

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВПО «АмГУ»)

Кафедра высшей математики и информатики

Учебно-методический комплекс дисциплины

«Математика и статистика»

Основной образовательной программы по направлению подготовки

031600.62 – Реклама и связи с общественностью

Благовещенск 2012

УМКД разработан доцентом кафедры ОМиИ Торопчиной Г.Н.

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры общей математики и информатики

Протокол заседания кафедры от «25» января 2012г. № 5

Заведующий кафедрой _____ / Г. В. Литовка /

Утвержден

Протокол заседания УМСС по направлению подготовки «Реклама и связи с

общественностью» от « » _____ 2012г. № _____

Председатель УМСС _____ / _____

Рабочая программа по дисциплине «Математика и статистика»
Для направления подготовки 031600.62 – Реклама и связи с общественностью
Квалификация (степень) выпускника – «Бакалавр»
Курс I Семестр I – 2
Лекции 36 (час) Экзамен нет
Практические (семинарские) занятия 72 (час.) Зачет I, 2 сем.
Самостоятельная работа 108 (час.)
Общая трудоемкость дисциплины 216 (час.) (6 зач. ед.)

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Математика и статистика» являются формирование *математической культуры будущего специалиста, основ мировоззренческих знаний*, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, обучение основным математическим понятиям и методам математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимых для анализа и моделирования процессов и явлений при поиске оптимальных решений практических задач, методам обработки и анализа результатов численных и натуральных экспериментов.

Преподавание дисциплины состоит в том, чтобы на примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики и её роль как способ познания мира, общности её понятий и представлений в решении возникающих проблем.

Задачи дисциплины:

1. Раскрыть роль и значение математических методов исследования при решении практических задач;
2. Ознакомить с основными понятиями и методами классической и современной математики;
3. Научить студентов применять методы математического анализа для построения математических моделей реальных процессов и явлений;
4. Раскрыть роль и значение вероятностно-статистических методов исследования при решении практических задач.
5. Развить навыки самостоятельной и исследовательской работы.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Математика и статистика» относится к учебным дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла основной образовательной программы (далее - ООП) направления подготовки 031600 РЕКЛАМА и связи с общественностью, квалификация (степень) – бакалавр.

Для успешного освоения данной дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по дисциплине «Математика».

Приобретенные в результате изучения дисциплины знания, умения и навыки используются во всех без исключения естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках ООП.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

основные понятия, методы и приемы математического анализа, теории вероятности и математической статистики;

Уметь:

использовать в профессиональной деятельности математические методы;

Владеть:

методами математического анализа, навыками составления статистических отчетов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) «Математика и статистика»

Выпускник должен обладать следующими *общекультурными* компетенциями:

1. Способностью и готовностью в условиях развития современной науки и техники, изменяющейся социальной практики приобретать новые знания, используя современные информационные технологии (ОК-1);
2. Готовностью к самостоятельной работе, принятию ответственных решений в рамках своей профессиональной компетенции (ОК-4);
3. Способностью и готовностью организовать самостоятельную и коллективную научно-исследовательскую работу (ОК-5);
4. Способностью и готовностью соблюдать права и обязанности гражданина, этические правовые нормы в обществе и коллективе (ОК-8).

Выпускник должен обладать следующими *профессиональными* компетенциями:

5. Владением целостным представлением о процессах и явлениях, происходящих в природе, о фундаментальных законах, управляющих ими, о возможностях современных методов познания природы (ПК-1);
6. Способностью применять знания на практике, в том числе составлять математические модели объектов профессиональной деятельности (ПК-4);
7. Готовностью применять аналитические и численные методы решения поставленных задач, способностью использовать языки и системы программирования для решения исследовательских и производственных задач (ПК-5);
8. Способностью к организации и проведению экономического анализа и подготовки исходных данных для выбора и обоснования научно-технических и организационных решений на базе глубоких математических, социально-экономических знаний (ПК-9).

4. Структура и содержание дисциплины «Математика и статистика»

4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Количество часов, отводимое на изучение курса «Математика и статистика» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом и учебными планами, приведено в следующей таблице.

Специальность	Реклама и связи с общественностью
Вид учебной работы	Количество часов
	Очная форма обучения
№№ семестров	1, 2
Аудиторные занятия:	108
лекции	36
практические и семинарские занятия	72
Самостоятельная работа	108
Всего часов на дисциплину	216
Текущий контроль (количество, №№ семестров)	1, 2 сем.
Виды итогового контроля (экзамен, зачет) - №№ семестров	1, 2 сем. зачет

4.2 Содержание и структура дисциплины

Названия разделов и тем	Семестр	Всего часов по учебному плану	Виды учебных занятий		
			Аудиторные занятия, из них:		Самая работа
			лекции и	практ. занятия, семинары	
Раздел 1. Дифференциальное исчисление Введение. Основные понятия и определения	1	8	2	2	4
1. Предел и непрерывность функции	1	16	2	6	8
2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	20	2	8	10
3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	1	12	2	4	6
Раздел 2. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Ряды					
4. Интегралы	1	24	4	8	12
5. Дифференциальные уравнения	1	20	4	6	10
6. Ряды	1	8	2	2	4
Раздел 3. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии					
7. Векторная алгебра	2	4		2	2
8. Элементы аналитической геометрии		4		2	2
9. Матрицы и определители	2	16	4	4	8
10. Системы линейных уравнений (СЛУ)	2	8		4	4
11. Системы линейных неравенств	2				
Раздел 4. Теория вероятностей с элементами математической статистики					
12. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события	2	24	4	8	12
13. Случайные величины и их числовые характеристики	2	12	2	4	6
14. Основные распределения случайных величин	2	8	2	2	4
17. Закон больших чисел и предельные теоремы	2	8	2	2	4
16. Задачи математической статистики	2	16	2	6	8
17. Проверка статистических гипотез	2		2	2	4
Итого:		216	36	72	108

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

РАЗДЕЛ 1. Дифференциальное исчисление

Тема 1. Предел и непрерывность функции

Множества действительных и комплексных чисел. Понятие функции. Способы задания функций. Элементарные функции. Простейшие неэлементарные функции.

Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Два замечательных предела.

Приращение функции. Непрерывные функции. Свойства непрерывных функций.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Определение производной. Дифференцируемость и непрерывность функций. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Свойства производной. Правила дифференцирования (включая производные сложной и обратной функции). Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Дифференциал функции, его связь с производной. Геометрический смысл дифференциала и его использование в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков.

Исследование функций с помощью дифференциального исчисления. Условия возрастания и убывания функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба и их нахождение. Асимптоты. Общая схема исследования функции.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Полное и частное приращение функций. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал функции. Геометрический смысл дифференцируемости функций двух переменных.

Производная по направлению. Градиент и его свойства. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие для случая двух независимых переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

РАЗДЕЛ 2. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Ряды

Тема 4. Интегралы

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.

Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения. Приближенные методы вычисления определенного интеграла: формулы прямоугольников, трапеций Симпсона. Несобственные интегралы. Понятие о кратных интегралах.

Тема 5. Дифференциальные уравнения

Понятие о дифференциальном уравнении. Примеры задач, приводящие к дифференциальным уравнениям. Порядок дифференциального уравнения. Семейство решений. Теорема существования и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Геометрическое истолкование решения. Общее и частное решение дифференциального уравнения.

Уравнения с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Возможные случаи понижения порядка дифференциального уравнения (на

примере уравнений второго порядка), когда в его записи отсутствуют независимая переменная или искомая функция.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частных решений при специальном виде правой части.

Тема 6. Ряды

Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Свойства рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Теорема сравнения. Признаки сходимости Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена или Тейлора. Использование рядов для приближенных вычислений.

РАЗДЕЛ 3. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

Тема 7. Векторная алгебра

N -мерное арифметическое пространство — R^n . Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 . Векторы. Длина вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Линейно зависимые и линейно не зависимые системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости векторов. Базис и ранг системы векторов. Ортогональный и ортонормированный базисы. Представление вектора в координатной форме. Действия с векторами, заданными в координатной форме. Угол между векторами. Разложение вектора по произвольному базису.

Тема 8. Элементы аналитической геометрии

Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Понятие о кривых второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Прямая и плоскость в пространстве R^3 . Расстояние от точки до плоскости. Векторное, параметрическое, каноническое уравнения прямой в R^3 .

Тема 9. Матрицы и определители

Понятие определителя n -го порядка. Миноры, алгебраические дополнения. Способы вычисления и свойства определителей. Матрицы и действия над ними. Транспонированная матрица. Обратная матрица и способы ее нахождения. Ранг матрицы.

Тема 10. Системы линейных уравнений (СЛУ)

Линейные уравнения с n неизвестными. Условия совместности и определенности СЛУ. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Однородные системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Допустимое, базисное, опорное решение системы линейных уравнений.

Тема 11. Системы линейных неравенств

Системы линейных неравенств с n неизвестными, их геометрический смысл. Геометрический метод решения системы линейных неравенств с двумя переменными. Выпуклые множества. Основная задача линейного программирования.

РАЗДЕЛ 4. Теория вероятностей

Тема 12. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события

Предмет и задачи теории вероятностей. Статистические закономерности, области применения теории вероятностей в экономике и коммерции.

Опыт, событие. Относительная частота, ее устойчивость. Построение математической модели случайного опыта: пространство элементарных событий. Алгебра событий. Поле событий. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Примеры вероятностных моделей. Классическая вероятность. Элементы комбинаторики. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Бейеса.

Тема 13. Случайные величины и их числовые характеристики

Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение) и их свойства.

Тема 14. Основные распределения случайных величин

Схема Бернулли. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона, гипергеометрическое. Основные характеристики распределений.

Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Основные характеристики распределений.

Тема 15. Функция случайной величины

Понятия функции случайной величины. Функция распределения и плотность вероятностей функции случайной величины. Числовые характеристики случайной величины.

Тема 16. Случайные векторы

Понятие случайного вектора (системы случайных величин) на примере двух случайных величин. Функция распределения случайного вектора, частные функции распределения. Независимые случайные величины. Числовые характеристики системы случайных величин; ковариация, коэффициент корреляции двух случайных величин.

Тема 17. Закон больших чисел и предельные теоремы

Последовательность случайных величин, сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема и её приложения.

Тема 18 Элементы математической статистики

Генеральная и выборочная совокупности. Числовые характеристики выборки. Точечное оценивание параметров распределения. Выборочная средняя как оценка генеральной средней. Интервальное оценивание параметров распределения. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Интервальное оценивание генеральной средней. Проверка гипотез.

6. Календарный план занятий
1 семестр

№	Лекции	Практические занятия	Контроль знаний
1	Вводные понятия математического анализа.	Входной контроль	К.Р.
2		Преобразование графиков функций	Выдача РГР № 1
3	Понятия предела и непрерывности функции	Вычисление пределов	
4		Непрерывность функций (тренинг)	К.Р.
5	Диф. исчисление функции одной переменной	Дифференцирование функций	Сдача РГР № 1
6		Дифференцирование функций	К.Р.
7	Диф. исчисление функции нескольких переменных	Приложения производных функции одной переменной	
8		Приложения производных функции одной переменной (тренинг)	Выдача РГР № 2
9	Неопределенный интеграл	Нахождение частных производных	
10		Экстремум функций нескольких переменных	К.Р..
11	Определенные и несобственные интегралы	Неопределенное интегрирование	Сдача РГР № 2
12		Неопределенное Интегрирование (тренинг)	Выдача РГР № 3
13	Дифференциальные уравнения первого порядка	Определенное интегрирование	К.Р.
14		Приложения интегралов	
15	Дифференциальные уравнения высших порядков	Решение дифференциальных уравнений	Сдача РГР № 3
16		Решение дифференциальных уравнений	К.Р.
17	Понятие о рядах и их сходимости	Приложения дифференциальных уравнений (тренинг)	
18		Итоговое занятие	

2 семестр

№	Лекции	Практические занятия	Контроль знаний
1	Матрицы.	Элементы векторной алгебры	Выдача РГР № 1
2		Элементы аналитической геометрии	
3	Определители	Матрицы	
4		Определители (экспресс-тестирование)	
5	Случайные события	Системы линейных уравнений (тренинг)	
6		Системы линейных уравнений (круглый стол)	К.Р. № 1
7	Вероятность случайного события	Классическая вероятность	Сдача РГР № 1
8		Теоремы сложения и умножения (круглый стол)	Выдача РГР № 2
9	Случайные величины	Формулы полной вероятности и Байесса	
10		Схема Бенулли. Предельные теоремы	
11	Основные распределения случайных величин	Законы распределения случайных величин (тренинг)	
12		Числовые характеристики случайных величин	
13	Закон больших чисел	Основные распределения случайных величин	
14		Закон больших чисел (тренинг)	Сдача РГР № 2 Выдача РГР № 3
15	Задачи математической статистики	Обработка результатов наблюдений	К.Р. № 2
16		Обработка результатов наблюдений	
17	Проверка статистических гипотез	Метод наименьших квадратов (тренинг)	
18		Проверка статистических гипотез	Сдача РГР № 3

7. Учебно - методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст]: учеб. пособие: рек. УМО / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2005, 2006, 2008, 2009, 2010. - 464 с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие: рек. Мин.обр. РФ / В.Е.Гмурман.— 9-е-11-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2003 – 2005. – 480 с.

3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие: рек. Мин.обр. РФ / В.Е.Гмурман.— 12-е изд., перераб. - М.: Юрайт: Высшее образование, 2009. – 480 с.
4. Курс высшей математики [Текст]: учеб. рек. НМС Мин. обр.РФ/ В.С. Шипачев. – 3-е,4-е изд. Испр.– М.:ОНИКС, 2007, 2009. –600 с.

Дополнительная литература:

1. Высшая математика для экономистов [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Банки и биржи: ЮНИТИ, 2003,2004,
2. Высшая математика для экономистов [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера.-3-е изд. - М.:ЮНИТИ- ДАНА, 2007. - 479 с.
3. Высшая математика для экономистов [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера.-3-е изд. - М.:ЮНИТИ, 2008. - 480с.
4. 4.Высшая математика для экономистов [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера.-3-е изд. - М.:ЮНИТИ- ДАНА, 2009. - 479 с.
5. 5. Задачник по высшей математике [Текст]: учебное пособие: доп. Мин. Обр. РФ/ В.С. Шипачев. –9-е изд., стер. – М. Выш. шк., 2009.- 304с.
6. Математика для технических вузов [Текст]: специальные курсы: учебное пособие/ А. Д. Мышкис –3 –е изд, стер. – СПб. Лань., 2009. – 633с.
7. Высшая математика в упражнениях и задачах. [Текст]: учебное пособ: В2ч/П.Е. Данко [и др.]. -7-е изд испр. –М.; Оникс: Мир и Образование, 2008.ч. 1–2008.–368с.
8. Кремер, Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебн-справ. пособие: рек. УМО/ Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера. –М.: Высшее образование, 2009.– 646с.
9. Высшая математика для экономических специальностей: учеб. и практикум: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера. -3-е изд., перераб и доп. –М.:Юрайт: Высшее образование, 2010.-910с.
10. Высшая математика для экономических специальностей: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Высшее образование,-2005- (Основы наук) Ч.2: Учебник и практикум. -2005. - 408с.

8. Краткое изложение программного материала

В данном разделе излагается содержание лекций, к каждому лекционному занятию приводятся ключевые вопросы и ссылки на литературу.

1 семестр

Модуль 1. Введение в математический анализ

Комплексная цель: дать основные понятия о числах, множествах, функциях. Овладеть техникой вычисления пределов функций и исследованием функций на непрерывность.

Лекция 1. Введение в математический анализ. Понятие функций одной переменной.

План лекции.

1. Элементы теории множеств.
 - 1.1 Основные понятия теории множеств – множество, элементы и принадлежность;
 - 1.2 Способы задания множеств;
 - 1.3 Операции над множествами;
2. Функциональная зависимость.
 - 2.1 Способы задания функций;
 - 2.2 Основные свойства функций;
 - 2.3 Обратная функция;
 - 2.4 Сложная функция.

Ключевые вопросы: понятие функции.

Литература: [1, гл. 1, гл.3, § 1, §8].

Лекция 2. Понятия предела и непрерывности функций.

План лекции.

1. Предел функции.
 - 1.1 Предел числовой последовательности;
 - 1.2 Определение предела функции;
 - 1.3 Основные теоремы о пределах;
 - 1.4 Способы вычисления пределов функций;
 - 1.5 Замечательные пределы.
2. Понятие непрерывности функций. Основные свойства непрерывных функций.
 - 2.1 Понятие непрерывности функции;
 - 2.2 Непрерывность некоторых элементарных функций;
 - 2.3 Точки разрыва функции;
 - 2.4 Основные свойства непрерывных функций.

Ключевые (базисные) вопросы: 1. Множество. 2. Функция. 3. Предел. 4.

Непрерывность.

Основные задачи. 1. Простейшее исследование функций. 2. Вычисление пределов. 3. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. 4. Исследование непрерывности функций.

Знания, которыми должен владеть студент:

1. Множество. Элементы теории доказательств.
2. Функция.
 - 2.1. Числовая последовательность.
 - 2.2. Классификация функций.
 - 2.3. Сложная функция.
 - 2.4. Обратная функция.
 - 2.6. Элементарные функции.
3. Предел.
 - 3.1. Предел числовой последовательности.
 - 3.2. Различные определения предела функции.
 - 3.3. Бесконечно малые (б.м.) и бесконечно большие (б.б.) функции.
 - 3.4. Эквивалентные функции в окрестности предельной точки.
 - 3.5. Таблица эквивалентных б.м.
4. Непрерывность.
 - 4.1. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
 - 4.2. Свойства непрерывных функций.
 - 4.3. Точки разрыва функции и их классификация.

Литература: [1, гл. 2, гл.3, § 2 – 9].

Модуль 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Комплексная цель: научиться основным приемам дифференцирования, изучить возможности применения теории пределов и дифференцирования к исследованию функций.

Лекция 3. Производная функции одной переменной.

План лекции.

1. Производная функции одной переменной.
 - 1.1 Определение производной;
 - 1.2 Дифференцируемость и непрерывность функций;
 - 1.3 Геометрический, физический и экономический смысл производной;
 - 1.4 Правила и формулы дифференцирования.
2. Дифференциал функции.
 - 2.1 Понятие дифференциала функции и его связь с производной;

2.2 Геометрический смысл дифференциала и его использование в приближенных вычислениях.

3. Производные и дифференциалы высших порядков.

4. Правило Лопиталя.

5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.

Ключевые (базисные) вопросы: Производная. 2. Дифференциал. 3. Возрастание и убывание функции. 4. Локальный экстремум функции. 5. Точки перегиба графика. 6. Асимптоты графика.

Основные задачи. 1. Отыскание производной 1-го и высших порядков функций, заданных явно, неявно, параметрически. 2. Отыскание дифференциала 1-го и высших порядков явно заданных функций. 3. Исследование функций и построение графиков. 5. Получение приближённых формул для функций. 6. Вычисление пределов.

Знания, которыми должен владеть студент:

1. Определение производной; физический, геометрический и экономический смысл.

2. Таблица производных основных элементарных функций и общих правил их отыскания.

3. Правила и формулы для производных функций, заданных неявно и параметрически.

4. Определение дифференциала; связь с приращением функции и производной.

Понятие дифференцируемой функции.

5. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.

6. Таблица дифференциалов.

7. Геометрический смысл дифференциала.

8. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям.

9. Определения производных и дифференциалов высших порядков; связь между ними.

10. Формула Лагранжа. Различные ее модификации.

11. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.

12. Формула Тейлора.

13. Определение возрастания, убывания функции на интервале.

14. Определение экстремумов функции.

15. Правило отыскания экстремумов функций.

16. Правило отыскания наибольших и наименьших значений функции на замкнутом промежутке.

17. Определение направления выпуклости, точек перегиба графика функции.

18. Правило отыскания точек перегиба графика функции.

19. Определения и правило отыскания вертикальных, горизонтальных, наклонных асимптот графика функции.

20. Схема построения графика функции.

Литература: [1, гл. 4, гл.5].

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Комплексная цель: освоить технику исследования функций многих переменных на экстремумы (нелинейные задачи оптимизации).

Лекция 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

План лекции.

1. Понятие функции нескольких переменных;

2. Частные производные функции нескольких переменных;

3. Дифференциал функции двух переменных;

4. Производная по направлению;

5. Градиент и его свойства;

6. Экстремум функции нескольких переменных.

Ключевые (базисные) вопросы: 1. Функция многих переменных как функция точки. 2. Предел, непрерывность функции многих переменных. 3. Частная производная. 4. Полный дифференциал. 5. Экстремум. 6. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве.

Основные задачи. 1. Отыскание области определения функции нескольких переменных. 2. Отыскание частных производных и полных дифференциалов первого и высших порядков явно заданных функций. 3. Отыскание производных и дифференциалов сложных и неявных функций. 4. Отыскание экстремумов, наибольших и наименьших значений функций.

Знания, которыми должен владеть студент:

1. Функция нескольких переменных.
2. Предел функции нескольких переменных.
3. Непрерывность функции нескольких переменных.
4. Производная функции нескольких переменных.
 - 4.1. Частное приращение и частная производная функции.
 - 4.2. Частные производные высших порядков.
 - 4.3. Производные сложных функций (выборочно).
 - 4.4. Производные неявных функций (выборочно).
 - 4.5. Геометрический смысл частных производных функции двух аргументов.
5. Дифференциал функции нескольких переменных.
 - 5.1. Полное приращение и полный дифференциал функции; его выражение через частные производные. Дифференцируемая функция.
 - 5.2. Полные дифференциалы высших порядков.
6. Экстремум функции.
 - 6.1. Максимум, минимум, локальный экстремум функции.
 - 6.2. Необходимое условие экстремума.
 - 6.3. Достаточные условия экстремума.
 - 6.4. Условный экстремум.
7. Наибольшее и наименьшее значения функции. Правило отыскания наибольшего и наименьшего значений функции в ограниченной замкнутой области.

Литература: [1, гл. 8].

Модуль 4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Комплексная цель: освоить основы теории интегрирования.

Лекция 5. Неопределенный интеграл.

План лекции.

1. Понятие первообразной функции;
2. Неопределенный интеграл и его свойства;
3. Таблица интегралов;
4. Замена переменной в неопределенном интеграле;
5. Интегрирование по частям.

Литература: [1, гл. 6].

Лекция 6. Определенные и несобственные интегралы.

План лекции.

1. Определенный интеграл как предел интегральных сумм;
2. Свойства определенного интеграла;
3. Формула Ньютона–Лейбница;

4. Методы определенного интегрирования;
5. Геометрические приложения определенного интеграла;
6. Несобственные интегралы.

Ключевые (базисные) вопросы: 1. Первообразная. 2. Неопределенный интеграл. 3. Интегральная сумма по отрезку. 4. Несобственные интегралы.

Основная задача. 1. Нахождение неопределённого интеграла. 2. Вычисление определённых интегралов. 3. Исследование сходимости и вычисление несобственных интегралов. 4. Вычисление аддитивных величин геометрического характера (площадь, объём, длина дуги).

Знания и умения, которыми должен владеть студент:

1. Первообразная.
2. Неопределённый интеграл, свойства.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Интегрирование функций методом замены переменных.
5. Интегрирование по частям. Некоторые классы функций, интегрируемых по частям.
6. Интегрирование простейших элементарных дробей.
7. Интегрирование рациональных дробей.
8. Интегрирование функций $R(\sin x, \cos x)$.
9. Задача о нахождении площади криволинейной трапеции.
10. Свойства определённого интеграла. Теорема о среднем.
11. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность, дифференцируемость.
12. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой.
13. Несобственные интегралы 1-го и 2-го родов. Сходимость интеграла. Распространение на эти интегралы формулы Ньютона-Лейбница, методов интегрирования подстановкой и по частям.

Литература: [1, гл. 7].

Модуль 5. Элементы теории дифференциальных уравнений.

Комплексная цель: освоить основы теории дифференциальных уравнений и теории рядов.

Лекция 7 Дифференциальные уравнения первого порядка.

План лекции.

1. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям;
2. Понятие о дифференциальном уравнении. Порядок дифференциального уравнения.
3. Решения дифференциального уравнения. Семейство решений. Теорема существования и единственности решения (без доказательства). Задача Коши. Геометрическое истолкование решения. Общее и частное решение дифференциального уравнения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Линейные уравнения первого порядка.

Ключевые вопросы: общее и частное решения дифференциального уравнения.

Решение уравнений с разделяющимися переменными.

Литература: [1, гл. 9].

Лекция 8. Дифференциальные уравнения высших порядков.

План лекции.

1. Возможные случаи понижения порядка дифференциального уравнения (на примере уравнений второго порядка).

2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частных решений при специальном виде правой части.

Ключевые (базисные) вопросы: 1. Обыкновенное дифференциальное уравнение. 2. Задача Коши. Частное, общее решения уравнения.

Основные задачи: 1. Нахождение общего решения дифференциального уравнения. 2. Нахождение частного решения дифференциального уравнения по заданным начальным условиям. 3. Построение дифференциального уравнения по условиям задачи.

Знания, которыми должен владеть студент:

1. Дифференциальное уравнение.

1.1. Обыкновенное дифференциальное уравнение, его запись, порядок, решение, интегральная кривая.

1.2. Начальные условия. Задача Коши.

1.3. Теорема существования и единственности решения уравнения 1-го порядка.

1.4. Частное, общее, особое решения (интегралы).

1.5. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения n -го порядка.

1.6. Частное, общее, особое решения уравнения n -го порядка.

1.7. Линейное дифференциальное уравнение, однородное, неоднородное.

Литература: [1, гл. 10].

Лекция 9. Понятие о рядах и их сходимости.

План лекции.

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Свойства рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Теорема сравнения. Признаки сходимости Даламбера, Коши. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

2. Степенные ряды. Радиус, интервал и область сходимости. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена или Тейлора. Использование рядов для приближенных вычислений.

Ключевые (базисные) вопросы: 1. Числовой ряд. 2. Сумма ряда. 3. Сходимость ряда. 4. Абсолютная и условная сходимости. 5. Функциональный ряд. 6. Область сходимости функционального ряда. 7. Степенной ряд.

Основные задачи. 1. Установление сходимости знакопостоянного числового ряда. 2. Установление условной или абсолютной сходимости числовых рядов с членами разных знаков. 3. Нахождение радиуса и промежутка сходимости степенного ряда. 4. Использование рядов в приближенных вычислениях.

Литература: [1, гл. 9].

2 СЕМЕСТР

Модуль 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Комплексная цель: дать основные понятия о геометрических линиях, освоить технику работы с матрицами, научиться применять полученные знания к решению систем линейных алгебраических уравнений и к изучению пространств.

Лекция 1. Матрицы.

План лекции.

1. Определение матрицы;

2. Частные виды матриц: строчная, столбцовая, квадратная, единичная, диагональная, транспонированная;

3. Операции над матрицами: умножение на число, сложение и умножение матриц;

4. Понятие о системе линейных уравнений с n неизвестными;
5. Совместность и определенность системы линейных уравнений;
6. Матричная и векторная записи системы линейных уравнений;
7. Матричные уравнения. Модель Леонтьева.

Ключевые вопросы: матрица, операции над матрицами.

Литература: [1, гл. 13].

Лекция 2. Определители.

План лекции.

1. Определители второго и третьего порядков;
2. Свойства определителей;
3. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя;
4. Разложение определителя по элементам строки и столбца;
5. Понятие определителя n -го порядка;
6. Обратная матрица;
7. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы;
8. Условие совместности общей линейной системы. Теорема Кронекера-Копелли.
9. Свободные и базисные неизвестные.
10. Однородные системы линейных уравнений.

Ключевые (базисные) вопросы. 1. Матрица. 2. Определитель. 3. Система линейных алгебраических уравнений.

Основные задачи. 1. Решение матричных уравнений. 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений. 3. Исследование систем линейных алгебраических уравнений.

Знания, которыми должен владеть студент:

1. Определители 2-го, 3-го, n -го порядков.
2. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
3. Обратная матрица.
4. Минор, ранг матрицы.
5. Определённые, неопределённые, совместные, несовместные линейные алгебраические системы уравнений.
6. Матричная запись линейных алгебраических систем уравнений.
7. Метод Гаусса решения линейных алгебраических систем уравнений.
8. Метод Кронекера-Капелли исследования и решения линейных алгебраических систем уравнений.

Литература: [1, гл. 14].

Модуль 2. Основы теории вероятностей

Комплексная цель: освоить основные понятия теории вероятностей, дать представление о законах распределения непрерывных и дискретных случайных величин.

Лекция 3. Случайные события.

План лекции.

1. Предмет и задачи теории вероятностей;
2. Статистические закономерности, области применения теории вероятностей в экономике и коммерции;
3. Опыт, событие. Относительная частота, ее устойчивость;
4. Построение математической модели случайного опыта: пространство элементарных событий;
5. Алгебра событий. Поле событий;
6. Классическая вероятность;
7. Элементы комбинаторики.

Ключевые вопросы: понятия испытания, события, пространства элементарных событий.

Литература: [1, гл. 17].

Лекция 4. Вероятность случайного события.

План лекции.

1. Геометрическая вероятность;
2. Аксиоматическое построение теории вероятностей;
3. Условная вероятность;
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей;
5. Независимость событий;
6. Формулы полной вероятности и Байеса.

Ключевые вопросы: аксиоматическое построение теории вероятностей.

Литература: [1, гл. 17].

Лекция 5. Случайные величины.

План лекции.

1. Определение случайной величины. Примеры случайных величин;
2. Дискретные и непрерывные случайные величины;
3. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины;
4. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины;
5. Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение) и их свойства;
6. Понятия функции случайной величины. Функция распределения и плотность вероятностей функции случайной величины. Числовые характеристики случайной величины.

Ключевые вопросы: понятия случайной величины и закона их распределения.

Литература: [1, гл. 18].

Лекция 6. Основные распределения случайных величин.

План лекции.

1. Схема Бернулли;
2. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона, гипергеометрическое. Основные характеристики распределений.
3. Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Основные характеристики распределений.

Ключевые вопросы: нормальный закон распределения и его значение.

Литература: [1, гл. 18].

Лекция 7. Закон больших чисел.

План лекции.

1. Последовательность случайных величин, сходимость по вероятности;
2. Закон больших чисел;
3. Неравенство Чебышева;
4. Теорема Чебышева;
5. Теорема Бернулли;
6. Центральная предельная теорема и её приложения.

Ключевые вопросы: теорема Чебышева и её практическое значение.

Ключевые (базисные) вопросы раздела: 1. Событие. 2. Вероятность. 3. Случайная величина. 4. Числовые характеристики случайной величины.

Основные задачи. 1. Выражение одних событий через другие. 2. Нахождение вероятностей одних событий по вероятностям других. 3. Нахождение и преобразование законов распределения случайных величин. 4. Нахождение числовых характеристик случайной величины на основе её закона распределения. 5. Нахождение вероятности попадания случайной величины в заданное множество на основе её закона распределения.

Знания, которыми должен владеть студент

1. Классификация событий.
2. Сумма, произведение событий, их свойства; графическое представление.
3. Различные определения вероятности.
4. Зависимые и независимые, совместные и несовместные события.
5. Формулы сложения и умножения вероятностей событий.
6. Условная вероятность.
7. Схема Бернулли проведения испытаний. Биномиальная вероятность.
8. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения.
9. Закон распределения дискретной случайной величины. Полигон.
10. Дифференциальный и интегральный законы распределения непрерывной случайной величины. Связь между плотностью вероятности и функцией распределения.
11. Формулы для вероятности попадания случайной величины на отрезок на основе плотности вероятности или функции распределения.
12. Свойства плотности вероятности и функции распределения.
13. Законы распределения: биномиальный, Пуассона, равномерный, показательный, нормальный.
14. Функция Лапласа; её производная; график.
15. Числовые характеристики случайной величины: положения (математическое ожидание, медиана, мода, моменты, квантили), рассеяния (дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
16. Двумерная случайная величина дискретного типа; закон её распределения. Формулы согласованности (маргинальные законы распределения).
17. Двумерная случайная величина непрерывного типа; закон её распределения. Плотность вероятности и функция распределения. Связь между ними.
18. Зависимость и независимость двух случайных величин.
19. Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции двух случайных величин; его свойства.
20. Начальные и центральные моменты одномерной и двумерной случайных величин.
21. Понятие об n -мерной случайной величине.
22. Центральная предельная теорема для случая одинаково распределенных слагаемых.
23. Закон больших чисел.

Литература: Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §6.1 - §6.5.

Модуль 3. Элементы математической статистики

Комплексная цель: дать представление об основных задачах математической статистики.
 Ключевые (базисные) вопросы: 1. Оценка параметра . 2. Статистическая гипотеза. 3. Критерий проверки гипотезы. 4. Корреляционная зависимость.
 Основные задачи: 1. Нахождение оценок параметров распределения генеральной совокупности. 2. Проверка статистических гипотез. 3. Нахождение выборочного уравнения регрессии.

Лекция 8. Задачи математической статистики.

План лекции.

1. Генеральная и выборочная совокупности;
2. Числовые характеристики выборки;
3. Точечное оценивание параметров распределения;
4. Выборочная средняя как оценка генеральной средней;
5. Интервальное оценивание параметров распределения;
6. Доверительный интервал и доверительная вероятность;

7. Интервальное оценивание генеральной средней.

Ключевые вопросы: оценки параметров генеральной совокупности.

Литература: Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §9.1 - §9.7.

Лекция 9. Проверка статистических гипотез.

План лекции.

1. Понятие статистической гипотезы;
2. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы;
3. Проверка гипотезы о равенстве средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны (большие независимые выборки);
4. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей;
5. Проверка гипотезы о законе распределения. χ^2 – критерий Пирсона. Критерий Колмогорова;
6. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости;
7. Определение формы связи. Понятие регрессии;
8. Линейная парная регрессия;
9. Выборочный коэффициент корреляции;
10. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

Ключевые (базисные) вопросы: понятия статистической гипотезы и ее проверки, понятие корреляционной зависимости.

Литература: Базовый учебник: Кремер Н.Ш.: §10.1 - §10.8; §12.1 - §12.8.

9. Методические рекомендации по изучению дисциплины

Учебным планом по дисциплине «Математика и статистика» для студентов предусмотрено участие в лекциях, практических занятиях, выполнение типовых расчетов и аудиторных контрольных работ. Завершающим этапом изучения дисциплины является сдача зачётов.

Лекции и практические занятия

Основной составной частью учебного процесса в преподавании студентам очной формы обучения являются лекции и практические занятия. В ФГБОУ ВПО «АмГУ» посещение занятий является обязательным.

Все лекции студентам необходимо конспектировать. В конспект рекомендуется выписывать определения, формулировки и доказательства теорем, формулы и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем, а также вопросы, вынесенные преподавателем на самостоятельное изучение. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при работе с конспектом они выделялись и лучше запоминались. Полезно составить краткий справочник, содержащий важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы дисциплины. К каждой лекции следует разобрать материал предыдущей лекции.

На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и ознакомиться с материалом к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины

Чтение учебника и конспекта лекций

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только в том случае, когда хорошо усвоен предыдущий вопрос. При этом необходимо воспроизводить на бумаге все вычисления, как имеющиеся, так и пропущенные в силу их простоты.

Особое внимание следует обращать на определение основных понятий дисциплины. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют понятия, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Это является одним из важных условий усвоения дисциплины.

Курс математики и статистики содержит большое количество теорем. Нужно помнить, что каждая теорема состоит из условий и утверждений. Все условия должны быть обязательно использованы в доказательстве. При формулировке теоремы необходимо четко выделять все условия и четко представлять, в каком месте доказательства теоремы каждое из условий используется. Студент должен уметь привести пример математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в формулировке теоремы. Доказательства теорем нужно выполнять более подробно, чем это сделано в учебнике, с кратким пояснением.

Решение задач

В процессе изучения дисциплины «Математика и статистика» студенты, как правило, сталкиваются с рядом трудностей. Первая трудность связана с тем, что получаемые практические результаты выражаются в форме неоднозначно определенных утверждений (сопровождаемых обычно словами «вероятно», «с данной степенью достоверности»). Вторая трудность связана с необходимостью «перевода» абстрактных теоретико-вероятностных понятий и положений на конкретный язык исследуемой реальной ситуации. В свою очередь, при решении конкретных задач важно «перевести» содержательное толкование задачи на абстрактный язык теоретико-вероятностной модели. Следующая сложность состоит в том, что в теории вероятностей преобладают абстрактно-логические рассуждения в сравнении с аналитическим аппаратом (формулами и алгебраическими выводами), который преобладал в других разделах математики.

Чтобы справиться с этими трудностями, нужно решить достаточно много задач, что даст возможность глубже понять теоретико-вероятностные построения, научиться применять их при анализе конкретной ситуации. В этой связи типовые задачи, рассмотренные в рекомендуемых учебных пособиях, следует разобрать внимательно, обращая при необходимости к соответствующим указаниям, подробным решениям или ответам. Задачи должны быть использованы в процессе работы над курсом и при подготовке к зачету. При этом непременным условием является глубокое усвоение соответствующего материала по конспекту лекций или учебнику.

При решении задач следует обращать внимание не только на формальное выполнение расчетов и использование соответствующих формул, но и на логический анализ содержания задачи, объяснение выполняемых операций, использование условных обозначений, четкую формулировку как промежуточных, так и окончательных результатов решения, используемых понятий и определений. Во многих задачах полезно продумать иные возможные подходы к их решению или решение при некоторых видоизменениях условий задачи.

Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Например, если решалась задача с конкретным физическим или геометрическим смыслом, то необходимо проверить размерность полученного решения. При нахождении законов распределения случайных величин или их числовых характеристик необходимо убедиться в том, что полученный результат не противоречит основным свойствам искомой в задаче величины. Например, о допущенной в процессе решения ошибке будет свидетельствовать отрицательное значение плотности распределения или дисперсии случайной величины; значение коэффициента корреляции системы случайных величин, превосходящее единицу и т.д.

Решение задач определенного типа следует продолжать до приобретения твердых навыков.

Самопроверка

После изучения определённой темы и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя каждый раз по учебнику или конспекту лекций. Контрольные вопросы, приводимые по дисциплине, имеют цель помочь студенту в таком повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала.

Часто недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо повторить плохо изученный раздел, внимательно разобрав материал учебника, а также решить задачи.

Выполнение расчетных заданий

В процессе изучения дисциплины «Математика и статистика» студент должен выполнить типовые домашние расчеты по основным разделам дисциплины. Не следует приступать к решению очередного расчетного задания до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу типового расчета вызывается тем, что студент не выполнил это требование.

Расчетные задания должны выполняться самостоятельно. В противном случае студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к защите типового расчета, а в конечном итоге к контрольной работе и к зачету.

Зачет

Итоговая аттестация знаний студентов осуществляется во время зачета в конце семестра. На зачете, прежде всего, выясняется отчетливое усвоение теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. Определения, теоремы и правила должны формулироваться точно и подкрепляться достаточным количеством примеров. Решение задачи должно прodelываться без ошибок, необходимые рисунки следует выполнять аккуратно. Студент должен уметь объяснить выбор схемы решения задачи и все остальные этапы решения задачи.

10. Методические указания к практическим занятиям

Формы проведения практических занятий определяются преподавателем и могут включать в себя:

- устный и письменный опрос студентов преподавателем по теоретическим вопросам дисциплины (в том числе с элементами взаимоконтроля и самоконтроля);
- фронтальную и индивидуальную работу со студентами по изучению темы модуля;
- работу в малых группах;
- проведение контрольных работ в конце изучения темы или раздела;
- учебную дискуссию, в том числе слайдовую презентацию и обсуждение докладов;
- привлечение студентов к решению проблемных ситуаций;
- учебную игру (способствующей становлению субъектной позиции студентов в обучении);
- работу с дидактическими, методическими и мультимедийными средствами обучения.

На практических занятиях осуществляется текущий контроль успеваемости студентов: на каждом занятии (по соответствующим видам работы); на последнем занятии темы или раздела соответствующего модуля (проведение контрольных работ или тестирование).

1 семестр

Модуль 1. Комплексная цель: овладеть техникой вычисления пределов функции, научиться основным приемам дифференцирования

ПЗ-1 Входной контроль. Функции. Множества. Операции над множествами.

Тематика практического занятия: Элементы теории множеств. Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания.

Задача 1. Для каждого из следующих множеств выписать все его элементы:

- 1) $\{m \mid m \text{ - целое, } -5 < m < 5\}$;
- 2) $\{pg \mid p, g \text{ - простые числа, } p < 6, g < 10\}$;

Задача 2. Для каждого из следующих множеств выписать все его элементы:

- 1) $\{X \mid \{a, b\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}\}$;
- 2) $\{A \mid A \subset \{a, b, c, d\}, a \notin A, b \notin A\}$;
- 3) $\{A \mid A \subset \{a, b, c, d\}, \{a, b\} \not\subset A\}$;

Задача 3. Найти:

- 1) $[1, 3] \cap [2, 6]$;
- 2) $[1, 3] \cup [2, 6]$;
- 3) $[1, 3] \setminus [2, 6]$;
- 4) $[2, 6] \setminus [1, 3]$.

Задача 4. Изобразить на чертеже графики следующих функций. Какие из этих функций осуществляют взаимно однозначные отображения?

$$1) y = |x|; \quad 2) y = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0; \end{cases} \quad 3) y = \begin{cases} -\sqrt{-x}, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0; \end{cases} \quad 5) y=1.$$

Задача 5. Найти область определения функций:

$$1) y = \log_3 \sin x + \sqrt{4 - x^2}; \quad 2) y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}; \quad 3) y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt[3]{x+2};$$

Задача 4. Найти область значения функций:

$$1) y = \sin x + \cos x; \quad 2) y = \frac{6}{1+x^2};$$

Задача 5. Выяснить четность (нечетность) функций:

$$1) y = x^3 \sin x; \quad 2) y = x - x^3 + 5x^5;$$

ПЗ-2 Комплексные числа, действия с ними.

Тематика практического занятия: Понятие комплексного числа. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Корни из комплексных чисел.

1. Выполнить действия:

$$\begin{array}{ll} 1.1. (3+5i)+(2+i); & 1.2. (3+5i)-(2+i); \\ 1.3. (1+4i)-(-1-4i); & 1.4. 5(2-3i); \\ 1.5. (3+2i) \cdot (4-5i); & 1.6. (3-2i)^2; \\ 1.7. \frac{21-i}{1+2i}; & 1.8. \frac{1+i}{3-i}. \end{array}$$

2. Найти модуль и аргумент комплексного числа, записать каждое число в тригонометрической и показательной формах:

$$2.1. 1+i; \quad 2.2. -\sqrt{3}-i; \quad 2.3. -\sqrt{3}+i; \quad 2.4. 1+\sqrt{3}i;$$

2.5. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$; 2.6. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$; 2.7. $1 - \sqrt{3}i$; 2.8. -4 ;
2.9. $4i$; 2.10. $-2i$.

3. Представить в алгебраической форме следующие комплексные числа:

3.1. $3(\cos \pi + i \sin \pi)$; 3.2. $4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$;

3.3. $2(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$; 3.4. $3\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$.

4. Выполнить действия:

4.1. $3\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right) \cdot 4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$;

4.2. $\frac{1}{2}(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ) \cdot 8(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$;

4.3. $6(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ) : 3(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$;

4.4. $\sqrt{6}(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ) : \sqrt{3}(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$.

5. Решить уравнения:

5.1. $x^2 - 6x + 13 = 0$; 5.2. $x^3 + 8 = 0$; 5.3. $x^4 + 16 = 0$;

5.4. $4x^2 + 4x + 37 = 0$; 5.5. $x^3 - 27 = 0$; 5.6. $x^4 - 1 = 0$;

Знания и умения, которыми должен владеть студент

Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок

1. Комплексные числа; алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи; геометрическая интерпретация.

2. Сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение корня из комплексных чисел.

3. Формулы Эйлера для показательной и тригонометрических функций в области комплексных чисел.

4. Многочлены в области комплексных чисел.

5. Основная теорема алгебры.

6. Разложение многочлена на линейные множители.

7. Определение кратности корня многочлена.

8. Разложение рациональной дроби на целую часть и элементарные дроби.

Знания на уровне доказательств и выводов

1. Формула извлечения корня из комплексного числа.

2. Теорема Безу.

3. Разложение многочлена с вещественными коэффициентами на линейные и квадратичные множители с вещественными коэффициентами.

Умения в решении задач

Студент должен уметь:

1. Производить действия с комплексными числами.

2. Разлагать рациональные дроби на целую часть и элементарные дроби

ПЗ-3 Преобразование графиков функций.

Тематика практического занятия: Основные элементарные функции, их свойства и графики. Преобразование графиков функций. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций.

1. Построить графики функций:

$$\begin{array}{lll}
 1) y = \log_2(x+4); & 2) y = 3^{x-1}; & 3) y = \frac{3x-2}{x+1}; \\
 4) y = \sin 2x; & 4) y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right); & 5) y = 2\sin\frac{x}{2} + 1. \\
 6) y = |x^2 - 4|; & 7) y = \log_2|x-2|; &
 \end{array}$$

2. Построить графики функций: 1) $y = -2x^2 + 5x - 2$,

$$2) y = \frac{3}{x-1} - 2.$$

ПЗ-4 Вычисление пределов функций.

Тематика практического занятия: Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Первый и второй замечательные пределы.

Задача 1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4); \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4} \right); \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3 + \sqrt{2x^3}};$$

Задача 2. Раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{2x^2 + 3x + 4}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}; \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}.$$

ПЗ-5 Непрерывность функции.

Тематика практического занятия: Вертикальная, горизонтальная и наклонная асимптоты. Различные определения непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Задача 1. Исследовать на непрерывность функцию $y = 3^{1/(x+1)} + 1$ в точках $x_1 = 1$ и $x_2 = -1$.

Задача 2. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = (3x - 2)/(x + 2)$ в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = -2$.

Задача 3. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x+3}{x+2}$ на непрерывность в точках $x_1 = -2$ и $x_2 = -3$.

Задача 4. Дана функция $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x < 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < \pi/2, \\ 1 - x, & \text{если } x \geq \pi/2. \end{cases}$

Исследовать её на непрерывность. Сделать схематический чертёж.

Контрольная работа 1.

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Проводить простейшее исследование элементарных функций (область определения, множество значений, возрастание, убывание, нахождение обратной функции и т.п.).

2. Вычислять пределы на основе теорем о пределах и непрерывности функций.

3. Раскрывать неопределённости с помощью основных методов.

4. Исследовать непрерывность функций.

Завершается модуль контрольной работой (1 час, во время практ. занятий), сдачей РГР и тестом, содержащим вопросы теории и практические задачи.

Модуль 2. Комплексная цель: научиться основным приемам дифференцирования, изучить возможности применения теории пределов и дифференцирования к исследованию функций.

ПЗ-6 Дифференцирование функции одной переменной.

Тематика практического занятия: Правила нахождения производной. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков.

1. Исходя из определения производной, найдите производную функции:

1.1. $y = 2x + 3$. 1.2. $y = 1 - 5x$. 1.3. $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}$.

1.4. $y = (x + 1)^2$. 1.5. $y = \sqrt{x + 1}$. 1.6. $y = \frac{1}{x - 2}$.

2. Вычислить производные:

2.1. 1) $x^2 - 6x + 8$; 6) $\frac{1}{\sqrt{x}}$;

2) $1 + x + x^2 + x^3$; 7) $\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$;

3) $-1 - x^{-1} - x^{-2}$; 8) $x + \frac{1}{x}$;

4) $2x + 2\sqrt{x}$; 9) $2x - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$;

5) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2}$; 10) $-\frac{2}{5}\sqrt{x^5}$.

- 2.2. 1) $\sin x - \cos x$; 4) $x - \operatorname{arctg} x$;
 2) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$; 5) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$;
 3) $x - \operatorname{arcsin} x$; 6) $\cos x + \operatorname{arccos} x$.

3. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные функций:

- 3.1. $y = \cos(x^2 + 2x - 4)$. 3.2. $y = \sin(x^3 - 3x + 5)$.
 3.3. $y = \sin e^x$. 3.4. $y = \cos \ln x$.
 3.5. $y = e^{2x-3}$. 3.6. $y = e^{-x^2}$.
 3.7. $y = e^{\operatorname{tg} x}$. 3.8. $y = e^{\sin x}$.
 3.9. $y = \ln(1 + 2\sqrt{x})$. 3.10. $y = \ln(2x^2 + 4x - 1)$.

4. Найти производные 3-го порядка от функций:

- 4.1. $y = e^x \times \cos x$. 4.2. $y = x^2 \times e^x$.
 4.3. $y = \ln(2x + 5)$. 4.4. $y = x \ln x$.

5. Найти производные n-го порядка от функций:

- 5.1. $y = \frac{1}{x}$. 5.2. $y = e^{2x}$.
 5.3. $y = 5^x$. 5.4. $y = \ln(1+x)$.

ПЗ-7 Дифференциал функции.

Тематика практического занятия: Дифференциал функции и его применение.
 Контрольная работа 2.

1. Найти дифференциалы функций:

- 1.1. $y = x^3 - 3 \ln x$. 1.2. $y = \cos x \times e^x$.
 1.3. $y = \sin 3x$. 1.4. $y = \operatorname{tg} \ln x$.
 1.5. $y = x^2 \operatorname{arctg} x$. 1.6. $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$.
 1.7. $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$. 1.8. $y = \sin 2x + 2x\sqrt{x}$.

2. Найти приближенно приращение Δy :

- 1) функции $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, если $x = 4$, $\Delta x = 0,08$;
 2) функции $y = \sin x$, если $x = \frac{\pi}{3}$, $\Delta x = 0,02$;

3. Найти приближенное значение:

- 3.1. $\ln 0,9$. 3.2. $\sin 29^\circ$.

ПЗ-8 Приложения производной.

Тематика практического занятия: Правило Лопиталья. Уравнение касательной к кривой в данной точке. Понятие эластичности функции и ее применение в экономическом анализе. Кривые спроса и предложения.

1. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

- 1.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$. 1.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^{2x} - 1}$.
 1.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$. 1.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - e^{\sin x}}$.

$$1.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}.$$

$$1.6. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/x}.$$

$$1.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - 2x + 10)}{\ln(3x^2 + x - 5)}.$$

$$1.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x}.$$

$$1.9. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x - 1)}{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

$$1.10. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}.$$

2. Составить уравнения касательных к графикам функций:

2.1. $y = x^2 - 3x + 2$ в точке (3;2).

2.2. $y = \sqrt{x}$ в точке (4;2).

2.3. $y = \ln x$ в точке пересечения с осью Oх.

2.4. $y = x^2 - 5x + 6$ в точках пересечения с осью Oх.

2.5. $y = e^{7x}$ в точке пересечения с осью Oy.

3. Зависимость спроса (объема продаж) от цены выражается формулой $d(p) = e^{-\frac{p^2}{16}}$.
Определить, для каких p спрос эластичен, неэластичен, нейтрален.

4. Зависимость спроса от цены при $p \geq p_0$ выражается формулой $d(p) = \frac{1}{p^\alpha}$, где $\alpha > 0$ -const. Определить, когда спрос будет эластичен, неэластичен, нейтрален.

ПЗ-9 Приложения производной к исследованию функции.

Тематика практического занятия: Приложения производной к исследованию функции: интервалы монотонности, точки экстремума функции и нахождение. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Исследование выпуклости функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

1. Найти максимумы и минимумы и промежутки возрастания и убывания функций:

1.1. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$; 1.2. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$;

1.3. $f(x) = x \ln x$; 1.4. $f(x) = x - \arctg 2x$;

2. Пусть x – объем продаж некоторого товара торговой фирмой, $p(x)$ – функция спроса (выражает зависимость между ценой и объемом продаж), $Z(x)$ – функция издержек (затраты фирмы на реализацию товара). Учитывая, что прибыль от продажи товара находится по формуле $V(x) = x p(x) - Z(x)$, определить:

а) интервалы значений объемов продаж, при которых торговля этим товаром будет прибыльной (убыточной);

б) оптимальные значения объема продаж x и цены p , обеспечивающие максимум прибыли $V(x)$, вычислить V_{\max} .

Используя эскизы графиков функций выручки $W(x) = x p(x)$ и функции издержек $Z(x)$, дать геометрическую интерпретацию полученным результатам.

Выполнить задание для случаев:

2.1. $p(x) = 155 - 3x$, $Z(x) = 1800 + 5x$;

2.2. $p(x) = 100 - 2x$, $Z(x) = 375 + 3x^2$;

2.3. $p(x) = \frac{10}{\sqrt{x}}$, $Z(x) = 21 + x$.

3. Исследовать функцию и построить ее график:

3.1. $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$; 3.2. $y = \frac{4x}{4+x^2}$; 3.3. $y = \frac{x}{x^2 - 4}$.

4. Из квадратного листа жести площадью 30см^2 требуется сделать открытую сверху коробку, вырезая по углам листа равные квадраты и загибая оставшиеся боковые полосы под прямым углом. Каковы должны быть стороны вырезаемых квадратов, чтобы вместимость коробки была наибольшей?

5. На странице книги печатный текст должен занимать S см^2 . Верхние и нижние поля должны быть по a см., левое и правое - по b см. Каковы должны быть размеры страницы для того, чтобы ее площадь была наименьшей?

6. Резервуар, открытый сверху имеет форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы на его лужение пошло наименьшее количество материала, если он должен вместить 108 литров воды.

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Находить производные сложных функций, заданных явно.
2. Находить производные функций, заданных неявно и параметрически.
3. Находить дифференциалы сложных функций.
4. Находить производные и дифференциалы высших порядков.
5. Решать задачи с использованием физического и геометрического смысла производной.
6. Вычислять различного рода пределы при помощи правила Лопиталю.
7. Определять интервалы возрастания (убывания) функции, точки локального экстремума.
8. Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
9. Находить интервалы выпуклости вверх (вниз) графика функции и точки перегиба.
10. Находить асимптоты графика функции.
11. Строить графики функций.

Завершается модуль контрольной работой (1 час, во время практ. занятий), сдачей РГР и тестом, содержащим вопросы теории и практические задачи.

Модуль 3. Комплексная цель: освоить технику исследования функций многих переменных на экстремумы (нелинейные задачи оптимизации)

ПЗ-10 Функции нескольких переменных.

Тематика практического занятия: Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные.

1. Вычислить:

1.1. значения $F(2,3)$, $F(1,2)$, $F(2,1)$, $F(a,0)$, $F(0,a)$, если $F(x,y) = \frac{x-2y}{y^2-x^2}$;

2) значения $F(2,4)$, $F(4,2)$, $F(1,a)$, если $F(x,y) = x^y + \sqrt{y-2x+6}$.

2. Найти области определения функций:

2.1. $z = \frac{5}{x^2 + y^2}$; 2.2. $z = \frac{1}{x+y}$; 2.3. $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$;

2.4. $z = \ln(xy)$; 2.5. $z = \frac{4}{x^2-y^2}$; 2.6. $z = \sqrt{x-y}$;

2.7. $z = \arcsin(x^2 + y^2)$.

3. Построить несколько линий уровня функций:

$$3.1. z=xy; \quad 3.2. z=y-x^2; \quad 3.3. z=\frac{5}{x+y}; \quad 3.4. z=\ln(x^2+y^2); \quad 3.5. z=\frac{7}{x^2+y^2}.$$

4. Найти частные производные 1-го порядка функции:

$$4.1. z=x^2-2xy-5y^3; \quad 4.2. z=2x^3+3x^2y-y+5;$$

$$4.3. z=e^{x^2-y^2}; \quad 4.4. z=\ln(x^2+y^2);$$

$$4.5. z=\frac{y}{x}; \quad 4.6. z=\frac{x-y}{2x+y};$$

$$4.7. z=x^y. \quad 4.8. z=x^2e^{xy};$$

$$4.9. z=\arctg(\sqrt{x}e^y); \quad 4.10. z=\arcsin\frac{y}{x}.$$

5. Найти частные производные 2-го порядка:

$$5.1. z=x^2-2xy+5y^2; \quad 5.2. z=\sqrt{xy^2};$$

$$5.3. z=\frac{x^2}{1-2y}; \quad 5.4. z=\ln(x^2-y^2).$$

6. Найти частные производные 3-го порядка для функций:

$$6.1. z=2x^3+xy^2-y^3+y^2-x; \quad 6.2. z=\frac{x^3}{\sqrt[3]{y}}.$$

ПЗ-11 Приложения функции нескольких переменных

Тематика практического занятия: Производная по направлению и градиент функции. Локальный и глобальный экстремумы. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

1. Найти $\text{grad } z(x,y)$ для функции:

$$1.1. z = \sqrt{xy} + \text{tg}(y^2); \quad 1.2. z = \frac{xy}{e^x + e^y};$$

$$1.3. z = \ln(x\sqrt{y} + \sin x); \quad 1.4. z = e^{\cos(x \ln y)}.$$

2. Построить линии уровня и $\text{grad } z$ в точке A(1;2) для функций:

$$2.1. z=4-x^2-y^2; \quad 2.2. z=x^2-y;$$

$$2.3. z=2x+y-3; \quad 2.4. z=\frac{y}{x}.$$

3. Найти экстремумы функции:

$$3.1. z=3x^2+xy+2y^2+4x-7y+15;$$

$$3.2. z=-x^2+2xy-2y^2+2x+20;$$

$$3.3. z=5x^2+2xy-y^2-4x-8y+10;$$

$$3.4. z=x^3+8y^3-6xy+1;$$

$$3.5. z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2;$$

$$3.6. z=y\sqrt{x}-y^2-x+6y.$$

4. Производственная функция имеет вид $Q=3K^2+9LK$, где Q – выпуск продукции в единицу времени; K – капитал; L – труд. Затраты на единицу капитала и труда составляют соответственно a и b, а общая сумма затрат равна c. Требуется определить уровень затрат на капитал и труд, когда выпуск продукции максимальный. Решить задачу двумя способами: методом подстановки и методом множителей Лагранжа, a=7, b=9, c=576.

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Находить область определения функции двух аргументов.
2. Находить частные производные 1-го и высших порядков явно заданной функции.
3. Находить производные неявных функций.
4. Находить полные дифференциалы 1-го и 2-го порядков функции двух аргументов.
5. Находить безусловные и условные экстремумы функции.
6. Находить наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Учебно-методическая литература:[1]

Завершается модуль контрольной работой (1 час, во время практ. занятий), сдачей РГР и тестом, содержащим вопросы теории и практические задачи (в РГР и тест включены вопросы модулей 2 и 3).

Модуль 4. Комплексная цель: освоить основы теории интегрирования.

ПЗ-12 Понятие неопределенного интеграла.

Тематика практического занятия: Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Использование таблиц интегралов.

1. Проверить, что:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{dx}{x^2 + 4} &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C; & 2) \int 2\sqrt{x} dx &= \frac{4x\sqrt{x}}{3} + C; \\ 3) \int \frac{dx}{\sqrt{x}} &= 2\sqrt{x} + C; & 4) \int e^{-5x} dx &= -\frac{1}{5} e^{-5x} + C; \\ 5) \int \frac{dx}{x^4 + x^2} &= -\frac{1}{x} - \operatorname{arctg} x + C; & 6) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} &= \ln|x + \sqrt{x^2 + a}| + C; \\ 7) \int \frac{3x + 5}{(x^2 + 2x + 2)^2} dx &= \frac{2x - 1}{2(x^2 + 2x + 2)} + \operatorname{arctg}(x + 1) + C. \end{aligned}$$

2. Вычислить интегралы:

$$\begin{aligned} 4.2. \int (5x^4 - x^2 + \sqrt{x} + \frac{2}{x}) dx. & & 4.3. \int (x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}) dx. \\ 4.4. \int (2^x + 1)^2 dx. & & 4.5. \int (\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{2}{1+x^2}) dx. \\ 4.6. \int \cos x (2 \operatorname{tg} x + \frac{e^x}{\cos x} + 4) dx. & & 4.7. \int \sin x (1 + \frac{2}{x^3 \sin x} - 4 \operatorname{ctg} x) dx. \\ 4.8. \int \frac{2 - x \cos^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x + 5 \cos^3 x}{\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

ПЗ-13 Методы неопределенного интегрирования.

Тематика практического занятия: Интегрирование по частям и заменой переменной. Интегрирование дробно-рациональных функций.

1. Вычислить интегралы:

$$1.1. \int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx; \quad 1.2. \int \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} dx; \quad 1.3. \int \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx;$$

$$1.4. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}; \quad 1.5. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}; \quad 1.6. \int \frac{x+1}{\sqrt{x-2}} dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$2.1. \int (4x+1) \sin 2x dx; \quad 2.2. \int x^2 \ell^{3x} dx; \quad 2.3. \int x^2 \ln 4x dx;$$

$$2.4. \int x \cos(3x+5) dx; \quad 2.5. \int \arcsin x dx; \quad 2.6. \int \ln 4x dx.$$

3. Вычислить интегралы:

$$3.1. \int \frac{3x-7}{x^2-5x+6} dx. \quad 3.2. \int \frac{x+8}{x^2+x-2} dx.$$

$$3.3. \int \frac{dx}{x^2-1}. \quad 3.4. \int \frac{x dx}{x^2+3x+2}.$$

$$3.7. \int \frac{2x+3}{(x-2)^3} dx. \quad 3.8. \int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)}.$$

$$3.9. \int \frac{2x+1}{x^2+4x+5} dx. \quad 3.10. \int \frac{4x-3}{x^2-2x+5} dx.$$

ПЗ-14 Определенный интеграл.

Тематика практического занятия: Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона—Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Методы определенного интегрирования.

1. Составлением интегральных сумм и переходом к пределу найти интегралы:

$$1.1. \int_a^b c dx; \quad 1.2. \int_0^a x dx; \quad 1.3. \int_0^a e^x dx$$

2. Вычислить интегральную сумму S_5 для интеграла $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x}}$, разбив отрезок $[1;2]$ на пять равных частей и взяв в каждой части ее середину. Сравнить с точным значением интеграла.

3. Выполнить задание предыдущей задачи для интеграла $\int_1^2 x^2 dx$.

4. Вычислить:

$$4.1. \int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 4.2. \int_0^{\pi/2} (\sin x + \cos x) dx. \quad 4.3. \int_0^1 e^{2x} dx. \quad 4.4. \int_0^1 (\sqrt{x} + x^2) dx.$$

$$4.5. \int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}. \quad 4.6. \int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx. \quad 4.7. \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx; \quad 4.8. \int_1^2 \ln x dx.$$

$$4.9. \int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}; \quad 4.10. \int_4^9 \frac{x dx}{\sqrt{x}-1}; \quad 4.11. \int_0^1 (e^x+4)^2 e^x dx.$$

ПЗ-15 Приложения определенного интеграла

Тематика практического занятия: Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла. Несобственные интегралы первого и второго рода.

1. Найти площади фигур, ограниченных линиями:

- 1.1. $y = e^x$, $x=0$, $x=1$, $y=0$.
- 1.2. $y = x^2 + 5x + 6$, $x=-1$, $x=2$, $y=0$.
- 1.3. $y = -x^2 + 2x + 3$, $y=0$.
- 1.4. $y = x^7$, $x=2$, $y=0$.
- 1.5. $y = \ln x$, $x=e$, $y=0$.
- 1.6. $y = \sin x$, $y=0$, $0 \leq x \leq \pi$.

2. Найти объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями:

- 2.1. $y = 4 - x^2$, $y=0$, $x=0$, где $x \geq 0$, вокруг: 1) оси Ox ; 2) оси Oy .
- 2.2. $y = e^x$, $x=0$, $x=1$, $y=0$ вокруг: 1) оси Ox ; 2) оси Oy .
- 2.3. $y = x^2 + 1$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ вокруг: 1) оси Ox ; 2) оси Oy .

3. Исследовать сходимость и вычислить сходящиеся интегралы:

- 3.1. 1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 2) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$; 3) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$; 4) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^a}$, $a > 0$.
- 3.2. 1) $\int_0^{+\infty} e^x dx$; 2) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$.
- 3.3. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$. 3.4. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

Учебно-методическая литература:[1]

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Сводить интегралы к табличным с помощью свойства линейности и подведением под знак дифференциала.
2. Подбирать нужную замену переменной в интегралах известных типов.
3. Интегрировать простейшие рациональные и иррациональные выражения, содержащие квадратный трехчлен.
4. Интегрировать по частям. Знать классы функций, интегрируемых по частям.
5. Интегрировать рациональные дроби.
6. Сводить интегралы от некоторых иррациональных выражений к интегралам от рациональных функций.
7. Интегрировать простейшие тригонометрические функции и функции вида $R(\sin x, \cos x)$, $R(\operatorname{tg} x)$.
8. Вычислять простые определённые интегралы, используя формулу Ньютона-Лейбница, замену переменной, формулу интегрирования по частям.
9. Вычислять по определению или устанавливать сходимость (расходимость) несобственных интегралов.
10. Строить и использовать формулы для нахождения площадей, длин дуг плоских кривых

Завершается модуль контрольной работой, куда входят тестовые вопросы по теории модуля и практические задачи.

Модуль 5. Комплексная цель: освоить основы теории дифференциальных уравнений.

ПЗ-16 Дифференциальные уравнения.

Тематика практического занятия: Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

1. Выяснить, является ли функция $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ решением дифференциального уравнения

$$2y' + y^3 = 0.$$

2. Выяснить, является ли функция $y = x + Cx^2$ решением дифференциального уравнения $xy' - 2y + x = 0$.

3. Является ли функция $y = Ce^{x^2} + x$ решением дифференциального уравнения $y' - 2xy + x^2 = 0$?

4. Является ли функция $y = e^{\sin x} + C \cos x$ решением дифференциального уравнения $y' - y \cos x = 0$?

5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

5.1. $\cos x (1 + y^4) dx = 2y dy$.

5.2. $\operatorname{tg} x \cdot y' = ctgy$.

5.3. $\sqrt{x}y' - (1 + 3x)y = 0$.

5.4. $(\sqrt{\sin x} \cdot y + \sqrt{\sin x})y' - \sqrt{y} \cos x = 0$.

6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

6.1. $3yy' = \frac{x}{2}$, $y(4) = 2$; 6.2. $xy' = \frac{y}{x}$, $y(1) = 1$.

ПЗ-17 Дифференциальные уравнения.

Тематика практического занятия: Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятия общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1.1. $y' - \frac{3y}{x} = x^3 \sin x$. 1.2. $y' + y \operatorname{tg} x = 2 \cos^2 x$.

1.3. $y' - 2y = 5e^x$. 1.4. $y' - 2xy = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2}$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

2.1. $2y'' + y' - y = 0$; 2.2. $y'' - 9y = 0$;

2.3. $y'' + 4y' = 0$; 2.4. $y'' - 4y' + 4y = 0$;

2.5. $y'' + y' - 2y = 3xe^{-x}$; 2.6. $y'' + 4y' + 5y = x^2 - 1$.

3. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее условиям

3.1. $y'' - 4y' + 3y = 0$, при $y(0) = 6$, $y'(0) = 10$;

3.2. $y'' - 2y' + y = \sin x + 2 \cos x$, если условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

ПЗ-18 Дифференциальные уравнения.

Тематика практического занятия: **Контрольная работа 4.**

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Решать дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными, линейные, Бернулли, однородные, в полных дифференциалах.

2. Решать дифференциальные уравнения 2-го порядка путём понижения порядка (в трех случаях, допускающих понижение порядка).

3. Решать линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка методом вариации произвольных постоянных.

4. Решать линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

Завершается модуль контрольной работой.

2 семестр

Модуль 1

Модуль 1. Комплексная цель: дать основные понятия о геометрических линиях, освоить технику работы с матрицами, научиться применять полученные знания к решению систем линейных алгебраических уравнений.

ПЗ-1 Элементы векторной алгебры.

Цель: Отработка действий над векторами.

Тематика практического занятия: Направляющие косинусы и длина вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Линейная зависимость и независимость векторов. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Ортогональный базис. Разложение вектора по ортогональному базису.

1.1. Даны точки $M_1(4; -2; 6)$, $M_2(1; 4; 0)$. Найдите длину вектора $\overline{M_1M_2}$.

1.2. Вектор \vec{a} составляет с осями Ox и Oy углы 60° и 120° . Найдите его координаты и сделайте рисунок, если $|\vec{a}| = 2$.

1.3. Даны вершины треугольника $A(3; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 3)$. Найдите длину медианы, проведенной из вершины A .

1.4. Постройте параллелограмм на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{k} - 3\vec{j}$. Определите длины его диагоналей.

1.5. Найдите длину вектора \vec{a} , если векторы $\vec{a} = m\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - n\vec{k}$ коллинеарны.

1.6. Даны векторы $\vec{a}(4; -2; 4)$ и $\vec{b}(6; -3; 2)$.

Найдите а) $(\vec{a} + \vec{b})^2$, б) $(2\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$.

1.7. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$, где \vec{m} и \vec{n} - единичные векторы, образующие угол 120° . Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

1.8. Найдите длину проекции вектора $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ на вектор $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.

1.9. Даны два вектора $\vec{a}(m; 3; 4)$ и $\vec{b}(4; m; -7)$. При каких m \vec{a} и \vec{b} будут перпендикулярны?

1.10. Выполните указанные операции с векторами:

а) $(1; 2; 1) + (-1; -1; -2)$

б) $(1; 1; -3; 2) + (-1; -1; -3; -2)$

в) $4 \cdot (4; 1; 2; 0) - 7 \cdot (2; -1; 0; 5)$

г) $5 \cdot (-1; 3; -2) - 2 \cdot (5; 0; -5) + 3 \cdot (5; -5; 0)$.

ПЗ-2 Элементы аналитической геометрии.

Цель: Освоение основных понятий аналитической геометрии.

Тематика практического занятия: Уравнение линии на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

2.1. Написать уравнение прямой:

1. С угловым коэффициентом $k = \frac{4}{7}$ и отрезком $b = -2$ на оси oy ;
2. Проходящей через точку $A(-3; 4)$ с угловым коэффициентом $k = \frac{2}{3}$;
3. Проходящей через точку $M(-2; -6)$ составляющей с осью Ox угол 45° ;
4. Проходящей через точку $A(-2; -4)$ параллельно прямой $3x + 5y - 6 = 0$;
5. Проходящей через точку $A(-1; 5)$ перпендикулярно прямой $2x - y + 2 = 0$;
6. Проходящей через две точки $A(2; -3)$, $B(5; 2)$.

2.2. Определите угол между двумя прямыми $5x - y + 7 = 0$ и $3x + 2y = 0$.

2.3. Найдите точку пересечения прямых $2x - 3y + 11 = 0$ и $x + 5y - 1 = 0$.

2.4. Составьте уравнение окружности в каждом из следующих случаев:

- 1) центр окружности совпадает с началом координат и ее радиус $R = 3$;
- 2) окружность проходит через точку $A(2; 6)$ и ее центр совпадает с точкой $C(-1; 2)$;

2.5. Постройте линии 1. $16x^2 - 9y^2 = -144$; 2. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$;

3. $x^2 + 25y^2 = 25$; 4. $y^2 = 8x + 4$; 5. $x^2 = 5y - 10$;

6. $x^2 - 4y^2 = 16$; 7. $y = +2\sqrt{x}$; 8. $y = -3\sqrt{-2x}$.

2.6. Найдите расстояние от точки $M_0(2; -1)$ до прямой $3x - 4y + 5 = 0$.

2.7. Найдите угол между прямыми $3x - 5y + 7 = 0$ и $2x + 4y - 3 = 0$.

2.8. Издержки перевозки двумя видами транспорта выражаются уравнениями: $y = 150 + 50x$ и $y = 250 + 25x$, где x – расстояния в сотнях километров, y – транспортные расходы. С какого расстояния более экономичен второй вид транспорта?

2.9. Даны точка $A = (1; -2; 5)$ и вектор $\mathbf{a} = \{-3, 4, 7\}$. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярной вектору \mathbf{a} .

2.10. Точка $M_0 = (2; 3; -1)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки $A = (1; 2; -1)$ на плоскость. Найти уравнение этой плоскости.

2.11. Даны точки $A = (1; 2; 0)$, $B = (3; 0; -3)$, $C = (6; 2; -2)$. Найдите канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку A и параллельной вектору \overline{BC} .

2.12. При каком значении параметра a прямая $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскость $2x + (a+2)y - 2z + 11 = 0$ перпендикулярны?

2.13. Найдите точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}$ и плоскости $x - 3y + z - 8 = 0$.

В результате изучения данной части модуля студент должен уметь:

1. Составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, через одну точку в заданном направлении (на плоскости и в пространстве).
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору.
3. Находить точку пересечения прямой и плоскости.
4. Находить углы между прямыми и плоскостями.
5. Находить сумму (разность) векторов, их скалярное, векторное и смешанное произведения.
6. Приводить уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду (при отсутствии членов с произведением координат), строить кривую.

ПЗ-3 Матрицы.

Тематика практического занятия: Матрицы, действия с ними. Понятие обратной матрицы. Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

1.1. Найти матрицу $\lambda A + \mu B$, если:

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$, $\lambda = 2$, $\mu = -3$;

б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda = 3$, $\mu = -2$;

в) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $\lambda = 5$, $\mu = -1$.

1.2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 6 & -2 & 4 \\ 0 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ -2 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу X ,

удовлетворяющую матричному уравнению $A + 2X - 4B = 0$.

1.3. Умножить матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 6 & -2 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

$$д) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

1.4. Записать систему уравнений с помощью матриц

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -10. \end{cases}$$

1.5. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{array}{ll} x + y + z = 0 & x + y + 2z = 1 \\ а) \quad x + 2y + 2z = 1 & б) \quad 2x + 2y + 3z = 1 \\ \quad x + 2y + 3z = 2 & \quad x + 2y + 4z = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 & 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ в) \quad x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 & г) \quad 4x_1 - x_2 + 6x_3 = 2 \\ \quad -4x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3 & \quad 6x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 4 \end{array}$$

ПЗ-4 Определители.

Тематика практического занятия: Определители второго и третьего порядков, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n -го порядка. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Система n линейных уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений.

1.1. Вычислите определитель:

$$а) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix};$$

$$г) \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 10 & 7 \end{vmatrix}; \quad д) \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 100 & 100 \end{vmatrix}; \quad е) \begin{vmatrix} 0,1 & 0,01 \\ 1 & 0,1 \end{vmatrix};$$

$$ж) \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}; \quad з) \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix}; \quad и) \begin{vmatrix} 5 & 25 \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{vmatrix};$$

$$к) \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}.$$

1.2. Найдите матрицу, обратную матрице A

$$а) A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}; \quad б) A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad в) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad г) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

1.3. Решите матричное уравнение

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -8 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

1.4. Решите систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x - 2y + 4z = 5 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

1.5. Разложите вектор $b = (-1, 2, 1)$ по системе векторов $a_1 = (2, 0, 3)$, $a_2 = (1, 1, -1)$

$$a_3 = (-1, 7, -4)$$

ПЗ-5 Системы линейных уравнений.

Тематика практического занятия: Однородные системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Допустимое, базисное, опорное решение системы линейных уравнений.

1.1.. Найдите ранг матрицы

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

1.2. Докажите совместность системы линейных уравнений и решите ее тремя способами:

- 1) по формулам Крамера;
- 2) с помощью обратной матрицы;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

1.2. Решите однородную систему уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

1.4. Исследуйте систему на совместность и в случае совместности найдите общее решение.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

ПЗ-6 Контрольная работа 1.

Образец контрольной работы.

1. Даны вершины треугольника $A(1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(-5; 7)$. Требуется:

1. Написать уравнения сторон AC , BC ;

2. Написать а) уравнение прямой, проходящей через точку В, параллельно прямой АС; б) уравнение медианы АМ; в) уравнение высоты ВД.

2. Докажите совместность системы линейных уравнений и решите ее тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

3. Решите однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 4x + y + 3z = 0, \\ 8x - y + 7z = 0, \\ 2x + 4y - 5z = 0. \end{cases}$$

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Вычислять определители 2-го, 3-го и старших порядков.
 2. Находить сумму, разность, произведение матриц.
 3. Находить ранги матриц.
 4. Решать произвольные системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
 5. Решать квадратные системы методом Крамера.
 6. Анализировать совместность систем методом Кронекера-Капелли.
- Завершается модуль контрольной работой и сдачей РГР.

Модуль 2. Комплексная цель: освоить основные понятия теории вероятностей. дать представление о законах распределения непрерывных и дискретных случайных величин.

ПЗ-7 Случайные события. Основные понятия теории вероятностей.

Тематика практического занятия: Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Классическое и геометрическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Основные комбинаторные понятия и формулы. Вычисление вероятностей с помощью классической формулы.

Задание 1. Брошены 2 игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – чётное число, причём на грани хотя бы одной из костей появилась шестёрка.

Задание 2. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причём неизвестно какая. Извлечённая наугад после этого деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.

Задание 3. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным окажется: а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны.

Задание 4. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу одинаковых кубиков. Найти вероятность того, что наудачу выбранный кубик будет иметь: а) три окрашенные грани; б) две окрашенные грани; в) одну окрашенную грань; г) хотя бы одну окрашенную грань.

Задание 5. В коробке шесть одинаковых пронумерованных кубиков. Наугад по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что кубики будут извлечены в порядке возрастания номеров.

Задание 6. На 6 одинаковых карточках написаны буквы $a, o, y, б, p, к$. Какова вероятность того, что, выложив эти карточки случайным образом в одну линию, мы получим слово *уборка*?

Задание 7. На 6 одинаковых карточках написаны буквы $o, o, o, к, л, м$. Какова вероятность того, что, выложив эти карточки случайным образом в одну линию, мы получим слово *молоко*?

Задание 8. На 6 одинаковых карточках написаны буквы $a, o, o, к, л, н$. Какова вероятность того, что, выложив 4 из этих карточек случайным образом в одну линию, мы получим слово *лоно*?

Задание 9. Восемь человек случайным образом размещаются в двух автомобилях (по 4 в каждом). Какова вероятность того, что данные два человека окажутся в одном автомобиле?

Задание 10. В корзине находятся 10 шаров – 7 красных и 3 белых. Наугад извлекаются два шара. Какова вероятность того, что оба извлечённых шара - белые?

ПЗ-8 Теоремы сложения и умножения вероятностей и их основные следствия. Формулы Байеса.

Тематика практического занятия: Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Задание 1. Вероятности появления каждого из двух независимых событий A и B соответственно равны 0,6 и 0,5. Найти вероятность появления только одного из них.

Задание 2. На завод привезли партию из 150 подшипников, в которую случайно попало 20 бракованных. Определить вероятность того, что из двух взятых наугад подшипников окажется: а) оба годные, б) оба бракованные, в) хотя бы один годный.

Задание 3. Узел содержит 2 независимо работающих детали. Вероятности отказа детали соответственно равны 0,05 и 0,08. Найти вероятность отказа узла, если для этого достаточно, чтобы отказала хотя бы одна деталь.

Задание 4. Из колоды 36 карт вынимают сразу 3 карты. Найти вероятность того, что эти карты будут дамой, семеркой, тузом.

Задание 5. 12 рабочих получили путевки в 4 дома отдыха: 3 - в первый, 3 - во второй, 2 - в третий и 4 - в четвертый. Найти вероятность того, что данные трое рабочих поедут в один дом отдыха.

Задание 6. Два орудия одновременно стреляют в одну цель. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,4 и 0,7. Найти вероятность того, что при залпе цель будет поражена хотя бы одним из орудий.

Задание 7. При проведении эксперимента возникло три равно возможных продолжения выполняемых действий. Предположительно, требуемый результат при выборе первого варианта проведения эксперимента будет достигнут с вероятностью 60 %, второго варианта – 50 % и третьего варианта – 75 %. Какова вероятность того, что необходимый результат был в итоге получен?

Задание 8. В больнице лежат больные гриппом (20 %), ангиной (45 %), скарлатиной (25 %) и дифтеритом (10 %). Процент полного излечения больного равен соответственно: для гриппа – 80 %, для ангины – 95 %, для скарлатины – 65 % и для дифтерита – 75 %. Какова вероятность того, что данный больной полностью вылечится?

Задание 9. В условиях задания 8, найти вероятность того, что данный больной болел ангиной, если известно, что он полностью выздоровел.

Задание 10. Имеется 3 урны. В первой 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 5 черных шаров, в третьей – 4 белых и 3 черных шара. Наугад выбрали урну и

вынули два шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми. Найти вероятность того, что шары были вынуты из третьей урны, если оказалось, что они оба белые.

Задание 11. Ракета накрывает цель с вероятностью $2/3$. По цели выпущено две ракеты. Известно, что при одном попадании цель поражается с вероятностью $1/2$, а при двух с вероятностью $5/6$. Цель поражена. Какова вероятность, что в неё попала ровно одна ракета?

ПЗ-9 Схема Бернулли.

Тематика практического занятия: Повторение событий. Формула Бернулли. Интегральная и локальная теоремы Лапласа. Формула Пуассона.

Задание 1. Всхожесть семян ржи составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет 5?

Задание 2. Известно, что 15% открывающихся малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. а) Какова вероятность того, что из пяти малых предприятий не более двух прекратят свою деятельность в течение года? а) Найдите наивероятнейшее число малых предприятий, которые прекратят свою деятельность, и соответствующую этому вероятность.

Задание 3. Вероятность обнаружения опечатки на странице книги равна 0,01. Найти вероятность того, что в 500-страничной книге не будет обнаружено опечаток (обнаружение опечаток на различных страницах считать независимыми событиями).

Задание 4. Фабрика выпускает 70 % изделий высшего сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760.

Задание 5. Цех выпускает в среднем 80 % продукции 1-го сорта. Какова вероятность того, что в партии из 125 изделий будет больше 100 изделий 1-го сорта?

Задание 6. Вероятность изготовления детали высшего сорта равна 0,4. Найти вероятность того, что из 260 деталей половина будет высшего сорта.

Задание 7. Вероятность изготовления изделия высшего качества равна 0,8. Найти вероятность того, что среди взятых 60 изделий 30 окажутся высшего качества.

Задание 8. Вероятность некоторого события в единичном испытании оставляет 0,004. Найти вероятность того, что в 2500 испытаниях данное событие произойдет ровно 4 раза.

Задание 9. Если вероятность выпадения числа 5 на игральной кости равно $1/6$, то наивероятнейшее количество выпадений числа 5 при 7 бросках равно 2.

Задание 10. В среднем каждый пятый компьютер фирмы «Рога & Копыта» имеет дефекты. Закуплено шесть компьютеров этой фирмы. Найдите вероятность того, что более одного из шести компьютеров будут иметь дефекты.

Задание 11. Для разорения страховой фирмы необходимо, чтобы в течение года из 10 застрахованных судов хотя бы 5 затонули. Вероятность потерпеть аварию для каждого из судов $1/20$. Найдите вероятность того, что страховая фирма в течение года не разорится.

Задание 12. Страховая фирма застраховала 5 однотипных самолетов, каждый на 1 млн. денежных единиц, страховой взнос за каждый самолет фирма получила в размере 500 000 денежных единиц. Вероятность аварии самолета 0,01. Найдите вероятность того, что в течение страхового срока фирма будет иметь доход от этой операции.

Задание 13. Вероятность того, что оконные переплёты, изготовленные домостроительным комбинатом, подходят к оконным проёмам равна 0,9. Найти наиболее вероятное число оконных переплётов, не подходящих к проёмам, для дома, в котором 180 окон.

ПЗ-10 Законы распределения дискретных случайных величин.

Тематика практического занятия: Дискретные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретных случайных величин.

Задание 1. Закон распределения дискретной случайной величины представлен в таблице. Необходимо:

- 1) проверить, является ли данная таблица законом распределения дискретной случайной величины;
- 2) определить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma(x)$;
- 3) построить график этого закона распределения вероятностей.

X	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0,01	0,12	0,23	0,28	0,19	0,11	0,06

Задание 2. Устройство состоит из трёх независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

Задание 3. Вероятность того, что стрелок попадёт в цель при одном выстреле, равна 0,8. стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнётся. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины – числа патронов, выданных стрелку; б) найти наименее вероятное число патронов, выданных стрелку.

Задание 4. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины – количества бракованных учебников в тираже; б) найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

Задание 5. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины Z , если известны математические ожидания величин X и Y : $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$. а) $Z = 2X - 5$; б) $Z = 2X + Y$; в) $Z = 3X - 2Y$.

Задание 6. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$, $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 8$.

Задание 7. Найти дисперсию дискретной случайной величины Z , если известны дисперсии величин X и Y : $D(X) = 5$, $D(Y) = 6$.

а) $Z = 2X - 5$; б) $Z = 2X + Y$; в) $Z = 3X - 2Y$.

Задание 8. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретных случайных величин.

а)

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3

б)

X	-3	0	1	5
p	0,1	0,5	0,1	0,3

Мода и медиана

ПЗ-11 Законы распределения непрерывных случайных величин.

Тематика практического занятия: Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Задание 1. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}, & -1 < x \leq 5; \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения случайной величины; б) вероятность того, что в результате испытания величина примет значение, заключённое в интервале $(2, 3)$.

Задание 2. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}, & -1 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения случайной величины; б) вероятность того, что в результате испытания величина примет значение, заключённое в интервале $(0, 2)$.

Задание 3. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \pi; \\ \cos x, & \pi < x \leq \frac{3\pi}{2}; \\ 0, & x > \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Задание 4. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{\pi}{2}; \\ \sin x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi; \\ 0, & x > \pi. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Задание 5. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = 2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание величины X .

Задание 6. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{c^2 - x^2}}$ в интервале $(-c; c)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание величины X .

Задание 7. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = c(x^2 + 2x)$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти: а) параметр c ; б) математическое ожидание величины X .

Задание 8. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{2x}{25}$ в интервале $(0; 5)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти $D(X)$.

Задание 9. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(2; 8)$.

Задание 10. Случайная величина X задана плотностью вероятности (распределение Лапласа) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$. Найти математическое ожидание величины X .

Задание 11. Задана плотность распределения вероятностей $f(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется:

- 1) определить коэффициент A ;
- 2) найти функцию распределения $F(x)$;
- 3) схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$;
- 4) найти математическое ожидание и дисперсию X ;
- 5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β) .

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ A\sqrt{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad \alpha = 2, \quad \beta = 3.$$

Задание 12. Дана функция распределения случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 / 4 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) построить графики $f(x)$ и $F(x)$; в) найти вероятности $P(X=1)$, $P(X<1)$, $P(1 \leq X < 2)$ г) вычислить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, медиану случайной величины X .

Задание 13. Случайная величина X в интервале $(2, 4)$ задана плотностью распределения $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - 6$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти моду величины X .

ПЗ-12 Частные законы распределения случайных величин.

Тематика практического занятия: Равномерное распределение непрерывной случайной величины. Нормальное распределение. Показательное распределение. Показательный закон надёжности.

Задание 1. Написать функцию плотности и функцию распределения показательного закона, если параметр λ равен 6.

Задание 2. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение показательного распределения, заданного плотностью распределения $f(x) = 10e^{-10x}$, $x \geq 0$.

Задание 3. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение показательного распределения, заданного функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-0,4x}$, $x \geq 0$.

Задание 4. Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,01t}$, $t > 0$. Найти вероятность того, что за время длительностью $t = 50$ ч: а) элемент откажет; б) элемент не откажет.

Задание 5. Математическое ожидание нормально распределённой случайной величины X равно 3, среднее квадратическое отклонение данной величины равно 2. Записать функцию плотности распределения вероятности X .

Задание 6. Нормально распределённая случайная величина X задана плотностью $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}$. Найти математическое ожидание и дисперсию X .

Задание 7. Какой ширины должно быть поле допуска, чтобы с вероятностью 0,0027 получилась деталь с контролируруемыми размерами вне поля допуска, если случайные отклонения размера от середины поля допуска подчиняются закону нормального распределения с параметрами $M(x) = 0$;

$$\sigma(x) = 5_{\text{мк}}.$$

Задание 8. Швейная фабрика выпускает 1000 шт. мужских пальто в день для некоторой области, где средний обхват груди мужского населения равен 103 см, а $\sigma = 6,2$ см. Сколько пальто должна выпускать фабрика размера 48, если этому размеру соответствует интервал обхвата груди от 94 до 98 см?

Задание 9. Диаметр подшипников, выпускаемых заводом, представляет собой случайную величину X , распределённую по нормальному закону с математическим ожиданием равным 1,5 см. и $\sigma = 0,04$ см.

а) найти вероятность брака при условии, что разрешается допуск для диаметра подшипника $\pm 0,07$ см,

б) какую точность диаметра подшипника можно гарантировать с вероятностью 0,97?

Задание 10. Заданы математическое ожидание $a = 9$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$ нормально распределённой случайной величины X . Требуется:

1) написать плотность распределения вероятностей $f(x)$ и схематично построить ее график;

2) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (2;8).

ПЗ-13 Закон больших чисел.

Тематика практического занятия: Условные математические ожидания. Функции регрессии. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции.

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.

Задание 1. Вероятность того, что стальная плита, изготовленная прокатным станом, будет по толщине удовлетворять установленным размерам, равна 0,7. Сколько нужно изготовить стальных плит, чтобы с вероятностью, не превосходящей 0,85, можно было утверждать, что отклонение числа стальных плит, удовлетворяющих стандарту от среднего значения было не более 10.

Задание 2. Математическое ожидание скорости ветра на данной высоте равно 25 м/час, а среднее квадратическое отклонение равно 4,5 м/час. Какие скорости ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью не меньшей 0,9?

Задание 3. Для определения средней урожайности колхозного поля в 10000 га. предполагается взять на выборку по 1 кв. м. с каждого гектара площади и точно подсчитать урожайность с этих квадратных метров. Оценить вероятность того, что средняя выборочная урожайность будет отличаться от истинной средней урожайности на всем массиве не более чем на 0,1 центнера, если считать, что среднее квадратическое отклонение урожайности на каждом гектаре не превышает 3ц.

Задание 4. Испытание готовых часов выявляет в среднем 2% не отрегулированных. Оценить вероятность того, что отклонение частоты появления точных часов от вероятности не превысит 0,01, если предоставлено для проверки 400 часов.

Задание 5. Суточный расход воды в населенном пункте является случайной величиной, среднее квадратическое отклонение которой равно 10000 л. Оценить вероятность того, что расход воды в этом пункте в течение дня отклонится от математического ожидания более чем на 25000 л. (по абсолютной величине).

Задание 6. Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 2000 кВт. ч., а дисперсия составляет 20000. Оценить вероятность того, что в ближайший день расход электроэнергии в этом населенном пункте будет от 1500 до 2500 кВт. ч.

Задание 7. Бензоколонка N заправляет легковые и грузовые автомобили. Вероятность того, что проезжающий легковой автомобиль подъедет на заправку, равна 0,3. С помощью неравенства Чебышева найти границы, в которых с вероятностью, не меньшей 0,79, находится доля заправившихся в течение 2 ч легковых автомобилей, если за это время всего заправились 100 автомобилей.

Задание 8. Сколько нужно произвести измерений, чтобы с вероятностью, равной 0,9973, утверждать, что погрешность средней арифметической результатов этих измерений не превысит 0,01, если измерение характеризуется средним квадратическим отклонением, равным 0,03?

Задание 9. В течение времени t эксплуатируются 500 приборов. Каждый прибор имеет надежность 0,98 и выходит из строя независимо от других. Оценить вероятность того, что доля надежных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

Задание 10. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайно взятая деталь окажется по длине не менее 49,5 и не более 50,5 см. Уточнить вероятность того же события, если известно, что длина случайно взятой детали имеет нормальный закон распределения.

ПЗ-14 Основы теории вероятностей.

Тематика практического занятия: Контрольная работа.

Образец контрольной работы

Задача 1. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство равна 0,9, второе – 0,95, третье – 0,85. Найти вероятность того, что при аварии сработает только два устройства.

Задача 2. В некотором водоеме карпы составляют 80%. Найти вероятность того, что из пяти, выловленных в этом водоеме рыб, окажется: а) 4 карпа; б) не менее 4 карпов.

Задача 3. Два стрелка стреляют по мишени, причем каждый делает по два выстрела. Для первого стрелка вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7, для второго – 0,9. Найти вероятность поражения цели хотя бы одним выстрелом.

Задача 4. Изделие считается высшего качества, если отклонение его размеров от номинала не превышает по абсолютной величине 3,45 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинала подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением, равным 3 мм, а систематические отклонения отсутствуют. Определить среднее число изделий высшего сорта, если изготовлено 4 изделия.

Задача 5. Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года 20% рабочих дней она была ниже 88 ден. Ед., а 75% – выше 90 ден. ед. Найти: а) математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение цены ценной бумаги; б) вероятность того, что в день покупки цена будет заключена в пределах от 83 до 96 ден. ед.; в) с надежностью 0,95 определить максимальное отклонение цены ценной бумаги от среднего значения по абсолютной величине.

Задача 6. Случайная величина T – время работы радиолампы, имеет показательное распределение. Определить вероятность того, что время работы лампы будет не меньше 500 часов, если среднее время работы лампы 400 часов.

Задача 7. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно трем. Найти вероятность того, что за 2 мин поступит: а) четыре вызова; б) менее четырех вызовов; в) не менее четырех вызовов.

Задача 8. Составить закон распределения числа выстрелов, которое может быть сделано до первого попадания, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Задача 9. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) математическое ожидание $M(X)$; в) дисперсию $D(X)$; г) вероятности $P(X = 0,5)$, $P(X < 0,5)$, $P(0,5 \leq X < 1)$; д) построить графики $f(X)$ и $F(X)$.

Завершается модуль контрольной работой (2 часа, во время практ. занятий), сдачей РГР.

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Выражать одни события через другие на основе алгебры событий.
2. Вычислять вероятности событий на основе классического определения.
3. Вычислять вероятности событий по заданным вероятностям на основе алгебры вероятностей.
4. Вычислять вероятности событий на основе закона распределения.
5. По плотности вероятности находить функцию распределения и наоборот для одномерного закона.
6. Находить математическое ожидание и дисперсию одномерной случайной величины по её закону распределения.

Модуль 3. Комплексная цель: дать представление об основных задачах математической статистики.

ПЗ-15 Обработка результатов наблюдений.

Тематика практического занятия: Метод наименьших квадратов.

Задание.

Результаты наблюдений, выполненных при исследовании зависимости между напряжением генератора и давлением в котле, представлены в таблице.

Таблица

x_i	0	10	11	16	21	27	32	37	43	48
y_i	10.0	8.0	7.0	5.0	4.3	4.0	3.5	2.8	2.2	2.0

Установить вид зависимости и найти параметры эмпирической формулы, если точность измерений $\varepsilon=0,1$.

Вопросы для самопроверки

1. Дать понятие интерполяции и аппроксимации. В чем их сходства и различия?
2. Назначение и суть метода наименьших квадратов.
3. Назначение и суть линейаризации функции.
4. Приведите примеры линейаризации функций в простейших случаях.

ПЗ-16 Элементы математической статистики. Выборочный метод.

Тематика практического занятия: Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения, её свойства и график. Полигон и гистограмма частот. Гистограмма и полигон частот. Эмпирическое распределение и его свойства. Выборочные характеристики и их распределения. Асимптотические свойства выборочных моментов. Точечные оценки. Свойства несмещенности, состоятельности и эффективности. Интервальные оценки. Доверительные интервалы. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Задание 1.

Найти среднее выборочное вариационного ряда 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6 .

Найти выборочную моду выборки 1,5; 1,6; 1,6; 1,4; 1,7; 1,6; 1,7; 1,4.

Найти выборочную медиану выборки -10; -11; 12; -14; -14; -13; 15; -11; -11.

Задание 2.

Даны результаты наблюдений:

183 151 187 211 155 208 178 193 163 166 131 200 173 145
 166 174 174 161 225 178 188 157 187 209 157 180 163 189
 196 192 160 123 181 172 183 204 148 197 133 151 169 134
 149 177 164 175 183 197

Для данной выборки:

1. Построить сгруппированный вариационный ряд.
2. Построить сгруппированный статистический ряд.
3. Построить эмпирическую функцию распределения.
4. Построить гистограмму и полигон относительных частот.
5. Найти выборочные точечные характеристики: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, эксцесс, асимметрию, моду, коэффициент вариации.
6. Выдвинуть гипотезу относительно близости распределения к нормальному.
7. Найти доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с заданной доверительной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$, считая σ неизвестным.

ПЗ-17 Обработка результатов наблюдений.

Тематика практического занятия: Статистическая проверка гипотез. Общее понятие о статистической проверке гипотез. Простые и сложные гипотезы. Критерий и критическая область. Ошибки первого и второго рода. Примеры критериев.

Задание 1. По заданной выборке

73	72	56	64	60	71	65
69	65	76	70	63	74	73
72	67	63	67	80	68	

при уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить гипотезу о среднем значении $H_0 : a = 65$ при альтернативной гипотезе $H_1 : a > 65$, если задано стандартное отклонение $\sigma = 8$.

Задание 2. В банке в течение двух дней проводилось исследование времени обслуживания клиентов. Данные представлены ниже в таблице. Обозначим время обслуживания клиентов в первый день X , а во второй - Y . Известно, что $m_x = 17,84$, $m_y = 17,65$, $n_1 = n_2 = 55$. Можно ли считать одинаковыми отклонения от среднего времени обслуживания клиентов банка в 1-й и во 2-й дни при $\alpha = 0,01$?

Статистические данные времени обслуживания клиентов в банке

Таблица 7.

Номер интервала группирования j	Время обслуживания (мин.)	μ_j (1-й день)	ν_j (2-й день)
1	10-12	2	2
2	12-14	4	4
3	14-16	8	9
4	16-18	12	13
5	18-20	16	16
6	20-22	10	8
7	22-24	3	3

проверить с помощью критерия Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о законе распределения генеральной совокупности:

а) показательном; б) равномерном; в) нормальном.

1	2 - 5	6
2	5 - 8	8
3	8 - 11	15
4	11 - 14	22
5	14 - 17	14
6	17 - 20	5

Тематика практического занятия: Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Понятие регрессии. Выбор вида уравнения регрессии. Понятие линейной корреляции. Оценка тесноты линейной корреляционной связи. Коэффициент корреляции и его свойства. Коэффициент детерминации. Понятие о нелинейной корреляции.

Задание 1. Изучается зависимость себестоимости одного изделия (Y , р.) от величины выпуска продукции (X , тыс. шт.) по группе предприятий за отчетный период. Получены следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Провести корреляционно-регрессивный анализ зависимости себестоимости одного изделия от выпуска продукции.

Завершается модуль тестированием по теории (на практических занятиях) и индивидуальным домашним заданием.

В результате изучения модуля студент должен уметь:

1. Находить точечные оценки параметров распределения.
2. Находить доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения.
3. Уметь проверять статистические гипотезы.
4. находить уравнение линейной регрессии.

Примерные вопросы к тренингу:

1. Непрерывность функции и предел. Связь между понятиями и различными определениями непрерывности.
2. Производная функции и ее приложения к практическим исследованиям в области таможенного дела.
3. Методы интегрирования неопределенного интеграла.
4. Различные методы решения систем линейных уравнений.
5. Случайные величины и примеры случайных величин при исследовании процессов, связанных с таможенной деятельностью.
6. Корреляция и регрессия и направления использования данного аппарата в анализе таможенной деятельности.
7. Направления использования различных положений и выводов теории вероятностей и математической статистики в таможенном деле.

Примерные вопросы для круглого стола:

1. Основные вопросы и темы линейной алгебры, наиболее часто используемые в задачах моделирования управления в таможенных органах.
2. Основные вопросы и направления использования положений и выводов аналитической геометрии.
3. Обзор основных теорем теории вероятностей, примеры их использования при решении аналитических задач управления таможенных органов.

11. Методические указания по самостоятельной работе студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов.

Самостоятельную работу студентов (СРС) можно разделить на текущую и творческую.

Текущая СРС направлена на углубление и закрепление знаний студента, подготовку к практическим занятиям, составление конспекта тем, выносимых на самостоятельную работу, подготовку к контрольным работам, выполнение индивидуальных расчетно - графических работ, подготовку к зачетам. Объем этой работы соответствует часам учебного времени, отводимого на самостоятельную работу в каждом семестре.

Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР) ориентирована на развитие интеллектуальных умений, профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и включает в себя:

1. Написание рефератов и их презентацию на студенческих конференциях;
2. Участие в олимпиадах различного уровня.

Необходимой составляющей самостоятельной работы является систематическое выполнение индивидуальных домашних заданий – типовых расчетов (РГР), направленных на формирование универсальных алгоритмических навыков применения дисциплины.

Особенность данной формы самостоятельной работы состоит в систематической практической деятельности обучаемого. Отчет о такой работе состоит из решения задач с чертежами и комментариями. Типовые расчеты в достаточной форме обеспечены методической литературой.

Темы типовых расчетов, их распределение по семестрам (модулям) и объем в часах.

1 семестр.

РГР № 1 « Введение в математический анализ»;

РГР № 2 «Дифференциальное исчисление и его приложения»

2 семестр.

РГР № 3 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»;

РГР № 4 « Основы теории вероятностей»;

ИДЗ «Элементы математической статистики».

Карта самостоятельной работы студента

Ф Математика и статистика, 1семестр

кол-во часов (общее) **60**

Модуль	Номер раздела, темы	Самостоятельная работа студентов			Формы контроля
		Содержание, формы работы	Номер недели	Трудоемкость	
№1	Раздел 1. Тема 1.	Подготовка к практическому занятию 1.	1	1	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 1. Тема 1,2.	Подготовка к практическому занятию 2. Выполнение РГР № 1	2	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 1. Темы 3,4.	Подготовка к практическому занятию 3. Выполнение РГР №	3	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.

		1			2.Проверка 1-го номера расчетного задания 2.
№1	Раздел 1. Темы 3,4.	Подготовка к практическому занятию 4. Выполнение РГР № 1	4	4	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 2,3-го номера расчетного задания 2.
№ 1	Раздел 1. Тема 3,4.	Подготовка к практическому занятию 5. Подготовка к контрольной работе 1. Сдача РГР № 1.	5	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№ 2	Раздел 1. Темы 5,6.	Подготовка к практическому занятию 6.	6	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№ 2	Раздел 1. Темы 5,6.	Подготовка к контрольной работе № 2. Подготовка к практическому занятию 7.	7	4	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№ 2	Раздел 1. Тема 12.	Подготовка к практическому занятию 8. Выполнение РГР № 2	8	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 1.Проверка 1,2-го интегралов из расчетного задания 1.
№ 2	Раздел 1. Тема 1.	Подготовка к практическому занятию 9. Выполнение РГР № 2	9	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 4,5,6-го интегралов из расчетного задания 1
№ 3	Раздел 1. Тема 3.	Подготовка к практическому занятию 10. Выполнение РГР № 2	10	3	1. Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 3,7,8-го интегралов из расчетного задания

					1
№ 3	Раздел 1. Тема 4.	Подготовка к практическому занятию 11. Подготовка к контрольной работе № 3 Сдача РГР № 2	11	4	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 1,2-го интегралов из расчетного задания 2.
№ 4	Раздел 2. Тема 4.	Подготовка к практическому занятию 12.	12	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 3,4,5,6 расчетных заданий.
№ 4	Раздел 2. Тема 4.	Подготовка к практическому занятию 13.	13	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№ 4	Раздел 2. Тема 4.	Подготовка к практическому занятию 14.	14	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№ 4	Раздел 2. Тема 4.	Подготовка к практическому занятию 15 Подготовка к контрольной работе № 4	15	4	
№ 5	Раздел 2. Тема 5.	Подготовка к практическому занятию 16	16	3	
№ 5	Раздел 2. Тема 5.	Подготовка к практическому занятию 17	17	3	
№ 5	Раздел 4. Тема 5.	Подготовка к практическому занятию 18 Подготовка к контрольной работе №5. Подготовка к сдаче зачета	18	5	

Карта самостоятельной работы студента

Ф Математика и статистика, 2 семестр

кол-во часов (общее) **54**

Модуль	Номер раздела, темы	Самостоятельная работа студентов			Формы контроля
		Содержание, формы работы	Номер недели	Трудоемкость	
№1	Раздел 3. Тема 7.	Подготовка к практическому занятию 1.	1	2	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 3. Тема 8.	Подготовка к практическому занятию 2. Выполнение РГР № 3	2	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 3. Тема 9.	Подготовка к практическому занятию 3. Выполнение РГР № 3	3	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 1-го номера расчетного задания 2.
№1	Раздел 3. Тема 9 .	Подготовка к практическому занятию 4. Выполнение РГР № 3	4	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 2,3-го номера расчетного задания 2.
№1	Раздел 3. Темы 10,11.	Подготовка к практическому занятию 5. Выполнение РГР № 3	5	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 3. Темы 10,11.	Подготовка к практическому занятию 6. Выполнение РГР № 3	6	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№1	Раздел 3. Тема 4.	Подготовка к контрольной работе 1. Сдача РГР № 3.	7	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№2	Раздел 4. Тема 12.	Подготовка к практическому занятию 8. Выполнение РГР № 4	8	2	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 1.Проверка 1,2-го интегралов из расчетного задания 1.
№2	Раздел 4. Тема 12	Подготовка к практическому занятию 9. Выполнение РГР № 4	9	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 4,5,6-го интегралов из расчетного задания 1
№2	Раздел 4. Тема 12.	Подготовка к практическому занятию 10.	10	3	1. Проверка домашнего задания на практическом занятии.

		Выполнение РГР № 4			2.Проверка 3,7,8-го интегралов из расчетного задания 1
№2	Раздел 4. Темы 13,15,16.	Подготовка к практическому занятию 11. Выполнение РГР № 4	11	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 1,2-го интегралов из расчетного задания 2.
№2	Раздел 4. Тема 13,15,16.	Подготовка к контрольной работе 12. Выполнение РГР № 4	12	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии. 2.Проверка 3,4,5,6 расчетных заданий.
№2	Раздел 4. Тема 17.	Подготовка к практическому занятию 13. Выполнение РГР № 4	13	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№2	Раздел 4.	Подготовка к контрольной работе 2. Сдача РГР № 4	14	3	1.Проверка домашнего задания на практическом занятии.
№3	Раздел 4. Тема 17.	Подготовка к практическому занятию 15 Выполнение ИДЗ	15	3	
№3	Раздел 4. Тема 17.	Подготовка к практическому занятию 16 Выполнение ИДЗ	16	4	
№3	Раздел 4. Тема 17.	Подготовка к практическому занятию 17 Выполнение ИДЗ	17	4	
№3	Раздел 4. Тема 17.	Подготовка к практическому занятию 18 Сдача ИДЗ	18	3	

12. Контроль знаний

Текущий контроль знаний.

Изучение любой дисциплины невозможно без систематического контроля, который позволяет следить за уровнем усвоения изучаемого материала, провести соответствующую коррекцию в случае необходимости.

Рубежный и итоговый контроль по дисциплине осуществляется на основе рейтинг – плана дисциплины для каждого семестра, в котором в соответствии с учебным и календарным планами указаны все виды отчетности.

Методика проведения текущего и итогового контроля знаний студентов

Контроль знаний осуществляется с помощью балльно-рейтинговой системы.

Рейтинговая система оценки успеваемости студентов - комплекс мероприятий, обеспечивающих проверку качества учебной работы студентов при освоении ими основных образовательных программ.

Оценка качества учебной работы студента в рейтинговой системе является кумулятивной (накопительной) и используется для управления образовательным процессом, а также при решении вопросов назначения государственных академических и именных стипендий и т.д.

При оценке преподавателем работы студента в течении семестра учитывается:

- посещаемость учебных занятий;
- результаты прохождения тестирования;
- результаты выполнения контрольных работ (семестровых заданий, практикумов, расчетных работ, лабораторных работ, коллоквиумов и пр.);
- уровень подготовки рефератов и эссе;
- степень участия в форумах и т.д.

Рейтинговая система предусматривает непрерывный контроль знаний студентов на всех этапах обучения, интегрирование результатов контроля от одного этапа к другому, определение рейтинга студента по дисциплине, за семестр, учебный год, период обучения.

Основные задачи:

- поддерживать мотивацию активной и равномерной работы студентов в семестре;
- существенно расширить, углубить и повысить эффективность регулярной самостоятельной учебной работы студентов в семестре;
- получить более точную и объективную оценку уровня знаний и уровня профессиональной подготовки студентов.

Организация учебного процесса

Рейтинговая система оценки успеваемости студентов в ходе всех форм контроля осуществляется по 100-балльной шкале. Контроль знаний ведется непрерывно и имеет два уровня: контроль текущей работы в семестре и семестровый контроль (зачеты).

Если по результатам промежуточного контроля студент наберет 60 и более баллов, то автоматически получает семестровый зачет по дисциплине в соответствии со шкалой перевода со 100-балльной системы на 5-балльную. При желании повысить свой рейтинг по дисциплине, завершающейся экзаменом, студент проходит семестровый контроль.

Отметка о зачете «зачтено» выставляется по результатам текущей аттестации, без дополнительного письменного опроса, студенту, набравшему 60 и более баллов.

Студент, набравший по результатам текущего контроля 20 - 59 баллов, допускается к сдаче зачета по дисциплине, на котором может получить от 20 до 40 баллов.

Итоговая (семестровая) оценка по дисциплине определяется по сумме баллов, полученных студентом при различных формах контроля и баллов, полученных на семестровом контроле.

Итоговая оценка по дисциплине выставляется в зачетную книжку и экзаменационную ведомость в соответствии со следующей шкалой:

Количество баллов	Оценка
91÷100	"отлично"
71÷90	"хорошо"
60÷70	"удовлетворительно"
60 и менее	«неудовлетворительно»

При получении на экзамене количества баллов, в сумме с баллами текущей аттестации недостаточного для положительной оценки (менее 60), студент направляется на переэкзаменовку в соответствии с Положением о курсовых экзаменах и зачетах.

Курсовые работы и проекты, учебные и производственные практики учитываются как самостоятельные дисциплины с дифференцированным зачетом.

Студенту, набравшему в ходе текущего контроля менее 60 баллов по дисциплине с итоговым зачетом и 20 баллов по дисциплине с итоговым экзаменом, выставляется оценка "неудовлетворительно" или "не зачтено". Порядок прохождения дальнейшего обучения регулируется Положением о курсовых экзаменах и зачетах

Текущий контроль знаний включает контрольные работы, тест, проверку домашних заданий и опросы.

Преподаватель может проводить контрольные работы и тест в аудитории либо дать в качестве самостоятельной работы с последующей защитой работы студентом.

Форма итогового контроля – зачет (1,2 семестр).

Первостепенное значение среди контролирующих материалов имеют РГР по важнейшим разделам дисциплины, рассчитанные на обязательную систематическую самостоятельную работу. В зависимости от сложности типовые расчеты снабжаются методическими указаниями. Типовые расчеты выполняются по мере прохождения материала, при этом их защита обязательна.

По всем модулям дисциплины предусмотрены контрольные работы разного назначения. Для итогового контроля составлены тестовые контрольные задания, используемые в конце каждого семестра.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроля и контроля со стороны преподавателя. Самоконтроль проводится с использованием списка вопросов, предлагаемых для подготовки к зачетам.

Рубежный контроль осуществляется в виде контрольных работ по теоретической и практической части. По результатам текущего и рубежного контроля формируется допуск студента к зачету. Зачет проводится в письменной форме и оценивается преподавателем.

Примерный перечень вопросов для самостоятельной работы

Семестр 1

1. Определение числовой последовательности. Арифметические действия над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности.
2. Понятие сходящейся последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
3. Множества. Операции над множествами.
4. Понятие функции. Основные свойства функций. Элементарные функции. Классификация функций. Основные преобразования графика функции.
5. Приложения функций в экономике. Кривые спроса и предложения. Точка равновесия. Паутинная модель рынка.
6. Предел функции в бесконечности. Геометрический смысл.
7. Предел функции в точке. Геометрический смысл. Односторонние пределы.
8. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых.
9. Бесконечно большие функции. Свойства бесконечно больших функций. Связь бесконечно больших с бесконечно малыми функциями.
10. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела.
11. Понятие непрерывности. Непрерывность основных элементарных функций.
12. Общее определение производной. Геометрический, механический и экономический смысл производной.
13. Основные правила дифференцирования и производные элементарных функций.
14. Понятие дифференциала. Свойства дифференциала.
15. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

16. Экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя).
17. Достаточные признаки существования экстремума функции.
18. Наибольшее и наименьшее значения функции.
19. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
20. Основные методы интегрирования.
21. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства.
22. Функция двух переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.
23. Экстремум функции двух переменных.
24. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, интегральные кривые. Общее и частное решения. Задача и теорема Коши.
25. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
26. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теоремы об общем решении.
27. Метод вариации постоянных.
28. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Теоремы об общем решении.
29. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
30. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
31. Числовые ряды: определение, сходимость.
32. Степенные ряды: область сходимости, разложение функций в степенные ряды.

Семестр 2

1. Матрицы: определение; виды матриц; операции над матрицами.
2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
 36. Обратная матрица.
 37. Ранг матрицы, его свойства и методы нахождения.
3. Системы линейных алгебраических уравнений: основные понятия и определения.
4. Система n линейных уравнений с n переменными. Формулы Крамера.
5. Метод Гаусса.
6. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: расстояние между двумя точками, площадь треугольника, деление отрезка в данном отношении.
7. Прямая на плоскости. Различные уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой.
8. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
9. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Их свойства и графики.
10. Комбинаторный анализ: перестановки, размещения, сочетания. Правило сумм и правило произведений.
11. Предмет теории вероятностей. Понятие случайного события. Классификация событий. Основные виды случайных событий.
12. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Статистическое определение вероятности. Свойство устойчивости.
13. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.

15. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей.
16. Полная группа событий. Противоположные события. Основные теоремы о вероятностях этих событий.
17. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
18. Схема независимых испытаний.
19. Понятие случайной величины. Виды случайных величин.
20. Закон распределения дискретной случайной величины. Числовые характеристики ДСВ и их свойства.
21. Функция распределения, ее свойства и график.
22. Биномиальное, пуассоновское и геометрическое распределения.
23. Функция плотности вероятностей, ее свойства и график.
24. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
25. Равномерное распределение НСВ.
26. Показательное (экспоненциальное) распределение.
27. Нормальное распределение. Вероятностный смысл параметров μ и σ .
28. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Ошибки репрезентативности и ошибки регистрации.
29. Статистический дискретный и интервальный ряд распределения. Полигон и гистограмма.
30. Вариационный ряд. Статистическое распределение частот и относительных частот. Мода, медиана, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение и коэффициент вариации. Эмпирическая функция распределения.
31. Статистические оценки параметров распределения, их свойства.
32. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Групповая и общая средние.
33. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
34. Обычные начальные и центральные эмпирические моменты.
35. Доверительная вероятность. Доверительный интервал. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
36. Метод моментов точечного оценивания. Метод максимального (наибольшего) правдоподобия точечного оценивания.
37. Условные варианты. Условные эмпирические моменты.
38. Статистическая гипотеза. Ошибки I и II рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область.
39. Статистическое исследование зависимостей. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.
40. Корреляционная зависимость. Отыскание уравнения прямой линии регрессии по не сгруппированным данным (метод наименьших квадратов).
41. Корреляционная таблица. Построение уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.

Примерные контрольные работы

Сроки выполнения контрольных работ определены учебно-тематическим планом. Сроки сдачи и порядок выполнения контрольных работ устанавливаются преподавателем.

Тематика контрольных работ:

- **Контрольная работа №1** (Введение в математический анализ) :
 - вычисление пределов;
 - исследование непрерывности функции.
- **Контрольная работа №2** (Дифференцирование функции одной переменной):
 - нахождение производных различных порядков;
 - дифференциал функции.

Контрольная работа №3 (Дифференцирование функций нескольких переменных):

- частные производные первого порядка;
- частные производные высших порядков.

Контрольная работа №4 (интегральное исчисление):

- нахождение неопределенных интегралов;
- вычисление определенных интегралов;
- приложения определенных интегралов;
- несобственные интегралы.

Контрольная работа №5 (дифференциальные уравнения):

- решение уравнений с разделяющимися переменными;
- решение линейных уравнений;
- решение задачи Коши.

Контрольная работа №6 (элементы линейной алгебры и аналитической геометрии):

- задача на вычисление с матрицами;
- вычисление определителя матрицы;
- решение матричного уравнения;
- вычисление обратной матрицы;
- решение СЛУ;
- составление уравнения прямой на плоскости, обладающей заданными свойствами;
- приведение уравнений линии второго порядка к каноническому виду, определение вида линии.

Контрольная работа №7 (основы теории вероятностей):

- вычисление вероятности событий на основе классического определения;
- вычисление вероятности событий по заданным вероятностям на основе алгебры вероятностей;
- вычисление вероятности событий на основе закона распределения.
- нахождение по плотности вероятности функции распределения и наоборот для одномерного;
- нахождение математического ожидания и дисперсии одномерной случайной величины по её закону распределения.

Содержание типовых расчетов

РГР № 1 « Введение в математический анализ».

Задание №1. Найти множества значений x , удовлетворяющих следующим условиям.

Изобразить эти множества геометрически:

$$1) |x| \geq 3; \quad 2) |x - 2| \leq 3; \quad 3) |x - 4| = |x + 4|.$$

Задание №2. Найти область определения функции и изобразить ее на чертеже.

$$1) f(x) = \log_3(3x - 4) + \lg(3 - x); \quad 2) f(x) = \frac{\sqrt{x + 12 - x^2}}{x^2 - 9} + \lg(x - 2).$$

Задание №3. Построить графики функций и сформулировать их основные свойства.

$$1) 2^x; \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^x; \quad 3) \log_3 x; \quad 4) \log_{\frac{1}{3}} x; \quad 5) x^3.$$

Задание №4. С помощью преобразования графика подходящей элементарной функции построить график функции $f(x)$.

1) $\frac{1}{|x|}$; 2) $\frac{2x-4}{x+3}$; 3) $2x^2 + 3x + 4$.

Задание №5. Построить графики функций, описывающих зависимости:

- а) спроса от цены товара $D = KP^a + C$;
 б) предложения от цены товара $S = P^b + d$;
 в) охарактеризовать эти графики.

K	a	c	b	d
2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{9}{5}$	0,5

Задание №6. Издержки перевозки двумя видами транспорта выражаются функциями $y_1 = a_1x + b_1$; $y_2 = a_2x + b_2$, где x - расстояние в сотнях километров, y_1, y_2 - соответствующие транспортные расходы.

Необходимо: построить графики функций; произвести экономический анализ; рассчитать транспортные расходы при $x = x_0$.

a_1	b_1	a_2	b_2	x_0
40	120	35	140	600

Задание №7. Для функций спроса $D(p)$ и предложения $S(P)$ найти равновесную цену, если $D(p) = 3 \cdot 2^{-p}$ и $S(p) = 2^p + 2$

Задание №8. Найти пределы числовых последовательностей с заданным общим числом:

а) $\frac{2n-3}{n^2+1}$ б) $\frac{n}{\sqrt{n^2+4}}$ в) $\left(\frac{n^3}{n^2+1} - \frac{3n^2}{3n-1}\right)$ г) $(\sqrt{2n+3} - \sqrt{n+1})$

Задание №9. Найти пределы функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}\right)$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$

Задание №10. Первоначальный вклад, положенный в банк под $P\%$ годовых, составил a млн. рублей. Найти размер вклада через b лет при начислении процентов:

- а) ежегодном; б) поквартальном; в) ежемесячном г) непрерывно
 $P=3$; $a=4$; $b=2$

Задание №11. Доказать непрерывность функции и построить её график:

а) $y = 2^{x-2}$; б) $y = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq 0, \\ 5 - 5x, & x > 0. \end{cases}$ в) $y = |4x - x^2|$.

Задание №12. Найти точки разрыва функций и определить их тип. Построить чертёж.

а) $y = \frac{x+3}{x-4}$; б) $y = 3^{\frac{1}{x-1}}$; в) $y = \frac{9x^2 - 16}{3x + 4}$; г) $y = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0, \\ -x - 1, & x > 0. \end{cases}$

РГР № 2 «Дифференциальное исчисление и его приложения».

Задание 1. Составить уравнение касательной, проведенной к кривой $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 5$, параллельно прямой $x - y + 11 = 0$.

Задание 2. Зависимость издержек производства C от объема выпускаемой продукции q выражается формулой $C = 67q + 0.06q^3$. Определить средние и предельные издержки производства при объеме продукции 12.

Задание 3. Зависимость между себестоимостью продукции C и объемом ее производства q выражается формулой $C = 63 - 0.6q$. Требуется определить коэффициент эластичности при выпуске продукции 21 (ден. ед.).

Задание 4. Зависимость спроса q от цены p описывается формулой $q = 42e^{-19p^2}$. Найти, при каких значениях цены спрос будет эластичным.

(Вычислять либо в обыкновенных дробях, либо с точностью до 0,1.)

Задание 5. Опытным путем установлены функции спроса $q = \frac{(P+47)}{(P+7)}$ и предложения

$S = P + 2$, где q и S - количество товара, соответственно покупаемого и предлагаемого на продажу в единицу времени, P - цена товара; a, b, c - конкретные данные. Найти:

- 1) равновесную цену;
- 2) эластичность спроса и предложения;
- 3) изменение дохода при изменении цены на 7 %.

Задание 6. Объём продукции q , произведённый бригадой рабочих, может быть описан уравнением $q = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 99t + 100$ (ед.), $0 \leq t \leq 8$ где t - рабочее время в часах.

Вычислить производительность труда, скорость и темп её изменения через 3 часа после начала смены и за 1 час до её окончания.

Задание 7. Пусть функция дохода $R(q) = 6q - \frac{q^2}{4}$, а функция затрат $C(q) = \frac{q^2}{2} + 7$. Каким

должен быть налог t с единицы выпускаемой продукции, чтобы величина суммарного налога T со всей продукции была наибольшей?

Задание 8. Определить изменение ставки процента $r=r(t)$, если дана величина вклада в момент времени t : $K(t) = 12000(t+1)^{16}$, где t - число лет от открытия вклада, K_0 - величина вклада в начальный момент времени $t=0$, r_0 (%) - номинальная ставка за год. Найти сумму процента через 5 и 8 лет.

Задание 9. Капитал в 1 миллион ден. ед. может быть размещён в банке под 60 % годовых или инвестирован в производство, причём эффективность вложения в размере 200 %, а издержки задаются квадратичной зависимостью $c = ax^2$. Прибыль облагается налогом в p %. При каких значениях p вложение в производство является более эффективным, чем размещение в банке.

Задание 10. Найти пределы функции, используя правило Лопиталя.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x-x^2-1},$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{e^{2x}},$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x^3},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^3},$
$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \ln 2x,$	$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}},$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+3x)},$	$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x)^{2x}.$

Задание 11. Участок в форме прямоугольника площадью 800, огорожен с трех сторон забором. Найти наименьшую длину забора.

Задание 12. Исследовать функции и построить их графики.

$y = x^3 - 9x$	$y = \frac{x^2 + x + 3}{x - 3}$	$y = \ln(4x^2 - 9)$
----------------	---------------------------------	---------------------

Задание 13. Известно, что зависимость издержек и дохода от объёма производства определяется функциями: $C(q) = 17q - 7q^2 + q^3$ и $R(q) = 12q - q^2$ где q – объём производства, $C(q)$ - издержки, $R(q)$ - доход; a, b, c, d, e – параметры. Найти зависимость прибыли $\Pi(q)$ от объёма производства.

1. Построить графики функций прибыли производства.
2. Найти объёмы производства при которых:
 - а) прибыль равна нулю;
 - б) прибыль максимальна;
 - в) убытки максимальны
3. Найти значения максимальных убытков и прибыли.
4. Найти средние значения прибыли при объёме производства $q = 1,5$ ед.
5. Найти предельные значения прибыли при объёме производства $q = 2,5$ ед.

При необходимости результат округлить до 0,01

Задание 14. Производственная функция имеет вид $Q = 2L^2 + 15LK$, где Q -выпуск продукции в единицу времени; K -капитал; L -труд. Затраты на единицу капитала и труда составляют соответственно a и b , а общая сумма затрат равна c . Требуется определить уровень затрат на капитал и труд, когда выпуск продукции максимальный. Решить задачу двумя способами: методом подстановки и методом множителей Лагранжа. $a = 3, b = 4, c = 180$.

РГР № 3 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Задание №1. Даны вершины треугольника ABC .

Найти: длину стороны BC ; уравнение высоты из вершины A и ее длину; уравнение медианы из вершины A ; записать уравнение прямой, проходящей через вершину A ; построить чертеж.

$A(-2;10); B(5;8); C(4;0)$.

Задание №2. Найти разложение вектора $\vec{x} = (1; -3)$ по базису \vec{a}_1, \vec{a}_2 , если $\vec{a}_1 = (2; -1)$, а $\vec{a}_2 = (3; 1)$. Чему равны координатами вектора \vec{x} в данном базисе \vec{a}_1, \vec{a}_2 ?

Задание №3. Даны матрицы A, B, C, D .

Найти: 1) A^T, B^T, D^T ; 2) $AB + CD$; 3) $2A - E$; 4) $E - A$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 2 \\ 2 & 7 & 6 \\ 0 & -1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & -1 \\ 5 & 1 & -8 & 6 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 6 & -8 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Задание №4. Даны матрицы A, B, C .

Вычислить: 1) детерминанты матриц A, B и C ;

2) $\text{rang } B, \text{rang } C$;

3) A^{-1}, B^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 5 \\ -1 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Задание №5

Решить систему:

1) методом Гаусса;

2) по формулам Крамера;

3) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = -8, \\ x + y - 2z = -3, \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Задание № 6. Найти общее и два частных решения системы. Сделать проверку.

$$\begin{cases} 3x + 5y + z + 2t = 4, \\ 2x + 3y + 5z + 3t = 2, \\ x + 2y + 3z + 6t = 2. \end{cases}$$

Задание №7. Решить однородную систему уравнений.

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0, \\ x + 3y - 2z = 0, \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$$

Задание №8. Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные производственно-экономические показатели заданы векторами:

\vec{g} – вектор ассортимента (количество изделий); $\vec{g}=(54; 30; 40; 58)$

\vec{s} – вектор расхода сырья (кг/изд.); $\vec{s}=(4; 8; 5; 2)$

\vec{t} – вектор затрат рабочего времени (ч/изд.); $\vec{t}=(3; 5; 4; 7)$

\vec{p} – ценовой вектор (ед/изд.); $\vec{p}=(28; 30; 40; 55)$

Требуется определить ежедневные показатели предприятия:

S – расход сырья;

T – затраты рабочего времени;

P – стоимость выпускаемой продукции

Задание № 9. Предприятие выпускает четыре вида изделий с использованием четырех видов сырья. Нормы расхода сырья даны как элементы матрицы:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Виды сырья} \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Вид изделия} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

При заданном векторе-плане выпуска продукции \vec{g} найти затраты сырья каждого вида.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 & 6 \\ 8 & 9 & 6 & 6 \\ 3 & 8 & 4 & 4 \\ 8 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \vec{g} = (60; 40; 40; 20)$$

Задание №10. Затраты четырех видов сырья на выпуск четырех видов продукции характеризуется матрицей. C – матрица себестоимости сырья и его доставки (соответственно, первая и вторая строки).

Найти: 1) общие затраты на сырье для каждого вида продукции и его перевозку;
2) общие затраты на сырье и его транспортировку.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 9 \\ 2 & 7 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 9 & 6 \\ 8 & 9 & 6 & 6 \\ 3 & 8 & 4 & 4 \\ 8 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad \vec{g} = (60; 40; 40; 20)$$

Задание №11. Ниже приведены данные об исполнении стоимостного баланса за отчетный период (усл. ден. ед.).

№ п/п	Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
		O_1	O_2		
1	O_1	x_{11}	x_{12}	y_1	x_1
2	O_2	x_{21}	x_{22}	y_2	x_2

Таблица задана матрицей $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$ и векторами $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

Требуется: 1) составить матрицу прямых затрат и проверить ее продуктивность;
2) вычислить объемы конечного продукта при увеличении валового выпуска каждой отрасли на 100 % и 50% соответственно;
3) вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление отрасли O_1 увеличить в k раз, а отрасли O_2 – $P\%$.

№ п/п	X	\vec{y}	\vec{x}	k	P
1	$\begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 28 & 22 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 80 \\ 150 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 100 \\ 200 \end{pmatrix}$	1,7	60

РГР № 4 « Основы теории вероятностей».

ЗАДАЧА 1. В офисе работают три кондиционера. Для каждого кондиционера вероятность выхода из строя составляет 0,8. Найти вероятность того, что выйдут из строя: а) два вентилятора; б) хотя бы один вентилятор; в) все вентиляторы.

ЗАДАЧА 2. Пассажир может приобрести билет в одной из двух касс. Вероятность обращения в первую кассу 0,4, а во вторую – 0,6. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира нужные ему билеты будут распроданы, равна 0.35 для первой кассы и 0,7 - для второй. Пассажир посетил одну из касс и приобрёл билет. Какова вероятность того, что он приобрёл его во второй кассе?

ЗАДАЧА 3. При оценке качества продукции было уставлено, что в среднем 30% выпускаемой фабрикой обуви имеют различные дефекты отделки. Какова вероятность того, что в полученной магазином партии из 189 пар обуви:

- будут иметь дефекты отделки ровно 60 пар;
- не будут иметь дефектов от 126 до 140 пар обуви?

ЗАДАЧА 4. Закон распределения дискретной случайной величины представлен в таблице. Необходимо:

- 1) проверить, является ли данная таблица законом распределения дискретной случайной величины;
- 2) определить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma(x)$;
- 3) построить график этого закона распределения вероятностей.

X	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0,01	0,12	0,23	0,28	0,19	0,11	0,06

ЗАДАЧА 5. Автоматизированную линию обслуживают 5 манипуляторов. При плановом осмотре их поочередно проверяют. Если характеристики проверяемого манипулятора не удовлетворяют техническим условиям, вся линия останавливается для переналадки. Вероятность того, что при проверке характеристики манипулятора окажутся неудовлетворительными, равна 0,3.

Построить *... отклонение числа манипуляторов, проверенных до остановки линии.

Найти вероятность того, что до остановки линии будет проверено:

- а) не более двух манипуляторов;
- б) более трёх манипуляторов.

ЗАДАЧА 6. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} A, & \text{при } x < 0; \\ Bx, & \text{при } 0 \leq x \leq 1; \\ C, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

- Найти:*
- а) коэффициенты A, B, C ;
 - б) плотность распределения $f(x)$;
 - в) вероятность $P(0 < X < 1/2)$;
 - г) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;

ЗАДАЧА 7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin [a, b] \\ Ax^2 & x \in [a, b] \end{cases}$$

Требуется вычислить константу A и математическое ожидание X . Найти вероятность $P(c < X < d)$ и изобразить это решение на графике плотности распределения, если $a=0, b=3, c=1, d=2$.

ЗАДАЧА 8. Вероятность того, что клиенту страховой компании понадобится страховка равна 0,01. Случайная величина X - число клиентов, которые обратятся в страховую компанию за страховкой из 10000 застрахованных. Найти числовые характеристики X и вероятности: а) $P(X=100)$, б) $P(90 \leq X \leq 110)$.

ЗАДАЧА 9. Автобусы некоторого маршрута имеют интервал движения 10 мин. С.в. X - время, в течении которого пассажиру придется ждать автобус, имеет равномерное распределение. Найти числовые характеристики X и вероятность того, что пассажир будет ждать автобус более 3 минут.

ЗАДАЧА 10. Изменение индекса ценной бумаги на фондовой бирже может быть смоделировано как нормально распределенная случайная величина с параметрами $a=1$ и $\sigma^2=0,01$. Найти вероятность того, что на следующих торгах индекс ценной бумаги будет а) более 1 б) менее 1 в) от 0,98 до 1,02. Выписать функцию распределения и плотность распределения данной с.в.

ЗАДАЧА 11. Имеется 5000 независимых и одинаково распределенных случайных

10,17	10,27	10,6	10,76	10,81	11	11,05	11,06	11,22	11,28
11,37	11,6	11,63	11,68	11,69	11,9	12,27	12,39	12,67	12,69
12,84	13,02	13,02	13,02	13,17	13,29	13,35	13,61	13,62	13,62
14,01	14,64	14,68	15,07	15,12	15,35	15,6	15,49	15,99	16,19

величин, дисперсия каждой из которых равна 16. Найти вероятность того, что среднее арифметическое этих случайных величин отклонится от своего математического ожидания более чем на 0,5.

ИДЗ «Элементы математической статистики».

Пусть X =[число букв в слове] – изучаемый количественный признак элементов генеральной совокупности = множества слов русского языка. В качестве выборки можно использовать произвольный текст, состоящий из $n=100$ слов. С целью репрезентативности выборки можно исключить из текста все служебные слова: союзы, предлоги, местоимения. Итак, имеется выборка, объем которой равен $n=100$. Расчетная работа состоит в последовательном выполнении следующих шагов:

1. Сбор статистических данных.
2. Составление вариационного ряда.
3. Составление простого статистического ряда частот, относительных частот, накопленных частот, накопленных относительных частот.
4. Построение полигона частот и накопленных частот.
5. Построение гистограммы частот $r=5$.
6. Построение эмпирической функции распределения $F(x)$.
7. Вычисление точечных оценок параметров распределения X : $\bar{x}_e, D_e, \sigma_e, s^2$.
8. Вычисление интервальных оценок параметров a и σ с надежностью $\gamma=0,95$ в предположении, что X имеет нормальное распределение.
9. Проверка статистической гипотезы $M(X)=a_0$ в предположении, что X имеет нормальное распределение.
10. Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины X с помощью критерия согласия Пирсона.

Пример выполнения индивидуального домашнего задания.

З а д а ч а.

Предприятие получает сырье, характеризующееся процентным содержанием в нем полезного вещества А, а также стабильностью этого показателя. Для поступившей партии сырья были произведены анализы концентрации вещества А по 40 опытам. Пусть концентрация вещества А может быть рассмотрена как случайная величина X , распределенная по нормальному закону.

РЕШЕНИЕ:

Проведем группировку исходных данных ($n=40$), т.е. разобьем варианты на отдельные интервалы. Найдем разность между наибольшим и наименьшим значениями признака $\Delta = X_{\max} - X_{\min} = 16,19 - 10,17 = 6,02$.

Тогда при разбивке на 6 интервалов ($k=6$) длина интервала составит $h = 6,02/6 \approx 1,003$ (округляем всегда с избытком).

Для упрощения дальнейших расчетов выберем границы интервалов, таким образом, чтобы середины интервалов являлись как можно более «круглыми» числами (с наименьшим числом знаков после запятой) получим табл. 1.

№	Границы интервалов	Штрихование	Подсчет частот n_i	Частота в интервале $n_i/n=p_i$	Средины интервалов x_i
1	9,670 – 10,673		3	3/40	10,1715
2	10,674 – 11,676		10	10/40	11,1745
3	11,677 – 12,679		6	6/40	12,1775
4	12,680 – 13,682		11	11/40	13,1805
5	13,683 – 14,685		3	3/40	14,1835
6	14,686 – 15,688		5	5/40	15,1865
7	15,689 – 16,691		2	2/40	16,1895
Σ			40		

1. Построим сгруппированный вариационный ряд:

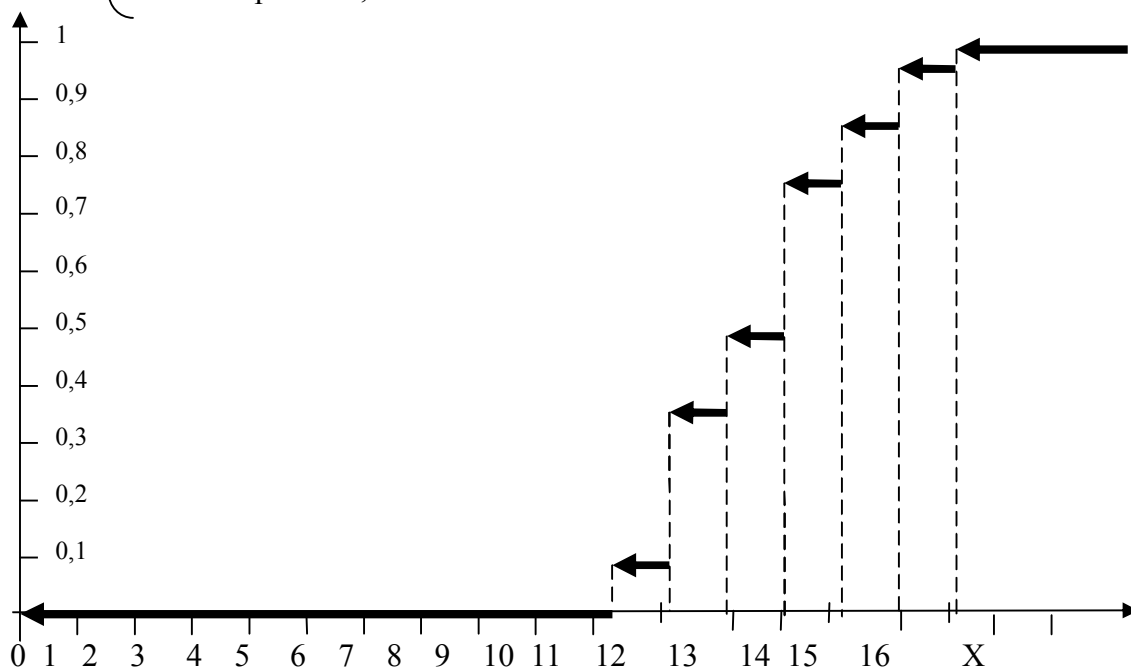
x_i	10,1715	11,1745	12,1775	13,1805	14,1835	15,1865	16,1895
n_i	3	10	6	11	3	5	2

2. Построим сгруппированный статистический ряд:

x_i	10,1715	11,1745	12,1775	13,1805	14,1835	15,1865	16,1895
p_i	3/40	10/40	6/40	11/40	3/40	5/40	2/40

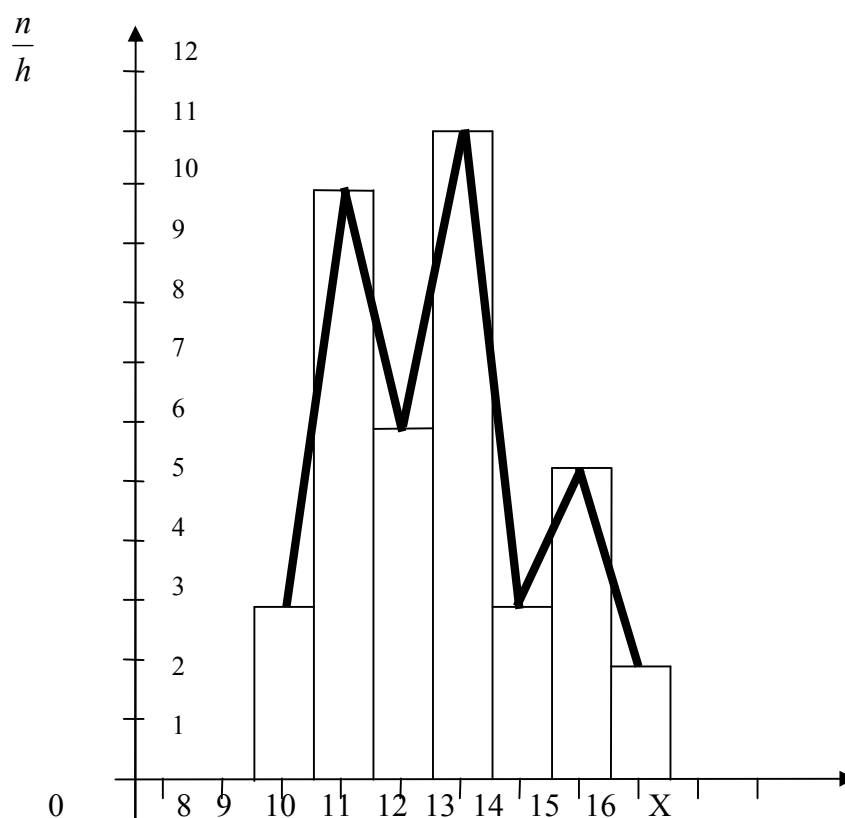
3. Построим эмпирическую функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 10,17; \\ 3/40 & \text{при } 10,17 < x \leq 11,17; \\ 13/40 & \text{при } 11,17 < x \leq 12,18; \\ 19/40 & \text{при } 12,18 < x \leq 13,18; \\ 30/40 & \text{при } 13,18 < x \leq 14,18; \\ 33/40 & \text{при } 14,18 < x \leq 15,19; \\ 38/40 & \text{при } 15,19 < x \leq 16,19; \\ 1 & \text{при } x \geq 16,19. \end{cases}$$



4. Построим гистограмму и полигон относительных частот:
 Для построения гистограммы составим таблицу 2:

Частичный интервал длиною $h=1,003$	Сумма частот варианта частичного интервала n_i	Плотность частоты n_i/h
9,670 – 10,673	3	2,99
10,674 – 11,676	10	9,97
11,677 – 12,679	6	5,98
12,680 – 13,682	11	10,97
13,683 – 14,685	3	2,99
14,686 – 15,688	5	4,99
15,689 – 16,691	2	1,99



5. Найдем выборочные точечные характеристики: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, эксцесс, асимметрию, коэффициент вариации:

Для этого построим таблицу 3:

№	Границы интервалов	Сумма частот варианта частичного интервала n_i	U_i	$n_i U_i$	$n_i U_i^2$	$n_i U_i^3$	$n_i U_i^4$
1	9,670 – 10,673	3	-3	-9	27	-81	243
2	10,674 – 11,676	10	-2	-20	40	-80	160
3	11,677 – 12,679	6	-1	-6	6	-6	6
4	12,680 – 13,682	11	0	0	0	0	0
5	13,683 – 14,685	3	1	3	3	3	3
6	14,686 – 15,688	5	2	10	20	40	80
7	15,689 – 16,691	2	3	6	18	54	162
	Суммы	40		-16	114	-70	654

Условный нуль: $C = (12,680 + 13,682) / 2 = 13,181$

Вычислим условные моменты:

$$M_1 = \frac{\sum n_i U_i}{n} = -0,4 \quad M_3 = \frac{\sum n_i U_i^3}{n} = -1,75$$
$$M_2 = \frac{\sum n_i U_i^2}{n} = 2,85 \quad M_4 = \frac{\sum n_i U_i^4}{n} = 16,35$$

Найдем искомую выборочную среднюю:

$$\bar{X}_B = M_1 h + C = -0,4 \cdot 1,003 + 13,181 = 12,78$$

Найдем искомую выборочную дисперсию:

$$S^2 = [M_2 - (M_1)^2] h^2 = [2,85 - 0,16] \cdot (1,003)^2 = 2,706, \quad S = 1,645.$$

Найдем центральные моменты третьего и четвертого порядков:

$$\mu_3 = [M_3 - 3M_2 M_1 + 2(M_1)^3] h^3 = [-1,75 + 3 \cdot 2,85 \cdot 0,4 - 2 \cdot 0,064] \cdot 1,009 = 1,555878$$

$$\mu_4 = [M_4 - 4M_3 M_1 + 6M_2 (M_1)^2 - 3(M_1)^4] h^4 = [16,35 - 4 \cdot 1,75 \cdot 0,4 + 6 \cdot 2,85 \cdot 0,16 - 3 \cdot 0,0256] \cdot 1,012 = 16,4$$

Найдем эксцесс: $E_x = \frac{\mu_4}{S^4} - 3 = \frac{16,4}{(1,645)^4} = -0,75956.$

Найдем асимметрию: $A_x = \frac{\mu_3}{S^3} - 3 = \frac{1,55}{(1,645)^3} = -0,3495.$

Найдем коэффициент вариации:

$$V = \frac{S}{\bar{X}_B} 100\% = \frac{1,645}{12,78} 100\% = 12,87\%.$$

Итак, $\bar{X}_B = 12,78$; $S^2 = 2,706$; $E_x = -0,75956$; $a_x = 0,3495.$

Следовательно, по эксцессу распределение умеренно отличается от нормального.

6. Запишем плотность вероятности и функцию распределения:

Находим несмещенные оценки математического ожидания и среднего

квадратического отклонения: $a = \bar{X}_B = 12,78$; $S^2 = \sigma = 2,706$; $S = 1,645.$

Тогда плотность вероятности и функция распределения запишутся:

$$f(x) = \frac{1}{1,645\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-12,78)^2}{5,412}} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{1,645\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-12,78)^2}{5,412}} dx$$

7. Найдем доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с заданной доверительной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$, считая σ неизвестным:

$$\bar{X}_B - \frac{t\bar{S}}{\sqrt{n}} < a < \bar{X}_B + \frac{t\bar{S}}{\sqrt{n}}$$

Расчеты дают: $\bar{X}_B = 12,78$; $S = \sqrt{S^2} = 1,645$; $n = 40$; $\gamma = 0,95.$

По таблице Стьюдента найдем t по уровню значимости α и числу степеней свободы k . $A = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$; $k = n - 1 = 40 - 1 = 39$. $t_{\alpha=0,05; k=39} = 2,02.$

Найдем предельную ошибку выборки $\delta = \frac{t\bar{S}}{\sqrt{n}} = 2,02 \frac{1,645}{6,3246} = 0,5254$

Итак искомый интервал запишется: $12,78 - 0,5254 < \bar{X}_B < 12,78 + 0,5254$;

$12,2546 < \bar{X}_B < 13,3054$;

8. Найдем доверительный интервал, покрывающий среднее квадратическое отклонение σ с заданной доверительной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$:

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$; $k = n - 1 = 40 - 1 = 39$. Критические точки распределения $\chi^2_{\alpha/2; n-1} = 59,3$ и $\chi^2_{1-\alpha/2; n-1} = 24,4$.

Находим:

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\alpha/2; n-1}}} = \sqrt{\frac{39}{59,3}} = 0,81; \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{1-\alpha/2; n-1}}} = \sqrt{\frac{39}{24,4}} = 1,26.$$

Искомый доверительный интервал:

$$S\gamma_1 < \sigma < S\gamma_2, \quad 1,645 \cdot 0,81 < \sigma < 1,645 \cdot 1,26, \quad 1,332 < \sigma < 2,0727$$

9. Найдем предельную погрешность, с которой среднее арифметическое оценивает математическое ожидание случайной величины x , приняв $\gamma = 1 - \alpha = 0,99$:
 $\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,99 = 0,01$; $k = n - 1 = 40 - 1 = 39$. $t_{\alpha=0,01; k=39} = 63,7$

$$\delta = \frac{t\bar{S}}{\sqrt{n}} = 63,7 \frac{1,645}{6,3246} = 16,57.$$

10. Вычислим $P(11 < x < 14)$:

$$P(\alpha \leq x \leq \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \bar{X}_B}{S}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \bar{X}_B}{S}\right)$$

$$P(11 \leq x \leq 14) = \Phi\left(\frac{14 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{11 - 12,78}{1,645}\right) = \Phi(0,74) + \Phi(1,08) = 0,6302$$

11. При уровне значимости α проверим утверждение поставщика о том, что его сырье имеет среднюю концентрацию $\alpha_0 = 12\%$:

$n = 40$; $H_0: \alpha_0 = 12$. $H_1: \alpha_0 < 12$.

$$t = \frac{\bar{X}_B - a}{S} \cdot \sqrt{n} = \frac{12,78 - 12}{2,801} \cdot \sqrt{40} = 1,87396; \quad S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X}_B)^2 n_i}{n-1} = 7,85; \quad S = 2,8.$$

При альтернативной гипотезе H_1 найдем левостороннюю критическую область по условию $P(t < t_\alpha) = 0,05$.

При $\alpha = 0,05$; $n - 1 = 39$ находим $t_\alpha = -1,70$. Так как $1,87 > -1,70$, то значение статистики не принадлежит критической области и нет оснований отвергать гипотезу $H_0: \alpha_0 = 12\%$.

12. По техническим условиям среднеквадратическое отклонение случайной величины X не должно превышать заданного числа $\sigma_0 = 2$. при уровне значимости α проверить, выполняется ли это требование:

$$\sigma_0 = 2; S^2 = 7,85; n = 40; H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2; H_1: \sigma^2 < 4; \alpha = 0,01; \tilde{S}^2 = \frac{40}{39} \cdot 7,85 = 8,05.$$

Статистика χ^2 имеет распределение χ^2 с числом степеней свободы $n - 1$. По альтернативной гипотезе

H_1 найдём левостороннюю критическую область, используя условие $P(\chi^2 < X_\alpha) = 0,01$.

По таблице распределения χ^2 имеем $X_\alpha = 57,3$, поэтому критическая область $\chi^2 < 57,3$.

$$x^2 = \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\sigma_0^2} = \frac{39 \cdot 8,05}{4} = 78,49.$$

Это значение не принадлежит критической области, поэтому гипотезу $H_0: \sigma^2 = 4$ нет оснований отвергать.

13. После переналадки оборудования, произведенной с целью повышения входного параметра X , были проведены новые измерения, и получены следующие результаты (таблица 4). При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить, является ли статистически обоснованным утверждение об увеличении среднего показателя X_i . $n = 10$:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	9,7	10,4	10,7	11,4	11,6	12,6	12,8	13,7	13,8	14,7

Найдем выборочную среднюю и выборочное среднеквадратическое отклонение для второй выборки.

$$x_{B2} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n_2} = \frac{9,7 + 10,4 + 10,7 + 11,4 + 11,6 + 12,6 + 12,8 + 13,7 + 13,8 + 14,7}{10} = 12,14.$$

Найдем выборочную дисперсию

$$D_{B2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{B2})^2}{n_2} = \frac{1}{10} \left(\begin{aligned} &(9,7 - 12,14)^2 + (10,4 - 12,14)^2 + (10,7 - 12,14)^2 + \\ &+ (11,4 - 12,14)^2 + (11,6 - 12,14)^2 + (12,6 - 12,14)^2 + \\ &+ (12,8 - 12,14)^2 + (13,7 - 12,14)^2 + (13,8 - 12,14)^2 + \\ &+ (14,7 - 12,14)^2 \end{aligned} \right)$$

$$D_{B2} = 6,588$$

Найдем исправленную выборочную дисперсию.

$$D^* = \frac{n_2 D_{B2}}{n_2 - 1} = \frac{10 \cdot 6,588}{9} = 7,31.$$

Найдем исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение случайной величины X

$$\tilde{S}_2 = \sqrt{D^*} = 2,706.$$

Найдем наблюдаемое значение критерия:

$$K = t = \frac{|x_{B1} - x_{B2}|}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\tilde{S}_1^2 + (n_2 - 1)\tilde{S}_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)}}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} = 1,87.$$

Верхнюю и нижнюю критические точки находим по таблице процентных точек t – распределения Стьюдента.

$$t_{2,5\%}(n_1 + n_2 - 2) = t_{2,5\%}(18) = 2,1$$

Следовательно, выполняется условие $-2,1 < 1,87 < 2,1$, т.е. гипотеза H_0 верна с ошибкой первого рода $\alpha = 0,05$.

14. Проверить гипотезу при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о нормальном законе распределения случайной величины с помощью критерия Пирсона.

Вычислим теоретические частоты для нормального распределения:

$$n = 40; \quad \bar{X}_B = 12,78; \quad S = 1,645.$$

$$n'_1 = 40\Phi\left(\frac{10,673 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{9,67 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(-1,2) - \Phi(-1,89)) = 2,386;$$

$$n'_2 = 40\Phi\left(\frac{11,676 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{10,674 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(-0,67) - \Phi(-1,28)) = 6,044;$$

$$n'_3 = 40\Phi\left(\frac{12,679 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{11,677 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(-0,06) - \Phi(-0,67)) = 9,024;$$

$$n'_4 = 40\Phi\left(\frac{13,682 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{12,68 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(0,55) - \Phi(0,06)) = 9,272;$$

$$n'_5 = 40\Phi\left(\frac{14,685 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{13,383 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(1,16) - \Phi(0,55)) = 6,728;$$

$$n'_6 = 40\Phi\left(\frac{15,688 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{14,686 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(1,77) - \Phi(1,16)) = 3,384;$$

$$n'_7 = 40\Phi\left(\frac{15,691 - 12,78}{1,645}\right) - \Phi\left(\frac{15,689 - 12,78}{1,645}\right) = 40(\Phi(2,38) - \Phi(1,77)) = 1,188;$$

$$x_{набл} = \frac{(3 - 2,836)^2}{2,836} + \frac{(10 - 6,044)^2}{6,044} + \frac{(6 - 9,024)^2}{9,024} + \frac{(11 - 9,272)^2}{9,272} + \frac{(3 - 6,728)^2}{6,728} +$$

$$+ \frac{(5 - 9,024)^2}{9,024} + \frac{(2 - 1,188)^2}{1,188} = 0,0095 + 2,59 + 1,01 + 0,01 + 0,322 + 2,066 + 0,771 +$$

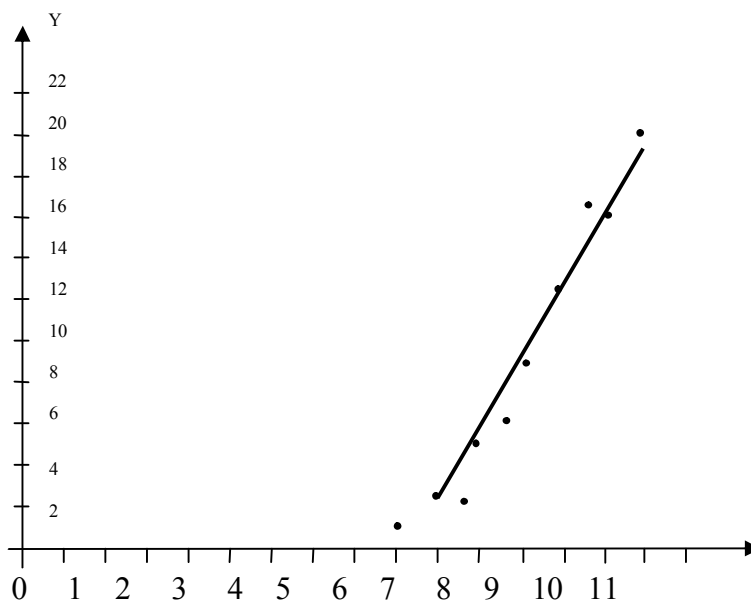
$$+ 0,569 = 7,3375.$$

Критическая точка: $\alpha = 0,05$;
 $\chi^2(0,05;3) = 7,8$; поскольку $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$; гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности не отвергается.

15. Была исследована зависимость случайной величины Y (показатель качества выпускаемой продукции) от величины X (выходной параметр технологического процесса). Были получены следующие результаты

x_i	9	10	10,7	11	11,6	12	13	13,7	14	15
y_i	1,2	2,7	2,3	5,3	6,7	9,3	12,4	16,6	16	20

16. По этим данным построим диаграмму рассеяния:



Предположим, что форма связи линейная.

17. Рассчитаем выборочный линейный коэффициент корреляции:

$$r_s = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sigma_x \cdot \sigma_y}}$$

Расчёты представим в таблице:

№	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
1	9	1,2	10,8	81	1,44
2	10	2,7	27	100	7,29
3	10,7	2,3	24,61	114,49	5,29
4	11	5,3	58,3	121	28,09
5	11,6	6,7	77,72	134,56	44,89
6	12	9,3	111,6	144	86,49
7	13	12,3	161,2	169	153,76
8	13,7	16,6	227,42	187,69	275,56
9	14	16	224	197	256
10	15	20	300	225	400
Итого	120	92,5	1222,65	1472	1258,81

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{120}{10} = 12;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{92,5}{10} = 9,25;$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{1222,65}{10} = 122,265;$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{1472,74}{10} = 147,274;$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 = \frac{1258,81}{10} = 125,881;$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 147,274 - 144 = 3,274;$$

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 125,881 - 85,5625 = 40,3185;$$

$$r_g = \frac{122,265 - 12 \cdot 9,25}{\sqrt{3,274 \cdot 40,3185}} \approx 0,98..$$

18. При уровне значимости α , проверим значимость коэффициента корреляции $H_0: r_{ген}=0$, $H_1: r_{ген} \neq 0$, примем уровень значимости $\alpha = 0,05$.

Для проверки нулевой гипотезы используем случайную величину

$$\text{Для проверки нулевой гипотезы используем случайную величину } T = \frac{r_g \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_g^2}},$$

имеющую распределение Стьюдента с $k=n-2=10-2=8$ степенями свободы. По выборочным данным находим наблюдаемое значение

$$\text{критерия } T_{набл} = \frac{0,98 \cdot 8}{\sqrt{1-0,96}} \approx 13,86.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента (приложение 5) находим $t_{крит.де}(0,05; 8) = 2,31$.

Сравниваем $T_{набл}$ и $t_{крит}(0,05; 8)$. Так как $|T_{набл}| > t_{крит.де}(0,05; 8)$,

то есть $T_{набл}$ попало в критическую область, нулевая гипотеза отвергается,

справедлива конкурирующая гипотеза: $t_{ген} \neq 0$, r_g значим. Признаки X и Y коррелированы. Так как $|r_g|$ близок к единице, следовательно, показатель качества выпускаемой продукции и параметра технического процесса находится в тесной корреляционной зависимости.

19. Составим уравнение регрессии.

Выразим эту связь аналитически приблизительно в виде линейного уравнения регрессии:

$$y_x - \bar{y} = a_1(x - \bar{x}), \quad a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x^2} = \frac{11,265}{3,274} = 3,44.$$

$$\bar{y}_x - 9,25 = 3,44(x - 12) \text{ или } \bar{y}_x = 3,44x - 32,03.$$

20. Вычислим по уравнению регрессии прогнозируемое значение

$$y^* \text{ при } x^* = 20, \quad \bar{y}_x \approx 3,44 \cdot 20 - 32,03 = 36,77 \text{ (ус. ед.)}$$

21. Проверим адекватность по критерию Фишера.

Имеем линейное уравнение $\bar{y} = 3,44x - 32,03$. В таблицу внесем данные, необходимые для проверки адекватности модели.

Среднее значение

$$y = \frac{1,2 + 2,7 + 2,3 + 5,3 + 6,7 + 9,3 + 12,4 + 16,6 + 16 + 20}{10} = 9,25$$

i	Y _i	У _{лин}	(y _{лин} - y) ²	(y _{лин} - \bar{y}) ²
1	1,2	-1,07	5,153	64,8
2	2,7	2,37	0,11	42,9
3	2,3	4,78	6,15	48,3
4	5,3	5,81	0,26	15,6
5	6,7	7,874	1,378	6,5
6	9,3	9,25	0,0025	0,05
7	12,4	12,69	0,084	9,92
8	16,6	15,1	2,25	54,02
9	16	16,13	0,0169	45,56
10	20	19,57	0,185	115,56
Итого			15,59	404,56

Проверяем адекватность линейного уравнения регрессии на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Вычисляем остаточную дисперсию:

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum (y_{лин} - y)^2}{n - 1} = \frac{15,59}{9} = 1,73$$

Вычисляем дисперсию уровня регрессии:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_{лин} - \bar{y})^2}{n - 1} = \frac{404,56}{9} = 44,95$$

Находим наблюдаемые значения критерия:

$$F_{набл} = \frac{\sigma_y^2(n - 2)}{\sigma_{ост}^2} = \frac{44,95 \cdot 8}{1,73} = 39,95$$

Находим критическое значение критерия $F(\alpha, 1, n - 2) = F(0,05, 1, 8) = 5,32$ по таблице критических точек Фишера при $k_1 = 1$, $k_2 = n - 2 = 8$ степенях свободы и уровне значимости 0,05. Так как $F_{набл} \gg F(\alpha, 1, n - 2)$, то уравнение регрессии является значимым, т.е. статистически подтверждается наличие линейной связи между факторным и результативным признаком.

Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

В соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Обучение по дисциплине предполагает следующие формы занятий:

- аудиторные групповые занятия под руководством преподавателя,
- обязательная самостоятельная работа студента по заданию преподавателя, выполняемая во внеаудиторное время, в том числе с использованием технических средств обучения,

- индивидуальная самостоятельная работа студента под руководством преподавателя,

- индивидуальные консультации.

По курсу организуются следующие практические занятия:

- проблемные (обсуждение проблем, связанных с содержанием темы или раздела курса; студенты получают задание предварительно отобрать, сформулировать и разрешить проблемы; групповая дискуссия по проблемам и пр.);

- тематические (внимание акцентируется на актуальной теме курса и наиболее важных и существенных ее аспектах);

- ориентированные (предмет – новые аспекты известных тем или способов решения уже поставленных и изученных проблем, новые публикации в профессиональной печати);

- системные (раздвигаются границы знаний студентов по курсу, обнаруживаются причинно-следственные связи явлений, осуществляется выход за рамки учебного курса).

Активные методы обучения включают в себя любые способы, приемы, инструменты разработки, проведения и совершенствования процесса обучения чему-либо, которые отвечают следующим требованиям:

- приоритет характеристик, запросов, особенностей обучающихся в разработке и организации процесса обучения;

- сотрудничество обучающихся и преподавателя в планировании и реализации всех этапов процесса обучения (от определения учебных целей до оценки степени их достижения);

- активное, творческое, инициативное участие обучающихся в процессе получения необходимого им результата обучения;

- максимальная приближенность результатов обучения к сфере практической деятельности обучающихся; пригодность результатов к практическому внедрению, развитию и совершенствованию после окончания обучения;

- развитие - наряду со специфическими изучаемыми навыками - приемов эффективного обучения.

При активных методах обучения большое внимание уделяется именно практической основе передаваемых слушателям знаний, навыков и умений. Рекомендуется применять следующие формы: тренинги, программированное обучение, групповые обсуждения (обучение в сотрудничестве).

В соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет не менее 20% аудиторных занятий (определяется требованиями ФГОС с учетом специфики ООП). Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов составляют не более 40% аудиторных занятий (определяется соответствующим ФГОС).