Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра общей математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Основной образовательной программы по направлению подготовки
080200.62 – Менеджмент

2012 г.

УМКД разработан старшим преподавателем кафедры ОМиИ Гришкиной Татьяной Евгеньевной

Рассмотрен на заседании кафедры ОМиИ

Протокол заседания кафедры от « 14 » сентября 2012 г. № 1

Заведующий кафедрой ____________________ Г. В. Литовка

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМС направления подготовки__________________________

от«___»______________20___ г. № ______

Председатель УМС__________________/__________________________________

СОДЕРЖАНИЕ

I РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью вероятностно-статистических методов.

Задачи дисциплины:

- развитие логического и алгоритмического мышления студента;
- выработка умения моделировать реальные экономические процессы;
- освоение приемов решения и исследования математически формализованных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Предлагаемая дисциплина является дисциплиной по выбору математического и естественнонаучного цикла ООП. Индекс дисциплины Б2.В.ДВ.2.1.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы знания курса «Математика».

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является составной частью математического образования менеджера, обеспечивает математическую подготовку студентов, необходимую для решения и анализа организационно-управленческих задач.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать: определения базовых понятий курса «Теория вероятностей и математическая статистика» и их прикладное значение;

2) Уметь: решать типовые математические задачи, использовать математический язык и математическую символику при построении организационно управленческих моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные;

3) Владеть: математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно управленческих задач.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общеобразовательные компетенции:

– владеть культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и анализу информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-5);

– уметь логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь (ОК-6);

– владеть методами количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-15);

– владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-17);

– уметь применять количественные и качественные методы анализа при принятии управленческих решений и строить экономические, финансовые и организационно – управленческие модели (ПК-31);

– способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления (ПК-32).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (*по неделям семестра*) Форма промежуточной аттестации (*по семестрам*)
				Лекции	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	
1	Теория вероятностей: случайные события	3	1-6	6	6	12	контрольная работа, расчетно-графическая работа
2	Теория вероятностей: случайные величины	3	7-12	6	6	12	контрольная работа, расчетно-графическая работа
3	Элементы математической статистики	3	13-18	6	6	6	контрольная работа
	Подготовка к зачету					6	итоговый тест
	ИТОГО	3		18	18	36	зачет

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

Темы дисциплины и их содержание

Раздел 1. Теория вероятностей: случайные события

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Основные понятия.

Предмет теории вероятностей, первоначальные понятия и определения, основные формулы комбинаторики, классическое определение вероятностей. Геометрическая и статистическая вероятности.

Тема 2. Сложение и умножение вероятностей.

Теорема сложения вероятностей, условные вероятности, теорема умножения вероятностей, независимые события и их свойства. Вероятность появления хотя бы одного события.

Тема 3. Формулы полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли.

Формула полной вероятности, формула Байеса, повторные независимые испытания, интегральная теорема Муавра-Лапласа

Раздел 2. Теория вероятностей: случайные величины

Тема 4. Случайные величины.

Случайная величина. Примеры случайных величин. Виды случайных величин (конечные, дискретные, непрерывные). Закон и таблица распределения конечных и дискретных случайных величин. Функция распределения случайной величины и её свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и её свойства. Эффект нулевой вероятности. Математическое ожидание как среднее значение случайной величины. Определение математического ожидания для различных видов случайных величин.

Определение суммы и произведения случайных величин. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины и её свойства. Среднее квадратичное отклонение.

Тема 5. Основные законы распределения случайных величин.

Биноминальное распределение и его характеристики. Распределение Пуассона и его характеристики. Теорема Пуассона. Нормальное распределение и его характеристики. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа. Показательное распределение и его характеристики. Равномерное распределение и его характеристики.

Тема 6. Закон больших чисел.

Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли.

Тема 7. Система случайных величин.

Случайные векторные величины. Функция и плотность распределения случайной двумерной величины. Корреляционный момент связи двух случайных величин. Коэффициент корреляции.

Раздел 3. Математическая статистика

Тема 1. Статистические оценки параметров распределения.

Основные задачи статистики и математической статистики. Выборки. Статистическая обработка результатов наблюдений. Оценки и связанные сними понятия. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии и их свойства. Метод максимума правдоподобия и его применения для нахождения точечных оценок параметров основных распределений. Понятие доверительных оценок. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения: случаи, когда один из параметров известен и когда неизвестны оба параметры.

Тема 2. Проверка статистических гипотез.

Постановка задачи проверки гипотез. Критерий оценки и его мощность. Критическая область и область принятия гипотезы. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотез в виде распределения. Критерий Пирсона.

Тема 3. Корреляционный и регрессионный анализ.

Функциональные и корреляционные зависимости случайных величин. Линейная и нелинейная регрессия. Составление уравнений прямых регрессий, метод наименьших квадратов. Статистическая оценка коэффициента корреляции и её свойства. Построение доверительных интервалов для параметров линейной регрессии. Проверка статистической значимости регрессии и адекватности модели регрессии результатам наблюдений.

№ п/п	**Темы лекций**
Семестр III .	
Раздел 1. Теория вероятностей: случайные события	
1	Предмет теории вероятностей. Основные понятия. Комбинаторика.
2	Сложение и умножение вероятностей.
3	Формулы полной вероятности и Байеса. Повторные независимые испытания. Интегральная теорема Лапласа.
Раздел 2. Теория вероятностей: случайные величины	
4	Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.
5	Основные законы распределения случайных величин.
6	Система случайных величин.
Раздел 3. Элементы математической статистики	
7	Статистические оценки параметров распределения.
8	Проверка статистических гипотез.
9	Корреляционный и регрессионный анализ.

5.2. Лабораторные занятия

№ п/п	Темы лабораторных занятий
Семестр III .	
Раздел 1. Теория вероятностей: случайные события	
1	Элементы комбинаторики. Классическая, геометрическая вероятность.
2	Сложение и умножение вероятностей.
3	Формулы полной вероятности и Байеса. Повторные независимые испытания.
Раздел 2. Теория вероятностей: случайные величины	
4	Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.
5	Основные законы распределения случайных величин.
6	Закон больших чисел.
Раздел 3. Элементы математической статистики	
7	Статистические оценки параметров распределения.
8	Проверка статистических гипотез.
9	Корреляционный и регрессионный анализ.

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	1	Выполнение индивидуальной расчётно-графической работы №1. Выполнение домашних заданий.	24
2	2	Выполнение индивидуальной расчётно-графической работы №2. Выполнение домашних заданий.	24
3	3	Выполнение домашних заданий.	18
4	1,2,3	Подготовка к зачёту	6
Итого			36

7. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел дисциплины	Компетенции						Итого
	ОК-5	ОК-6	ОК-15	ОК-17	ПК-31	ПК-32	
Раздел 1	+	+	+	+	+	+	6
Раздел 2	+	+	+	+	+	+	6
Раздел 3	+	+	+	+	+	+	6

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

1. Неимитационные методы обучения.

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. «Случайные события» (4 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. «Элементы математической статистики» (3 часа)

Лекция вдвоем. Учебный материал проблемного содержания дается студентам в диалоговом общении двух преподавателей между собой. Моделируются профессиональные дискуссии разными специалистами (теоретиком и практиком, сторонником и противником определенной концепции). Студенты вовлекаются в общение, высказывают собственную позицию.

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. «Случайные величины» (2 часа).

2. Неигровые имитационные методы обучения.

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач.

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций. «Случайные величины» (2 часа).

3. Игровые имитационные методы.

Мозговой штурм – наиболее свободная форма дискуссии, позволяющей быстро включить в работу всех членов учебной группы. Используется там, где требуется генерация разнообразных идей, их отбор и критическая оценка. Этапы продуцирования идей и их анализа намеренно разделены: во время выдвижения идей запрещается их критика. Внешне одобряются и принимаются все высказанные идеи. Больше ценится количество выдвинутых идей, чем их качество. Идеи могут высказываться без обоснования.

9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Результативность работы обеспечивается системой контроля, которая включает опрос студентов на лабораторных занятиях, проверку выполнения текущих заданий, контрольные работы, тест, выполнение и защита типовых расчётов (РГР), зачёт. Рубежный контроль осуществляется контрольными работами. Контроль за выполнением индивидуального задания осуществляется в два этапа: проверка письменных отчётов; защита задания в устной или письменной форме.

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Итоговая аттестация проводится в виде зачета (3 семестр).

Вопросы к зачету

Раздел 1 . Теория вероятностей: случайные события

1. Случайные события и их классификация.
2. Элементы комбинаторики.
3. Классическое определение вероятности.
4. Статистическая и геометрическая вероятности.
5. Теорема сложения вероятностей несовместимых событий.
6. Теорема умножения вероятностей.
7. Теорема сложения вероятностей, совместимых событий.
8. Формула полной вероятности.
9. Теорема Байеса.
10. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события.
11. Теоремы Лапласа.
12. Вероятность отклонения частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Раздел 2 . Теория вероятностей: случайные величины

1. Случайные величины. Закон распределения дискретных случайных величин.
2. Функция распределения и ее свойства.
3. Плотность распределения и ее свойства.
4. Функция случайной величины и ее распределение.
5. Математическое ожидание случайной величины, свойства математического ожидания.
6. Дисперсия случайной величины, свойства дисперсии.
7. Биноминальное распределение.
8. Распределение Пуассона.
9. Равномерное распределение.
10. Нормальное распределение.
11. Вероятность попадания нормального распределенной величины на заданный участок. Правило трех сигм.
12. Понятие о теореме Ляпунова.
13. Оценка отклонения распределения случайной величины от нормального.
14. Эксцесс и асимметрия.
15. Показательное распределение.
16. Неравенство Чебышева.
17. Теорема Чебышева.
18. Теорема Бернулли.
19. Понятие о системе случайных величин. Закон распределения системы случайных величин, таблица распределения.
20. Функция распределения системы случайных величин, ее свойства.
21. Плотность распределения системы случайных величин, ее свойства.
22. Плотность распределения отдельных величин, входящих в систему. Условные законы распределения.
23. Зависимые и независимые случайные величины.
24. Числовые характеристики системы случайных величин.

Раздел 3. **Математическая статистика.**

1. Понятие выборки случайных величин.
2. Понятие о выборочном методе.
3. Понятие генеральной совокупности (генеральной выборки).
4. Понятие регрессии, регрессионные зависимости.
5. Регрессионная зависимость как “ослабленная” функциональная зависимость.
6. Виды регрессионной зависимости.

7. Метод наименьших квадратов как метод аналитического сглаживания и определения параметров регрессионной зависимости.
8. Множественная регрессия.
9. Корреляционная зависимость между случайными величинами.
10. Ковариация. Коэффициент корреляции.
11. Различия между регрессионной и корреляционной зависимостями.
12. Основные задачи математической статистики.
13. Статистическая функция распределения.
14. Статистический ряд. Гистограмма.
15. Числовые характеристики статистического распределения.
16. Выравнивание статистических рядов, метод наибольшего правдоподобия.
17. Свойства точечных оценок.
18. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
19. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения.
20. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
21. Статистические гипотезы.
22. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия.
23. Критическая область. Критические точки и их нахождение.
24. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
25. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны. Понятие о критериях согласия.

Примерные варианты контрольных работ

1. Теория вероятностей: случайные события

1. Студент знает 45 из 60 вопросов программы. Каждый Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Найти вероятность того, что: а) студент знает все три вопроса, содержащиеся в билете; б) студент знает только два вопроса; в) студент знает только один вопрос своего экзаменационного билета.
2. В ящике имеется 15 деталей, из которых 10 стандартных. Сборщик наугад берёт 3 детали. Найти вероятность того, что все взятые детали будут стандартными.
3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,3. Производится 5 выстрелов. Чему равна вероятность того, что цель будет поражена?
4. Вероятность того, что клиент банка не вернёт заём в период экономического роста, равна 0,04, а в период экономического кризиса – 0,13. Предположим, что вероятность того, что начнётся период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернёт полученный кредит?
5. Вероятность того что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа равна 0,01.Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 4 абонента?
6. В партии деталей двух сходных форматов число крупных деталей вдвое больше числа мелких. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 10 деталей окажется 6 крупных?
7. Вероятность допущения дефекта при производстве механизмов равна 0,4. Случайным образом отбирается 500 механизмов. Установить величину наибольшего отклонения частости изготовленных механизмов с дефектами от вероятности 0,4, которую можно гарантировать с вероятностью 0,9973.

2. Теория вероятностей: случайные величины

1. Производится 4 выстрела по некоторой цели. Вероятность попадания в цель от выстрела к выстрелу не меняется и остаётся равной 0,4. Требуется для С. В. Х –числа попаданий составить ряд распределения и построить многоугольник распределения.
2. Детали, выпускаемые цехом по размеру диаметра распределяются по нормальному закону с параметрами: а=5 см, и σ=0,9. найдите границы в которых следует ожидать размер диаметра детали, чтобы вероятность невыхода за эти границы была равна 0,95
3. СВ Х задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 0 \\ x^2 & при \quad 0 < x \le 1 \\ 1 & при \quad x > 1. \end{cases}$$

Найдите плотность вероятности, M(X), D(X).

4. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы первого имеет показательное распределение $F_1(t) = 1 - e^{-0,02t}$, второго $F_2(t) = 1 - e^{-0,05t}$. Найдите вероятность того, что за время t=6ч хотя бы один элемент откажет.
5. Найти числовые характеристики СВ Х, распределённой равномерно в промежутке [6, 10].
6. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время Т равна 0,05. Оценить вероятность того что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом отказов за время Т окажется меньше 2.
7. Вероятность вынуть из урны белый шар 1/3. Вынули (с возвращением)300 шаров. Оценить вероятность того, что отклонение частости появления белых шаров от вероятности будет менее 1/15.

3. Математическая статистика

1. Предположим, что на некотором предприятии собраны данные о числе дней, пропущенных работником по болезни:

Число дней, пропущен. в данном мес.	0	1	2	3	4
Число работников	10	17	25	28	24

Постройте полигон распределения частот. Найдите среднее число пропущенных дней, стандартное отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

2. Аудиторская фирма хочет проконтролировать состояние счетов одного из коммерческих банков. Для этого случайно отбираются 50 счетов. По 20 счетам из 50 отобранных имело место движение денежных средств в течение месяца. Постройте 99%-й доверительный интервал, оценивающий долю счетов в генеральной совокупности, по которым имело место движение денежных средств в течение месяца.
3. Компания занимающаяся консультированием в области инвестиций заявляет, что среднегодовой процент по акциям определённой отрасли промышленности составляет 11,5% . Инвестор, желая проверить истинность этого утверждения на основе случайной выборки 50 акций выявил, что среднегодовой процент по ним составил 10,8% с исправленным средним квадратическим отклонением s=3,4%. На основе имеющейся информации определите, имеет ли инвестор достаточно оснований, чтобы опровергнуть заявление компании? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Теория вероятностей для экономистов: учеб. пособие : рек. УМО / Л.В. Большакова. - М. : Финансы и статистика, 2009. - 208 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высш. образование, 2006. - 480 с.

б) дополнительная литература:

1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

2. Семенчин Е. А. Теория вероятностей в примерах и задачах : учеб. пособие: рек. УМО / Е. А. Семенчин. - СПб. : Лань, 2007. - 352 с.

3. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М. : Дашков и К, 2010. - 473 с.

4. Теория вероятностей : учеб. пособие / Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко ; АмГУ, Фак. мат. и информ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2005. - 112 с.

5. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

6. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам отдельным темам и отраслям знаний
2	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционная аудитория с мультимедийным оборудованием.

Рейтинг-план дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

3 семестр

		Раздел 1	**Раздел 2**	**Раздел 3**		
	Вид работы	Теория вероятностей: случайные события	Теория вероятностей: случайные величины	Элементы математической статистики	Итоговая работа за семестр	
1.	Контрольная работа	10	10	10		
2.	Тест				5	
3.	Расчётно-графическая работа	5	5			
4.	Домашние задания	5	5	5		
	$\sum$	20	20	15	5	**60**
	Зачёт					**40**

Расчётно-графическая работа:
Сдача в срок -2 балла
Защита: «3»-1балл
«4»-2балла
«5»-3 балла

Контрольная работа:
«5»-5 баллов
«4»-4 балла
«3»-3 балла

Тест 25 заданий:
7-12 –1 балл
13-19 –3 балла
20-22 –4 балла
23-25 –5 баллов

II КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

Лекция 1.

Тема: Предмет теории вероятностей. Основные понятия. Комбинаторика

План лекции

1. Предмет теории вероятностей
2. Различные подходы к определению вероятности события
3. Основные формулы комбинаторики

Цель: сформировать знания о предмете теории вероятностей, определении вероятности события и ее свойствах, основах комбинаторики.

Задачи:

– привести примеры решения задач с использованием различных походов к определению вероятности;

– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений.

2. Классической вероятностью *P(A)* события *A* называется отношение числа благоприятствующих этому событию исходов (т.е. таких, при которых событие А обязательно произойдет) к общему числу несовместных единственно возможных и равновозможных исходов. Геометрической вероятностью события *A* называется отношение меры области, благоприятствующей появлению события А, к мере пространства элементарных исходов. Статистической вероятностью события А называется число, около которого колеблются частости W(A) появления этого события во многих сериях выборочных испытаний больших объемов, проводимых в одинаковых условиях.

3. К основным типам комбинаторных задач относятся отыскание числа перестановок, размещений, сочетаний, перестановок с повторениями, размещений с повторениями, сочетаний с повторениями.

Литература: [1], [2], [3]

Лекция 2.

Тема: Сложение и умножение вероятностей

План лекции

1. Алгебра событий.
2. Теорема сложения вероятностей несовместных и совместных событий.
3. Теорема умножения вероятностей независимых и независимых событий.
4. Вероятность появления хотя бы одного из событий.

Цель: ознакомить с теоремами сложения и умножения вероятностей; выработать навыки решения задач по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;

– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;

– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Объединением (или суммой) нескольких случайных событий называется событие, состоящее в осуществлении, по крайней мере, одного из данных событий.

Совмещением (или произведением) двух событий А и В называется событие, состоящее в одновременном осуществлении обеих событий.

2. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A)_2 + \ldots + P(A_n)$.

Вероятность суммы совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

3. Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий: $P(A_1, A_2, ..., A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) ... P(A_n)$.

Вероятность совместного появления нескольких зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятности каждого последующего события вычисляются в предположении, что все предыдущие события произошли: $P(A_1, A_2, ..., A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) P_{A_1 A_2}(A_3) ... P_{A_1 A_2 ... A_{n-1}}(A_n)$.

4. Если в результате испытания может появиться *n* событий, независимых в совокупности, то вероятность появления хотя бы одного из них равна

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 ... q_n$$

Здесь событие А обозначает наступление хотя бы одного из событий A_i, а q_i – вероятность противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, ..., \overline{A}_n$.

Литература: [1], [2], [3].

Лекция 3.

Тема: Формулы полной вероятности и Байеса. Повторные независимые испытания. Интегральная теорема Лапласа

План лекции

1. Формулы полной вероятности и Байеса
2. Формула Бернулли
3. Локальная теорема Лапласа
4. Формула Пуассона
5. Интегральная теорема Лапласа

Цель: сформировать знания о применении формул полной вероятности и Байеса, различных вариантах решения задач на повторные независимые испытания.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Вероятность события А, которое может наступить при условии появления одного из несовместных событий, образующих полную группу событий, равна сумме произведений вероятности каждого из событий на соответствующую условную вероятность события А: $P(A) = P(H_1) P_{H_2}(A) + P(H_2) P_{H_2}(A) + ... + P(H_n) P_{H_n}(A)$.

Условные вероятности гипотез определяются по формулам Байеса: $P_A(H_i) = \dfrac{P(H_i) P_{H_i}(A)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(H_n) P_{H_n}(A)}$.

2. Вероятность появления события А m раз в n независимых испытания, в каждом из которых вероятность этого события постоянна и равна p, находится по формуле Бернулли: $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$. Если число испытаний n велико, то применение формулы Бернулли приводит к очень громоздким вычислениям. В таких случаях пользуются приближенными формулами, основанными на теоремах Лапласа и Пуассона.

3. Локальная теорема Лапласа: Вероятность Pn (m) того, что в n испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно m раз приближённо равна $P_n(m) \approx \dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$, где $x = \dfrac{m - np}{\sqrt{npq}}$, $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

4. Формула Пуассона: Если вероятность р наступления события постоянна и мала, а число испытаний n велико, то Pn (m) $\approx \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}$, где λ = n p.

5. Интегральная теорема Лапласа: Если вероятность р наступления некоторого события в каждом испытании постоянна (0 < р <1), а число испытаний n достаточно велико, то вероятность того, что это событие наступит не менее а раз и не более b приближенно равна $P(a \le m \le b) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha)$, где $\alpha = \frac{a - np}{\sqrt{npq}}$, $\beta = \frac{b - np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ – функция Лапласа.

Литература: [1], [2], [3]

Лекция 4.
Тема: Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин
План лекции

1. Определение случайной величины. Определение дискретной и непрерывной случайных величин
2. Закон распределения случайной величины. Способы задания закона распределения дискретной случайной величины.
3. Способы задания закона распределения непрерывной случайной величины.
4. Числовые характеристики случайных величин.

Цель: дать первоначальное понятие о случайных величинах, сформировать знания о законах распределения и способах их описания, научить вычислять и интерпретировать числовые характеристики случайных величин.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Случайная величина Х – это некоторая функция элементарного события $\omega: X = \varphi(\omega)$, где $\omega \in U$. Значение этой функции зависит от того, какое элементарное событие ω появилось в результате опыта. Случайные величины часто обозначают большими буквами, а их значения малыми. Случайная величина называется дискретной, если ее возможные значения могут быть пронумерованы числами натурального ряда. Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

2. Законом распределения случайной величины называется любое правило, позволяющее находить вероятность возможных событий (значений), связанных со случайной величиной. Закон распределения дискретных случайных величин может быть задан в форме ряда, многоугольника и функции (интегрального закона) распределения.

3. Непрерывную случайную величину можно задать функцией распределения F(x) действительной переменной x, определяемой формулой F(x) = P (X < x) и функцией, которая называется плотностью распределения или дифференциальной функций и определяется формулой f(x) = F'(x).

4. Основные числовые характеристики и формулы приведены в таблице:

Характеристика	Обозначение	Случайная величина	
		Дискретная	Непрерывная
Математическое ожидание	M(X)	$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$	$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx$

Дисперсия	D(X)	$D(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-M(X))^2\cdot p_i$	$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-M(X))^2\cdot f(x)dx$
		$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$	
Среднее квадратичное отклонение (стандарт)	σ_x	$\sigma_x=\sqrt{D(X)}$	

Литература: [1], [2], [3]

Лекция 5.
Тема: Основные законы распределения случайных величин
План лекции

1. Биномиальный закон распределения
2. Распределение Пауссона
3. Геометрическое распределение
4. Нормальный закон распределения
5. Равномерное распределение
6. Показательное распределение
7. Законы больших чисел

Цель: сформировать знания об основных законах распределения случайных величин, развивать умения анализировать случайные величины.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры решения задач;
– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Дискретная случайная величина X имеет биномиальный закон распределения, если она принимает значения 0, 1, 2, …, m, …, n с вероятностями $P_n(m)=C_n^m\cdot p^m\cdot q^{n-m}$, где 0 < p < 1, q=1-p, m=0, 1, …, n.

2. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения Пуассона, если она принимает значения 0, 1, 2, …, m, … (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями $P_n(m)=\frac{\lambda^m\cdot e^{-\lambda}}{m!}, \quad \lambda=n\cdot p$.

3. Дискретная случайная величина X имеет геометрическое распределение, если она принимает значения 0, 1, 2, …, m, … (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями $P_n(m)=p\cdot q^{m-1}$, где $0<p<1,\ q=1-p,\ m=1,2,\dots$.

4. Распределение вероятностей называют нормальным, если оно описывается дифференциальной функцией $\varphi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$.

5. Равномерным распределением называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины X, дифференциальная функция f (x) которой сохраняет постоянное значение на сегменте [a; b] и равна нулю вне этого сегмента, т. е. $f(x)=\begin{cases}0 & при \quad x<a,\\ \frac{1}{b-a} & при \quad a\le x\le b,\\ 0 & при \quad x>b.\end{cases}$

6. Непрерывная случайная величина x распределена по показательному закону, если ее

плотность вероятности имеет вид: $f(x)=\begin{cases}0 & при\, x<0,\\ \lambda e^{-\lambda x} & при\, x\geq 0. \quad где\ \lambda>0.\end{cases}$

Литература: [1], [2], [3]

Лекция 6.

Тема: Система случайных величин

План лекции

1. Случайные векторные величины.
2. Функция и плотность распределения случайной двумерной величины.
3. Корреляционный момент связи двух случайных величин.
4. Коэффициент корреляции.

Цель: сформировать знания о случайной двумерной величине и ее характеристиках, рассмотреть основные задачи по теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Если на пространстве событий $\Omega=\{\omega\}$ заданы две случайные функции $X=\phi(\omega)$ и $Y=\psi(\omega)$, то говорят, что задана двумерная случайная величина (X, Y).

2. Интегральной функцией распределения двумерной случайной величины (X, Y) называется вероятность совместного выполнения двух неравенств: $X<x$ и $Y<y$:

$$F(x,\ y)=P\{X<x, Y<y\}$$

и геометрически определяет вероятность попадания случайной точки (X,Y) в бесконечный квадрат с вершиной в точке (x,y), лежащей левее и ниже ее.

Закон распределения дискретной двумерной с.в. (X,Y) может быть задан с помощью таблицы

X/Y	y_1	y_2	$\dots$	y_m	$\dots$
x_1	p_{11}	p_{12}	$\dots$	p_{1m}	$\dots$
x_2	p_{21}	p_{22}	$\dots$	p_{2m}	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$	
x_n	p_{n1}	p_{n2}	$\dots$	p_{nm}	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$	

где $\sum_i \sum_j p_{ij}=1.$

Для двумерной с.в. (X, Y) дискретного и непрерывного типов интегральные функции распределения соответственно равны

$$F(x,y)=\sum_{x_i<x}\sum_{y_j<y}p_{ij} \quad F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}f(u,v)dudv,$$

где, f(x, y) плотность вероятности величины (X, Y).

Свойства функции плотности вероятности: $f(x,y) \geq 0$,

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = 1,$$

$$f(x,y) = F''_{xy}(x,y), \qquad P\{(X,Y) \in D\} = \iint_{(D)} f(x,y)dxdy.$$

3. Случайная величина описывается двумя числовыми характеристиками: математическим ожиданием и дисперсией. Чтобы описать систему из двух случайных величин кроме «основных» характеристик используют так же корреляционный момент и коэффициент корреляции.
Корреляционным моментом $\boldsymbol{\mu_{xy}}$ случайных величин X и У называют математическое ожидание произведения отклонений этих величин:

μ_{xy} = M { [X - M(X)] [Y - M(Y)] }

Для нахождения корреляционного момента дискретных величин используют формулу:

$$\mu_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[x_i - M(X)][y_j - M(Y)]p(x_i, y_j),$$

а для непрерывных величин — формулу :

$$\mu_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[x - M(X)][y - M(Y)]\,f(x,y)dxdy$$

Коэффициентом корреляции r_{xy} случайных величин Х и У называют отношение корреляционного момента к произведению средних квадратических отклонений этих величин: $r_{xy} = \mu_{xy}/\sigma_x\sigma_y$

Абсолютная величина коэффициента корреляции не превышает единицы: $| r_{xy} | \leq 1$

Литература: [1], [2], [3].

Лекция 7.
Элементы математической статистики. Выборочный метод
План лекции

1. Предмет и задачи математической статистики
2. Генеральная и выборочная совокупность
3. Построение вариационного или сгруппированного статистического ряда
4. Полигон и гистограмма
5. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики вариационных рядов
6. Точечные оценки параметров распределения и их свойства

7. Доверительный интервал. Интервальные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии

Цель: дать первоначальное понятие о предмете математической статистики, выборочном методе анализа данных, научить способам описания выборочных совокупностей и вычислению их числовых характеристик; сформировать знания о методах точечного и интервального оценивания основных характеристик генеральной совокупности.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Математическая статистика – это направление математики, которое опирается на теорию вероятностей, позволяющую оценить надёжность и точность выводов, делаемых на основании ограниченного статистического материала.

2. Выборкой или выборочной совокупностью называется совокупность случайно отобранных объектов. Генеральной совокупностью называют совокупность объектов, из которых производится выборка.

3. Вариационным рядом называется ряд значений исследуемого признака с указанием соответствующих весов (частот или относительных частот). Выделяют дискретные и вариационные ряды.

4. Гистограммой частот сгруппированной выборки называется кусочно-постоянная функция, постоянная на интервалах группировки и принимающая на каждом из них соответственно значения $\frac{n_i}{\Delta x_i}$, i = 1,2, …, k. Площадь ступенчатой фигуры под графиком гистограммы равна объему выборки n. Полигоном частот называется ломаная с вершинами в точках $(\chi_i, \frac{n_i}{\Delta x_i})$, i – 1,2 ,…, k, где k – число интервалов вариационного ряда.

5. Эмпирической функцией распределения случайной величины X называется функция $F_n(x) = \frac{n_x}{n}$, где n – объем выборки; n_x – число значений x_i из выборки, удовлетворяющих неравенству $x_i < x$.

Выборочная средняя вычисляется по формуле: $\bar{x}_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}$. Выборочная дисперсия вычисляется по формуле: $D_в(x) = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2 n_i}{n}$. Выборочные начальные моменты вычисляются по формулам: $\overline{m}_к(x) = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i)^к n_i}{n}$. Выборочные центральные моменты вычисляются по формулам: $\mu_к(x) = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_b)^к n_i}{n}$. Эксцесс: $E_x = \frac{\mu_4}{S^4} - 3$. Асимметрия: $a_x = \frac{\mu_3}{S^3}$.

6. Точечной оценкой параметра называется оценка, определяемая одним числом.

Оценка $\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ −должна приближаться к оцениваемому параметру Θ по мере увеличения объема выборки. Если оценка стремится по вероятности к оцениваемому параметру, то она называется состоятельной.

Оценка параметра $\tilde{\Theta}$ называется несмещенной, если она при любом объеме выборки имеет математическое ожидание, совпадающее с оцениваемым параметром, т.е. $M(\tilde{\Theta}) = \Theta$.

Несмещенная оценка $\tilde{\Theta}$ параметра Θ называется эффективной, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок параметра Θ, вычисленных по выборкам одного и того же объема n.

7. Доверительным интервалом для параметра θ называется интервал (θ_1, θ_2), содержащий (покрывающий) истинное значение θ с заданной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha$. Число $\gamma = 1 - \alpha$ называется доверительной вероятностью, а значение $\gamma -$ уровнем значимости, границы θ_1 и θ_2 являющимися случайными величинами − соответственно нижней и верхней границами доверительного интервала.

Величина $\alpha = 1 - \gamma$ указывает на то, что те значения параметра θ, для которых $|\theta - \tilde{\theta}| > \varepsilon$ нужно признать противоречащими опытным данным.

Доверительный интервал для оценки математического ожидания *a* при неизвестном σ: $\left(\bar{x}_в - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{x}_в + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ с надежностью γ покрывает неизвестный параметр a; точность оценки $\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$.

Доверительный интервал для оценки математического ожидания *a* при неизвестном σ для заданной доверительной вероятности γ вычисляется по формуле: $\bar{x}_в - t_\gamma S/\sqrt{n} < a < \bar{x}_в + t_\gamma S/\sqrt{n}$, где $\bar{x}_в = \frac{\sum_{i-1}^{n} x_i}{n}$, $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_в)^2 n_i}{n-1}$.

Доверительный интервал для дисперсии записан скобках: $P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}; n-1} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}}\right) = \gamma$

Литература: [1], [2], [3]

Лекция 8.
Тема: Проверка статистических гипотез
План лекции

1. Постановка задачи проверки гипотез.
2. Критерий оценки и его мощность.
3. Критическая область и область принятия гипотезы.
4. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения.
5. Проверка гипотез о виде распределения.
6. Критерий Пирсона.

Цель: сформировать знания о методах проверки статистических гипотез о параметрах и законах распределения.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Статистической гипотезой называют гипотезу о виде неизвестного распределения генеральной совокупности или о параметрах известных распределений.

Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0. Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой.

Простой называют гипотезу, содержащую только одно предположение, сложной –

гипотезу, состоящую из конечного или бесконечного числа простых гипотез.

В результате проверки правильности выдвинутой нулевой гипотезы (такая проверка называется статистической, так как производится с применением методов математической статистики) возможны ошибки двух видов: ошибка первого рода, состоящая в том, что будет отвергнута правильная нулевая гипотеза, и ошибка второго рода, заключающаяся в том, что будет принята неверная гипотеза.

Вероятность ошибки первого рода называется уровнем значимости α.

Основной прием проверки статистических гипотез заключается в том, что по имеющейся выборке вычисляется значение некоторой случайной величины, имеющей известный закон распределения.

Статистическим критерием называется случайная величина *K* с известным законом распределения, служащая для проверки нулевой гипотезы.

Критической областью называют область значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают, областью принятия гипотезы – область значений критерия, при которых гипотезу принимают.

2. Критерий для проверки гипотезы о математическом ожидании.

Пусть генеральная совокупность *X* имеет нормальное распределение, и требуется проверить предположение о том, что ее математическое ожидание равно некоторому числу a_0.

Пусть известна дисперсия σ^2 генеральной совокупности. Тогда по выборке объема n найдем выборочное среднее $\bar{x}_B$ и проверим нулевую гипотезу

$$H_0\colon M(X) = a_0.$$

Учитывая, что выборочное среднее $\bar{X}$ является несмещенной оценкой $M(X)$, то есть $M(\bar{X}) = M(X)$, можно записать нулевую гипотезу так:

$M(\bar{X}) = a_0$. Для ее проверки выберем критерий

$$U = \frac{\bar{X} - a_0}{\sigma(\bar{X})} = \frac{(\bar{X} - a_0)\sqrt{n}}{\sigma}.$$

Это случайная величина, имеющая нормальное распределение, причем, если нулевая гипотеза справедлива, то $M(U) = 0$, $\sigma(U) = 1$.

Выберем критическую область в зависимости от вида конкурирующей гипотезы:

- если H_1: $M(\bar{X}) \neq a_0$, то $u_{кр}$: $\Phi(u_{кр}) = \dfrac{1-\alpha}{2}$, критическая область двусторонняя, $U_{набл} = \dfrac{(\bar{x} - a_0)\sqrt{n}}{\sigma}$, и, если $|U_{набл}| < u_{кр}$, то нулевая гипотеза принимается; если $|U_{набл}| > u_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается.

- если H_1: $M(\bar{X}) > a_0$, то $u_{кр}$: $\Phi(u_{кр}) = \dfrac{1-2\alpha}{2}$, критическая область правосторонняя, и, если $U_{набл} < u_{кр}$, то нулевая гипотеза принимается; если $U_{набл} > u_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается.

- если H_1: $M(\bar{X}) < a_0$, то $u_{кр}$: $\Phi(u_{кр}) = \dfrac{1-2\alpha}{2}$, критическая область левосторонняя, и, если $U_{набл} > - u_{кр}$, то нулевая гипотеза принимается; если $U_{набл} < - u_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается.

3. Достоинством критерия Пирсона является его универсальность: с его помощью можно проверять гипотезы о различных законах распределения.

1. Проверка гипотезы о нормальном распределении.

Пусть получена выборка достаточно большого объема n с большим количеством различных значений вариант. Для удобства ее обработки разделим интервал от наименьшего до наибольшего из значений вариант на s равных частей и будем считать, что значения вариант, попавших в каждый интервал, приближенно равны числу, задающему середину интервала. Подсчитав число вариант, попавших в каждый интервал, составим так называемую сгруппированную выборку:

варианты..........$x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_s$

частоты............$n_1 \quad n_2 \quad \dots \quad n_s$,

где x_i – значения середин интервалов, а n_i – число вариант, попавших в i-й интервал (эмпирические частоты).

По полученным данным можно вычислить выборочное среднее $\bar{x}_B$ и выборочное среднее квадратическое отклонение σ_B. Проверим предположение, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с параметрами $M(X) = \bar{x}_B$, $D(X) = \sigma_B^2$. Тогда можно найти количество чисел из выборки объема n, которое должно оказаться в каждом интервале при этом предположении (то есть теоретические частоты). Для этого по таблице значений функции Лапласа найдем вероятность попадания в i-й интервал:

$$p_i = \Phi\left(\frac{b_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right) - \Phi\left(\frac{a_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right),$$

где a_i и b_i - границы i-го интервала. Умножив полученные вероятности на объем выборки п, найдем теоретические частоты: $n_i = n \cdot p_i$. Наша цель – сравнить эмпирические и теоретические частоты, которые, конечно, отличаются друг от друга, и выяснить, являются ли эти различия несущественными, не опровергающими гипотезу о нормальном распределении исследуемой случайной величины, или они настолько велики, что противоречат этой гипотезе. Для этого используется критерий в виде случайной величины

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} .$$

Для выбранного критерия строится правосторонняя критическая область, определяемая условием

$$p(\chi^2 > \chi^2_{kp}(\alpha, k)) = \alpha,$$

где α – уровень значимости. Следовательно, критическая область задается неравенством $\chi^2 > \chi^2_{kp}(\alpha, k)$, а область принятия гипотезы - $\chi^2 < \chi^2_{kp}(\alpha, k)$.

Итак, для проверки нулевой гипотезы H_0: генеральная совокупность распределена нормально – нужно вычислить по выборке наблюдаемое значение критерия:

$$\chi^2_{набл} = \sum_{i=1}^{s} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} ,$$

а по таблице критических точек распределения χ^2 найти критическую точку $\chi^2_{кр}(\alpha, k)$, используя известные значения α и $k = s - 3$. Если $\chi^2_{набл} < \chi^2_{kp}$ - нулевую гипотезу принимают, при $\chi^2_{набл} > \chi^2_{kp}$ ее отвергают.

Литература: [1], [2], [3].

Лекция 9.
Тема: Корреляционный и регрессионный анализ
План лекции

1. Функциональные и корреляционные зависимости случайных величин.
2. Линейная и нелинейная регрессия.
3. Составление уравнений прямых регрессий, метод наименьших квадратов.
4. Статистическая оценка коэффициента корреляции и её свойства. Построение доверительных интервалов для параметров линейной регрессии. Проверка

статистической значимости регрессии и адекватности модели регрессии результатам наблюдений.

Цель: сформировать знания о корреляционном и регрессионном анализе.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Пусть составляющие X и Y двумерной случайной величины (X, Y) зависимы. Будем считать, что одну из них можно приближенно представить как линейную функцию другой, например

$$Y \approx g(X) = \alpha + \beta X,$$

и определим параметры α и β с помощью метода наименьших квадратов.

Определение. Коэффициент $\beta = r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$ называется коэффициентом регрессии Y на X, а

прямая $$y - m_y = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - m_x) -$$

- прямой среднеквадратической регрессии Y на X.

Аналогично можно получить прямую среднеквадратической регрессии X на Y:

$$x - m_x = r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - m_y).$$

2. Рассмотрим выборку объема n, извлеченную из нормально распределенной двумерной генеральной совокупности (X, Y). Вычислим выборочный коэффициент корреляции r_B. Пусть он оказался не равным нулю. Это еще не означает, что и коэффициент корреляции генеральной совокупности не равен нулю. Поэтому при заданном уровне значимости α возникает необходимость проверки нулевой гипотезы H_0: $r_г = 0$ о равенстве нулю гене-рального коэффициента корреляции при конкурирующей гипотезе H_1: $r_г \neq 0$. Таким образом, при принятии нулевой гипотезы X и Y некоррелированы, то есть не связаны линейной зависимостью, а при отклонении H_0 они коррелированы.

В качестве критерия примем случайную величину

$$T = \frac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}},$$

которая при справедливости нулевой гипотезы имеет распределение Стьюдента (см. лекцию 12) с $k = n - 2$ степенями свободы. Из вида конкурирующей гипотезы следует, что критическая область двусторонняя с границами $\pm\, t_{кр}$, где значение $t_{кр}(\alpha, k)$ находится из таблиц для двусторонней критической области.

Вычислив наблюдаемое значение критерия

$$T_{набл} = \frac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}$$

и сравнив его с $t_{кр}$, делаем вывод:

- если $|T_{набл}| < t_{кр}$ – нулевая гипотеза принимается (корреляции нет);
- если $|T_{набл}| > t_{кр}$ – нулевая гипотеза отвергается (корреляция есть).

3. Пусть изучается двумерная случайная величина (X, Y), и получена выборка из n пар чисел (x_1, y_1), (x_2, y_2),…, (x_n, y_n). Будем искать параметры прямой линии среднеквадратической регрессии Y на X вида

$$Y = \rho_{yx}x + b,$$

Подбирая параметры ρ_{yx} и b так, чтобы точки на плоскости с координатами (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_n, y_n) лежали как можно ближе к прямой . Используем для этого метод наименьших квадратов и найдем минимум функции

$$F(\rho,b)=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-y_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(\rho x_i+b-y_i)^2 .$$

Приравняем нулю соответствующие частные производные:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial \rho}&=2\sum_{i=1}^{n}(\rho x_i+b-y_i)x_i=0\\ \frac{\partial F}{\partial b}&=2\sum_{i=1}^{n}(\rho x_i+b-y_i)=0\end{aligned} .$$

В результате получим систему двух линейных уравнений относительно ρ и *b*:

$$\begin{cases}\left(\sum x^2\right)\rho+\left(\sum x\right)b=\sum xy\\ \left(\sum x\right)\rho+nb=\sum y\end{cases} .$$

Ее решение позволяет найти искомые параметры в виде:

$$\rho_{xy}=\frac{n\sum xy-\sum x\cdot\sum y}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2};\quad b=\frac{\sum x^2\cdot\sum y-\sum x\cdot\sum xy}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2} .$$

Литература: [1], [2], [3].

III МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Методические рекомендации для преподавателей

В качестве средств обучения могут быть использованы учебники, учебные пособия, электронные ресурсы, приведенные в рабочей программе.

В процессе обучения рекомендуем преподавателям использовать основные методы обучения, применяемые в высшей школе.

1. Информационно-рецептивный метод. Обучаемые усваивают знания в готовом виде, сообщенные преподавателем, почерпнутые из книжных источников или электронных ресурсов. Подобная деятельность необходима, так как она позволяет в сжатые сроки вооружать студента основными математическими определениями, теоремами, формулами и образцами способов деятельности.

2. Репродуктивный метод (метод организации воспроизведения способов деятельности). К этому методу относятся: решение типовых задач, ответы на теоретические вопросы.

3. Метод проблемного обучения. Преподаватель не просто излагает материал, а ставит проблему, формулирует познавательную задачу, показывает с помощью студентов логический путь решения проблемы. Здесь обучаемый становится соучастником поиска.

4. Эвристический (частично-поисковый) метод. После ознакомления обучаемых с материалом (определениями, математическими моделями, теоремами) перед ними ставится познавательная поисковая задача (лучше, если студенты сами ее выдвинут). Путем соответствующих заданий обучаемые подводятся к самостоятельным выводам. Таким образом, организуются активный учебный поиск, связанный с переходом к творческому, продуктивному мышлению.

5. Исследовательский метод. После постановки проблемы, формулирования задач, обучаемые самостоятельно работают над литературой, выдвигают гипотезу, ищут пути ее решения.

Рекомендуем использовать некоторые частно-дидактические методы обучения.

1. Мотивационное обеспечение учебной деятельности. Применение этого метода предполагает создание условий, при которых студентом осознается важность изучаемого материала для своей последующей деятельности. При этом полезны задачи прикладного содержания, соответствующие приобретаемой профессии.

2. Выделение базисного материала, концентрация учебного материала вокруг базисного. Применение этого метода облегчает процесс усвоения и запоминания, освобождает от необходимости изучать некоторые частные, второстепенные вопросы,

способствует формированию обобщенных знаний.

3. Пропедевтика вводимых понятий, новых теорем, формул. Перед изучением материала ограничиваются наглядными соображениями, не строгими рассуждениями, интуитивными представлениями о понятиях. Использование догадок, интуиции в обучении развивает мышление, интерес, улучшает запоминание.

4. Выбор методически обоснованного, с учетом знаний студентов и их умения мыслить, уровня строгости изучаемого материала. При обучении студентов естественнонаучного направления следует иметь в виду, что излишняя формализация материала препятствует полноценному его усвоению, развитию интуиции и может привести к потере интереса к предмету.

5. Создание проблемных ситуаций, возможностей для студентов самим делать обобщения, выводы, открытия.

6. Составление и применение алгоритмов. Алгоритмы организуют познавательный процесс, являются средством достижения результата, формируют у студента четкий стиль мышления. Их применение способствует более прочному усвоению материала.

7. Математическое моделирование. Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Анализ математической модели позволяет проникнуть в сущность изучаемых явлений. При построении математических моделей необходимо выделять основные этапы:

- формализацию;
- решение задачи внутри построенной модели на языке той теории, в рамках которой находится модель;
- интерпретации полученного результата к исходной задаче.

В математических курсах модели различного вида встречаются очень часто: функциональном, графическом, знаковом и других выражениях. Особенно наглядны задачи практического содержания, в которых отчетливо выделяются все указанные три этапа математического моделирования.

8. Обучение с использованием информационных технологий. Размещение сотрудниками кафедры своих учебных материалов в сети Интернет позволяет студенту осваивать материал в соответствии с требованиями преподавателя в любое удобное для него время.

Любой способ учебной деятельности целесообразно представить как цепь управляемых ситуаций, направленных на стимулирование и развитие познавательной и практической активности студента.

Методика чтения лекций, организации лабораторных занятий и самостоятельной работы должна содействовать развитию познавательной активности студентов, формированию необходимых компетенции. В практике необходимы лекции, предусматривающие как продуктивную, так и репродуктивную деятельность студента. При применении активных методов обучения доминирующими видами деятельности являются частично-поисковые, творческие, исследовательские. Важными моментами таких лекций являются:

- постановка проблемы;
- определение базовых знаний, необходимых для ее решения;
- создание атмосферы частично-поисковой деятельности;
- организация исследовательской деятельности;
- сравнение результатов исследования с точным результатом;
- корректировка определений, выводов, полученных студентами;
- самостоятельная работа студентов по специальным заданиям. Система задач и упражнений на практических и лабораторных занятиях должна давать целостное представление о функциях задач;
- обучающей (формирование у студентов системы математических знаний, умений,

компетенции);

- развивающей (развитие математического мышления);
- воспитывающей (формирование познавательного интереса);
- контролирующей (проверка качества усвоения изучаемого материала). Задания для самостоятельной работы включают в себя задачи и упражнения:

1) тренировочного типа (в форме домашних заданий к практическим занятиям; самостоятельная работа над книгой или конспектом лекции по отбору и систематизации учебного материала);

2) реконструктивно-вариативного типа (при выполнении этих заданий студенты применяют правила, теоремы в различных ситуациях; реконструируют известный учебный материал или способы решения задач с целью их приложения к решению заданной задачи с измененными условиями).

2. Методические указания по изучению дисциплины

Успешное освоение дисциплины предполагает активное, творческое участие студента путем ежедневной планомерной работы. Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

На лекциях студенты получают самые необходимые данные, во многом дополняющие учебники (иногда даже их заменяющие с последними достижениями науки. Умение сосредоточенно слушать лекции, активно, творчески воспринимать излагаемые сведения является непременным условием их глубокого и прочного усвоения, а также развития умственных способностей.

Слушание и запись лекций - сложные виды вузовской работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Слушая лекции, надо отвлечься при этом от посторонних мыслей и думать только о том, что излагает преподаватель. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал.

Внимание человека неустойчиво. Требуются волевые усилия, чтобы оно было сосредоточенным. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное. Это должно быть сделано самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое "конспектирование" приносит больше вреда, чем пользы. Некоторые студенты просят иногда лектора "читать помедленнее". Но лекция не может превратиться в лекцию-диктовку. Это очень вредная тенденция, ибо в этом случае студент механически записывает большое количество услышанных сведений, не размышляя над ними.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда используй не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями. Конспект лекции рекомендуется просмотреть сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь к преподавателю за консультацией.

Регулярно отводите время для повторения теоретического и практического материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

При подготовке к практическим занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в пункте 5.2 данного учебно-методического комплекса. Тщательно проработать лекционный материал и соответствующие учебные пособия по теме каждого лабораторного занятия. Прорешать типовые задачи домашнего задания.

Лабораторные занятия по данной дисциплине способствуют развитию аналитических и вычислительных способностей и формированию соответствующих навыков; – привитию навыков составления и анализа математических моделей простых реальных задач и развитию математической интуиции; – выработке умений решать прикладные задачи, связанные с будущей специальностью студента, требующие отбора данных и предварительного вывода аналитических зависимостей. Поэтому основным требованием преподавателя к студентам является обязательное присутствие студентов на всех лабораторных занятиях, а также выполнение всех заданий преподавателя, как текущих, так и контрольных.

3. Краткие учебно-методические материалы к практическим занятиям

Лабораторное занятие № 1 Элементы комбинаторики. Классическая, геометрическая вероятность

Основные вопросы

1. Элементы комбинаторики.
2. Классическая вероятность.
3. Геометрическая вероятность.

Типовые задания

1. Сколько различных пятизначных цифр можно составить из цифр 1,2,3,4,5,6

а) цифры могут повторяться;

б) цифры не повторяются?

2. На окружности выбрано 7 точек, сколько можно построить треугольников с вершинами в этих точках?
3. Из 10 различных книг выбирают 4 для посылки. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколько различных восьмибуквенных «слов» можно получить переставляя буквы в слове ПАРАГРАФ?
5. В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить в нём 12 открыток?
6. У мамы было 2 яблока, 3 груши и 4 апельсина. Каждый день она давала ребёнку по одному фрукту. Сколькими способами она могла это сделать.
7. В домоуправлении трудится 6 человек. Поступило распоряжение о премировании 3 сотрудников (различными суммами). Сколькими способами это можно сделать?
8. В комнате имеется 7 стульев. Сколькими способами на них можно разместить 7 гостей?
9. В розыгрыше первенства страны по футболу принимают участие 16 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая и серебряная медали?
10. Сколькими способами 7 пассажиров могут распределится по 3 вагонам, если для каждого пассажира существенным является только номер вагона, а не занимаемое им место в вагоне?
11. Монета подброшена 2 раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет герб?
12. В некоторой точке С провода длиной 20 м. произошёл разрыв. Определить вероятность того, что С удалена от левого кон6ца на расстояние не меньшее 4 м.
13. Точка взята наудачу внутри круга с радиусом 50 см. Найти вероятность того, что эта точка окажется от центра на расстоянии меньшем 20 см.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 2 Сложение и умножение вероятностей

Основные вопросы

1. Теоремы сложения вероятностей.
2. Теоремы умножения вероятностей.
3. Вероятность появления хотя бы одного события.

Типовые задания

1. Студент разыскивает нужную ему формулу в 3 справочниках. Вероятность того, что формула содержится в 1,2 и 3 справочнике соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится : а) только в 1 справочнике; б) только в 2 справочниках; в) во всех 3 справочниках; г) ни в одном справочнике.
2. В электрическую цепь параллельно включены 2 элемента. Вероятности отказов первого и второго из них соответственно равны: p_1=0,3 ;p_2=0,6. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет.
3. Вероятность для компании занимающейся строительством терминалов для аэропортов, получить контракт в стране А равна 0,4 , в стране В 0,3 . Чему равна вероятность того, что компания получит контракт хотя бы в одной стране?
4. Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из центрального круга и двух концентрических колец. Вероятности попадания в круг и в кольца соответственно равны 0.2, 0.15 и 0.1. Найти вероятность попадания в мишень.
5. В мешочке смешаны нити, среди которых 30 % белых, а остальные красные. Найти вероятность того, что вынутые наудачу две нити будут: а) одного цвета; б) разных цветов?

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 3 Формулы полной вероятности и Байеса. Повторные независимые испытания.

Основные вопросы

1. Формула полной вероятности.
2. Формула Байеса.
3. Повторные независимые испытания.
4. Интегральная теорема теорема Муавра-Лапласа.

Типовые задания

1. В двух урнах находятся белые и красные шары: в первой — 4 белых и 5 красных, во второй — 7 белых и 3 красных. Из второй урны наудачу взяли шар и переложили его в первую урну. Найти вероятность того, что наудачу взятый после этого из первой урны шар будет белым.
2. В двух ящиках находятся детали: в первом — 10 штук и из них 3 нестандартные, а во втором — 20 штук и из них 8 нестандартных. Из каждого ящика наудачу вынуто по

одной детали, а потом из этих двух деталей наудачу взята одна. Найти вероятность того, что эта деталь окажется стандартной.

3. Вероятность изготовления изделия с браком равна 0,08. После изготовления все изделия подвергаются проверке, в результате которой изделия без брака признаются годными с вероятностью 0,95, а изделия с браком — с вероятностью 0,06. Найти долю изделий, выпущенных после проверки, а также вероятность того, что выпущенное после проверки изделие окажется без брака.
4. В среднем из каждых 100 клиентов отделения банка 60 обслуживаются первым операционистом и 40 — вторым операционистом. Вероятность того, что клиент будет обслужен без помощи заведующего отделением, только самим операционистом, составляет 0,9 и 0,75 соответственно для первого и второго служащих банка. Найти вероятность полного обслуживания клиента первым операционистом.
5. Монету бросают 6 раз. Найти вероятности того, что герб выпадет: 1) 2 раза, 2) не менее двух раз.
6. Вероятность выпуска бракованного изделия равна 0,3. Найти вероятность того, что среди 100 выпущенных изделий будет ровно 60 изделий без брака.
7. Вероятность выпуска бракованных деталей равна 0,3. Найти вероятность того, что среди 100 выпущенных деталей будет не менее 75 стандартных.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 4 Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

Основные вопросы

1. Случайные величины.
2. Функция распределения.
3. Числовые характеристики случайных величин.

Типовые задания

1. В денежной лотерее на 100 билетов разыгрывается один выигрыш в 20 р., два выигрыша по 10 р. и 10 выигрышей по 1 р. Найти закон распределения случайной величины X возможного выигрыша на один билет.
2. Партия из 8 изделий содержит 5 стандартных. Наудачу отбираются 3 изделия. Составить таблицу закона распределения числа стандартных изделий среди отобранных.
3. Вероятностный прогноз для величины X — процентного изменения стоимости акций по отношению к их текущему курсу в течение шести месяцев — дан в виде закона распределения:

X	5	10	15	20	25	30
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1.

Найти вероятность того, что покупка акций будет более выгодна, чем помещение денег на банковский депозит под 36% годовых.

4. Пусть ежедневные расходы на обслуживание и рекламу автомобилей в некотором автосалоне составляют в среднем 100 тыс. р., а число продаж X автомашин в течение дня подчиняется следующему закону распределения:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P	0,25	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,05	0,05	0,025	0,025.

Найти математическое ожидание ежедневной прибыли при цене на машину 150 тыс. р.

5. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, заданной следующим распределением:

X	-5	2	3	4	6
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1.

6. Законы распределения независимых случайных величин X и Y приведены соответственно в таблицах:

X	-2	0	1	3	4
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1;

Y	2	4	6	8
p	0,2	0,4	0,3	0,1.

Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины $Z = 2X + 3Y$.

7. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0; \\ \sin x, & 0 < x \leqslant \pi/2; \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения X.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.
3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 5 Основные законы распределения случайных величин

Основные вопросы

1. Биноминальное распределение и его характеристики.
2. Распределение Пуассона и его характеристики.
3. Нормальное распределение и его характеристики.
4. Показательное распределение и его характеристики.
5. Равномерное распределение и его характеристики.

Типовые задания

1. Банк выдает 5 кредитов. Вероятность невозврата кредита равна 0,2 для каждого из заемщиков. Составить таблицу закона распределения количества заемщиков, не вернувших кредит по окончании срока кредитования.
2. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы первого имеет показательное распределение $F_1(t) = 1 - e^{-0,02t}$,

второго $F_2(t) = 1 - e^{-0,05t}$. Найдите вероятность того, что за время t=6ч. один элемент откажет.
3. Книга издана тиражом 100 тысяч экземпляров. Вероятность брака в книге равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.
4. Размер мужских сорочек является случайной величиной с нормальным законом распределения, математическим ожиданием 39 и дисперсией 9. Какой процент от общего объема заказа следует предусмотреть магазину для сорочек 40-го размера воротничка при условии, что этот размер находится в интервале (39,5; 40,5)?
5. Ребро куба x измерено приближенно в интервале (a, b). Найти математическое ожидание и дисперсию объема куба, если его ребро рассматривать как случайную величину X с равномерным распределением на указанном интервале.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 6 Закон больших чисел

Основные вопросы

1. Закон больших чисел.
2. Неравенства Чебышева.
3. Теорема Чебышева.
4. Теорема Бернулли.

Типовые задания

1. Вероятность всхожести некоторой культуры равна 0,75. Оценить вероятность того, что из посеянных 1000 семян число взошедших окажется от 700 до 800 включительно.
2. В целях контроля из партии в 100 ящиков взяли по одной детали из каждого ящика и измерили их длину. Оцените вероятность того, что вычисленная по данным выборки средняя длина детали отличается от средней длины детали во всей партии не более чем на 0,3мм, если известно, что среднее квадратическое отклонение не превышает 0,8мм.
3. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения среднего роста 1000 мужчин от математического ожидания случайной величины, выражающей рост каждого мужчины, не превзойдёт 0, 5 см, полагая, что среднее квадратичное отклонение каждой из этих случайных величин не превышает 2,5 см.
4. В среднем 10% работоспособного населения некоторого города- безработные. Оцените вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9% до 11%(включительно).
5. Игральный кубик подбрасывают 10000 раз. Оценить вероятность отклонения частоты появления шести очков от вероятности появления того же числа очков меньше чем на 0,01.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

3. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб. пособие / АмГУ, ФМиИ ;

сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010.

Лабораторное занятие № 7 Статистические оценки параметров распределения

Основные вопросы

1. Постановка задачи проверки гипотез.
2. Критерий оценки и его мощность.
3. Критическая область и область принятия гипотезы.
4. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения.
5. Статистические оценки параметров распределения.

Типовые задания

1. Найти несмещенные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии, если по результатам выборочных наблюдений получено следующее распределение

x_i - x_{i+1}	0 – 8	8 – 16	16 – 24	24 – 32	32 – 40
n_i	5	15	20	10	7

2. Найти интервальную оценку с доверительной вероятностью 0,95 для неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины X, если известны: генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = 4$; выборочная средняя $\bar{x}_{\hat{A}}$ = 30; объем выборки n = 25.
3. В банке в течение двух дней проводилось исследование времени обслуживания клиентов. Известно, что m_x=17,8, m_y=17,6, $n_1 = n_2$=55. Можно ли считать одинаковыми отклонения от среднего времени обслуживания клиентов банка в 1-й и во 2-й дни при α = 0,01?

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высш. образование, 2006. - 480 с.

3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

4. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

Лабораторное занятие № 8 Проверка статистических гипотез о законах распределения

Основные вопросы

1. Критерий Пирсона.
2. Критерий Колмогорова.

Типовые задания

1. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01, установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами n_i и теоретическими частотами n_i', вычисленными исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X:

n_i	8	16	40	72	36	18	10
n_i'	6	18	36	76	39	18	7

2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности Х, если выборочное распределение из этой совокупности имеет следующий вид;

x_i	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

Указание: при определении выборочной средней и выборочного среднего квадратического отклонения использовать метод произведений.

3. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности Х, если выборочное распределение из этой совокупности имеет следующий вид;

x_i - x_{i+1}	(–20) – (–10)	(–10) – 0	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
n_i	20	47	80	89	40	16	8

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высш. образование, 2006. - 480 с.

3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

4. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

Лабораторное занятие № 9 Корреляционный и регрессионный анализ

Основные вопросы

1. Функциональные и корреляционные зависимости случайных величин.
2. Линейная и нелинейная регрессия. Составление уравнений прямых регрессий.
3. Статистическая оценка коэффициента корреляции и ее свойства.

Типовые задания

1. В результате анкетного обследования для выявления важнейших видов оборудования, используемого судоводителями во время вахты, получены два ряда ранговых оценок: «по важности» оборудования и «по частоте» его использования.

Важ-ность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Часто-та	1	4	2	6	3	5	12	9	15	7	11	8	10	14	17	13	16	18	19

Взаимосвязаны ли эти ряды?

2. Зависимость между величинами выражается в виде экспериментально полученной таблицы. Определить уравнение регрессии. Сделать выводы.

Х	0,5	1	1,5	2	2,5	3
У	0,01	0,11	0,35	0,6	1,58	2,31

Литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 552 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высш. образование, 2006. - 480 с.

3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006.

4. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

4. Методические указания по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;- формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;- развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

1. Виды и формы самостоятельных работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть: - для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.; для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствие с планом, предложенным преподавателем; изучение ГОСТов; ответы на контрольные вопросы; тестирование, выполнение упражнений и графических работ; для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Общая схема самостоятельной работы представлена в пункте 6 рабочей программы.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и подготовку к зачету.

Прежде чем приступать к выполнению РГР, необходимо ознакомиться с содержанием теоретических вопросов по представленному списку литературы и по лекциям.

Работа пишется на стандартных листах писчей бумаги. Все листы заполняются только с одной стороны. Оформление расчетно-графической работы осуществляется в соответствии со стандартом. Каждая РГР начинается с титульного листа, который служит обложкой работы. Сверху на нем указывается принадлежность студента к учебному заведению, факультету, специализации или кафедре. В середине листа указывается название изучаемой темы или раздела и название учебного задания, номер варианта. Ниже и справа указывается фамилия и инициалы студента, номер академической группы, фамилия и инициалы преподавателя. Внизу титульного листа отмечают год выполнения работы.

Эта страница служит также для отметок преподавателя о выполнении учебного задания и замечаний по поводу подготовленного студентом отчета.

При оформлении работы необходимо соблюдать нумерацию заданий. Задание переписывается полностью и ниже оформляется решение. Работа должна быть сдана на кафедру к назначенному преподавателем сроку.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственейшим периодом в работе студента. Серьезно подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

IV КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

1. Текущий контроль знаний

При подготовке к контрольным мероприятиям по освоению модуля рекомендуется использовать примерные варианты контрольных работ, приведённые в рабочей программе (пункт 9). Примерные варианты расчетно-графических работ приведены ниже.

РГР «Теория вероятностей: случайные события»

1. На шести одинаковых карточках написаны буквы “а”, “а”, “а”, “з”,“д”, “ч”. Вынимают наудачу по одной карточке и прикладывают друг к другу. Какова вероятность того, что получится слово “задача”?

2. Из 75 лотерейных билетов, среди которых 5 выигрышных, наудачу берётся 5 билетов. Какова вероятность того, что все они выигрышные?

3. Три одинаковые монеты радиуса 3см. расположены внутри круга радиуса 10см, в котором наудачу бросается точка. Определить вероятность того, что эта точка упадёт на одну из монет, если монеты не пересекаются.

4. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определённого продукта по

каждому из 3 центральных телевизионных каналов, равна 0,05. Предполагается, что эти события независимы в совокупности. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит рекламу: 1)по всем 3 каналам; 2)хотя бы по одному из этих каналов?

5. Стандарт заполнения счетов, установленный фирмой, предполагает, что не более 5% счетов будут заполняться с ошибками. Время от времени компания проводит случайную выборку счетов для проверки правильности их заполнения. Исходя из того что допустимый уровень ошибок - 5%, и 10 счетов отобраны в случайном порядке, чему равна вероятность того, что среди них окажется один с ошибкой.

6. Агент по недвижимости пытается продать участок земли под застройку. Он полагает, что участок будет продан в течение ближайших 6 месяцев с вероятностью 0,9 ,если экономическая ситуация в регионе не ухудшится. Если же экономическая ситуация будет ухудшаться, то вероятность продать участок составит 0,5 . Экономист, консультирующий агента, полагает, что с вероятностью равной 0,7 экономическая ситуация в регионе в течение следующих 6 месяцев будет ухудшаться. Чему равна вероятность того, что участок будет продан?

7. На склад магазина поступают изделия, из которых 80% оказываются высшего сорта. Найти вероятность того, что из 100 взятых наудачу изделий не менее 85 окажутся высшего сорта?

8. При штамповке 80% деталей выходят первым сортом. Случайно отобрано 400 деталей. С какой вероятностью доля первосортных деталей отличается от соответствующей вероятности не более чем на 0,05?

9. В первом ящике 15 белых, 20 чёрных и 10 красных. Во втором ящике 12 белых, 16 чёрных и 12 красных шаров. Не глядя, вынимаем по одному шару из каждого ящика. Какова вероятность того, что будет вынуто два шара одинакового цвета.

10. Четыре кандидата участвуют в выборах на четыре различные должности в разных городах. Шансы, оказаться избранными, для каждого из них равны 1:2:3:2 соответственно. Какова вероятность того, что будет избран, по крайней мере, один из них?

РГР «Теория вероятностей: случайные величины»

1. В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10%. Составьте ряд распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года; постройте его график. Найдите числовые характеристики этого распределения. Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте её график. Чему равна вероятность того, что в течение года обанкротятся не более 2 банков?

2.Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью f(x), причём

$$f(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x<0 \\ a(3x-x^2) & при \quad 0\le x\le 3 \\ 0 & при \quad x>3 \end{cases}.$$

Требуется:

1) Найти коэффициент a;

2)построить график распределения плотности y=f(x);

3) найти вероятность попадания X в промежуток (1,2).

3. Время t расформирования состава через горку – случайная величина, подчинённая показательному закону. Пусть λ=5 – среднее число поездов, которые горка может расформировать за 1 час. Определить вероятность того, что время расформирования состава: 1)меньше 30 минут; 2) больше 6 минут, но меньше 24 минут.

4. Средняя дальность полёта снаряда равна 1200 м. Предполагая, что дальность полёта H распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 40 м, найти, какой процент выпускаемых снарядов даст перелёт от 60 до 80 м.

5. НСВ X задана дифференциальной функцией $f(x)=\frac{2}{3}\sin 3x$ в интервале $(0, \frac{\pi}{3})$; вне этого интервала f(x)=0. Найдите вероятность того, что X примет значение, принадлежащее

интервалу($\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}$).

6. Среднее число ошибок, которые делает оператор в течение часа работы, равно 2. Найдите вероятность того, что за 3 часа работы оператор сделает одну ошибку.

7. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы первого имеет показательное распределение $F_1(t)=1-e^{-0,02t}$, второго $F_2(t)=1-e^{-0,05t}$. Найдите вероятность того, что за время t=6ч. ни один элемент не откажет; откажет только один элемент.

8. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 10 минут. Найти вероятность того, то пассажир будет ожидать автобус менее 2 минут, более 5 минут.

9. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения среднего роста 1000 мужчин от математического ожидания случайной величины, выражающей рост каждого мужчины, не превзойдёт 0, 5 см, полагая, что среднее квадратичное отклонение каждой из этих случайных величин не превышает 2,5 см.

10. Испытание готовых часов выявляет в среднем 2% неотрегулированных. Оценить вероятность того, что отклонение частости появления точных часов от вероятности не превысит 0,01; если предоставлено для проверки 400 часов.

2. Итоговый контроль знаний

Вопросы к зачёту приведены в рабочей программе (пункт 9).

Тест

1. Перестановками из n элементов называется:

a) размещение из n элементов по n элементов;

b) перестановки из n элементов по n элементов;

c) любое подмножество из n элементов.

2. Формула для нахождения размещений:

a) $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$

b) $A_n^k=n!$

c) $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$

3. Какое событие называется несовместимым:

a) если оно не может не произойти в условиях данного опыта или явления;

b) если при двух событиях наступление одного из них исключает возможность наступления другого;

c) два события, одно из которых обязательно должно произойти, причем наступление одного исключает возможность наступления другого.

4. В урне находится 12 пронумерованных шаров. Извлекают один шар. Возможны события: А- появление шара с нечетным номером, В – появление шара с четным номером; С – появление шара с номером больше чем 3; D – появление шара с номером меньшим, чем 7. Какие из этих событий несовместны?

a) А и В;

b) А и С;

c) А и D;

d) В и С.

5. Суммой двух событий А и В называется:

a) множество, которое состоит из элементов, общих для событий А и В;

b) множество, которое состоит из элементов, принадлежащих хотя бы одному из событий А и В;

c) множество, которое содержит те элементы события А, которые не входят в В.

6. Чему равна вероятность случайного события:

a) p=0;

b) p=1;

c) 0<p<1.

7. Каждый из двух стрелков производит по одному выстрелу в мишень. Вероятности попадания соответственно равны: p_1=0,6; p_2=0,75. Чему равна вероятность $A\cdot\overline{B}$?

a) 0,65;

b) 0,3;

c) 0,1;

d) 0,15.

8. Три студента независимо от друга решают одну и ту же задачу. Чему равна вероятность того, что задачу решил только первый студент (в общем виде)?

a) $=p_1$;

b) $=1-p_2\cdot p_3$;

c) $=p_1\cdot q_2\cdot q_3$;

d) $=1-q_2\cdot q_3$.

9. В коробке 5 синих, 4 красных, 3 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый и 2 синих карандаша?

a) $\frac{3}{44}$;

b) $\frac{3}{11}$;

c) $\frac{3}{22}$.

10. Формула полной вероятности имеет вид:

a) $=\sum P(A_i)\cdot P_{A_i}(B)$;

b) $=\sum P(A_i)\cdot P_B(A_i)$;

c) $=\sum P(B)\cdot P_{A_i}(B)$;

d) $=\sum P(B)\cdot P_{A_i}(B)$.

11. Пусть от первого предприятия в магазин поступило 20 изделий, от второго – 10 и от третьего – 70. Вероятности поступления бракованных изделий соответственно равны 0,02; 0,03; 0,05. Найти вероятность того, что бракованное изделий поступило с первого предприятия?

a) 0,006;

b) 0,042;

c) 0,143.

12. Какая величина называется дискретной:

a) если она может принимать определенные, фиксированные значения;

b) если она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга;

c) если она может принимать любые неизвестные значения.

13. Математической ожидание находится по формуле:

a) $M(x)=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot p_i$;

b) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{p_i}$;

c) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \cdot p_i$;

d) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i^{\,2}$.

14. Дано следующее распределение случайной величины:

X	1	2	4	5
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти ее дисперсию:

a) 3,5;
b) 14,5;
c) 2,25;
d) 1,5.

15. Дисперсия числа появлений события А в n независимых испытаниях равна:

a) D_x=np;
b) D_x=npq;
c) D_x=nq;
d) $D_x = \frac{nq}{p}$.

16. Плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины называется:

a) производная от ее функции распределения вероятностей;
b) вероятность самого события;
c) интеграл от ее функции распределения вероятностей.

17. Случайная величина задана плотностью вероятности f(x)=2x в интервале (0;1), вне этого интервала f(x)=0. Найти ее дисперсию?

a) $\frac{2}{3}$;
b) $\frac{1}{2}$;
c) $\frac{4}{9}$;
d) $\frac{1}{18}$.

18. Смещенной называется статистическая оценка …

a) математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру;
b) математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру;
c) дисперсия которой не равна оцениваемому параметру;
d) дисперсия которой равна оцениваемому параметру.

V ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

1. Неимитационные методы обучения.

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. «Случайные события» (4 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. «Элементы математической статистики» (3 часа)

Лекция вдвоем. Учебный материал проблемного содержания дается студентам в диалоговом общении двух преподавателей между собой. Моделируются профессиональные дискуссии разными специалистами (теоретиком и практиком, сторонником и противником определенной концепции). Студенты вовлекаются в общение, высказывают собственную позицию.

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. «Случайные величины» (2 часа).

2. Неигровые имитационные методы обучения.

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач.

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций. «Случайные величины» (2 часа).

3. Игровые имитационные методы.

Мозговой штурм – наиболее свободная форма дискуссии, позволяющей быстро включить в работу всех членов учебной группы. Используется там, где требуется генерация разнообразных идей, их отбор и критическая оценка. Этапы продуцирования идей и их анализа намеренно разделены: во время выдвижения идей запрещается их критика. Внешне одобряются и принимаются все высказанные идеи.. Идеи могут высказываться без обоснования.

Круглый стол — это метод активного обучения, одна из организационных форм познавательной деятельности учащихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии.

Дискуссия (от лат. discussio — исследование, рассмотрение) — это всестороннее обсуждение спорного вопроса в публичном собрании, в частной беседе, споре.

Деловая игра – форма воссоздания предметного и социального содержания профессиональной деятельности, моделирования систем отношений, разнообразных условий профессиональной деятельности, характерных для данного вида практики.

Метод анализа конкретной ситуации (ситуационный анализ, анализ конкретных ситуаций, case-study) – это педагогическая технология, основанная на моделировании ситуации или использования реальной ситуации в целях анализа данного случая, выявления проблем, поиска альтернативных решений и принятия оптимального решения проблем.

Мастер–класс – это главное средство передачи концептуальной новой идеи своей (авторской) педагогической системы. Преподаватель как профессионал на протяжении ряда лет вырабатывает индивидуальную (авторскую) методическую систему, включающую целеполагание, проектирование, использование последовательности ряда известных дидактических и воспитательных методик, занятий, мероприятий, собственные «ноу-хау», учитывает реальные условия работы с различными категориями учащихся и т.п.