

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

сборник учебно-методических материалов

для направлений подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника

09.03.02 – Информационные системы и технологии

Благовещенск, 2017

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета*

Составитель: Веселова Е.М.

Алгебра и геометрия: сборник учебно-методических материалов для направлений подготовки 09.03.01, 09.03.02. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017.

© Амурский государственный университет, 2017

© Кафедра математического анализа и моделирования, 2017

© Веселова Е.М., составление

ВВЕДЕНИЕ

В ходе изучения дисциплины уделяется внимание как теоретическому усвоению понятий алгебры и геометрии, так и приобретению, развитию и закреплению практических навыков и умений решения задач.

На лекциях раскрываются основные вопросы рассматриваемой темы, делаются акценты на наиболее важные, сложные и проблемные положения изучаемого материала, которые должны быть приняты студентами во внимание, доказываются основные теоремы, приводятся примеры решения типовых задач, уточняется план изучения тем, выносимых на самостоятельное изучение, оглашается список литературы по теме лекции. По завершении каждой главы проводится лекционный контроль в форме математических диктантов, коллоквиумов.

На практических занятиях контролируется степень усвоения студентами основных теоретических положений. Рассматриваются решения типовых задач, отрабатываются навыки их решения, решаются нестандартные задачи по теме занятия.

После изучения каждой темы на практических заданиях предусматривается выполнение студентами контрольной работы с проверкой степени усвоения ими теоретических знаний, так и объема и качества приобретенных практических навыков и умений.

В семестре предусмотрено 7 контрольных работ, целью которых является комплексная проверка практических навыков и умений студентов.

Для более глубокого изучения теоретического материала, приобретения и развития студентами навыков самостоятельной научно-исследовательской, аналитической работы с научной и учебной литературой, электронными источниками информации предусмотрено выполнение РГР (расчетно-графических работ).

Для лучшего усвоения положений дисциплины студенты должны:

- постоянно и систематически с использованием рекомендованной литературы и электронных источников информации закреплять знания, полученные на лекциях;
- находить решения проблемных вопросов, поставленных преподавателем в ходе лекций и практических заданий;
- регулярно и своевременно изучать материал, выданный преподавателем на самостоятельную проработку;
- с использованием средств информационных систем, комплексов и технологий, электронных учебников и практикумов, справочных правовых и тренинго-тестирующих систем и информационных ресурсов сети Интернет выполнить на компьютере тематические практические задания, предназначенные для самостоятельной работы;
- найти, используя разные источники информации, ответы на теоретические и практические контрольные вопросы по темам дисциплины.

Студенты очной формы обучения обязаны присутствовать на занятиях и выполнять все предусмотренные учебно-методическим комплексом дисциплины формы учебной работы; проходить промежуточный и итоговый контроль РГР, аттестации в форме тестового контроля знаний; сдачи экзамена в предлагаемой преподавателем форме.

Студенты в рамках аудиторных занятий должны, в целом, владеть понятийным аппаратом, основанном на ранее изученных дисциплинах, воспринимать теоретический материал основного содержания лекции, видеть причинно-логические связи в лекции. Для освоения темы каждой лекции на более глубоком уровне требуется дополнительная работа с теоретическим материалом в форме прочтения и изучения основной и дополнительной литературы, самостоятельной работы с лекцией.

При возникновении проблемных ситуаций в ходе освоения теоретического материала, решения практических задач преподавателем приветствуется любой диалог или дискуссия (возможно, с участием других студентов), направленные на решение проблемы, при необходимости отведения дополнительного и/или индивидуального времени – в рамках консультаций во внеаудиторное время.

РГР и домашние задания выполняются строго в соответствии с выданным преподавателем заданием и вариантом. Оформлять работу следует четко и аккуратно, придерживаясь основных правил оформления отчетных работ: титульный лист (содержит: ФИО, № группы, курс, дисциплина, тема расчета и т. д.), лист задания (содержит перечень предложенных заданий), раздел, содержащий теоретические основы соответствующего раздела курса (включая подробный алгоритм основного метода).

1 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1: Элементы линейной алгебры

Тема 1.1: Матрицы

План лекции. Виды матриц. Действия над матрицами. Свойства действий. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Вывод формулы для вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы

Тема 1.2: Теория определителей

План лекции. Перестановки. Инверсия. Группа перестановок. Четность подстановок. Знакопеременная группа. Определитель n -го порядка. Определитель 2 и 3 порядков. Свойства определителя. Теорема Безу. Теорема Лапласа.

Тема 1.3: Арифметическое n -мерное векторное пространство. Системы линейных алгебраических уравнений

План лекции. Арифметическое векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной зависимости. Теоремы о линейной зависимости векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Способы записи. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Критерий совместности систем линейных уравнений Кронеккера – Капелли.

Раздел 2: Векторная алгебра

Тема 2.1: Векторы на плоскости и в пространстве

План лекции. Понятие вектора. Типы векторов. Линейные операции над векторами и их свойства. Сложение и умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты векторов. Декартова и полярная системы координат. Простейшие задачи в координатах

Тема 2.2: Скалярное, векторное смешанное произведения векторов

План лекции. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и приложения

Раздел 3: Аналитическая геометрия на плоскости

Тема 3.1: Прямая линия на плоскости

План лекции. Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение «в отрезках». Нормальное уравнение. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми

Тема 3.2: Линии второго порядка

План лекции. Общее уравнение линии второго порядка. Окружность. Эллипс. Геометрические свойства эллипса. Гипербола. Геометрические свойства гиперболы. Парабола и ее геометрические свойства. Уравнения кривых второго порядка, приводимые к каноническим

Раздел 4: Аналитическая геометрия в пространстве

Тема 4.1: Плоскость в пространстве

План лекции. Плоскость. Общее уравнение. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости

Тема 4.2: Прямая линия в пространстве

План лекции. Прямая линия в пространстве. Виды уравнений прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Взаимное расположение прямых в пространстве

Тема 4.3: Поверхности второго порядка

План лекции. Поверхности 2-го порядка. Эллипсоиды и гиперboloиды. Параболоиды. Цилиндр. Конус. Пересечение поверхностей

Раздел 5: Линейные и евклидовы пространства. Линейные операторы

Тема 5.1: Линейные пространства. Евклидовы пространства

План лекции. Линейные (векторные) пространства. Примеры. Свойства. Базис и размерность линейных пространств. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Евклидовы пространства. Примеры. Свойства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенства Коши – Буняковского. Ортогональность векторов. Ортонормированный базис. Ортогональное дополнение. Процесс ортогонализации.

Тема 5.2: Линейные операторы

План лекции. Линейные операторы. Примеры. Свойства. Матрица линейного оператора. Формула матрицы линейного оператора при изменении базиса. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 6: Квадратичные формы и квадрики

План лекции. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Квадрики.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Рабочей программой по дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрено проведение практических занятий по следующим темам.

№	Тема занятия
1	Действия над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения, матричный способ решения систем линейных уравнений
2	Вычисление определителей. Формулы Крамера
3	Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Базис и ранг систем векторов, ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений на совместность
4	Действия над векторами. Разложение векторов по базису. Декартова и полярная системы координат. Простейшие задачи в координатах
5	Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов
6	Прямая линия на плоскости. Взаимное расположение прямой на плоскости
7	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола
8	Уравнения плоскости
9	Прямая линия в пространстве
10	Поверхности второго порядка
11	Понятие линейного пространства. Базис и размерность линейных пространств. Пространство решений систем линейных уравнений
12	Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения матрицы линейного оператора
13	Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа, методом Якоби, методом ортогонального преобразования

На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач по алгебре и геометрии. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно ознакомиться с материалом лекций по данной теме, а после занятия выполнить домашнее задание. Систематическое выполнение домашних заданий является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины.

В процессе изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» обучающиеся, как правило, сталкиваются с рядом трудностей. Первая трудность связана с тем, что получаемые практические результаты выражаются в форме неоднозначно определенных утверждений. Вторая трудность связана с необходимостью «перевода» абстрактных понятий и положений на конкретный язык исследуемой реальной ситуации. В свою очередь, при решении конкретных задач важно «перевести» содержательное толкование задачи на абстрактный язык. Следующая сложность состоит в том, что в линейной алгебре преобладают модели с аналитическим аппаратом (формулами и алгебраическими выводами).

Чтобы справиться с этими трудностями, нужно решить достаточно много задач, что даст возможность глубже понять теорию линейной алгебры, научиться применять их при анализе конкретной ситуации. В этой связи типовые задачи, рассмотренные в рекомендуемых учебных пособиях, следует разобрать внимательно, обращаясь при необходимости к соответствующим указаниям, подробным решениям или ответам. Задачи должны быть использованы в процессе работы над теоретическим материалом. При этом непременным условием является глубокое усвоение соответствующего материала по конспекту лекций или учебнику.

При решении задач следует обращать внимание не только на формальное выполнение расчетов и использование соответствующих формул, но и на логический анализ содержания задачи,

объяснение выполняемых операций, использование условных обозначений, четкую формулировку как промежуточных, так и окончательных результатов решения, используемых понятий и определений. Во многих задачах полезно продумать иные возможные подходы к их решению или решение при некоторых видоизменениях условий задачи.

Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Например, если решалась задача с конкретным физическим или геометрическим смыслом, то необходимо проверить размерность полученного решения.

Решение задач определенного типа следует продолжать до приобретения твердых навыков.

После изучения определённой темы и решения достаточного количества соответствующих задач обучающемуся рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя каждый раз по учебнику или конспекту лекций. Контрольные вопросы, приводимые в конспекте лекций по дисциплине, имеют цель помочь обучающемуся в таком повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала.

Часто недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо повторить плохо изученный раздел, внимательно разобрав материал учебника, а также прорешать задачи.

Практическая часть курса методически поддержана литературой, указанной в рабочей программе дисциплины.

В процессе изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» обучающийся должен выполнить типовые домашние расчеты по основным разделам дисциплины. Не следует приступать к решению очередного расчетного задания до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу типового расчета вызывается тем, что студент не выполнил это требование.

Расчетные задания должны выполняться самостоятельно. В противном случае обучающийся не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к защите типового расчета, а в конечном итоге к контрольной работе и к промежуточной аттестации.

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Важным компонентом изучения материала дисциплины является самостоятельная работа обучающихся. Это и проработка материала лекций, изучение основной и дополнительной литературы, решение практических задач, выданных на самостоятельную подготовку, подготовка к плановым занятиям, контрольной работе и промежуточной аттестации.

В ходе самостоятельной работы обучающимся предлагается, используя полученные знания и навыки, рекомендованную литературу и решить ряд практических заданий.

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы.

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Форма (вид) самостоятельной работы
1	Элементы линейной алгебры	Выполнение домашнего задания; устный опрос; расчетно-графическая работа №1 «Матрицы, определители, системы линейных уравнений»; контрольная работа №1 – «Матрицы, определители»; контрольная работа №2 – «Линейная зависимость векторов. Системы линейных уравнений»
2	Векторная алгебра	Выполнение домашнего задания; устный опрос; контрольная работа №3 – «Векторная алгебра»; математический диктант
3	Аналитическая геометрия на плоскости	Выполнение домашнего задания; устный опрос; математический диктант; расчетно-графическая работа №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»; контрольная работа №4 – «Прямая на плоскости, линии второго порядка»
4	Аналитическая геометрия в пространстве	Выполнение домашнего задания; устный опрос; математический диктант; расчетно-графическая работа №3 «Аналитическая геометрия в пространстве»; контрольная работа №4 – «Плоскость и прямая в пространстве, поверхности второго порядка»
5	Линейные и евклидовы пространства. Линейные операторы	Выполнение домашнего задания; устный опрос; расчетно-графическая работа №4 «Линейные пространства и операторы»; контрольная работа №6 – «Линейные пространства и операторы»
6	Квадратичные формы и квадрики	Выполнение домашнего задания; устный опрос; контрольная работа №7 – «Евклидовы пространства, квадратичные формы и квадрики»

В ходе организации самостоятельной работы обучающихся решаются следующие задачи:

- 1) на примерах математических понятий и методов продемонстрировать обучающимся сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в решении практических задач;
- 2) научить обучающихся приемам исследования и решения математически формализованных задач;
- 3) выработать у обучающихся умение анализировать полученные результаты;
- 4) привить обучающимся навыки самостоятельного изучения литературы по математическому анализу и его приложениям.

На самостоятельное изучение выносятся задания, направленные на:

- работу с электронными образовательными ресурсами;
- овладение и закрепление основной терминологии по дисциплине;
- работу со специальной литературой как способом приобщения к последним мировым научным достижениям в профессиональной сфере.

Самостоятельная работа может быть аудиторной (выполнение отдельных заданий на занятиях) и внеаудиторной.

Важным фактором успешного усвоения материала является внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся, которая заключается в выполнении индивидуальных домашних заданий и

расчетно-графических работ, которые представлены в учебно-методических пособиях. Варианты направлены на закрепление теоретического материала и основной задачей их выполнения является получение практического навыка вычисления неопределенных интегралов.

Учебно-методические пособия представляет собой комплекс индивидуальных домашних заданий по различным темам дисциплины «Алгебра и геометрия». Варианты разделены на задания по отдельным темам, что помогает овладеть приемами и методами решения задач по всем разделам. В пособиях излагаются краткие методические рекомендации по изучению теоретического материала, рассматриваются основные приемы решения практических задач и даны методические указания по выполнению индивидуальных домашних заданий.

Для успешного освоения теории линейной алгебры и аналитической геометрии требуются систематическая работа по изучению теоретического материала и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и индивидуальных домашних заданий. Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемого индивидуального задания.

Основное внимание при изучении курса обращено на активную самостоятельную работу обучающихся, как при подготовке, так и в процессе проведения теоретических и практических занятий. Одна из важнейших целей и задач методической модели учебного процесса – развитие у обучающихся системного мышления.

Перед началом выполнения индивидуального задания необходимо освоить теоретические основы соответствующего раздела. Для лучшего усвоения теории материал разделен на разделы, в которых излагаются методы решения типовых задач. В каждом разделе приведены подробные решения практических примеров, тщательный разбор которых поможет студенту выполнить подобные задания из индивидуального варианта.

После проработки теоретического материала, рассмотрения решенных примеров, студент должен выполнить вариант индивидуального домашнего задания, номер которого указан ведущим преподавателем.

Для выполнения самостоятельной работы используются:

- 1) учебно-методическое обеспечение дисциплины;
- 2) мультимедийные средства: работа в сети Интернет (использование обучающих программ и учебных сайтов, электронных образовательных ресурсов).

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Краткое изложение лекционного материала	5
2 Методические рекомендации к практическим занятиям	7
3 Методические указания для самостоятельной работы	9

Веселова Елена Михайловна,
доцент кафедры математического анализа и моделирования АмГУ,
канд. физ.-мат. наук, доцент