Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Моделирование систем

Основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)

220301.65 Автоматизация технологических процессов и производств

Благовещенск 2012

УМКД разработан канд. техн. наук, доцент кафедры АППиЭ
Штыкиным Михаилом Дмитриевичем

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от «____» _____2012 г. № ___

Зав. кафедрой _____/ А.Н. Рыбалев

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС Автоматизация технологических процессов и электротехники

от «____» _____2012 г. № ___

Председатель УМСС_____/ А.Н. Рыбалев

1. ВЫПИСКА ИЗ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Направление подготовки дипломированного специалиста

Специальность

22.03.01 – Автоматизация технологических процессов и производств

Квалификация – инженер

Индекс	Наименование дисциплин и их основные разделы	Всего часов
ОПД.Ф.09	**Моделирование систем** классификация моделей и виды моделирования; примеры моделей систем; основные положения теории подобия; этапы математического моделирования; принципы построения и основные требования к математическим моделям систем; цели и задачи исследования математических моделей систем; общая схема разработки математических моделей; формализация процесса функционирования системы; понятие агрегативной модели; формы представления математических моделей; методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование; методы упрощения математических моделей; технические и программные средства моделирования.	145

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1.1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины СД.Ф.8 «Моделирование систем» являются:

формирование у студентов знаний о методах и средствах моделирования систем различной природы и приобретения опыта построения моделей реальных процессов;

подготовка специалистов, владеющих методами исследования систем, техническими и программными средствами моделирования и навыками выполнения исследовательских и расчетных работ.

Задачи дисциплины:

- Изучение основных принципов построения моделей систем, технологических процессов и производств;
- Формирование представлений о разнообразии методов анализа систем и способах их описания;
- Изучение и освоение прикладного программного обеспечения (MatLab, LabVIEW).

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Изучение курса базируется в основном на учебном материале следующих дисциплин: «Высшая математика», «Физика», «Информатика». Знания и умения, полученные в результате изучения дисциплины, будут использованы при выполнении дипломного проекта по специальности и в практической деятельности выпускника.

3. УМЕНИЯ И НАВЫКИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать:

- основы теории моделирования систем;
- принципы построения моделей систем;
- методику применения математического аппарата для моделирования конкретного класса систем;
- основные схемы автоматизации типовых технологических объектов.

2) Уметь:

- использовать полученные знания для проектирования, создания и эксплуатации систем, различных по характеру и применению;
- проводить моделирование действующих систем с целью улучшения их качественных и эксплуатационных характеристик;
- моделировать системы с заданными динамическими свойствами и качественными характеристикам;
- осуществлять расчеты и модельные (компьютерные) эксперименты, ориентированные на наглядное подтверждение изучаемых методов и приобретение навыков анализа и синтеза линейных и нелинейных систем;

проводить анализ технологического процесса как объекта управления.

3) Владеть навыками работы с современными программно-математическими прикладными средствами.

4.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 145 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекц.	Лаб.	Пр.	КР	
1	Введение. Основные понятия теории систем	7	1-4	4	-	4	-	Контрольная точка №1, зачёт
2	Методы описания производственных систем.	7	5-8	4	-	4	-	Контрольная точка и тестирование №1, зачёт
3	Основные понятия динамической системы	7	9-12	4	-	4	-	Контрольная точка и тестирование №2, зачёт
4	Моделирование систем в пространстве состояний	7	13-16	4	-	4	-	Контрольная точка и тестирование №2, зачёт
5	Описание одномерных систем	8	1-4	8	4	-	8	Контрольная точка и тестирование №1, экзамен
6	Описание многомерных систем	8	5-8	8	4	-	8	Контрольная точка и тестирование №2, зачёт
7	Идентификация систем	8	9-12	8	4	-	8	Контрольная точка и тестирование №1, экзамен, сдача лабораторных работ, защита КР

8	Имитационное моделирование	8	13-14	4	2	-	6	Контрольная точка и тестирование №2, экзамен, сдача лабораторных работ, защита КР
9	Адекватность моделей	8	15	2	1	-	-	Контрольная точка и тестирование №2, защита лабораторных работ, экзамен

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

7 семестр (16 часов)

1. Введение. Основные понятия теории систем. 4 час.

Предмет теории систем.
Пример системной задачи.
Методологические принципы теории моделирования систем.
Определение системы.
Внешнее и внутреннее описание.

2. Методы описания производственных систем. 4 час.

Аппарат симплициальных комплексов.
Q- анализ и исследование больших систем.
Применение q- анализа при исследовании ГПС и ГАП.
Построение динамических моделей производственных систем.

3. Основные понятия динамической системы. 4 час.

Понятие динамической системы.
Непрерывные и дискретные системы.
Динамические системы с сосредоточенными и распределенными параметрами.
Линейные и нелинейные динамические системы.
Стационарные и нестационарные системы.

4. Моделирование систем в пространстве состояний. 4 час.

Примеры построения уравнений состояния непрерывных систем.
Представление дифференциальных уравнений уравнениями состояния.
Представление разностных уравнений уравнениями в пространстве состояний.

8 семестр (30 часов)

5. Описание одномерных систем. 8 час.

Функциональные разложения Вольтерра.
Основные свойства белого шума.
Ортогональные функционалы Винера.
Винеровская модель нелинейной системы.
Функциональный смысл ядер Винера-Вольтерра.

6. Описание многомерных систем. 4 час.

Многомерные нелинейные системы.
Построение ортогональных функционалов, описывающих многомерные нелинейные системы.
Пример аналитического вычисления ядер систем заданной структуры.

7. Идентификация систем. 12 час.

Основные понятия.

Классические методы идентификации.
Стохастические методы идентификации
Анализ результатов идентификации нелинейной системы.
8. Имитационное моделирование. 4 час.
Частотная и временная области.
Описание моделей дискретных систем в Z – области.
Формула свертки, разностные уравнения.
Передаточные функции и импульсные характеристики, оценка устойчивости.
9. Адекватность моделей. 2 час.
Критерии адекватности.
Анализ критерия Фишера.

5.2. Лабораторные занятия.

Лабораторные работы выполняются одновременно на семи стендах с ЭВМ студентами по 1-2 человека. Перечень лабораторных работ включает в себя следующие поставленные лабораторные работы по математическому моделированию и обработки сигналов в программной среде MATLAB.

№	Наименование темы	Кол-во часов
1	Математические модели случайных величин	2
2	Исследование моделей авторегрессии и скользящего среднего	2
3	Анализ помехоустойчивости систем	3
4	Моделирование электромеханических систем	2
5	Сигналы и их преобразование при цифровой обработке	2
6	Синтез цифровых фильтров	2
7	Быстрое преобразование Фурье сигналов систем	2

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Самостоятельная работа в объёме **68 часов** состоит:

- выполнение индивидуальных заданий при подготовке к семинарским занятиям (20 часов, в 7 семестре);
- расчёт индивидуального задания на курсовую работу (КР) по дисциплине (30 часов, 8 семестр);
- выполнение расчётов по заданиям лабораторных работ и составление отчётов по ним (18 часов, в 8 семестре);

Формы контроля самостоятельной работы:

- защита отчётов по индивидуальным заданиям и лабораторным работам;
- защита КР;

итоговый контроль (зачёт и экзамен по семестрам).

7.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Моделирование систем» используются следующие образовательные технологии:

1. Примеры построения моделей объектов и систем в MatLab и их презентация с

помощью видеопроектора.

2. Лабораторный практикум на ЭВМ в среде Simulink MatLab.

3. Компьютерное тестирование.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Вопросы для тестирования охватывают основные темы, изучаемые студентами в данном курсе. Тестирование является составной частью процедуры промежуточного контроля знаний (в ходе изучения дисциплины), а также используется для контроля остаточных знаний (после окончания изучения дисциплины).

Промежуточный контроль знаний студентов по дисциплине предусматривает две контрольные точки в 7 семестре и две контрольные точки в 8 семестре, оценки по которым выставляются на основе информации о выполнении лабораторных работ и индивидуальных заданий на практических занятиях, а также на основе тестирования теоретических знаний, полученных за прошедший период обучения.

2.Вопросы к экзамену

1. Классификация видов моделирования систем.
2. Математическое моделирование производственных систем.
3. Программное обеспечение и эффективность машинного моделирования.
4. Проверка качества последовательностей псевдослучайных чисел.
5. Основные подходы к построению математических моделей систем.
6. Моделирование случайных воздействий на системы.
7. Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы).
8. Выбор математического аппарата моделирования.
9. Моделирование производственных систем на основе теории множеств.
10. Дискретно-детерминированные модели (F-схемы).
11. Пакеты прикладных программ моделирования.
12. Дискретно-стохастические модели (P-схемы).
13. Идентификация линейных динамических систем.
14. Классификация систем.
15. Сетевые модели (N-схемы).
16. Основы теории идентификации систем.
17. Непрерывно-стохастические модели (Q - схемы).
18. Аппроксимация в задачах моделирования.
19. Элементы систем массового обслуживания.
20. Проверка адекватности модели.
21. Комбинированные модели (A-схемы).
22. Теоретико-множественные модели производственных систем.
23. Машинная реализация моделей систем и анализ их адекватности.
24. Параметрическая идентификация линейной динамической системы.
25. Системы типа "Чёрный ящик". Построение их математических моделей.
26. Основные понятия и определения моделирования.
27. Особенности разработки систем и использования их моделей.
28. Принципы системного подхода в моделировании систем.
29. Математические модели в пространстве состояний. Их характеристика.
30. Получение и интерпретация результатов моделирования систем.

3. Учебные пособия для подготовки и выполнения лабораторных работ, составлению отчетов по ним:

3.1. Васильев К.К. Математическое моделирование систем связи: методические указания к лабораторным работам/ Васильев К.К., Служивый М.Н. Ульяновский государственный технический университет, 2007.-21 с.

4. Методические указания к выполнению курсовой работы:

4.1. Математическое моделирование систем и процессов в курсовом проектировании: Методические указания для студентов дневной и заочной форм обучения. Самара: СамГАПС, 2005.-30 с.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) Основная литература:

1. Моделирование систем: учебник для студ. высш. заведений /С.И.Дворецкий, Ю.Л.Муромцев, В.А.Погонин, А.Г.Схиртладзе. – М.: Издательский центр «Академия», 2009.-320 с.

2. Советов Б.Я. Моделирование систем: учеб. для вузов/Б.Я.Советов, С.А.Яковлев-5-е изд.стер.-М.: Высш.шк., 2007.-343 с.

3. Теория систем и системный анализ [Текст] : учеб. / В. М. Вдовин, Л. Е. Суркова, В. А. Валентинов. - М. : Дашков и К, 2010. - 639 с.

б) Дополнительная литература:

1. Советов Б.Я. Моделирование систем: учеб. пособие для вузов/ Советов Б.Я., С.А.Яковлев-3-е изд.стер.-М: Высш. шк., 2005.-295 с.

2. Моделирование систем: практикум: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - 4-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2009. - 296 с.

3. Введение в состоятельные методы моделирования систем: Учеб. пособие: В 2-х ч. Ч 1. Математические основы моделирования систем/Ф.Ф.Пащенко.- М.: Финансы и статистика, 2006.-328 с.

4. Основы компьютерного моделирования технологических процессов: Учеб. пособие для вузов / Т.Н. Гартман, Д.В. Клушин. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2006. – 416 с.

5. Моделирование систем: практикум по компьютерному моделированию : учеб. пособие : рек. УМО / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. - СПб. : БХВ-Петербург, 2007. - 338 с.

6. Моделирование динамических систем: Учеб.пособие /С.Н. Музыкин, Ю.М. Родионова. – Ярославль: Верх.-Волж.кн.изд-во, 1984.-304 с.

7 Моделирование нелинейных систем с использованием белошумовой идентификации: Учеб. пособие /С.Н.Музыкин, Ю.М.Родионова.- ОАО Можайский полиграфический комбинат, 1999.-200 с.

8. Моделирование систем [Текст] : учеб.-метод. комплекс для спец. 22.03.01 / АмГУ, Эн.ф.; сост. М. Д. Штыкин. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 80[45] с.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Программное обеспечение:

1. ОС Microsoft Windows 2000, Microsoft Windows XP;
2. MS Office (Word, PowerPoint);
3. MatLab. (В части проведения моделирования и анализа систем);
4. LabVIEW. АСНИ. Программно-аппаратное средство создания прикладных программ различного назначения включая средства анализа и управления реальными системами и объектами.

Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.edu.ru/	Российское образование. Федеральный портал. Раздел: Теория систем. Основы системного анализа. Математическое моделирование систем.
2	http://app.vrsoft.ru	Сайт кафедры АППиЭ АмГУ, библиотека электронных ресурсов
3	http://www.codenet.ru/	Сайт, посвященный вопросам программирования. Библиотека ресурсов
4	http://www.exponenta.ru/	Образовательный математический сайт. Обсуждение математических пакетов и задач. Методические разработки. Электронные учебники, справочники, статьи по математическим пакетам. Демо-версии популярных математических пакетов.

г) Журналы

1. Современные технологии автоматизации:
- программное обеспечение;
- средства моделирования объектов и систем.

2. Современная электроника:
- моделирование и дизайн;
- программирование;
- приборы и системы.

3. Информатика и системы управления:
- моделирование систем;
- интеллектуальные системы;
- автоматизированные системы и комплексы.

10.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1) Видеопроектор;

2) Компьютерный класс (ауд. 402 корп. №6) для выполнения лабораторных работ, индивидуальных заданий и курсовой работы.

2. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

1. Общие вопросы моделирования

1.1. Основные понятия и определения теории моделирования.

Моделированием называется замещение одного объекта, называемого системой, другим объектом, называемым моделью, и проведение экспериментов с моделью (или на модели), исследование свойств модели, опираясь на результаты экспериментов с целью получения информации о системе.

Моделирование позволяет исследовать такие системы, прямой эксперимент с которыми:

а) трудно выполним;

б) экономически невыгоден;

в) вообще невозможен.

Моделирование - важнейшая сфера применения средств вычислительной техники, когда положения теории моделирования используются в различных областях науки, производства и техники. В то же время сами средства вычислительной техники являются объектами моделирования на этапе проектирования новых и модернизации старых вычислительных систем, при анализе возможности использования вычислительных систем в различных приложениях.

Система.

Объектом исследования в теории моделирования является система. Система — это совокупность взаимосвязанных элементов, объединенных в одно целое для достижения некоторой цели, которая определяется назначением системы. При этом элемент — это минимально неделимый объект, рассматриваемый как единое целое. Если система — это совокупность взаимосвязанных элементов, то комплекс — это совокупность взаимосвязанных систем.

Элемент, система, комплекс — понятия относительные, т.к. любой элемент, если его расчленить, если его не рассматривать как неделимый объект, то он становится системой, и наоборот любой комплекс становится системой, если входящие в его состав системы рассматривать как элементы.

Структура и функции.

Для описания системы необходимо определить ее структурную и функциональную организацию.

Структурная организация (структура) системы задается перечнем элементов, входящих в состав системы, и конфигурацией связей между ними.

Для описания структуры системы используются способы:

а) графический — в форме графа, где вершины графа соответствуют элементам системы, а дуги — связям между элементами (частный случай графического задания структуры системы — это форма схем);

б) аналитический, когда задаются количество типов элементов системы, число элементов каждого типа и матрицы связей между ними.

Функциональная организация (функции) системы — это правила достижения поставленной цели, правила, описывающие поведение системы на пути к цели её назначения.

Способами описания функций системы являются:

а) алгоритмический — в виде последовательности шагов, которые должна выполнять система;

б) аналитический — в виде математических зависимостей;

в) графический — в виде временных диаграмм;

г) табличный — в виде таблиц, отображающих основные функциональные зависимости.

Понятие состояния системы.

Свойства системы, значения переменных, описывающих систему, в конкретные моменты времени называются состояниями системы.

Процесс (*продвижение* – лат.) функционирования системы можно рассматривать как последовательную смену её состояний во времени, другими словами, процесс функционирования системы — это переход её из одного состояния в другое.

Система переходит из одного состояния в другое, если изменяются значения переменных, описывающих состояние системы. Причина изменения переменных состояния, а значит, причина, вызывающая переход системы из состояния в состояние называется событием. Событие является следствием начала или окончания какого-то действия. Например, если в качестве системы рассмотреть кассу в магазине и под состоянием системы понимать количество покупателей у кассы, то в такой системе можно выделить следующие действия и соответствующие события.

Действия:	События:
"поход (ходьба) в кассу"	"прибытие";
"ожидание"	"уход из очереди",
	"начало обслуживания";
"обслуживание"	"окончание обслуживания",
	"уход из системы".

Понятия "система" и "процесс функционирования" тесно взаимосвязаны и часто рассматриваются как эквивалентные понятия.

Классификация систем.

Прежде чем классифицировать системы необходимо определить соответствующие классификационные признаки. Таковыми являются:

1) характер изменения значений переменных системы;
2) характер протекающих в системе процессов;
3) характер функционирования системы во времени;
4) режим функционирования.

По первому признаку, т.е. в зависимости от того, как изменяются значения переменных, описывающих состояния системы, все системы делятся на два класса:

а) с непрерывными состояниями, для которых характерен плавный переход из состояния в состояние, обусловленный тем, что переменные, описывающие состояния, могут принимать любые значения из некоторого интервала, т.е. переменные являются непрерывными величинами;

б) с дискретными состояниями (дискретные системы), для которых характерен скачкообразный переход из состояния в состояние, обусловленный тем, что переменные, описывающие состояния системы, изменяются скачкообразно и принимают значения, которые могут быть пронумерованы, т.е. переменные являются дискретными величинами.

2. По второму признаку, т.е. в зависимости от характера протекающих в системах процессов, все системы делятся на:

а) детерминированные системы, в которых отсутствуют всякие случайные воздействия (факторы), а значит, поведение таких систем может быть предсказано заранее;

б) стохастические системы, в которых процессы функционирования развиваются под влиянием случайных факторов (внешних или внутренних), т.е. процессы являются случайными.

3. По третьему признаку, т.е. в зависимости от характера функционирования системы во времени, все системы делятся на:

а) системы, функционирующие в непрерывном времени, когда переходы между состояниями системы возможны в любые (а, значит, в случайные) моменты времени;

б) системы, функционирующие в дискретном времени, когда переходы между состояниями возможны только в определенные (дискретные), заранее известные моменты времени.

4. По четвертому признаку, т.е. в зависимости от режима функционирования, все системы подразделяются на:

а) системы с установившимся (стационарным) режимом;

б) системы с неустановившимся (нестационарным) режимом; этот режим характерен для переходного этапа или для систем, функционирующих в условиях перегрузки.

Проведенная классификация систем приведена ниже на рисунке.

В курсе "Моделирование дискретных систем" изучаются стохастические системы с дискретными состояниями, функционирующие в непрерывном времени. Такие системы часто

еще называют системами массового обслуживания (СМО) или системами с очередями или Q–системами (Queue – очередь).
Детерминированные системы с непрерывными состояниями, функционирующие в непрерывном времени, называют динамическими системами или D-системами (Dynamic – динамический). Такие системы изучаются в курсе "Моделирование".
Детерминированные системы с дискретными состояниями, функционирующие в дискретном времени называют конечными автоматами или F-системами (Finite – конечный). Такие системы изучаются в курсе "Теория автоматов".
Стохастические системы с дискретными состояниями, функционирующие в дискретном времени, называют вероятностными автоматами или P-системами (Probability – вероятность).

Параметры и характеристики системы.
Количественно любая система описывается совокупностью величин, которые могут быть разбиты на два класса:
1) параметры (*П*), описывающие первичные свойства системы и являющиеся исходными данными при исследовании системы;
2) характеристики (*X*), описывающие вторичные свойства системы и определяемые как функции параметров системы: $X=f(П)$.
Параметры любой системы подразделяются на:
а) внутренние, описывающие структурно-функциональную организацию системы;
б) внешние, описывающие взаимодействие системы с внешней (по отношению к системе) средой.
К внутренним параметрам относятся:
а) структурные параметры, описывающие состав элементов системы и саму её структуру;
б) функциональные параметры, описывающие функциональную организацию (процесс функционирования) системы.
К внешним параметрам относятся параметры нагрузки, показывающие, как часто и в каком объеме используются ресурсы системы. В общем случае — это параметры взаимодействия системы с внешней средой.
Характеристики системы делятся на:
а) глобальные, показывающие эффективность функционирования системы в целом;
б) локальные, описывающие качество функционирования отдельных элементов системы.
К глобальным характеристикам системы относятся:
а) мощностные характеристики или характеристики производительности, показывающие скорость достижения цели назначения системы;
б) временные характеристики, описывающие временные аспекты функционирования системы;
в) надежностные характеристики, определяющие надежность функционирования системы;
г) экономические характеристики в виде стоимостных показателей, свидетельствующие об экономической целесообразности использования системы.
Модель
Модель — это физический или абстрактный объект, отражающий в той или иной степени процессы в исследуемой системе.
Основное требование к модели – это её адекватность (*приравненный, равный* - лат.), под которым понимается степень соответствия процессов, протекающих в модели, процессам, имеющих место, в системе, и, следовательно, степень соответствия свойств и характеристик модели свойствам и характеристикам системы.
Адекватность модели зависит от:
а) степени полноты и достоверности сведений об исследуемой системе;
б) степени детализации модели;
в) корректности параметризации модели, под которой понимается установления соответствия между параметрами системы и модели;

г) уровня подготовки и опыта самого исследователя.
Классификация моделей (видов моделирования).
Многообразие систем предопределяет использование для их изучения множества различных моделей. В качестве основных признаков, необходимых для классификации моделей, можно рассмотреть:
1) степень адекватности модели;
2) характер исследуемых на модели процессов;
3) способ реализации модели.
1) По первому признаку, т.е. в зависимости от степени адекватности, модели подразделяются на:
а) полные (подробные) модели, когда модель в полной мере адекватна изучаемой системе, что характерно для тривиальных систем;
б) приближенные модели, когда модель не отражает некоторые аспекты функционирования моделируемой системы, что характерно для большинства моделей.
2) По второму признаку, т.е. в зависимости от характера процессов функционирования системы, все модели могут быть подразделены на:
а) непрерывные и дискретные модели — для моделирования процессов с дискретными и непрерывными состояниями;
б) детерминированные и стохастические (вероятностные) модели — для моделирования соответствующих процессов функционирования систем;
в) статические (структурные) и динамические (функциональные) модели; при этом статические модели используются для изучения поведения системы в отдельные моменты времени, а динамические отображают поведение системы во времени;
г) модели с непрерывным и с дискретным временем — в зависимости от характера изменения во времени процессов функционирования системы (такое разделение характерно только для динамических моделей);
д) стационарные и нестационарные модели — для моделирования стационарных и нестационарных процессов в соответствующих режимах функционирования системы.
Классификация моделей по второму признаку во многом аналогична классификации самих систем, приведенной ранее.
3) По третьему признаку, т.е. в зависимости от способа реализации модели или от способа представления системы, модели подразделяются на:
а) физические;
б) математические.
Физические модели — это "материальные" модели, эквивалентные или подобные в той или иной степени оригиналу. В общем случае физические модели — это модели, процесс функционирования которых такой же, как у оригинала, имеет ту же или подобную физическую природу.
Математические модели — это "абстрактные" модели, представляющие собой формализованное описание изучаемой системы с помощью абстрактного языка, в частности, с помощью математических соотношений, отображающих процесс функционирования системы.
В дальнейшем при изучении дискретных систем будем рассматривать только математическое моделирование, которое, в зависимости от метода анализа моделей (признак классификации математических моделей), можно разделить на:
а) аналитическое моделирование, для которого характерно то, что процессы функционирования, как отдельных элементов, так и системы в целом записываются в виде некоторых математических соотношений (алгебраических, дифференциальных, логических и т.д.);
б) имитационное моделирование, когда модель воспроизводит процесс функционирования системы во времени, причем модель имитирует все элементарные составляющие процесса с обязательным сохранением их взаимосвязанности и взаимообусловленности, логической структуры и последовательности протекания по времени;
в) комбинированное моделирование, когда процессы функционирования одних элементов

системы моделируются аналитически, а процессы функционирования остальных — имитационно.

Аналитические модели могут быть исследованы следующими методами:

а) аналитическими, когда (путем применения математических правил) для характеристик функционирования системы получены явные аналитические зависимости от параметров системы и параметров внешних воздействий.

б) численными, когда для модели, хотя она реализована аналитически (например, в виде системы уравнений), не удается получить в явном виде зависимости характеристик (не удается решить систему уравнений); при этом математические операции заменяются операциями над числами.

Основным достоинством аналитического моделирования является возможность детального (полного) анализа характеристик системы в широком диапазоне изменения исходных данных. Однако характерные для аналитического моделирования явные математические соотношения удаются, как правило, получать только для сравнительно простых систем или ценой определенных предположений и допущений, которые "уводят" исходную модель от реальной системы и тут же возникает вопрос об адекватности модели.

В тех случаях, когда исследование систем методами аналитического моделирования (даже численными) затруднительно или невозможно, эффективными методами исследования, а зачастую единственными практически доступными, становятся методы имитационного моделирования, базирующееся на теории статистических испытаний.

Основное преимущество имитационного моделирования перед аналитическим — это возможность моделирования более сложных систем с учетом таких условий и факторов, которые исключают применение методов аналитического моделирования. Однако существенный недостаток имитационного моделирования — это трудоемкость построения модели и частный характер получаемых результатов.

Общие вопросы моделирования

Предмет теории моделирования.

Моделирование - это замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) и фиксация и изучение свойств модели. Замещение производится с целью упрощения, удешевления, ускорения изучения свойств оригинала.

В общем случае объектом-оригиналом может быть естественная или искусственная, реальная или воображаемая система. Она имеет множество параметров S_0 и характеризуется определёнными свойствами. Количественной мерой свойств системы служит множество характеристик Y_0, система проявляет свои свойства под влиянием внешних воздействий X.

Множество параметров S и их значений отражает её внутреннее содержание - структуру и принципы функционирования. Характеристики S - это в основном её внешние признаки, которые важны при взаимодействии с другими S.

Характеристики S находятся в функциональной зависимости от её параметров. Каждая характеристика системы $y_0 \subset Y_0$ определяется в основном ограниченным числом параметров $\{S_{0k}\} \subset S_0$. Остальные параметры не влияют на значение данной характеристики S. Исследователя интересуют, как правило, только некоторые характеристики S: $\{y\} \subset Y_0$ при конкретных воздействиях на систему $\{x_{mn}\} \subset X$.

Модель — это тоже система со своими множествами параметров S_m и характеристик Y_m. Оригинал и модель сходны по одним параметрам и различны по другим. Замещение одного объекта другим правомерны если интересующие исследователя характеристики оригинала и модели определяются однотипными подмножествами параметров и связаны одинаковыми зависимостями с этими параметрами:

$$y_{ok}=f(\{S_{oi}\},\{x_{on}\},T); \qquad (1.1)$$

$$y_{mn}=f(\{S_{mi}\},\{x_{mn}\},T_m) \qquad (1.2)$$

где, y_{mn} - к-ая характеристика модели, $y_{mn} \subset Y_m$

x_{mn} - внешнее воздействие на модель, $x_{mn} \subset X$

T_m - модельное время.

При этом $s_{oi}=\Psi(S_{mi})$; $x_{on}\omega(x_{mn})$, $T=mT_m$ (где m - масштабный коэффициент) на всём интервале $[0\text{-}T_m]$ или в отдельные периоды времени. Тогда с некоторым приближением можно

сделать вывод о том, что характеристики O_p, связаны с характеристиками М зависимостями $y_{ok}=\varphi(y_{mk})$. Множество характеристик модели $Y_{mk}=\{y_{mk}\}$ является отображением множества интересующих характеристик оригинала $y_{ok}=\{ y_{ok}\}$, т.е. φ: $Y_{ok}\rightarrow y_{mk}$, т.е. φ: $Y_{ok}\rightarrow Y_{mk}$.

При исследовании сложных естественных S, у которых известны Y_{ok}, но мало изучен состав элементов и принципы их взаимодействия с помощью моделирования может решаться обратная задача. Строят предположительную модель, определяющая её характеристики Y_{mk} при эквивалентных внешних воздействиях $\{x_{mn}\}$ (ω: $\{x_{on}\}\rightarrow \{x_{mn}\}$) и, если оказывается, что имеет место отображение φ: $Y_{ok} \rightarrow Y_{mk}$ с некоторой известной функцией φ, то считается, что система-оригинал имеет такие же параметры.

Моделирование целесообразно, когда у модели отсутствуют те признаки оригинала, которые препятствуют его исследованию.

Теория моделирования — взаимосвязанная совокупность положений, определений, методов и средств создания моделей. Сами модели являются предметом теории моделирования.

Теория моделирования является основной составляющей общей теории систем - системологии, где в качестве главного принципа постулируются осуществимые модели: система представима конечным множеством моделей, каждая из которых отражает определённую грань её сущности.

Роль и место моделирования в исследовании систем.

Познание любой системы (S) сводится по существу к созданию её модели. Перед изготовлением каждого устройства или сооружения разрабатывается его модель - проект. Любое произведение искусства является моделью, фиксирующее действительность.

Достижения математики привели к распространению математических моделей различных объектов и процессов. Подмечено, что динамика функционирования разных по физической природе систем однотипными зависимостями, что позволяет моделировать их на ЭВМ.

На качественно новую ступень поднялась моделирование в результате разработки методологии имитационного моделирования на ЭВМ.

Сейчас трудно указать область человеческой деятельности, где бы применялось моделирование. Разработаны модели производства автомобилей, выращивания пшеницы, функционирования отдельных органов человека, жизнедеятельности Азовского моря, атомного взрыва, последствий атомный войны.

Специалисты считают, что моделирование становится основной функцией ВС. На практике широко используются АСУ технологическими процессами организационно-экономическими комплексами, процессами проектирования, банки данных и знаний. Но любая из этих систем нуждается в информации об управляемом объекте и модели управляемого объект, в моделировании тех или иных управляющих решений.

Сами ВС как сложные и дорогостоящие технические системы могут являться объектами моделирования.

Обычно процесс разработки сложной системы осуществляется итерационно с использованием моделирования проектных решений. Если характеристики не удовлетворяют предъявленным требованиям, то по результатам анализа производят корректировку проекта, затем снова проводят моделирование.

При анализе действующих систем с помощью моделирования определяют границы работоспособности системы, выполняют имитацию экспериментальных условий, которые могут возникнуть в процессе функционирования системы. Искусственное создание таких условий на действительной системе затруднено и может привести к катастрофическим последствиям.

Применение моделирования может быть полезным при разработке стратегии развития ВС, её усовершенствования при создании сетей ЭВМ.

Классификация моделей

<u>Физические модели.</u> В основу классификации положена степень абстрагирования модели от оригинала. Предварительно все модели можно подразделить на 2 группы — физические и абстрактные (математические).

Ф.М. обычно называют систему, эквивалентную или подобную оригиналу, но

возможно имеющую другую физическую природу. Виды Ф.М.:

- натуральные;
- квазинатуральные;
- масштабные;
- аналоговые;

Натуральные модели — это реальные исследуемые системы (макеты, опытные образцы). Имеют полную адекватность (соответствия) с системой оригиналом, но дороги.

Квазинатуральные модели — совокупность натуральных и математических моделей. Этот вид используется тогда, когда модель части системы не может быть математической из-за сложности её описания (модель человека оператора) или когда часть системы должна быть исследована во взаимодействии с другими частями, но их ещё не существует или их включение очень дорого. (вычислительные полигоны, АСУ)

Масштабная модель — это система той же физической природы, что и оригинал, но отличается от него масштабами. Методологической основой масштабного моделирования является теория подобия. При проектировании ВС масштабные модели могут использоваться для анализа вариантов компоновочных решений.

Аналоговыми моделями называют системы, имеющие физическую природу, отличающуюся от оригинала, но сходные с оригиналом процессы функционирования. Для создания аналоговой модели требуется наличие математического описания изучаемой системы. В качестве аналоговых моделей используются механические, гидравлические, пневматические и электрические системы. Аналоговое моделирование использует при исследовании средства ВТ на уровне логических элементов и электрических цепей, а так же на системном уровне, когда функционирование системы описывается например, дифференциальными или алгебраическими уравнениями.

Математические модели. Математические модели представляют собой формализованное представление системы с помощью абстрактного языка, с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы. Для составления математических моделей можно использовать любые математические средства — алгебраическое, дифференциальное, интегральное исчисления, теорию множеств, теорию алгоритмов и т.д. По существу вся математика создана для составления и исследования моделей объектов и процессов.

К средствам абстрактного описания систем относятся также языки химических формул, схем, чертежей, карт, диаграмм и т.п. Выбор вида модели определяется особенностями изучаемой системы и целями моделирования, т.к. исследование модели позволяет получить ответы на определённую группу вопросов. Для получения другой информации может потребоваться модель другого вида. Математическое модели можно классифицировать на детерминированные и вероятностные, аналитические, численные и имитационные.

Аналитической моделью называется такое формализованное описание системы, которое позволяет получить решение уравнения (1.2) в явном виде, используя известный математический аппарат.

Численная модель характеризуется зависимостью (1.2) такого вида, который допускает только частные решения для конкретных начальных условий и количественных параметров моделей.

Имитационная модель — это совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений. Эти алгоритмы и правила не дают возможности использования имеющихся математических методов аналитического и численного решения, но позволяют имитировать процесс функционирования системы и производить вычисления интересующих характеристик. Имитационные модели могут быть созданы для гораздо более широкого класса объектов и процессов, чем аналитические и численные. Поскольку для реализации имитационных моделей служат ВС, средствами формализованного описания ИМ служат универсальные и специальные алгоритмические языки. ИМ в наибольшей степени подходят для исследования ВС на системном уровне.

Математические схемы моделирования систем.

Основные подходы к построению ММ систем.

Исходной информацией при построении ММ процессов функционирования систем служат данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы S. Эта информация определяет основную цель моделирования, требования к ММ, уровень абстрагирования, выбор математической схемы моделирования.

Понятие **математическая схема** позволяет рассматривать математику не как метод расчёта, а как метод мышления, средства формулирования понятий, что является наиболее важным при переходе от словесного описания к формализованному представлению процесса её функционирования в виде некоторой ММ.

При пользовании мат. схемой в первую очередь исследователя системы должен интересовать вопрос об адекватности отображения в виде конкретных схем реальных процессов в исследуемой системе, а не возможность получения ответа (результата решения) на конкретный вопрос исследования.

Например, представление процесса функционирования ИВС коллективного пользования в виде сети схем массового обслуживания даёт возможность хорошо описать процессы, происходящие в системе, но при сложных законах входящих потоков и потоков обслуживания не даёт возможности получения результатов в явном виде.

Математическую схему можно определить как звено при переходе от содержательного к формализованному описанию процесса функционирования системы с учётом воздействия внешней среды. Т.е. имеет место цепочка: описательная модель — математическая схема — имитационная модель.

Каждая конкретная система S характеризуется набором свойств, под которыми понимаются величины, отображающие поведение моделируемого объекта (реальной системы) и учитываются условия её функционирования во взаимодействии с внешней средой (системой) E.

При построении ММ системы S необходимо решить вопрос о её полноте. Полнота моделирования регулируется, в основном, выбором границ "Система S — среда E". Также должна быть решена задача упрощения ММ, которая помогает выделить основные свойства системы, отбросив второстепенные в плане цели моделирования.

ММ объекта моделирования, т.е. системы S можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы и образующих в общем случае следующие подмножества:

- совокупность X - входных воздействий на S $x_i \in X$, $i=1\ldots n_x$;
- совокупность воздействий внешней среды $v_l \in V$, $l=1\ldots n_v$;
- совокупность внутренних (собственных) параметров системы $h_k \in H$, $k=1\ldots n_h$;
- совокупность выходных характеристик системы $y_j \in Y$, $j=1\ldots n_y$.

В перечисленных множествах можно выделить управляемые и неуправляемые величины. В общем случае X, V, H, Y не пересекаемые множества, содержат как детерминированные так и стохастические составляющие. Входные воздействия E и внутренние параметры S являются независимыми (экзогенными) переменными, $\overline{X}(t);\overline{V}(t);\overline{H}(t)$. Выходные характеристики - зависимые переменные (эндогенные) $\overline{Y}(t)$. Процесс функционирования S описывается оператором F_S:

$$\overline{Y}(t) = F_S(\overline{X},\overline{V},\overline{H},t) \qquad (1)$$

$\overline{Y}(t)$ - выходная траектория. F_S - закон функционирования S. F_S может быть функция, функционал, логические условия, алгоритм, таблица или словесное описание правил.

Алгоритм функционирования A_S — метод получения выходных характеристик $\overline{Y}(t)$ с учётом входных воздействий $\overline{X}(t);\overline{V}(t);\overline{H}(t)$. Очевидно один и тот же F_S может быть реализован различными способами, т.е. с помощью множества различных A_S.

Соотношение (1) является математическим описанием поведения объекта S моделирования во времени t, т.е. отражает его динамические свойства. (1) - это динамическая модель системы S. Для статических условий ММ есть отображения X, V, H в Y, т.е.

$\vec{Y} = f(\vec{X}, \vec{V}, \vec{H})$ (2)

Соотношения (1), (2) могут быть заданы формулами, таблицами и т.д.

Также соотношения в ряде случаев могут быть получены через свойства системы в конкретные моменты времени, называемые состояниями.

Состояния системы S характеризуются векторами:

$\vec{Z}^{l}(\vec{z}_1^{\,l},....\vec{z}_k^{\,l})$ и $\vec{Z}^{ll}(\vec{z}_1^{\,ll},....\vec{z}_k^{\,ll})$, где $z_1^{l} = z_1(t^{l})....z_k^{l} = z_k(t^{l})$ в момент $t^{l} \in (t_0, T)$

$z_1^{ll} = z_1(t^{ll})....z_k^{ll} = z_k(t^{ll})$ в момент $t^{ll} \in (t_0, T)$ и т.д. к=1…n_Z.

$Z_1(t)$, $Z_2(t)$… $Z_k(t)$ - это координаты точки в к-мерном фазовом пространстве. Каждой реализации процесса будет соответствовать некоторая фазовая траектория.

Совокупность всех возможных значений состояний $\{\vec{Z}\}$ называется пространством состояний объекта моделирования Z, причём $z_k \in Z$.

Состояние системы S в интервале времени $t_0 < t \le T^{l}$ полностью определяется начальными условиями $\vec{Z}^{0} = (z_1^{0},....z_k^{0})$, где $z_1^{0} = z_1(t_0)....$ входными $\vec{X}(t)$, внутренними параметрами $\vec{H}(t)$ и воздействиями внешней среды $\vec{V}(t)$, которые имели место за промежуток времени t^{*} - t_0 с помощью 2-х векторных уравнений:

$Z(t) = \Phi(\vec{z}^{\,0}, \vec{X}, \vec{V}, \vec{h}, t)$; (3)

$\vec{Y}(t) = F(\vec{Z}, t)$. (4)

иначе: $Y(t) = F(\Phi(\vec{z}^{\,0}, \vec{X}, \vec{V}, \vec{h}, t))$. (5)

Время в мод. S может рассматриваться на интервале моделирования (t_0, T) как непрер., так и дискретное, т.е. квантованное на отрезке длин. Δt.

Таким образом под ММ объекта понимаем конечное множество переменных $\{\vec{X}, \vec{Z}, \vec{h}\}$ вместе с математическими связями между ними и характеристиками $\vec{Y}$.

Моделирование называется детерминированным, если операторы F, Ф детерминированные, т.е. для конкретного входа выход детерминированный. Детерминированное моделирование - частный случай стохастического моделирования. В практике моделирование объектов в области системного анализа на первичных этапах исследования рациональнее использовать типовые математические схемы: диф. уравнения, конечные и вероятностные автоматы, СМО и т.д.

В качестве <u>детерминированных</u> моделей, когда при исследовании случайный факт не учитывается, для представления систем, функционирующих в непрерывном времени, используются дифференциальные, интегральные и др. уравнения, а для представления систем, функционирующих в дискретном времени — конечные автоматы и конечно разностные схемы.

В начале стохастических моделей (при учёте случайного фактора) для представления систем с дискретным временем используются вероятностные автоматы, а для представления систем с непрерывным временем — системы массового обслуживания (СМО). Большое практическое значение при исследовании сложных индивидуальных управленческих систем, к которым относятся АСУ, имеют так называемые <u>агрегативные</u> модели.

Агрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивая взаимодействие частей.

Непрерывно детерминированные модели (Д - схемы).

Рассмотрим особенности непрерывно детерминированного подхода на примере, используя в качестве ММ <u>дифференциальные уравнения</u>.

Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными будут функции одной переменной или нескольких переменных, причём в уравнение входят не только их функции но их производные различных порядков.

Если неизвестные - функции многих переменных, то уравнения называются — <u>уравнения в частных производных.</u> Если неизвестные функции одной независимой переменной, то имеют

место обыкновенные дифференциальные уравнения.
Математическое соотношение для детерминированных систем в общем виде:

$$\vec{y}^{\,l} = \vec{f}(\vec{y},t), \vec{y}(t_0) = \vec{y}_0 \qquad (7).$$

Например, процесс малых колебаний маятника описан обыкновенными дифференциальным уравнением $m_1 l_1^2 \frac{\partial^2 \Theta(t)}{\partial t^2} + m_2 g l \Theta(t) = 0$ где m_1, l_1 - масса, длина подвески маятника, Θ - угол отклонения маятника от положения равновесия. Из этого уравнения можно найти оценки интересующих характеристик, например период колебаний $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

Диф. уравнения, Д - схемы являются математическим аппаратом теории систем автоматического регулирования, управления.

При проектировании и эксплуатации систем САУ необходимо выбрать такие параметры системы, которые бы обеспечивали требуемую точность управления.

Следует отметить, что часто используемые в САУ системы диф. уравнений определяются путём линеаризацией управления объекта (системы), более сложного вида, имеющего нелинейности: $F(y^n, y^{n-1}, \ldots y, x^m, x^{n-1}, \ldots x_n) = 0$:

$$\frac{dF}{dy_0^n}\Delta y^n + \frac{dF}{dy_0^{n-1}}\Delta y^{n-1} \ldots \frac{dF}{dy_0}\Delta y + \Delta y = \frac{dF}{dx_0^m}\Delta y^m + \ldots \frac{dF}{dx_0}\Delta x + \Delta x$$

Дискретно – детерминированные модели (F-схемы)

ДДМ являются предметом рассмотрения теории автоматов (ТА). ТА - раздел теоретической кибернетики, изучающей устройства, перерабатывающие дискретную информацию и меняющего свои внутренние состояния лишь в допустимые моменты времени.

Конечный автомат имеет множество внутренних состояний и входных сигналов, являющихся конечными множествами. Автомат задаётся F- схемой: $F=\langle z,x,y,\varphi,\psi,z_0\rangle$, (1)

где z,x,y - соответственно конечные множества входных, выходных сигналов (алфавитов) и конечное множество внутренних состояний (алфавита). $z_0 \in Z$ - начальное состояние; $\varphi(z,x)$ - функция переходов; $\psi(z,x)$ - функция выхода. Автомат функционирует в дискретном автоматном времени, моментами которого являются такты, т.е. примыкающие друг к другу равные интервалы времени, каждому из которых соответствуют постоянные значения входного, выходного сигнала и внутреннего состояния. Абстрактный автомат имеет один входной и один выходной каналы.

В момент t, будучи в состоянии z(t), автомат способен воспринять сигнал x(t) и выдать сигнал $y(t)=\psi[z(t),x(t)]$, переходя в состояние $z(t+1)=\varphi[z(t),z(t)]$, $z(t)\in Z$; $y(t)\in Y$; $x(t)\in X$. Абстрактный КА в начальном состоянии z_0 принимая сигналы x(0), x(1), x(2) … выдаёт сигналы y(0), y(1), y(2)… (выходное слово).

Существуют F- автомат 1-ого рода (Миля), функционирующий по схеме:

$$z(t+1)= \varphi[z(t),z(t)],\ t=0,1,2\ldots \qquad (1)$$

$$y(t)=\psi[z(t),x(t)],\ t=0,1,2\ldots \qquad (2)$$

F- автомат 2-ого рода:

$$z(t+1)= \varphi[z(t),z(t)],\ t=0,1,2\ldots \qquad (3)$$

$$y(t)=\psi[z(t),x(t-1)],\ t=1,2,3\ldots \qquad (4)$$

Автомат 2-ого рода, для которого $y(t)=\psi[z(t)]$, t=0,1,2,… (5)

т.е. функция выходов не зависит от входной переменной x(t), называется автоматом Мура.

Т.о. уравнения 1-5 полностью задающие F- автомат, являются частным случаем уравнения

$$\vec{z}(t) = \Phi(\vec{z}_0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t) \qquad (6)$$

где $\vec{z}$ - вектор состояния, $\vec{x}$ - вектор независимых входных переменных, $\vec{v}$ - вектор воздействий внешней среды, $\vec{h}$ - вектор собственных внутренних параметров системы, $\vec{z}_0$ - вектор начального состояния, t - время; и уравнение $\vec{y}(t) = F(\vec{z},t)$,

(7)

когда система S - денорминированная и на её вход поступает дискретный сигнал x.

По числу состояний конечные автоматы бывают с памятью и без памяти. Автоматы с памятью имеют более одного состояния, а автоматы без памяти (комбинационные или логические схемы) обладают лишь одним состоянием. При этом согласно (2), работа комбинационной схемы заключается в том, что она ставит в соответствие каждому входному сигналу x(t) определённый выходной сигнал y(t), т.е. реализует логическую функцию вида:

$$y(t)=\psi[x(t)],\ t=0,1,2,\ldots$$

Эта функция называется булевой, если алфавиты X и Y, которым принадлежат значения сигналов x и y состоят из 2-х букв.

По характеру отсчёта времени (дискретному) F- автоматы делятся на синхронные и асинхронные. В синхронных автоматах моменты времени, в которые автомат "считывает" входные сигналы, определяются принудительно синхронизирующими сигналами. Реакция автомата на каждое значение входного сигнала заканчивается за один такт синхронизации. Асинхронный F- автомат считывает входной сигнал непрерывно и поэтому, реагируя на достаточно длинный водной сигнал постоянной величины x, он может, как это следует из 1-5, несколько раз изменить своё состояние, выдавая соответствующее число выходных сигналов, пока не перейдёт в устойчивое.

Для задания F- автомата необходимо описать все элементы множества $F=\langle z,x,y,\varphi,\psi,z_0\rangle$, т.е. входной, внутренний и выходной алфавиты, а также функции переходов и выходов. Для задания работы F- автоматов наиболее часто используются табличный, графический и матричный способ.

На практике всегда автоматы являются асинхронными, а устойчивость их состояний обеспечивается тем или иным способом, например, введением сигналов синхронизации. На уровне абстрактной теории удобно часто оперировать с синхронными конечными автоматами. С помощью F-схем описываются узлы и элементы ЭВМ, устройства контроля, регулирования и управления, системы временной и пространственной коммутации в технике обмена информацией. Широта применения F-схем не означает их универсальность. Этот подход непригоден для описания процессов принятия решений, процессов в динамических системах с наличием переходных процессов и стохастических элементов. **Непрерывно-стохастические модели (Q - схемы).**

К ним относятся системы массового обслуживания (англ. queuing system), которые называют Q- схемами. Методы теории массового обслуживания.

Предмет ТМО — системы массового обслуживания (СМО) и сети массового обслуживания. Под СМО понимают динамическую систему, предназначенную для эффективного обслуживания случайного потока заявок при ограниченных ресурсах системы. В качестве процесса обслуживания могут быть представлены различные по своей физической природе процессы функционирования экономических, производственных, технических и других систем, например, потоки поставок продукции некоторому предприятию, потоки деталей и комплектующих изделий на сборочном конвейере цеха, заявки на обработку информации ЭВМ от удалённых терминалов и т.д. При этом характерным для работы таких объектов является случайное поведение заявок (требований) на обслуживание и завершение обслуживания в случайные моменты времени.

Q - схемы можно исследовать аналитически и имитационными моделями. Последнее обеспечивает большую универсальность.Исходя из правил выбора заявок из накопитель H_i на обслуживание каналом k_i можно выделить относительные и абсолютные приоритеты. Относительный приоритет означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель H, ожидает окончания обслуживания представляющей заявки каналом k_i и только после этого занимает канал. Абсолютный приоритет означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель, прерывает обслуживание каналом k_i заявки с более низким приоритетом и сами занимает канал (при этом вытесненная из k_i заявка может либо покинуть систему, либо может быть снова записана на какое-то место в H_i). Набор возможных алгоритмов поведения заявок в Q-схеме можно представить в виде некоторого оператора алгоритмов поведения заявок **A.**

Т.о. Q-схема, описывающая процесс функционирования СМО любой сложности однозначно задаётся в виде набора множеств: $Q = \langle W, U, H, Z, R, A\rangle$.

Математические модели в пространстве состояний

Математическая модель (образ) представляет собой абстрактное отражение реального объекта (оригинала, прообраза). В зависимости от типа объекта и целей, ради которых строится и используется модель, формальное описание может быть различным. Для моделирования объектов могут быть использованы структурные схемы, операторные уравнения, алгебраические уравнения, дифференциальные, интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, Марковские цепи, передаточные функции, частотные характеристики, весовые функции, графы и т. д. Все эти методы функционально связывают входные и выходные сигналы объекта. По количеству входов и выходов объекты и соответствующие им модели разделяют на одномерные и многомерные. Одномерными называют объекты, имеющие один вход и один выход, многомерными – объекты, имеющие несколько входов и выходов, причем число входов не обязательно равно числу выходов. Блок-схемы одномерного и многомерного объектов изображены соответственно на Рис. 0.1, а и б. Причем число входов не обязательно равно числу выходов.

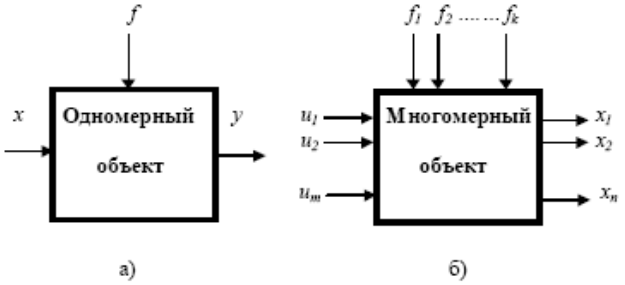

Рис. 0.1. Блок-схема одномерного и многомерного объектов

Наиболее полно идентифицируемый объект описывается в терминах пространства состояний. Под состоянием объекта понимается совокупностьвеличин *xi*, полностью определяющих его положение в данный момент времени.

Наиболее употребительной моделью динамических объектов являются дифференциальные уравнения. Будем рассматривать только объекты с сосредоточенными параметрами, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Порядок системы дифференциальных уравнений, описывающей модель объекта, непосредственно не определяется количеством входов и выходов, а зависит от операторов, преобразующих входные сигналы в выходные.

Для динамических систем, в которых физические процессы протекают непрерывно во времени, скорости изменения переменной состояния объекта можно также задать вектором

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \left(\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt} \ldots, \frac{dx_{n1}}{dt} \right)^T \qquad (0.1)$$

где $\frac{dx_i}{dt}$, $i = \overline{1,n}$ – скорости изменения многомерной переменной состояния.

В свою очередь эти скорости определяются текущими значениями переменной состояния x, управлениями u и возмущениями f, действующими на объект

$$\frac{dx_i}{dt} = g_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{f}, t),\ x_i(t_0) = x_{i0},\ i = \overline{1,n}, \qquad (0.2)$$

где $g = (g_1, \ldots, g_n)^T$ – вектор функция;

x_{10} , x_{20}. .., x_{n0} – начальные условия.

Если g( ) – нелинейная функция, то решение уравнения (2.2) усложняется, так как сводится к интегрированию системы нелинейных ДУ. Так как методы интегрирования систем ДУ хорошо разработаны только для линейных систем, то перед работой с ними необходимо линеаризовать g( ) в окрестности рабочей точки, которой соответствует установившейся режим работы объекта.

Для линеаризованной функции g( ) ДУ вида (2.2) с учетом воздействия среды можно

представить в векторной форме:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}(t)\mathbf{e}(t),$$

(0.3)

где A(t); B(t); E(t) – матрицы преобразования, элементы которых, в общем случае являются функциями времени.

Элементы x_i в уравнении (2.3) называются переменными состояния объекта или фазовыми координатами. Переменные состояния x (фазовые координаты) образуют вектор состояния, переменные управления u и возмущения f образуют векторы управления и возмущения. Множество этих векторов составляет пространство состояний (фазовое пространство) X, пространство управлений U и возмущений F.

Во многих физических объектах регулируются, измеряются и передаются по информационным каналам не значения вектора состояния x, а другие значения – функции составляющих вектора фазовых координат, называемые управляемыми или выходными величинами. Обозначим измеряемые величины через $y_1(t)$, $y_2(t)$,..., $y_s(t)$, причем обычно $s \le n$. Тогда уравнение измерения, связывающее регулируемые и фазовые координаты объекта примет вид

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{\Phi}[\mathbf{x}(\mathrm{t})].$$

(0.4)

Для линейного объекта это соотношение линейное:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(\mathrm{t}).$$

(0.5)

Матрица C*(t)* называется матрицей измерения. Она показывает, как изменяются значения вектора состояний при измерении. При измерениях, описываемых выражениями (2.4) и (2.5), вектором выходных сигналов (или просто вектором выхода) является вектор y(t). Отметим, что между векторами входа, выхода и состояния существует принципиальное различие. Если все составляющие вектора входа и вектора выхода являются вполне конкретными физическими величинами, то элементами вектора состояния могут быть некоторые абстрактные переменные, физическая природа которых не всегда определена.

Векторно-матричная запись модели линейного динамического объекта с учетом уравнения измерения принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}_{n,n}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{n,m}(t)\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{s,n}(t)\mathbf{x}(t). \end{aligned},$$

(0.6)

Если матрицы A(t), B(t) и C(t) не зависят от времени, то объект называется объектом с постоянными коэффициентами, или стационарным, объектов. В противном случае объект будет нестационарным.

При наличии погрешностей при измерении, выходные (регулируемые) сигналы задаются линеаризованным матричным уравнением:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t),$$

(0.7)

где y(t) – вектор регулируемых (измеряемых) величин;

C(t) – матрица связи вектора измерений с вектором состояний;

v(t) – вектор ошибок измерений (помехи).

Структура линейной непрерывной системы, реализующая уравнения (2.6) и (2.7) приведена на рис. 2.2.

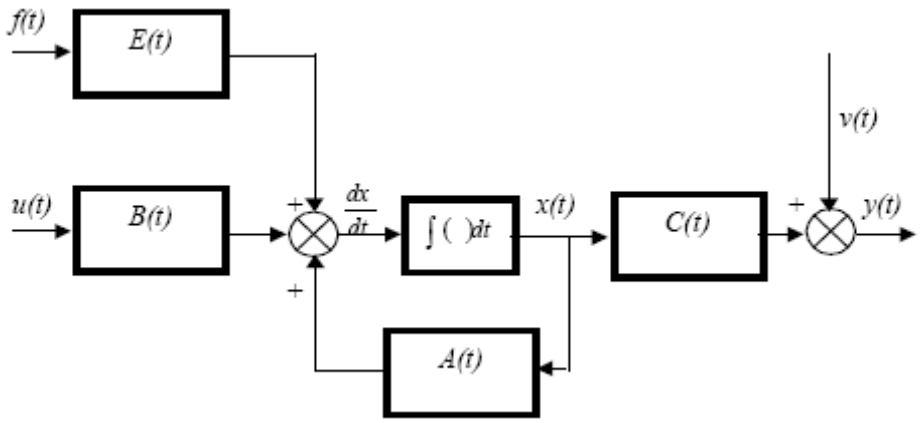

Рис. 0.2. Структура линейной непрерывной системы

Данная структура соответствует математической модели объекта построенной в пространстве состояний его входных f(t), u(t), выходных y(t) и внутренних, или фазовых координат x(t).

Пример 0.1. Рассмотрим математическую модель двигателя постоянного тока с независимым возбуждением от постоянных магнитов.

Система уравнений электрической и механической частей двигателя для рассматриваемого случая будет выглядеть:

$$L\frac{dI}{dt} + RI + c_e\omega = U;$$
$$J\frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c;$$
$$M_d = c_m I.$$

(0.8)

Первое уравнение отражает взаимосвязь между переменными в цепи якоря, второе - условия механического равновесия. В качестве обобщенных координат выберем тока якоря I и частоту вращения якоря ω. Управлением являются напряжение на якоре U, возмущением момент сопротивления нагрузки M_c. Параметрами модели являются активное сопротивление и индуктивность цепи и якоря, обозначенные соответственно $R_я$, и $L_я$, а также приведенный момент инерции J и конструктивные постоянные c_e и $c_м$. В системе СИ $c_e = c_м$.

Разрешая исходную систему относительно первых производных, получим уравнения двигателя в пространстве состояний:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I - \frac{c_e}{L}\omega + \frac{1}{L}U;$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c_m}{J}I - \frac{1}{J}M_c.$$

(0.9)

В матричном виде уравнения (2.9) примут вид (2.6)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Gf};$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx},$$

(0.10)

где вектор обобщенных координат x=(I ω)^T, вектор управлений u=U (в рассматриваемом случае он является скаляром), вектор (скаляр) возмущений f=M_c . Матрицы модели

$$A=\begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{c_e}{L} \\ \frac{c_m}{J} & 0 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad G=\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{pmatrix},$$

Если в качестве регулируемой величины выбрать частоту вращения, то уравнение измерения запишется в виде

$y=\omega$,

а матрица измерений примет вид

$C = (0\ 1)$.

Сформируем модель двигателя в MATLAB. Для этого вначале зададим конкретные значения параметров двигателя (U = 110 В; R =0,2 Ом; L = 0,006 Гн; J =0,1 кг/м2; ce =cm=1,3 В/С) и найдем значения коэффициентом матрицобъекта из (2.10).
дение.

Имитационное моделирование систем.

Процедура имитационного моделирования.

Определение метода имитационного моделирования. Метод ИМ заключается в создании логико-аналитической (математической модели системы и внешних воздействий), имитации функционирования системы, т.е. в определении временных изменений состояния системы под влиянием внешних воздействий и в поучении выборок значений выходных параметров, по которым определяются их основные вероятностные характеристики. Данное определение справедливо для стохастических систем.

При исследовании детерминированных систем отпадает необходимость изучения выборок значений выходных параметров.

Модель системы со структурным принципом управления представляет собой совокупность моделей элементов и их функциональные взаимосвязи. Модель элемента (агрегата, обслуживающего прибора) - это, в первую очередь, набор правил (алгоритмов) поведения устройства по отношению к выходным воздействиям (заявкам) и правил изменений состояний элемента. Элемент отображает функциональное устройство на том или ином уровне детализации. В простейшем случае устройство может находится в работоспособном состоянии или в состоянии отказа. В работоспособном состоянии устройство может быть занято, например, выполнение операции по обслуживанию заявки или быть свободным. К правилам поведения устройства относятся правила выборки заявок из очереди; реакция устройства на поступление заявки, когда устройство занято или к нему имеется очередь заявок; реакция устройства на возникновение отказа в процессе обслуживания заявки и некоторые другие.

Имитационное моделирование (ИМ) — это метод исследования, который основан на том, что анализируемая динамическая система заменяется имитатором и с ним производятся эксперименты для получения об изучаемой системе. Роль имитатора зачастую выполняет программа ЭВМ.

Основная идея метода ИМ состоит в следующем. Пусть необходимо определить функцию распределения случайной величины **y**. Допустим, что искомая величина **y** может быть представлена в виде зависимости: $\mathbf{y=f(\alpha,\beta,....,\omega)}$ где $\boldsymbol{\alpha,\beta,....,\omega}$ случайные величины с известными функциями распределения.

Для решения задач такого вида применяется следующий алгоритм:

1) по каждой из величин $\boldsymbol{\alpha,\beta,....,\omega}$ производится случайное испытание, в результате каждого определяется некоторое конкретное значение случайной величины $\boldsymbol{\alpha_i,\beta_i,....,\omega_i}$;

2) используя найденные величины, определяется одно частное значение $\mathbf{y_i}$ по выше приведённой зависимости;

3) предыдущие операции повторяются N раз, в результате чего определяется N значений случайной величины **y**;

4) на основании N значений величины находится её эмпирическая функция распределения.

Методы определения характеристик моделируемых систем.

Моделирование случайных воздействий.

Важной задачей в практике имитационного моделирования систем на ЭВМ является расчёт случайных величин. В языках программирования существуют датчики равномерно распределённых псевдослучайных величин в интервале {0,1}. Остановимся на вопросах преобразования последовательности псевдослучайных величин $\{X_i\}$ в последовательности $\{Y_i\}$ с заданным законом распределения и моделировании различных случайных событий.

Элементы систем массового обслуживания

Системы массового обслуживания (СМО) - это обобщенное название объектов определенной структуры, имеющих заданные связи и взаимодействующие ("обслуживающие") с неограниченным числом перемещаемых особых объектов, называемых "требованиями" или "заявками" [5]. В качестве типичного примера СМО принято рассматривать телефонную сеть, имеющей в качестве связанных элементов структуры - коммутаторы, а в качестве требований - телефонные вызовы. Более современный пример - сеть ЭВМ, для обмена пакетами информации. Структура простейшей СМО и пример более сложной структуры приведены на рис.6.

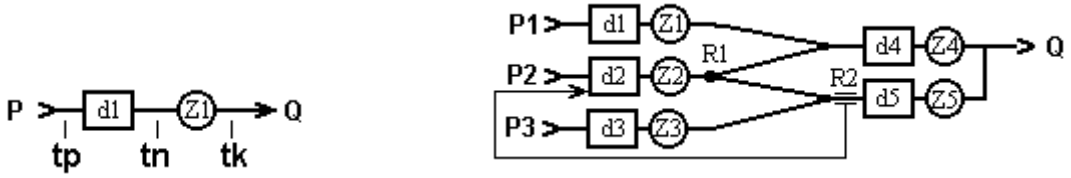

Рис.6. Структура простейшей и более сложной СМО.

Основные элементы СМО: **P**- входной поток требований, **d1** - очередь (накопитель) поступающих требований, **Z1** – обслуживающая система, **Q** – поток обслуженных требований, R1 - элемент деления потока требований, R2 - элемент организации обратного потока требований. Процесс обслуживания каждого i-того требования в простейшей СМО характеризуется следующими моментами времени: tp_i - время прибытия, tn_i - начало обслуживания, tk_i - время конца обслуживания.

Входной поток требований P задаётся вектором $\overline{a}$, компонентами которого являются интервалы между поступающими заявками. Каждому поступившему требованию соответствует некоторая длительность его пребывания в очереди w_i и длительность обслуживания b_i, которые образуют соответственно вектора $\overline{w}$ и $\overline{b}$. Перечисленные параметры описывают процесс прохождения требования через два уровня СМО, что иллюстрирует диаграмма на рис.7.

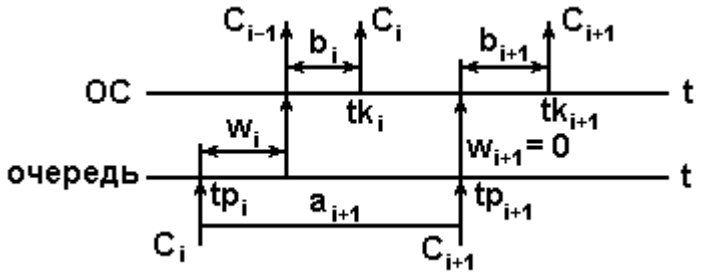

Рис.7. Диаграмма процесса работы простейшей СМО.

Время прибытия $i-$того требования равно:

$$tp_i = tp_{i-1} + a_i.$$

Время конца обслуживания $i-$того требования определяется выражением:

$$tk_i = if(tp_i > tk_{i-1}, tp_i + b_i, tk_{i-1} + b_i)$$

Для индикации факта нахождения $i-$ того требования в СМО используется **<u>функция присутствия</u>** требования к системе:

$$fp(i,t) = if(tp_i < t < tk_i, 1, 0),$$

где t – текущее непрерывное время.

Количество требований в системе в момент времени t определяется следующим образом:

$$N(t) = \sum_{i=0}^{m} fp(i,t).$$

<u>Дисциплина СМО</u> - это порядок принятия заявок в очередь или к обслуживанию.

СМО является системой с отказами, если в ней существуют очереди с ограниченным временем пребывания заявки. После истечения допустимого интервала заявки могут исчезать из системы или возвращаться к её входному потоку. Возможные правила дисциплин:

1. Линии занимаются в порядке прибытия заявок.
2. Заявки извлекаются из очереди в произвольном порядке.
3. Заявки применяются к обслуживанию по минимальному остатку длительности ожидания.
4. Заявки принимаются к обслуживанию, по какому-либо вторичному признаку заявки.

Обозначения и основные соотношения СМО

Моменты поступления требований и длительности их обслуживания - случайные величины. Если законы распределения этих случайных величин известны, то используется следующая система обозначений простейших СМО:

A/B/m/K/M,

где **A** - тип закона распределения интервалов между соседними требованиями,
B - тип закона распределения длительности обслуживания требований,
m - количество однотипных параллельных обслуживающих систем,
K - емкость накопителя (очереди),
M - мощность источника требований (количество телефонных аппаратов, подключенных к коммутатору).

Обозначение типов законов распределения:

M - показательное распределение: $p(x) = \mu \cdot e^{-\mu \cdot x}$,

E_r - распределение Эрланга,

H_k - гипергеометрическое распределение,

D - равномерное распределение,

G - произвольное распределение.

Основные соотношения теории СМО:

$\rho = \lambda \cdot \overline{x}$ - где ρ - коэффициент использования СМО, λ - средняя скорость поступления требований, $\overline{x}$ - среднее время обслуживания.

$\rho = \dfrac{\lambda \cdot \overline{x}}{m}$ - коэффициент использования СМО, состоящей из m приборов.

$0 \le \rho \le 1$ - условия стабильности работы СМО.

$T = \overline{x} + W$ - среднее время пребывания требования в системе, W – среднее время пребывания в очереди.

$\overline{N} = \lambda \cdot T$ - формула Литтла, $\overline{N}$ - среднее число требований в системе.

$\overline{N}_q = \lambda \cdot W$ - средняя длина очереди.

Система дифференциальных уравнений, описывающих работу СМО

Каждому состоянию СМО можно сопоставить определенный номер, который соответствует количеству требований, находящихся в системе. Для многих практических интерпретаций СМО целесообразно предполагать, что смена состояний допустима только путем перехода в одно из соседних состояний. Такое предположение соответствует

требованию, что в течение короткого интервала времени может поступить или быть обслуженным только одно требование. Диаграмма переходов СМО между различными состояниями приведена на рис.8, где: n-номер состояния.

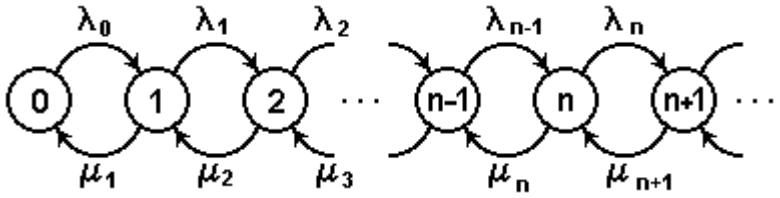

Рис.8. Диаграмма состояний СМО.

Такая система характеризуется следующими параметрами:

λ_n -интенсивность поступления требований в СМО,

μ_n -интенсивность обслуживания поступивших в СМО требований.

Так как временные интервалы между поступающими требованиями и длительности обслуживания требований считаются случайными величинами, то и состояния СМО принято характеризовать вероятностным параметром: $P_n(t)$ -вероятность того, что СМО в момент времени **t** находится в состоянии **n**. Система дифференциальных уравнений, описывающая данный процесс, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_n(t)}{dt} = \lambda_{n-1} \cdot P_{n-1}(t) + \mu_{n+1} \cdot P_{n+1}(t) - (\lambda_n + \mu_n) \cdot P_n(t) \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt} = \mu_1 \cdot P_1(t) - \lambda_0 \cdot P_0(t) \end{cases} . \qquad (1)$$

Интерпретируется данная система следующим образом: скорость изменения вероятности **n**-го состояния равна разности вероятности возникновения этого состояния и вероятности покидания этого состояния (элементы уравнения со знаком минус).

Получена бесконечная система дифференциальных уравнений. Система соответствует простейшей цепи Маркова.

Пример модели технологического процесса на основе СМО

Рассмотрим пример модели предприятия на основе элементов СМО. Будем считать, что предприятие производит электронные приборы из получаемых от поставщиков комплектующих двух видов. Будем полагать, что накопители очереди соответствуют складским элементам производства, а обслуживающие элементы - производственным участкам. Введем следующие обозначения: P - поток закупаемых микросхем, Q - поток закупаемых электромеханических компонентов, z_1 - участок программирования микросхем, z_2 - участок сборки, z_3 - участок контроля, z_4 - участок реализации, d_5 -поток забракованных изделий, d_6 - склад готовой продукции.

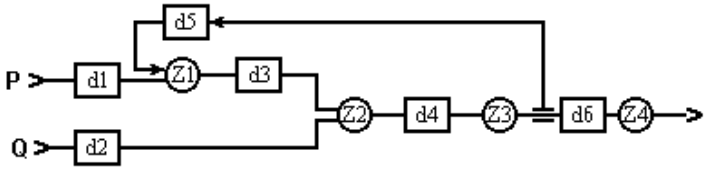

Рис.19. Пример модели технологического процесса на основе СМО.

Зная параметры потоков P и Q, с помощью данной модели можно оценить нагрузку на производственные участки и складские элементы, предвидеть возможность затоваривания или недостатка продукции.

Аппроксимация в задачах моделирования

Аппроксимация – это замена одних математических объектов другими, которые в определённом смысле близки к исходным и более просты и удобны. Исходными данными для аппроксимации в задачах моделирования могут являться эмпирические данные или

результаты предварительного моделирования отдельных наиболее сложных элементов модели. Кроме того, часто практикуется замена точных сложных моделей на приближенные, но значительно более простые соотношения с целью сокращения времени моделирования.

Наиболее часто исходными данными для аппроксимации является множество табличных данных, которые называют узловыми точками:
$\{(x_i, y_i)\}_{i=\overline{0,N-1}}$.

Виды аппроксимации:

1. **Интерполяция** – аппроксимирующая функция должна проходить через все узловые точки. Цель – получение значений в промежутках между узловыми точками. Пример изображен на рис.20.
2. **Регрессия** – аппроксимирующая функция минимизирует расстояние между аппроксимирующей функцией и узловыми точками по определённому критерию (и проходить через узловые функции не обязана). Пример изображен на рис.21.
3. **Экстраполяция** – получение значений аппроксимируемой функции за пределами интервала, в котором заданы узловые точки. Для рис.20 и 21 отрезок $x > 3$ следует считать участком экстраполяции имеющихся данных.

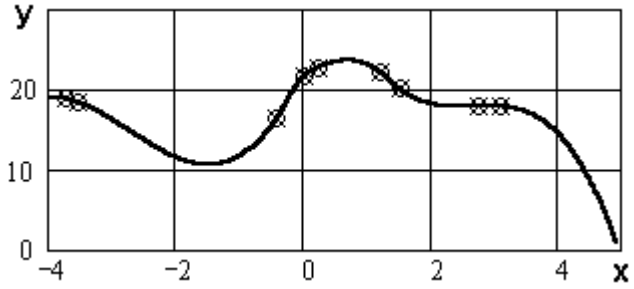

Рис.20. Интерполяция данных.

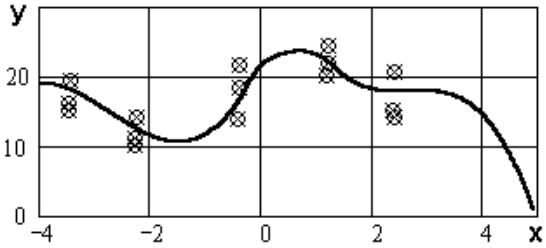

Рис.21. Регрессия данных.

Для оценки точности аппроксимации в одной точке используется величина разности между известным значением $y_i(x_i)$ и полученным в результате аппроксимации $f(x_i)$, которая называется **<u>невязкой</u>**:
$\varepsilon_i = y_i - f(x_i)$.

Оценка точности для всего участка аппроксимации проводится на основе интегральной величины: **<u>меры близости</u>**, способы вычисления которой зависят от характера решаемой задачи. Наиболее часто используют следующие меры:

1. $\mu_1 = \max\left|f(x_i) - y_i\right|$ - абсолютная мера,

2. $\mu_2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1}\left|f(x_i) - y_i\right|$ - усредненная мера,

3. $\mu_3 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=0}^{N-1}\left|f(x_i) - y_i\right|^2$ – средняя квадратичная мера близости.

Типичные аппроксимирующие функции:

1. Многочлены: $g(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot x^i$.
2. Полиномы: $g(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot \varphi_i(x)$, где множество функций $\{\varphi_i(x)\}$ должно обладать свойствами ортогональности. Например, тригонометрические, гиперболические или эллиптические функции.
3. Рациональные дроби: g(x)=P(x)/Q(x), где P(x) и Q(x) - многочлены.

Интерполяция сплайнами

<u>Кубический сплайн</u> - это математическая модель гибкого тонкого стержня. Стержень закреплён в двух точках с заданными углами наклона. Приобретаемая стержнем форма

соответствует минимуму потенциальной энергии. Уравнение равновесия стержня. $\frac{d^4 y(x)}{dx^4} = 0$. Решением уравнения является кубический многочлен.

Аппроксимация сплайнами позволяет для заданного множества узловых точек $\{(x_i, y_i)\}_{i=\overline{0,N-1}}$ построить сопряженную систему кубических многочленов. В промежутках между каждой парой узловых точек $[x_{i-1}, x_i]$ строится своя интерполяционная функция $\varphi_i(x)$, которая является многочленом третьей степени:

$$\varphi_i(x) = a_i + b_i \cdot (x - x_{i-1}) + c_i \cdot (x - x_{i-1})^2 + d_i \cdot (x - x_{i-1})^3. \qquad (4)$$

Результат аппроксимации сплайнами показан на рис.19.

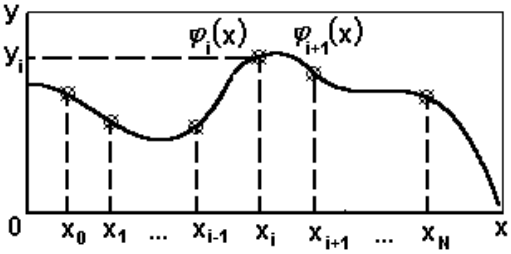

Рис.22. Интерполяция сплайнами.

Задача интерполяции сплайнами состоит в определении коэффициентов $\{(a_i, b_i, c_i, d_i)\}_{i=\overline{1,N}}$ по координатам узловых точек. $N \cdot 4$ - общее количество неизвестных коэффициентов. В узловых точках функция $\varphi_i(x)$ должна удовлетворять следующим условиям:

$$y_{i-1} = \varphi_i(x_{i-1}) = a_i, \qquad (5)$$

$$y_i = \varphi_i(x_i) = a_i + b_i \cdot h_i + c_i \cdot h_i^2 + d_i \cdot h_i^3, \qquad (6)$$

где $h_i = x_i - x_{i-1}$ - интервал между смежными узлами. Общее количество уравнений (5) и (6) равно $2 \cdot N$.

Первая и вторая производные сплайнов в узловых точках должны быть непрерывны, поэтому справедлива система из $(N-1) \cdot 2$ соответствующих уравнений:

$$\varphi_i'(x_i) = \varphi_{i+1}'(x_i), \qquad (7)$$

$$\varphi_i''(x_i) = \varphi_{i+1}''(x_i), \qquad (8)$$

где $\varphi_i'(x_i) = b_i + 2 \cdot c_i \cdot (x - x_{i-1}) + 3 \cdot d_i \cdot (x - x_{i-1})^2$,

$\varphi_i''(x_i) = 2 \cdot c_i + 6 \cdot d_i \cdot (x - x_{i-1})$.

Преобразование уравнений (7) и (8) приводит их к следующему виду:

$$b_i + 2 \cdot c_i \cdot h_i + 3 \cdot d_i \cdot h_i^2 = 2 \cdot b_{i+1}, \qquad (9)$$

$$c_i + 3 \cdot d_i \cdot h_i = c_{i+1}. \qquad (10)$$

Два последних уравнения, обеспечивающих равенство числа неизвестных и числа уравнений, определяются неоднозначно. Наиболее часто используются следующие условия:

$$\varphi_1''(x_0) = 0, \qquad \varphi_N''(x_N) = 0.$$

Преобразование этих уравнений дает следующее:

$$C_1 = 0, \qquad C_N + 3 \cdot d_N \cdot h_N = 0. \qquad (11)$$

Уравнения (5,6,9-11) образуют полную систему, матрица которой может быть приведена к трехдиагональному виду, что обеспечивает быстрое и корректное решение, несмотря на большую размерность системы. Следует отметить, что данный метод не гарантирует хорошей точности, если функция резко изменяется за 1 шаг сетки.

Основные понятия теории идентификации систем

Построение математической модели объекта может производиться несколькими методами: аналитическим, экспериментальным и экспериментально-аналитическим.

Аналитический метод предусматривает получение математического описания объекта на основе законов физики, механики, химии и т. д. Такой подход даёт положительный результат, если рассматриваемый объект достаточно прост по структуре и хорошо изучен. Если же объект изучен недостаточно или же настолько сложен, что аналитическое описание его математической моделью практически невозможно, прибегают к экспериментальным методам, суть которых сводится к статистической обработке технологических данных. При экспериментально-аналитическом методе априорная модель, полученная аналитическим путем, уточняется в соответствующих экспериментах.

Взаимодействие объекта с окружающей средой поясним с помощью простейшей схемы (Рис. 0.1).

Рис. 0.1.

Воздействия внешней среды на объект в обобщенном виде изображены стрелками, направленными к объекту и обозначенными через *u* и *f*. Объект, в свою очередь, воздействует на окружающую среду. Это воздействие показано стрелкой, направленной от объекта и обозначенной через *y*. Величину *y* принято называть выходным воздействием или выходной величиной объекта.

Совокупность воздействий окружающего мира на объект можно разделить на две группы в соответствии с характером влияния среды на переменные состояния (фазовые координаты) объекта. В первую группу входят те воздействия, которые в точке приложения изменяют переменные состояния аддитивно. Это означает, что сигналы, пропорциональные этим воздействиям, суммируются с сигналами, пропорциональными соответствующим переменным состояния.

Эти воздействия называют «входными», или «внешними», воздействиями. В дальнейшем будем называть эти воздействия «входными».

Входные воздействия могут быть полезными (управляющими сигналами *u*) и помехами (возмущающими воздействиями *f*).

Вторая группа воздействий внешней среды изменяет переменные состояния объекта косвенно, обычно не аддитивно. Эти воздействия приводят к изменению оператора объекта (системы) А, под которым понимают закон преобразования входных воздействий в выходные переменные объекта. Вторую группу воздействий будем называть операторной, а воздействия – операторными.

Так, например, повышение температуры электродвигателя приводит к падению мощности и даже выходу его из строя.

В общем случае входные и выходные воздействия могут описываться определенными функциями (обычно функциями времени). Математически соответствие между входной и выходной функциями можно записать в виде выражения:

$$\mathbf{y}(t) = A(f)\mathbf{u}(t), \qquad (0.1)$$

где $A(f)$ – оператор, зависящий от возмущений (операторных воздействий);

$\mathrm{y}(t)$ – вектор выходных координат объекта;

$\mathrm{u}(t)$ – вектор управления (входа).

Оператор объекта является его математической характеристикой, т. е. математической моделью объекта.

Примерами операторов могут быть:

– оператор дифференцирования *p*:

$$p = \frac{d}{dt};$$

(0.2)

– дифференциальный оператор D:

$$D = \frac{d^n}{dt^n} + \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + ... + \frac{d}{dt} + 1;$$

(0.3)

– оператор обыкновенного линейного дифференциального уравнения n-го порядка L:

$$L = a_n \frac{d^n}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{d}{dt} + a_0;$$

(0.4)

Математически операторы определяются в соответствующих пространствах, т. е. на множествах элементов, над которыми совершаются преобразования. Примерами таких пространств являются пространства: непрерывных функций; непрерывных функций, имеющих непрерывные производные до n-го порядка (n > 0); функций с суммируемым квадратом и т. д. Множества входных и выходных сигналов объектов и систем могут рассматриваться как те или иные метрические пространства.

Формально оператор характеризуется структурой и параметрами. Так, структура дифференциального оператора (1.3) определяется его порядком n.

Для оператора дифференциального уравнения (1.4) структура задается его порядком n, а параметрами служат величины $a_i(t)$, $[i = 0, n]$. *Таким образом, задачу идентификации в общем виде можно ставить как задачу определения оператора объекта, преобразующего входные воздействия в выходные.*

Основные задачи идентификации

Рассмотрим различные постановки задачи идентификации. Как уже отмечалось выше, в общем виде задача идентификации заключается в определении оператора объекта, преобразующего входные воздействия в выходные. В связи с этим выделяют задачи структурной и параметрической идентификации.

При структурной идентификации определяют структуру и вид оператора объекта, или другими словами вид математической модели объекта.

После того как математическая модель объекта определена, проводят параметрическую идентификацию, заключающуюся в определении числовых параметров математической модели.

Задачей структурной идентификации является представление реального объекта управления в виде математической модели. Конкретный выбор математической модели зависит от типа объекта.

Для описания больших систем и объектов, таких как социальные, производственные, финансово-экономические, используются семиотические(знаковые) и лингвистические модели, базирующиеся на теории множеств и абстрактной алгебры.

В качестве математических моделей технических систем применяются дифференциальные уравнения в обыкновенных и частных производных.

Причем при решении задач управления предпочтение отдается моделям в пространстве состояний и структурированным моделям, описываемым дифференциальными уравнениями в обыкновенных производных.

Задачу параметрической идентификации можно сформулировать следующим образом. Пусть имеется полностью наблюдаемый и полностью управляемый объект, задаваемый уравнениями состояния:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu};$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx}; \qquad ,$$
$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(0),$$

(0.5)

где A – квадратная матрица размером n×n;

B – n-мерный вектор-столбец;

C – n-мерный вектор-строка.

Элементы этих векторов A, B и C неизвестные числа. Целью идентификации является определение этих чисел.

Под идентификацией в дальнейшем будем понимать нахождение параметров моделей объектов, предполагая, что уравнения моделей заранее известны и задаются с помощью обобщенной структурной схемы объекта (Рис. 0.2), т.е. будем рассматривать вопросы параметрической идентификации.

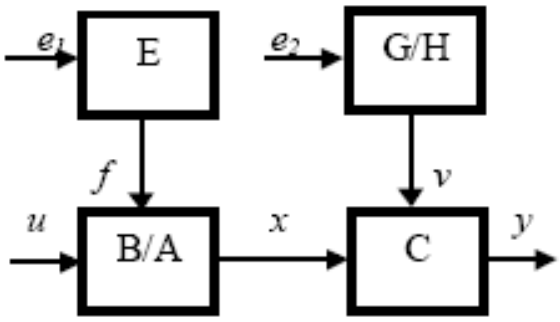

Рис. 0.2. Обобщённая структурная схема объекта

На схеме приняты следующие обозначения:

u и *y* – наблюдаемые входной и выходной сигналы;

x – ненаблюдаемая (скрытая) переменная, оцениваемая косвенно по сигналам *u* и *y*, получаемым в результате преобразования в системе операторами A, B и C;

e_1 и e_2 – ненаблюдаемые помехи (случайные процессы типа белого шума);

f и *v* – ненаблюдаемые помехи (коррелированные во времени случайные сигналы, в некоторых случаях содержащие детерминированные составляющие);

A, B, C, E, G, H – операторы, вид которых известен, но неизвестны параметры.

Основными постановками задач идентификации являются:

– идентификация, или определение характеристик объекта (по значениям *u* и *y* определить операторы A, B иC);

– генерация случайных сигналов с заданными характеристиками, или определение характеристик сигналов (по значениям *f* или *v* определить оператор E или G, H);

– наблюдение за скрытыми переменными, или определение переменных состояния (по наблюдаемым *u* и *y*, известным операторам A, B, C, E, G, H определить *x*).

Решение вышеназванных задач идентификации осуществляется методами параметрической и непараметрической идентификации. При использовании методов параметрической идентификации сразу определяются коэффициенты передаточной функции или уравнения объекта. Вторая группа методов используется для определения временных или частотных характеристик объектов, а также характеристик случайных процессов генерируемых объектами. По полученным характеристикам затем определяются передаточная функция или уравнения объекта. В настоящее время более широкое распространение получили методы параметрической идентификации.Математические модели технических систем.

Проверка адекватности модели. Критерий Фишера

Проверка адекватности математического описания по опытным данным представляет собой оценку отклонения предсказанной по полученному уравнению регрессии величины

отклика системы $\widehat{Y}$ от результатов наблюдений Y в одних и тех же точках факторного пространства. Рассеяние результатов наблюдений вблизи уравнения регрессии, оценивающего истинную функцию отклика, можно охарактеризовать с помощью дисперсии адекватности:

$$s_{ad}^2 = \frac{1}{N-d}\sum_{g=1}^{N}(\widehat{y}_g - \overline{y}_g)^2 ,$$

где $\overline{y}_g$ – значение отклика системы, усредненное по множеству параллельных опытов, на g-тое сочетание управляющих факторов; $\widehat{y}_g$ – значение отклика, вычисленное по полученной функции регрессии.

Функция статистики для оценки адекватности определяется как отношение оценки дисперсии адекватности к оценке дисперсии воспроизводимости:

$$F_{ad} = \frac{s_{ad}^2}{s_{vos}^2}$$

Критическое значение статистики определяется с помощью следующего соотношения:

$$F_{ad,kr} = F_{q_{ad},\nu_1,\nu_2} = qF(q_{ad},\nu 1,\nu 2),$$

где $\nu_1 = N - d > 0$, $\nu_2 = N \cdot (m-1)$.

Гипотеза об адекватности функции регрессии экспериментальным данным считается подтвержденной, если выполняется неравенство:

$$F_{ad} \le F_{ad,kr}.$$

Если гипотеза об адекватности отвергнута, то рекомендуется:

- перейти к более сложной форме математического описания или
- уменьшить интервал варьирования факторов до 10%-60% от первоначального.

Однако, уменьшение интервала варьирования приводит к снижению отношения сигнал/шум, что влечет за собой увеличение числа параллельных опытов.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ (РЕКОМЕНДАЦИИ)

3.1. Методические указания по изучению дисциплины

1) Следует тщательно планировать и организовывать время, необходимое для изучения дисциплины. Недопустимо откладывать ознакомление с теоретической частью, подготовку отчетов к лабораторным работам и выполнение курсового проекта на конец семестра, поскольку это неминуемо приведет к снижению качества освоения материала, оформления отчетов и курсовой работы. Все виды работ по дисциплине рекомендуется выполнять по календарному плану, приведенному в Рабочей программе.

3.2. Методические указания к лабораторным занятиям

1) План проведения занятий с указанием последовательности изучаемых модулей, тем занятий, объема аудиторных часов, отводимых для освоения материалов по каждой теме, а также часов для самостоятельной работы студентов приведен в Рабочей программе.

2) Теоретические положения и указания к выполнению лабораторных работ приведены в учебных пособиях, разработанных ведущими вузами РФ, а также на кафедре АППиЭ.

3.3. Методические указания по выполнению курсовой работы.

1) Тематика курсовых работ для всех студентов специальности 220301 одинакова: «Моделирование динамической системы на примере разветвленной цепи».

4) Защита курсовой работы.

К защите допускаются полностью готовые работы На пояснительной записке обязательны подписи исполнителя, руководителя, нормоконтроллера, которые поставляются в указанном

порядке. Руководитель проекта, кроме подписи, выставляет проекту рекомендуемую оценку.

3.4 Методические указания по самостоятельной работе студентов

1) Самостоятельная работа студентов по дисциплине предусматривает выполнение курсовой работы, а также подготовку к практическим занятиям, выполнению лабораторных работ и оформление отчетов по ним. Общая схема СРС приведена в Рабочей программе.

4 КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

4.1 Текущий контроль знаний

Текущий контроль знаний предусматривает контрольную точку. Оценка по контрольной точке выставляется на основании результатов выполнения и защиты лабораторных работ согласно плану выполнения работ, составленному для каждой подгруппы преподавателем, ведущим лабораторные работы; выполнения разделов курсовой работы согласно плану, составленному преподавателем – руководителем курсового проектирования индивидуально для каждого студента; тестирования по разделам теста, приведенного в п. 4.3. Собственно процедура тестирования дополняется собеседованием преподавателя со студентом по вопросам теста с целью выяснения аргументации последнего.

Итоговая оценка студента формируется преподавателем, ответственным за дисциплину (лектором) по данным, предоставленным преподавателем, ведущим лабораторные занятия, преподавателем – руководителем курсового проектирования и преподавателем, проводившим тестирование.

4.2. Итоговый контроль знаний

Итоговый контроль знаний подразумевает

защиту курсовой работы и.экзамен по теоретическому курсу.

Экзамен предусматривает письменные ответы студента на два теоретических вопроса из списка вопросов, приведенного в Рабочей программе, а также тестирование по всем разделам теста, приведенного в п. 4.3. Процедура тестирования дополняется собеседованием преподавателя со студентом по вопросам теста с целью выяснения аргументации последнего.

Для получения удовлетворительной оценки на экзамене достаточно показать знание основных понятий по теме экзаменационных вопросов и успешное пройти тест (оценка не ниже «удовлетворительно»). Оценка «хорошо» выставляется студенту, прошедшему тестирование с оценкой не ниже «хорошо» и показавшему способность экономического, математического, технического и др. обоснований решений как в своих письменных ответах на экзаменационные вопросы, так и по вопросам теста. Оценка «отлично» выставляется студенту, прошедшему тест с оценкой «отлично», показавшему способность экономического, математического, технического и др. обоснований решений в своих письменных ответах на экзаменационные вопросы и по вопросам теста и правильно ответившему на дополнительные вопросы по смежным темам. При этом неправильные ответы на дополнительные вопросы могут служить основанием для снижения оценки до «удовлетворительно», если эти ответы свидетельствуют о слабом понимании материала.

4.3. Тестовые вопросы

Понятие системы.

Основы теории идентификации систем.

Математическое моделирование производственных систем.
Программное обеспечение и эффективность машинного моделирования.
Проверка качества последовательностей псевдослучайных чисел.
Основные подходы к построению математических моделей систем.
Моделирование случайных воздействий на системы.
Выбор математического аппарата моделирования.
Моделирование производственных систем на основе теории множеств.
Пакеты прикладных программ моделирования.
Идентификация линейных динамических систем.
Классификация систем.
Аппроксимация в задачах моделирования.
Элементы систем массового обслуживания.
Проверка адекватности модели.
Теоретико-множественные модели производственных систем.
Машинная реализация моделей систем и анализ их адекватности.
Основные понятия и определения моделирования.
Особенности разработки систем и использования их моделей.
Принципы системного подхода в моделировании систем.
Математические модели в пространстве состояний. Их характеристика.
Получение и интерпретация результатов моделирования систем.
Параметрическая идентификация линейной динамической системы.
Системы типа "Чёрный ящик". Построение их математических моделей.

5. Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

В учебном процессе по дисциплине предусматриваются интерактивные технологии и инновационные методы.

Проведение лабораторных и части практических занятий работ связано с использованием современных компьютерных технологий в области автоматизации. Курсовое проектирование имеет направленность получения навыков моделирования реальных промышленных объектов и подсистем. В процедурах промежуточного и итогового контроля знаний используется компьютерное тестирование.