0,1. Дать строгие оценки погрешности.
Решение задач по методу итерационной обработки	Применяя метод итерационной обработки, найти с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ приближенное решение дифференциального уравнения $y' = x + y$ с начальным условием $y(0) = 1$ с шагом h=0,05 в точке x=0,5.
Решение задач по методу Пикара. Строгие оценки погрешности	Выполняя на каждом шаге по 3 приближения, метод последовательных приближений Пикара численно решить дифференциальное уравнение $y' = 2x + y$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1. Дать строгие оценки погрешности.
Решение задач по классическому методу Рунге-Кутты	Применяя классический метод Рунге-Кутта, решить дифференциальное уравнение $y' = xy$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1.
Контроль правильности выбора шага	Протестировать методы Рунге-Кутты 2-го порядка для дифференциального уравнения $y' = y^2 e^x - 2y$ с начальным условием $y(0) = 0,5$ при $\alpha = 1/3$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,2 и h=0,1. Посчитать поправки Ричардсона.
Оценка погрешности с помощью двойного просчета	Методом Рунге-Кутты 4-го порядка решить дифференциальное уравнение $y' = 2xy$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1 и 2h=0,2. Записать решение, имеющее 5-й порядок точности.
Решение задач по определению условия порядка	Записать условия порядка для трех стадийного метода Рунге-Кутты, имеющего второй порядок точности.

Нахождение трех стадийных методов Рунге-Кутты	Записать все трех стадийные методы Рунге-Кутты, имеющие третий порядок точности.
Нахождение четырех стадийных методов Рунге-Кутты	Записать все четырех стадийные методы Рунге-Кутты, имеющие четвертый порядок точности.
Решение задач по методу Адамса	Применяя предиктор-корректорный метод Адамса, решить дифференциальное уравнение $y' = 2xy + 1$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1.
Оценка погрешности	Применяя четырех шаговый метод Адамса 4-го порядка, найти решение дифференциального уравнения $y' = xy + y$ с начальным условием $y(0) = 1$ с шагом h=0,1 и h=0,05 в точке x=1. Оценить погрешности полученных результатов.
Конечно-разностный метод для дифференциальных уравнений первого порядка	Для задачи $u' + 2u = \cos x,\ u(0) = 1$ построить трехточечную разностную схему второго порядка сходимости.
Метод конечных элементов для дифференциальных уравнений первого порядка	Разбивая отрезок [0,1] на 10 равных отрезков методом конечных элементов решить задачу Коши $y' - y = e^x,\ u(0) = 1$.
Конечно-разностный метод для краевых задач	Построить аппроксимацию второго порядка точности по двум точкам левого краевого условия $u' + u = 1$, заданного при x=1, для уравнения $u'' - u = \sin x + 1$.
Конечно-разностный метод для уравнений в частных производных (уравнение теплопроводности)	Применяя неявную конечно-разностную схему построить решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u(0,t) = t, u(1,t) = 1, u(x,0) = -x$ в области $\Omega = \{0 \le x \le 1, 0 \le t \le 2\}$, с шагами $h_x = 0{,}1, h_t = 0{,}5$.
Конечно-разностный метод для уравнений в частных производных (волновое уравнение)	Применяя неявную конечно-разностную схему построить решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u(0,t) = 1, u(1,t) = t, u(x,0) = x, \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 1$ в области $\Omega = \{0 \le x \le 1, 0 \le t \le 2\}$, с шагами $h_x = 0{,}1, h_t = 0{,}5$.

Конечно-разностный метод для уравнений в частных производных (уравнение Пуассона)	Применяя неявную конечно-разностную схему построить решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x + y, u(x,y)\|_{\Gamma} = 1$ в области $\Omega = \{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$, с шагами $h_x = 0{,}25, h_y = 0{,}25$.
Метод конечных элементов для уравнения Пуассона	Применяя метод конечных элементов построить решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x + y, u(x,y)\|_{\Gamma} = 0$ в области $\Omega = \{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$, с шагами $h_x = 0{,}25, h_y = 0{,}25$.

Для выполнения индивидуальной самостоятельной работы студентам необходимо получить задание у преподавателя. При возникновении вопросов по выполнению задания предусмотрены консультации по заранее указанному графику. Студенту необходимо в обозначенные преподавателем сроки сдать выполненную самостоятельную работу.

Отчет о выполнении индивидуального задания должен содержать следующие пункты:

титульный лист;

задание для самостоятельной работы;

краткая теория по теме индивидуального задания;

текст программы, реализующий метод решения задачи;

табличное и графическое представление полученных результатов;

список использованной литературы.

Примерное индивидуальное задание: Написать программу, реализующую классический метод Рунге-Кутты для дифференциального уравнения $y' = xy - 1$ с начальным условием $y(0) = 0$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,05. Оценить локальную и глобальную погрешности метода. Найти точное решение данной задачи в виде аналитической функции и сравнить его с полученным приближенным решением.

IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ, ДЕЛОВЫХ ИГР, РАЗБОРУ СИТУАЦИЙ И Т. П. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ (ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ)

Лабораторные занятия не предусмотрены.

Список рекомендуемой литературы:

1. Основная литература:

1) Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. – 624 с.

2) Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Высшая школа, 2000. – 190 с.

3) Вержбицкий В.М. Численные методы: Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Высшая школа, 2001. – 382 с.

4) Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательств «Лань», 2005. – 288 с.

5) Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАЛИТ, 2005. – 304 с.

6) Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – Изд. 2-е, испр., доп. – М.:ФИЗМАЛИТ, 2006. – 400 с.

2. Дополнительная литература:

1) Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - Т. II. М.; Наука, 1966.

2) Волков Е.А. Численные методы: Учебное пособие. 3-е изд., испр. - СПб.: Издательств «Лань», 2004. – 256 с.

3) Демидович Б.П., Марон И.А. Численные методы анализа. М.: ГИФМЛ, 1962. – 367 с.

4) Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.: Наука, 1972. – 367 с.

5) Лапчик М.П. Численные методы: Учеб. пособие для студ. вузов / М.П. Лапчик, М.И. Рагулина, Е.К. Хеннер; Под ред. М.П. Лапчика. – 2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 384 с.

6) Ращиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач: Учебное пособие. - СПб.: Издательств «Лань», 2005. – 208 с.

7) Сборник задач по методам вычислений: Учеб. пособие: Для вузов / Под ред. П.И. Манастырного. - М; Физмат, 1994. - 320 с.

8) Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Под редакций Дж. Холла, Дж. Уатт., Изд-во «Мир», М., 1979.

9) Хайрер Э., Нерсетт С, Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Мир, 1990. – 512 с.

V. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ (ПО КАЖДОЙ ТЕМЕ) ИЛИ ПЛАН-КОНСПЕКТ

Тема 1. Общая теорема существования. Сходимость метода Эйлера. Постановка задачи. Классификация приближенных методов. Теорема существования и единственности для задачи Коши. Метод Эйлера. Сходимость метода Эйлера.

Тема 2. Теория существования решения, основанная на итерационных методах и рядах Тейлора. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов. Метод последовательных приближений Пикара. Численное интегрирование дифференциальных уравнений.

Тема 3. Модификации метода Эйлера. Явный метод. Неявный метод. Метод ломанных. Метод трапеций. Метод Хойна. Усовершенствованный метод Эйлера-Коши с итерационной обработкой. Уточненный метод Эйлера.

Тема 4. Методы Рунге-Кутты. Общая формулировка метода Рунге-

Кутты. Методы Рунге-Кутты различных порядков точности. Обсуждение методов порядка 4. Четырех стадийный метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Геометрическая интерпретация одного шага метода.

Тема 5. Условия порядка для методов Рунге-Кутты. Производные точного и численного решения задачи Коши. Условия порядка для методов Рунге-Кутты второго и третьего порядков. Деревья и элементарные дифференциалы. Понятия «помеченных деревьев», элементарного дифференциала. Деревья различных порядков. Формула Фаа ди Бруно.

Тема 6. Оценка погрешности и сходимость методов Рунге-Кутты. Строгие оценки погрешности. Главный член погрешности. Оценка глобальной погрешности. Различные подходы к оценке погрешности приближенных методов. Перенос погрешностей. Связь локальной и глобальной погрешности методов.

Тема 7. Практическая оценка погрешности и выбор длины шага. Экстраполяция по Ричардсону. Поправка Ричардсона. Повышение точности приближенного решения.

Тема 8. Автоматическое управление длиной шага. Обсуждение программы, которая автоматически подбирает длину шага таким образом, чтобы локальная погрешность метода не превышала допустимой величины.

Тема 9. Вложенные формулы Рунге-Кутты. Понятие вложенных формул. Примеры вложенных формул (Ческино, Меерсона, Долмана-Принса).

Тема 10. Дальнейшие вопросы практических вычислений. Непрерывные методы Рунге-Кутты. Использование схемы с разделенными разностями. Непрерывные вложенные формулы.

Тема 11. Неявные методы Рунге-Кутты. Примеры неявных методов решения задачи Коши. Общая схема методов Рунге-Кутты (явные, неявные методы). Существование численного решения. Явные методы Рунге-Кутты высших порядков.

Тема 12. Явные методы Адамса. Использование интерполяционной формулы Ньютона. Экстраполяционные и интерполяционные методы Адамса.

Предиктор-корректорные методы Адамса.

Тема 13. Методы, основанные на дифференцировании. Дифференцирование исходной задачи с использованием начальных условий. Аналитические (в виде степенных рядов) и табулированные приближенные решения.

Тема 14. Локальная погрешность многошагового метода. Определение локальной погрешности многошагового метода. Связь локальной и глобальной погрешности.

Тема 15. Порядок многошагового метода. Определение порядка многошагового метода. Сравнение порядков различных методов решения задачи Коши.

Тема 16. Устойчивость и сходимость многошаговых методов. Теоремы об устойчивости и сходимости. Вопросы практических вычислений.

Тема 17. Методы, основанные на применении производных высших порядков. Производные высших порядков точного и приближенного решения. Погрешность методов.

Тема 18. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов. Методы сведения краевых задач к начальным.

Тема 19. Функция Грина сеточной краевой задачи. Мажорирующая функция. Метод мажорант (Гершгорина). Решение простейшей краевой сеточной задачи.

Тема 20. Численные методы решения краевых задач для ОДУ. Метод коллокации. Метод Галеркина. Метод пристрелки (стрельбы). Метод редукции. Метод дифференциальной прогонки.

Тема 21. Метод конечных разностей решения краевых задач для ОДУ. Конечно-разностные аппроксимации. Понятие сеточной функции. Использование метода прогонки. Конечно-разностная схема со вторым порядком аппроксимации краевых условий, содержащих производные.

Тема 22. Метод конечных элементов решения краевых задач для ОДУ.

Финитные функции. Полные системы. Конечные элементы в двумерных и трехмерных пространствах.

Тема 24. Постановка краевых задач для линейных первого порядка. Нелинейные системы. Алгоритмы решения краевых задач для линейных первого порядка. Метод Ньютона для решения нелинейных систем.

Тема 25. Численные методы решения дифференциальных уравнений высших порядков. Сведение дифференциального уравнения порядка выше первого к системе дифференциальных уравнений первого порядка.

Тема 25. Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений параболического типа. Постановка задач для уравнений параболического типа. Применение конечно-разностной схемы при различных типах граничных условий.

Тема 26. Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений гиперболического типа. Постановка задач для уравнений гиперболического типа. Применение конечно-разностной схемы при различных типах граничных условий.

Тема 27. Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений эллиптического типа. Постановка задач для уравнений эллиптического типа. Применение конечно-разностной схемы при различных типах граничных условий.

Тема 28. Методы расщепления решения многомерных задач математической физики. Экономичные (метод матричной прогонки) и неэкономичные (метод переменных направлений, метод дробных шагов и др.) схемы. Абсолютно устойчивые и не устойчивые методы.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

Курсовой проект (работа) не предусмотрен.

VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ (ПРАКТИКУМОВ)

Лабораторные работы (практикумы) не предусмотрены.

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Необходимым условием присутствия студента на практическом занятии является выполнение домашнего задания по тематике предыдущего практического занятия. Для выполнения практических заданий студенту необходимо иметь конспект лекций. Студенты знакомятся с заданием и выполняют его, опираясь на конспект лекций. Задание выдается одно на всю группу. Обсуждается возможность применения предложенного метода к данной задаче. Приветствуется самостоятельное выполнение заданий. В связи с большим объемом вычислений обязательно наличие электронного вычислительного средства (калькулятора).

IX. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

При выполнении домашних работ необходимо использовать конспекты лекций, любую дополнительную литературу.

Перед контрольной работой студентам необходимо повторить теоретические основы методов, указанных преподавателем. При выполнении контрольной работы конспект лекций и другую дополнительную литературу не использовать.

X. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, РЕАЛЬНО ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ВЫПУСКНИКОВ И СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ, РАСКРЫВАЮЩЕЕ ОСОБЕННОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДАННЫХ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ

Выпускники могут выполнять расчеты в ППП Matlab или Matcad, используя любую литературу, посвященную данным системам программирования.

XI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (В Т. Ч. РАЗРАБОТАННЫЕ ВЕДУЩИМИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМИ ФИЛИАЛА)

Данные методические указания отсутствуют.

XII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ (МАТЕРИАЛЫ ПО КОНТРОЛЮ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ)

Преподаватель готовит контролирующие материалы в виде тестов, задач и в другой форме. Тематика контролирующих материалов должна соответствовать тематике материалов, прочитанных студентам на лекционных занятиях к моменту контроля знаний, и тематике задач, разобранных на практических занятиях к моменту контроля знаний. Преподаватель самостоятельно выбирает форму теста, правила работы с контролирующими материалами, время на его выполнение. Во время проведения контроля знаний студентов преподаватель объясняет студентам правила работы с контролирующими материалами и выдаёт эти материалы студентам. После истечения установленного времени контролирующие материалы собираются и обрабатываются. Критерии оценки знаний преподаватель устанавливает самостоятельно. Студентам, не сдавшим тест или не присутствующим на нем по каким-либо причинам, предоставляется дополнительная возможность пройти тест.

XIII. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Задания для контрольных работ и домашних заданий берутся из книг, реквизиты которых приведены в рабочей программе.

XIV. ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд тестовых и контрольных заданий для оценки качества знаний по дисциплине приведен в приложении А.

XV. КОМПЛЕКТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ ДЛЯ КАЖДОГО ИЗ ПРЕДУСМОТРЕННЫХ ЭКЗАМЕНОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Комплекты экзаменационных билетов составляются на основе перечня тем лекционных занятий, представленных в п. V данного УМКД, по следующей форме:

ГОУВПО «Амурский государственный университет»	
Утверждено на заседании кафедры «___» ____________ 200 г. Заведующий кафедрой – Труфанова Т.В. Утверждаю: ____________	Кафедра *математического анализа и моделирования* Факультет *математики и информатики* Курс 5 Дисциплина "*Численные методы решения обыкновенных*

дифференциальных уравнений"

Экзаменационный билет 1

1. Постановка задачи. Классификация приближенных методов. Метод Эйлера.

2. Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений параболического типа.

Вопросы к зачету представлены в п 2.3. рабочей программы. Билет для зачета составляется из одного теоретического и одного практического вопроса по следующей форме:

ГОУВПО «Амурский государственный университет»

Утверждено на заседании кафедры
«___» ______________ 200 г.
Заведующий кафедрой – Труфанова Т.В.
Утверждаю: ______________

Кафедра *математического анализа и моделирования*
Факультет *математики и информатики*
Курс 4
Дисциплина "*Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений"*

Билет 1

1. Постановка задачи. Классификация приближенных методов. Метод Эйлера.

2. Протестировать методы Рунге-Кутты 2-го порядка для дифференциального уравнения $y' = e^x + y$ с начальным условием $y(0) = 0$ при $\alpha = 3/4$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,2 и h=0,1. Посчитать поправки Ричардсона.

XVI. КАРТА ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ КАДРАМИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОГО СОСТАВА

Дисциплину в полном объёме ведёт: Кушнирук Надежда Николаевна, преподаватель-стажер кафедры Математического анализа и моделирования.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Контрольные и самостоятельные работы для проверки знаний, проводимых в течение первого семестра:

1) Применяя явный и неявный методы Эйлера решить дифференциальное уравнение с начальным условием на данном отрезке с шагом h.

Вариант 1. $y' = x^2 + 2y$ с начальным условием $y(0) = 0$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1.

Вариант 1. $y' = x^2 + 2y$ с начальным условием $y(0) = 0$ на отрезке [0,2] с шагом h=0,2.

2) Применяя метод трапеций решить дифференциальное уравнение с начальным условием на данном отрезке с шагом h.

Вариант 1. $y' = x^2 + 2y$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,1] с шагом h=0,1.

Вариант 2. $y' = x^2 + 2y$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0,2] с шагом h=0,2.

3) Протестировать методы Рунге-Кутты 2-го порядка для дифференциального уравнения с начальным условием при заданном α на данном отрезке с шагом h. Посчитать поправки Ричардсона.

Вариант 1. $y' = e^x + y$, $y(0) = 0$, $\alpha = 1/4$, [0,1], h=0,2, h/2=0,1.

Вариант 2. $y' = e^x + y$, $y(0) = 0$, $\alpha = 3/4$, [0,1], h=0,2, h/2=0,1.

Вариант 3. $y' = e^x - y$, $y(0) = 0$, $\alpha = 1/3$, [0,1], h=0,2, h/2=0,1.

Вариант 4. $y' = e^x - y$, $y(0) = 0$, $\alpha = 2/3$, [0,1], h=0,2, h/2=0,1.

4) Методом Рунге-Кутты 4-го порядка решить дифференциальное уравнение с данным начальным условием на заданном отрезке с шагом h и 2h. Записать решение, имеющее 5-й порядок точности.

Вариант 1. $y' = e^x + y$, $y(0) = 0$, [0,1], h=0,1, 2h=0,2.

Вариант 2. $y' = e^x + y$, $y(0) = 0$, [0,1], h=0,1, 2h=0,2.

Вариант 3. $y' = e^x - y$, $y(0) = 0$, [0,1], h=0,1, 2h=0,2.

Вариант 4. $y' = e^x - y$, $y(0) = 0$, [0,1], h=0,1, 2h=0,2.

2. Итоговая контрольная работа за первый семестр (для допуска к зачету):

Вариант 1 1. Явный метод Эйлера $y' = e^x + y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$ 2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка $y' = 2xy - 2,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$
Вариант 2 1. Метод последовательных приближений Пикара (выполнять на каждом шаге 3 приближения) $y' = 2x + 5y,\ y(0) = 2,\ [0,1],\ h = 0{,}1$ 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка $y' = e^x - y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \alpha = 3/4$
Вариант 3 1. Метод трапеций $y' = 3x - 2y,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$ 2. Метод итерационной обработки $y' = \frac{1}{2}xy,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \varepsilon = 10^{-4}$
Вариант 4 1. Усовершенствованный метод Эйлера $y' = \frac{y-1}{x+y+2},\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$ 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка $y' = e^x - y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \alpha = 1/4$
Вариант 5 1. Явный метод Эйлера $y' = e^x - y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$ 2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка $y' = 4xy + 3,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

Вариант 6

1. Метод последовательных приближений Пикара (выполнять на каждом шаге 3 приближения)

$y' = x + 3y,\ y(0) = -1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка

$y' = e^x - 2y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \alpha = 3/4$

Вариант 7

1. Неявный метод Эйлера

$y' = -4x + 2y,\ y(0) = -1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка

$y' = 2xy + 2,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

Вариант 8

1. Метод трапеций

$y' = x - 2y,\ y(0) = 3,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка

$y' = e^x + y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \alpha = 2/3$

Вариант 9

1. Явный метод Эйлера

$y' = e^x + 2y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка

$y' = xy - 1,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

Вариант 10

1. Усовершенствованный метод Эйлера

$y' = \dfrac{y + 2}{x + y + 2},\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка

$y' = 2xy - 3,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

Вариант 11

1. Неявный метод Эйлера

$y' = 2x + y,\ y(0) = -1,\ [0,1],\ h = 0{,}1$

2. Метод итерационной обработки

$y' = 3xy,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0{,}1,\ \varepsilon = 10^{-4}$

Вариант 12

1. Метод последовательных приближений Пикара (выполнять на каждом шаге 3

приближения)
$y' = x - 3y,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка
$y' = e^{x} + y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1,\ \alpha = 1/3$

Вариант 13
1. Явный метод Эйлера
$y' = e^{x} - 2y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка
$y' = xy + 1,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1$

Вариант 14
1. Усовершенствованный метод Эйлера-Коши
$y' = \dfrac{y-1}{x+y+1},\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка
$y' = e^{x} - y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1,\ \alpha = 3/4$

Вариант 15
1. Метод последовательных приближений Пикара (выполнять на каждом шаге 3 приближения)
$y' = 2x - 3y,\ y(0) = 2,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Метод итерационной обработки
$y' = 2xy,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0,1,\ \varepsilon = 10^{-4}$

Вариант 16
1. Неявный метод Эйлера
$y' = 4x + 2y,\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Усовершенствованный метод Эйлера
$y' = \dfrac{y}{x+y+2},\ y(0) = 1,\ [0,1],\ h = 0,1$

Вариант 17
1. Явный метод Эйлера
$y' = e^{x} + 3y,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1$
2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка
$y' = 2xy + 3,\ y(0) = 0,\ [0,1],\ h = 0,1$

Вариант 18
1. Метод трапеций
$y' = x + 2y,\ y(0) = 5,\ [0,1],\ h = 0,1$

2. Классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка $y' = e^{x} + 2y,\; y(0) = 0,\; [0{,}1],\; h = 0{,}1,\; \alpha = 1/3$
Вариант 19 1. Неявный метод Эйлера $y' = -2x + y,\; y(0) = 1,\; [0{,}1],\; h = 0{,}1$ 2. Метод итерационной обработки $y' = xy,\; y(0) = 1,\; [0{,}1],\; h = 0{,}1,\; \varepsilon = 10^{-4}$
Вариант 20 1. Метод последовательных приближений Пикара (выполнять на каждом шаге 3 приближения) $y' = 2x + 3y,\; y(0) = -2,\; [0{,}1],\; h = 0{,}1$ 2. Усовершенствованный метод Эйлера-Коши $y' = \dfrac{y+2}{x+y+1},\; y(0) = 1,\; [0{,}1],\; h = 0{,}1$

2. Контрольные и самостоятельные работы для проверки знаний, проводимых в течение второго семестра:

1) Применяя четырех шаговый метод Адамса 4-го порядка, найти решение дифференциального уравнения с начальным условием с шагом h в точке $x=x_0$. Оценить погрешности полученных результатов.

Вариант 1. $y' = e^{x} y$, $y(0) = 1$, [0,1], h=0,1, h=0,05, x_0=0,5.

Вариант 2. $y' = e^{-x} y$, $y(0) = 1$, [0,1], h=0,1, h=0,05, x_0=0,5.

Вариант 3. $y' = xy + 1$, $y(0) = 1$, [0,1], h=0,1, h=0,05, x_0=0,5.

Вариант 4. $y' = xy - 1$, $y(0) = 1$, [0,1], h=0,1, h=0,05, x_0=0,5.

2) Для задачи построить трехточечную разностную схему второго порядка сходимости.

Вариант 1. $u' + u = \cos 2x,\; u(0) = 0$.

Вариант 2. $u' + 5u = \sin 2x,\; u(0) = 2$.

Вариант 3. $u' - u = e^{2x},\; u(0) = 1$.

Вариант 4. $u' - 2u = e^{x},\; u(0) = 1$.

3) Конечно-разностный метод для краевых задач.

Вариант 1. Построить аппроксимацию второго порядка точности по двум точкам правого краевого условия $u' - 3u = 1$, заданного при x=1, для уравнения $u'' = \cos x + 1$.

Вариант 2. Построить аппроксимацию второго порядка точности по двум точкам левого краевого условия $u' + 4u = 1$, заданного при x=0, для уравнения $u'' - x^2 u = 1$.

Вариант 3. Построить аппроксимацию второго порядка точности по двум точкам правого краевого условия $u' = 0$, заданного при x=1, для уравнения $u'' - 3u = e^x$.

Вариант 4. Построить аппроксимацию второго порядка точности по двум точкам левого краевого условия $u' - u = 0$, заданного при x=0, для уравнения $u'' - 2u = \sin x - 1$.

СОДЕРЖАНИЕ