Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра общей математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Основной образовательной программы по направлению подготовки
081100.62 – Государственное и муниципальное управление

2012 г.

УМКД разработан доцентом кафедры ОМиИ Двоерядкиной Натальей Николаевной, старшим преподавателем кафедры ОМиИ Гришкиной Татьяной Евгеньевной

Рассмотрен на заседании кафедры ОМиИ

Протокол заседания кафедры от «__14__»__сентября____________2012 г. № _1_

Заведующий кафедрой __________________ Г. В. Литовка

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМС направления подготовки _______________________

от«___»_____________20___ г. № ______

Председатель УМС_________________/______________________________

СОДЕРЖАНИЕ

I РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1.ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: изучение студентами основ современных методов математического моделирования и исследования социально-экономических процессов, а также методов и способов использования математического моделирования в управлении производственными, муниципальными и государственными структурами.

Задачи дисциплины:

– развитие логического и алгоритмического мышления студента;

– выработка умения моделировать реальные социально-экономические процессы;

– освоение приемов решения и исследования математически формализованных задач.

2.МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Предлагаемая дисциплина относится к вариативной части математического и естественнонаучного цикла ООП.

Основой изучения курса являются знания, полученные обучающимися при изучении курсов «Математика», «Информатика», «Экономическая теория» и др.

Дисциплина занимает важное место в программе подготовки бакалавра, так как математическое моделирование применяется во всех областях экономики и управления, а потому этот курс связан со всеми дисциплинами, обучающими бизнесу, управлению, финансам и др. Математическое моделирование – формализованный язык любой предметной области. Этим объясняется потребность в знании основ моделирования и изучении данного курса.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения курса обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать: основные принципы современных подходов к построению математических моделей социально-экономических систем;

2) Уметь: строить базовые математические модели исследуемых систем, проводить их аналитическое исследование и оптимизацию;

3) Владеть: основными навыками построения, аналитического и численного исследования математических моделей социально-экономических процессов.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:

–знание законов развития природы, общества, мышления и умение применять эти знания в профессиональной деятельности; умение анализировать и оценивать социально-значимые явления, события, процессы; владение основными методами количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-4);

–владение основными способами и средствами информационного взаимодействия, получения, хранения, переработки, интерпретации информации, наличие навыков работы с информационно-коммуникационными технологиями; способностью к восприятию и методическому обобщению информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-8);

–способность применять адекватные инструменты и технологии регулирующего воздействия при реализации управленческого решения (ПК-5);

–способность адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления (ПК-23).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (*по неделям семестра*) Форма промежуточной аттестации (*по семестрам*)
				Лекции	Практические работы	Самостоятельная работа	
1	Модели и методы линейного программирования	2	1-8	16	16	10	контрольные работы, расчетно-графическая работа
2	Модели массового обслуживания	2	9-11	6	6	10	контрольная работа расчётно-графическая работа
3	Динамическое программирование	2	12-14	6	6	2	контрольная работа
4	Модели сетевого планирования	2	15,16	4	4	2	контрольная работа
5	Модели управления запасами	2	17,18	4	4	2	контрольная работа
	Подготовка к экзамену					10	итоговая контрольная работа
	ИТОГО			36	36	36	Экзамен

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

Раздел 1. Модели и методы линейного программирования

Тема 1. Понятие модели и моделирования. Основные свойства модели. Классификация и принципы построения математических моделей

Тема 2. Линейное программирование как часть математического программирования. Формы записи задачи линейного программирования, их эквивалентность и способы взаимного преобразования. Базисные и свободные переменные в линейном программировании.

Графический метод решения задачи линейного программирования, его алгоритм. Симплексный метод решения задачи линейного программирования, его алгоритм и симплексная таблица. М-метод.

Тема 3. Взаимно-двойственные задачи.

Математическая модель двойственной задачи линейного программирования. Связь математических моделей прямой и двойственной задач. Основные теоремы теории двойственности и их экономическое содержание.

Тема 4. Целочисленное программирование.

Построение математической модели задачи целочисленного программирования. Графический метод решения задачи целочисленного программирования Метод Гомори. Метод ветвей и границ.

Тема 5. Транспортная задача.

Построение математической модели транспортной задачи. Построение начального плана перевозок методом минимального элемента, методом северо-западного угла. Решение транспортной задачи методом потенциалов. Экономические задачи, сводящиеся к транспортной модели.

Раздел 2. Модели массового обслуживания.

Тема 1. Предмет, цели и задачи теории массового обслуживания. Потоки требований. Классификация систем массового обслуживания.

Тема 2. Элементы теории случайных процессов.

Понятие случайного процесса. Марковские случайные процессы. Цепи Маркова Уравнения Колмогорова.

Тема 3. Простейшие системы массового обслуживания.

Показатели эффективности системы массового обслуживания. Системы массового обслуживания с отказами. Системы массового обслуживания с ожиданием. Замкнутые системы массового обслуживания.

Раздел 3. Динамическое программирование.

Тема 1. Понятие динамического программирования. Постановка задачи. Принцип поэтапного построения оптимального управления.

Тема 2. Некоторые экономические задачи, решаемые методами динамического программирования.

Раздел 4. Модели сетевого планирования.

Тема 1. Элементы теории графов.

Основные понятия и определения. Задание графов. Плоские графы; эйлеровы графы; гамильтоновы графы.

Тема 2. Сетевые модели.

Основные понятия: работы, события, сетевой график. Правила построения сетевых графиков, нумерация событий. Основные показатели сетевых графиков: критический путь и его продолжительность, времени событий и работ.

Раздел 5. Модели управления запасами.

Тема 1. Общая постановка задачи. Управляемые переменные. Целевая функция модели.

Тема 2. Некоторые модели управления запасами.

Основная модель управления запасами. Модель производственных запасов. Модель запасов, включающая штрафы.

№ п/п	**Темы лекций**
	Раздел 1. Модели и методы линейного программирования.
1	Основные понятия математического моделирования. Классификация методов математического моделирования
2	Задача линейного программирования. Графический метод решения
3	Симплекс метод решения задачи линейного программирования.
4	Взаимно-двойственные задачи.
5	Взаимно-двойственные задачи.
6	Целочисленное программирование.
7	Транспортная задача.
8	Транспортная задача.
	Раздел 2. Модели массового обслуживания.
9	Предмет, цели и задачи теории массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания.

№ п/п	Темы лекций
10	Элементы теории случайных процессов. Цепи Маркова.
11	Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики.
Раздел 3. Динамическое программирование	
12	Понятие динамического программирования. Постановка задачи.
13	Принцип поэтапного построения оптимального управления.
14	Некоторые экономические задачи, решаемые методами динамического программирования.
Раздел 4. Модели сетевого планирования.	
15	Элементы теории графов. Сетевая модель. Основные понятия сетевой модели.
16	Сетевые графики. Основные показатели сетевых графиков.
Раздел 5. Модели управления запасами.	
17	Общая постановка задачи.
18	Некоторые модели управления запасами.

5.2. Практические занятия

№ п/п	Темы практических занятий
Раздел 1. Модели и методы линейного программирования.	
1	Постановка задачи линейного программирования. Составление математической модели.
2	Графический метод решения задачи линейного программирования.
3	Симплекс-метод. М-метод решения задач линейного программирования.
4	Взаимно-двойственные задачи.
5	Взаимно-двойственные задачи.
6	Целочисленное программирование.
7	Транспортная задача.
8	Транспортная задача
Раздел 2. Модели массового обслуживания.	
9	Потоки требований.
10	Элементы теории случайных процессов.
11	Простейшие системы массового обслуживания.
Раздел 3. Динамическое программирование.	
12	Элементы динамического программирования. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.
13	Оптимальное распределение ресурсов.
14	Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятий.
Раздел 4. Модели сетевого планирования.	
15	Построение сетевой модели.
16	Основные показатели сетевых графиков.
Раздел 5. Модели управления запасами.	
17	Основная модель управления запасами. Модель производственных запасов.
18	Модель запасов, включающая штрафы.

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисц-ны	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	1	Выполнение индивидуальной расчётно-графической работы №1. Выполнение домашних заданий.	10
2	2	Выполнение индивидуальной расчётно-	10

		графической работы №2. Выполнение домашних заданий.	
1	2	3	4
3	3	Выполнение домашних заданий.	2
4	4	Выполнение домашних заданий.	2
5	5	Выполнение домашних заданий.	2
6	1-5	Подготовка к экзамену	10
	Итого		36

7. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел дисциплины	Компетенции				ИТОГО
	ОК-4	ОК-8	ПК-5	ПК-23	
Раздел 1	+	+	+	+	4
Раздел 2	+	+	+	+	4
Раздел 3	+	+	+	+	4
Раздел 4	+	+	+	+	4
Раздел 5	+	+	+	+	4

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

1. Неимитационные методы обучения.

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. Тема: «Линейное программирование» (2 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. Тема: « Модели сетевого планирования» (4 часа).

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. Тема: «Динамическое программирование» (2 часа).

2. Неигровые имитационные методы обучения.

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач.

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций.

В процессе обучения студенты участвуют в построении математических моделей практических задач, выявлении устойчивых алгоритмов решения задач.

Индивидуальные задания, самостоятельные и контрольные работы, расчетно-графические работы выполняются студентами в письменной форме.

9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ

ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Результативность работы обеспечивается системой контроля, которая включает опрос студентов на практических занятиях, проверку выполнения текущих заданий, контрольные работы, выполнение и защита типовых расчётов (РГР), экзамен. Рубежный контроль осуществляется контрольными работами. Контроль за выполнением индивидуального задания осуществляется в два этапа: проверка письменных отчётов; защита задания в устной или письменной форме.

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Итоговая аттестация по итогам освоения дисциплины: экзамен.

Вопросы к экзамену

1. Понятие модели и моделирование.
2. Элементы и этапы процесса моделирования.
3. Классификация моделей в экономике. Признаки классификации.
4. Задача математического программирования в общем виде.
5. Виды ограничений и множеств допустимых значений.
6. Целевая функция задачи математического программирования.
7. Классификация задач математического программирования.
8. Постановка и различные формы записи задач линейного программирования
9. Стандартная и каноническая формы представления задач линейного программирования.
10. Геометрическая интерпретация Симплекс – метод. Симплексные таблицы.
11. Экономическая интерпретация элементов симплексной таблицы.
12. Двойственные задачи и методы.
13. Экономическая интерпретация и свойства двойственных оценок в производственных задачах.
14. Примеры целочисленных моделей.
15. Метод Гомори.
16. Метод ветвей и границ.
17. Постановка задачи о коммивояжере. Решение её методом ветвей и границ
18. Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи.
19. Потенциалы, их экономический смысл.
20. Метод потенциалов.
21. Основные способы построения начального опорного решения.
22. Системы массового обслуживания и их классификация.
23. Основные понятия: поток, очередь, канал обслуживания.
24. Показатели эффективности систем массового обслуживания.
25. Простейший поток и его свойства.
26. Система дифференциальных уравнений для потока и её решение.
27. Системы массового обслуживания с Марковскими потоками состояний.
28. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики.
29. Понятие динамического программирования.
30. Принцип поэтапного построения оптимального управления.
31. Простейшие экономические задачи, решаемые методом динамического программирования.

32. Элементы теории графов. Основные понятия и определения.
33. Задание графов. Плоские графы; эйлеровы графы; гамильтоновы графы.
34. Основные понятия: работы, события, сетевой график.
35. Правила построения сетевых графиков, нумерация событий.
36. Основные показатели сетевых графиков: критический путь и его продолжительность, времени событий и работ.
37. Необходимость моделирования управления запасами.
38. Модели управления запасами.
39. Управляемые переменные.
40. Целевая функция модели.
41. Оптимизация запасов в простейших моделях.

Примерные варианты контрольных работ

1. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$L = 3x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge 6, \\ x_1 + 2x_2 \ge 0, \\ x_1 \le 6, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом

$L = x_1 + x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 4, \\ -x_1 + 2x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

3. Решить задачу линейного программирования М-методом

$L = 6x_1 + 3x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \ge 3 \\ 3x_1 - 3x_2 \ge 1 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

4. Двойственная задача.

Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3 и S_4. Известны запасы ресурсов и число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции (числа условные).

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции.	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	0	1
S_4	21	3	0

Прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 и P_2 – соответственно 2 и 3 рубля. Найти такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

Сформулировать экономически и математически для данной задачи двойственную. Найти решение двойственной задачи, используя основные теоремы двойственности. Провести анализ устойчивости двойственных оценок.

5. Для исходной задачи составить двойственную. Решить обе задачи симплексным методом и по решению каждой из них найти решение другой. Одну из задач решить графическим методом:

$L = 2x_1 + x_2 \to \max$

$$\text{при ограничениях: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ -x_1 + 3x_2 \le 3 \\ x_{1,2} \ge 0 \end{cases}$$

6. Решить задачу целочисленного программирования.

Для приобретения оборудования по сортировке зерна фермер выделяет a усл. ед. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей b м^2.

Фермер может заказать оборудование двух видов: мене мощные машины A стоимостью c_1 усл. ед., требующие производственной площади d_1 м^2 (с учетом проходов) и обеспечивающие производительность за смену k_1 т. зерна, и более мощные машины В стоимостью c_2 усл. ед., занимающие площадь d_2 м^2 и обеспечивающие за смену сортировку k_2 т. зерна.

Определить оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий фермеру при данных ограничениях максимум общей производительности сортировки, если он может приобрести не более 8 машин типа В.

Данные	Параметры							
	a	b	c_1	c_2	d_1	d_2	k_1	k_2
1	34	60	3	4	3	5	2	3

7. Транспортная задача.

Требуется спланировать перевозку строительного материала с трёх заводов к четырём строительным площадкам, используя железнодорожную сеть. В течение каждого квартала на 4 площадках требуется соответственно 5,10,20,15 вагонов строительных материалов.

Возможности различных заводов соответственно равны 10, 15 и 25 вагонов в квартал. Стоимость перевозки одного вагона заданы матрицей $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 4 \\ 1 & 9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

8. В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность прохождения потока судов равна 0,2 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет 3 суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти среднее число судов ожидающих разгрузки, среднее время ожидания разгрузки, среднее число судов находящихся у причала.

9. Требуется проложить трубопровод на дачном массиве между двумя пунктами А и В таким образом, чтобы затраты на проведение работ (в тыс. руб.) были минимальные.

В

a_{11} b_{11} b_{12} a_{21}	a_{12} b_{13} a_{22}	a_{13} b_{14} a_{23}
b_{21} b_{22} a_{31}	b_{23} a_{32}	b_{24} a_{33}

А

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}
7	6	5	7	3	2	4	6	1	4	8	2	5	6	3	5	9

10. В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодово-консервными заводами области в млн. руб., при осуществлении инвестиции на их модернизацию с дискретностью 50 млн. руб., причём на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Составить план распределения инвестиций между заводами области, максимизирующий общий прирост выпуска продукции.

x	**0**	**50**	**100**	**150**	**200**
$f_1(x_1)$	0	25	60	100	140
$f_2(x_2)$	0	30	70	90	122
$f_3(x_3)$	0	36	64	95	130
$f_4(x_4)$	0	28	56	110	142

11. В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади магазинов. Известны места, в которых их можно построить. Посчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$g_1(x)$	0	8	14	23	32
$g_2(x)$	0	5	10	17	28
$g_3(x)$	0	6	15	25	31

12. Интенсивность равномерного спроса – 2000 ед. товара в год. Организационные издержки для одной партии – 20 т.р., цена единицы товара – 1 т.р., издержки содержания запаса - 100р. за единицу товара в год. Найти оптимальный размер партии, число поставок, продолжительность цикла.

13. Предположим, что при составлении некоторого проекта выделено 6 событий: 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 9 связывающих их работ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 6). Требуется: составить сетевой график выполнения работ; рассчитать параметры сетевого графика.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

б) дополнительная литература:

1. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебно-справ. пособие: рек. УМО/ Н.Ш Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред Н.Ш. Кремера.-М: Высшее образование, 2009.-646 с.

2. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

4. Математика в экономике: В 2 ч.: учеб.: рек. Мин.обр.РФ/ А.С. Солодовников [и др.]. -2-е изд., перераб и доп.. –М.: Финансы и статистика. – 2003, 2005. Ч.1 .-2003.-2005.-384 с.

5. Математика в экономике: В 2 ч.: учеб.: рек. Мин.обр.РФ/ А.С. Солодовников [и др.]. -2-е изд., перераб и доп.. –М.: Финансы и статистика. – 2003, 2005. Ч.2 .-2003.-2005.-560 с.

6. Торопчина Г.Н. Элементы теории марковских процессов в экономических задачах: учеб. пособие/ Г.Н. Торопчина, Г.П. Вохминцева; АмГУ, ФМиИ.- Благовещенск: изд-во Амур. Гос. Ун-та, 2009.-72с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам отдельным темам и отраслям знаний
2	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов

11.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционная аудитория с мультимедийным оборудованием.

Рейтинг-план дисциплины

Основы математического моделирования социально-экономических процессов

		Раздел 1	Раздел 2	Раздел 3	Раздел 4	Раздел 5	Итог. контр раб.	Итого
	Виды работ	Модели и методы линейного програм-мирования	Модели массового обслужи-вания	Динами-ческое програм-мирование	Модели сетевого планиро-вания	Модели управления запасами		
1.	Контрольная работа	**5/5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	
2.	Расчетно-графическая работа	**5**	**5**					
3.	Домашнее задание	**4**	**4**	**3**	**2**	**2**		
	$\sum$	**19**	**14**	**8**	**7**	**7**	**5**	**60**
	Экзамен							**40**

Расчётно-графическая работа:
Сдача в срок - 2 балла
Защита: «3» - 1 балл
«4» - 2 балла
«5» - 3 балла

Контрольная работа:
«5» - 5 баллов
«4» - 4 балла
«3» - 3 балла

II КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

Лекция 1.

Тема: Основные понятия математического моделирования. Классификация методов математического моделирования

План

1. Понятие математической модели.
2. Основные требования к математическим моделям.
3. Классификация математических моделей.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1.*Математической моделью* реального объекта (явления) называется ее упрощенная, идеализированная схема, составленная с помощью математических символов и операций (соотношений).

Для получения математической модели сначала вводится система буквенных обозначений элементов реального объекта и затем, на основе изучения существующих взаимосвязей между этими элементами, составляются отражающие их математические соотношения (уравнения, неравенства и др.).

2.Универсальных методов построения математических моделей в экономике не существует. Перечислим наиболее основные общие принципы и требования к моделям:

1. адекватность (соответствие модели своему оригиналу),
2. объективность (соответствие научных выводов реальным условиям),
3. простота (не засоренность модели второстепенными факторами),
4. чувствительность (способность модели реагировать изменению начальных параметров),
5. устойчивость (малому возмущению исходных параметров должно соответствовать малое изменение решения задачи),
6. универсальность (широта области применения).

3.Для классификации этих моделей используются разные основания.

По целевому назначению экономико-математические модели делятся на теоретико-аналитические, используемые в исследованиях общих свойств и закономерностей экономических процессов, и прикладные, применяемые в решении конкретных экономических задач (модели экономического анализа, прогнозирования, управления).

При классификации моделей по исследуемым экономическим процессам и содержательной проблематике можно выделить модели народного хозяйства в целом и его подсистем - отраслей, регионов и т.д., комплексы моделей производства, потребления, формирования и распределения доходов, трудовых ресурсов, ценообразования, финансовых связей и т.д.

Остановимся более подробно на характеристике таких классов экономико-математических моделей, с которыми связаны наибольшие особенности методологии и техники моделирования.

В соответствии с общей классификацией математических моделей они подразделяются на функциональные и структурные, а также включают промежуточные формы (структурно-функциональные).

По характеру отражения причинно-следственных связей различают модели жестко детерминистские и модели, учитывающие случайность и неопределенность. Необходимо различать неопределенность, описываемую вероятностными законами, и неопределенность, для описания которой законы теории вероятностей неприменимы. Второй тип неопределенности гораздо более сложен для моделирования.

По способам отражения фактора времени экономико-математические модели делятся на статические и динамические. В статических моделях все зависимости относятся к одному моменту или периоду времени. Динамические модели характеризуют изменения экономических процессов во времени.

По длительности рассматриваемого периода времени различаются модели краткосрочного (до года), среднесрочного (до 5 лет), долгосрочного (10-15 и более лет) прогнозирования и планирования. Само время в экономико-математических моделях может изменяться либо непрерывно, либо дискретно.

Модели экономических процессов чрезвычайно разнообразны по форме математических зависимостей. Особенно важно выделить класс линейных моделей, наиболее удобных для анализа и вычислений и получивших вследствие этого большое распространение. Различия между линейными и нелинейными моделями существенны не только с математической точки зрения, но и в теоретико-экономическом отношении, поскольку многие зависимости в экономике носят принципиально нелинейный характер: эффективность использования ресурсов при увеличении производства, изменение спроса и потребления населения при увеличении производства, изменение спроса и потребления населения при росте доходов и т.п.

По соотношению экзогенных и эндогенных переменных, включаемых в модель, они могут разделяться на открытые и закрытые. Полностью открытых моделей не существует; модель должна содержать хотя бы одну эндогенную переменную. Полностью закрытые экономико-математические модели, т.е. не включающие экзогенных переменных, исключительно редки; их построение требует полного абстрагирования от "среды", т.е. серьезного огрубления реальных экономических систем, всегда имеющих внешние связи. Подавляющее большинство экономико-математических моделей занимает промежуточное положение и различаются по степени открытости (закрытости).

Для моделей народнохозяйственного уровня важно деление на агрегированные и детализированные.

В зависимости от того, включают ли народнохозяйственные модели пространственные факторы и условия или не включают, различают модели пространственные и точечные.

Таким образом, общая классификация экономико-математических моделей включает более десяти основных признаков. С развитием экономико-математических исследований проблема классификации применяемых моделей усложняется. Наряду с появлением новых типов моделей (особенно смешанных типов) и новых признаков их классификации осуществляется процесс интеграции моделей разных типов в более сложные модельные конструкции.

Литература: [1], [2].

Лекция 2.

Тема: Линейное программирование. Графический метод решения задач линейного программирования

План

1. Постановка задачи линейного программирования.
2. Алгоритм графического метода решения задач линейного программирования.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:
- сообщить теоретический материал;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Линейное программирование – раздел математики, в котором изучаются методы исследования и отыскания экстремальных значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения. В общем виде задача линейного программирования формулируется следующим образом:

Дана линейная функция $F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$ и система m линейных уравнений и неравенств с n переменными

Необходимо найти такое неотрицательное решение системы $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, при котором линейная функция F принимает оптимальное (максимальное или минимальное) значение.

Система называется *системой ограничений*, а функция *F – целевой функцией*.

Для решения задач линейного программирования используют графический и симплексный методы.

2. Графический метод решения задач является наиболее простым и наглядным, его алгоритм заключается в следующем:

1. Построить область допустимых решений.

2. Если область допустимых решений является пустым множеством, то задача не имеет решения из-за несовместности системы ограничений.

3. Если область допустимых решений является непустым множеством, построить вектор $\vec{g} = grad\ Z$ и линии уровня. Вектор $\vec{g}$ указывает направление наискорейшего возрастания *Z*.

4. Линию уровня переместить параллельно самой себе в направлении вектора $\vec{g}$. В первой встречаемой вершине многоугольника решений получим *minZ*, а в последней пересекаемой линией уровня вершине – *maxZ*.

5. Если при перемещении линии уровня по области допустимых решений она уходит в бесконечность, то задача не имеет решения, т.к. целевая функция неограниченна или говорят, что $Z \to \infty$.

6. Если задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то, чтобы найти компоненты решения, достаточно решить систему из двух уравнений, определяющих вершину, в которой достигается оптимальное значение.

7. Если целевая функция достигает экстремума в нескольких крайних точках, то задача имеет бесконечное множество решений. Оптимальным решением является линейная комбинация этих крайних точек.

8. После нахождения оптимальных решений необходимо вычислить значение целевой функции *Z* при этих решениях.

Литература: [1], [2],.

Лекция 3.

Тема: Симплексный метод решения задач линейного программирования

План

1. Алгоритм симплексного метода решения задач линейного программирования. Понятие о симплекс-таблице.
2. Метод фиктивной функции.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:
- сообщить теоретический материал;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Симплексный метод универсален, так как позволяет решить практически любую задачу линейного программирования, записанную в каноническом виде, то есть в таком виде, где система ограничений представлена в форме уравнений.

Идея симплексного метода заключается в том, что, начиная с некоторого исходного опорного решения, осуществляется последовательно направленное перемещение по опорным решениям задачи к оптимальному. Значение целевой функции при этом улучшается. Через конечное число шагов получаем оптимальное решение. Алгоритм симплексного метода:

1) Приводим математическую модель задачи к каноническому виду и выделяем базисные переменные (БП).

2) Сравниваем знаки базисных переменных и свободных членов.

Если знаки не совпадают, используем *М*-метод (метод искусственного базиса) или метод фиктивной функции. Если все базисные переменные имеют тот же знак, что и свободные члены, находим исходное опорное решение и проверяем его на оптимальность. Для этого заполняем симплексную таблицу:

c_i	БП	c_1 c_2 c_3 … c_m c_{m+1} … c_n	$L(x)$
		x_1 x_2 x_3 … x_m x_{m+1} … x_n	b_i
c_1	x_1	1 0 0 … 0 $h_{1,m+1}$… $h_{1,n}$	f_1
c_2	x_2	0 1 0 … 0 $h_{2,m+1}$… $h_{2,n}$	f_2
…	…	……………………………....	…
c_m	x_m	0 0 0 … 1 $h_{m,m+1}$… $h_{m,n}$	f_m
	Δ_j	0 0 0 … 0 Δ_{m+1} … Δ_n	$L(\overline{x}_1)$

Все строки таблицы 1-го шага, за исключением строки Δ_j (индексная строка), заполняются по данным системы ограничений и целевой функции.

Индексная строка для переменных находится по формуле: $\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_i h_{ij} - c_j$, $j = \overline{1,n}$, а для свободного члена: $\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_i f_i$.

Возможны следующие случаи при решении задач на максимум (минимум):

если все оценки $\Delta_j \geq 0$ ($\Delta_j \leq 0$), то найденное решение оптимально;

если хотя бы одна оценка $\Delta_j \leq 0$ ($\Delta_j \geq 0$), но при соответствующей переменной нет ни одного положительного коэффициента, решение задачи прекращаем, так как $L(x) \to \infty$, то есть целевая функция неограниченна в области допустимых решений;

если найдется $\Delta_j < 0$ ($\Delta_j > 0$), а при соответствующей переменной есть хотя бы один положительный коэффициент, то нужно перейти к другому опорному решению. Причем среди нескольких отрицательных (положительных) оценок выбирают наибольшую по модулю.

Пусть $\Delta_k < 0$ ($\Delta_k > 0$), k-ый столбец принимаем за разрешающий. За разрешающую строку принимаем ту, которой соответствует минимальное отношение свободных членов к положительным коэффициентам k-ого столбца. Элемент, находящийся на пересечении разрешающих строки и столбца называется разрешающим элементом.

3) Заполняем симплексную таблицу 2-ого шага:

заполняем базисный столбец;

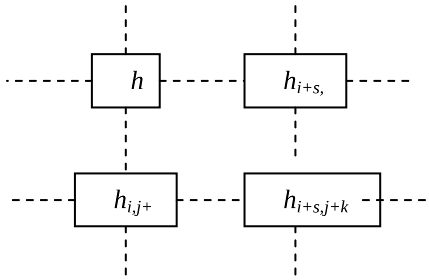
в столбцах, соответствующих базисным переменным, проставляем нули и единицы: 1 – против «своей» базисной переменной, 0 – против «чужой» базисной переменной, 0 – в индексной строке для всех базисных переменных;

переписываем разрешающую строку, разделив на разрешающий элемент;

все остальные элементы вычисляем по правилу «прямоугольника».

Правило «прямоугольника»

Пусть h_{ij} – разрешающий элемент 1-го шага.



Тогда

$$h'_{i+s,j+k} = h_{i+s,j+k} - \frac{h_{i+sj} \cdot h_{ij+k}}{h_{ij}}.$$

Оценки можно считать по приведенным выше формулам или по правилу «прямоугольника». Получаем новое опорное решение, которое проверяем на оптимальность.

2. Метод фиктивной функции

1. Вводят фиктивную целевую функцию $\varphi(x)$ и отводят ей дополнительную строку в симплекс-таблице.

2. Элементами строки для $\varphi(x)$ являются суммы соответствующих элементов строк, где знаки базисных переменных и свободных членов не совпадают.

3. Максимизируют фиктивную целевую функцию $\varphi(x)$, используя симплексный метод:

если $max\ \varphi(x)$=0 и все коэффициенты в строке для $\varphi(x)$ равны нулю, то полученное при этом базисное решение является опорным, исключаем строку для $\varphi(x)$ и решаем исходную задачу, проверяя полученное решение на оптимальность;

если $max\ \varphi(x)$=0, а среди элементов строки для $\varphi(x)$ есть ненулевые, то соответствующие этим элементам переменные тождественно равны нулю, исключаем строку для $\varphi(x)$ и столбцы соответствующие ненулевым элементам;

если $max\ \varphi(x)\neq 0$, то система ограничений противоречива и исходная задача не имеет решения.

Литература: [1], [2].

Лекция 4.

Тема: Взаимно-двойственные задачи: постановка задач

План

1. Понятие двойственности в линейном программировании
2. Симметричные двойственные задачи.
3. Несимметричные двойственные задачи.
4. Смешанные двойственные задачи.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Каждой задаче линейного программирования можно определенным образом сопоставить некоторую другую задачу (линейного программирования), называемую двойственной или сопряженной по отношению к исходной или прямой. Эти две задачи взаимосвязаны между собой и образуют пару задач, называемую в линейном программировании двойственной парой.

Различают симметричные, несимметричные и смешанные двойственные задачи.

2. Симметричные двойственные задачи.

Дана исходная задача, состоящая в нахождении максимального значения функции

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad \to max$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \le b_m \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \cdots, x_n \ge 0, \end{cases}$$

Для составления математической модели двойственной задачи необходимо:

– каждому неравенству системы ограничений исходной задачи поставить в соответствие переменную y_i. Число переменных в двойственной задаче равно числу ограничений в системе исходной задачи, а число ограничений в системе двойственной задачи – числу переменных в исходной задаче;

– составить целевую функцию. Коэффициентами при неизвестных в целевой функции двойственной задачи являются свободные члены в системе условий исходной задачи;

– составить систему ограничений. Коэффициенты системы ограничений двойственной задачи образуют транспонированную матрицу коэффициентов системы ограничений исходной задачи. Свободными членами системы ограничений являются коэффициенты целевой функции исходной задачи;

– знаки неравенств поменять на противоположные;

– все переменные двойственной задачи неотрицательны.

Математическая модель симметричной двойственной задачи имеет вид:

Определить минимальное значение функции

$$L = b_1y_1 + b_2y_2 + \cdots + b_my_m \quad \to min$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_m \ge c_1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_m \ge c_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_m \ge c_n \\ y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, \cdots, y_m \ge 0 \end{cases}$$

3. Несимметричные двойственные задачи.

Дана исходная задача, состоящая в нахождении максимального значения функции

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad \to max$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \cdots, x_n \ge 0, \end{cases}$$

Для составления математической модели несимметричной двойственной задачи пользуются тем же алгоритмом, что и в случае симметричных задач, но с учетом следующих особенностей: ограничениями двойственной задачи будут неравенства. Если в целевой функции двойственной задачи требуется найти минимум, то знак неравенства ≥, если максимум, то ≤; переменные y_i – произвольные по знаку.

Математическая модель несимметричной двойственной задачи имеет вид:

$$L = b_1y_1 + b_2y_2 + \cdots + b_my_m \quad \to min$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_m \geq c_1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_m \geq c_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_m \geq c_n \end{cases}$$

4. Смешанные двойственные задачи.

Математическая модель исходной задачи имеет условия симметричных и несимметричных задач. При составлении двойственной задачи необходимо выполнять правила симметричных и несимметричных задач.

Литература: [1], [2].

Лекция 5.

Тема: Взаимно-двойственные задачи: основные теоремы двойственности

План

1. Основные теоремы двойственности.
2. Анализ устойчивости двойственных оценок.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Связь между оптимальными решениями пары взаимно двойственных задач устанавливается с помощью основных теорем двойственности.

Теорема 1. Если одна из двойственных задач имеет конечное оптимальное решение, то другая также имеет конечное оптимальное решение, при этом оптимальные значения их целевых линейных функций равны, т.е. выполняется равенство: $F_{max} = L_{min}$

Если одна из двойственных задач неразрешима ввиду того, что одна из целевых функций стремится к бесконечности, то другая задача не имеет допустимых решений.

Теорема 2. В оптимальном решении для каждой пары сопряженных условий положительным ненулевым компонентам оптимального решения одной из взаимно двойственных задач соответствуют нулевые компоненты оптимального решения другой задачи, т.е. выполняются следующие соотношения: если одно из них выполняется как строгое равенство, то другое – как строгое неравенство и наоборот, т.е.

2. Основываясь на сформулированных теоремах (для невырожденных и единственных решений), можно дать следующую экономическую интерпретацию переменным двойственной задачи yi, которые будем называть двойственными оценками.

1. Оценка (y_i^*) i-го ресурса показывает, на сколько изменится оптимальное значение целевой функции z_{max} исходной задачи (доход от реализации продукции), если объем соответствующего ресурса изменить на единицу. Если же объем i–го ресурса изменить на k единиц, то целевая функция изменится на величину ($k \cdot y_i *$) в случае, если это изменение не выйдет за границы устойчивости двойственных оценок.

2. Если ресурс в оптимальном плане израсходован полностью, то его оценка положительна, если же ресурс не полностью израсходован в оптимальном плане, то его оценка равна нулю. В первом случае ресурс будем называть дефицитным, во втором недефицитным. Для недефицитного ресурса значение соответствующей балансовой переменной в оптимальном решении покажет его остаток после выполнения оптимального плана. Чем больше оценка ресурса, тем он дефицитнее с точки зрения его вклада в целевую функцию.

3. В оптимальный план включается производство только тех видов продукции, оценка ресурсов на производство единицы которых совпадает с ценой и продукция не выпускается в оптимальном плане, если аналогичная оценка превышает цену. В первом случае продукцию будем называть рентабельной, во втором нерентабельной.

4. В оптимальном плане результаты производства совпадают с оценкой затрат на производство.

Литература: [1], [2].

Лекция 6.

Тема: Целочисленное программирование

План

1. Постановка задачи целочисленного программирования.
2. Метод Гомори.
3. Метод ветвей и границ

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. При решении многих задач нецелочисленное решение не имеет смысла. Попытка тривиального округления до целых значений приводит либо к нарушению ограничений задачи, либо к недоиспользованию ресурсов. Для произвольной задачи линейного программирования гарантировать целочисленность решения невозможно.

В случае двухмерной задачи проблема решается путем выявления всех целочисленных точек, близких к границе множества планов и решения задачи над этим множеством.

2. В общем случае выдвигается *идея последовательного отсечения нецелочисленных оптимальных планов*: обычным симплексным методом отыскивается оптимальный план и, если он нецелочисленный, строится дополнительное ограничение, отсекающее найденный оптимальный план, но не отсекающее ни одного целочисленного плана. Метод нахождения оптимального целочисленного плана с помощью отсечений назван **методом Гомори**.

3. Нахождение целочисленного решения можно осуществлять **методом ветвей и границ.** Как и в случае метода Гомори, здесь решение начинается с поиска оптимального плана без учета целочисленности. Если компонента X_k найденного плана равна нецелочисленной величине T, то строятся две расширенные задачи с дополнительными ограничениями $X_k \leq [T]$ и $X_k \geq [T]+1$ соответственно (квадратные скобки здесь определяют целую часть числа).

Решаем одну из задач (в любом порядке). В зависимости от полученного решения список задач расширяется, либо уменьшается. Если в результате решения одной из задач получен нецелочисленный оптимальный план, для которого значение целевой функции меньше нижней границы целевой функции исходной задачи, то данная задача исключается из списка. Если же полученное значение целевой функции больше нижней границы целевой функции исходной задачи, то из данной задачи формируются новые две задачи.

Если полученное оптимальное решение одной из вспомогательных задач удовлетворяет условию целочисленности и оптимальное решение ее больше нижней границы целевой функции исходной задачи, то значение нижней границы целевой функции заменяется на оптимум целевой функции полученного оптимального целочисленного плана.

Процесс продолжается до тех пор, пока список задач не будет исчерпан, т.е. все задачи не будут решены.

Литература: [1], [2].

Лекция 7.

Тема: Транспортная задача: постановка задачи.

План

1. Общая постановка транспортной задачи.
2. Типы транспортных задач.
3. Вырожденность в транспортных задачах.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Общая постановка транспортной задачи состоит в определении оптимального плана перевозок некоторого однородного груза из m пунктов отправления $A_1, A_2, .., A_m$ в n пунктов назначения $B_1, B_2, \ldots, B_n$. При этом в качестве критерия оптимальности обычно берется либо минимальная стоимость перевозок всего груза, либо минимальное время его доставки.

Обозначим через c_{ij} тарифы перевозок единицы груза из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения, через a_i – запасы груза в i-м пункте отправления, через b_j – потребности в грузе в j-м пункте назначения, а через x_{ij} – количество единиц груза, перевозимого из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения. Тогда математическая постановка транспортной задачи состоит в определении минимального значения функции

$$F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \text{ при условиях}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \ \left(j = \overline{1,n}\right),$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_j \ \left(i = \overline{1,m}\right),$$

$$x_{ij} \geq 0 \ \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$$

Всякое неотрицательное решение систем линейных уравнений, определяемое матрицей $X = \left(x_{ij}\right)\left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$, называется *планом* транспортной задачи. План $X^* = \left(x_{ij}^*\right)\left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$, при котором целевая функция принимает свое минимальное значение, называется *оптимальным планом* транспортной задачи.

Обычно исходные данные транспортной задачи записываются в виде таблицы.

Пункты отправления	Пункты назначения					Запасы
	B_1	…	B_j	…	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}		c_{1j} x_{1j}	…	c_{1n} x_{1n}	a_1
…	…	…	…	…	…	…
A_i	c_{i1} x_{i1}	…	c_{ij} x_{ij}	…	c_{in} x_{in}	a_i
…	…	…	…	…	…	…
A_m	c_{m1} x_{m1}	…	c_{mj} x_{mj}	…	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребности	b_1	…	b_j	…	b_n	

2. Очевидно, общее наличие груза у поставщиков равно $\sum_{i=1}^{m} a_i$, а общая потребность в грузе в пунктах назначения равна $\sum_{j=1}^{n} b_j$. Если общая потребность в грузе в пунктах назначения равна запасу груза в пунктах отправления, т. е. $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$,то модель такой транспортной задачи называется *закрытой*. Если же указанное условие не выполняется, то модель транспортной задачи называется *открытой*.

Для разрешимости транспортной задачи необходимо и достаточно, чтобы запасы груза в пунктах отправления были равны потребностям в грузе в пунктах назначения, т. е. чтобы выполнялось равенство.

В случае превышения запаса над потребностью, т. е. при $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$, вводят фиктивный $(n+1)$-й пункт назначения с потребностью $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$ и соответствующие тарифы считают равными нулю: $c_{in+1} = 0 \left(i = \overline{1,m}\right)$. Полученная задача является транспортной задачей, для которой выполняется равенство закрытости. При $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$, вводят фиктивный $(m+1)$-й пункт отправления с запасом груза $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$ и соответствующие тарифы считают равными нулю: $c_{m+1j} = 0 \left(j = \overline{1,n}\right)$. Этим задача сводится к транспортной задаче с закрытой моделью, из оптимального плана которой получается оптимальный план исходной задачи.

3. Число переменных x_{ij} в транспортной задаче с m пунктами отправления и n пунктами назначения равно nm, а число уравнений в системе ограничений равно $n+m$. Так как предполагается, что выполняется условие закрытости, то число линейно-независимых уравнений равно $n+m–1$. Следовательно, опорный план транспортной задачи может иметь не более $n+m–1$ отличных от нуля неизвестных. Если в опорном плане число отличных от нуля компонент равно в точности $n+m–1$, то план является невырожденным, а если меньше – то вырожденным.

Литература: [1], [2].

Лекция 8.

Тема: Транспортная задача: нахождение опорного плана

План

1. Метод северо-западного угла.
2. Метод минимального элемента.
3. Метод аппроксимации Фогеля.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Для определения опорного плана существует несколько методов: метод северо-западного угла, метод минимального элемента и метод аппроксимации Фогеля.

При нахождении опорного плана транспортной задачи методом северо-западного угла на каждом шаге рассматривают первый из оставшихся пунктов отправления и первый из оставшихся пунктов назначения. Заполнение клеток таблицы условий начинается с левой верхней клетки для неизвестного x11 («северо-западный угол») и заканчивается для неизвестного xmn, т. е. идет как бы по диагонали таблицы с севера на запад.

2. При использовании метода северо-западного угла на каждом шаге потребности первого из оставшихся пунктов назначения удовлетворялись за счет запасов первого из оставшихся пунктов отправления. Очевидно, выбор пунктов назначения и отправления целесообразно производить, ориентируясь на тарифы перевозок, а именно: на каждом шаге следует выбирать какую-нибудь клетку, отвечающую минимальному тарифу (если таких клеток несколько, то следует выбирать любую из них), и рассмотреть пункты назначения и отправления, соответствующие выбранной клетке.

Сущность метода минимального элемента и состоит в выборе клетки с минимальным тарифом. Следует отметить, что этот метод, как правило, позволяет найти опорный план транспортной задачи, при котором общая стоимость перевозок груза меньше, чем общая стоимость перевозок при плане, найденном для данной задачи с помощью метода северо-западного угла. Поэтому наиболее целесообразно опорный план транспортной задачи находить методом минимального элемента.

3. При определении опорного плана транспортной задачи методом аппроксимации Фогеля на каждой итерации по всем столбцам и по всем строкам находят разность между двумя записанными в них минимальными тарифами. Эти разности записывают в специально отведенных для этого строке и столбце в таблице условий задачи. Среди указанных разностей выбирают минимальную. В строке (или столбце), которой данная разность соответствует, определяют минимальный тариф. Клетку, в которой он записан, заполняют на данной итерации.

Если минимальный тариф одинаков для нескольких клеток данной строки (столбца), то для заполнения выбирают ту клетку, которая расположена в столбце (строке), соответствующем наибольшей разности между двумя минимальными тарифами, находящимися в данном столбце (строке).

Литература: [1], [2].

Лекция 9.

Тема: Предмет, цели и задачи теории массового обслуживания. Потоки требований. Классификация систем массового обслуживания.

План

1. Постановка задачи теории массового обслуживания
2. Потоки требований.
3. Классификация систем массового обслуживания.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

- сообщить теоретический материал;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Ожидание является следствием вероятностного характера возникновения потребностей в обслуживании и разброса показателей обслуживающих систем называют системами массового обслуживания (СМО).

Цель изучения СМО состоит в том, чтобы взять под контроль некоторые характеристики системы, установить зависимость между числом обслуживающих единиц и качеством обслуживания.

Основными элементами СМО являются источники заявок, их входящий поток, каналы обслуживания и выходящий поток.

2. Наиболее распространенным является простейший поток заявок, обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия.

Стационарность характеризуется тем, что вероятность поступления определенного количества заявок в течение некоторого промежутка времени зависит только от длины этого промежутка. Ординарность потока определяется невозможностью одновременного появления двух или более заявок. Отсутствие последействия характеризуется тем, что поступление заявки не зависит от того, когда и сколько заявок поступило до этого момента.

3. В зависимости от характера формирования очереди СМО различают системы с отказами и системы с неограниченным ожиданием.

По числу каналов обслуживания СМО делятся на одноканальные и многоканальные. По расположению источника требований системы могут быть разомкнутыми и замкнутыми.

Литература: [1], [2].

Лекция 10.

Тема: Модели массового обслуживания

План

1. Элементы теории случайных процессов.
2. Цепи Маркова.
3. Уравнения Колмогорова.

Цель: сформировать теоретические знания по данной теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Случайным процессом называется соответствие, при котором каждому значению аргумента ставится в соответствие случайная величина.

Процесс, протекающий в физической системе, называется **марковским**, если в любой момент времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от состояния системы в текущий момент и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние.

2. Цепью Маркова называется последовательность испытаний, в каждом из которых появляется только одно из k несовместных событий A_i из полной группы. При этом условная вероятность $p_{ij}(s)$ того, что в s –ом испытании наступит событие A_j при условии, что в $(s-1)$ – ом испытании наступило событие A_i, не зависит от результатов предшествующих испытаний.

Независимые испытания являются частным случаем цепи Маркова. События называются состояниями системы, а испытания – изменениями состояний системы.

По характеру изменений состояний цепи Маркова можно разделить на две группы.

Цепью Маркова с дискретным временем называется цепь, изменение состояний которой происходит в определенные фиксированные моменты времени. Цепью Маркова с непрерывным временем называется цепь, изменение состояний которой возможно в любые случайные моменты времени.

Однородной называется цепь Маркова, если условная вероятность p_{ij} перехода системы из состояния i в состояние j не зависит от номера испытания. Вероятность p_{ij} называется переходной вероятностью.

Допустим, число состояний конечно и равно k.

Тогда матрица, составленная из условных вероятностей перехода будет иметь вид:

$$P_1 = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kk} \end{pmatrix}$$

Эта матрица называется матрицей перехода системы.

Т.к. в каждой строке содержаться вероятности событий, которые образуют полную группу, то, очевидно, что сумма элементов каждой строки матрицы равна единице.

На основе матрицы перехода системы можно построить так называемый граф состояний системы, его еще называют размеченный граф состояний.

Вероятность $P_{ij}(n)$ может быть найдена по формуле, называемой равенством Маркова:

$$P_{ij}(n) = \sum_{r=1}^{k} P_{ir}(m) P_{rj}(n-m)$$

Здесь т – число шагов (испытаний), за которое система перешла из состояния i в состояние r.

Матрицы, суммы элементов всех строк которых равны единице, называются стохастическими. Если при некотором п все элементы матрицы P^n не равны нулю, то такая матрица переходов называется регулярной.

Другими словами, регулярные матрицы переходов задают цепь Маркова, в которой каждое состояние может быть достигнуто через п шагов из любого состояния. Такие цепи Маркова также называются регулярными.

Теорема. (теорема о предельных вероятностях) Пусть дана регулярная цепь Маркова с п состояниями и Р – ее матрица вероятностей перехода. Тогда существует предел $\lim_{n\to\infty} P^n = P^{(\infty)}$ и матрица $P^{(\infty)}$ имеет вид:

$$P^{(\infty)} = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{pmatrix}$$

Т.е. матрица состоит из одинаковых строк.

Теперь о величинах u_i. Числа u_1, u_2, …, u_n называются предельными вероятностями. Эти вероятности не зависят от исходного состояния системы и являются компонентами собственного вектора матрицы P^T (транспонированной к матрице Р).

Этот вектор полностью определяется из условий:

$$P^T \cdot \vec{u} = \vec{u}; \qquad \sum u_i = 1;$$

3. Сформулируем правило составления Уравнений Колмогорова:
в левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния, а правая содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена из состояния, соответствующий член имеет знак "-", если в состояние знак "+". Каждый член равен произведению плотности вероятности перехода, соответствующему данной стрелке, умноженной на вероятность состояния, из которого исходит стрелка.

Литература: [1], [2].

Лекция 11.

Тема: Модели массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики.

План

1. СМО с отказами.
2. СМО с неограниченным ожиданием.
3. СМО с ожиданием и с ограниченной длиной очереди.

Цель: сформировать знания о простейших системах массового обслуживания.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. СМО с отказами Заявка, поступившая в систему с отказами и нашедшая все каналы занятыми, получает отказ и покидает систему необслуженной. Показателем качества обслуживания выступает вероятность получения отказа. Предполагается, что все каналы доступны в равной степени всем заявкам, входящий поток является простейшим, длительность (время) обслуживания одной заявки (tобс) распределена по показательному закону.

Формулы для расчета установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов обслуживания, когда нет заявок (k = 0):

$$P_0 = 1 / \sum_{k=0}^{n} \rho^k / k!$$

2. Вероятность отказа в обслуживании, когда поступившая на обслуживание заявка найдет все каналы занятыми ($k = n$):

$$P_{\text{отк}} = P_n = P_0\rho^n/n!$$

3. Вероятность обслуживания:

$$P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}}.$$

4. Среднее число занятых обслуживанием каналов:

$$\bar{n}_з = \rho P_{\text{обс}}.$$

5. Доля каналов, занятых обслуживанием:

$$k_з = \bar{n}_з/n.$$

6. Абсолютная пропускная способность СМО:

$$A = \lambda P_{\text{обс}}.$$

2. СМО с неограниченным ожиданием Заявка, поступившая в систему с неограниченным ожиданием и нашедшая все каналы занятыми, становится в очередь, ожидая освобождения одного из каналов.

Основной характеристикой качества обслуживания является время ожидания (время пребывания заявки в очереди).

Для таких систем характерно отсутствие отказа в обслуживании, т.е. Ротк = 0 и Робс = 1.

Для систем с ожиданием существует дисциплина очереди:

1) обслуживание в порядке очереди по принципу "первым пришел — первым обслужен";

2) случайное неорганизованное обслуживание по принципу "последний пришел — первым обслужен";

3) обслуживание с приоритетами по принципу "генералы и полковники вне очереди".

Формулы для установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов, когда нет заявок ($k = 0$):

$$P_0 = 1\Big/\sum_{k=0}^{n}(\rho^k/k!) + \rho^{n+1}/n!(n-\rho).$$

Предполагается, что $\rho/n < 1$.

2. Вероятность занятости обслуживанием k заявок:

$$P_k = \rho^k P_0/k!, \quad 1 \leqslant k \leqslant n.$$

3. Вероятность занятости обслуживанием всех каналов:

$$P_n = \rho^n P_0/n!$$

4. Вероятность того, что заявка окажется в очереди:

$$P_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)}P_0.$$

5. Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{L}_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{(n-1)!(n-\rho)^2}P_0.$$

6. Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$\bar{t}_{\text{оч}} = \bar{L}_{\text{оч}}/\lambda.$$

7. Среднее время пребывания заявки в СМО:

$$\bar{t}_{\text{смо}} = \bar{t}_{\text{оч}} + \bar{t}_{\text{обс}}.$$

8. Среднее число занятых обслуживанием каналов:

$$\bar{n}_з = \rho.$$

9. Среднее число свободных каналов:

$$\bar{n}_{\text{св}} = n - \bar{n}_{\text{з}}.$$

10. Коэффициент занятости каналов обслуживания:

$$k_{\text{з}} = \bar{n}_{\text{з}}/n.$$

11. Среднее число заявок в СМО:

$$\bar{z} = \bar{L}_{\text{оч}} + \bar{n}_{\text{з}}.$$

3. СМО с ожиданием и с ограниченной длиной очереди. Заявка, поступившая в систему с ожиданием с ограниченной длиной очереди и нашедшая все каналы и ограниченную очередь занятыми, покидает систему необслуженной.

Основной характеристикой качества системы является отказ заявке в обслуживании.

Ограничения на длину очереди могут быть из-за:

1) ограничения сверху времени пребывания заявки в очереди;

2) ограничения сверху длины очереди;

3) ограничения общего времени пребывания заявки в системе.

Формулы для установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов обслуживания, когда нет заявок (k = 0):

$$P_0 = 1 : \left\{ \sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \left[1 - \left(\frac{\rho}{n} \right)^m \right] \right\}.$$

2. Вероятность отказа в обслуживании:

$$P_{\text{отк}} = \frac{\rho^{n+m}}{n! n^m} \cdot P_0.$$

3. Вероятность обслуживания:

$$P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}}.$$

4. Абсолютная пропускная способность:

$$A = P_{\text{обс}} \cdot \lambda.$$

5. Среднее число занятых каналов:

$$\bar{n}_{\text{з}} = \frac{A}{\mu}.$$

6. Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{L}_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \frac{1 - (\rho/n)^m (m + 1 - m\rho/n)}{(1 - \rho/n)^2} P_0.$$

7. Среднее время ожидания обслуживания:

$$\bar{t}_{\text{оч}} = \frac{\bar{L}_{\text{оч}}}{\lambda}.$$

8. Среднее число заявок в системе:

$$\bar{z} = \bar{L}_{\text{оч}} + \bar{n}_{\text{з}}.$$

9. Среднее время пребывания в системе:

$$\bar{t}_{\text{смо}} = \frac{\bar{z}}{\lambda}.$$

Литература: [1], [2].

Лекция 12.

Тема: Динамическое программирование

План

1. Понятие динамического программирования.
2. Постановка задачи.

Цель: сформировать знания о моделях динамического программирования.

Задачи:
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Динамическое программирование — один из разделов оптимального программирования, в котором процесс принятия решения и управления может быть разбит на отдельные этапы (шаги).

Экономический процесс является управляемым, если можно влиять на ход его развития. Под управлением понимается совокупность решений, принимаемых на каждом этапе для влияния на ход развития процесса. Например, выпуск продукции предприятием — управляемый процесс. Совокупность решений, принимаемых в начале года (квартала и т.д.) по обеспечению предприятия сырьем, замене оборудования, финансированию и т.д., является управлением. Необходимо организовать выпуск продукции так, чтобы принятые решения на отдельных этапах способствовали получению максимально возможного объема продукции или прибыли.

Динамическое программирование позволяет свести одну сложную задачу со многими переменными ко многим задачам с малым числом переменных. Это значительно сокращает объем вычислений и ускоряет процесс принятия управленческого решения.

В отличие от линейного программирования, в котором симплексный метод является универсальным методом решения, в динамическом программировании такого универсального метода не существует. Одним из основных методов динамического программирования является метод рекуррентных соотношений, который основывается на использовании принципа оптимальности, разработанного американским математиком Р. Беллманом. Принцип состоит в том, что, каковы бы ни были начальное состояние на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому придет система в конце данного шага. Использование данного принципа гарантирует, что управление, выбранное на любом шаге, не локально лучше, а лучше с точки зрения процесса в целом.

Литература: [1], [2].

Лекция 13.

Тема: Динамическое программирование

План

1. Принцип поэтапного построения оптимального управления.
2. Графический метод решения задач динамического программирования. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

Цель: сформировать знания о методах решения задач динамического программирования.

Задачи:
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

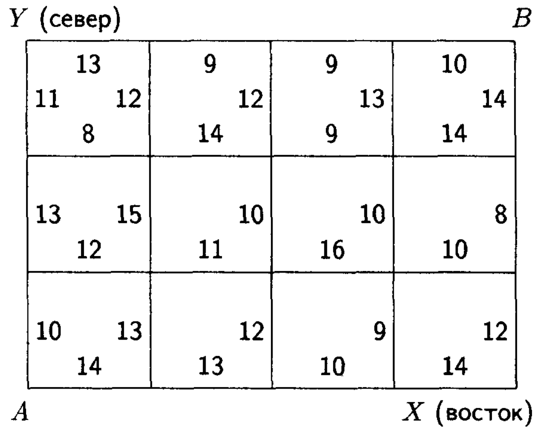
Ключевые вопросы

1. В некоторых задачах, решаемых методом динамического программирования, процесс управления разбивается на шаги. При распределении на несколько лет ресурсов деятельности предприятия шагом целесообразно считать временной период; при распределении средств между предприятиями — номер очередного предприятия. В других задачах разбиение на шаги вводится искусственно. Например, непрерывный управляемый процесс можно рассматривать как дискретный, условно разбив его на временные отрезки (шаги). Исходя из условий каждой конкретной задачи, длину шага выбирают таким образом, чтобы на каждом шаге получить простую задачу оптимизации и

обеспечить требуемую точность вычислений.

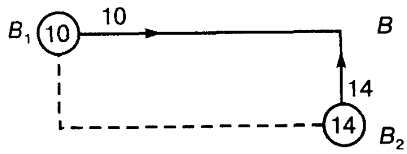
2. Требуется проложить путь (трубопровод, шоссе) между двумя пунктами A и B таким образом, чтобы суммарные затраты на его сооружение были минимальные.

Разделим расстояние между пунктами A и B на шаги (отрезки). На каждом шаге можем двигаться либо строго на восток (по оси X), либо строго на север (по оси Y). Тогда путь от A в B представляет ступенчатую ломаную линию, отрезки которой параллельны одной из координатных осей. Затраты на сооружение каждого из отрезков известны в млн рублей.

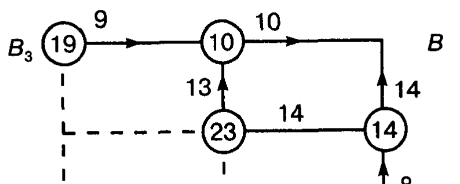


Разделим расстояние от А до В в восточном направлении на 4 части, в северном – на 3 части. Путь можно рассматривать как управляемую систему, перемещающуюся под влиянием управления из начального состояния А в конечное В. Состояние этой системы перед началом каждого шага будет характеризоваться двумя целочисленными координатами x и y. Для каждого из состояний системы (узловой точки) найдем условное оптимальное управление. Оно выбирается так, чтобы стоимость всех оставшихся шагов до конца процесса была минимальна. Процедуру условной оптимизации проводим в обратном направлении, т.е. от точки В к точке А.

Найдем условную оптимизацию последнего шага.

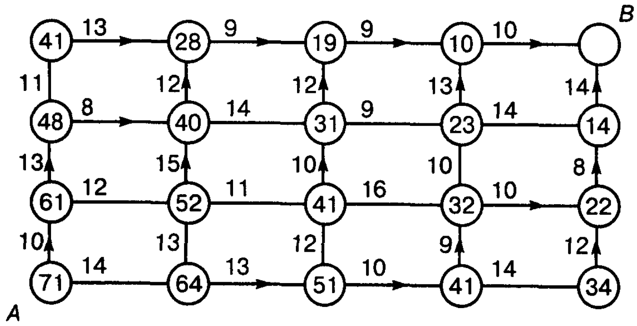


В точку B можно попасть из B_1 или B_2. В узлах запишем стоимость пути. Стрелкой покажем минимальный путь. Рассмотрим предпоследний шаг.



Для точки B_3 условное управление — по оси X, а для точки B_5 — по оси Y. Управление для точки B_4 выбираем как $\min(13+10, 14+14) = \min(23, 28) = 23,$ т.е. по оси Y.

Условную оптимизацию проводим для всех остальных узловых точек (рис. 29.5).



Получим $\bar{x}_{\text{опт}} = (с,\ с,\ в,\ с,\ в,\ в,\ в)$, где *с* — север, *в* —восток.

Минимальные затраты составляют $10 + 13 + 8 + 12 + 9 + 9 + 10 = 71$ млн р.

Если решать задачу исходя из оптимальности на каждом этапе, то решение будет следующим: $\bar{x} = (с,\ в,\ в,\ с,\ в,\ с,\ в)$

Затраты составят 10 +12 + 11 + 10 + 9 + 13 +10 = 75 > 71.

Прокладывать путь целесообразно по схеме: *с, с, в, с, в, в, в*, при этом затраты будут минимальные и составят 71 млн р.

Литература: [1], [2].

Лекция 14.

Тема: Некоторые экономические задачи, решаемые методами динамического программирования

План

1. Оптимальная стратегия замены оборудования
2. Оптимальное распределение ресурсов.

Цель: рассмотреть экономические задачи решаемые методами динамического программирования.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Оптимальная стратегия замены оборудования состоит в определении оптимальных сроков замены. Критерием оптимальности при этом может служить прибыль от эксплуатации оборудования, которую следует оптимизировать, или суммарные затраты на эксплуатацию в течение рассматриваемого промежутка времени, подлежащие минимизации.

Введем обозначения: $r(t)$ — стоимость продукции, производимой за один год на единице оборудования возраста t лет;

$u(t)$ — ежегодные затраты на обслуживание оборудования возраста t лет;

$s(t)$ — остаточная стоимость оборудования возраста t лет;

P — покупная цена оборудования.

Рассмотрим период N лет, в пределах которого требуется определить оптимальный цикл замены оборудования.

Обозначим через $f_N(t)$ максимальный доход, получаемый от оборудования возраста t лет за оставшиеся N лет цикла использования оборудования при условии оптимальной стратегии.

Возраст оборудования отсчитывается в направлении течения процесса. Так, $t = 0$ соответствует случаю использования нового оборудования. Временные же стадии процесса нумеруются в обратном направлении по отношению к ходу процесса. Так, $N = 1$ относится к одной временной стадии, остающейся до завершения процесса, а $N = N$ — к началу процесса.

На каждом этапе N-стадийного процесса должно быть принято решение о сохранении или замене оборудования. Выбранный вариант должен обеспечивать получение максимальной прибыли.

Функциональные уравнения, основанные на принципе оптимальности, имеют вид:

$$f_N(t) = \max \begin{cases} r(t) - u(t) + f_{N-1}(t+1) & \longrightarrow \text{Сохранение;} \\ s(t) - P + r(0) - f_{N-1}(1) & \longrightarrow \text{Замена,} \end{cases}$$

$$f_1(t) = \max \begin{cases} r(t) - u(t) & \longrightarrow \text{Сохранение;} \\ s(t) - P + r(0) - u(0) & \longrightarrow \text{Замена.} \end{cases}$$

Первое уравнение описывает N-стадийный процесс, а второе – одностадийный. Оба уравнения состоят из двух частей: верхняя строка определяет доход, получаемый при сохранении оборудования; нижняя – доход, получаемый при замене оборудования и продолжении процесса работы на новом оборудовании.

В уравнении (29.1) функция $r(t) - u(t)$ есть разность между стоимостью произведенной продукции и эксплуатационными издержками на N-й стадии процесса.

Функция $f_{N-1}(t + 1)$ характеризует суммарную прибыль от $(N - 1)$ оставшихся стадий для оборудования, возраст которого в начале осуществления этих стадий составляет $(t + 1)$ лет.

Нижняя строка (29.1) характеризуется следующим образом: функция $s(t) - P$ представляет чистые издержки по замене оборудования, возраст которого t лет.

Функция $r(0)$ выражает доход, получаемый от нового оборудования возраста 0 лет. Предполагается, что переход от работы на оборудовании возраста t лет к работе на новом оборудовании совершается мгновенно, т.е. период замены старого оборудования и переход на работу на новом оборудовании укладываются в одну и ту же стадию.

Последняя функция f_{N-1} в (29.1) представляет собой доход от оставшихся $N - 1$ стадий, до начала осуществления которых возраст оборудования составляет один год.

2. Пусть имеется некоторое количество ресурсов x, которое необходимо распределить между n различными предприятиями, объектами, работами и т.д. так, чтобы получить максимальную суммарную эффективность от выбранного способа распределения.

Введем обозначения: x_i – количество ресурсов, выделенных i-му предприятию ($i=\overline{1,n}$);

$g_i(x_i)$ — функция полезности, в данном случае это величина дохода от использования ресурса x_i, полученного i-м предприятием;

$f_k(x)$ — наибольший доход, который можно получить при использовании ресурсов x от первых k различных предприятий.

Сформулированную задачу можно записать в математической форме:

$$f_n(x) = \max \sum_{i=1}^{n} g_i(x_i)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x,$$
$$x_i \geqslant 0, \quad i = \overline{1,n}.$$

Для решения задачи необходимо получить рекуррентное соотношение, связывающее $f_k(x)$ и $f_{k-1}(x)$.

Обозначим через x_k количество ресурса, используемого k-м способом $(0 \leq x_k \leq x)$, тогда для $(k - 1)$ способов остается величина ресурсов, равная $(x - x_k)$. Наибольший доход, который получается при использовании ресурса $(x - x_k)$ от первых $(k - 1)$ способов, составит $f_{k-1}(x - x_k)$.

Для максимизации суммарного дохода от k-го и первых $(k - 1)$ способов необходимо выбрать x_k таким образом, чтобы выполнялись соотношения

$$f_1(x) = g_1(x),$$
$$f_k(x) = \max\{g_k(x_k) + f_{k-1}(x - x_k)\}, \quad k = \overline{2,n}.$$

Литература: [1], [2].

Лекция 15.

Тема: Модели сетевого планирования.

План

1. Элементы теории графов.
2. Сетевая модель.
3. Основные понятия сетевой модели.

Цель: сформировать знания о моделях сетевого планирования.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Сетевая модель — графическое изображение плана выполнения комплекса работ, состоящего из нитей (работ) и узлов (событий), которые отражают логическую взаимосвязь всех операций. В основе сетевого моделирования лежит изображение планируемого комплекса работ в виде графа. Граф — схема, состоящая из заданных точек (вершин), соединенных системой линий. Отрезки, соединяющие вершины, называются ребрами (дугами) графа. Ориентированным называется такой граф, на котором стрелкой указаны направления всех его ребер (дуг), что позволяет определить, какая из двух его граничных вершин является начальной, а какая — конечной. Исследование таких сетей проводится методами теории графов.

Теория графов оперирует понятием пути, объединяющим последовательность взаимосвязанных ребер. Контур означает такой путь, у которого начальная вершина совпадает с конечной. Сетевой график — это ориентированный граф без контуров. В сетевом моделировании имеются два основных элемента — работа и событие.

Работа — это активный процесс, требующий затрат ресурсов, либо пассивный (ожидание), приводящий к достижению намеченного результата.

Фиктивная работа — это связь между результатами работ (событиями), не требующая затрат времени и ресурсов.

Событие — это результат (промежуточный или конечный) выполнения одной или нескольких предшествующих работ.

Путь — это любая непрерывная последовательность (цепь) работ и событий.

Критический путь — это путь, не имеющий резервов и включающий самые напряженные работы комплекса. Работы, расположенные на критическом пути, называют критическими. Все остальные работы являются некритическими (ненапряженными) и обладают резервами времени, которые позволяют передвигать сроки их выполнения, не влияя на общую продолжительность выполнения всего комплекса работ.

2. При построении сетевых моделей необходимо соблюдать следующие правила.

1) Сеть изображается слева направо, и каждое событие с большим порядковым номером изображается правее предыдущего. Общее направление стрелок, изображающих работы, также в основном должно быть расположено слева направо, при этом каждая работа должна выходить из события с меньшим номером и входить в событие с большим номером.

2) Два соседних события могут объединяться лишь одной работой. Для изображения параллельных работ вводятся промежуточное событие и фиктивная работа.

3) В сети не должно быть тупиков, т.е. промежуточных событий, из которых не выходит ни одна работа.

4) В сети не должно быть промежуточных событий, которым не предшествует хотя бы одна работа.

5) В сети не должно быть замкнутых контуров, состоящих из взаимосвязанных работ, создающих замкнутую цепь. Для правильной нумерации событий поступают следующим образом: нумерация событий начинается с исходного события, которому дается номер 1. Из исходного события 1 вычеркивают все исходящие из него работы, на оставшейся сети вновь находят событие, в которое не входит ни одна работа. Этому событию дается номер 2. Затем вычеркивают работы, выходящие из события 2, и вновь находят на оставшейся части сети событие, в которое не входит ни одна работа, ему присваивается номер 3, и так продолжается до завершающего события.

Продолжительность выполнения работ устанавливается на основании действующих нормативов или по экспертным оценкам специалистов. В первом случае временные оценки являются детерминированными (однозначными), во втором — стохастическими (вероятностными).

Литература: [1], [2].

Лекция 16.

Тема: Модели сетевого планирования.

План

1. Сетевые графики.
2. Основные показатели сетевых графиков.

Цель: сформировать знания о сетевых графиках и их показателях.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Основным временным параметром сетевого графика является продолжительность критического пути.

Расчет критического пути включает два этапа. Первый называется прямым проходом. Вычисления начинают с исходного события и продолжают до тех пор, пока не будет достигнуто завершающее событие. Для каждого события определяется одно число, представляющее ранний срок его наступления. На втором этапе, называемом обратным проходом, вычисления начинают с завершающего события и продолжают, пока не будет достигнуто исходное событие. Для каждого события вычисляется поздний срок его наступления.

$t_i^{\text{р.н.}}$ — ранний срок начала всех операций, выходящих из события i.

Если $i = 0$, то $t_0^{\text{р.н.}} = 0$;

$t_j^{\text{р.н.}}$ — ранний срок начала всех операций, входящих в j.

Тогда

$$t_j^{\text{р.н}} = \max_i (t_i^{\text{р.н}} + t_{ij}) \text{ для всех } (i,j),$$

где t_{ij} — продолжительность операции (i,j);

$t_i^{\text{п.о}}$ — поздний срок окончания всех операций, входящих в событие i.

Если $i = n$, где n — завершающее событие сети, то $t_n^{\text{п.о}} = t_n^{\text{р.н.}}$ и является отправной точкой обратного прохода;

$$t_i^{\text{п.о}} = \min_j (t_j^{\text{п.о}} - t_{i,j}) \text{ для всех операций } (i,j);$$

Используя результаты вычислений при прямом и обратном проходах, можно определить операции критического пути. Операция (i, j) принадлежит критическому пути, если она удовлетворяет условиям:

$$t_i^{\text{р.н}} = t_i^{\text{п.о}},$$
$$t_j^{\text{р.н}} = t_j^{\text{п.о}},$$
$$t_j^{\text{р.н}} - t_i^{\text{р.н}} = t_j^{\text{п.о}} - t_i^{\text{п.о}} = t_{ij}.$$

Операции связаны еще с двумя сроками:

$t_{ij}^{\text{п.н.}}$ - поздний срок начала работы. Он является наиболее поздним (максимальным) из допустимых моментов начала данной работы, при котором еще возможно выполнение всех последующих работ в установленный срок:

$$t_{ij}^{\text{п.н}} = t_j^{\text{п.о}} - t_{ij};$$

$t_{ij}^{\text{р.о}}$ - ранний срок окончания работы. Он является наиболее ранним (минимальным) из возможных моментов окончания работы при заданной продолжительности работ:

$$t_{ij}^{\text{р.о}} = t_i^{\text{р.н}} + t_{ij}.$$

Различают два вида резервов времени: полный резерв ($r_{\text{п}}$) и свободный резерв ($r_{\text{св}}$).

Полный резерв времени показывает, на сколько может быть увеличена сумма продолжительности всех работ относительно критического пути. Он представляет собой разность между максимальным отрезком времени, в течение которого может быть выполнена операция, и ее продолжительностью (t_{ij}) и определяется как

$$t_{ij}^{\text{п.н}} - t_i^{\text{р.н}}.$$

Свободный резерв времени — максимальное время, на которое можно отсрочить начало или увеличить продолжительность работы при условии, что все события наступают в ранние сроки:

$$r_{\text{св}\,ij} = t_j^{\text{р.н}} - t_i^{\text{р.н}} - t_{ij}.$$

Результаты расчета критического пути и резервов времени некритических операций представлены в нижеследующей таблице. Следует отметить, что критические операции должны иметь нулевой полный резерв времени, при этом свободный резерв также должен быть равен нулю.

Литература: [1], [2].

Лекция 17.

Тема: Модели управления запасами. Общая постановка задачи

План

1. Общая постановка задачи.
2. Управляемые переменные.
3. Целевая функция модели.

Цель: сформировать знания о моделях управления запасами.

Задачи:

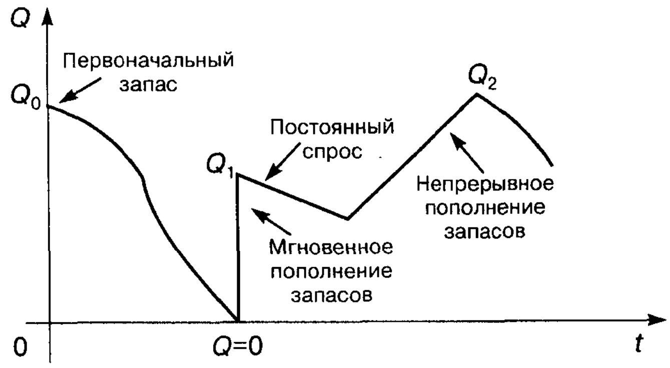
– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Предприятия, фирмы имеют различные запасы: сырье, комплектующие изделия, готовую продукцию, предназначенную для продажи, и т.д. Совокупность подобных материалов, представляющих временно не используемые экономические ресурсы, называют запасами предприятия.

Запасы создаются по различным причинам. Одна из них состоит в том, что если в некоторый момент производства потребуется какой-то вид деталей, который поставляется другим предприятием, и он отсутствует на складе, то процесс производства может остановиться. Поэтому на складе всегда должно быть нужное количество деталей данного вида. Однако если запасы увеличить, то возрастет стоимость их хранения. Задача управления запасами состоит в выборе для предприятия целесообразного решения.

Рассмотрим простейшие математические модели управления запасами. На рис. представлены возможные графики изменения запаса Q, имеющегося на складе, во времени t, для которого рассматривается этот запас.



Под Q будем понимать изделия или материалы (товары) только одного вида. Если на изделие поступает заявка, то оно отпускается и значение Q падает. Предположим, что величина спроса непрерывна во времени. Если $Q = 0$, то имеет место дефицит.

Любая математическая модель, которая применяется для изучения определенной ситуации в управлении запасами, должна учитывать факторы, связанные с издержками.

Различают *организационные издержки* — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров, издержки *содержания запасов* — затраты, связанные с хранением. Они возникают из-за амортизации в процессе хранения (изделия могут портиться, устаревать, их количество может уменьшаться и т.д.). Существуют издержки, связанные с *дефицитом:* если поставка со склада не может быть выполнена, то возникают дополнительные издержки, связанные с отказом. Это может быть денежный штраф или ущерб, не осязаемый непосредственно (например, ухудшение бизнеса в будущем и потеря потребителей). Количество товара, поставляемое на склад, называют *размером партии.*

2. Введем обозначения необходимых для составления модели величин. Данные поместим в таблице.

Величина	Обозначение	Единица измерения	Предложения
Интенсивность спроса	g	Единиц товара в год	Спрос постоянен и непрерывен; весь спрос удовлетворяется
Организационные издержки	b	Рублей за год	Издержки постоянны , не зависят от размера партии
Стоимость товара	s	Рублей за год	Цена единицы товара постоянна; рассматривается один вид товара
Издержки содержания запасов	h	Рублей за единицу товара в год	Стоимость хранения единицы товара в течение года постоянна
Размер партии	q	Единиц товара в одной партии	Размер партии постоянен; поступление товара происходит мгновенно, как только уровень запаса равен нулю

Литература: [1], [2].

Лекция 18.

Тема: Некоторые модели управления запасами

План

1. Основная модель управления запасами.
2. Модель производственных запасов.
3. Модель запасов, включающая штрафы.

Цель: рассмотреть некоторые модели управления запасами.

Задачи:

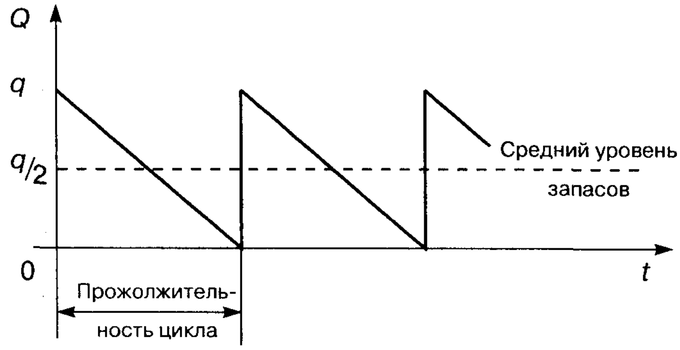
– сообщить теоретический материал по данной теме;

– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Основная модель управления запасами

График изменения запасов представлен на рисунке.



Чтобы полностью удовлетворить годовой спрос g при размере поставки q, необходимо обеспечить g/q поставок или партий за год. Средний уровень запасов составляет $q/2$.

Уравнение издержек будет иметь вид

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = bg/q + sg + hq/2,$$

где C_1 — общие организационные издержки; C_2 — стоимость товаров; C_3 — общие издержки содержания запасов.

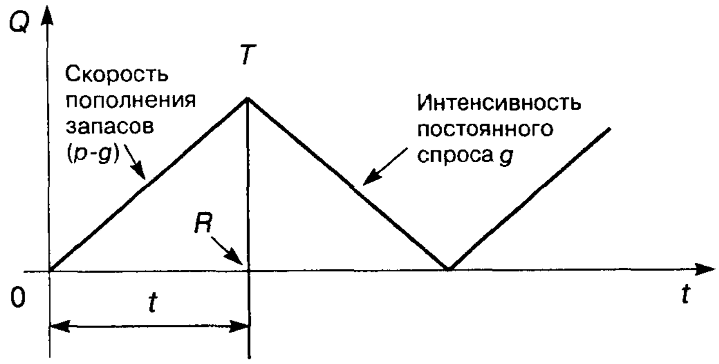
$$q_{\text{опт}} = \sqrt{2bg/h},$$

где $q_{\text{опт}}$ — оптимальный размер партии.

2. Модель производственных запасов

В основной модели предполагали, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например в течение одного дня. Рассмотрим случай, когда готовые товары поступают на склад непосредственно с производственной линии. Будем считать, что поступление товаров происходит непрерывно. Модель задачи в этом случае называют моделью *производственных поставок*. Обозначим через p скорость поступающего на склад товара. Эта величина равна количеству товаров, выпускаемых производственной линией за год. Остальные обозначения и предположения те же, что и для основной модели управления запасами.

Определим оптимальный размер партии, минимизирующий общие затраты. Рассмотрим график изменения модели производственных запасов



Общие издержки в течение года, как и для основной модели, составляют

$$C = C_1 + C_2 + C_3,$$

$$C_1 = bg/q,$$

$$C_2 = sg.$$

Для получения среднего уровня запасов следует учесть, что

$RT = (p — g)t$ — максимальный уровень запасов,

$q = pt$ — количество товаров в одной производственной поставке.

Тогда средний уровень запасов составляет половину максимального и равен

$$(p-g)q/2p.$$

$$q_{\text{опт}} = \sqrt{2pbg/(p-g)h}.$$

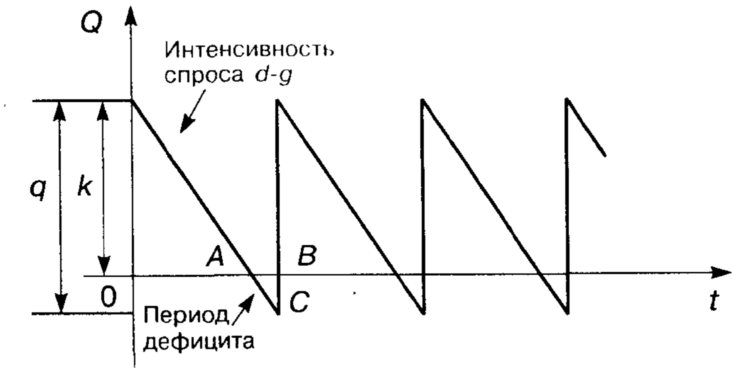
3. Модель запасов, включающая штрафы Рассмотрим основную модель, допускающую возможность существования периодов дефицита, который покрывается при последующих поставках, и штрафов за несвоевременную поставку.

Пусть предприятие должно поставить q ед. товара в течение каждого промежутка времени L, за единицу времени поставляется g ед. товара $(q = Lg)$.

Предположим, что в начале каждого периода L предприятие делает запас, равный k. Это означает, что в течение периода будет наблюдаться дефицит товара и некоторое время поставки не будут осуществляться. Невыполненные заявки будут накапливаться до максимальной величины $q — k$ и будут удовлетворены, как только поступит следующая партия товаров в количестве q.

За то, что товары доставляются предприятием позже необходимого срока, на предприятие налагается штраф, который зависит от того, насколько была задержана поставка. Такая модель целесообразна, поскольку иногда выгоднее заплатить штраф, чем расходовать дополнительные средства на хранение запасов, превышающих величину k.

Задача управления запасами состоит в том, чтобы выбрать такое значение k, которое ведет к минимизации всех затрат, включая затраты на хранение и штрафы.



Для определения оптимального значения k обозначим:

h — издержки хранения единицы товара за единицу времени;

p — затраты на штраф в расчете на единицу товара за один день отсрочки.

Найдем издержки одного цикла:

$$C = C_1 + C_2,$$

где C_1 — общие издержки содержания запасов; C_2 — общие затраты на штраф.

Так как товары находятся на складе в течение периода OA (см. рис. 33.5), средний уровень запасов за этот период равен $k/2$. Если продолжительность периода OA равна k/g, то

$$C_1 = h \cdot k/2 \cdot k/g = hk^2/2g.$$

$$k_{\text{опт}} = pq/(h+p).$$

Литература: [1], [2].

III МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Методические рекомендации для преподавателей

В качестве средств обучения могут быть использованы учебники, учебные пособия, электронные ресурсы, приведенные в рабочей программе.

В процессе обучения рекомендуем преподавателям использовать основные методы обучения, применяемые в высшей школе.

1. Информационно-рецептивный метод. Обучаемые усваивают знания в готовом виде, сообщенные преподавателем, почерпнутые из книжных источников или электронных ресурсов. Подобная деятельность необходима, так как она позволяет в сжатые сроки вооружать студента основными математическими определениями, теоремами, формулами и образцами способов деятельности.

2. Репродуктивный метод (метод организации воспроизведения способов деятельности). К этому методу относятся: решение типовых задач, ответы на теоретические вопросы.

3. Метод проблемного обучения. Преподаватель не просто излагает материал, а ставит проблему, формулирует познавательную задачу, показывает с помощью студентов логический путь решения проблемы. Здесь обучаемый становится соучастником поиска.

4. Эвристический (частично-поисковый) метод. После ознакомления обучаемых с материалом (определениями, математическими моделями, теоремами) перед ними ставится познавательная поисковая задача (лучше, если студенты сами ее выдвинут). Путем соответствующих заданий обучаемые подводятся к самостоятельным выводам. Таким образом, организуются активный учебный поиск, связанный с переходом к творческому, продуктивному мышлению.

5. Исследовательский метод. После постановки проблемы, формулирования задач, обучаемые самостоятельно работают над литературой, выдвигают гипотезу, ищут пути ее решения.

Рекомендуем использовать некоторые частно-дидактические методы обучения.

1. Мотивационное обеспечение учебной деятельности. Применение этого метода предполагает создание условий, при которых студентом осознается важность изучаемого материала для своей последующей деятельности. При этом полезны задачи прикладного содержания, соответствующие приобретаемой профессии.

2. Выделение базисного материала, концентрация учебного материала вокруг базисного. Применение этого метода облегчает процесс усвоения и запоминания, освобождает от необходимости изучать некоторые частные, второстепенные вопросы, способствует формированию обобщенных знаний.

3. Пропедевтика вводимых понятий, новых теорем, формул. Перед изучением материала ограничиваются наглядными соображениями, не строгими рассуждениями, интуитивными представлениями о понятиях. Использование догадок, интуиции в обучении развивает мышление, интерес, улучшает запоминание.

4. Выбор методически обоснованного, с учетом знаний студентов и их умения мыслить, уровня строгости изучаемого материала. При обучении студентов естественнонаучного направления следует иметь в виду, что излишняя формализация материала препятствует полноценному его усвоению, развитию интуиции и может привести к потере интереса к предмету.

5. Создание проблемных ситуаций, возможностей для студентов самим делать обобщения, выводы, открытия.

6. Составление и применение алгоритмов. Алгоритмы организуют познавательный процесс, являются средством достижения результата, формируют у студента четкий стиль мышления. Их применение способствует более прочному усвоению материала.

7. Математическое моделирование. Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Анализ математической модели позволяет проникнуть в

сущность изучаемых явлений. При построении математических моделей необходимо выделять основные этапы:

- формализацию;
- решение задачи внутри построенной модели на языке той теории, в рамках которой находится модель;
- интерпретации полученного результата к исходной задаче.

В математических курсах модели различного вида встречаются очень часто: функциональном, графическом, знаковом и других выражениях. Особенно наглядны задачи практического содержания, в которых отчетливо выделяются все указанные три этапа математического моделирования.

8. Обучение с использованием информационных технологий. Размещение сотрудниками кафедры своих учебных материалов в сети Интернет позволяет студенту осваивать материал в соответствии с требованиями преподавателя в любое удобное для него время.

Любой способ учебной деятельности целесообразно представить как цепь управляемых ситуаций, направленных на стимулирование и развитие познавательной и практической активности студента.

Методика чтения лекций, организации практических занятий и самостоятельной работы должна содействовать развитию познавательной активности студентов, формированию необходимых компетенции. В практике необходимы лекции, предусматривающие как продуктивную, так и репродуктивную деятельность студента. При применении активных методов обучения доминирующими видами деятельности являются частично-поисковые, творческие, исследовательские. Важными моментами таких лекций являются:

- постановка проблемы;
- определение базовых знаний, необходимых для ее решения;
- создание атмосферы частично-поисковой деятельности;
- организация исследовательской деятельности;
- сравнение результатов исследования с точным результатом;
- корректировка определений, выводов, полученных студентами;
- самостоятельная работа студентов по специальным заданиям. Система задач и упражнений на практических и лабораторных занятиях должна давать целостное представление о функциях задач;
- обучающей (формирование у студентов системы математических знаний, умений, компетенции);
- развивающей (развитие математического мышления);
- воспитывающей (формирование познавательного интереса);
- контролирующей (проверка качества усвоения изучаемого материала). Задания для самостоятельной работы включают в себя задачи и упражнения:

1) тренировочного типа (в форме домашних заданий к практическим занятиям; самостоятельная работа над книгой или конспектом лекции по отбору и систематизации учебного материала);

2) реконструктивно-вариативного типа (при выполнении этих заданий студенты применяют правила, теоремы в различных ситуациях; реконструируют известный учебный материал или способы решения задач с целью их приложения к решению заданной задачи с измененными условиями).

2. Методические указания по изучению дисциплины

Успешное освоение дисциплины предполагает активное, творческое участие студента путем ежедневной планомерной работы. Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

На лекциях студенты получают самые необходимые данные, во многом дополняющие учебники (иногда даже их заменяющие с последними достижениями науки. Умение сосредоточенно слушать лекции, активно, творчески воспринимать излагаемые сведения является непременным условием их глубокого и прочного усвоения, а также развития умственных способностей.

Слушание и запись лекций - сложные виды вузовской работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Слушая лекции, надо отвлечься при этом от посторонних мыслей и думать только о том, что излагает преподаватель. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал.

Внимание человека неустойчиво. Требуются волевые усилия, чтобы оно было сосредоточенным. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное. Это должно быть сделано самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое "конспектирование" приносит больше вреда, чем пользы. Некоторые студенты просят иногда лектора "читать помедленнее". Но лекция не может превратиться в лекцию-диктовку. Это очень вредная тенденция, ибо в этом случае студент механически записывает большое количество услышанных сведений, не размышляя над ними.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда используй не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями. Конспект лекции рекомендуется просмотреть сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь к преподавателю за консультацией.

Регулярно отводите время для повторения теоретического и практического материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

При подготовке к практическим занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в пункте 5.2 данного учебно-методического комплекса. Тщательно проработать лекционный материал и соответствующие учебные пособия по теме каждого практического занятия. Прорешать типовые задачи домашнего задания.

Практические занятия по данной дисциплине способствуют развитию аналитических и вычислительных способностей и формированию соответствующих навыков; – привитию навыков составления и анализа математических моделей простых реальных задач и развитию математической интуиции; – выработке умений решать прикладные задачи, связанные с будущей специальностью студента, требующие отбора данных и предварительного вывода аналитических зависимостей. Поэтому основным требованием преподавателя к студентам является обязательное присутствие студентов на всех практических занятиях, а также выполнение всех заданий преподавателя, как текущих, так и контрольных.

3. Методические указания к практическим занятиям

Практическое занятие № 1 Постановка задачи линейного программирования. Составление математической модели

Основные вопросы

1. Построение математической модели задачи линейного программирования.
2. Проверка выполнения основных требований, предъявляемых к математическим моделям.

Типовые задания

Составить математические модели следующих задач.

1. Предприятие выпускает продукцию четырех видов $П_1$, $П_2$, $П_3$ и $П_4$, для изготовления которой используются ресурсы трех видов: трудовые, сырье и оборудование. Известны нормы расхода каждого вида ресурса на изготовление единицы каждого вида продукции.

Ресурс	Вид продукции				Объем ресурса
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	
Трудовой	1	1	1	1	16
Сырье	6	5	4	3	110
Оборудование	4	6	10	13	100

Прибыль, получаемая от реализации единицы продукции, равна: для продукции $П_1$ – 60 у. е., для $П_2$ – 70 у. е., для $П_3$ – 120 у. е. и для $П_4$ – 130 у. е. Определить оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль данного предприятия.

2. Для изготовления изделий типа $А_1$ и $А_2$ склад может выделить не более 80 кг металла. Деталей типа $А_1$ завод может изготовить за сутки не более 30 штук, типа $А_2$ – не более 40 штук. Стоимость одного изделия типа $А_1$ составляет 3 у. е., а типа $А_2$ – 5 у. е. На изготовление одного изделия типа $А_1$ идет 2 кг металла, типа $А_2$ – 1 кг. Требуется найти такой план выпуска изделий, который позволит заводу получить максимальную прибыль.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 2 Графический метод решения задачи линейного программирования

Основные вопросы

1. Построение области допустимых решений.
2. Нахождение оптимального решения задачи линейного программирования.
3. Анализ найденного решения с использованием графического метода.

Типовые задания

Решить графическим методом следующие задачи линейного программирования

1. $Z = 4x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 18, \\ -x_1 + 3x_2 \le 9, \\ 2x_1 - x_2 \le 10, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

2. $Z = 5x_1 + 5x_2 \to \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2, \\ -x_1 + 3x_2 \ge 9, \\ x_1 + x_2 \ge 3, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

3. $Z = -3x_1 - x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \ge 0, \\ 2x_1 - x_2 \le 0, \\ x_1 + x_2 \le 3, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

4. $Z = 3x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ge 0, \\ -x_1 + 2x_2 \le 3, \\ x_2 \le 3, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие №3 Симплекс-метод. М-метод решения задач линейного программирования.

Основные вопросы

1. Построение симплекс-таблиц.
2. Проверка найденного плана на оптимальность.
3. Использование М-метода для решения задач.

Типовые задания

Решить следующие задачи линейного программирования, представленные в канонической форме, графическим и симплексным методами

1. $F(x) = 12x_1 + 10x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max$

$$\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 25 \\ 4x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 20 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0,$

2. $F(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0,$

3. $F(x) = 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 \to \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 6 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 12 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0, x_5 \ge 0,$

4. $F(x) = x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 \to \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0, x_5 \ge 0,$

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд.,

испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 4 Взаимно-двойственные задачи.

Основные вопросы

1. Составление математической модели двойственных задач.

2. Нахождение решений исходной и двойственной задач графическим и симплексным методами.

3. Сопоставление найденных решений взаимно-двойственных задач.

Типовые задания

Составить математическую модель двойственной задачи, найти решения исходной и двойственной задач.

1. $Z = 4x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 18, \\ -x_1 + 3x_2 \le 9, \\ 2x_1 - x_2 \le 10, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

2. $F(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0,\ x_4 \ge 0,$

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 5 Взаимно-двойственные задачи.

Основные вопросы

1. Нахождение решений взаимно-двойственных задач с помощью основных теорем двойственности.

2. Определение двойственных оценок.

3. Анализ устойчивости двойственных оценок.

Типовые задания

Сформулировать экономически и математически для данной задачи двойственную. Найти решение двойственной задачи, используя основные теоремы двойственности. Провести анализ устойчивости двойственных оценок.

1. Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3 и S_4. Известны запасы ресурсов и число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции (числа условные).

Вид ресурса	*Запас ресурса*	*Число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции.*	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	0	1
S_4	21	3	0

Прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 и P_2 – соответственно 2 и 3 рубля. Найти такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

2. Для изготовления четырех видов продукции А, Б, В, Г используют три вида ресурсов S_1, S_2, S_3. Известны запасы ресурсов и число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции (числа условные).

Вид ресурса	Запас ресурса	Нормы расхода сырья на единицу продукции.			
		А	Б	В	Г
S_1	3400	2	1	0,5	4
S_2,	1200	1	5	3	0
S_3	3000	3	0	6	1

Прибыль, получаемая от единицы продукции А, Б, В, Г – соответственно 7,5; 3; 6 и 12 ден. ед. Найти такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/

М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 6 Целочисленное программирование.

Основные вопросы

1. Построение математической модели задачи целочисленного программирования.
2. Нахождение решения задачи методом Гомори.
3. Нахождение решения задачи методом ветвей и границ

Типовые задания

Решить задачу целочисленного линейного программирования.

1. Организация арендует баржу грузоподъемностью 83 т, на которой предполагает перевозить груз, состоящий из предметов четырех типов. Веса и стоимости предметов равны соответственно 24 т, 22 т, 16 т, 10 т и 96 у. е., 85 у. е., 50 у. е., 20 у. е. Требуется погрузить на баржу груз максимальной стоимости.

2. Супружеская пара фермеров посылает трех своих сыновей на базар продать 90 яблок, для того чтобы обучить их числам и обращению с деньгами. Самый старший Джим получил для продажи 50 яблок, Билл (средний) – 30 и самый младший Джон – лишь 10. Родители поставили пять условий. I) Цена яблок должна быть равна либо $1 за 7 яблок, либо $3 за 1 яблоко. 2) Каждый ребенок может использовать один или оба варианта цен. 3) Все дети должны вернуться с одинаковой суммой денег. 4) Каждый ребенок приносит домой сумму, которая является четным числом (без центов). 5) Сумма денег, полученная каждым из детей, должна быть максимальной при сформулированных условиях. Считается, что дети могут продать все яблоки, которые они имеют. Как дети могут выполнить требования своих родителей?

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/

М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.
4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 7 Транспортная задача.

Основные вопросы

1. Определение типа транспортной задачи.
2. Нахождение опорного плана, оценка вырожденности задачи.
3. Проверка опорного плана на оптимальность.

Типовые задания

Требуется найти план перевозок однородного груза из пунктов A_1, A_2, A_3 и A_4, содержащих соответственно a_1, a_2, a_3 и a_4 единиц груза, в пункты B_1, B_2, B_3, B_4 и B_5 в количествах b_1, b_2, b_3, b_4 и b_5 соответственно, при котором суммарные транспортные затраты будут наименьшими. Известны c_{ij} – затраты на перевозку 1 единицы груза из пункта A_i и B_j. Опорный план найти методом северо-западного угла и методом минимального элемента. Полученный план проверить на оптимальность методом потенциалов.

1. $\begin{matrix} a_i = (210,\ 250,\ 200,\ 290) \\ b_j = (150,\ 210,\ 170,\ 220,\ 200) \end{matrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 10 & 4 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

2. $\begin{matrix} a_i = (270,\ 230,\ 250,\ 200) \\ b_j = (170,\ 210,\ 200,\ 170,\ 200) \end{matrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 12 & 10 & 8 \\ 12 & 14 & 8 & 12 & 7 \\ 5 & 10 & 8 & 9 & 6 \\ 7 & 6 & 7 & 10 & 5 \end{pmatrix}$

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/
М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.
2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.
3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.
4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 8 Транспортная задача

Основные вопросы

1. Составление математической модели транспортной задачи.
2. Выбор наилучшего метода для нахождения опорного плана и оценки его оптимальности.
3. Анализ полученного решения транспортной задачи.

Типовые задания

Составить математическую модель транспортной задачи. Найти опорный план, проверить его на оптимальность.

1. На трех складах имеется мука в количестве 60, 130 и 90 т, которая должна быть в течение месяца доставлена четырем хлебозаводам в количестве 30, 80, 60 и 110 т соответственно. Известна стоимость доставки 1 т муки на хлебозаводы.

Склады	Хлебозаводы			
	1	2	3	4
1	6	8	15	4
2	9	15	2	3
3	6	12	7	10

Составить оптимальный план перевозок, имеющий минимальные транспортные расходы.

2. Фирма осуществляет поставку бутылок на четыре завода, занимающиеся производством прохладительных напитков. Она имеет три склада, причем на складе 1 находится 6000 бутылок, на складе 2 – 3000 бутылок и на складе 3 – 4000 бутылок. Первому заводу требуется 4000 бутылок, второму заводу – 5000 бутылок, третьему заводу – 1000 бутылок, четвертому заводу – 3000 бутылок. Известна стоимость перевозки одной бутылки от каждого склада к каждому заводу.

Склады	Заводы			
	1	2	3	4
1	6	4	9	8
2	5	3	2	8
3	2	3	6	8

Необходимо организовать доставку бутылок на заводы, чтобы стоимость перевозки была минимальной.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 9 Потоки требований.

Основные вопросы

1. Понятие простейшего потока.
2. Анализ свойств потока.
3. Показательный закон распределения заявок.

Типовые задания

Определить является ли поток поступающих заявок простейшим и указать закон по которому распределена длительность обслуживания одной заявки в следующих задачах:

1. Дежурный по администрации города имеет пять телефонов. Телефонные заявки поступают с интенсивностью 90 заявок в час, средняя продолжительность разговора составляет 2 минуты.

2. На стоянке автомобилей возле магазин имеются 3 места, каждое из которых отводится под один автомобиль. Автомобили прибывают на стоянку с интенсивностью 20 автомобилей в час. Продолжительность пребывания автомобилей на стоянке составляет 15 минут. Стоянка на проезжей части не разрешается.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 10 Элементы теории случайных процессов

Основные вопросы

1. Простейший поток и его свойства.
2. Система дифференциальных уравнений для потока и её решение.
3. Системы массового обслуживания с Марковскими потоками состояний.

Типовые задания

1. Поток машин, идущих по шоссе в одном направлении, представляет собой простейший поток с интенсивностью 2 машины в минуту. Человек выходит на шоссе, чтобы остановить первую попавшуюся машину, идущую в данном направлении. Найти закон распределения времени T, в течение которого ему придётся ждать машину; определить математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

2. По заданной матрице перехода построить граф состояний.

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 0{,}7 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}6 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}1 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

3. Задана матрица Λ интенсивностей переходов непрерывной цепи Маркова. Составить размеченный граф состояний, соответствующий матрице Λ; составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний; найти предельное распределение вероятностей.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

б) дополнительная литература:

1. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебно-справ. пособие: рек. УМО/ Н.Ш Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред Н.Ш. Кремера.-М: Высшее образование, 2009.-646 с.

2. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

4. Торопчина Г.Н. Элементы теории марковских процессов в экономических задачах: учеб. пособие/ Г.Н. Торопчина, Г.П. Вохминцева; АмГУ, ФМиИ.- Благовещенск: изд-во Амур. Гос. Ун-та, 2009.-72с.

Практическое занятие № 11 Простейшие системы массового обслуживания

Основные вопросы

1. СМО с отказами.

2. СМО с неограниченным ожиданием.
3. СМО с ожиданием и с ограниченной длиной очереди.

Типовые задания

1. На вокзале в мастерской бытового обслуживания работают три мастера. Если клиент заходит в мастерскую, когда все мастера заняты, то он уходит из мастерской, не ожидая обслуживания. Среднее число клиентов, обращающихся в мастерскую за 1 ч, равно 20. Среднее время, которое затрачивает мастер на обслуживание одного клиента, равно 6 мин.

2. В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов равна 0,4 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет 2 суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти показатели эффективности работы причала, а также вероятность того, что ожидают разгрузки не более чем два судна.

3. По условию предыдущей задачи найти показатели эффективности работы причала. Известно, что приходящее судно покидает причал (без разгрузки), если в очереди на разгрузку стоит более 3 судов.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

4. Торопчина Г.Н. Элементы теории марковских процессов в экономических задачах: учеб. пособие/ Г.Н. Торопчина, Г.П. Вохминцева; АмГУ, ФМиИ.- Благовещенск: изд-во Амур. Гос. Ун-та, 2009.-72с.

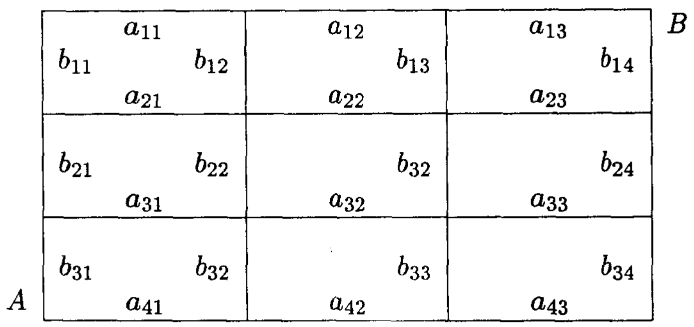
Практическое занятие № 12 Динамическое программирование

Основные вопросы

1. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

Типовые задания

1. Требуется проложить трубопровод на дачном массиве между двумя пунктами *A* и *B* таким образом, чтобы затраты на проведение работ (в тыс. р.) были минимальные.



Значения коэффициентов условия задачи

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{41}	a_{42}	a_{43}
7	6	5	7	3	2	4	6	1	4	8	2

b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}
8	2	5	6	3	5	9	4	3	9	2	5

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 13 Динамическое программирование

Основные вопросы

1. Оптимальное распределение ресурсов.

Типовые задания

1. Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. с дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

Инвестиции, млн. р.	Прирост выпуска продукции, млн р.			
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3	Предприятие 4
50	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
100	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
150	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
200	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
250	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}

Значения коэффициентов условия задачи

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
5	7	6	4	9	10	8	11	21	20	21	19	33	34	32	35

a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}
38	39	40	41

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 14 Динамическое программирование

Основные вопросы

1. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятий.

Типовые задания

1. В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади мини-магазинов "Продукты". Известны места, в которых их можно построить. Подсчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить мини-магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

x	1	2	3	4
$g_1(x)$	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
$g_2(x)$	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
$g_3(x)$	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}

Значения коэффициентов условия задачи

11	12	13	14	21	22	23	24	31	32	33	34
		6	1		1	7	0			5	9

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 15 Модели сетевого планирования

Основные вопросы

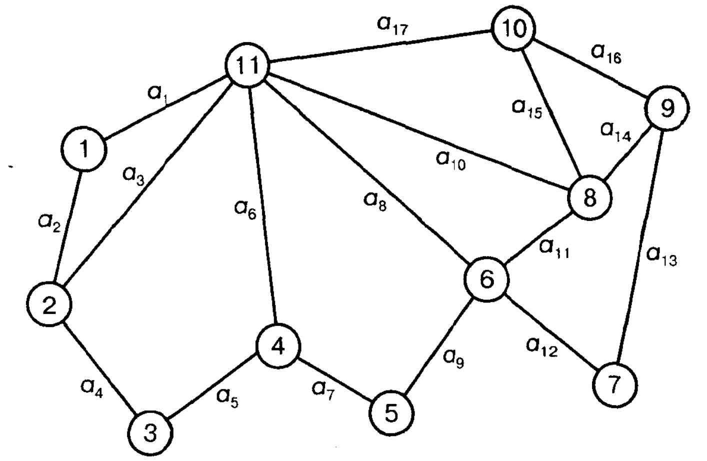
1. Построение сетевой модели.

Типовые задания

1. Районной администрацией принято решение о газификации одного из небольших сел района, имеющего 10 жилых домов.

Расположение домов указано на рис. 9.1. Числа в кружках обозначают условный номер дома. Узел 11 является газопонижающей станцией.

Разработать такой план газификации села, чтобы общая длина трубопроводов была наименьшей.



Значения коэффициентов условия задачи

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}
240	40	300	180	110	370	90	400	160	470	190	40	110	40	50	50	610

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Экономико-математическое моделирование: учеб.:рек УМО вузов/ под ред. И.Н. Дрогобыцкого.-М.:Экзамен, 2004.-799с.

3. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 16 Модели сетевого планирования

Основные вопросы

1. Составление сетевых графиков.
2. Расчет временных параметров событий.
3. Вычисление временных параметров работ.

Типовые задания

1. Составить сетевой график выполнения работ и рассчитать временные параметры по данным, представленным в таблице.

Содержание работы	Обозна-чение	Предыду-щая работа	Продолжи-тельность, дн.
Исходные данные на изделие	a_1		t_1
Заказ комплектующих деталей	a_2	a_1	t_2
Выпуск документации	a_3	a_1	t_3
Изготовление деталей	a_4	a_3	t_4
Поставка комплектующих деталей	a_5	a_2	t_5
Сборка изделия	a_6	a_4, a_5	t_6
Выпуск документации на испытание	a_7	a_3	t_7
Испытание и приемка изделия	a_8	a_6, a_7	t_8

Значения коэффициентов условия задачи

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
30	7	15	35	25	13	12	14

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 17 Модели управления запасам

Основные вопросы

1. Основная модель управления запасами.
2. Модель производственных запасов.

Типовые задания

1. В течение 10 дней наблюдалось следующее изменение запасов:

— первоначальный запас равен нулю, в следующие двое суток товары поступали на склад непрерывно и равномерно по 500 шт. в день, расходования запасов не происходило;

— в следующие четыре дня спрос на имеющиеся в запасе товары был непрерывным и равномерным и равнялся 250 шт. в день, пополнения запасов не происходило;

— в следующие четыре дня потребность в товарах изменилась до 200 шт. в день, с целью удовлетворения спроса и пополнения запасов ежедневно на склад доставлялось 300 шт. (поставки на склад и со склада происходили равномерно и непрерывно).

Нарисуйте график изменения запасов для 10-дневного периода, определите величину запасов на складе к концу периода. Вычислите средний уровень запасов для всего периода.

2. Фирме по строительству судов требуется 20000 заклепок в год, расходуемых с постоянной интенсивностью. Организационные издержки составляют 0,5 тыс. р. за партию, цена одной заклепки — 10 р. Издержки на хранение одной заклепки оценены в 12,5% ее стоимости.

Найти оптимальный размер партии поставки, оптимальную продолжительность цикла и оптимальное число поставок за год.

3. Известно, что издержки выполнения заказа — 2 ден. ед., количество товара, реализованного за год, — 1000 шт., закупочная цена единицы товара — 5 ден. ед., издержки хранения — 20% от закупочной цены.

Определить наиболее оптимальный размер заказа.

4. Система управления запасами некоторого товара подчиняется основной модели.

Каждый год с постоянной интенсивностью спрос составляет 15000 ед. товара, издержки на организацию поставки составляют 10 р. на партию, цена единицы товара — 30 р., а издержки на ее хранение — 7,5 р. в год.

Найти оптимальный размер партии, число поставок, продолжительность цикла.

5. Предприниматель имеет стабильный месячный спрос на товар в количестве 50 ед. Товар он покупает у поставщика по цене 6 ден. ед. за штуку, причем издержки на оформление поставки и другие подготовительные операции составляют в каждом случае 10 ден. ед.

Как часто предприниматель должен пополнять свой запас товаров, если затраты на хранение равны 20% цены товара?

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/

М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

Практическое занятие № 18 Модели управления запасам

Основные вопросы

1. Модель запасов, включающая штрафы

Типовые задания

1. Фирма, выступающая в качестве посредника, обязуется поставлять заводу по производству двигателей 5 коленчатых валов в день. Руководство фирмы решает доставлять коленчатые валы на свой склад партиями, причем в каждой содержится 150 шт. и они рассчитаны на 30-дневный срок. За один просроченный день в поставке коленчатого вала заводу фирма выплачивает штраф 200 р. Издержки хранения одного коленчатого вала были оценены в 250 р. за неделю, организационными затратами можно пренебречь.

Найти оптимальный уровень запасов и продолжительность соответствующего ему периода дефицита. Вычислите уменьшение затрат при оптимальной политике управления запасами по сравнению с политикой, когда в начале каждого периода на склад поступает 150 коленчатых валов.

Литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб пособие: рек. УМО вузов/

М.С. Красс, Б.П. Чупрынов.-СПб.: Питер, 2008, 2009, 2010.-464с.

2. Красс М.С. Основы математики и её приложения в экономическом образовании: учеб: рек.Мин. обр.РФ/ Красс М.С., Чупрынов Б.П.- 2-изд., испр., 4-е изд., испр., 3-е изд., испр. – М.: Дело, 2001, 2003, 2002.-688 с.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/под ред. Н.Ш. Кремера.-М: Маркет ДС, 2007-408 с.

4. Методические указания по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;- формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;- развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

1. Виды и формы самостоятельных работ по дисциплине «математика».

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть: - для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.; для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствие с планом, предложенным преподавателем; ответы на контрольные вопросы; выполнение упражнений; для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Общая схема самостоятельной работы представлена в пункте 6 рабочей программы.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение домашних заданий и подготовка к зачету.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственейшим периодом в работе студента. Серьезно подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

IV КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

1. Текущий контроль знаний

Контрольные работы:

Контрольная работа №1.

1. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$L = 3x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge 6, \\ x_1 + 2x_2 \ge 0, \\ x_1 \le 6, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом

$L = x_1 + x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 4, \\ -x_1 + 2x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

3.Решить задачу линейного программирования М-методом

$L = 6x_1 + 3x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \ge 3 \\ 3x_1 - 3x_2 \ge 1 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

Контрольная работа №2.

1. Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3 и S_4. Известны запасы ресурсов и число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции (числа условные).

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции.	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	0	1
S_4	21	3	0

Прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 и P_2 – соответственно 2 и 3 рубля. Найти такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

Сформулировать экономически и математически для данной задачи двойственную. Найти решение двойственной задачи, используя основные теоремы двойственности. Провести анализ устойчивости двойственных оценок.

2. Для исходной задачи составить двойственную. Решить обе задачи симплексным методом и по решению каждой из них найти решение другой. Одну из задач решить графическим методом:

$L = 2x_1 + x_2 \to \max$

$$\text{при ограничениях: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 6 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ -x_1 + 3x_2 \le 3 \\ x_{1,2} \ge 0 \end{cases}$$

3. Для приобретения оборудования по сортировке зерна фермер выделяет a усл. ед. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей b м^2 .

Фермер может заказать оборудование двух видов: мене мощные машины A стоимостью c_1 усл. ед., требующие производственной площади d_1 м^2 (с учетом проходов) и обеспечивающие производительность за смену k_1 т. зерна, и более мощные машины В стоимостью c_2 усл. ед., занимающие площадь d_2 м^2 и обеспечивающие за смену сортировку k_2 т. зерна.

Определить оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий фермеру при данных ограничениях максимум общей производительности сортировки, если он может приобрести не более 8 машин типа В.

Данные	Параметры							
	a	b	c_1	c_2	d_1	d_2	k_1	k_2
1	34	60	3	4	3	5	2	3

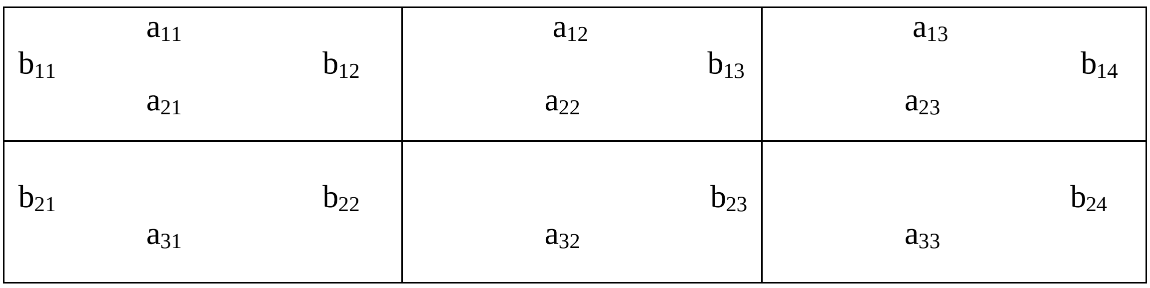
Контрольная работа №3.

1. В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность прохождения потока судов равна 0,2 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет 3 суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти среднее число судов ожидающих разгрузки, среднее время ожидания разгрузки, среднее число судов находящихся у причала.
2. Интенсивность равномерного спроса – 2000 ед. товара в год. Организационные издержки для одной партии – 20 т.р., цена единицы товара – 1 т.р., издержки содержания запаса - 100р. за единицу товара в год. Найти оптимальный размер партии, число поставок, продолжительность цикла.
3. Предположим, что при составлении некоторого проекта выделено 6 событий: 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 9 связывающих их работ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 6). Требуется: составить сетевой график выполнения работ; рассчитать параметры сетевого графика.

Контрольная работа №4.

1. Требуется проложить трубопровод на дачном массиве между двумя пунктами А и В таким образом, чтобы затраты на проведение работ (в тыс. руб.) были минимальные.

B



A

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}
7	6	5	7	3	2	4	6	1	4	8	2	5	6	3	5	9

2. В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодово-консервными заводами области в млн. руб., при осуществлении инвестиции на их

модернизацию с дискретностью 50 млн. руб., причём на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Составить план распределения инвестиций между заводами области, максимизирующий общий прирост выпуска продукции.

x	0	50	100	150	200
$f_1(x_1)$	0	25	60	100	140
$f_2(x_2)$	0	30	70	90	122
$f_3(x_3)$	0	36	64	95	130
$f_4(x_4)$	0	28	56	110	142

2. В трех районах города предприниматель планирует строительство пользующихся спросом одинаковых по площади магазинов. Известны места, в которых их можно построить. Посчитаны затраты на их строительство и эксплуатацию.

Необходимо так разместить магазины, чтобы затраты на их строительство и эксплуатацию были минимальные.

x	0	1	2	3	4
$g_1(x)$	0	8	14	23	32
$g_2(x)$	0	5	10	17	28
$g_3(x)$	0	6	15	25	31

2. Итоговый контроль знаний

Задания представлены в пункте 9 рабочей программы.

V ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

1. Неимитационные методы обучения.

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. Тема: «Линейное программирование» (2 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. Тема: « Модели сетевого планирования» (4 часа).

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. Тема: «Динамическое программирование» (2 часа).

2. Неигровые имитационные методы обучения.

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач.

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций. Тема: «Модели массового обслуживания» (2 часа).

3. Игровые имитационные методы

Мозговой штурм – наиболее свободная форма дискуссии, позволяющей быстро включить в работу всех членов учебной группы. Используется там, где требуется генерация разнообразных идей, их отбор и критическая оценка. Этапы продуцирования идей и их анализа намеренно разделены: во время выдвижения идей запрещается их критика. Тема: «Линейное программирование» (2 часа).

Круглый стол — это метод активного обучения, одна из организационных форм познавательной деятельности учащихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии.

Дискуссия (от лат. discussio — исследование, рассмотрение) — это всестороннее обсуждение спорного вопроса в публичном собрании, в частной беседе, споре.

Деловая игра – форма воссоздания предметного и социального содержания профессиональной деятельности, моделирования систем отношений, разнообразных условий профессиональной деятельности, характерных для данного вида практики.

Метод анализа конкретной ситуации (ситуационный анализ, анализ конкретных ситуаций, case-study) – это педагогическая технология, основанная на моделировании ситуации или использования реальной ситуации в целях анализа данного случая, выявления проблем, поиска альтернативных решений и принятия оптимального решения проблем.

Мастер–класс – это главное средство передачи концептуальной новой идеи своей (авторской) педагогической системы. Преподаватель как профессионал на протяжении ряда лет вырабатывает индивидуальную (авторскую) методическую систему, включающую целеполагание, проектирование, использование последовательности ряда известных дидактических и воспитательных методик, занятий, мероприятий, собственные «ноу-хау», учитывает реальные условия работы с различными категориями учащихся и т.п.