Федеральное агентство по образованию

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ГОУВПО «АмГУ»

УТВЕРЖДАЮ

Зав.кафедрой ТиЭФ

_________Е.А. Ванина

«______»___________2007г.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

для специальности 010701 – «Физика»

Составители: А.Н. Чибисов, ст. преподаватель, канд. ф.-м. наук,

Благовещенск

2007 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
инженерно-физического факультета
Амурского государственного
университета

А.Н. Чибисов

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Вычислительная физика» для студентов очной формы обучения специальности 010701 «Физика». - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007. – 30 с.

Учебно-методические рекомендации ориентированы на оказание помощи студентам очной формы обучения по специальности 010701 «Физика» для формирования и развития специальных знаний по важнейшим понятиям и положениям современной Вычислительной физики.

СОДЕРЖАНИЕ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное агентство по образованию

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(ГОУВПО «АМГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УНР

___________Е.С. Астапова

«____»___________2007 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине «Вычислительная физика (Практикум на ЭВМ)»

для специальности: 010701 – «Физика»

Курс: 2 Семестр: 3

Лекции: не предусмотрены Зачет: 3 семестр

Лабораторные работы: 36 (час.)

Самостоятельная работа: 18 (час.)

Всего часов: 54 (час.)

Составитель: А.А. Согр, доцент; А.Н. Чибисов, ст. преподаватель

Факультет: ***Инженерно-физический***

Кафедра: ***Теоретической и экспериментальной физики***

2007 г.

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта по специальности 010701 – Физика.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Теоретической и экспериментальной физики

«___» __________2007 г., протокол №_____

Заведующий кафедрой __________ Е.А. Ванина

Рабочая программа одобрена на заседании УМС специальности 010701 – «Физика»
«___» __________2007 г., протокол №

Председатель __________ В.Ф. Ульянычева

Рабочая программа переутверждена на заседании кафедры от _____________
протокол № ____________ .

Зав.кафедрой ________________________ Е.А. Ванина

СОГЛАСОВАНО
Начальник УМУ
___________ Г.Н. Торопчина
«__» __________2007 г.

СОГЛАСОВАНО
Председатель УМС факультета
____________ В.Ф. Ульянычева
«__» __________2007 г.

СОГЛАСОВАНО
Заведующий выпускающей кафедрой
______________ Е.А. Ванина

«__» __________2007 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

1.1 Цели и задачи курса

В процессе решения физических задач компьютер является мощным инструментом исследования и требует специальной подготовки для квалифицированного использования. Успех решения прикладной задачи связан с правильным и корректным построением всего вычислительного процесса рассматриваемой физической модели, получения численного результата и его интерпретации, поэтому курс «Вычислительная физика» занимает важное место в системе подготовки студентов по специальности «Физика». Целью преподавания дисциплины является изучение основ классификации и методик построения математических моделей физических явлений, освоение основных принципов программных реализаций используемых аналитических или численных методов, а также анализ решения физической задачи, полученной в математических терминах.

Задачи изучения курса составляют следующие вопросы: исследование физического объекта или процесса (построение физической модели), математическое описание задачи, выбор метода решения и исследования задачи (построение математической модели), разработка и выбор оптимального алгоритма решения конкретных задач, обработка и анализ полученных результатов (проведение вычислительного эксперимента), корректировка способа решения при наличии особенностей задачи, анализ вопроса устойчивости и сходимости метода решения, оценка границ применимости построенной математической модели.

1.2 Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины студенты должны иметь четкое представление о процессе решения физических задач на компьютере, видах математических моделей, о способах их построений, методах моделирования, возможностях программной реализации, разрабатывать алгоритм реализации метода решения, анализировать полученные результаты, оценивать вопрос о сходимости и устойчивости выбранного метода.

В процессе обучения студенты должны приобрести навыки построения моделей конкретных физических явлений, детально исследуя и реализуя каждый из этапов построения модели:

1. изучение предметной области и постановка задачи;
2. обоснование выбора физической модели;
3. разработка математической модели;
4. решение задачи: выбор аналитического или численного метода, разработка программы, анализ и обработка входной информации, проведение математического эксперимента, обработка и предварительный анализ информации;
5. анализ результатов вычислительного эксперимента;
6. усовершенствование модели.

1.3 Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых студентами необходимо при изучении данной дисциплины

Данный курс базируется на ранее изученных дисциплинах: «Физический практикум», «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», связан с дисциплинами: «Численные методы и математическое моделирование», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Федеральный компонент

Дисциплина «Вычислительная физика (Практикум на ЭВМ)» является дисциплиной, входящей в блок дисциплин информатики федерального компонента для специальности 010701 «Физика». Государственный стандарт – ЕН.Ф.04.02.

Предмет вычислительной физики. Элементы численных методов: вычисление определенных интегралов, решение трансцендентных уравнений, задачи линейной алгебры, задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Компьютерное моделирование в физике: численный эксперимент в задачах механики, электричества и статистической физики (задача преследования, движение в центральном поле, негармонические колебания, фазовые портреты, визуализация полей системы электрических зарядов, кинематическая модель газа и др.).

2.2 Наименование тем, их содержание, объем в лекционных часах

Лекционные занятия не предусмотрены.

2.3 Лабораторные занятия, их содержание и объем в часах.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Наименование темы	Кол-во часов
1. Основные приемы работы со средой Delphi, пакетами математических прикладных программ Mathcad, Matlab.	4
2. Моделирование физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка. Моделирование процесса остывания нагретого тела.	6
3. Моделирование траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту.	4
4. Задача Кеплера. Моделирование траектории движения спутника.	6
5. Моделирование колебательных процессов.	4

6. Моделирование статических электрических и магнитных полей	4
7. Моделирование волновых явлений	4
8. Методы Монте-Карло. Случайные блуждания.	4
ИТОГО	36

Лабораторная работа 1. Основные приемы работы со средой Delphi, пакетами математических прикладных программ Mathcad, Matlab.

Выбор программной среды для построения моделей. Повторение основных приемов работы: построение алгоритмов, синтаксис программы, арифметические операции, встроенные скалярные функции, операторы присваивания, форматы ввода и вывода данных, задание операторов цикла, условных операторов, операторов отношений, логических операторов, обработка массивов и матриц, оформление подпрограмм и функций, рекурсия. Доступ к справочной информации. Построение пользовательского интерфейса программы.

Лабораторная работа 2. Моделирование физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка. Моделирование процесса остывания нагретого тела.

Формулировка физического закона и вывод дифференциального уравнения, лежащего в основе модели. Обоснование выбора параметров модели. Методы решения (аналитическое, численное, использование возможностей пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab)). Алгоритм Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Схема реализации модели радиоактивного распада. Моделирование цепной реакции ядерного взрыва.

Лабораторная работа 3. Моделирование траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Движение тел в гравитационном поле Земли без учета трения. Движение тел в гравитационном поле Земли с учетом силы трения. Формулировка физической модели, вывод дифференциальных уравнений, лежащих в основе модели. Обоснование выбора параметров модели. Методы решения (аналитическое, численное, использование возможностей пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab) для решения дифференциальных уравнений). Алгоритм Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа 4. Задача Кеплера. Моделирование траектории движения спутника.

Формулировка физической модели, вывод дифференциальных уравнений, лежащих в основе модели. Выбор системы координат, используемой для описания движения тел, под действием силы гравитационного взаимодействия (чертеж). Обоснование выбора параметров модели. Методы решения (аналитическое, численное, использование возможностей пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab) для решения дифференциальных уравнений). Алгоритм Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа 5. Моделирование колебательных процессов.

Линейный гармонический осциллятор. Моделирование колебаний осциллятора (без учета трения, вязкое трение, сухое трение), вынужденные колебания. Формулировка физической модели, вывод дифференциальных уравнений, лежащих в основе модели. Обоснование выбора параметров модели и особенности реализации модели. Методы решения (аналитическое, численное, использование возможностей пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab) для решения дифференциальных уравнений). Алгоритм Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа 6. Моделирование статических электрических и магнитных полей

Электрическое поле системы неподвижных зарядов. Формулировка физической модели. Построение графика поверхности и карты эквипотенциалей. Магнитное поле витка с постоянным током. Магнитное поле соленоида с постоянным током. Формулировка физической модели, уравнений, лежащих в основе модели. Обоснование выбора параметров модели и особенности реализации модели. Визуализация векторного поля. Магнитное поле тороидальной обмотки с постоянным током. Численное решение уравнений Лапласа и Пуассона.

Лабораторная работа 7. Моделирование волновых явлений

Свободные колебания цепочки связных гармонических осцилляторов. Вынужденные колебания цепочки связных гармонических осцилляторов. Формулировка физической модели, дифференциальных уравнений, лежащих в основе модели. Обоснование выбора параметров модели и особенности реализации моделей. Зависимость мгновенных значений смещений тел от времени. Фазовые траектории движения тел. Анализ полученных законов движения. Методы решения, использование возможностей пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab) для решения дифференциальных уравнений. Алгоритм Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа 8. Методы Монте-Карло. Случайные блуждания.

Метод Монте-Карло. Формулировка статистического закона, лежащего в основе метода. Обоснование выбора параметров модели и особенности реализации, генератор случайных чисел. Алгоритм генерации случайных чисел с равномерным законом распределения. Одномерные случайные блуждания. Метод случайных блужданий на плоскости. Построение гистограммы, отражающей вероятность нахождения объекта в заданном отрезке или области.

2.4 Самостоятельная работа студентов (18 часов).

В качестве самостоятельной работы по дисциплине «Вычислительная физика» студентам предлагается разработка пользовательского интерфейса программы для модели, реализуемой в рамках текущей лабораторной работы. Для разработки интерфейса программы требуется работа с дополнительными литературными источниками и программными средствами.

2.5 Вопросы к зачету

1. Моделирование физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка. Моделирование процесса остывания нагретого тела.
2. Моделирование физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка. Схема реализации модели радиоактивного распада. Моделирование цепной реакции ядерного взрыва.
3. Моделирование траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту.
4. Задача Кеплера. Моделирование траектории движения спутника.
5. Моделирование колебательных процессов.
6. Моделирование статических электрических и магнитных полей.
7. Моделирование волновых явлений.
8. Методы Монте-Карло. Случайные блуждания.

2.6 Виды контроля

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения лабораторных занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего раздела, а также индивидуальной проверки отчетов по лабораторным работам. Промежуточный контроль осуществляется два раза в семестр в виде анализа итоговых отчетов на аттестационные вопросы. Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде зачета.

2.7 Требования к знаниям студентов, предъявляемые на зачете

Зачет сдается в конце семестра. Форма сдачи зачета – устная. Необходимым условием допуска на зачет является сдача всех лабораторных работ. В предлагаемый билет входят два вопроса: основной (описание модели и ее реализация) и дополнительный (особенности аналитических методов и численных схем решения задач). При выполнении указанных требований ставится отметка «зачтено».

3 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Перечень обязательной (основной) литературы

1. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете Matlab. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 592 с.
2. Ращиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач: Учеб пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2005.– 208 с.
3. Плохотников К.Э. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 280 с.
4. Семененко М.Г. Математическое моделирование в Mathcad. – М.: Альтекс-А, 2003. – 208 с.
5. Зелбдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. – М.: Наука, 1977. – 646 с.
6. Арфкен Г. Математические методы в физике. – М.: Атомиздат, 1980. – 712 с.

7. Поршнев С.В. Вычислительная математика. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.– 320 с.
8. Мэтьюз Д.Г., Куртис Ф.Д. Численные методы. Использование Matlab. Пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – 720 с.
9. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 259 с.
10. Вержбицкий В. М. Численные методы. (Линейная алгебра и нелинейные уравнения) – М.: Высшая школа, 2001. – 266 с.
11. Вержбицкий В. М. Численные методы. (Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения) – М.: Высшая школа, 2001. – 266 с.
12. Бахвалов И.В., Жидков Н. П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000.– 624с.

3.2. Перечень дополнительной литературы

1. Косарев В.И. 12 лекций по вычислительной математике. – М.: Физматкнига, Изд-во МФТИ, 2000. – 221 с.
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Гл. ред. Физ. – мат. лит., 1968.– 521 с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 402 с.
5. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. – М.: Наука, 1972 .– 363 с.
6. Боглаев Ю.А. Вычислительная математика и программирование. – М.: Высшая школа, 1990. – 366 с.
7. Турчак Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 310 с.
8. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1987. – 248 с.

9. Самарский А.А. Введение в численные методы: Учеб. Пособие. – М.: Наука, 1987. – 345 с.
10. Иглин С.П. Математические расчеты на базе Matlab. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.– 640 с.
11. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. Matlab 7. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 1104 с.
12. Matlab Дьяконов В. Mathcad 8/2000. – СПб: Питер, 2001. – 592 с.
13. Потемкин В.Г. Система инженерных и научных расчетов. Matlab 5x –в 2-х т. – М.: Диалог МИФИ. 1999. – 670 с.
14. Потемкин В.Г. Инструментальные средства Matlab 5x – М.: Диалог МИФИ, 2001. – 324 с.
15. Кетков Ю., Кетков А., Шульц М. Matlab 6.x: программирование численных методов – СПб: БХВ – Петербург, 2004. – 660 с.

4. НЕОБХОДИМОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Для проведения лабораторных работ необходим компьютерный класс на 10-13 посадочных рабочих мест пользователей (лабораторные занятия проводятся в подгруппах). В классе должны быть установлены среда программирования Delphi, пакеты прикладных программ Matlab 6.0, Mathcad 2000.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ) КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия (номера)		Используемые нагляд. и метод пособия	Самостоятельная работа студентов		Форма контроля
			Практич. (семин.)	Лабораторные		Содержание	часы	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1				1	лекция, доп. литература			
2				1	лекция, доп. литература			отчет по лабораторной работе №1
3				2	лекция, доп. литература			
4				2	лекция, доп. литература		2	
5				2	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №2
6				3	лекция, доп. литература			
7				3	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №3
8				4	лекция, доп. литература			
9				4	лекция, доп. литература		2	
10				4	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №4
11				5	лекция, доп. литература			
12				5	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №5
13				6	лекция, доп. литература			
14				6	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №6
15				7	лекция, доп. литература			
16				7	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №7
17				8	лекция, доп. литература			
18				8	лекция, доп. литература		2	отчет по лабораторной работе №8, устный и письменный опрос, зачет

2. Методические указания по изучению дисциплины

Поскольку данный курс базируется на ранее изученных дисциплинах: «Физический практикум», «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», связан с дисциплинами: «Численные методы и математическое моделирование», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», то для качественного выполнению лабораторных работ студентам рекомендуется к самостоятельному изучению (либо повторение) теоретического материала из данных дисциплин.

При выполнении лабораторных работ по данному курсу студенты должны продемонстрировать умение решать прикладные задачи, как с использованием возможностей математических прикладных программ, так и создавая собственные алгоритмы разработанных математических моделей с помощью сред программирования. При прохождении практикума на ЭВМ рекомендованы среда Delphi, пакеты программ Mathcad 2000, Matlab 6.0.

Лабораторная работа выполняется строго в соответствии с выданным преподавателем заданием. Завершающим этапом выполнения лабораторной работы является оформление отчета.

Отчет содержит: титульный лист, лист задания, раздел, содержащий теоретические основы модели, включая расчетные формулы основного метода, раздел, содержащий описание программной реализации: листинг программного блока (описание интерфейса программы можно вынести в приложение), раздел, содержащий описание результатов, полученных с использованием возможностей ППП (пакета прикладных задач), список использованной литературы.

3. Контролирующие материалы

Для проверки хода и результатов теоретического и практического усвоения студентами учебного материала проводится текущий, промежуточный и итоговый контроль знаний, а также проверку остаточных знаний. Текущий контроль знаний проводится в рамках практических занятий, лабораторных работ.

Промежуточный контроль осуществляется два раза в семестр в виде контрольных точек. Проверяются знания студентов в виде контрольных работ по изучаемой дисциплине. Фиксируется в журналах успеваемости, находящихся в деканатах. Результаты учитываются при допуске к сдаче зачета.

Итоговый контроль осуществляется в виде зачетов.

4. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1.

Основные приемы работы со средой Delphi, пакетами математических прикладных программ Mathcad, Matlab.

Выбор программной среды для построения моделей. Повторение основных приемов работы: построение алгоритмов, синтаксис программы, арифметические операции, встроенные скалярные функции, операторы присваивания, форматы ввода и вывода данных, задание операторов цикла, условных операторов, операторов отношений, логических операторов, обработка массивов и матриц, оформление подпрограмм и функций, рекурсия. Доступ к справочной информации. Построение пользовательского интерфейса программы.

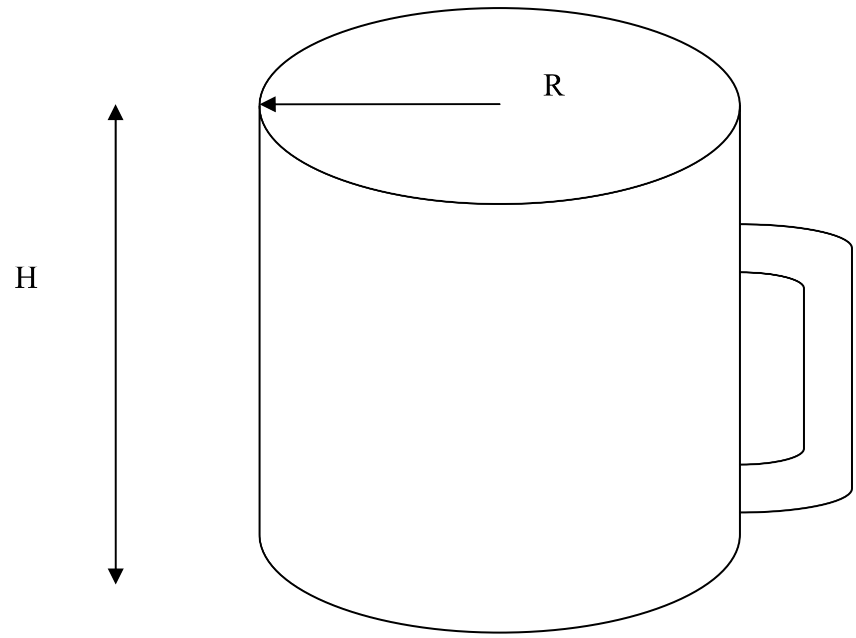
Лабораторная работа 2.

Моделирование физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка. Моделирование процесса остывания нагретого тела.

Постановка задачи

Пусть дана кружка в форме цилиндра. Дан радиус **R** и высота **H**. Далее программа будет самостоятельно считать **V** (объем) и **S** (площадь).

Мы задали некоторое время релаксации τ и уже исходя из него считаем α (коэффициент теплоотдачи). Кружка заполнена водой плотностью ρ и удельной теплоемкостью c.



*V=S*H=3.14*R^2*H*
*S=Sб+2*Sосн=2*3.14*R*H+2*3.14*R^2*
Т.к.
R=0.05 m
H=0.1 m
V=0.00157
S=0.0471
τ *=25*
*C=4180 Дж/кг*К*
ρ *=1000 кг/м*^{3}
$\tau = c * \rho * V / \alpha * s$

$\alpha = c^* \rho *V/\tau *S$

Получаем

α *=4180*1000*0.000785/25*0.0471=2787*

Краткая теория

При небольшой разности температур между нагретым телом и окружающей средой для описания процесса остывания можно испытывать модель впервые предложенную Ньютоном.

В данной модели температура окружающей среды принимается равной константе, а скорость передачи тапла пропорциональна разности температур между нагретым телом и окружающей средой.

Теплоотдача в окружающую среду осуществляется по закону Ньютона:

$$dQ = \alpha S(T - T_c)dt \text{ ,}$$

где dQ - количество теплоты, переданное телом за время dt;

T - текущая температура тела;

T_c - температура окружающей среды;

S - площадь поверхности тела,

α - коэффициент теплоотдачи (остывания).

В данной модели подразумевается, что все тело имеет одинаковую температуру, что реализуется при большой теплопроводности, небольших размеров и не слишком большой теплоотдачи.

$$-\alpha S(T - T_c)dt = c\rho V dT.$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\alpha S(T - T_c)}{c\rho V} \qquad (1).$$

Пользуясь этой формулой, находим зависимость температуры от времени.

Задание №1. Найти зависимость температуры от времени используя пошаговый метод Эйлера.

Для решения уравнения (1) рассмотрим дифференциальное уравнение 1-го порядка в общем виде с начальными условиями:

$$y(x_0) = y_0$$

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x)) \qquad (2)$$

это выражение носит название задачи Коши.

В общем случае она может не иметь аналитического решения, выраженного через элементарные функции.

При численном решении однородного дифференциального уравнения, вместо (2) решаем конечное разностное отношение, используя:

$$\frac{dy}{dx} \to \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x} \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2)

$$y(x+\Delta x) \approx y(x) + \Delta x f(x, y(x)).$$

Таким образом для решения необходимо:

1. Задать начальные условия $y_0,\ x_0$;
2. $y_1 \cong y_0 + \Delta x f(x_0 y_0)$;
3. Повторять процесс с учетом итерационной формулы:

$$y_i = y_{i-1} + \Delta x f(x_{i-1} y_{i-1}) \qquad \text{при } i = \overline{2n}.$$

Метод дает хорошее приближение «истинного значения» функции, если Δx значительно мало.

Задание №2. Сравнить численное решение с аналитическим.

Решаем интеграл вида

$$\int \frac{dT}{(T - T_c)} = -\int \frac{\alpha S}{c\rho V} dt$$

получаем

$$T = T_c + (T - T_c)e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $\tau = \dfrac{c\rho V}{\alpha S}$

Задание №3

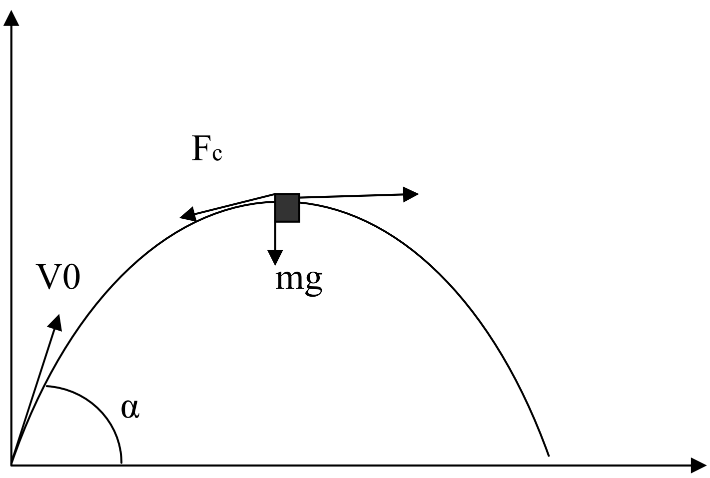
Реализация поставленной задачи средствами пакета Matlab построить график зависимости температуры тела от времени.

Лабораторная работа 3.

Моделирование траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Постановка задачи

Тело брошено под углом α к горизонту со начальной скоростью V_0 . При движении реальных тел сила трения является главным фактором, определяющим характер движения тела. Сила сопротивления, действующая на тело, увеличивается с ростом скорости. Коэффициент сопротивления воздуха β. Сила сопротивления воздуха $F_c=\beta\cdot V^2$



Задача:

Для конкретных параметров и начальных условий провести моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту, используя пошаговое вычисление аналитических зависимостей. Построить графики зависимостей: **Y(X), X(t), Vx(t), Vy(t), V(t). Vx=V*cos(α); Vy=V*sin(α); V=** $\sqrt{V_x^2+V_y^2}$ **;**

ax= $\frac{F_{xc}}{m}=\frac{F*\cos(\alpha)}{m}=\frac{\beta*V^2*\cos(\alpha)}{m}=\frac{-\beta*Vx*V}{m}$ **;**

ay= $\frac{F_{yc}}{m}-g=\frac{F*\sin(\alpha)}{m}-g=\frac{\beta*V^2*\sin(\alpha)}{m}-g=\frac{-\beta*Vy*V}{m}-g$ **;**

x= $x_0+Vx*t+a_x\frac{t^2}{2}$ **;**

y= $y_0+V_y*t+a_y\frac{t^2}{2}$;

Лабораторная работа 4.

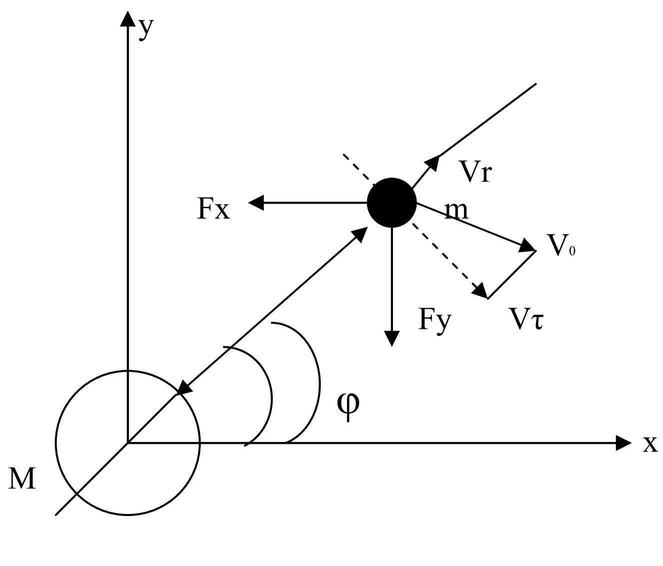
Задача Кеплера. Моделирование траектории движения спутника.

Цель работы: моделирование траектории движения тела в поле силы тяготения.

Задача о движении планет в поле тяжести небесных светил(является частным случаем задачи о движении в поле центральных сил) известна на протяжении нескольких тысячелетий. Большую часть знаний о движении планет объединили в себе законы Кеплера:

1. Всякая планета движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которого находится солнце.
2. Скорость планеты возрастает по мере удаления от Солнца таким образом, что прямая, соединяющая Солнце и планету, в равные промежутки времени замещает одинаковую площадь.
3. Для всех планет, вращающихся вокруг Солнца, отношение T^2/R^3 одинаково(T-период обращения, R-большая полуось эллипса).

Аналитическое решение задачи Кеплера удается получить только в случаях рассмотрения движения двух тел, взаимодействующих по закону обратных квадратов. Задача Кеплера для 3-х и более тел аналитического решения не имеет и может быть решена только численно.



В ДСК: (x,y)

уравнение движения в выбранной системе координат имеет вид:

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{GmM}{r^3}x \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{GmM}{r^3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{GM}{(x^2+y^2)^{3/2}}x \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{GM}{(x^2+y^2)^{3/2}}y \end{cases}$$

Нормировка: X=x/R, Y=y/R, τ=t/T.

R- радиус орбиты.

T- период обращения.

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = -\frac{GMT^2}{R^3(x^2+y^2)^{3/2}}X$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} = -\frac{GMT^2}{R^3(x^2+y^2)^{3/2}}Y$$

ацст= $\dfrac{|V|^2}{|R|}$

При движении в гравитационном поле по окружности ацст обусловлено гравитационной силой:

$\dfrac{m|V^2|}{|R|} = \dfrac{GmM}{|R|^2}$ Следовательно $|V| = (\dfrac{GM}{|R|})^{1/2}$ - общее условие для любой круговой орбиты.

Следовательно $T = \frac{2\pi|\bar{R}|}{|\bar{V}|} = \sqrt{\frac{2\pi^2|\bar{R}|^3}{GM}}$

$$☆ \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{d\tau^2} = -\frac{4\pi^2}{(x^2+y^2)^{3/2}}X \\ \frac{d^2y}{d\tau^2} = -\frac{4\pi^2}{(x^2+y^2)^{3/2}}Y \end{cases}$$

безразмерные уравнения ни зависят, ни от R, ни от T.

Для системы ☆ организовать пошаговый метод Эйлера для решения дифференциального уравнения, используя достаточно малое значение шага по времени Δt.

В полученной СК: (r, φ)

$$\ddot{r} = \frac{1}{m}(F_{гр} + F_{цб})$$

$$\ddot{r} = -G\frac{M}{r^2} + r\dot{\varphi}^2$$

$$v = \dot{\varphi}$$

Уравнение для φ определим и закона сохранения момента импульса тела:

$$L = mr^2\dot{\varphi} = const$$

$$\frac{dL}{dt} = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = 2mr\dot{r}\dot{\varphi} + mr^2\ddot{\varphi} = 0$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{2\dot{\varphi}\dot{r}}{r}$$

Таким образом, для системы

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -\frac{2\dot{\varphi}\dot{r}}{r} \\ \ddot{r} = -G\frac{M}{r^2} + r\dot{\varphi}^2 \end{cases}$$

Реализовать пошаговый метод Эйлера, построить траекторию движения, используя формулы:

x=ρcosφ

y=ρsinφ

Начальные условия для построения траектории:

V0- начальная скорость; $t^{\times}$- время полета; r0 – расстояние до центра гравитации; n – количество шагов.

Лабораторная работа 5.

Моделирование колебательных процессов.

Задание: имеется система (тело на пружине)

Требуется построить модель движения (найти положение тела в определенный момент времени) в случае:

1. движения без трения
2. с учетом вязкого трения
3. с учетом сухого трения

Линейный гармонический осциллятор

Одним из наиболее распространенных типов механических систем представляют собой малые колебания, колебания система совершает вблизи устойчивого положения равновесия. Наиболее простым с механической точки зрения оказывается описание движения систем, имеющих одну степень свободы. Пример такой системы – тело масс **m**, расположенное на гладкой горизонтальной поверхности и прикрепленному к свободному концу пружины жесткостью **к. x-**положение тела.

При смещении тела из положения равновесия на небольшое расстояние **x** со стороны пружины будет возвращающая сила: $F = -\kappa x$

Из 2-го закона Ньютона: $m\ddot{x} = -\kappa x$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

ω_0 - циклическая частота.

Аналитическое решение: $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \delta)$

А- амплитуда, δ - фаза

Численное решение:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

X0, v0 – начальные условия

$$a = -\frac{\kappa x}{m}$$

$$\upsilon_{i+1} = \upsilon_i + a_i \Delta t$$

$$x_{i+1} = x_i + \upsilon_i dt + \frac{a_i dt^2}{2}$$

Задание: Вычислить полную энергию гармонического осциллятора для тех моментов времени, в которые известны значения координат и скоростей. Построить график зависимости отклонения между численными значениями координат и скорости и аналитическими. Оценить точность.

Затухающие колебания

В большинстве реальных колебательных систем присутствует трение. Это приводит к тому, что в отсутствие подкачки энергии в колебательную систему амплитуда колебаний уменьшается до ее самой остановки (затухающие колебания) пример – движение груза на пружине. В этом случае уравнение движения можно записать в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \gamma\frac{dx}{dt}$$

γ - коэффициент затухания ($\gamma = \frac{r}{m}$, r-коэффициент вязкости).

$a = \ddot{x}$

Задание: при воздействии на линейный гармонический осциллятор внешней переменной силы система будет совершать вынужденные колебания:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \gamma \frac{dx}{dt} + \frac{F(t)}{m}$$

Найдите численное решение для силы $\frac{F(t)}{m} = A_0 \cos(\omega t)$

Скольжение одного тела по поверхности другого

Результирующая сила, действующая на груз:

$$F = F_{тр} + F_{упр}$$

(направление $\overline{F_{тр}}$ зависит от координаты: при растягивании: $F_{тр} \uparrow\downarrow a$, при сжатии: $F_{тр} \uparrow\uparrow a$)

Уравнения движения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x - \mu g sign(\upsilon)$$

Движение тела начнется при условии что: $x_0 > x_{крит}$

При $F_{тр} = F_{упр}$ (a=0 зона застоя) найдем $x_{крит}$:

$$\frac{k}{m}x_{крит} = \mu g$$

$$x_{крит} = \frac{\mu g m}{k} \quad (-,+)$$

Лабораторная работа 6.

Моделирование статических электрических полей

Предположим, мы хотим найти электрическое поле $\overline{E}(\overline{r})$ в точке r , обусловленное точечными зарядами *q1*, *q2*, …, *qN*. Известно, что $\overline{E}(\overline{r})$ удовлетворяет принципу суперпозиции и имеет вид:

$$\overline{E}(\overline{r}) = K\sum_{i}^{N}\frac{q_i}{\left|r - r_i\right|^3}\left(\overline{r} - \overline{r}_i\right)$$

Где $\overline{r}_i$ - координата неподвижного *i*-го заряда и К – постоянная, зависимая от выбора системы единиц. В системе СИ постоянная К равна:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9.0 \cdot 10^9\, Н \cdot м^2 / Кл^2$$

Поле $\overline{E}(\overline{r})$ является векторным.

Задание.

1) Нарисовать силовые линии для заряда $q(1) = 1$ Кл, расположенного в точке с координатами 0,0.
2) Найти пространственное распределение потенциала данного заряда.