Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

«Кадры для регионов»

ФГБОУ ВПО «Амурский государственный университет»

Учебное пособие подготовлено в рамках реализации проекта о подготовке высококвалифицированных кадров для предприятий и организаций регионов («Кадры для регионов»)

Л.А. Ковалева, Е.А.Гаврилюк

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА. ЧАСТЬ 1

Учебное пособие

Благовещенск
Издательство АмГУ
2014

ББК 30.11 я 73
К 56

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Амурского государственного
университета*

Разработано в рамках реализации гранта «Подготовка высококвалифицированных кадров в сфере электроэнергетики и горно-металлургической отрасли для предприятий Амурской области» по заказу предприятия-партнера ОАО «Дальневосточная распределительная сетевая компания»

Рецензенты:

*Наталья Анатольевна Чалкина – канд. пед. наук, доцент АмГУ,
Андрей Анатольевич Гаврилов – зам. начальника департамента – начальник отдела социальной политики ОАО «ДРСК»*

К56 Инженерная графика. Часть 1: учебное пособие / Л.А.Ковалева, Е.А.Гаврилюк - Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2014. – 73 с.

Учебное пособие предназначено для подготовки бакалавров по направлению «Электроэнергетика и электротехника» профиля «Электроэнергетические системы и сети». Рассмотрены основные положения раздела «Начертательная геометрия» дисциплины «Инженерная графика», приведены типовые задачи с алгоритмами их решений, контрольные вопросы и задачи для закрепления изложенного теоретического материала.

В авторской редакции.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов энергетического факультета, направления подготовки 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника», изучающих дисциплину «Инженерная графика».

Пособие может быть также использовано студентами, обучающихся по направлению 140100.62 «Теплоэнергетика и теплотехника», и других факультетов при изучении дисциплины «Инженерная графика».

Дисциплина «Инженерная графика» состоит из 2-х взаимосвязанных разделов: *начертательная геометрия* и *инженерная графика.*

Предлагаемое учебное пособие предназначено для изучения раздела *начертательная геометрия.*

В настоящем издании рассмотрены все теоретические вопросы раздела инженерной графики «Начертательная геометрия», задачи и примеры решения типовых задач. Вопросы для самопроверки предназначены для закрепления изучаемого материала, обеспечения контроля знаний студентов и реализации требований Федерального Государственного образовательного стандарта к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников ВУЗов.

Предлагаемое учебное пособие разработано в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины «Инженерная графика».

Учебный план предусматривает изучение дисциплины в течение 1 года (1 и 2 семестры). Одновременно с этим изучается большинство общетехнических и часть специальных дисциплин. Поэтому в изложении теории предусматриваются межпредметные связи и специфика направления подготовки студентов.

Цели и задачи освоения дисциплины

Целями дисциплины «Инженерная графика» являются: развитие пространственного воображения, конструктивно-геометрического мышления; приобретение умений и навыков построения технических изображений на плоскости и в пространстве традиционными способами и с использованием средств автоматизации в соответствии с нормативно-техническими требованиями ЕСКД.

Задачи дисциплины:

Освоение проекционных способов получения изображения геометрических форм на плоскости; исследование геометрических свойств предметов и их взаимного расположения в пространстве; практическое освоение приемов и методов выполнения технических чертежей разного вида, обеспечивая их выразительность и точность; владение основами алгоритмизации; и автоматизации выполнения графических работ.

Содержание дисциплины.

Традиционные и компьютерные технологии выполнения чертежей. Требования к техническим изображениям. Метод проецирования. Состав изображения – основные виды, дополнительные виды, аксонометрические изображения. Технический рисунок. Образование поверхностей и их задание на чертеже. Общий алгоритм построения линии пересечения поверхностей. Частные случаи пересечения поверхностей. Построение, обозначение, классификация сечений и разрезов. Общие правила нанесения размеров на чертежах. Предельные отклонения. Виды конструкторских документов. Чертеж общего вида. Чертеж детали, сборочный чертеж, спецификация. Стандарты ЕСКД. Введение в твердотельное моделирование. Элементы булевой алгебры. Декомпозиция сложных поверхностей. Системы автоматизированного проектирования. Основные примитивы и функции графических пакетов.

Место дисциплины в структуре ООП ВПО.

Дисциплина «Инженерная графика» относится к вариативной части цикла профессиональных дисциплин (Б3.В.ОД.1) учебного плана по направлению 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника».

Преподавание курса базируется на школьных курсах стереометрии и черчения, а также цикле естественнонаучных дисциплин (Б2), входящих в модули «Информатика» и «Математика».

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: теорию и основные правила построения эскизов, чертежей, схем, нанесения надписей, размеров и отклонений, правила оформления графических изображений в соответствии со стандартами ЕСКД;

уметь: читать чертежи и схемы, выполнять технические изображения в соответствии с требованиями стандартов ЕСКД, выполнять эскизирование, деталирование, сборочные чертежи, технические схемы, в том числе с применением средств компьютерной графики:

владеть: способами построения графических изображений, создания чертежей и эскизов, конструкторской документации, в том числе с применением компьютерных пакетов программ.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:

способность и готовность использовать информационные технологии, в том числе современные средства компьютерной графики в своей предметной области (ПК – 1);

способность и готовность использовать нормативные правовые документы в своей профессиональной деятельности (ПК – 4);

способность проводить расчеты по типовым методикам и проектировать отдельные детали и узлы с использованием стандартных средств автоматизации проектирования в соответствии с техническим заданием (ПК – 9);

способность графически отображать геометрические образы изделий и объектов электрооборудования, схем и систем (ПК – 12);

готовность разрабатывать технологические узлы электроэнергетического оборудования (ПК – 17).

Структура дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (*в часах*)				Формы текущего контроля успеваемости (*по неделям семестра*) Форма промежуточной аттестации (*по семестрам*)
1	Начертательная геометрия	1	1 – 18	Лек 18	Лаб 36	СРС 54		Контрольная работа – 7, 14 неделя Экзамен – 1-й семестр
2	Инженерная графика	2	1 – 18	Лек 18	Лаб 36	СРС 18	КСР 36	Контрольная работа – 7, 14 неделя Зачет – 2-й семестр

Основой инженерного образования будущих бакалавров направления подготовки 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника» является именно раздел «Начертательная геометрия» дисциплины «Инженерная графика», обеспечивающий формирование пространственных представлений, пространственного воображения, обучающий геометрическому моделированию, построению и чтению изображений, решению различных геометрических задач.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время уровень графической подготовки человека определяется не столько техникой графических изображений, а тем, насколько он готов к мыслительным преобразованиям этих изображений и насколько развита подвижность образного мышления, а также уровень пространственных представлений, которые являются одним из показателей общего умственного развития. Этому способствует изучение раздела «Начертательная геометрия» дисциплины «Инженерная графика».

В начертательной геометрии изучаются вопросы отображения геометрических образов на плоскость. Под геометрическими образами понимают точки, линии (прямые и кривые), поверхности, плоскости. Любое инженерное творчество – это создание каких-то геометрических образов, совокупность которых дает любую пространственную форму (деталь, конструкцию, сооружение). Способами начертательной геометрии и графическими построениями осуществляется конструирование этих образов.

Инструментом, осуществляющим непосредственное изучение геометрических форм предметов и позволяющим решать пространственные задачи в начертательной геометрии, является чертеж. Это обусловливает ряд требований, предъявленных к чертежам:

а) Чертеж должен быть наглядным, т.е. он должен давать пространственное представление изображаемого предмета.

б) Он должен быть обратимым, т.е. таким, чтобы по нему можно было бы точно воспроизвести форму и размеры изображаемого предмета.

в) Чертеж должен быть достаточно простым с точки зрения его выполнения. Графические операции, выполняемые на чертеже, должны давать достаточно точные решения.

Существующие учебники, как правило, содержат подробное изложение курса начертательной геометрии в объеме, существенно превосходящем предусмотренным действующим учебным планом. В связи с этим и было издано настоящее учебное пособие, в котором сжато изложен теоретический материал, проиллюстрированный типовыми задачами с алгоритмами их решений.

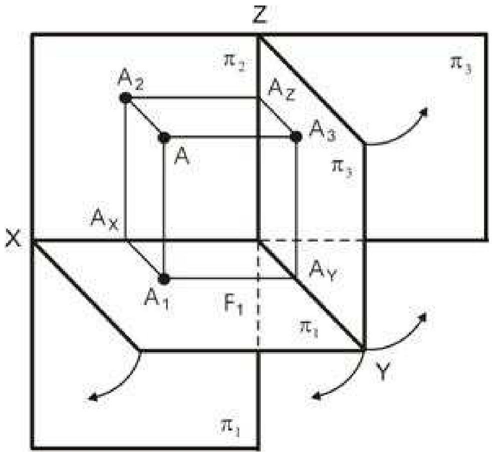
Для закрепления знаний, полученных студентами при изучении теоретической части раздела «Начертательная геометрия», в учебном пособии приведены контрольные вопросы и задачи.

1 ТОЧКА И ПРЯМАЯ

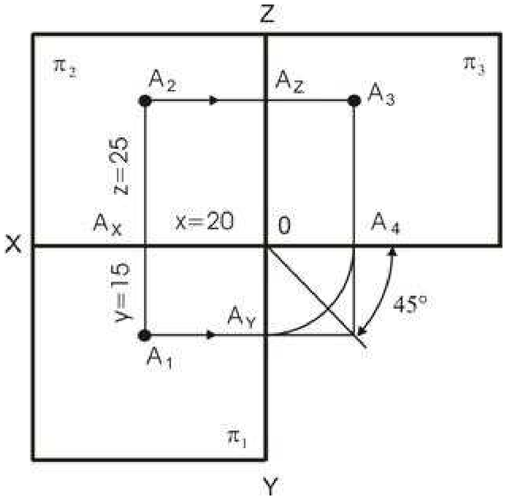
1. 1 Чертеж точки

Положение точки в пространстве определяется ее проекциями на две или три взаимно перпендикулярные плоскости проекции, при этом проекционные лучи направлены перпендикулярно плоскостям проекций (прямоугольное или ортогональное проецирование).

На рисунке 1а представлено наглядное изображение трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.



а



б

Рисунок 1 – Наглядное изображение (а) плоскостей проекций и комплексный чертеж точки (б)

Линии пересечения этих плоскостей – координатные оси *X*, *Y*, *Z* . Чтобы получить плоский чертеж, повернем плоскость π_1 вокруг оси *X* до совмещения с плоскостью π_2, а плоскость π_3 – вокруг оси *Z* до совмещения с плоскостью π_2.

На рисунке 1б представлен комплексный чертеж точки. Точка *A* задана координатами *A* (20; 15; 25). Первая координата *X* (абсцисса), вторая – *Y* (ордината), третья – *Z* (аппликата). Все размеры приведены в миллиметрах.

1. 2 Чертеж прямой

Построив проекции двух точек и соединив их, получим чертеж прямой.

Отрезок прямой может занимать различное положение в пространстве относительно плоскостей проекций.

1. 2. 1 Прямые частного положения

Прямая линия, параллельная плоскости проекций, называется прямой уровня. На рисунке 2 представлено наглядное изображение прямых.

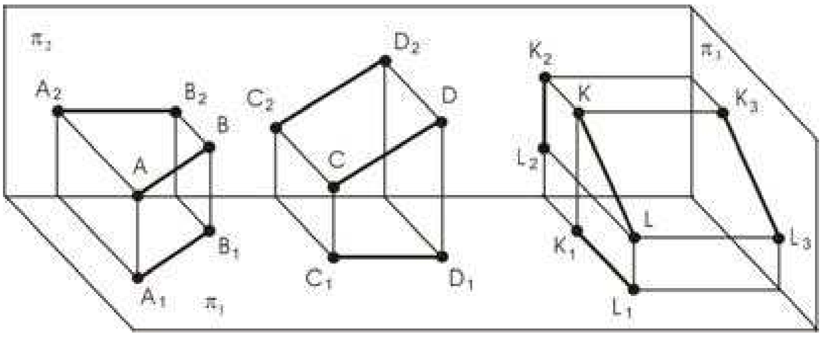


Рисунок 2 – Линии уровня

На рисунке 3 представлены чертежи этих прямых. Прямая *AB* параллельна плоскости π_1 (горизонтальная прямая или горизонталь). Горизонтальная проекция A_1B_1 является натуральной величиной этой прямой, а угол β составляет угол наклона прямой *AB* к фронтальной плоскости проекций. Прямая *CD* параллельна плоскости π_2 (фронтальная прямая или фронталь). Фронтальная проекция C_2D_2 является действительной величиной прямой, а угол α составляет угол наклона *CD* к плоскости $П_1$.

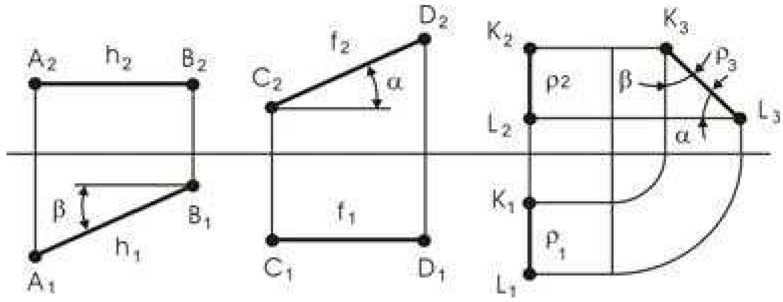


Рисунок 3 – Чертежи прямых уровня

Прямая *KL* параллельна профильной плоскости проекций $П_3$ (профильная прямая или профиль), профильная проекция K_3L_3 является натуральной величиной этой прямой. Углы наклона к плоскостям проекций обозначены как α и β.

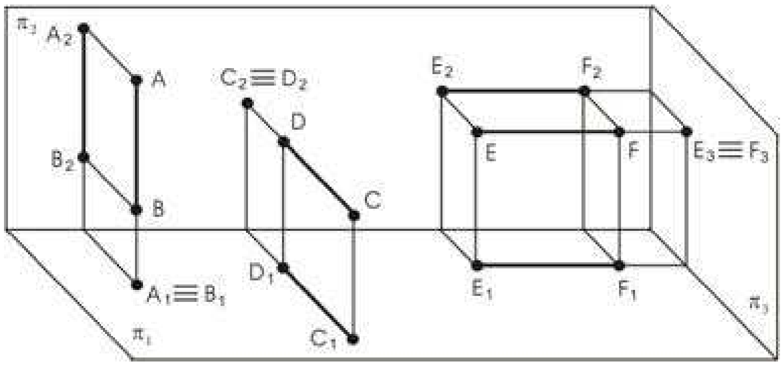


Рисунок 4 – Проецирующие прямые

На рисунке 4 представлено наглядное изображение прямых, которые параллельны двум плоскостям проекций и перпендикулярны одной плоскости проекций. На рисунке 5 представлены чертежи этих прямых.

Прямая *AB* проецируется на горизонтальную плоскость проекций в виде точки, а на фронтальную плоскость – в натуральную величину.

Такие прямые называются проецирующими относительно той плоскости, где ее изображение проецируется в точку. В данном случае прямая *AB* – горизонтально- проецирующая, *CD* – фронтально- проецирующая, *EF* – профильно- проецирующая.

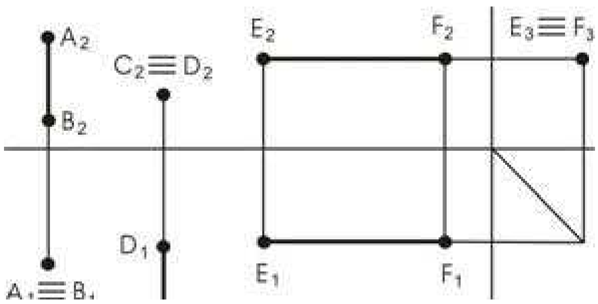


Рисунок 5 – Чертежи проецирующих прямых

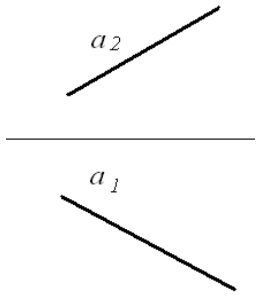


Рисунок 6 – Прямая общего положения

1. 2. 2 Прямые общего положения

Если отрезок прямой не параллелен и не перпендикулярен ни одной из плоскостей проекций, то она называется прямой общего положения (рис. 6). Проекция этого отрезка на чертеже по величине меньше действительной величины прямой.

1. 2. 3 Взаимное положение прямых в пространстве

На рисунке 7 представлены чертежи взаимного положения прямых:

а) если прямые в пространстве параллельны, то и их одноименные проекции на чертеже также параллельны;

б) если прямые в пространстве пересекаются, то у них есть одна общая точка, на чертеже проекции этой точки будут находиться на одной линии связи;

в) если прямые в пространстве скрещиваются, то у них нет ни одной общей точки. На чертеже имеются проекции точек, которые называются конкурирующими.

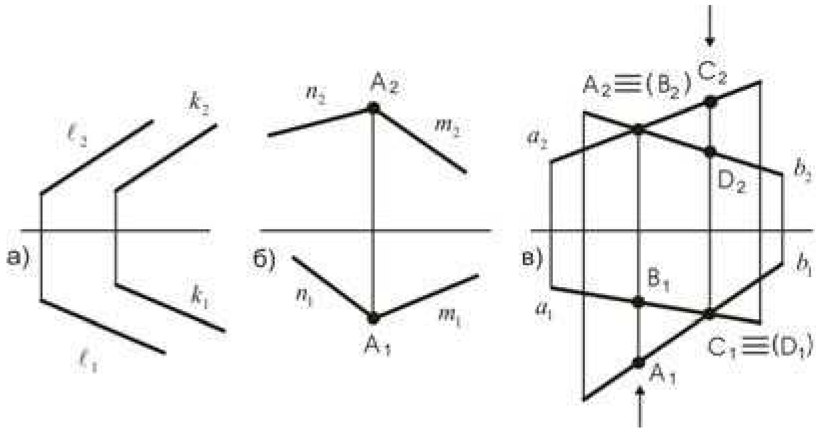


Рисунок 7 – Взаимное положение прямых в пространстве

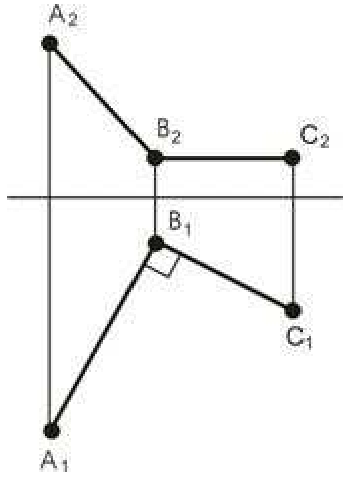


Рисунок 8 – Чертеж восстановления перпендикуляра в точке В

Из двух конкурирующих точек будет видимой та, у которой соответствующая координата больше. На рисунке 7 точки *C* и *D* – горизонтально-конкурирующие (*C* – видимая, т.к. координата *Z* больше) , а точки *A* и *B*- фронтально-конкурирующие (*A* – видимая, т.к. координата *y* у нее больше).

1. 2. 4 Проецирование прямого угла

Для проецирования прямого угла в натуральную величину достаточно, чтобы одна из его сторон была параллельна плоскости проекций (т.е. чтобы одна из сторон являлась фронталью или горизонталью) (рис. 8).

1. 2. 5 Способ прямоугольного треугольника

Одним из способов нахождения натуральной величины отрезка прямой общего положения является способ прямоугольного треугольника (рис. 9).

Для определения натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов наклона ее к плоскости проекций на КЧ необходимо построить прямоугольный треугольник:

1. Первый катет этого треугольника равен проекции отрезка на плоскости проекций (обычно прямоугольный треугольник пристраивают к проекции отрезка, однако в некоторых задачах целесообразно прямоугольный треугольник строить в стороне от проекций геометрических объектов).

2. Из проекции любого конца отрезка (A1 или B1) под прямым углом к проекции отрезка проводится луч, на котором откладывается длина второго катета, равная разности расстояний от концов отрезка до данной плоскости проекций.

3. Гипотенуза полученного таким образом прямоугольного треугольника равна длине заданного отрезка.

4. Угол наклона отрезка к той или иной плоскости проекций равен углу между гипотенузой – натуральной величиной и катетом – проекцией на эту плоскость проекций.

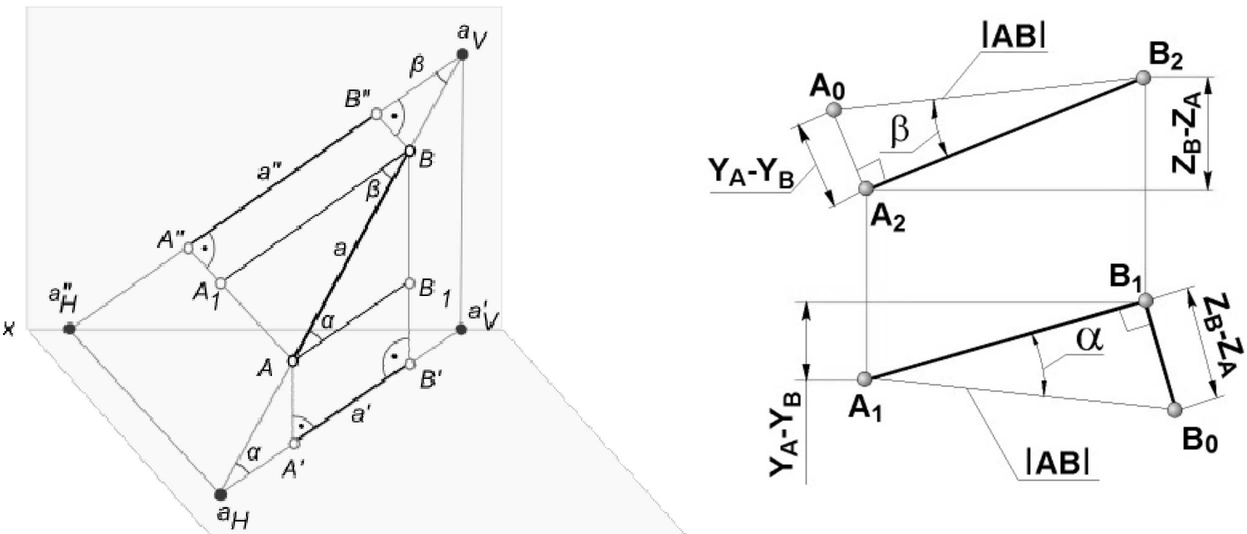


Рисунок 9 – Метод прямоугольного треугольника

Задача. Определить натуральную длину отрезка АВ и углы его наклона к плоскостям проекций**.**

Р е ш е н и е . Строим прямоугольный треугольник по двум катетам (см. рис.1). За один катет принимаем фронтальную проекцию А2В2 отрезка АВ, за другой катет – отрезок, равный разности расстояний концов отрезка до плоскости П2. В0В2 = А1А1/. Угол β - угол наклона АВ к плоскости проекций П2.

Можно найти длину отрезка АВ, строя прямоугольный треугольник не на фронтальной проекции А2В2, а на горизонтальной проекции А1В1 (рис.2). Тогда вторым катетом будет разность расстояний концов отрезка до плоскости П1. В1В0 = В2В2/. Угол α - угол наклона отрезка АВ к плоскости проекций П1.

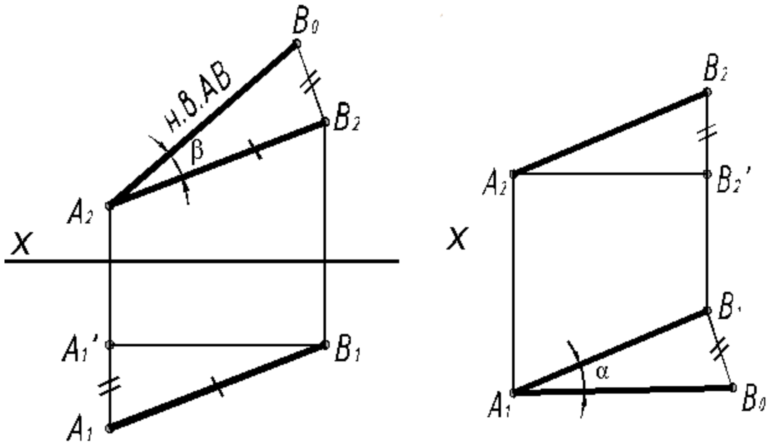


Рисунок 10 – Определение натуральной величины отрезка АВ

1. 3 Контрольные вопросы

1. Какой чертеж называется комплексным?

2. Как называются и обозначаются основные плоскости проекций?

3.Что такое вертикальная и горизонтальная линия связи?

4.Что называют проекцией точки?

5.Что называют координатами точки?

6. Какие точки называются конкурирующими? Как определяется видимость по методу конкурирующих точек?

7. Какую прямую линию называют прямой общего положения?

8. Какие положения прямой линии относительно плоскостей проекций считают «особыми» или «частными»?

9. Как изображаются в системе $П_1$ и $П_2$:

а) две параллельные прямые линии;

б) две пересекающиеся прямые линии;

в) две скрещивающиеся прямые линии.

10. При каком условии прямой угол проецируется на плоскости проекций без искажения?

1.4 Задачи

1. Построить проекции точек B (10; 25; 15), C (20; 10; 0), D (30; 0; 0) на комплексном чертеже. Определить положение точек относительно плоскостей проекций.

2. Построить проекции точек A (-20; 0; 10), C (30; 10; 15), B (20; 5; -10) на комплексном чертеже. Построить изометрические проекции данных точек.

3. По наглядному изображению точек (рис. 9) построить их эпюры. Определить положение точек относительно плоскостей проекций, записать их координаты.

4. Достроить недостающие проекции точек (рис. 10). Определить их положение и записать координаты.

5. Построить, пользуясь рисунком 11, проекции

1) т. D, расположенной под т. A на расстоянии 20 мм;

2) т. E, расположенной над т. A на расстоянии 10 мм;

3) т. F, расположенной за т. B на расстоянии 15 мм;

4) т. K, расположенной перед т. B на расстоянии 5 мм;

5) т. M, расположенной левее т. C на расстоянии 12 мм;

6) т. N, расположенной правее т. C на расстоянии 20 мм.

Определить координаты данных точек и видимость конкурирующих точек.

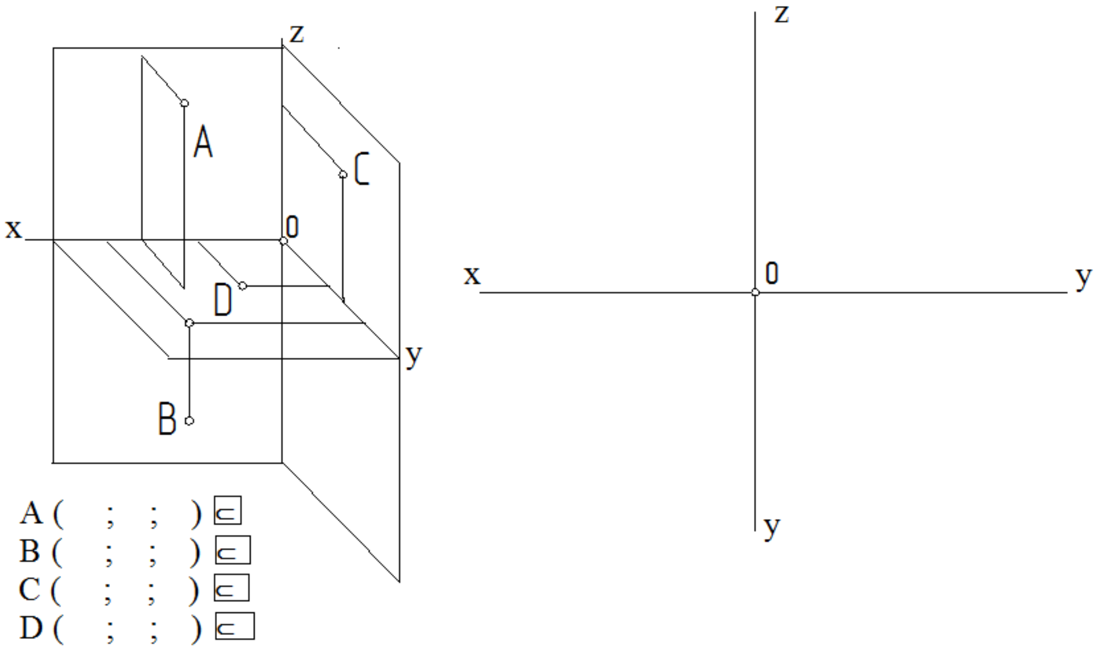


Рисунок 9 – Задача 2

A (; ;)
B (; ;)
C (; ;)
D (; ;)

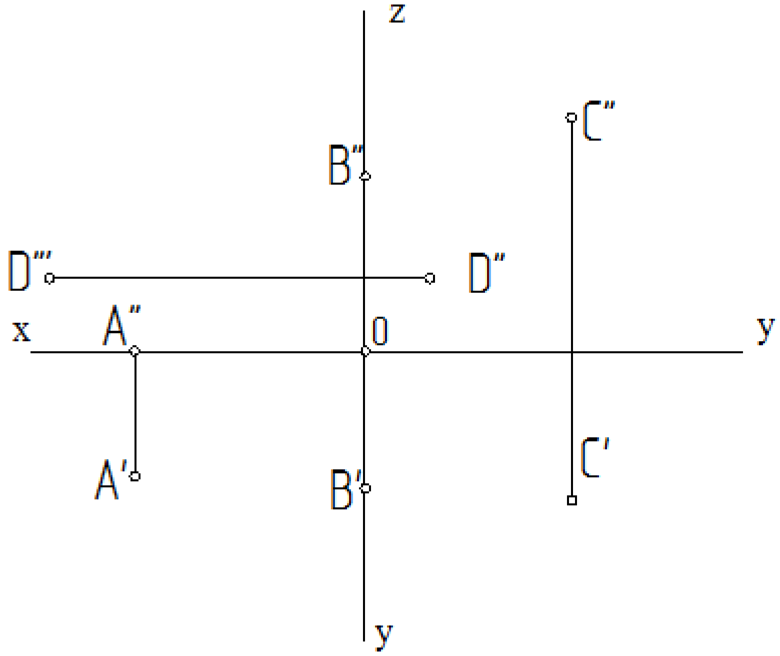
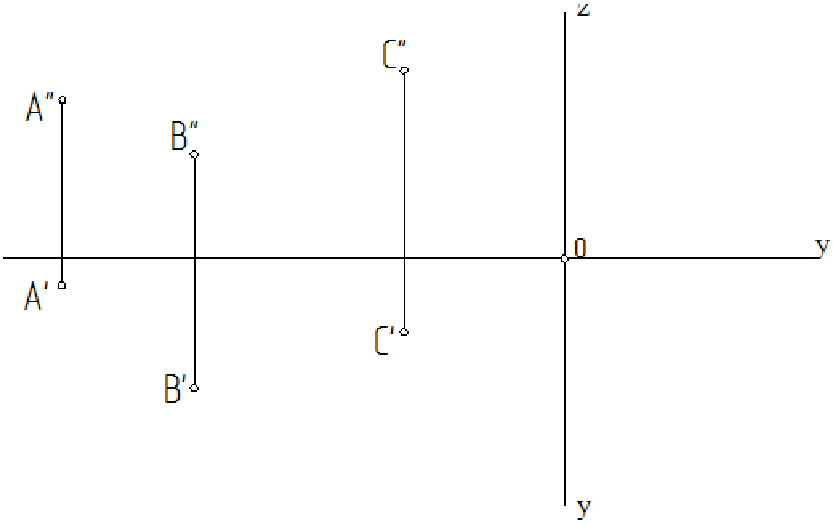


Рисунок 10 – Задача 3



A (; ;)
D (; ;)
E (; ;)
B (; ;)
F (; ;)
K (; ;)
C (; ;)
M(; ;)
N (; ;)

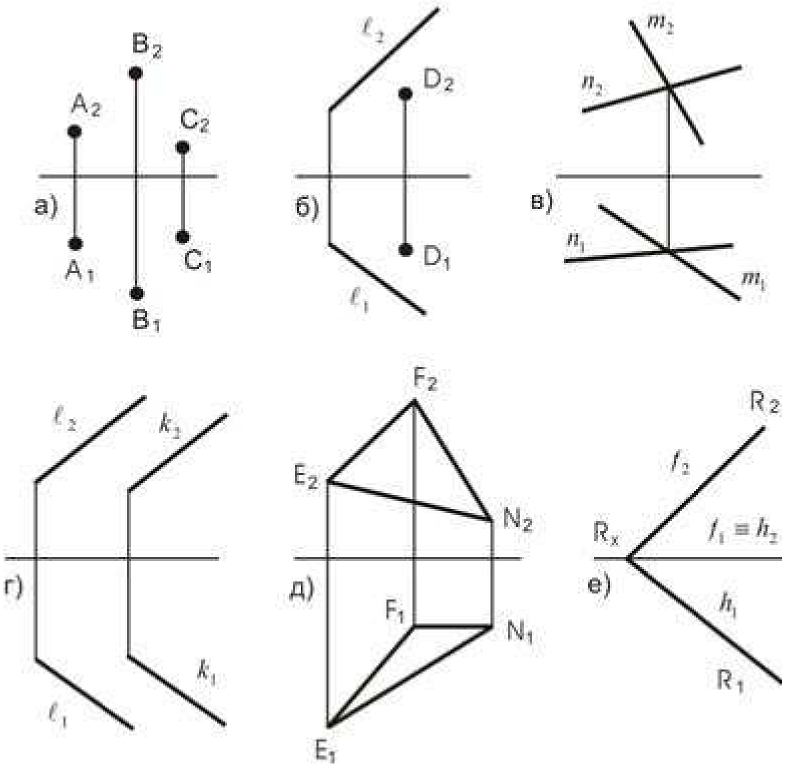
Рисунок 11 – Задача 4

5. Построить проекции отрезка АВ, если А(35, 30,10); В(5, 25, 15). Определить его истинную величину. Построить изометрическую проекцию отрезка АВ.

2 ПЛОСКОСТЬ

2. 1 Изображение плоскости на чертеже

На чертеже (рис. 12) плоскость может быть задана проекциями:



а) трех точек не лежащих на одной прямой;

б) прямой и точкой вне ее;

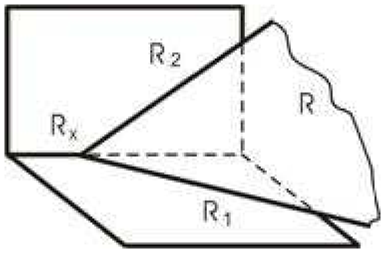
в) двух пересекающихся прямых;

г) двух параллельных прямых;

д) плоской фигурой;

е) следами.

Рисунок 12 – Изображение плоскости на чертеже



На рисунке 13 представлено наглядное изображение, когда плоскость задана следами. *Следы плоскости* – это линии ее пересечения с плоскостями проекций, следовательно, следы лежат в плоскостях проекции.

Рисунок 13 – Следы плоскости

Следы плоскости можно обозначать как P_1 и P_2, или как нулевая фронталь и нулевая горизонталь. Два следа сходятся в одной точке, лежащей на оси, которая называется *точкой схода следов*.

2. 2 Принадлежность точки и прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие этой плоскости или через одну точку этой плоскости, параллельно прямой, лежащей в этой плоскости.

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости (рис. 14)

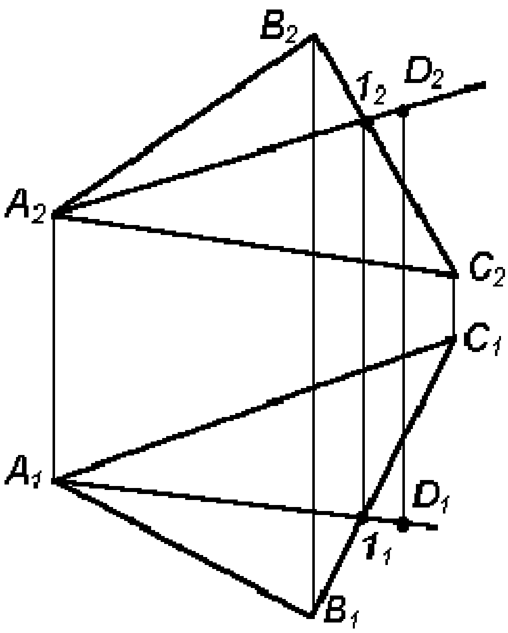
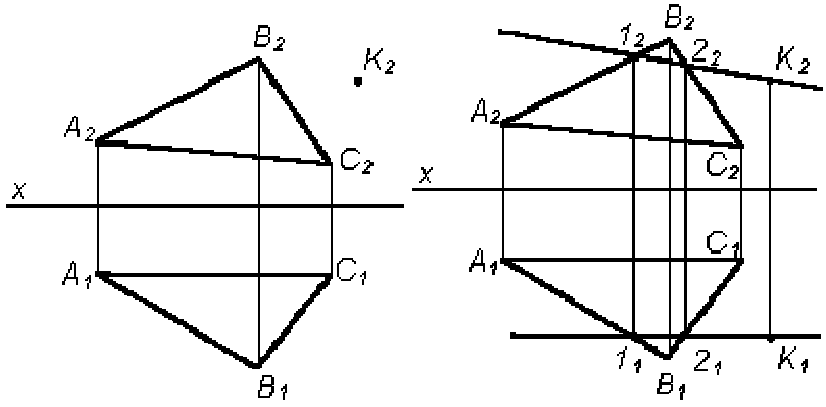


Рисунок 14 – Принадлежность точки и прямой плоскости

Задача. Построить вторую проекцию точки K, если K∈a (D ABC)



Решение

1) Проведем через K_2 фронтальную проекцию прямой 1_2; 2_2, лежащую в плоскости а (ABC)

2) Построим горизонтальную проекцию прямой 1_1; 2_1

3) С помощью линий связи строим вторую проекцию точки К (K_1), принадлежащей прямой 1; 2, а следовательно, и плоскости а (ABC)

2. 3 Положение плоскостей в пространстве

Рассмотренные ранее положения плоскостей – не параллельные и не перпендикулярные ни к одной из плоскостей проекций – называются *плоскостями общего положения*.

Плоскости, перпендикулярные к одной из плоскостей проекций, называются *проецирующими*.

Из чертежа видно, что плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций, составляет проекцию в виде прямой линии. Для задания проецирующих плоскостей достаточно выполнить ее одну проекцию.

Проецирующие плоскости обладают собирательным свойством – все, что находится в данной плоскости, совпадает со следом-

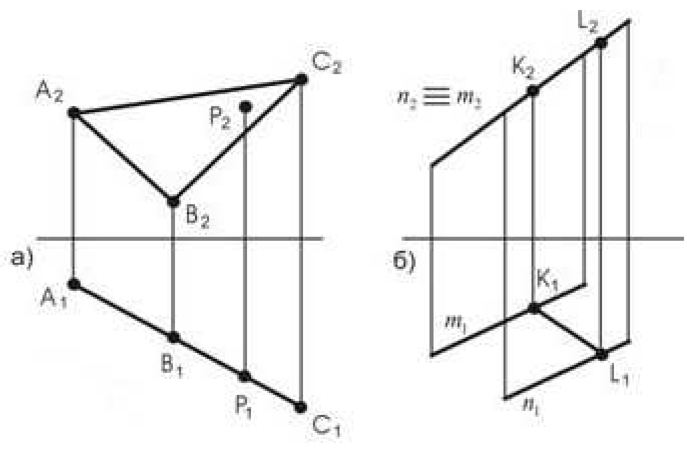
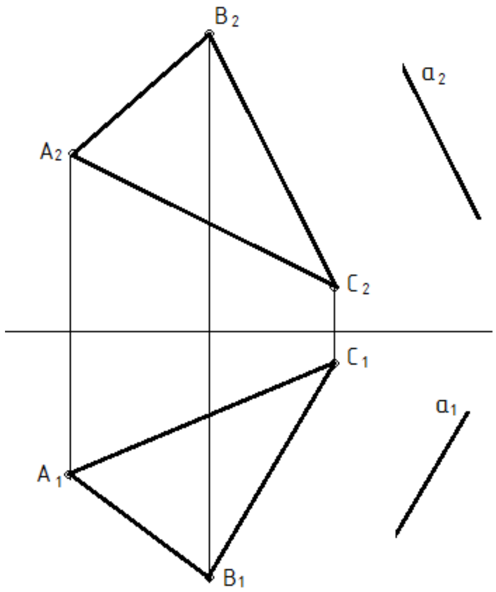


Рисунок 15 – Проецирующие плоскости



проекцией.

Плоскость, заданная треугольником $ABC \perp \pi_1$, и на горизонтальной плоскости проекций изображается в виде прямой линии (рис. 15). Плоскости такого характера называются горизонтально-проецирующими.

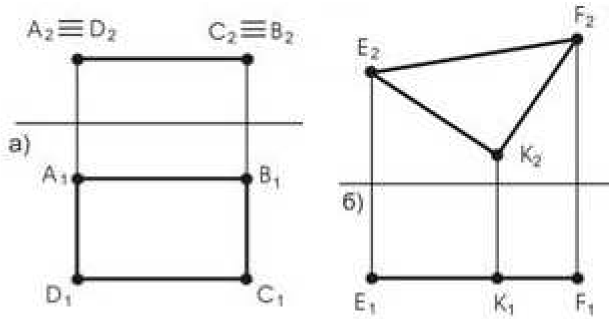
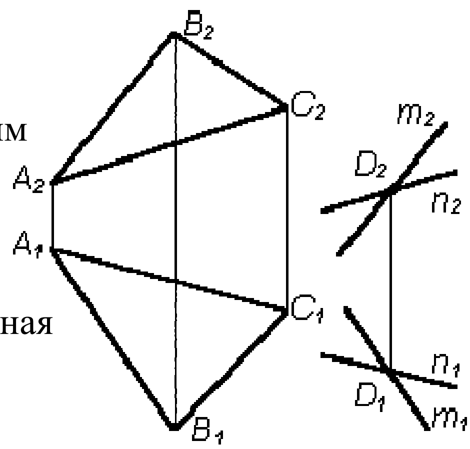


Рисунок 16 – Плоскости уровня

Плоскость, заданная параллельными прямыми $m // n \perp \Pi_2$ – фронтально-проецирующая плоскость. Проекции всех точек и прямых, лежащих в проецирующей плоскости, будут совпадать с вырожденными проекциями проецирующих плоскостей (проекция точки P (P_1), проекция прямой KL(K_2L_2)).



Плоскости, параллельные плоскостям проекций, называются *плоскостями уровня*. На рисунке 16 плоскость *ABCD*, параллельна плоскости Π_1 – горизонтальная плоскость уровня.

Рисунок 17 – Прямая a, параллельная плоскости, заданной плоскостью АВС

Рисунок 18– Параллельность плоскостей

Все, что находится в такой плоскости, проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину (без искажений). На рисунке 16 представлен треугольник *EFK*, который параллелен плоскости $П_2$. Следовательно, на плоскости $П_2$ находится проекция самого треугольника; все, что находится в треугольнике, на плоскость проекций $П_2$ проецируется без искажения.

2. 3 Взаимное положение прямой линии и плоскости, двух плоскостей

Прямая и плоскость, а также плоскости между собой могут быть параллельными или пересекаться.

2. 3. 1 Параллельность прямой и плоскости и плоскостей

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, принадлежащей этой плоскости (рис. 17).

Признаком параллельности двух плоскостей является параллельность двух пересекающихся прямых одной плоскости, соответственно двум пересекающимся прямым второй плоскости (Рис.18).

2. 3. 2 Пересечение прямой и плоскости и плоскостей (частные случаи)

1) Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения (рис. 19).

Прямая, перпендикулярная плоскости проекций, проецируется на нее в виде точки. Следовательно, с этой точкой совпадает соответствующая проекция точки пересечения заданной прямой с плоскостью. Построение другой проекции точки пересечения выполняется из условия принадлежности точки плоскости (на рис. 19 точка *К* принадлежит плоскости α, так как она принадлежит ее прямой *12* (K_2 находится как точка пересечения прямой 1_2 2_2 с прямой a_2)). Видимость прямой *a* определяется по видимости конкурирующих точек.

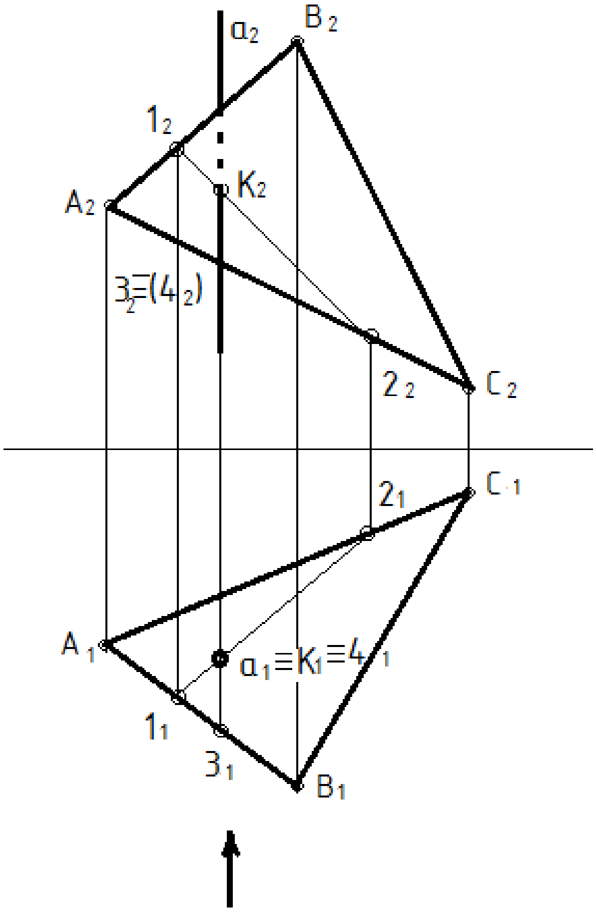


Рисунок 19 – Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения

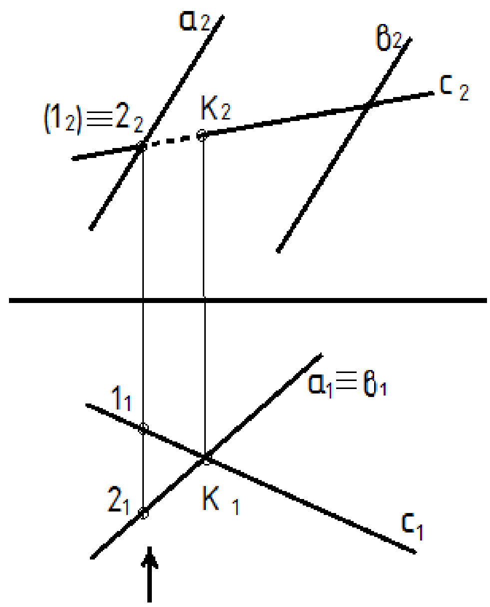


Рисунок 20 – Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью

2) Пересечение прямой общего положения с проецирующей плоскостью (рис. 20).

Плоскость, перпендикулярная плоскости проекций, проецируется на нее в виде прямой линии. Следовательно, на этой прямой находится и соответствующая проекция точки пересечения заданной прямой с проецирующей плоскостью.

Построение другой проекции точки пересечения выполняется из условия принадлежности точки прямой (на рис. 20 точка К принадлежит прямой *с* (K_2 находится на c_2 по линиям связи)). Видимость прямой *с* определяется по видимости конкурирующих точек.

3) Пересечение проецирующей плоскости с плоскостью общего положения (рис. 21).

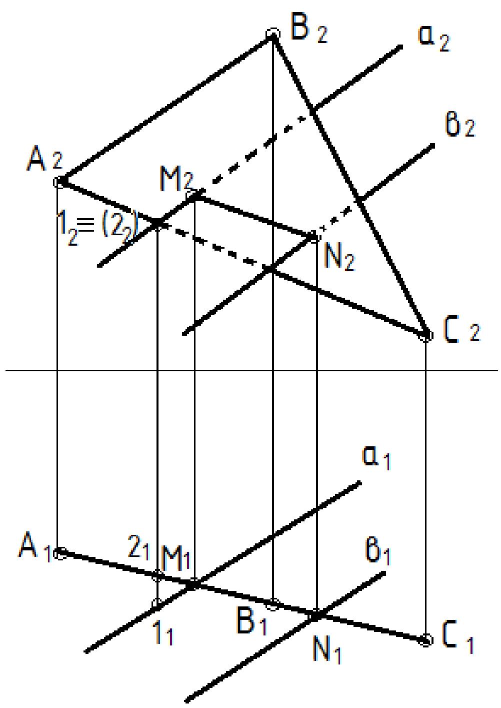


Рисунок 21 – Пересечение плоскости общего положения с проецирующей плоскостью

Плоскость, перпендикулярная плоскости проекций, проецируется на нее в виде прямой линии. Следовательно, на этой прямой находится и линия пересечения заданной плоскости с проецирующей плоскостью.

Построение другой проекции линии пересечения выполняется из условия принадлежности точки прямой (на рис. 21 точка М принадлежит прямой *а*, точка N – прямой *в*). Видимость плоскостей определяется по видимости конкурирующих точек.

2. 3. 3 Пересечение прямой и плоскости и плоскостей (общие случаи)

1) Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения.

Если прямая и плоскость имеют общее положение (рис. 22), то точка их пересечения определяется следующим образом:

а) прямую необходимо заключить во вспомогательную проецирующую плоскость ($P \perp \Pi_1$, $P_1 \equiv A_1C_1$);

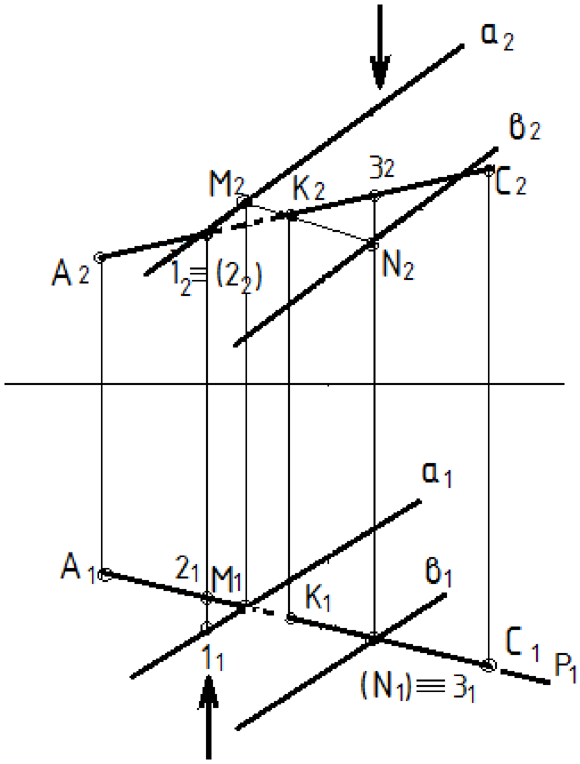


Рисунок 22 – Пересечение прямой и плоскости общего положения

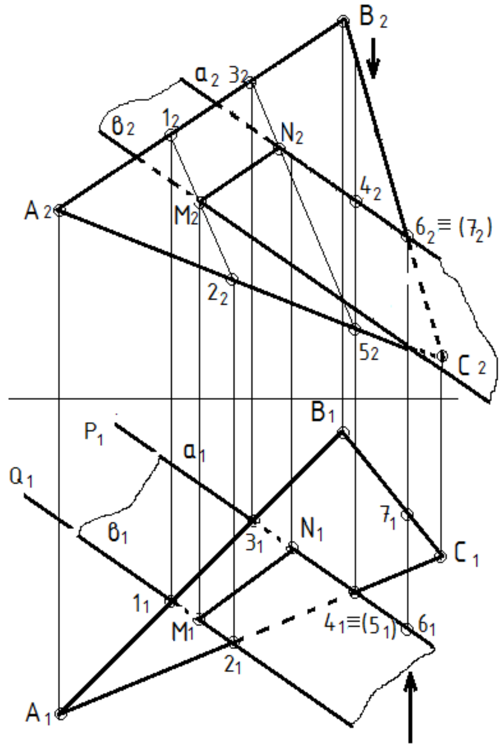


Рисунок 23 – Пересечение плоскостей общего положения

б) построить линию пересечения заданной и вспомогательной плоскостей ($P \cap \alpha$ ($a//в$) = MN);

в) найти искомую точку на пересечении полученной линии с заданной прямой ($MN \cap AC = K$);

г) определить видимость по конкурирующим точкам (для определения видимости на Π_1 взяты точки $N_1 \equiv 3_1$, точка 3 – видимая, значит прямая АС, которой она принадлежит, в Π_1 будет видимой; для определения видимости в плоскости Π_2 взяты точки $1_2 \equiv 2_2$, точка2 – невидимая, значит прямая АС, которой она принадлежит, в Π_2 будет невидимой.

2) Пересечение плоскостей общего положения (Рис. 23).

Точки, определяющие линию пересечения двух плоскостей общего положения, находятся с помощью двух вспомогательных плоскостей частного положения.

а) Для построения точки М использована горизонтально - проецирующая плоскость - посредник Q (Q_1), в которую заключена прямая *а* плоскости α (*а*//*в*).

б) Строим линию пересечения (на чертеже она задана точками 1 и 2) плоскости-посредника Q (Q_1) и плоскости АВС.

в) Находим точку М пересечения прямой 1 - 2 с прямой *в*. Найдена одна точка М искомой линии пересечения.

г) Для построения точки N использована горизонтально – проецирующая плоскость Р (P_1), в которую заключена прямая *в* плоскости α (*а*//*в*).

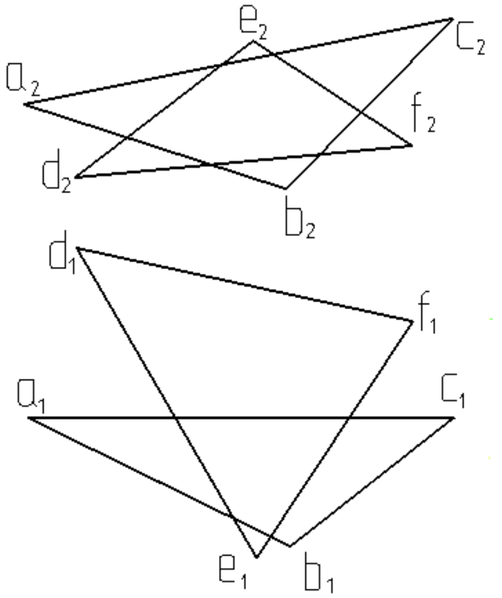
Построения аналогичны предыдущим.

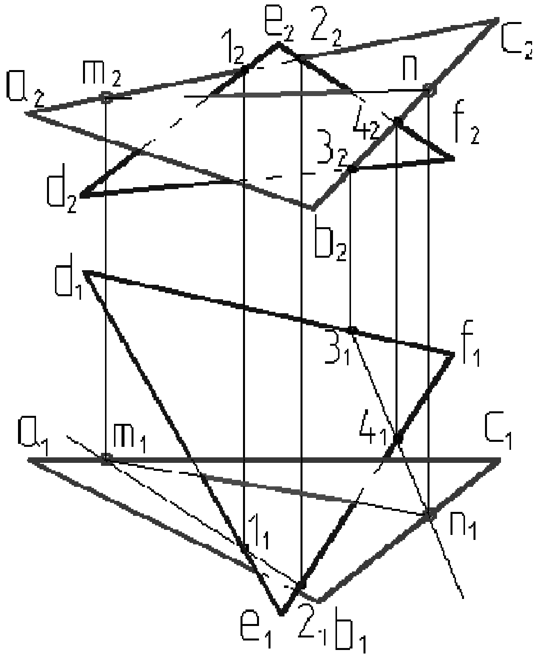
д) Определение видимости на плоскости $П_1$ выполнено с помощью горизонтально - конкурирующих точек 4 и 5.

Точка 4 расположена над точкой 5(4_2 и 5_2), поэтому на плоскости $П_1$ плоскости α (*а*//*в*), расположенная в сторону точки 4, закрывает собой часть треугольника АВС, расположенную от линии пересечения в сторону точки 5.

С помощью пары фронтально - конкурирующих точек 6 и 7 определена видимость на плоскости $П_2$.

Задача. Построить линию пересечения треугольников АВС и DЕК, показать их видимость. Определить натуральную величину треугольника АВС.





Решение

- Заключим прямую AC во фронтально-проецирующую плоскость и перенесем по линиям связи на горизонтальную проекцию точки пересечения этой плоскости с прямыми DE и DF - точки 1 и 2
- На горизонтальной проекции соединим проекции точек 1 и 2 и найдем точку пересечения получившейся линии с горизонтальной проекцией той прямой, которую мы заключали во фронтально-проецирующую плоскость, в этом случае - с прямой AC. Мы получили точку M.
- Заключим прямую BC во фронтально-проецирующую плоскость и перенесем по линиям связи на горизонтальную проекцию точки пересечения этой плоскости с прямыми EF и DF - точки 3 и 4 Соединим их горизонтальные проекции и получим точку пересечения этой прямой с прямой BC - точку N.
- Соединив точки M и N получим линию пересечения плоскостей заданных треугольниками. Определяем видимость сторон треугольников методом конкурирующих точек.

2. 4 Контрольные вопросы

1. Назвать способы задания плоскостей.

2. Какие положения может занимать плоскость относительно плоскостей проекций, и как она будет называться в соответствии с этим?

3 . Назовите условие принадлежности прямой линии и точки плоскости.

4. Какие положения может занимать прямая линия относительно произвольной плоскости?

5. Назовите условие параллельности прямой линии и плоскости.

6. Какие этапы построения точки пересечения прямой линии и плоскости?

7. Какой случай пересечения прямой и плоскости является общим?

8. Как могут располагаться в пространстве две плоскости относительно друг друга?

9. Назовите условие параллельности плоскостей.

10. Как можно по чертежу судить о взаимной параллельности двух плоскостей?

2.5 Задачи

1. Определить принадлежность прямой линии плоскости, если дана плоскость D ABC и прямая *a* (рис. 14).

2. Достроить фронтальную проекцию четырехугольника; плоскость четырехугольника задана горизонтальной проекцией и тремя точками фронтальной проекции (рис. 15).

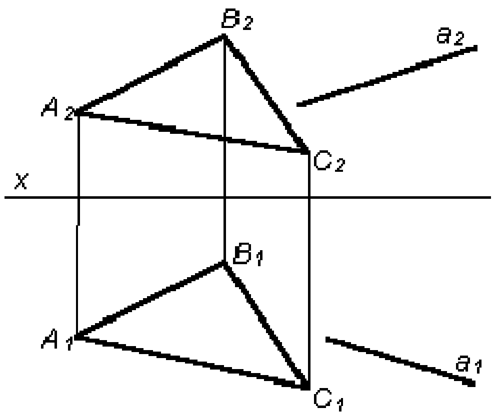


Рисунок 24 – Задача 1

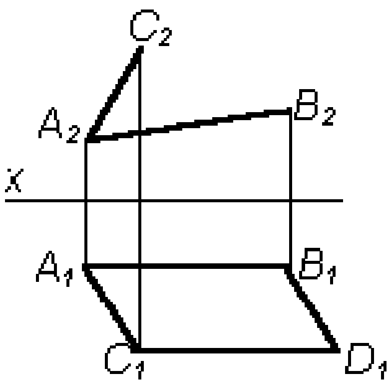


Рисунок 25 – Задача 2

3. Через точку А провести плоскость, параллельную заданной (рис. 26)

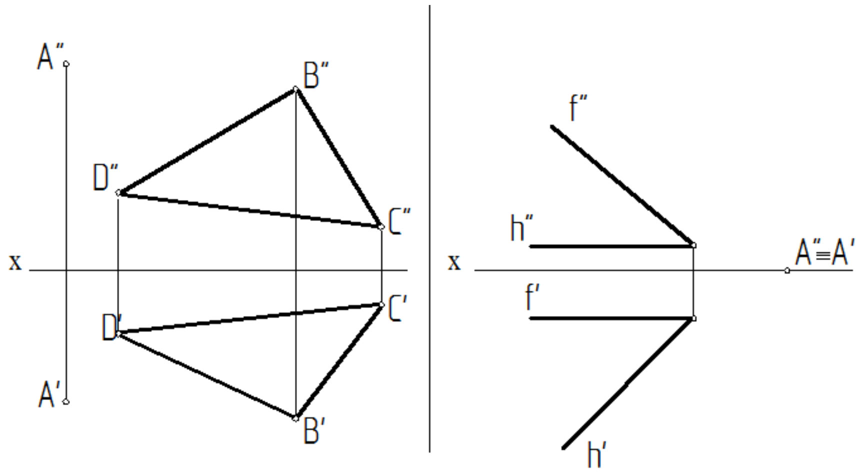
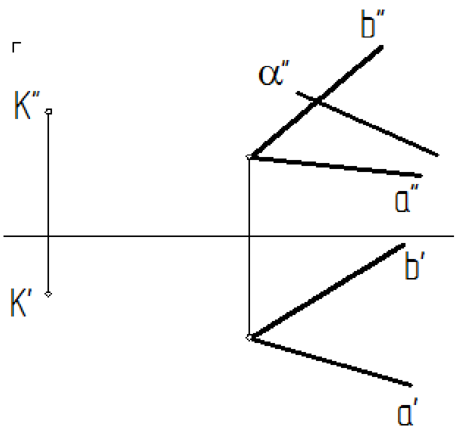


Рисунок 26 – Задача 3

4. Через точку К (рис. 27) провести проекции прямой, параллельной заданным плоскостям $\alpha(\alpha'')$ и $\beta(a \cap b)$.



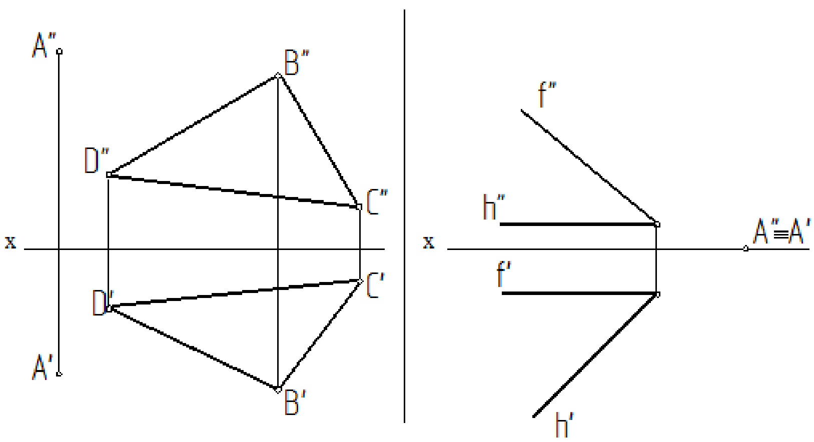


Рисунок 27 – Задача 4 Рисунок 28 – Задача 5

5. Через точку А провести плоскость, параллельную заданной плоскости (рис. 28)

6. Построить линию пересечения плоскостей и определить видимость. Определить положение плоскостей относительно плоскостей проекций.

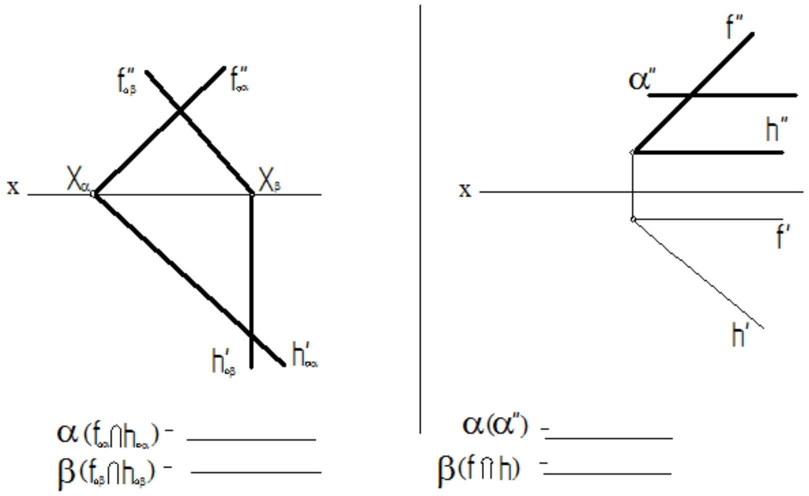


Рисунок 29 – Задача 6

3 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

В курсе начертательной геометрии под преобразованием комплексного чертежа фигуры обычно понимается его изменение, вызванное перемещением фигуры в пространстве, или введением новых плоскостей проекций, или использованием других видов проецирования. Применяя способы преобразования комплексного чертежа, можно решать многие задачи, связанные с определением натуральной величины отрезков, углов, плоских фигур, а также заданием им нужного положения.

3.1. Метод замены плоскостей проекций

Метод замены плоскостей проекций состоит в том, что вместо одной из плоскостей проекций вводится новая плоскость, перпендикулярная к другой плоскости проекций (рис. 30).

Для получения плоского чертежа точки А плоскость $П_4$ вращают вокруг оси x_1 до совмещения с плоскостью П1.

Новая фронтальная проекция A_1'' точки А окажется на общем перпендикуляре к новой оси x_1 с оставшейся без изменения ее проекции А'.

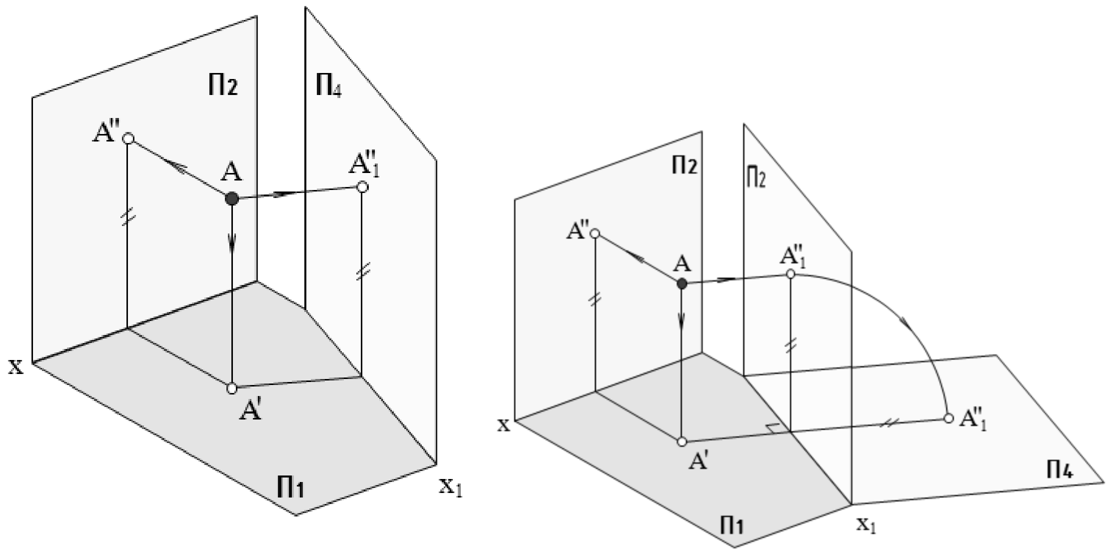


Рисунок 30 – Способ замены плоскостей проекций

3.2 Основные задачи, решаемые с помощью способа замены плоскостей

1. ***Преобразовать чертеж так, чтобы прямая общего положения оказалась параллельной одной из плоскостей проекций (т.е. стала прямой уровня).*** При этом преобразовании определяется натуральная величина прямой и угол ее наклона к плоскости проекций.

Решение

Проводим новую ось х параллельно отрезку АВ (в левой части рисунка 31провели параллельно проекции А1В1, а в правой параллельно А2В2сти). В левой части получили фронтальную прямую уровня и угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций, а в правой части получили горизонтальную прямую уровня и угол наклона прямой к фронтальной плоскости.

Через незаменяемую проекцию отрезка проводим новые линии проекционной связи перпендикулярно новой оси, затем от новой оси по линии проекционной связи откладываем отрезки, длина которых равна расстояниям от заменяемой проекции до старой оси, а полученные при этом точки и есть новые проекции. Направление новой оси берется произвольно.

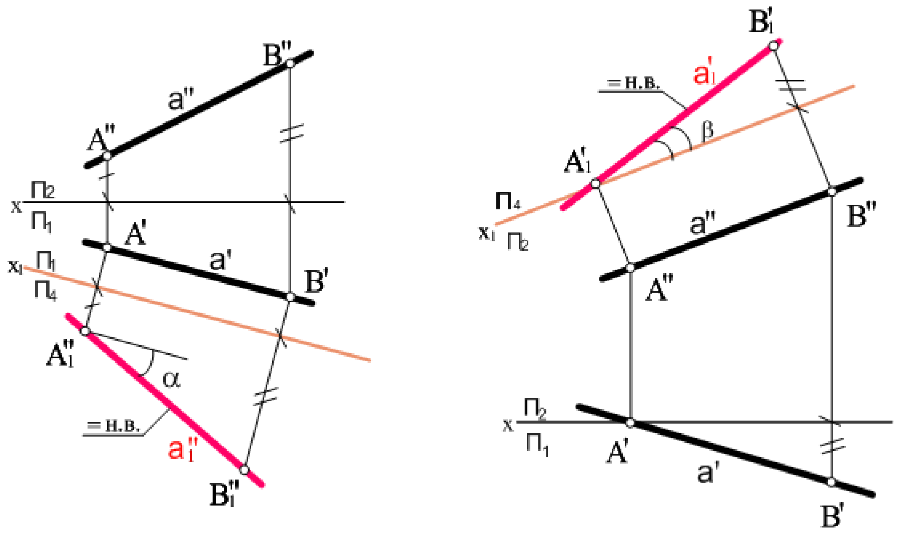


Рисунок 31 – Алгоритм 1

2. ***Преобразовать чертеж так, чтобы прямая уровня оказалась перпендикулярной одной из плоскостей проекций (т.е. стала проецирующей прямой)***

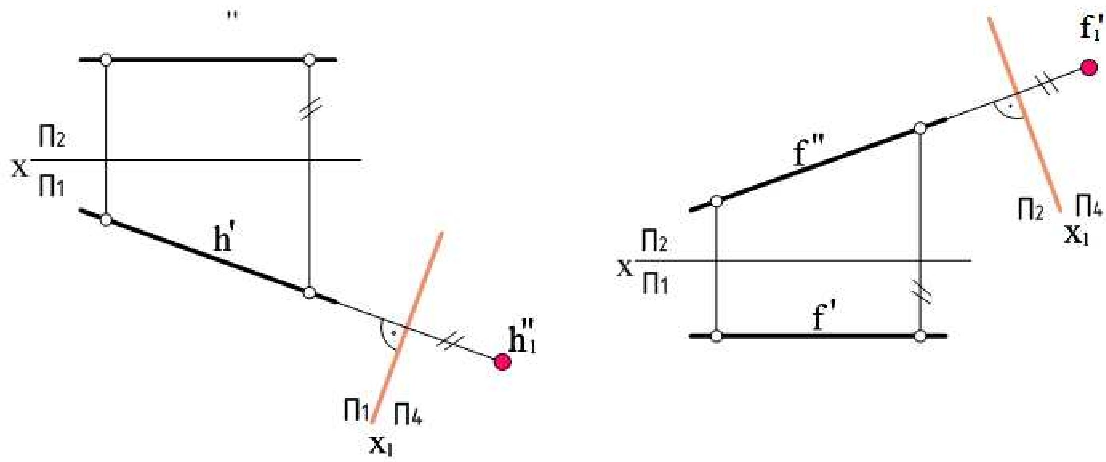


Рисунок 32 – Алгоритм 2

Решение.

Проводим новую ось x перпендикулярно отрезку АВ (Рис.32). В левой части рисунка 32 проводят новую ось перпендикулярно горизонтальной проекции прямой, при этом прямая становится фронтально-проецирующей. В правой части рисунка показано преобразование прямой в горизонтально-проецирующую.

3. ***Преобразовать чертеж так, чтобы плоскость общего положения в новой системе плоскостей проекций стала проецирующей.***

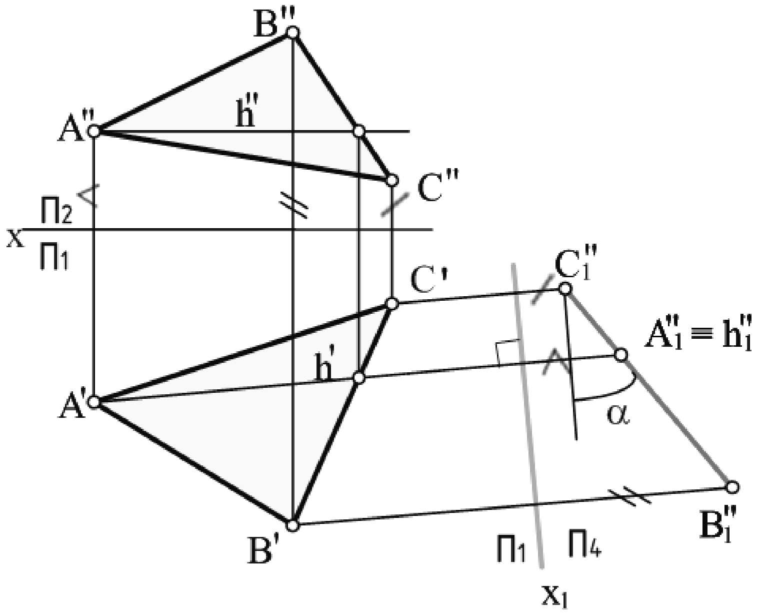


Рисунок 33 – Алгоритм 3

Решение. Сначала в плоскости проводят горизонталь или фронталь (если необходимо плоскость преобразовать во фронтально-проецирующую, то проводят горизонталь, а если в горизонтально-проецирующую, то фронталь).

Затем перпендикулярно натуральной величине горизонтали проводят новую ось x. От нее откладываются расстояния, взятые из заменяемой плоскости. При этом преобразовании плоскость спроецируется в прямую, а угол между этой прямой и новой осью x является углом наклона плоскости к плоскости проекций (рис. 33).

4. ***Преобразовать чертеж так, чтобы проецирующая плоскость в новой системе плоскостей проекций заняла положение плоскости уровня.***

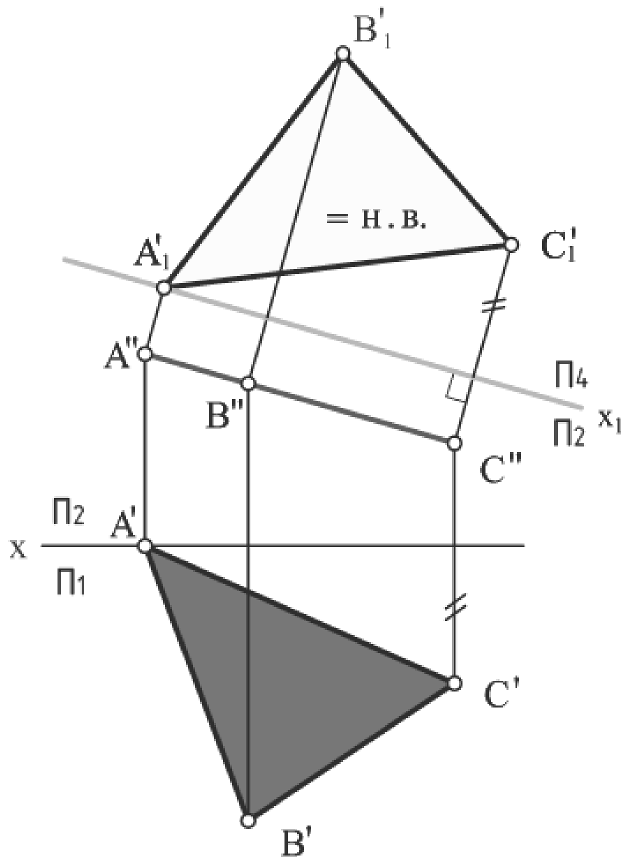


Рисунок 34 – Алгоритм 4

Решение. В этом случае новую ось x проводят параллельно вырожденной проекции плоскости (рис. 34).

3. 3 Способ вращения

При преобразовании комплексного чертежа возможно изменение положения заданных геометрических элементов относительно плоскостей проекций при неизменном положении основных плоскостей проекций. Это осуществляется путем вращения этих элементов вокруг некоторой оси до тех пор, пока эти элементы не займут частное положение в исходной системе плоскостей. Такое преобразование комплексного чертежа носит название **способа вращения** (рис. 34).

В качестве оси вращения в этом случае удобнее всего выбирать проецирующие прямые или прямые уровни, тогда точка будет вращаться в плоскостях, параллельных или перпендикулярных плоскостям проекций.

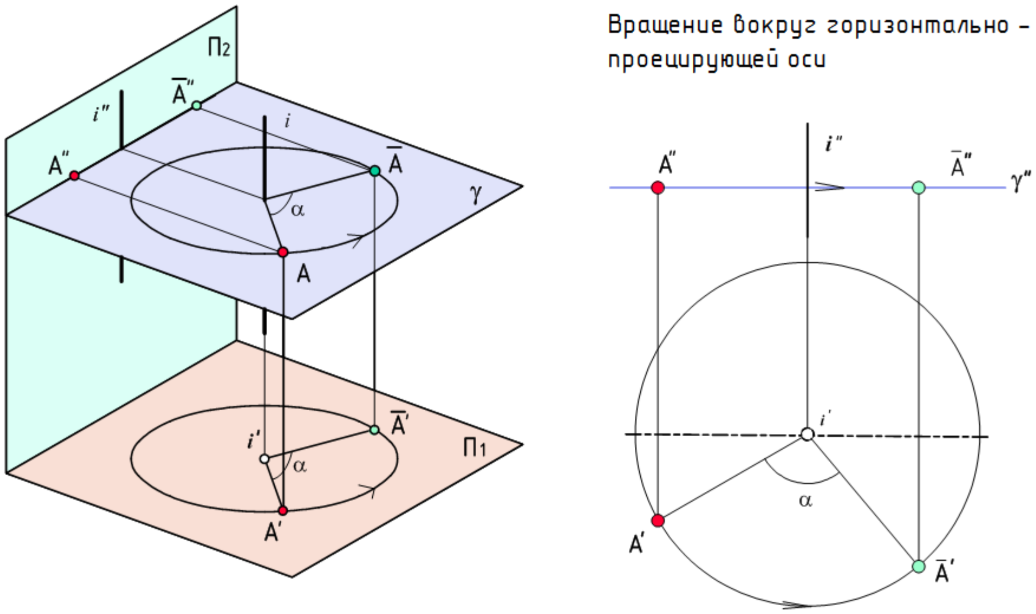


Рисунок 34 – Способ вращения

Задача. Повернуть точку А на 90 ^{0} против часовой стрелки (рис. 35).

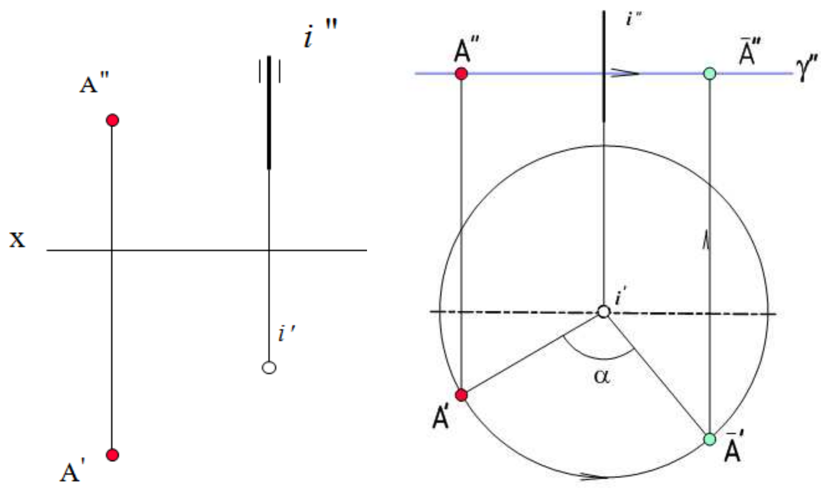


Рисунок 35 – Поворот точки на 90^0

Решение. Выбираем ось вращения перпендикулярную горизонтальной плоскости проекций. Следовательно, поворот точка будет совершать в горизонтальной плоскости. При этом, во фронтальной плоскости проекция точки будет перемещаться по прямой, параллельной оси x, так как плоскость вращения параллельна горизонтальной плоскости и является горизонтальной плоскостью уровня, т.е. ее фронтальная проекция представляет собой линию, параллельную оси x.

С помощью способа вращения можно решать те же алгоритмы, что и способом замены плоскостей.

Алгоритм 1

Вращением вокруг проецирующей оси преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.

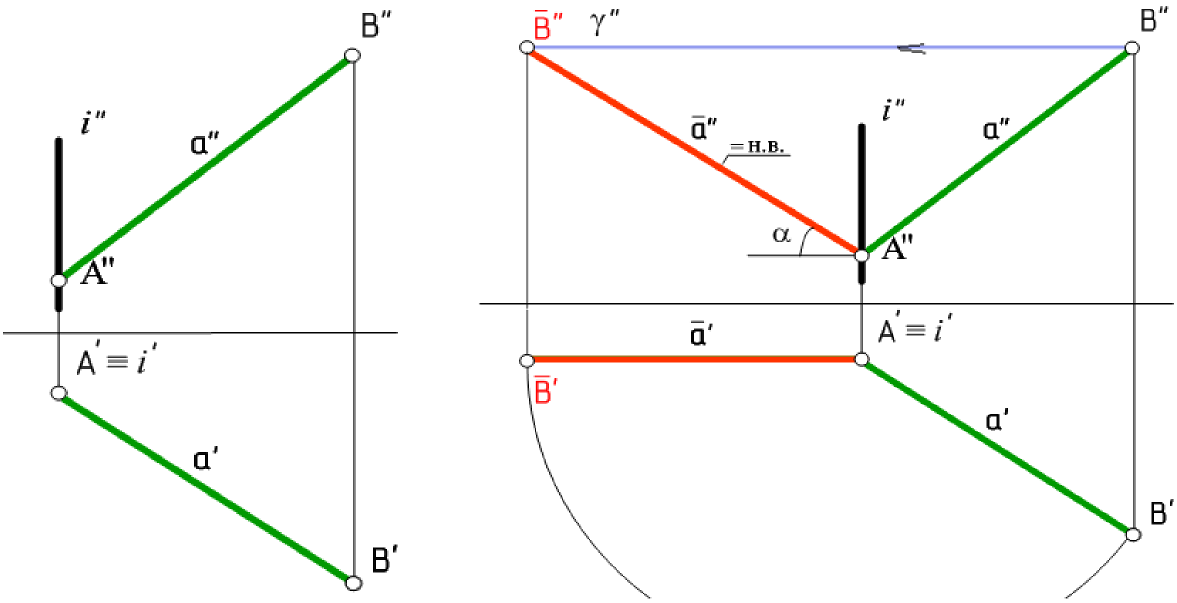


Рисунок 36 – Алгоритм 1

Решение. Выбираем ось вращения в одном из концов отрезка (в точке A^1). В этом случае ось является горизонтально-проецирующей, т.е. ее горизонтальная проекция совпадает с точкой A^1 (рис. 36). Поворачиваем вокруг оси проекцию B^1 так, чтобы проекция отрезка A^1B^1 стала параллельна оси x. При этом точка A остается неподвижной, точка B в горизонтальной плоскости перемещается по окружности, а во фронтальной – по прямой, параллельной оси x.

В данной задаче получили фронтальную прямую уровня, ее натуральную величину и угол наклона прямой к плоскости П1. Для нахождения угла наклона к плоскости П2 необходимо прямую преобразовать в горизонтальную прямую уровня, т.е. ось вращения выбирать фронтально-проецирующую.

Алгоритм 2

Вращением вокруг проецирующей оси преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую.

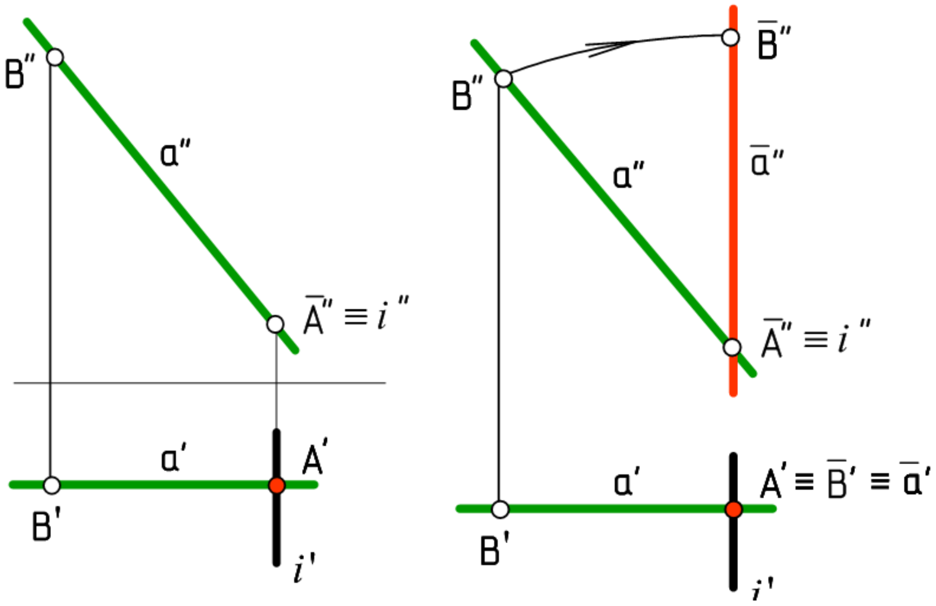


Рисунок 37 – Алгоритм 2

Решение. В данной задаче прямая является фронтальной прямой уровня, т.е. в натуральную величину проецируется на П2 (рис. 37). Следовательно, ось вращения выбираем фронтально-проецирующей, совпадающей с А”. Поворачиваем проекцию В” до тех пор, пока А”В” не станет перпендикулярна оси х. При этом В’ переместится по прямой, параллельной оси х.

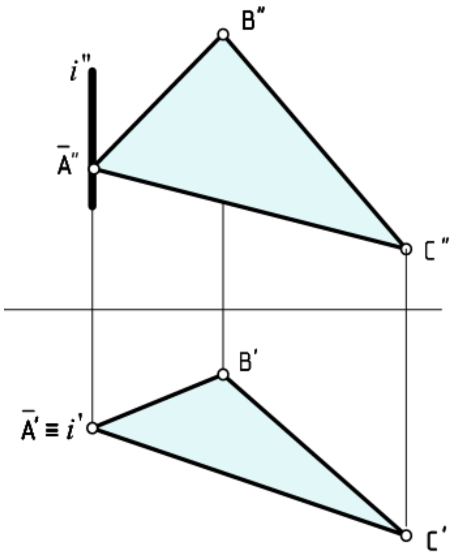
В данной задаче прямую преобразовали в горизонтально-проецирующую. Для получения фронтально проецирующей прямой, необходимо, чтобы изначально прямая являлась горизонтальной прямой уровня.

Алгоритм 3

Вращением вокруг проецирующей оси преобразовать плоскость общего положения в проецирующую.

Решение. Сначала в плоскости проводят горизонталь или фронталь (если необходимо плоскость преобразовать во фронтально-проецирующую, то проводят горизонталь, а если в горизонтально-проецирующую, то фронталь).

В данной задаче проведена горизонталь (рис. 38). Затем выбирают ось вращения в одной из вершин плоскости (в той, из которой проводили горизонталь). Плоскость треугольника перемещается в пространстве до тех пор, пока горизонталь h^1 треугольника не станет перпендикулярна к фронтальной плоскости проекций $П_2$. При этом в $П_1$ все точки плоскости перемещаются по дуге, а в $П_2$ по прямым, параллельным оси x.



В данной задаче плоскость преобразовали во фронтально-проецирующую.

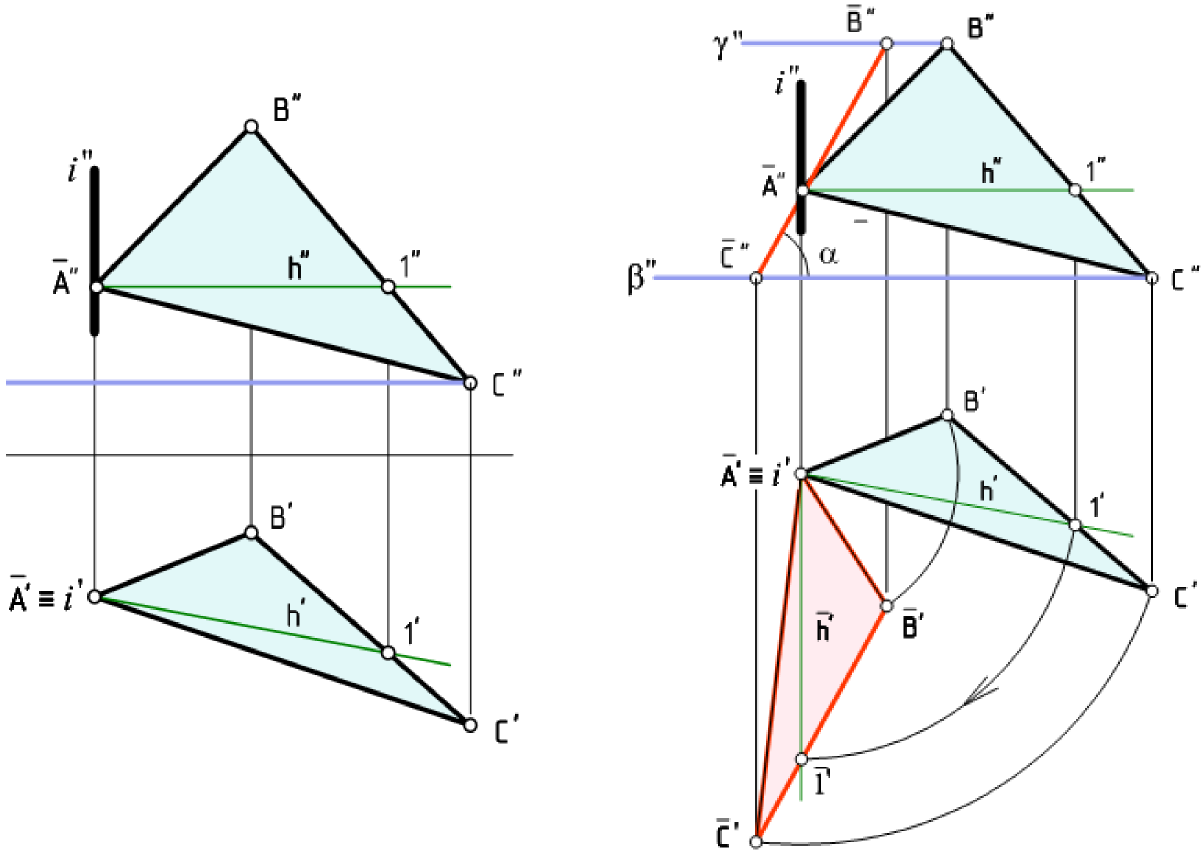


Рисунок 38 – Алгоритм 3

Алгоритм 4

Вращением вокруг проецирующей оси преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня.

Решение.

В данной задаче плоскость занимает фронтально-проецирующее положение. Следовательно ось вращения выбираем перпендикулярную П2, т.е. той, плоскости, где фигура имеет вырожденную проекцию, которую поворачивают до тех пор, пока она не будет параллельна одной из плоскостей проекций (рис. 39).

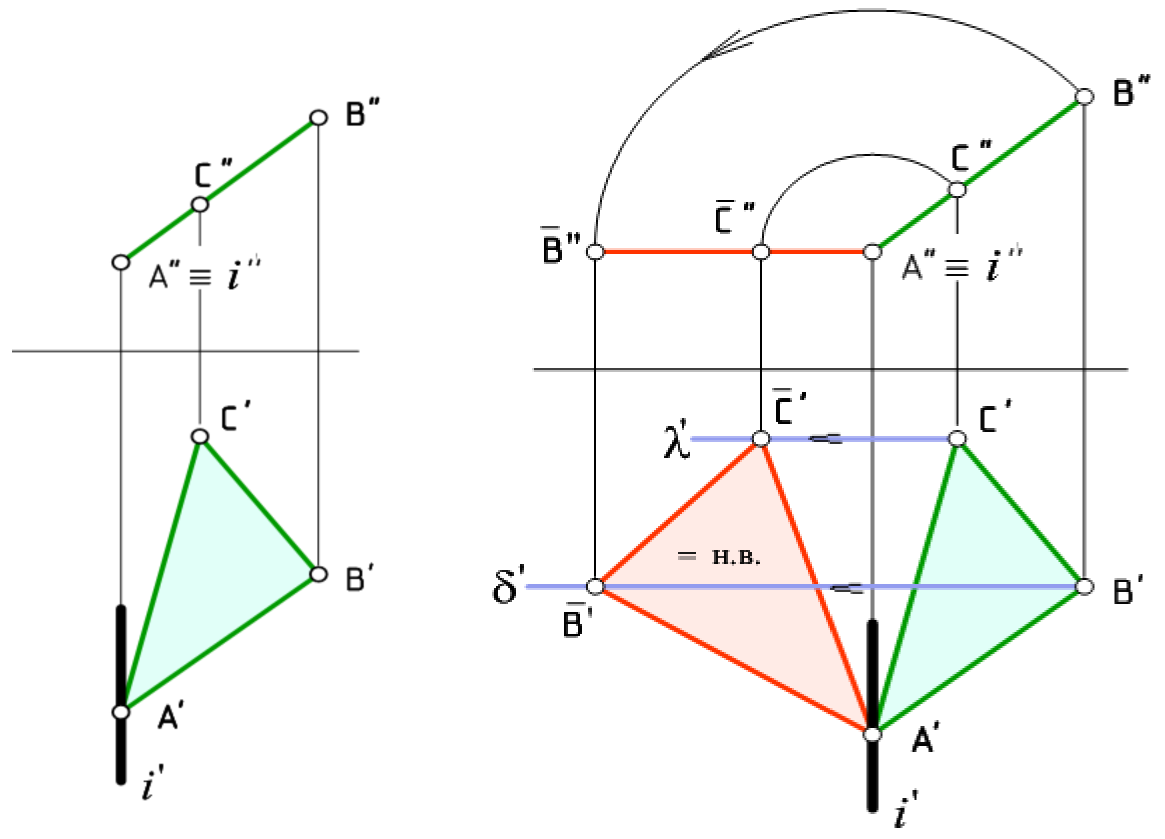


Рисунок 39 – Алгоритм 4

Задача. Определить натуральную величину плоскости общего положения.

Решение. Задача решается в 2 этапа (рис. 40). На первом этапе плоскость преобразуют в плоскость проецирующую (алгоритм 3), а на втором этапе проецирующую плоскость преобразуют в плоскость уровня (алгоритм 4).

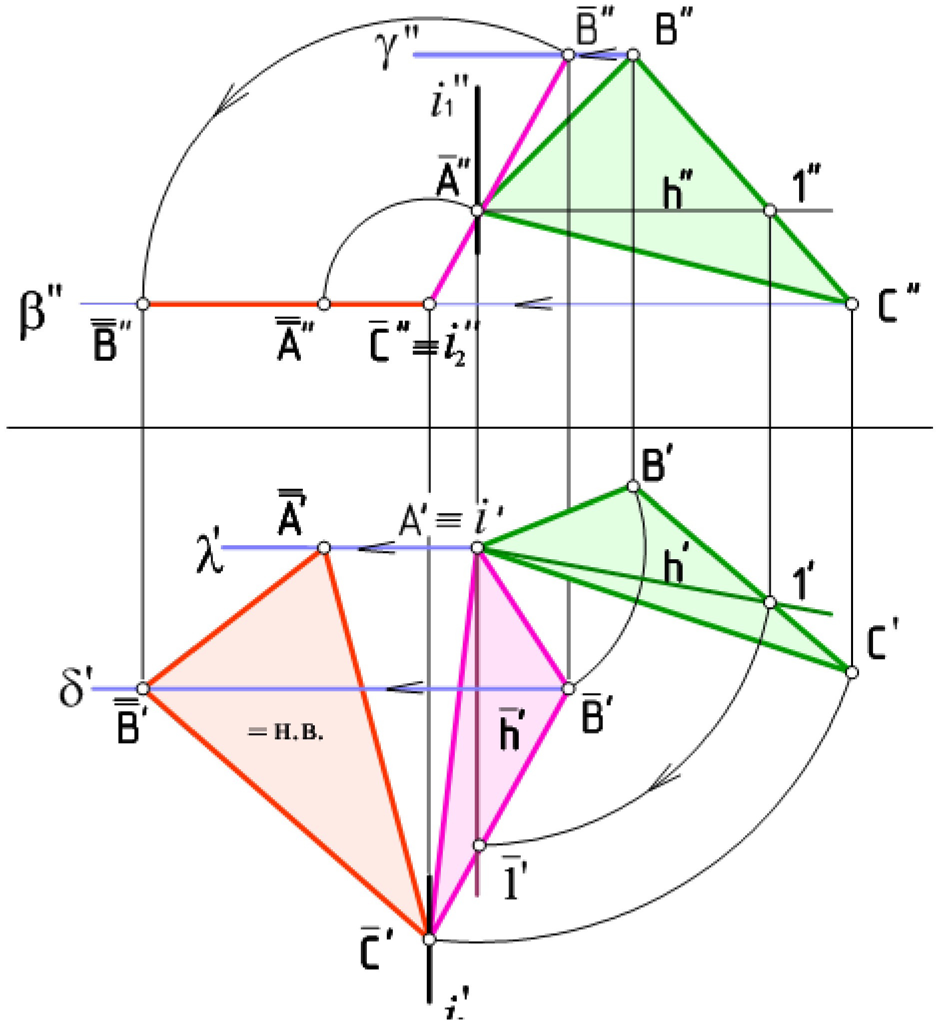


Рисунок 40 – Определение натуральной величины плоскости общего положения

3. 4 Способ плоскопараллельного перемещения

Способ плоскопараллельного перемещения – это один из способов преобразования комплексного чертежа, который основан на том, что при параллельном переносе геометрического тела относительно плоскости проекций проекция его на эту плоскость не меняет своей формы и размеров, хоть и меняет положение. При этом если точка перемещается в плоскости, параллельной $П_1$, то ее фронтальная проекция изображается в виде прямой, параллельной оси ох ($П_2/П_1$). Если же точка перемещается в плоскости, параллельной $П_2$, то ее горизонтальная проекция изображается в виде прямой, параллельной той же оси.

Способ аналогичен способу вращения, но без указания осей вращения. Поэтому рассмотрим лишь 1 алгоритм, т.к. все алгоритмы способа плоскопараллельного перемещения аналогичны способу вращения.

Алгоритм 1

Определение натуральной величины отрезка прямой, занимающей общее положение (рис. 41).

Для этого требуется с помощью плоскопараллельного перемещения задать прямой такое положение, чтобы она была параллельна одной из плоскостей проекций, например Π_2. Через произвольную точку A_{11}, проводим прямую параллельную оси *ox,* и от этой точки на прямой откладываем отрезок A_{11} B_{11}, равный A_1B_1. Из точки A_{11} проводим вертикальную линию связи, а из точки A_2, — горизонтальную линию, на пересечении которых и будет новое положение фронтальной проекции A_{21}. Аналогично проведем вертикальную линию связи из точки B_{11} до пересечения с горизонтальной линией, проведенной из точки B_2.

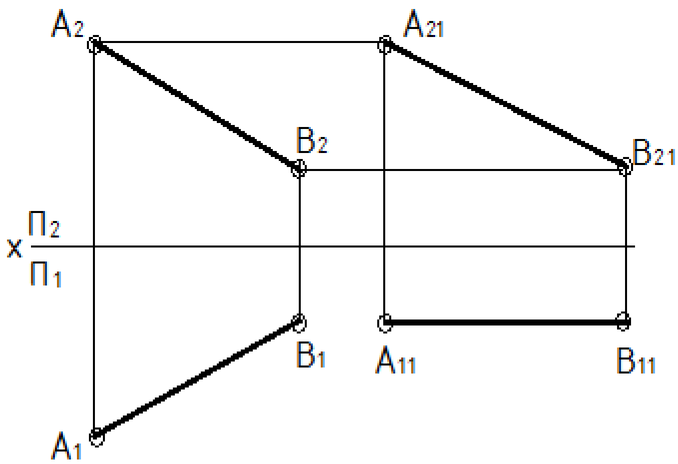


Рисунок 41 – Определение натуральной величины прямой общего положения

Новое положение фронтальной проекции точки *B* получим на пересечении этих линий в точке B_{21}.

После преобразования чертежа горизонтальная проекция прямой *AB* стала параллельна плоскости Π_2, а значит, спроецировалась на эту плоскость в натуральную величину.

Задача. Определить натуральную величину плоскости общего положения (рис. 42).

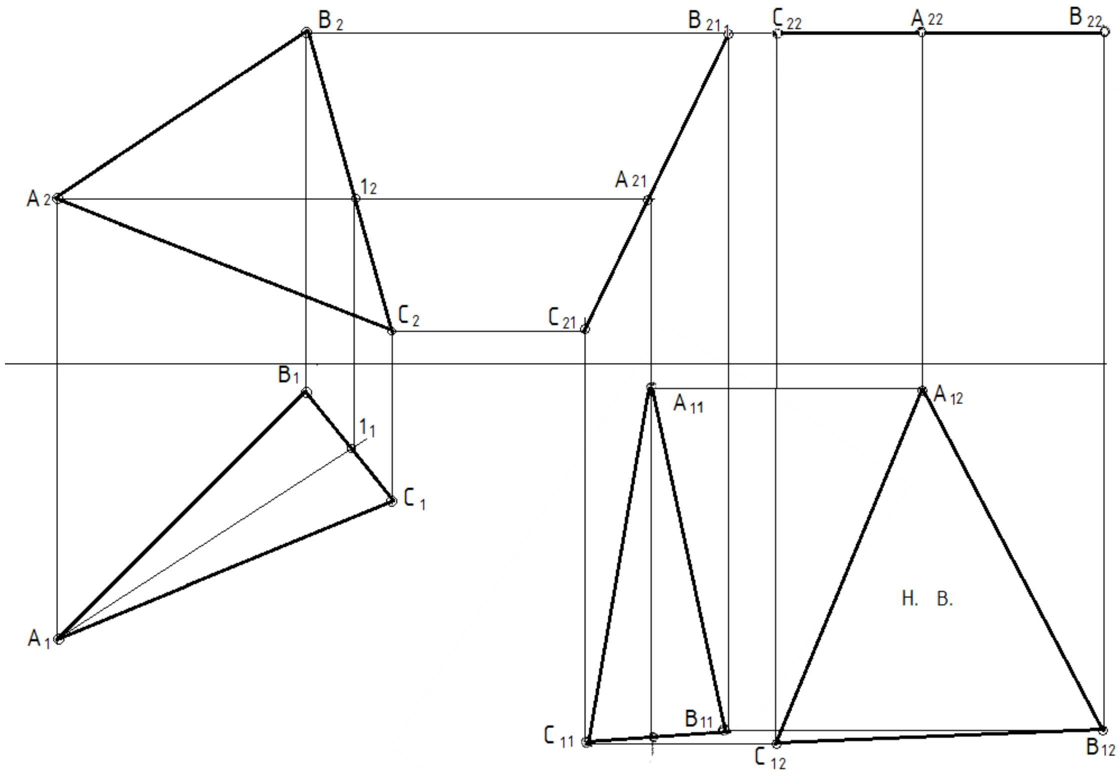


Рисунок 42 – Определение натуральной величины плоскости общего положения

Задача решается в два этапа. На первом этапе преобразовывают чертеж так, чтобы плоскость треугольника АВС стала перпендикулярна к одной из плоскостей проекций, т.е. должна в себе содержать прямую, перпендикулярную к этой плоскости. Для этого проводят в плоскости треугольника горизонталь h (фронтальная проекция $A_2 1_2$ *//ox*, а горизонтальная — $A_1 1_1$).

Плоскость треугольника перемещается в пространстве до тех пор, пока горизонталь h_1 треугольника не станет перпендикулярна к фронтальной плоскости проекций $П_2$.

Для этого на произвольном расстоянии от оси x вычерчивают горизонтальную проекцию треугольника $A_1B_1C_1$ с условием, что $A_11_1 \perp \Pi_2$, а значит $A_{11}1_{11} \perp$ ox. При этом вершины треугольника в Π_1 займут новое положение – $A_{11}B_{11}C_{11}$. Вершины треугольника в Π_2, перемещаясь каждая в своей плоскости //ox, займут новое положение – $A_{21}B_{21}C_{21}$. Соединив эти точки, получают новое положение треугольника ABC, спроецированного на Π_2 в линию, т.е. перпендикулярного к плоскости Π_2.

На втором этапе, чтобы получить натуральную величину треугольника ABC, его плоскость поворачивают до тех пор, пока она не будет параллельна одной из плоскостей проекций. В рассматриваемом решении фронтальную проекцию треугольника $A_{21}B_{21}C_{21}$ располагают на произвольном расстоянии от оси x параллельно плоскости Π_1, получая при этом горизонтальную плоскость уровня (ее фронтальную проекцию $A_{22}B_{22}C_{22}$). От нового положения фронтальной проекции $A_{22}B_{22}C_{22}$ проводят линии проекционной связи до пресечения с линиями, проведенными от точек $A_{11}B_{11}C_{11}$ параллельно оси ox. Соединив эти точки между собой, получают треугольник ABC в натуральную величину ($A_{12}B_{12}C_{12}$).

3. 5 Контрольные вопросы

1. С какой целью выполняется преобразование комплексного чертежа?
2. Какие существуют способы преобразования комплексного чертежа?
3. В чем сущность способа замены плоскостей проекций?
4. В какой взаимосвязи должны быть старая и новая плоскости проекций?
5. Как необходимо расположить новые плоскости проекций, чтобы отрезок прямой общего положения преобразовать:
   а) в прямую уровня;
   б) в проецирующую прямую?
6. Как необходимо расположить новые плоскости проекций, чтобы плоскость общего положения преобразовать:
   а) в проецирующую плоскость;

б) в плоскостью уровня?

7. Какие основные метрические задачи можно решать с помощью способа замены плоскостей проекций?
8. В чем сущность способа вращения?
9. Чем отличается способ вращения от способа замены плоскостей проекций?
10. Какие линии удобно выбирать в качестве осей вращения и почему?
11. Как изображается на чертеже плоскость, в которой происходит вращение точки вокруг проецирующей прямой?
12. На какую плоскость проекций окружность вращения точки проецируется в истинную величину?
13. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы определить истинную величину отрезка прямой общего положения?
14. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы определить истинную величину плоскости общего положения?
15. Какие основные позиционные и метрические задачи можно решать с помощью способа вращения?
16. Дайте определение плоскопараллельного движения как способа преобразования чертежа.
17. Какие проекции фигур не изменяют своего вида и размеров при плоскопараллельном перемещении?
18. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы определить истинную величину отрезка прямой общего положения?
19. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы определить истинную величину плоскости общего положения?
20. Какие основные позиционные и метрические задачи можно решать с помощью способа плоскопараллельного перемещения?

3.6 Задачи

1. Определить расстояние между заданными параллельными прямыми (рис. 43) способом замены плоскостей проекций.

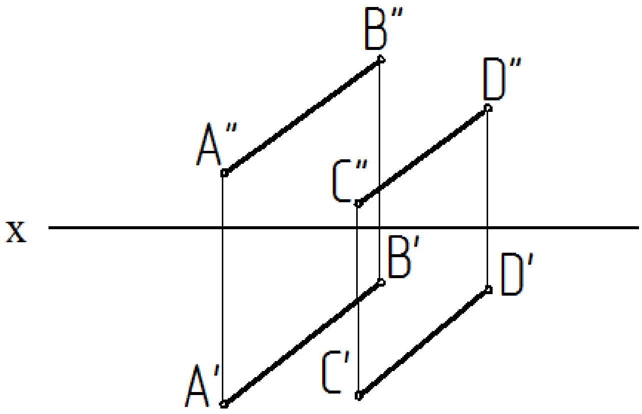


Рисунок 43 – Задача 1

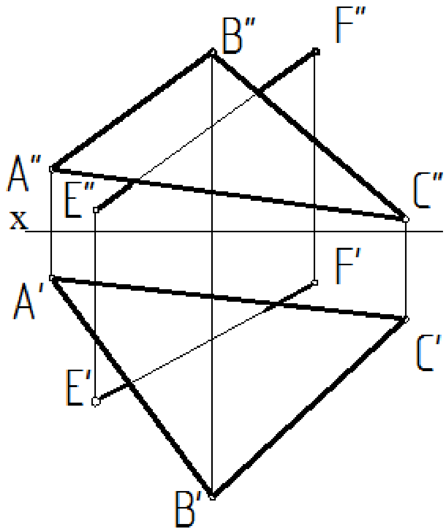


Рисунок 44 – Задача 2

2. Построить точку пересечения прямой и плоскости (рис. 44) способом замены плоскостей проекций.

3. Способом вращения определить истинную величину ребер SA, SB, SC заданной пирамиды и углы их наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 45).

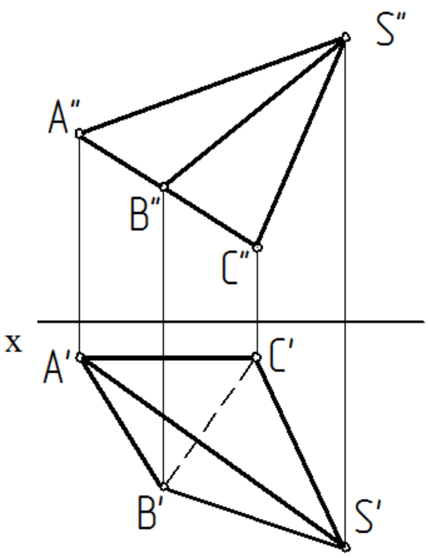
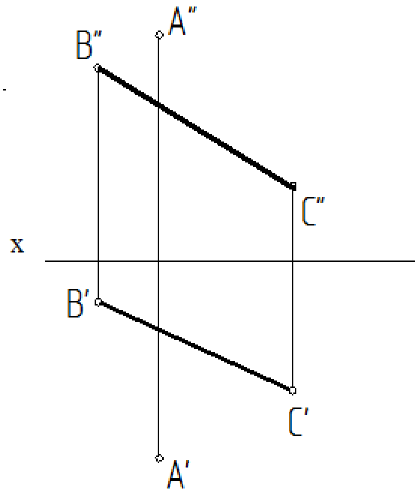


Рисунок 45 – Задача 3

4. Способом плоскопараллельного перемещения определить расстояние от точки до прямой (рис. 46).



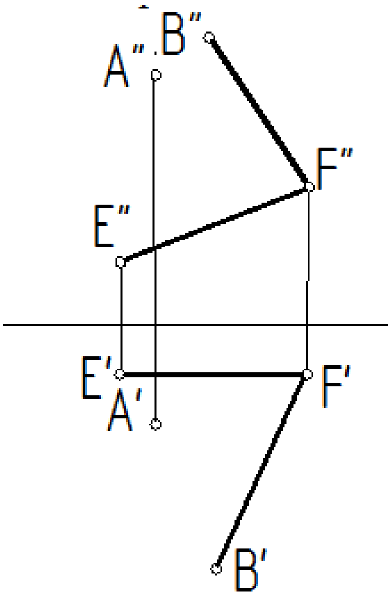


Рисунок 46 – Задача 4 Рисунок 47 – Задача 5

5. Способом плоскопараллельного перемещения определить расстояние от точки А до плоскости *p (EF,BF).*

4 ПОВЕРХНОСТИ

4.1 Многогранники

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками – гранями, пересекающимся по прямым, называемым ребрами. Многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками. Линия, ограничивающая проекцию многогранника, называется очерком.

4.1.1 Точка и прямая на поверхности многогранника

Построение чертежей призм и пирамид сводится по существу к построению проекций точек (вершин) и отрезков прямых – ребер.

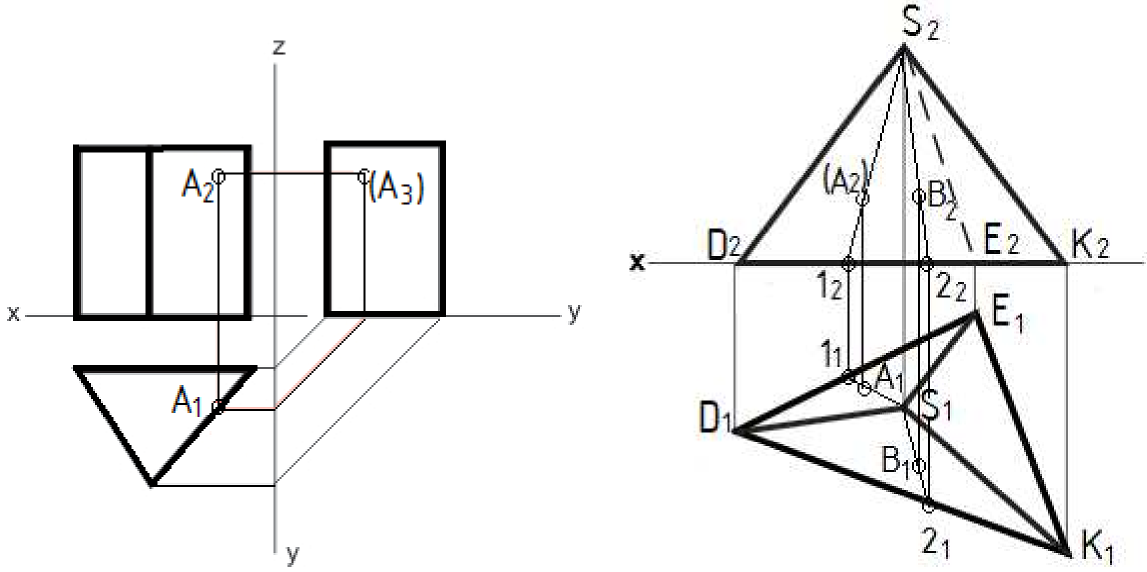


Рисунок 48 – Принадлежность точки поверхности многогранника

Чтобы построить проекции точки, принадлежащей поверхности многогранника, необходимо предварительно провести прямую, принадлежащую многограннику, а затем на проекциях этой прямой строить проекции точки.

Прямая принадлежит поверхности многогранника, если она проходит через две точки, принадлежащие грани многогранника.

На рисунке 48 недостающие проекции точек на поверхности призмы и пирамиды по заданным фронтальным проекциям строятся по принадлежности ребрам (прямым линиям) и граням (плоскостям).

4.1.2 Пересечение многогранника с плоскостью

Линия пересечения плоскости и многогранника – плоский многоугольник, построение которого требует многократного решения задачи о нахождении точки пересечения прямой с плоскостью. Точки, в которых ребра многогранника пересекаются с заданной плоскостью, будут вершинами искомого многоугольника.

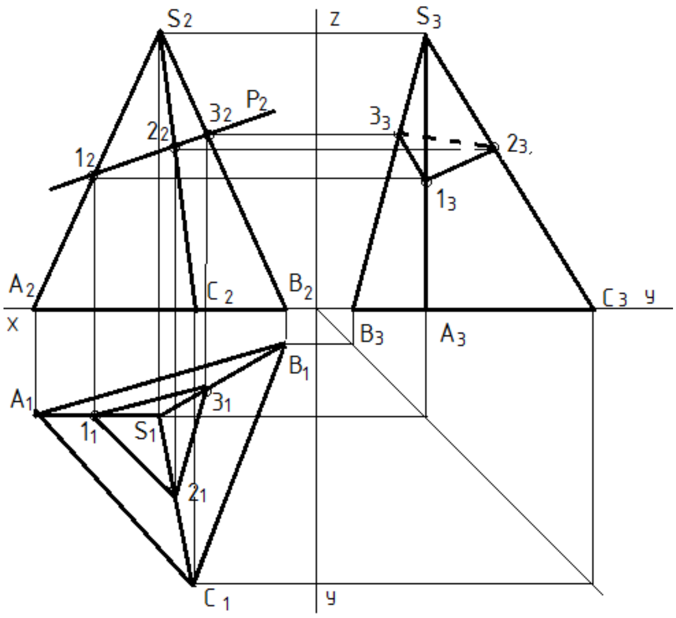


Рисунок 49 – Пересечение пирамиды с проецирующей плоскостью

Тот же результат можно получить сведением задачи к построению линий пересечения плоскости с гранями тела.

На рисунке 49 изображена пирамида, которую пересекает фронтально-проецирующая плоскость Р. Плоскость пересекает ребра AS, CS, BS в точках 1, 2, 3. Следовательно, фигурой сечения является треугольник 123. Проекции точек построены с помощью линий связи, исходя из условия принадлежности точек прямой (1 принадлежит прямой AS, 2 – прямой CS, 3 – прямой BS).

На рисунке 50 изображена призма, которую пересекает фронтально-проецирующая плоскость *Ф*. Плоскость пересекает пять боковых ребер в точках 1, 2, 3, 4, 5. Следовательно, фигурой сечения является пятиугольник 12345. Проекции точек построены с помощью линий связи, исходя из условия принадлежности точек прямой.

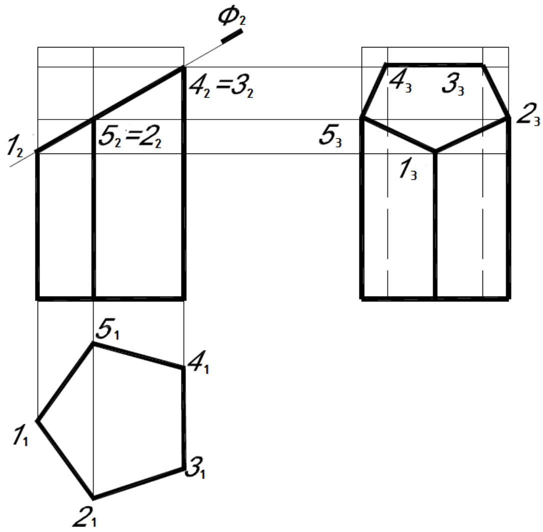


Рисунок 50 – Пересечение призмы проецирующей плоскостью

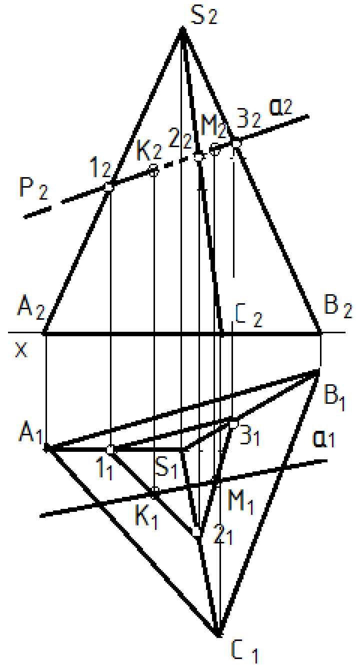


Рисунок 51 – Пересечение прямой с многогранником

4.1.3 Пересечение прямой линии с многогранником

Задача определения точек пересечения прямой линии с многогранником сводится к нахождению точек пересечения прямой с плоскостями граней (рис. 51):

1) Прямую заключают во вспомогательную проецирующую плоскость ($P \perp \Pi_2$, $P_2 \equiv a_2$);
2) Находят линию пересечения вспомогательной плоскости с поверхностью многогранника (линия 123);
3) Определяют точки входа и выхода прямой там, где полученная ломаная линия пересекает заданную прямую ($1_1 2_1 3_1 \cap a_1 = K_1 M_1$);
4) Определяют видимость прямой по видимости ребер и граней многогранника (участок КМ прямой *a* – невидимый).

4.1.4 Развертки многогранников

Разверткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с одной плоскостью (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга).

Поверхность называется развертывающейся, если она может быть совмещена с плоскостью без разрывов и складок. Многогранник – развертывающаяся поверхность.

Построение развертки боковой поверхности многогранника осуществляется в два основных этапа:

1) определением истинных размеров всех элементов каждой ее грани. Именно благодаря им можно построить изображение этой поверхности в натуральную величину;
2) последовательное построение каждой грани в натуральную величину исходя из найденных раньше элементов.

Для получения полной развертки призмы необходимо к развертке боковой поверхности пристроить верхнее и нижнее основания (рис. 52).

Для получения полной развертки пирамиды необходимо к развертке боковой поверхности пристроить основание. Боковая развертка строится по методу треугольников, т.е. совмещение всех треугольников, из которых состоят грани, в одну плоскость (рис. 53).

Построение развертки призмы начинают с развертки ее основания. На произвольно проведенной прямой откладывают последовательно все натуральные величины ребер основания. Затем от каждой полученной вершины основания перпендикулярно полученным отрезкам (т.к. призма прямая) откладывают натуральные величины боковых ребер. А уже затем пристраивают основания. Если призма усеченная, то длины ребер будут различными, а вместо верхнего основания пристраивают натуральную величину сечения.

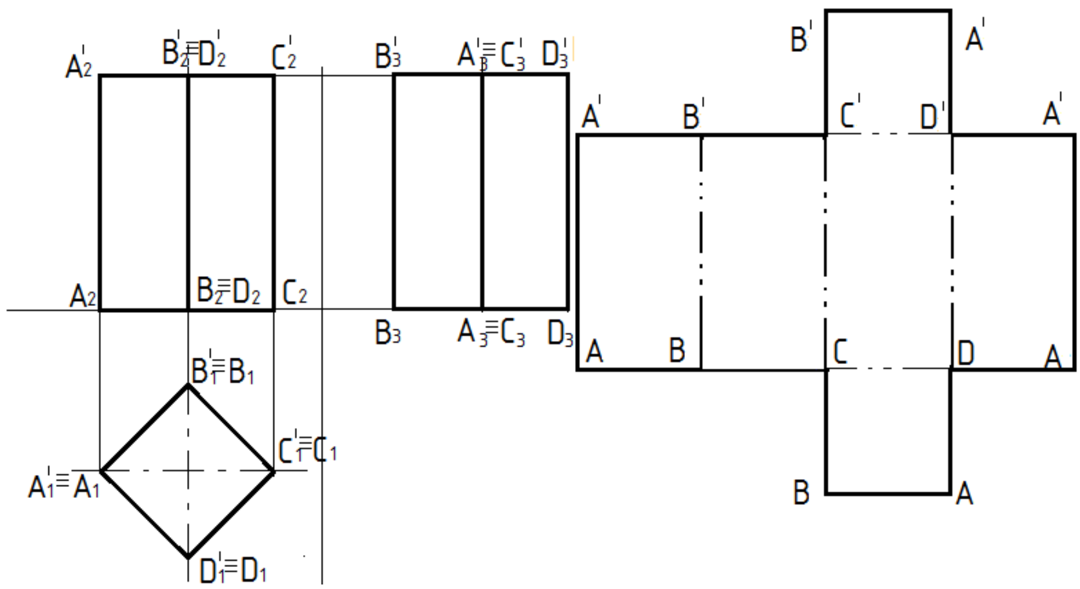


Рисунок 52 – Построение полной развертки прямой правильной призмы

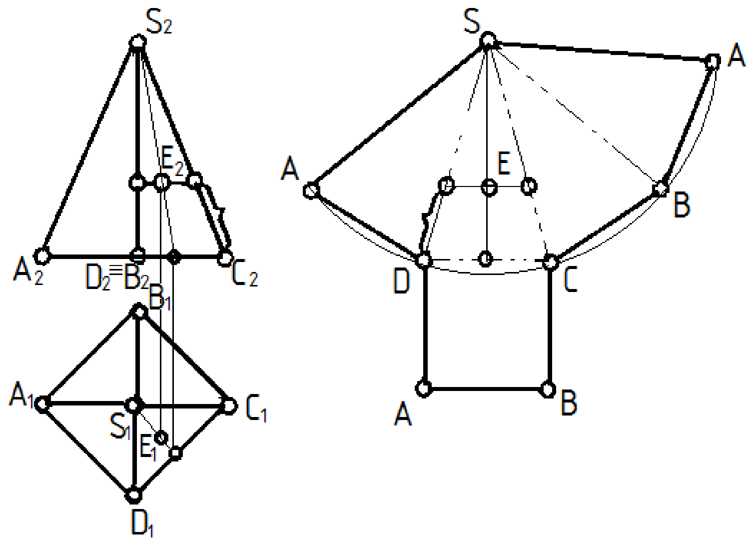


Рисунок 53 – Построение полной развертки правильной пирамиды

Развертку пирамиды (рис. 26) начинают с построения вершины S. Затем в произвольном направлении откладывают длину первого ребра AS.

Так как пирамида правильная, то все ее боковые ребра равны между собой, поэтому можно из вершины S провести дугу радиусом A S, на которой будут лежать точки B, C, D. Для их нахождения на дуге от точки A последовательно откладывают отрезки, равные ребрам основания пирамиды. Затем к любому из полученных отрезков пристраивают основание пирамиды. Если на развертку необходимо нанести точку, лежащую на поверхности пирамиды, то через точку предварительно проводят вспомогательную прямую. На рисунке 26 показано построение точки Е, лежащей на поверхности пирамиды.

4. 1.5 Взаимное пересечение многогранников

Линия пересечения двух многогранников может быть построена двумя способами: а) определением точек пересечения ребер одного многогранника с гранями другого; б) определением отрезков прямых, по которым пересекаются грани многогранников.

Преимущество отдается тому из способов, который дает более простое решение. Иногда эти два способа целесообразно комбинировать.

Если один многогранник частично пересекается другим, то линия их взаимного пересечения представляет собой одну замкнутую пространственную ломаную линию. Такое взаимное пересечение выпуклых многогранников называют неполным проницанием или врезкой.

Если один многогранник полностью пересекается вторым многогранником, то получают две линии их пересечения - линию входа одного многогранника в другой и линию выхода. Такое взаимное пересечение многогранников называют полным проницанием.

На рисунке 54 показаны графические построения при определении на эпюре Монжа линии пересечения при полном проницании прямой треугольной призмы и треугольной пирамиды.

Призма своим основанием стоит на горизонтальной плоскости проекций $П_1$. Горизонтальные проекции ее вертикальных ребер проецируются в точки. Грани боковой поверхности призмы в горизонтальной их проекции преобразуются в отрезки прямых, т. е. эти грани представляют собой части горизонтально - проецирующих плоскостей.

Линия пересечения двух многогранников определяется по точкам пересечения ребер одного многогранника с гранями другого многогранника. Так, ребро AS пирамиды пересекает две грани призмы: одну - в точке К и вторую - в точке N. Ребро BS пирамиды пересекает две грани призмы в точках L и R; ребро CS - в точках M и P. Из трех боковых ребер призмы только ребро $FF^{/}$ пересекает пирамиду.

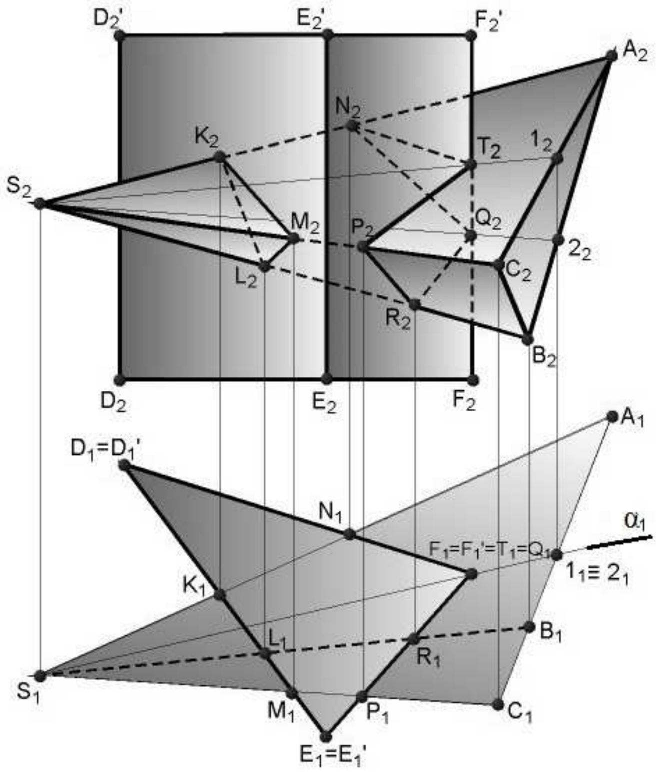


Рисунок 54 – Пересечение многогранников

Чтобы найти точки пересечения этого ребра с гранями пирамиды, через ребро и вершину S пирамиды проводим вспомогательную горизонтально - проецирующую плоскость α. Она пересекает пирамиду по прямым линиям, которые пересекают ребро призмы в точках T и Q. Эти точки и являются точками пересечения ребра $FF^{/}$ с гранями пирамиды. Соединяя каждые две точки, принадлежащие одной и той же грани и у призмы и у пирамиды, отрезками прямых, получаем две линии пересечения многогранников. Одна из них представляет собой пространственный многоугольник NTPRQ, другая - треугольник KML. На проекциях видимы только те из отрезков многоугольников пересечения, которые принадлежат видимым граням многогранников; невидимые отрезки обозначают на чертеже штриховыми линиями.

4.2 Поверхности вращения

Поверхностью вращения называют поверхность, получающуюся от вращения некоторой образующей линии вокруг неподвижной прямой – оси поверхности. Они могут быть линейчатыми, например конус или цилиндр вращения, однополостный гиперболоид, тор и нелинейчатыми или криволинейными, например сфера, эллипсоид, парабалоид и двухполостный гиперболоид.

Цилиндрическая и коническая поверхности вращения образуются путем вращения прямой линии вокруг оси. Сфера (шар) – поверхность, образованная вращением окружности вокруг своего диаметра. Тор – поверхность, образованная вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости окружности, не проходящей через центр.

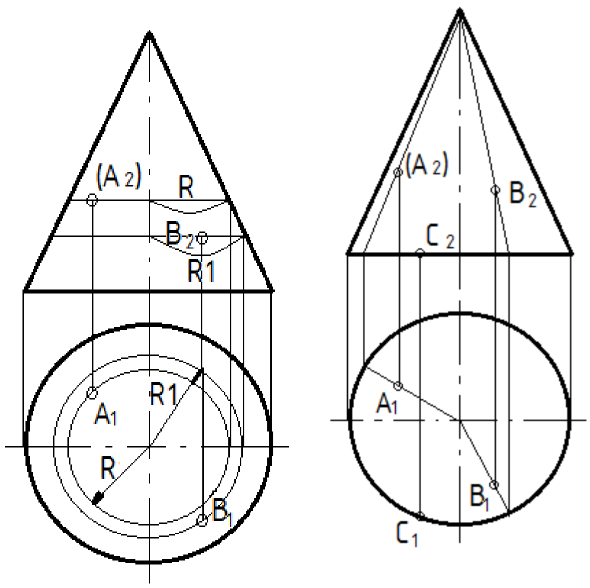
Среди криволинейных поверхностей вращения отметим эллипсоид, параболоид и двуполостный гиперболоид, образующиеся при вращении кривых линий, – эллипса, параболы, гиперболы. Указанные кривые линии располагаются симметрично относительно своей оси, которая является осью вращения. При вращении параболы вокруг своей оси образуется одна поверхность. При вращении же эллипса или гиперболы образуются по две поверхности, так как у этих кривых имеются по две оси.

4.2.1Точка и прямая на поверхности вращения

Линия принадлежит поверхности, если все ее точки принадлежат этой поверхности. Исключение составляет случай, когда линия представлена прямой, а поверхность — плоскостью. В этом случае для принадлежности прямой плоскости достаточно, чтобы хотя бы две точки ее принадлежали этой поверхности.

Точка принадлежит поверхности, если она лежит на линии, расположенной на этой поверхности.

Строить точку на поверхностях вращения удобнее всего с помощью параллелей поверхности (плоскость, параллельная плоскости проекции). На рисунке 55 слева через проекцию А2 проведена параллель, а на плоскости П1 проводим окружность радиуса R (параллель на $П_1$ проецируется в окружность), на которую опускаем линию связи и находим А1. Радиус параллели определяется как расстояние от оси до образующей.



Так как точка А во фронтальной плоскости невидимая, то ее горизонтальная проекция будет лежать на той стороне окружности, которая расположена дальше от наблюдателя. Точку В находим аналогично, только радиус параллели будет R1 и точка В – видимая.

Рисунок 55 – Построение точки на поверхности вращения

Положение точки на боковой поверхности конуса можно определить и с помощью образующей, проходящей через заданную точку (рис. 55 справа). А точка С лежит на основании конуса, поэтому дополнительных построений не требуется.

4.2.2 Пересечение поверхности вращения проецирующей плоскостью

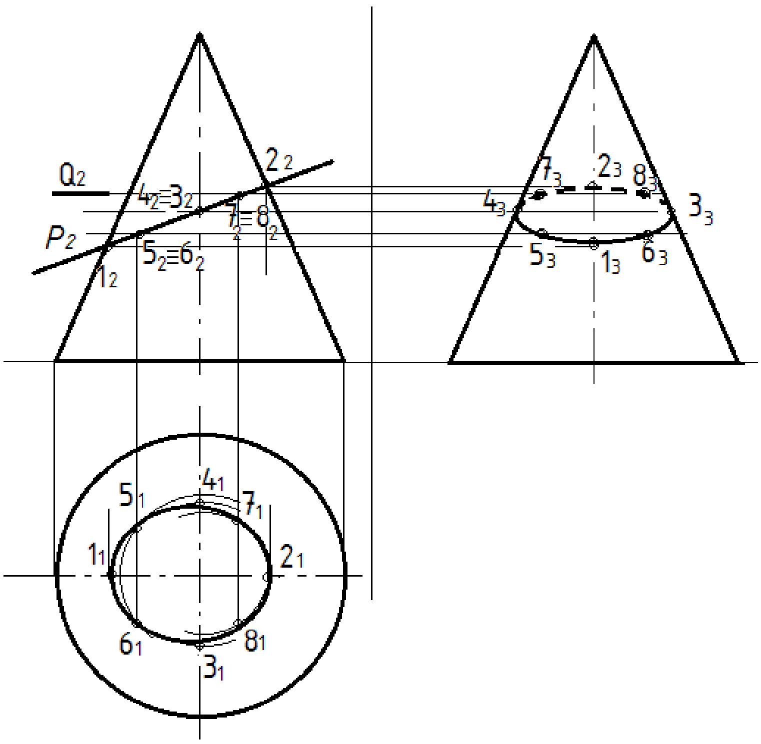
При пересечении поверхности с плоскостью в сечении получают плоскую кривую линию.

Рассмотрим случай пересечения поверхности плоскостью частного положения, так как в случае наличия секущей плоскости общего положения чертеж всегда можно преобразовать так, чтобы секущая плоскость стала проецирующей.

Линию пересечения строят по отдельным точкам. Сначала выявляют и строят опорные точки (левая и правая – очерковые, высшая и низшая, ближняя и дальняя, а также точки видимости, расположенные на контурных линиях и делящие линию пересечения на видимую и невидимую части). В тех случаях, когда проекция линии пересечения не полностью определяется этими точками, строят дополнительные, промежуточные точки, расположенные между опорными.

Чтобы найти промежуточные точки кривой и точки, не лежащие на очерке, применяют метод проведения вспомогательных плоскостей-посредников. Метод проведения вспомогательных плоскостей заключается в нижеследующем.

1. Через известную проекцию точки проводят вспомогательную плоскость-посредник *Q* так, чтобы линию пересечения ее с данной поверхностью можно было легко построить (рис. 56). Если ось вращения поверхности перпендикулярна плоскости проекций, то в качестве посредника выбирают плоскость уровня.



2. Строят линию пересечения вспомогательной плоскости с заданными поверхностями. Для поверхностей вращения любая плоскость, перпендикулярная оси вращения, будет пересекать данную поверхность по окружности;

Рисунок 56 – Пересечение поверхности вращения с плоскостью

3. Выполнив несколько вспомогательных плоскостей, определяют необходимое количество точек сечения таким образом, чтобы искомую кривую можно было строить с помощью лекала.

4.2.3 Пересечение поверхности вращения прямой линией

В тех частных случаях, когда поверхность тела вращения перпендикулярна одной из плоскостей проекцией, применять вспомогательные проецирующие плоскости нецелесообразно, так как одна из проекций точек входа и выхода уже выявлена на чертеже (рис. 57).

В тех частных случаях, когда прямая, пересекающая поверхность тела, перпендикулярна одной из плоскостей проекций, также одна из проекций точек входа и выхода уже выявлена на чертежа, а другую находят с помощью параллели, проведенной через точку или при помощи дополнительной образующей, проведенной через точку (рис. 57).

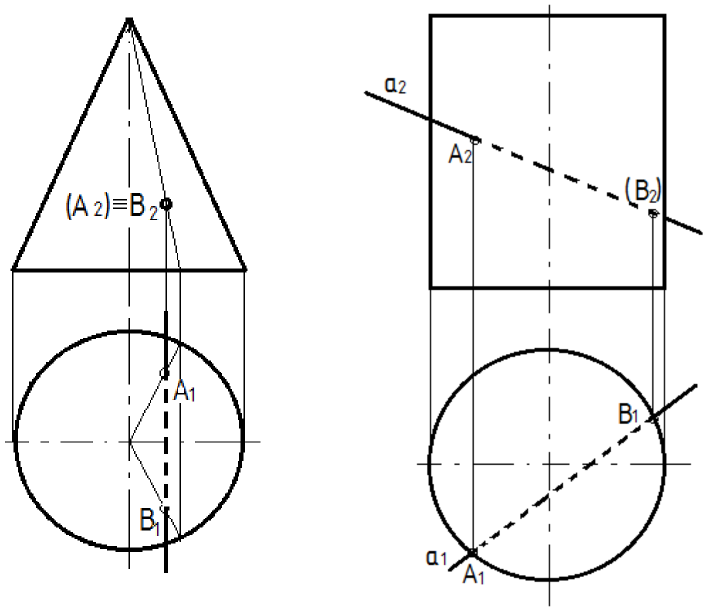
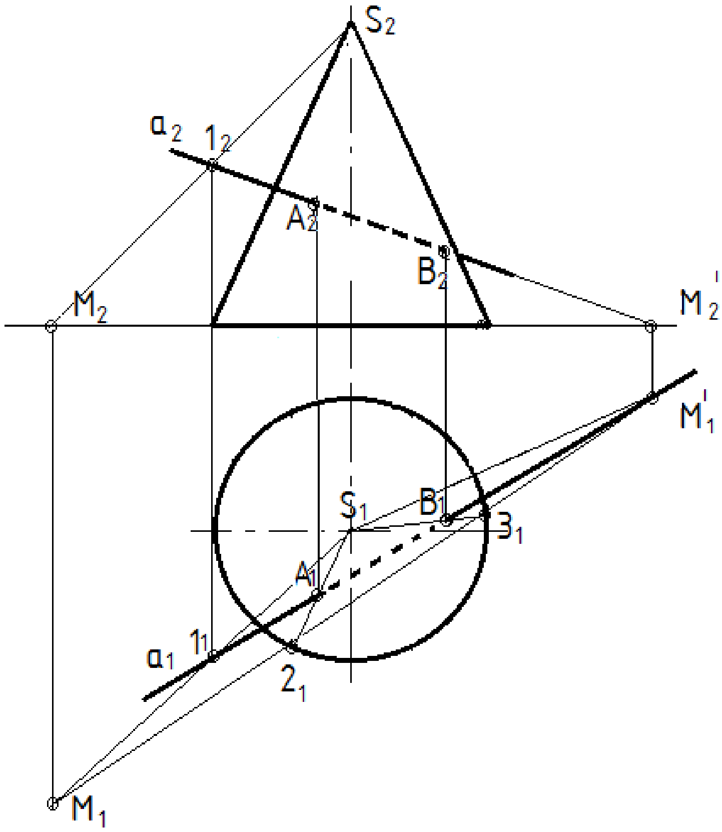


Рисунок 57 – Частные случаи пересечения прямой с телом вращения

Нахождение точек пересечения прямой общего положения с поверхностью конуса решается при помощи вспомогательной плоскости, проходящей через заданную прямую и вершину конуса.



Для примера возьмем прямой круговой конус и прямую *а* общего положения, пересекающую его коническую поверхность (рис. 58). Для определения точек пересечения достаточно вершину конуса S соединить прямой с произвольной точкой 1, находящейся на прямой *а*, найти горизонтальный след этой прямой М и данной прямой N.

Рисунок 58 – Пересечение прямой общего положения
с поверхностью вращения

Соединяя проекции следов M_1 и $M_1{}^{/}$ прямой, получим точки 2 и 3 вспомогательной плоскости, которая пересечет конус по двум образующим S2 и S3. Пересечение горизонтальной проекции прямой *а* с проекциями образующих дает горизонтальные проекции A_1 и B_1 искомых точек входа и выхода. Затем при помощи линий связи находим их фронтальные проекции.

4.2.4 Развертки поверхностей вращения

По возможности развертываться в плоскость кривые поверхности делятся на развертываемые и условно-развертываемые. К развертываемым поверхностям относят цилиндрические, конические и поверхности с ребром возврата.

Развертки линейчатых развертываемых поверхностей выполняют как *приближенные*. Развертки неразвертываемых поверхностей выполняют *условно*.

Разверткой прямого кругового цилиндра является прямоугольник шириной, равной высоте цилиндра и длиной, равной длине окружности основания πd. Сверху и снизу к прямоугольнику пристраивают верхнее и нижнее основание – окружности диаметром d (рис. 59).

Можно также построить развертку цилиндра способом аппроксимации (приближенная замена отсеков неразвертываемой поверхности отсеками развертывемой поверхности), когда вписывают в основание цилиндра правильный 12 угольник (на рис. показаны только его вершины 1, 2, 3, 4, ... 12). Затем проводят прямую, на которой засекают последовательно 12 дуг, хорды которых равны стороне 12-угольников. Таким образом, развертку боковой поверхности прямого кругового цилиндра заменяют с достаточной для практики точностью разверткой правильной 12-угольной призмы, вписанной в данный цилиндр. К боковой развертке пристраивают верхнее и нижнее основание.

Задача на построение развертки конической поверхности решается так же, как в случае построения развертки пирамиды способом треугольника.

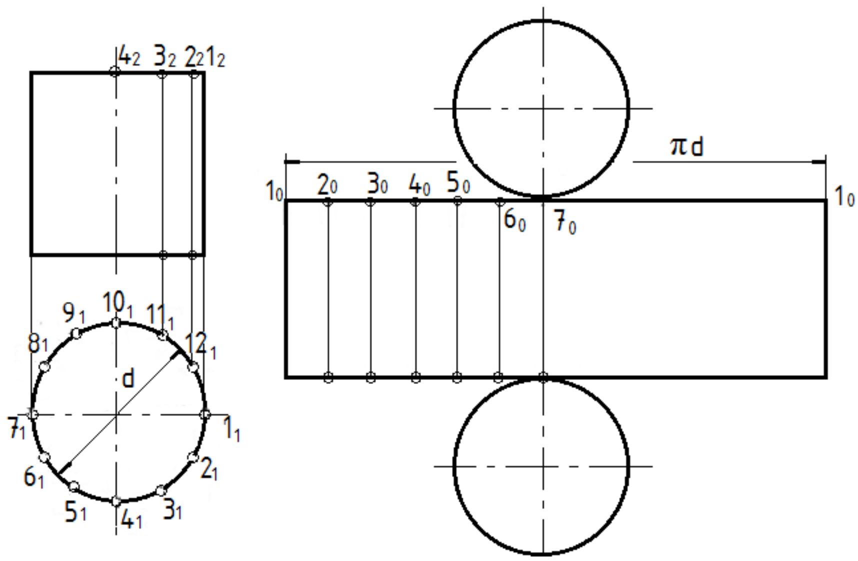


Рисунок 59 – Развертка цилиндра

Если задана поверхность прямого кругового конуса, то развертка его боковой поверхности представляет собой круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конической поверхности ***l***=|***S12***|, а центральный угол при вершине $\boldsymbol{\varphi=360r/l}$, где $\boldsymbol{r}$ — радиус окружности основания конуса (рис.60).

Чтобы избежать вычислений, связанных с определением длины дуги сектора или угла **φ**, обычно вписывают в основание конуса правильный 12 угольник (на рис. показаны только его вершины 1, 2, 3, 4, ... 12). Затем описывают из произвольной точки $\mathbf{S_0}$ дугу радиуса **r**, засекают последовательно 12 дуг, хорды которых равны стороне 12-угольников. Таким образом, развертку боковой поверхности прямого кругового конуса заменяют с достаточной для практики точностью разверткой правильной 12-угольной пирамиды, вписанной в данный конус (способ аппроксимации). К боковой развертке пристраивают основание.

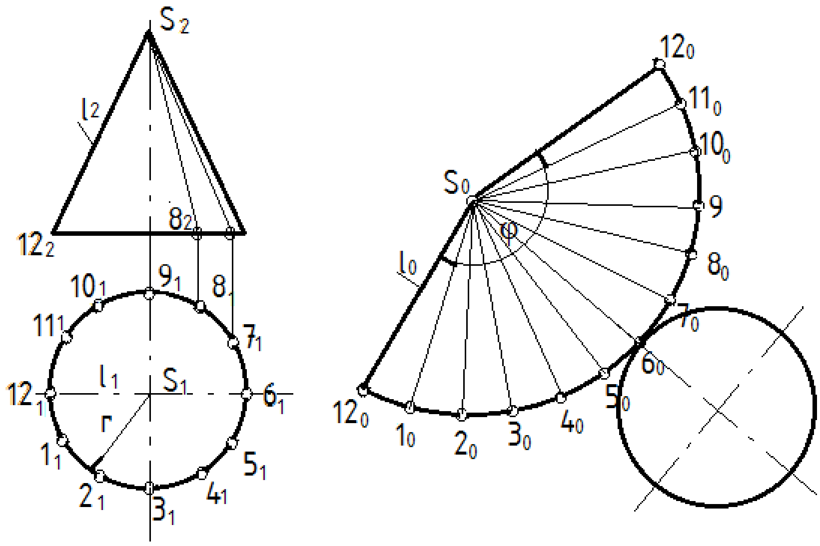


Рисунок 60 – Развертка конуса

4.2.5 Пересечение кривых поверхностей

Линия пересечения двух поверхностей в общем виде представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на две части и более. Строится линия пересечения при помощи вспомогательных плоскостей или кривых поверхностей, которые называются посредниками. Выбор вспомогательной поверхности (посредника) определяется формой и положением пересекающихся поверхностей. В качестве посредников могут использоваться проецирующие плоскости, плоскости уровня, плоскости общего положения, цилиндрические, конические и сферические поверхности. Следует по возможности подбирать такие вспомогательные поверхности, которые в пересечении с данными поверхностями дают простые для построения линии (например, прямые или окружности).

Обычно линию пересечения двух поверхностей строят по отдельным точ-кам. При этом нужно иметь в виду, что проекция линии пересечения всегда располагается в пределах площади наложения, т.е. общей площади проекций двух пересекающихся поверхностей. Общее правило построения линии пересечения поверхностей заключается в следующем:

- определяют опорные точки в пересечении контурных линий каждой по-верхности;

- выбирают вид вспомогательных поверхностей;

- строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;

- находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой.

Способ вспомогательных секущих плоскостей следует применять в том случае, когда оси пересекающихся поверхностей вращения параллельны между собой и занимают относительно плоскостей проекций частное положение. Тогда линии пересечения каждой поверхности вспомогательной плоскостью будут изображаться в виде простых линий – окружностей или прямых. В качестве примера рассмотрим построение линии пересечения прямого кругового цилиндра и конуса (рис. 61).

Поскольку цилиндр находится в проецирующем положении относительно фронтальной плоскости проекций, то проекция линии пересечения на плоскость $П_2$ совпадает с фронтальной проекцией цилиндра. Линия пересечения распадается на две части, так как фронтальная проекция цилиндра накладывается на очерк конуса только частично – верхняя часть и нижняя, а боковые части выходят за пределы конуса.

Отметим опорные точки нижней части линии пересечения, пользуясь ее фронтальной проекцией. Точки 3 и 4 – крайняя левая и правая точки линии пересечения. Их проекции на плоскость $П_2$ (3_2 и 4_2) лежат на пересечении очерковых образующих конуса и цилиндра. Чтобы определить их положение на плоскости $П_1$, необходимо опустить линии связи на горизонтальную ось конуса. Аналогично определяем левую и правую точки верхней части линии пересечения (точки 1 и 2).

Точки 10 и 9 являются соответственно ближней и дальней точками нижней части линии пересечения. Их проекции на плоскость $П_2$ (10_2 и 9_2) лежат на вертикальной оси конуса (осью вращения), совпадающей с осью цилиндра. Чтобы определить их проекции на плоскость $П_1$ (10_1 и 9_1) необходимо использовать плоскость-посредник. В качестве посредника целесообразно использовать горизонтальную плоскость Р, которая пересечет конус по окружности радиуса r.

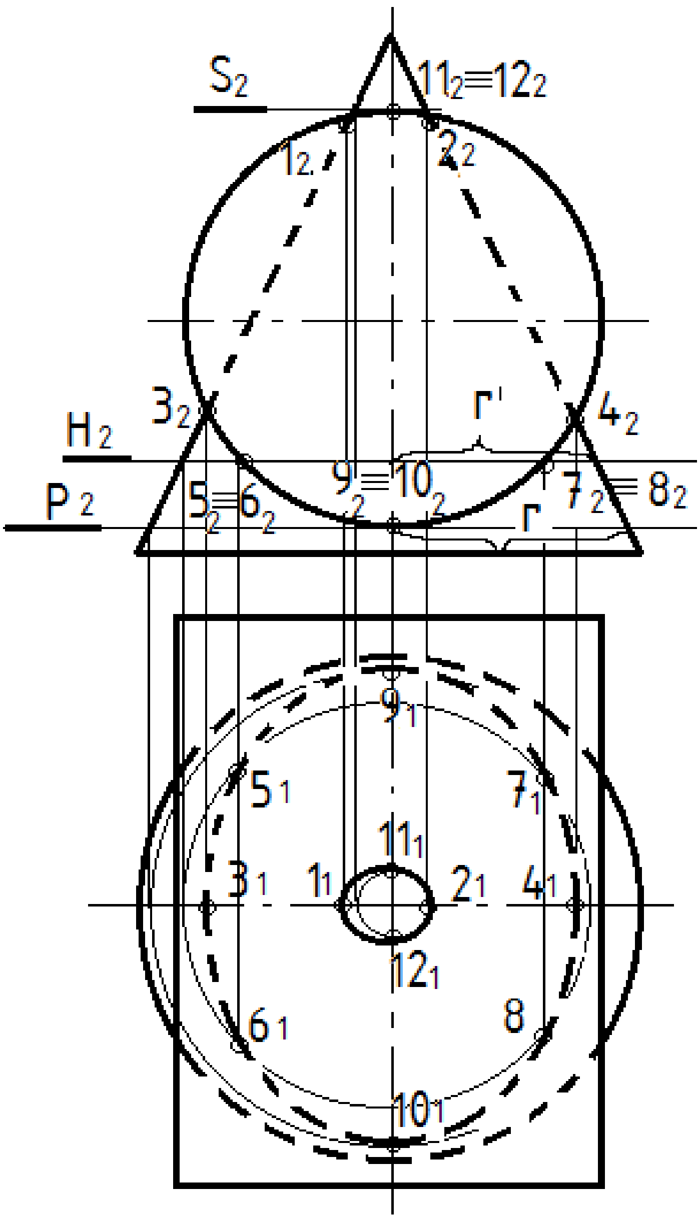


Рисунок 61 – Пересечение тел вращения

В пересечении горизонтальной проекции окружности радиуса r и линий связи, опущенных из точек 9 и 10 на горизонтальную плоскость, получим проекции 10_1 и 9_1. Аналогично определяем ближнюю и дальнюю точки верхней части линии пересечения (точки 12 и 11). Для этого используем посредник S.

Полученных точек недостаточно для выявления проекций линии пересечения на плоскости $П_1$, поэтому построим ряд промежуточных точек. Пересечем цилиндр и конус плоскостью-посредником H, которая пересекает контур цилиндра на фронтальной плоскости в точках 5_2, 6_2, 7_2, 8_2. При этом на горизонтальной плоскости плоскость H проецируется в окружность радиуса r', опуская на которую линии связи, получаем точки 5_1, 6_1, 7_1, 8_1.

Соединяя полученные точки плавными кривыми, получаем на $П_1$ две части искомой линии пересечения, представляющих собой эллипсы, причем внутренний эллипс (верхняя часть на $П_2$) – видимая линия, а внешний (нижняя часть на $П_2$) – невидимая.

4. 3 Контрольные вопросы

1. Что представляет собой сечение многогранника?
2. Как построить линию сечения многогранника плоскостью?
3. Сформулируйте признак принадлежности точки и прямой линии поверхности.
4. Дайте определение секущей плоскости, фигуры сечения, линии сечения поверхности. Какие линии получаются при пересечении многогранников плоскостью?
5. Какие приемы используются для построения линии пересечения многогранника плоскостью общего положения?
6. Укажите способы преобразования чертежа, которые могут быть использованы для построения линии пересечения поверхности плоскостью общего положения.

7. Укажите способы, которые используются для построения проекций точек пересечения прямой линии с поверхностью?
8. Как выбрать оптимальный посредник при построении точки пересечения поверхности с прямой линией?
9. Какое преобразование называют развертыванием поверхности?
10. Какие поверхности относятся:
   а) к развертываемым;
   б) к неразвертываемым?
11. Какими свойствами обладают развертываемые поверхности?
12. Какие основные способы применяются для построения разверток многогранников? Приведите примеры их применения.
13. Дайте определение кривой линии. Какие кривые линии называют плоскими, какие - пространственными? Укажите свойства проекций кривой линии.
14. Дайте краткую классификацию криволинейных поверхностей.
15. Какую линию называют образующей поверхности, направляющей поверхности?
16. Как образуются поверхности:
   а) линейчатые с вершиной и направляющей;
   б) линейчатые с двумя направляющими плоскостью параллелизма;
   в) винтовые;
   г) параллельного переноса?
17. Как образуются поверхности вращения?
18. Какие линии являются сечениями конической, цилиндрической поверхности вращения, сферы, тора?
19. Укажите способы, которые используются для построения точек линии пересечения криволинейной поверхности плоскостью.
20. Какие точки линии пересечения называются характерными?
21. Какие приемы используются для построения линии пересечения криволинейной поверхности плоскостью общего положения?

22. Укажите способы преобразования чертежа, которые могут быть использованы для построения линии пересечения поверхности плоскостью общего положения.
23. Укажите способы, которые используются для построения проекций точек пересечения прямой линии с криволинейной поверхностью?
24. Как выбрать оптимальный посредник при построении точки пересечения поверхности с прямой линией?
25. Какие линии являются результатом пересечения:
а) двух многогранных поверхностей;
б) многогранной и криволинейной поверхности;
в) двух криволинейных поверхностей?
26. Какие случаи взаимного пересечения поверхностей являются частными? В чем особенность решения задачи в этом случае?
27. Как решаются задачи на построение проекций линии пересечения поверхностей в общем случае?
28. В чем заключается метод вспомогательных сфер? При каких условиях можно его применять?
29. Какими соображениями необходимо руководствоваться при выборе оптимального посредника?
30. В каких случаях в качестве посредников удобно выбирать:
а) плоскости частного положения;
б) плоскости общего положения;
в) сферы – концентрические и эксцентрические?
31. Для каких поверхностей строят:
а) точные;
б) приближенные;
в) условные развертки?
32. Что такое аппроксимация одной поверхности другой?
33. Какие основные способы применяются для построения приближенных разверток? Приведите примеры их применения.

34. Какие способы применяются для построения условных разверток?

4.4 Задачи

1. Построить проекции усеченной призмы. Определить (методом вращения) натуральную величину сечения призмы заданной плоскостью. Построить диметрическую проекцию усеченной фигуры (рис. 62).
2. Построить проекции усеченной пирамиды. Определить (методом плоскопараллельного перемещения) натуральную величину сечения пирамиды заданной плоскостью. Построить изометрическую проекцию усеченной фигуры (рис. 63).
3. Построить проекции призмы с вырезом (рис. 64).
4. Построить проекции пирамиды с вырезом (рис. 65).

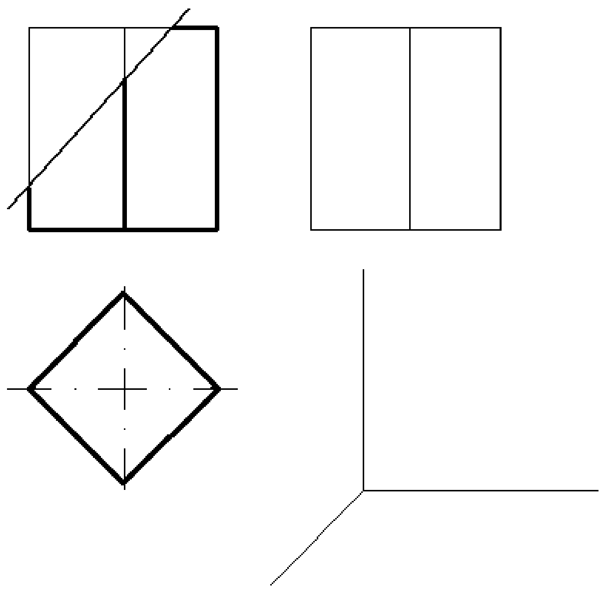


Рисунок 62 – Задача 1

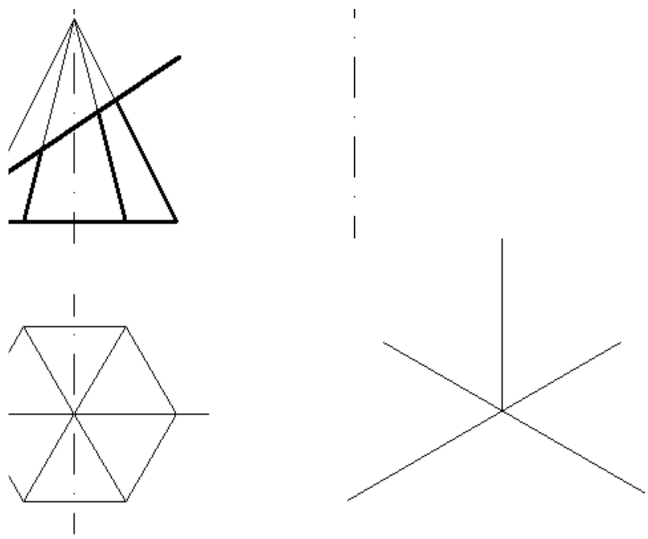
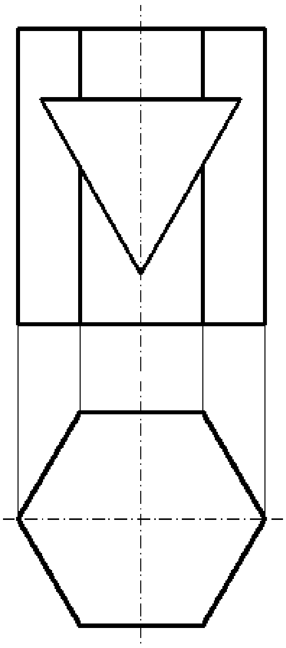


Рисунок 63 – Задача 2



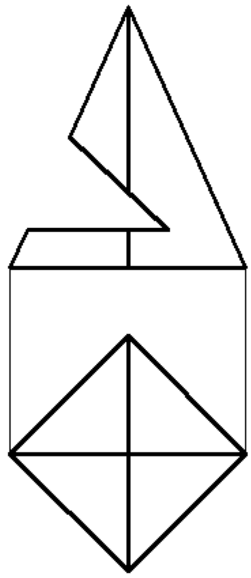
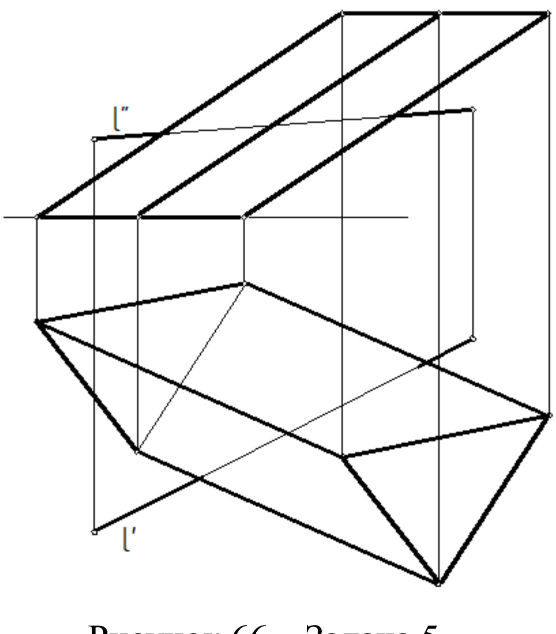


Рисунок 64 – Задача 3 Рисунок 65 – Задача 4

5. Построить проекции точек пересечения прямой с заданной поверхностью. Определить видимость (рис. 66).
6. Построить полную развертку усеченной пирамиды (рис. 67).
7. Построить три проекции тела с вырезом (рис. 68).
8. Построить проекции усеченной поверхности (рис. 69).
9. Построить проекции линии пересечения плоскости с поверхностью конуса. Определить истинную величину сечения.



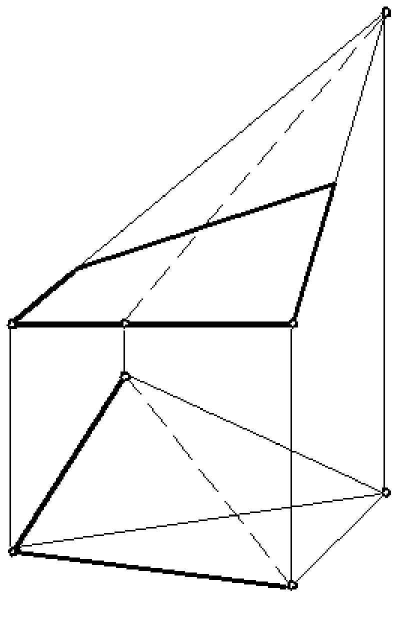
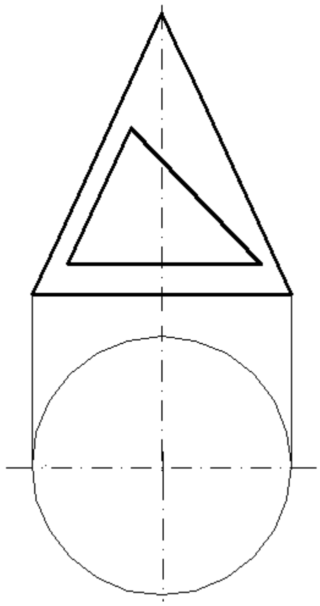
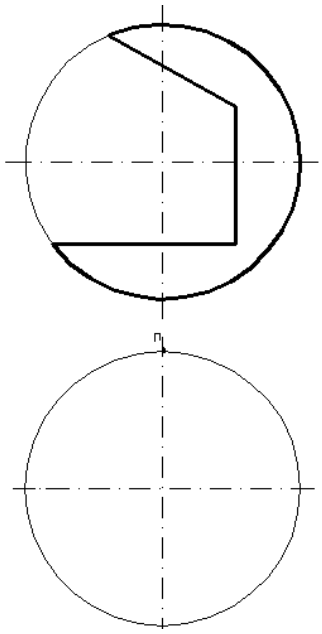


Рисунок 66 – Задача 5 Рисунок 67 – Задача 6





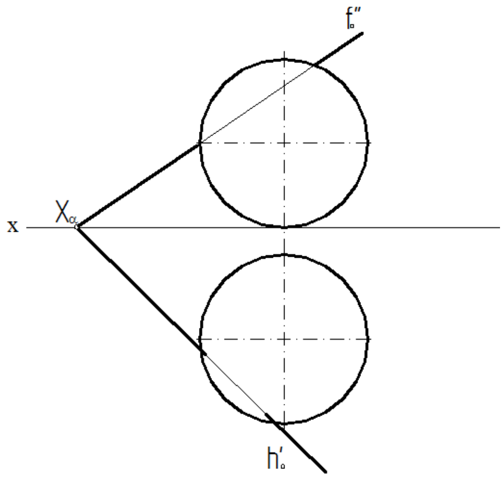


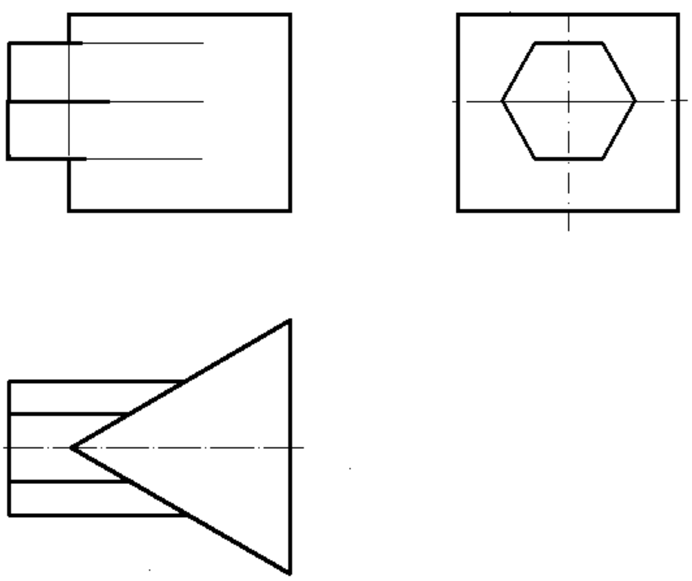
Рисунок 68 – Задача 7 Рисунок 69 – Задача 8 Рисунок 70 – Задача 9

10. Построить проекции пересечения двух многогранников (рис. 71)

11. Построить полную развертку поверхности цилиндра (рис. 72).

12. Построить линию пересечения конуса с призмой (рис. 73).

13. Построить полную развертку усеченного конуса (рис. 74).



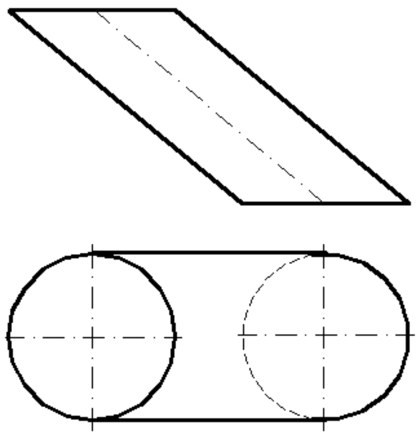


Рисунок 71 – Задача 10 Рисунок 72 – Задача 11

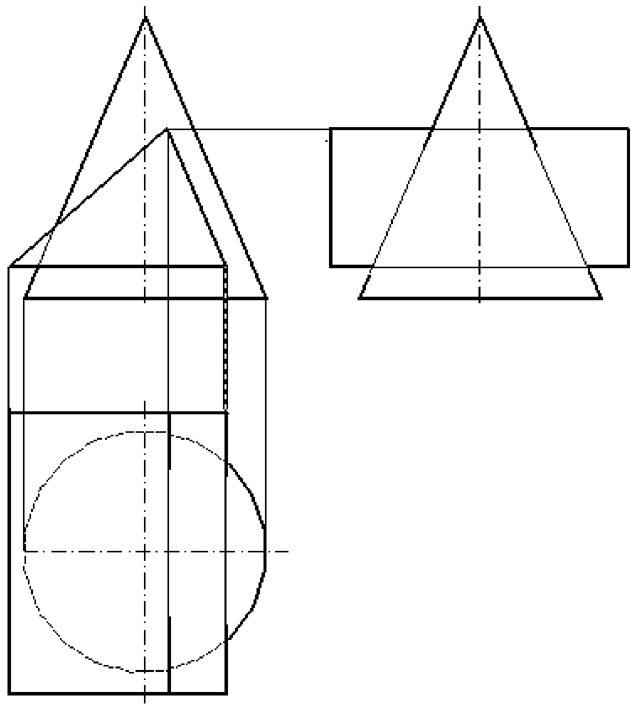


Рисунок 73 – Задача 12

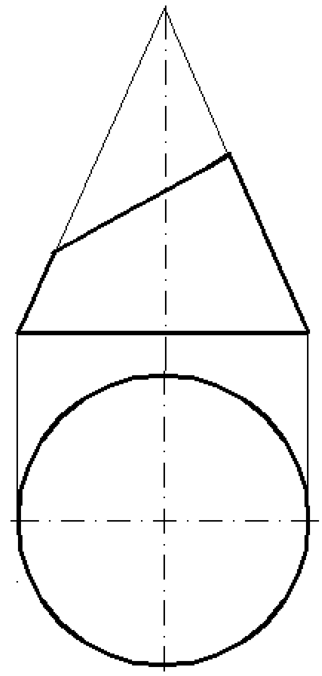


Рисунок 74 – Задача 13

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, были подробно рассмотрены методы проецирования, точка в системе двух и трех плоскостей проекций, прямая и плоскость, взаимное положение прямых и плоскостей, а также некоторые позиционные задачи. Представлены способы преобразования комплексного чертежа (метрические задачи), поверхности, точка на поверхности, пересечение прямой и поверхности, пересечение двух поверхностей и развертки. Подробно рассмотрены примеры и алгоритмы решения различного рода задач. По каждой теме дан тренинг умений (решений задач) и контрольные вопросы. Определены требования к знаниям и умениям, приобретаемым при изучении курса.

Изученный и закрепленный теоретический и практический материал настоящего учебного пособия поможет студентам в дальнейшем при выполнении расчетно-графических работ и подготовке к зачету.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бударин О.С. Начертательная геометрия : краткий курс : учеб. пособие : рек. УМО/ О. С. Бударин. -2-е изд., испр.. -СПб.: Лань, 2009. -360 с.:а-рис.2. Инженерная графика : учеб./ Н. П. Сорокин [и др.] ; под ред. Н. П. Сорокина. -СПб.: Лань, 2009,. -392 с.:а-рис.

2. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/ В. О. Гордон , М. А. Семенцов-Огиевский ; под ред. В. О. Гордона . -26-е изд., стер.. -М.: Высш. шк., 2004. -272 с.

3. Гордон В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии : Учеб.пособие для втузов: Рек Мин.обр.РФ/ В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Т.Е. Солнцева; Под ред. Ю.Б. Иванова. -8-е изд., стер.. -М.: Высш. шк., 2002.

4. Чекмарев, А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебник/А.А.Чекмарев. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2012. - 412с.

Учебное издание

Людмила Альбертовна Ковалева
доцент кафедры дизайна ФГБОУ ВПО «АмГУ»,
Евгения Андреевна Гаврилюк
доцент кафедры дизайна ФГБОУ ВПО «АмГУ»,

Инженерная графика. Часть 1.

Учебное пособие.

Издательство АмГУ. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,2 Заказ 649