Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА В РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКЕ

сборник учебно-методических материалов

Направление подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика

Благовещенск 2017

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета инженерно-физического
Амурского государственного университета

Составители: Шулепов А.И., Сердакова В.В. **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА В РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКЕ** : сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017.

© Амурский государственный университет, 2017 © Кафедра Стартовые и технические ракетные комплексы, 2017© Шулепов А.И., Сердакова В.В., составление

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение 3
2. Краткое содержание теоретического материала 3
3. Методические рекомендации к практическим занятиям 12
4. Методические рекомендации к лабораторным работам 14
5. Методические рекомендации к курсовой работе 18
4. Методические рекомендации к самостоятельной работе 19

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины: создание достаточной теоретической базой для последующего освоения студентами .

Задачи дисциплины: усвоение студентами гипотез и подходов, лежащих в основе расчёта стержневых систем, пластин и оболочек. Знакомство с постановкой, математиче-ским аппаратом и приёмами решения конкретных задач. Овладение навыками расчёта ти-повых конструктивных элементов на прочность и устойчивость.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, умениях и компетенциях студента, полученных при изучении предшествующих дисциплин, среди которых наиболее важное значение имеют:

1. Высшая математика.
2. Теоретическая механика.
3. Сопротивление материалов

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны

знать:

-основные положения строительной механики стержневых систем, теории упругости, метода конечных элементов, балочной теории (ОПК-2);

-тонкостенных конструкций, теории изгиба пластин, безмоментной теории оболочек вращения (ОПК-2);

-методику экспериментального исследования напряжённо-деформированного состояния элементов конструкций (ОПК-2);

уметь:

-решать задачи по расчёту усилий в стержневых системах, по определениюнапряжений при изгибе и кручении тонкостенных (ПК-2);

-конструкций, по расчёту пластин на прочность и устойчивость, по расчёту безмоментных оболочек вращения (ПК-2).

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Введение. Предмет и задачи курса. Понятие о расчётной схеме сооружения, конструкции.

План:

1.1 Балочная теория расчёта тонкостенных конструкций.

1.2 Нормальные напряжения.

1.3 Касательные напряжения в тонкостенной конструкции с открытым, однозамкнутым и многозамкнутым сечением.

Ключевые вопросы:

В данном разделе рассматриваются тонкостенные конструкции типа крыла самолёта или фюзеляжа, имеющие форму цилиндрической оболочки (рисунок 1). Поверхность, которая делит толщину пополам, будем называть срединной. Линия в пересечении срединной поверхности с плоскостью поперечного сечения, называется средней линией или контуром сечения. Оболочку отнесём к правой декартовой системе координат x, y, z, направив ось z параллельно образующей.

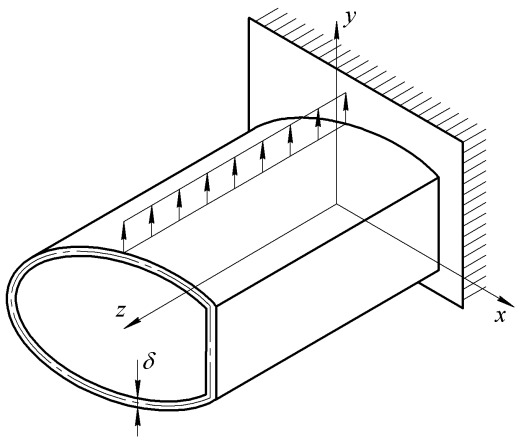


Рисунок 1

В качестве нагрузок могут выступать распределённые и сосредоточенные силы и моменты, под действием которых конструкция работает как стержень (или балка), испытывая в общем случае растяжение (или сжатие), изгиб и кручение. Теория расчёта подобных конструкций является обобщением технической теории растяжения, изгиба и кручения бруса, рассматриваемой в сопротивлении материалов, и использует следующие допущения.

1. Толщина оболочки δ может произвольно меняться в поперечном сечении, но остаётся неизменной вдоль каждой образующей. Кроме того, толщина весьма мала по сравнению с размерами поперечного сечения, благодаря чему напряжения можно считать постоянными по толщине.

2. Оболочка может иметь продольные подкрепления (пояса) в виде рёбер, размеры сечений которых постоянны в продольном направлении и малы в сравнении с размерами сечения оболочки. Поэтому изменением напряжений по сечению пояса можно также пренебречь.

3. Конструкция имеет достаточное число поперечных диафрагм (нервюр или шпангоутов), весьма жёстких в своей плоскости. Благодаря этому форма поперечных сечений оболочки при деформировании сохраняется неизменной. В то же время эти диафрагмы имеют незначительную жёсткость из плоскости и не препятствует свободным перемещениям точек поперечных сечений в осевом направлении.

4. Конструкция может быть изготовлена из различных материалов, но вдоль каждой образующей материал остаётся неизменным. Все материалы подчиняются закону Гука.

5. Так же, как и в технической теории изгиба бруса, будем пренебрегать нормальными напряжениями, возникающими от надавливания продольных волокон друг на друга.

6. Примем, наконец, гипотезу Беляева о плоском законе изменения деформаций продольных волокон в поперечном сечении оболочки:

$$\varepsilon = ax + by + c, \qquad (1)$$

где a, b и c – некоторые коэффициенты, являющиеся функциями координаты z.

Эта гипотеза является более общей, чем гипотеза плоских сечений, используемая в технической теории изгиба бруса. Именно она составляет основу рассматриваемой теории.

Определение нормальных напряжений в тонкостенной конструкции

Для определения нормальных напряжений в некотором сечении $z = \text{const}$ разделим мысленно оболочку по этому сечению на две части (рисунок 6.2,*а*), одну из которых отбросим.

Силы, с которыми отброшенная часть действует на оставшуюся, можно свести к осевой силе N_z, перерезывающим силам Q_x и Q_y, а также vjvtynfv M_x, M_y и M_z (рисунок 6.2,*б*). Эти силовые факторы могут быть найдены из условий равновесия отброшенной части. Будем считать положительными растягивающую осевую силу и такие моменты M_x и M_y, при действии которых растяжение испытывают волокна с положительными значениями координат y и x соответственно. Положительные силы Q_x, Q_y в сечении, нормаль к которому сонаправлена оси z, действуют в положительных направлениях осей x, y; вектор положительного момента M_z (определяемый по правилу правого винта) в том же сечении направлен в положительную сторону оси z.

Нормальное напряжение σ в сечении связано с деформацией зависимостью

$$\sigma = E\varepsilon, \qquad (2)$$

где E – модуль упругости материала.

Примеры расчёта нормальных напряжений

Пример 1. Требуется найти нормальные напряжения в сечении швеллера с размерами $b = 50$ мм, $h = 80$ мм, $\delta = 1$ мм (рисунок 2,*а*). В сечении действует изгибающий момент $M_x = 0{,}1$ кН·м.

Данное сечение симметрично относительно оси x, которая является, следовательно, главной центральной осью. Поскольку балка изготовлена из одного материала, никакого приведения здесь не требуется. Принимая $\varphi = 1$, будем иметь $I_{rx} \equiv I_x$, а формула для нормальных напряжений примет вид

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y .$$

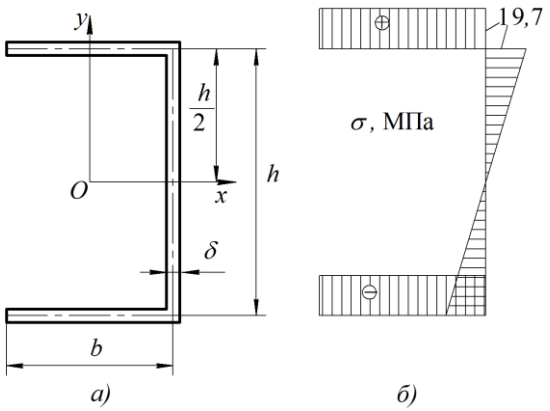


Рисунок 2

Момент инерции сечения

$$I_x = 2b\delta\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{\delta h^3}{12} = \frac{b\delta h^2}{2}\left(1 + \frac{h}{6b}\right) = 2{,}027 \cdot 10^5 \text{ мм}^4 .$$

Отметим, что при вычислении I_x мы пренебрегли собственными моментами инерции полок относительно осей, параллельных оси x. Это соответствует формулам (6.11), выведенным в предположении о тонкостенности оболочки.

При $y = \pm\frac{h}{2}$ абсолютная величина σ составляет

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x}\frac{h}{2} = \frac{0{,}1 \cdot 10^6}{2{,}027 \cdot 10^5} \cdot \frac{80}{2} = 19{,}7 \text{ МПа} .$$

Эпюра нормальных напряжений вдоль средней линии дана на рисунке 6.3,*б*. Заметим, при вычислении максимального напряжения следовало бы, в строгом соответствии с формулой (6.13), брать точку, в которой $y = y_{\max} = \frac{h}{2} + \frac{\delta}{2}$, а не точку на средней линии с координатой $y = \frac{h}{2}$. Обычно различие невелико. Так, в данном примере будет $\sigma_{\max} = 20{,}0$ МПа, что всего на 1,5% отличается от найденного выше значения $19{,}7$ МПа.

Строительная механика статически определимых ферм. Методы исследования геометрической неизменяемости и решения ферм.

План:

1 Безмоментная теория оболочек вращения.

2 Основные уравнения при осесимметричном нагружении.

Ключевые вопросы:

Геометрия оболочек вращения

Оболочкой называется тело, заключённое между двумя близкими поверхностями, расстояние между которыми, называемое толщиной оболочки, мало по сравнению с другими характерными размерами (рисунок 7.1). Поверхность, которая делит толщину δ пополам, называется срединной.

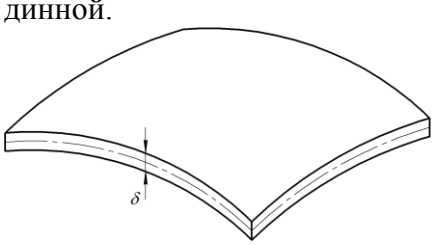


Рисунок 7.1

Если срединная поверхность образована вращением плоской кривой (образующей) вокруг оси, лежащей в плоскости кривой, то в этом случае мы имеем дело с оболочкой вращения. Кривые в пересечении срединной поверхности с плоскостями, проходящими через ось вращения, называют меридианами, а окружности, образованные пересечением срединной поверхности с плоскостями, перпендикулярными оси – параллельными окружностями или просто параллелями (рисунок 7.2).

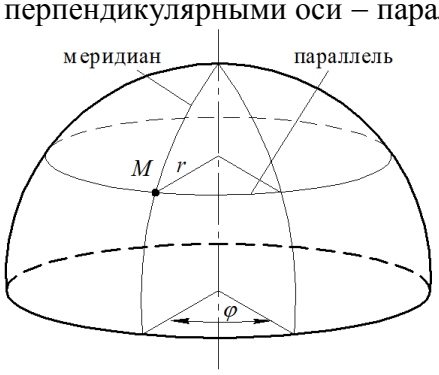


Рисунок 7.2

Положение меридиана можно задать углом φ, который отсчитывается от некоторого начального меридиана. Положение произвольной точки M на меридиане можно определить различными способами. Проведём в точке M касательную $\vec{t}$ и нормаль $\vec{n}$ к меридиану (рисунок 7.3). Угол между нормалью и осью вращения обозначим буквой θ. Если угол θ изменяется от точки к точке, то он и служит обычно координатой точки M. В случае же конической оболочки (когда $\theta = \text{const}$) в качестве координаты можно взять радиус r параллельной окружности или расстояние s_1 вдоль образующей, отсчитываемое от какой–либо начальной точки. Последний вариант является единственно возможным для цилиндрической оболочки.

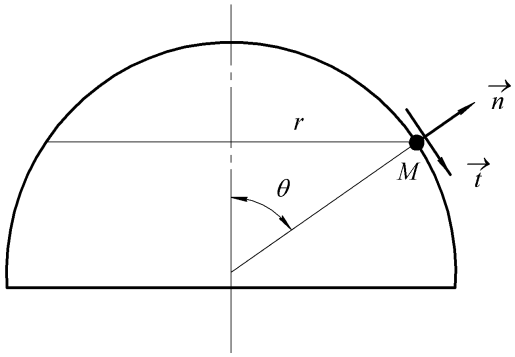


Рисунок 7.3

Возьмём далее точку M_1, отстоящую вдоль образующей на расстоянии ds_1 от точки M (рисунок 7.4). Нормали к меридиану в этих двух точках пересекутся в некоторой точке O_1, являющейся центром кривизны меридиана в точке M. Расстояние O_1M есть радиус кривизны меридиана в данной точке и называется первым главным радиусом кривизны срединной поверхности; будем обозначать его через R_1.

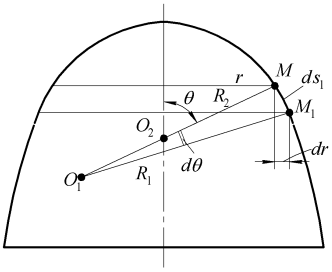


Рисунок 7.4

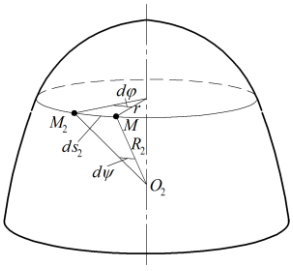


Рисунок 7.5

Рассмотрим ещё точку M_2, расположенную на той же параллели, что и точка M, на бесконечно близком расстоянии ds_2 от неё (рисунок 7.5). Нормали к срединной поверхности в этих двух точках пересекутся, очевидно, в точке O_2, находящейся на оси вращения. Расстояние O_2M называют вторым главным радиусом кривизны поверхности вращения; будем обозначать его через R_2.

Имеют место следующие очевидные геометрические соотношения:

$$r = R_2 \sin\theta; \tag{7.1}$$

$$ds_1 = R_1 d\theta; \tag{7.2}$$

$$ds_2 = R_2 d\psi, \tag{7.3}$$

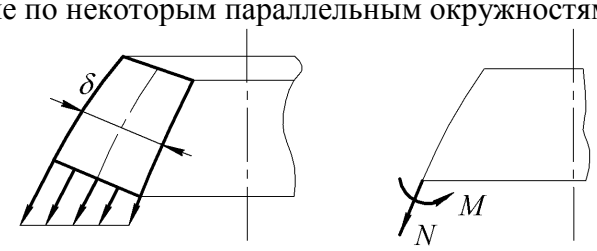
а также

$$dr = ds_1 \cos\theta, \tag{7.4}$$

где $d\theta$ и $d\psi$ – углы между нормалями в точках M, M_1 и M, M_2 соответственно, dr – приращение радиуса параллельной окружности, соответствующее приращению ds_1.

Основные уравнения безмоментной теории оболочек вращения при осесимметричном нагружении

Под действием внешних нагрузок в сечениях оболочки возникают напряжения, в общем случае переменные по толщине (рисунок 7.6,*а*). Их можно свести к погонным силам и моментам, рассчитанным на единицу длины соответствующего сечения (рисунок 7.6,*б*). Особое значение в практике расчётов имеет тот случай, когда напряжения постоянны по толщине, так что погонные моменты оказываются равными нулю. При этом расчёт оболочки сводится к определению погонных сил. Соответствующая теория расчёта называется безмоментной теорией. Мы ограничимся наиболее важным для практики случаем осесимметричного нагружения, когда действующие нагрузки, а, следовательно, и напряжения не зависят от угла φ. В качестве нагрузок могут выступать распределённые по поверхности нормальные p_n и тангенциальные p_t силы, а также силы, равномерно распределённые по некоторым параллельным окружностям.



а) *б)*

Матричный метод перемещений для стержневых систем. Ферменный и балочный элементы. Построение матрицы жёсткости стержневой системы и определение узловых перемещений.

План:

1 Изгиб пластин.

2 Дифференциальное уравнение изгиба.

3 Расчёт напряжений

Ключевые вопросы:

Пластиной называется цилиндрическое (или призматическое) тело, высота *h* которого, называемая толщиной пластины, мала по сравнению с размерами основания (рисунок 8.1). Плоскость, которая делит толщину пополам, называется срединной. С ней будем совмещать координатную плоскость *XOY*.

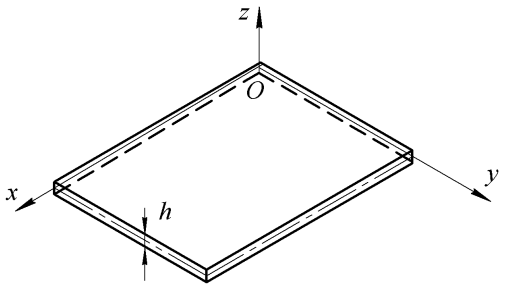


Рисунок 8.1

Пластина может работать в условиях обобщённого плоского напряжённого состояния под действием нагрузок, прикладываемых к боковой поверхности параллельно основаниям. Задачи такого рода являются предметом рассмотрения в теории упругости. Здесь речь пойдёт о действии на пластину поперечных нагрузок, вызывающих её изгиб.

Техническая теория изгиба пластин основывается на гипотезах Кирхгофа. Согласно первой их них, называемой гипотезой прямых нормалей, принимается, что нормальные к срединной плоскости отрезки остаются прямолинейными и нормальными к деформированной срединной поверхности и сохраняют свою длину. Эта гипотеза аналогична гипотезе плоских сечений в теории изгиба балок.

Вторая гипотеза постулирует, что слои пластины, параллельные срединной плоскости, не оказывают давления друг на друга. Иначе говоря, нормальное напряжение σ_{zz} считается пренебрежимо малым по сравнению с другими компонентами. Это допущение аналогично гипотезе о ненадавливании волокон при изгибе балок.

Кроме указанных гипотез, будем предполагать, что прогибы пластины w малы по сравнению с её толщиной $\left(w_{\max} \le \frac{1}{4} h \right)$. В этом случае можно пренебречь деформацией срединной поверхности и считать, что её точки перемещаются при изгибе параллельно оси z. Принимая также, что материал пластины подчиняется закону Гука, можно построить достаточно простую линейную теорию изгиба пластин, используемую в инженерных расчётах.

Рассматриваемая здесь теория пригодна для не слишком толстых пластин, у которых толщина не превосходит 1/5 размера в плане. Для более толстых пластин (называемых плитами) гипотезы Кирхгофа неприменимы. Их напряжённое состояние следует рассматривать как трёхмерное. В то же время данная теория неприменима и для слишком тонких (гибких) пластин. В этом случае прогибы могут оказаться соизмеримыми с толщиной, что требует учёта деформаций срединной плоскости. Определяющие зависимости оказываются в таком случае нелинейными, что существенно усложняет расчёт. Специфический подход требуется также при расчёте абсолютно гибких пластин (мембран), у которых прогиб может значительно превосходить толщину. В этом случае поперечная нагрузка уравновешивается главным образом за счёт растягивающих напряжений, действующих в срединной плоскости и практически постоянных по толщине.

Приходим к искомому уравнению изгиба, называемому уравнением Софи Жермен:

$$D\nabla^2\nabla^2 w = p. \qquad (8.17)$$

В развёрнутой записи уравнение (8.17) имеет вид

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p(x, y). \qquad (8.18)$$

Таким образом, расчёт пластины на изгиб сводится к отысканию функции $w(x, y)$, которая должна удовлетворять дифференциальному уравнению (8.18).

Основы теории упругости. Тензоры напряжений и деформаций. Статические, геометрические и физические соотношения. Решение задачи теории упругости в перемещениях и напряжениях.

План:

1 Осесимметричный изгиб цилиндрической оболочки.

2 Дифференциальное уравнение изгиба цилиндрической оболочки.

3 Решение уравнения изгиба для длинной оболочки.

4 Расчёт короткой цилиндрической оболочки.

Ключевые вопросы:

Основные зависимости осесимметричного изгиба цилиндрической оболочки

Пусть круговая цилиндрическая оболочка толщиной h с радиусом срединной поверхности R испытывает действие осесимметричной нагрузки. Напряжённо-деформированное состояние оболочки также будет осесимметричным. При выводе расчётных соотношений так же, как и в теории изгиба пластин, воспользуемся гипотезой прямых нормалей и гипотезой о ненадавливании слоёв оболочки друг на друга.

На рисунке 10.1 показано осевое сечение оболочки. Положение произвольной точки m срединной поверхности характеризуется осевой координатой x, отсчитываемой от торцевого сечения. При деформации точка m получает осевое перемещение u_0 и радиальное перемещение w и попадает в положение m_1. Точка n, отстоящая от точки m на расстоянии z по нормали к срединной поверхности, окажется в положении n_1.

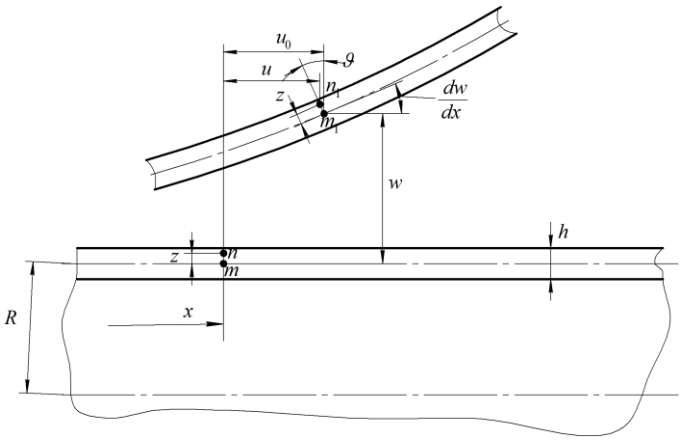


Рисунок 10.1

Перемещение точки n в осевом направлении

$$u = u_0 - z\vartheta,$$

где ϑ – угол, на который поворачивается нормальный отрезок mn при деформации. В соответствии с гипотезой прямых нормалей этот угол отождествляется с углом наклона $\frac{dw}{dx}$ касательной к срединной поверхности в точке m: $\vartheta = \frac{dw}{dx}$

.

Таким образом, приходим к соотношению $u = u_0 - z\frac{dw}{dx}$

Дифференциальное уравнение изгиба цилиндрической оболочки

Для вывода разрешающего уравнения относительно w обратимся к условиям равновесия бесконечно малого элемента срединной поверхности, показанного на рисунке 10.3.

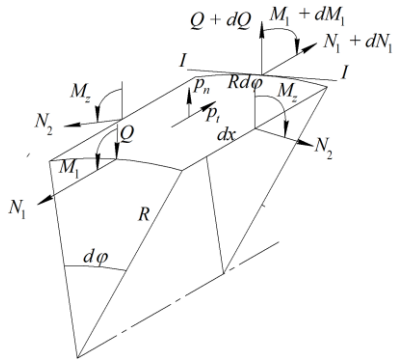


Рисунок 10.3

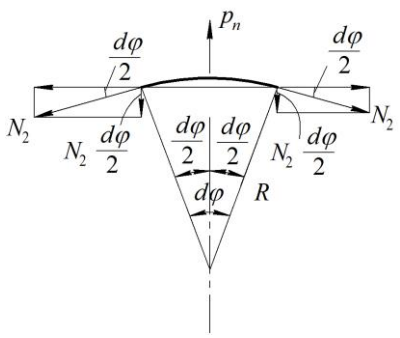


Рисунок 10.4

Составим условие равновесия сил в проекции на нормаль к элементу. Учитывая проекции окружных сил N_2 (рисунок 10.4) и обозначая через p_n нормальную нагрузку, будем иметь

$$\left(Q + dQ\right)Rd\varphi - QRd\varphi - 2N_2 dx\frac{d\varphi}{2} + p_n Rd\varphi dx = 0.$$

Отсюда вытекает равенство

$$\frac{dQ}{dx} - \frac{N_2}{R} + p_n = 0. \qquad (10.10)$$

Условие равновесия моментов относительно оси $I - I$ даёт соотношение

$$Q = \frac{dM_1}{dx},$$

которое позволяет при учёте первого равенства (10.7) выразить перерезывающую силу Q через функцию $w(x)$: $Q = -D\dfrac{d^3w}{dx^3}$

Подстановка этого результата вместе с соотношением (10.6) в равенство (10.10) приводит к искомому уравнению осесимметричного изгиба цилиндрической оболочки:

$$-D\frac{d^4w}{dx^4} - \frac{Eh}{R^2}w - \frac{\mu N_1}{R} + p_n = 0$$

или

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2}w = p_n - \frac{\mu N_1}{R}.$$

<u>Плоская задача теории упругости. Плоская деформация и обобщённое плоское напряжённое состояние. Основные соотношения плоской задачи теории упругости в полярных координатах.</u>

План:

1 Метод конечных элементов.

2 Плоский треугольный и прямоугольный конечные элементы.

Ключевые вопросы:

Метод конечных элементов представляет собой приближённый метод решения задач строительной механики, в котором принципы расчёта, используемые в матричном методе перемещений для стержневых систем, распространяются на случай сплошных тел и конструкций. Тело разбивается на небольшие подобласти относительно простой формы, которые взаимодействуют между собой по смежным поверхностям, но предполагаются соединёнными друг с другом в отдельных точках – узлах (рисунок 11.1). Перемещения узлов принимаются в качестве неизвестных. Название метода определяется тем обстоятельством, что подобласти имеют хотя и малые, но всё же конечные размеры, в отличие от бесконечно малых элементов, фигурирующих при выводе дифференциальных уравнений равновесия.

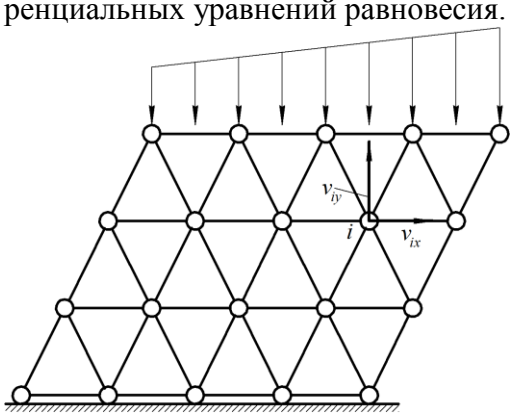


Рисунок 11.1

Если все нагрузки представить в виде сосредоточенных сил, приложенных в узлах, то связь между узловыми силами и узловыми перемещениями может быть записана в форме равенства типа

$$[P] = [K][v],$$

где $[P]$, $[v]$ – матрицы-столбцы узловых сил и узловых перемещений; $[K]$ – матрица жёсткости данной системы. Если матрица жёсткости известна, то это равенство может быть использовано для нахождения узловых перемещений. Таким образом, сплошное тело, имеющее бесконечное число степеней свободы, заменяется дискретной системой с конечным числом степеней свободы, каковыми являются узловые перемещения.

Чтобы прийти к расчётным зависимостям, необходимо знать ответы на следующие вопросы:

- как определить перемещения, деформации и напряжения в отдельном конечном элементе, если известны его узловые перемещения;

- как установить матрицы жёсткости отдельных конечных элементов;

- как заменить распределённые поверхностные и объёмные силы сосредоточенными узловыми;

- как объединить разрозненные конечные элементы в общую систему.

Решению этих проблем и посвящено дальнейшее изложение.

Независимо от типа и формы конечных элементов все этапы решения поддаются единому описанию и имеют общий алгоритм, вследствие чего их можно сравнительно легко реализовать с помощью универсальных программных комплексов. Благодаря этому метод конечных элементов стал мощным средством решения разнообразных задач строительной механики и прочности конструкций, а также других задач математической физики.

Вариационные методы теории упругости. Вариационное уравнение Лагранжа. Вариационный принцип Кастильяно.

План:

1 Уравнение Лагранжа. Теория упругости.

2 Основы принципа «Кастильяно».

Ключевые вопросы:

Пусть под действием внешних нагрузок тело находится в равновесии, т.е. удовлетворяются уравнения статики

$$\frac{\partial[\sigma_x]}{\partial x}+\frac{\partial[\sigma_y]}{\partial y}+\frac{\partial[\sigma_z]}{\partial z}+[R]=[0] \quad \text{в } \tau; \tag{5.50}$$

$$[\sigma_x]n_x+[\sigma_y]n_y+[\sigma_z]n_z=[p] \quad \text{на } \omega. \tag{5.51}$$

Равенство (5.51) на части ω_p поверхности ω выражает статические граничные условия, а на ω_u оно устанавливает связь между напряжениями и реакциями на тело со стороны наложенных связей.

Напряжения, удовлетворяющие равенствам (5.50) и (5.51), будем называть статически допустимыми. Действительные напряжения отличаются от всех других статически допустимых тем, что они удовлетворяют ещё и уравнениям совместности деформаций. Выясним, чем действительное напряжённое состояние отличается от любых других статически допустимых с энергетической точки зрения.

Предположим далее, что в исходном состоянии выполняются не только условия равновесия, но и геометрические соотношения Коши. Так как следствием формул Коши являются уравнения совместности деформаций, то это означает, что рассматриваемое напряжённое состояние считается теперь не только равновесным, но и совместным. В этом случае выражение для δU^* может быть преобразовано аналогично тому, как это делалось для δU при выводе вариационного уравнения Лагранжа. Подставляя в формулу для δU^* соотношения

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy}=\frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \varepsilon_{zz}=\frac{\partial u_z}{\partial z};$$

$$\varepsilon_{xy}=\frac{\partial u_y}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial y}; \quad \varepsilon_{yz}=\frac{\partial u_z}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial z}; \quad \varepsilon_{zx}=\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x}$$

и повторяя затем ту же цепочку преобразований, которая ранее применялась для δU, можно прийти к равенству, аналогичному (5.23):

$$\delta U^*=\int_\omega [u]^T\left([\delta\sigma_x]n_x+[\delta\sigma_y]n_y+[\delta\sigma_z]n_z\right)d\omega-$$

$$-\int_{\tau}[u]^{T}\left(\frac{\partial[\delta\sigma_x]}{\partial x}+\frac{\partial[\delta\sigma_y]}{\partial y}+\frac{\partial[\delta\sigma_z]}{\partial z}\right)d\tau.$$

Уравнение называемое вариационным уравнением Кастильяно, устанавливает, что в действительном напряжённом состоянии полная дополнительная энергия системы имеет стационарное значение. Можно показать, что в случае справедливости закона Гука это стационарное значение есть минимум.

Из сказанного вытекает следующий вариационный принцип Кастильяно для линейно-упругого тела. Из всех статически допустимых напряжённых состояний в действительности имеет место такое, для которого полная дополнительная энергия системы минимальна.

Вызванные этими силами напряжения и, следовательно, дополнительная потенциальная энергия U^* представляют собой некоторые функции заданных сил. Тогда можно записать

$$\delta U^* = \frac{\partial U^*}{\partial P_1}\delta P_1 + \frac{\partial U^*}{\partial P_2}\delta P_2 + \mathrm{K} + \frac{\partial U^*}{\partial P_n}\delta P_n. \qquad (5.61)$$

Поскольку согласно (5.56) должно быть

$$\delta U^* = \delta A^*,$$

из сопоставления выражений (5.60) и (5.61) приходим к равенствам вида

$$v_i = \frac{\partial U^*}{\partial P_i} \quad (i = 1, 2, \mathrm{K}, n).$$

Для линейно-упругого тела, когда $U^* = U$, будем иметь

$$v_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}. \qquad (5.62)$$

Соотношение (5.62) выражает так называемую теорему Кастильяно, согласно которой перемещение точки приложения некоторой силы P_i в направлении этой силы равно для линейно-упругого тела частной производной от потенциальной энергии деформации по этой силе.

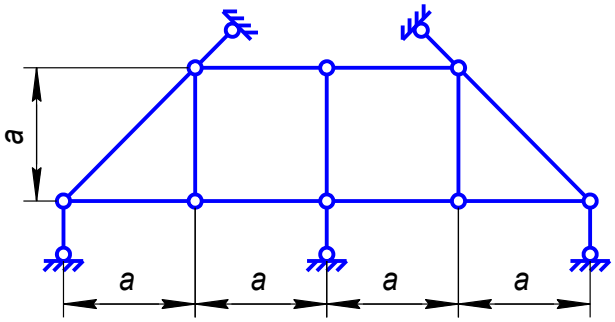
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

План:

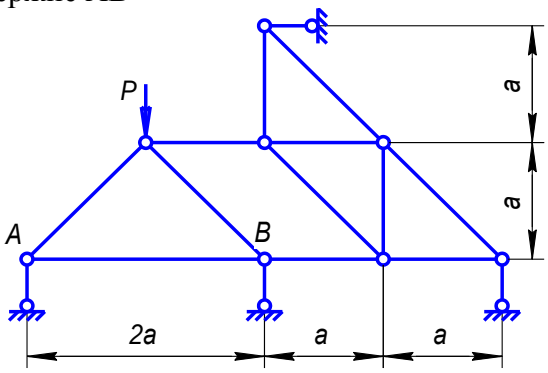
1. Расчёт балки на изгиб методом Ритца.
2. Расчёт тонкостенных конструкций с открытым контуром поперечного сечения.
3. Расчёт тонкостенных конструкций с однозамкнутым контуром поперечного сечения.
4. Решение задач в случае, когда обшивка работает только на сдвиг.
5. Расчёт оболочек вращения по безмоментной теории.
6. Расчёт тонкостенной конструкции с однозамкнутым контуром поперечного сечения, имеющего вертикальную ось симметрии.
7. Дифференциальное уравнение изгиба цилиндрической оболочки. Решение уравнения изгиба для длинной оболочки. Расчёт короткой цилиндрической оболочки.

Примерные задания:

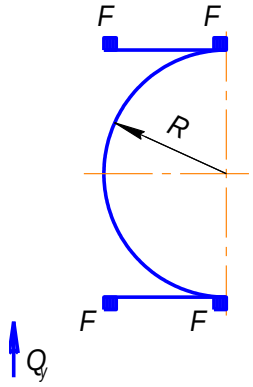
1. Исследовать геометрическую неизменяемость



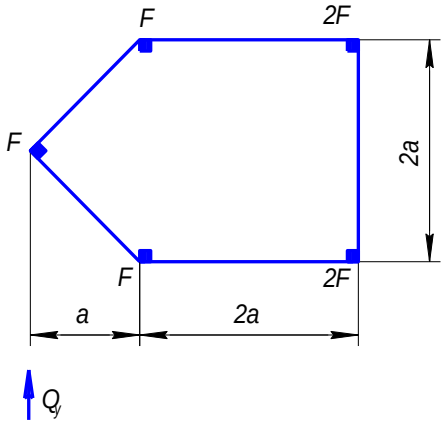
2. Определить усилие в стержне АВ



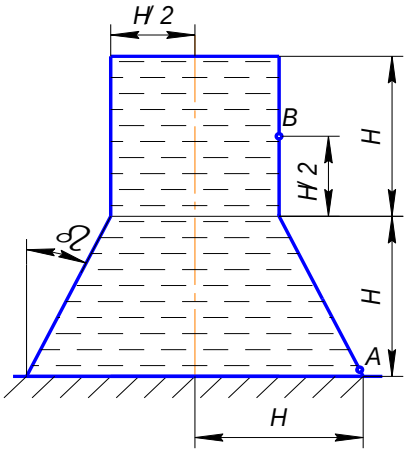
3. Определить положение центра изгиба сечения в предположении, что обшивка тонкая и работает только на сдвиг



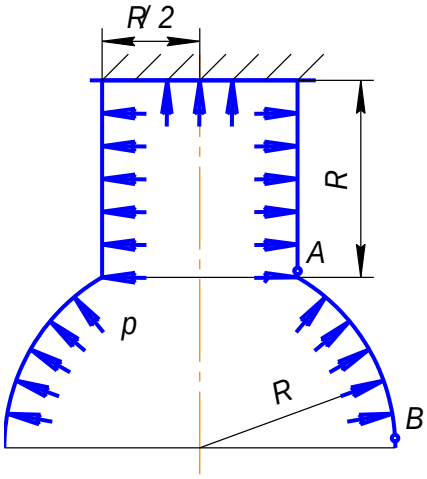
4. Построить эпюру касательных усилий в предположении, что обшивка тонкая и работает только на сдвиг



5. Найти усилия N_1 и N_2 в точках A и B по безмоментной теории оболочек



6. Найти усилия N_1 и N_2 в точках A и B по безмоментной теории оболочек



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

План:

1. Исследование напряжённого состояния плоской сварной стержневой системы.
2. Исследование напряжённого состояния круглого шпангоута.
3. Исследование напряжённого состояния четырёхпоясного кессона при изгибе.
4. Исследование напряжённого состояния цилиндрического бака со сферическими днищами.
5. Исследование закритической работы балки с тонкой стенкой типа лонжерона.
6. Решение плоской задачи теории упругости методом конечных элементов.
7. Расчёт составной оболочки вращения при осесимметричном нагружении по безмоментной теории.

Примерные задания:

1. Тема «Строительная механика статически определимых ферм»

1.1. Что такое ферма?

А. Реальная стержневая система

Б. Расчётная схема стержневой системы

В. Статически определимая система

1.2. Как записывается необходимое условие статической определимости для незакреплённых плоских ферм?

А. $С + С_0 = 2У$

Б. $С = 3У – 6$

В. $С = 2У – 3$

1.3. Укажите наиболее универсальный метод исследования геометрической неизменяемости и решения ферм.

А. Метод разрушения

Б. Метод нулевых нагрузок

В. Метод замены связей

2. Тема «Матричный метод перемещений для стержневых систем»

2.1. Что называется матрицей жёсткости упругого тела?

А. Матрица, устанавливающая связь напряжений с деформациями

Б. Матрица, связывающая узловые силы с соответствующими им узловыми перемещениями

В. Матрица, содержащая аппроксимирующие функции

2.2. Что называется ферменным элементом?

А. Прямолинейный стержень, работающий только на кручение

Б. Прямолинейный стержень, который присоединяется к другим элементам посредством идеальных шарниров

В. Прямолинейный брус, способный воспринимать все виды нагрузок

2.3. По какой формуле выполняется преобразование матрицы жёсткости из местной системы координат в общую?

А. $[K]=[\lambda]^{\text{т}}[\bar{K}]$

Б. $[K]=[\lambda][\bar{K}][\lambda]^{\text{т}}$

В. $[K]=[\lambda]^{\text{т}}[\bar{K}][\lambda]$

3. Тема «Основы теории упругости»

3.1. Какое нормальное напряжение считается положительным?

А. Действующее в положительном направлении координатной оси

Б. Растягивающее

В. Сжимающее

3.2. Какие площадки называются главными?

А. Площадки, в которых касательные напряжения отсутствуют

Б. Площадки, где нормальные напряжения равны нулю

В. Свободные от каких-либо напряжений площадки

3.3. Какие величины связывают геометрические соотношения Коши?

А. Силы с перемещениями

Б. Напряжения с деформациями

В. Деформации с перемещениями

4. Тема «Плоская задача теории упругости»

4.1. Что такое плоская деформация?

А. Когда $\sigma_{zz}=0$ и $\varepsilon_{zz}=0$

Б. Деформирование тела, при котором перемещение всех его точек происходит параллельно одной плоскости

В. Если напряжения $\sigma_{xx},\sigma_{yy},\sigma_{xy}$, а остальные компоненты равны нулю

4.2. Для чего вводится функция напряжений Эри?

А. Для удобства вычисления напряжений

Б. Для аппроксимации поля перемещений

В. Для сведения системы уравнений плоской задачи к одному уравнению

4.3. В чём заключается задача Ламе?

А. В расчёте консольной балки, нагруженной силой на конце

Б. В вычислении напряжений в полом цилиндре под действием давлением

В. В исследовании концентрации напряжений около круглого отверстия в пластине

5. Тема «Вариационные методы теории упругости»

5.1. Какое равенство выражает собой теорему Клапейрона?

А. $A=P\cdot v/2$

Б. $A = P \cdot v$

В. $A = 2P \cdot v$

5.2. Как записывается вариационное уравнения Лагранжа?

А. $V = U + \Pi$

Б. $\delta V = 0$

В. $\delta U = \delta A$

5.3. Как записывается начало наименьшей работы?

А. $\delta V = 0$

Б. $\delta U = 0$

В. $\delta U = \delta A$

6. Тема «Балочная теория расчёта тонкостенных конструкций»

6.1. По какому закону изменяются относительные удлинения в сечении оболочки согласно гипотезе Беляева?

А. $\varepsilon = ax + by + c$

Б. $\varepsilon = ax^2 + by + c$

В. $\varepsilon = axy + b$

6.2. От чего зависят координаты центра изгиба открытого сечения?

А. От внешней нагрузки

Б. От геометрии сечения и материала

В. От положения центра тяжести

6.3. Какую нагрузку воспринимает тонкостенная конструкция с однозамкнутым сечением?

А. Только крутящий момент

Б. Произвольную внешнюю нагрузку

В. Только поперечную силу

7. Тема «Безмоментная теория оболочек вращения»

7.1. Чему равен радиус кривизны поверхности вращения R_2?

А. Отрезку нормали, заключённому между рассматриваемой точкой и осью вращения

Б. Радиусу кривизны меридиана

В. Радиусу параллельной окружности

7.2. Что представляет собой Φ?

А. Результирующую внутренних сил, действующих на оставшуюся часть оболочки

Б. Результирующую внешних сил, действующих на отсечённую часть оболочки

В. Равнодействующую всех внешних сил

7.3. Чему равны погонные силы в замкнутой сферической оболочке радиуса R, испытывающей действие равномерного внутреннего давления p?

А. $N_1 = \dfrac{pR}{2}; \quad N_2 = pR$

Б. $N_1 = N_2 = \dfrac{pR}{2}$

В. $N_1 = pR; \quad N_2 = \dfrac{pR}{2}$

8. Тема «Изгиб пластин»

8.1. На каких гипотезах основывается техническая теория изгиба пластин?

А. Гипотезах Кирхгофа

Б. Гипотезах Тимошенко

В. Гипотезах Рейснера

8.2. Как записывается уравнение Софи Жермен?

А. $\nabla^2 w = p / E$

Б. $D\nabla^2\nabla^2 w = p$

В. $h\Delta w = p$

8.3. Сколько необходимо сформулировать граничных условий для каждой из сторон прямоугольной пластины?

А. Одно

Б. Два

В. Три

9. Тема «Устойчивость пластин»

9.1. Что является характерной особенностью задач устойчивости?

А. Уравнения равновесия записываются для деформированного состояния элемента

Б. Уравнения равновесия записываются для недеформированного элемента

В. При выводе уравнений равновесия внешние силы не учитываются

9.2. От чего зависит коэффициент устойчивости *k*?

А. От величины сжимающей нагрузки

Б. От отношения сторон и условий закрепления пластины

В. От толщины пластины

9.3. В каком случае для определения критических напряжений можно пользоваться формулой $\sigma_{\text{кр}} = \dfrac{0,9kE}{(b/h)^2}$?

А. Когда вычисленное значение меньше предела текучести материала

Б. Если вычисленное значение меньше предела пропорциональности материала

В. Если вычисленное значение меньше предела прочности материала

10. Тема «Осесимметричный изгиб цилиндрической оболочки»

10.1. По какой формуле определяется окружная деформация в цилиндрической оболочке при осесимметричном изгибе?

А. $\varepsilon_{22} = w / R$

Б. $\varepsilon_{22} = -z\, d^2 w / dx^2$

В. $\varepsilon_{22} = du / dx$

10.2. Что определяется из уравнения осесимметричного изгиба цилиндрической оболочки?

А. Осевое перемещение

Б. Радиальное перемещение

В. Угол поворота нормали

10.3. В каком случае оболочку можно считать длинной?

А. Когда длина превышает два радиуса

Б. Если длина больше $2,5\sqrt{Rh}$

В. Если длина больше $\sqrt{Rh}$

11. Тема «Метод конечных элементов»

11.1. Что лежит в основе метода конечных элементов?

А. Допущение о том, что узловые перемещения однозначно определяют значения перемещений в каждой точке конечного элемента

Б. Гипотеза сплошности

В. Гипотеза о естественном ненапряжённом состоянии

11.2. По какой формуле вычисляется матрица жёсткости конечного элемента?

А. $[K^e] = \int\limits_{\tau^e} [\beta][\kappa][\beta]^{\text{т}}\, d\tau$ Б. $[K^e] = \int\limits_{\tau^e} [\beta]^{\text{т}}[\kappa][\beta]\, d\tau$ В. $[K^e] = \int\limits_{\tau^e} [\beta]^{\text{т}}[\beta][\kappa]\, d\tau$

11.3. Какие элементы называются совместными?

А. Если перемещения постоянны в пределах каждого элемента

Б. Когда перемещения непрерывны при переходе от одного конечного элемента к другому

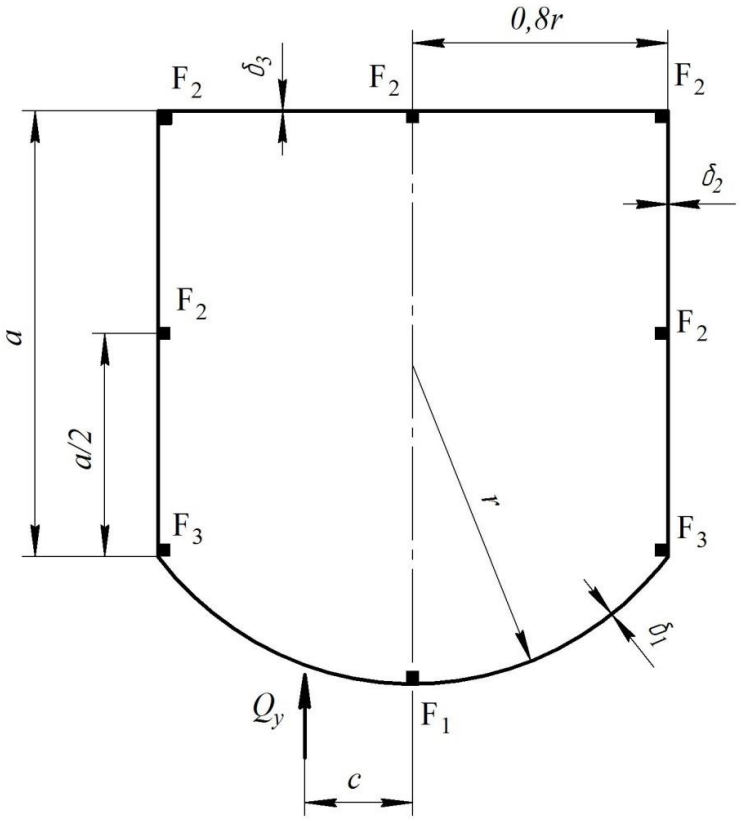
В. Элементы, имеющие форму квадрата

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Задание для курсовой работы (часть 1)
на тему «Расчет тонкостенной конструкции с однозамкнутым контуром поперечного сечения»

Таблица 1 - Исходные данные

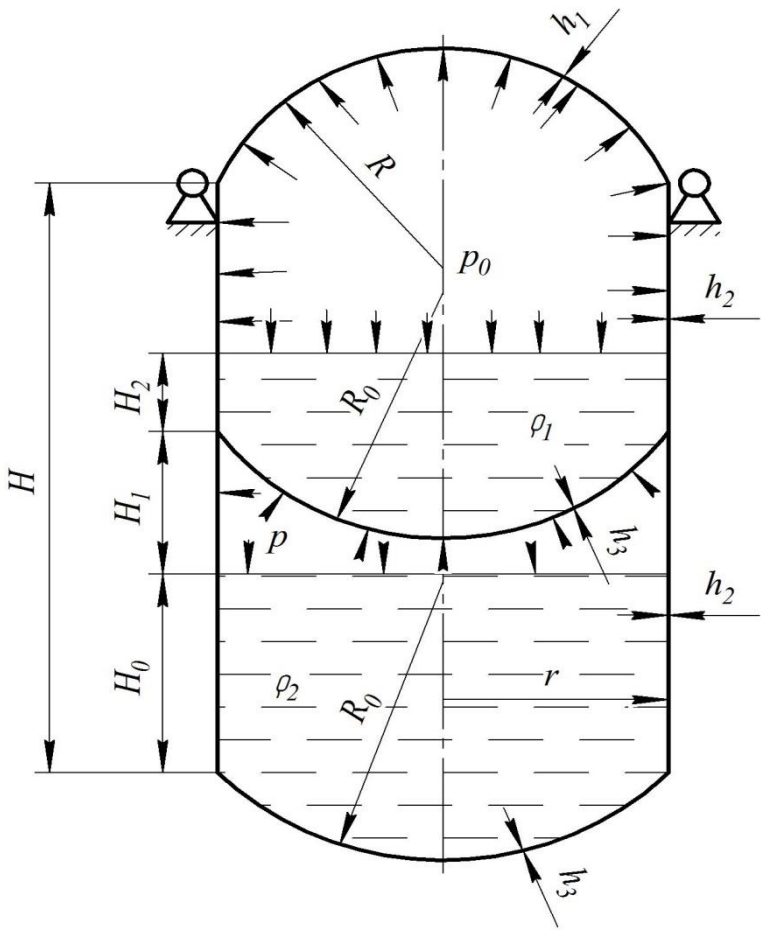
Q_y	M_x	a	r	c	δ_1	δ_2	δ_3	F_1	F_2	F_3	Материал	
кН	*кН · м*	*см*						$см^2$			Обшивка	Пояса



Задание для курсовой работы (часть 2)
на тему «Расчет оболочек вращения по безмоментной теории»

Таблица 1 - Исходные данные

h_1	h_1 h_2	h_2 h_3	h_3 R	R R_0	R_0 r	r r_1	r_1 H	H H_1	H_1		ρ_1	ρ_1 ρ_2	ρ_2	p_0	p	
см											$кг/м^3$			*МПа*		



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Для успешного усвоения материала студент должен кроме аудиторной работы заниматься самостоятельно. Самостоятельная работа является активной учебной деятельностью, направленной на качественное решение задач самообучения, самовоспитания и саморазвития. Самостоятельная работа студентов выполняется без непосредственного участия преподавателя, но по его заданию и в специально отведённое для этого время. Условиям эффективности самостоятельной работы студентов является ее систематическое выполнение.

В структуре содержания самостоятельной работы можно выделить три основных блока: исследование геометрической неизменяемости и определение усилий в стержнях; определение положения центра изгиба сечения и построение эпюр касательных усилий; нахождение усилий по безмоментной теории оболочек. Самостоятельная работа студентов включает самостоятельную проработку теоретического материала, работу с литературой, подготовку к лекциям, практическим и лабораторным занятиям, составление конспектов, оформление отчетов по лабораторным занятиям, самостоятельное исследование теоретического материала, не выносимого на лекции или практические занятия, выполнение домашних заданий, контрольных и проверочных работ, решение задач, проведение расчетов, подготовку к экзамену.

Все формы СРС, а также методы контроля способствуют многократному повторению материала, что, в свою очередь, позволяет студенту лучше запомнить термины и определения, понять изучаемый материал, разобраться в алгоритме решения задач и выполнения лабораторных работ. Таким образом, СРС как одна из активных форм обучения студентов способствует формированию у них знаний, умений и навыков, направленных на самостоятельное, творческое решение задач, возникающих в практической деятельности.

Изучение каждой темы надо начинать с уяснения основных теоретических представлений. Необходимо выучить все определения и формулы, так без этого невозможно переходить к реше-

нию задач.

Изучение строительной механики представляет определенные трудности из-за большого объема фактического материала, значительного количества понятий и самой тесной связи одного раздела с другим. Поэтому, усвоение курса требует систематической и последовательной работы. Важно соблюдать последовательность перехода к изучению каждого следующего раздела лишь после того, как усвоен материал предыдущего.

Для успешного освоения курса студенты обязаны самостоятельно выполнить ряд работ:

- изучить предлагаемые преподавателем темы теоретического материала и представить их в виде сжатого конспекта, пройти собеседование;
- выполнить в указанные сроки варианты домашних индивидуальных заданий по предложенным темам;
- подготовиться к выполнению лабораторных работ, оформляя в лабораторной тетради проведение опытов, а затем к защите лабораторной работы, пройдя собеседование;
- подготовиться к выполнению тестирования или контрольной работы на аудиторных и внеаудиторных занятиях по изученным темам.

После изучения темы теоретического материала и выполнения лабораторной работы студентам предлагается выполнить либо письменную проверочную или контрольную работу, либо тест. Контрольная или проверочная работа, тест выполняются на отдельных листах. Для успешной подготовки к текущему контролю студентам предлагаются вопросы для изучения и задания.