

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
ЭКОНОМЕТРИКА

для направления подготовки 080300.62 – «Коммерция»

Составитель: Н.Н. Двоерядкина, к.п.н., доцент

Благовещенск, 2012

Содержание

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА	3
1.1 Цели и задачи освоения дисциплины	3
1.2 Место дисциплины в структуре ООП ВПО	3
1.3 Требования к уровню освоения содержания дисциплины	3
1.4 Структура и содержание дисциплины (модуля)	4
1.5 Самостоятельная работа	7
1.6 Образовательные технологии	7
1.7 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	7
1.8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	10
1.9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	10
2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ	11
2.1 Методические рекомендации по проведению лекционных занятий	11
2.2 Методические рекомендации по проведению практических занятий	13
2.3 Методические рекомендации по организации контроля знаний студентов	13
2.4 Методические указания по выполнению домашних заданий	13
3. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ К ЗАНЯТИЯМ	13
3.1 Краткий конспект лекций	13
3.2 Задания для практических занятий.	30

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1.1 Цели и задачи освоения дисциплины

Эконометрика наряду с микроэкономикой и макроэкономикой входит в число базовых дисциплин современного экономического образования.

Цель дисциплины: воспитание у студентов информационной культуры; представления о месте и роли эконометрики в современной системе экономического образования. Формирование системного представления об эконометрических данных и методах исследования, необходимых для изучения поведения, описания и прогнозирования развития экономических процессов.

Задачи дисциплины:

- научить студентов использовать эмпирические данные для выявления связей, закономерностей и тенденций развития экономических явлений;
- сформировать умения количественной оценки параметров моделей экономических процессов средствами математической статистики;
- научить строить прогнозы и оценивать их точность, давать рекомендации по экономической политике и хозяйственной деятельности.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Предлагаемая дисциплина относится к региональному компоненту математического и естественнонаучного цикла ООП, индекс дисциплины согласно учебному плану ЕН.Р.1.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы базовые знания курса «Информатика».

Дисциплина занимает важное место в программе подготовки специалиста, так как обеспечивает базовую подготовку студентов в области использования средств вычислительной техники: для всех курсов, использующих автоматизированные методы анализа, расчетов и компьютерного оформления курсовых и дипломных проектов.

1.3 Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: методы построения эконометрических моделей явлений и процессов.

уметь:

- анализировать взаимосвязи экономических явлений; выявлять тенденции изменения социально-экономических показателей;
- осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;
- анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;
- строить стандартные теоретические и эконометрические модели;
- прогнозировать на основе стандартных теоретических и эконометрических моделей развитие экономических процессов и явлений;

владеть:

- методологией экономического исследования; современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных;
- современной методикой построения эконометрических моделей;
- методами и приемами анализа экономических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей.

1.4 Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет: 70 часов

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
1	Предмет и содержание курса эконометрики. Методология эконометрических исследований. Математическая и эконометрическая модель.	4	1	2	-	4	контрольная работа
2	Регрессионная модель. Классическая линейная регрессия. Множественная линейная регрессия. Различные аспекты множественной регрессии.	4	2-11	10	10	3	тест
3	Нелинейные модели регрессии и их линеаризация	4	12,13	2	2	10	тест, контрольная работа
4	Системы однородных регрессионных уравнений (СОУ).	4	14,15	2	2	7	тест, контрольная работа
5	Анализ временных рядов. Понятие временного ряда и его компоненты.	4	16-18	2	4	10	контрольная работа
	ИТОГО	4		18	18	34	зачет

Структура и содержание дисциплины

1.4.1. Лекции

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы
1	1	Предмет эконометрического анализа (2 часа)	Основные задачи эконометрики. Типы данных: пространственные данные, временные ряды. Модели. Типы моделей: модели временных рядов, регрессионные модели с одним уравнением, система линейных одновременных уравнений.
2	2	Линейная модель множественной регрессии (2 часа)	Сущность регрессионного анализа. Регрессионный анализ и причинно-следственные отношения. Эконометрическая интерпретация линейной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок метода наименьших квадратов. Прогнозирование, доверительные интервалы прогнозирования.

3	2	Показатели качества регрессии (2 часа)	Оценка дисперсии (ESS, RSS, TSS). Множественный коэффициент корреляции R. Коэффициенты детерминации R^2 и R^2_{adj} . Надежность уравнения (F-статистика). Статистическая значимость коэффициентов регрессии (Т-статистика).
4	2	Мультиколлинеарность (2 часа)	Понятие коллинеарности и ее виды. Причины возникновения мультиколлинеарности и ее последствия. Оценки коэффициентов в случае коллинеарности. Методы выявления мультиколлинеарности, коэффициенты частной корреляции. Корректирующие процедуры.
5	2	Линейные регрессионные модели с гетероскедастичными и автокоррелированными остатками (2 часа)	Природа гетероскедастичности. Причины возникновения непостоянства дисперсии ошибок. МНК-оценки в случае гетероскедастичности. Последствия использования МНК в случае гетероскедастичности. Выявление гетероскедастичности: графический метод, тест Гольдфреда-Квандта, тест Уайта. Обобщенный метод наименьших квадратов. Автокорреляция. Выявление автокорреляции: графические методы, тест Дарбина-Уотсона.
6	2	Регрессионные модели с переменной структурой (2 часа)	Понятие фиктивных переменных (dummy). ANOVA-модели. Тест Чоу для выявления переменной структуры. Интерпретация dummy-переменных. Правило для использования фиктивных переменных.
7	3	Нелинейные модели регрессии и их линеаризация (2 часа)	Два класса нелинейных регрессий: регрессии нелинейные по параметрам, регрессии нелинейные по переменным. Виды уравнений нелинейных регрессий. Интерпретация коэффициентов нелинейной регрессии, коэффициент эластичности. Корреляция для нелинейной регрессии. Линеаризация нелинейных моделей.
8	4	Система линейных одновременных уравнений (2 часа)	Общее понятие о системах уравнений, используемых в эконометрике. Системы независимых уравнений. Системы совместных, одновременных уравнений. Структурная и приведенная формы эконометрической модели. Проблема идентификации при переходе приведенной формы к структурной форме модели. Оценивание параметров структурной модели. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК.
9	5	Временные ряды (2 часа)	Характеристика модели временного ряда. Основные элементы временного ряда. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, и их идентификация. Автокорреляция уровней временного ряда. Лаги. Аналитическое выравнивание временного ряда. Линейный и нелинейные тренды. Моделирование сезонных колебаний с применением фиктивных переменных. Аддитивная и мультипликативная модели временного ряда. Прогнозирование по моделям временных рядов.

1.4.2. Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы
1	2	Линейная модель множественной регрессии (2 часа)	Интерпретация линейной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок метода наименьших квадратов. Прогнозирование, доверительные интервалы прогнозирования.
2	2	Показатели качества регрессии (2 часа)	Оценка дисперсии (ESS, RSS, TSS). Множественный коэффициент корреляции R. Коэффициенты детерминации R^2 и R^2_{adj} . Надежность уравнения. Значимость коэффициентов регрессии.
3	2	Мультиколлинеарность (2 часа)	Методы выявления мультиколлинеарности, Частная корреляция. Корректирующие процедуры.
4	2	Линейные регрессионные модели с гетероскедастичными и автокоррелированными остатками (2 часа)	Выявление гетероскедастичности: графический метод, тест Гольдфреда-Квандта (Goldfeld-Quandt), тест Уайта (White's test). Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК). Положительная и отрицательная автокорреляция. Выявление автокорреляции: графические методы, тест Дарбина-Уотсона (Durbin-Watson).
5	2	Регрессионные модели с переменной структурой (2 часа)	Тест Чоу для выявления переменной структуры. Правило использования фиктивных переменных.
6	3	Нелинейные модели регрессии и их линеаризация (2 часа)	Виды уравнений нелинейных регрессий. Интерпретация коэффициентов нелинейной регрессии, коэффициент эластичности. Корреляция для нелинейной регрессии. Линеаризация нелинейных моделей.
7	4	Система линейных одновременных уравнений (2 часа)	Системы независимых уравнений. Системы совместных, одновременных уравнений. Структурная и приведенная формы эконометрической модели. Проблема идентификации при переходе приведенной формы к структурной форме модели. Оценивание параметров структурной модели. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК.
8	5	Временные ряды (4 часа)	Основные элементы временного ряда. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, и их идентификация. Автокорреляция уровней временного ряда. Линейный и нелинейные тренды. Моделирование сезонных колебаний с применением фиктивных переменных. Аддитивная и мультипликативная модели временного ряда. Прогнозирование по моделям временных рядов.

1.5 Самостоятельная работа

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах для 080300.62
1	1	Подготовка к лабораторной работе с использованием обучающего теста	4
2	2	Эссе. Домашнее творческое задание	3
3	3	Реферат. Выполнение лабораторных работ	10
4	4	Реферат. Домашнее творческое задание	7
5	5	Реферат	10

1.6 Образовательные технологии

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- лекция (лекция-информация, образовательная лекция, лекция-визуализация);
- лабораторные (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);
- тренинговые (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления);
- активизации познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка презентаций по темам домашних работ);
- самоуправления (самостоятельная работа студентов, самостоятельное изучение материала).

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам.

1.7 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В качестве основных средств текущего контроля используется тестирование. В качестве дополнительной формы текущего контроля предлагаются аудиторные и внеаудиторные письменные задания (контрольные работы).

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания. Освоение материала контролируется в процессе проведения лабораторных занятий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины: зачет.

Критерии оценки на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал: теорию связывает с практикой, другими темами курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.

Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работ, систематическая активная работа на практических и лабораторных занятиях.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем. Целостного представления о программных темах курса у студента нет.

Вопросы к зачету

1. Основные задачи эконометрики. Типы данных: пространственные данные, временные ряды.
2. Типы эконометрических моделей: модели временных рядов, регрессионные модели с одним уравнением, система линейных одновременных уравнений.
3. Линейная модель множественной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК).
4. Анализ статистической значимости коэффициентов линейной регрессии. Оценка надежности уравнения.
5. Статистический анализ модели: оценка дисперсии, коэффициент детерминации R^2 , коэффициент множественной корреляции R .
6. Построение доверительных интервалов прогнозирования.
7. Коллинеарность, ее виды. Выявление мультиколлинеарности, способы ее устранения. Частная корреляция.
8. Фиктивные переменные. Тест Чоу.
9. Гомоскедастичные и гетероскедастичные модели. Тесты на обнаружение гетероскедастичности. Обобщенный метод наименьших квадратов.
10. Автокоррелированные остатки. Статистика Дарбина-Уотсона.
11. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация.
12. Характеристика временных рядов.
13. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, их идентификация.
14. Система одновременных уравнений. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый метод наименьших квадратов.

Вариант тестовых вопросов к зачету

1. Суть метода наименьших квадратов состоит в:
 - а) минимизации суммы квадратов коэффициентов регрессии;
 - б) минимизация суммы квадратов значений зависимой переменной;
 - в) минимизация суммы квадратов отклонений точек наблюдения от уравнения;
 - г) минимизация суммы квадратов отклонений точек эмпирического уравнения регрессии от точек теоретического уравнения регрессии.
2. С увеличением объема выборки:
 - а) увеличивается точность оценок;
 - б) уменьшается ошибка регрессии;
 - в) уменьшается коэффициент детерминации;
 - г) увеличивается прогнозное значение зависимой переменной.
3. Для оценки статистической значимости каждого коэффициента регрессии используется:
 - а) статистика Стьюдента б) коэффициент детерминации в) статистика Фишера
4. Данные, по какому либо экономическому показателю, полученные для разных однотипных объектов в один момент времени, называются:
 - а) пространственные б) временные ряды в) тренд.

5. Экономическая интерпретация модели показывает, что при увеличении значения переменной d на 1 единицу зависимая переменная увеличивается на величину 320, при этом минимальное значение $t=230$. Укажите вид модели:
- а) $d=230-320t$ б) $t=230+320d$ в) $d=320+230t$
6. Модель, в которой вероятность того, что величина случайного члена примет какое-то данное значение будет одинаковой для всех наблюдений называется:
- а) гетероскедастичной б) мультиколлинеарной в) гомоскедастичной.
7. Модель, в которой величина случайного члена зависит от предыдущего значения и подчиняется схеме $u_t = \rho u_{t-1} + e_t$ называется:
- а) гетероскедастичной б) мультиколлинеарной в) автокоррелированной.
8. Через фиктивную переменную, имеющую два возможных значения, отражаются факторы:
- а) образование
б) налог на определенный вид торговых операций
в) членство в европейском союзе.
9. x_1 и x_2 – значимые объясняющие переменные. Смещение коэффициента при не включении какой-либо из них в модель будет более сильным при:
- а) слабой корреляции между x_1 и x_2
б) сильной корреляции между x_1 и x_2
в) отсутствии корреляции между x_1 и x_2 .
10. Какая ошибка в спецификации имеет менее серьезные последствия:
- а) включение в модель несущественной переменной
б) исключение из модели значимой переменной
в) включение в модель значимой переменной
г) исключение из модели несущественной переменной
11. Важно ли знать вид зависимости σ от x для исправления гетероскедастичности
- а) да, всегда важно, т.к. это необходимо для устранения гетероскедастичности
б) нет, т.к. для устранения гетероскедастичности вид зависимости не требуется
в) важно только в том случае когда зависимость нелинейная.
12. В тесте Голдфелда – Квандта за нулевую принимается гипотеза:
- а) о гомоскедастичности модели
б) о гетероскедастичности модели
в) об отсутствии связи между переменными
13. Допустим, исследователь посчитал незначимой переменную, которая на самом деле оказывает влияние на зависимую переменную. Как это повлияет на коэффициент детерминации R^2 ?
- а) R^2 уменьшится б) R^2 увеличится в) R^2 не изменится.
14. Коэффициент b парного линейного уравнения регрессии вида $y=a+bx$ показывает:
- а) процентное изменение зависимой переменной при однопроцентном изменении независимой переменной
б) процентное изменение зависимой переменной при изменении независимой переменной на единицу
в) изменение зависимой переменной при изменении независимой переменной на единицу.
15. Для парной линейной регрессии коэффициент корреляции равен:
- а) коэффициенту детерминации
б) квадрату коэффициента детерминации
в) коэффициенту ковариации.
16. Статистика Дарбина-Уотсона лежит в пределах:
- а) от 0 до 4 б) от 0 до 2 в) от 0 до 1.
17. Является ли линия, соединяющая первое и последнее наблюдения на графике оценкой модели:
- а) да, но является смещенной б) нет в) да, и является несмещенной
18. Аббревиатура RSS означает:
- а) общая сумма квадратов отклонений
б) сумма квадратов отклонений, объясненная регрессией

в) сумма квадратов отклонений, необъясненная регрессией

19. Известна зависимость стоимости частного дома P от срока эксплуатации H . В высказывании: «срок эксплуатации объясняет 36 % стоимости дома» приведено значение:

а) коэффициента детерминации б) коэффициента корреляции в) коэффициента регрессии.

20. В 2005 году новая двухкомнатная квартира стоила 2000 тыс. руб. Зная, зависимость $Y=2000-50t$ (Y – стоимость двухкомнатных квартир, t – время эксплуатации квартиры), прогнозное значение цены квартиры на 2010 год составит:

а) 1 500 тыс. руб. б) 1750 тыс. руб. в) 2 250 тыс. руб.

1.8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Эконометрика [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М : ЮНИТИ-ДАНА, 2010. - 328 с.

2. Эконометрика [Текст]: учеб. рек. Мин. обр. РФ / под ред. И. И. Елисеевой. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика, 2008. - 576 с.

3. Эконометрика [Текст]: учеб. рек. УМО / под ред. В. С. Мхитаряна. - М.: Проспект, 2009. - 380 с. - Библиогр.: с. 376.

Дополнительная литература:

1. Эконометрика [Текст]: учеб. : доп. Мин. обр. РФ / В.А. Валентинов. - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2009. - 446 с.

2. Эконометрика [Текст]: учеб.-метод. комплекс для спец. 080105, 080102, 080109, 080502, 080507 / АмГУ, ФМиИ; сост. Т. А. Макаrchук, Н. Н. Двоерядкина, А. Н. Киселева. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007. - 89 с.

3. Эконометрика [Текст]: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / В. А. Валентинов. - М.: Дашков и К, 2007. - 446 с.: рис. - Библиогр.: с. 403 .

4. Эконометрика шаг за шагом [Текст] : учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / А. В. Аистов, А. Г. Максимов. – М.: ГУ ВШЭ, 2006. - 179 с.

5. Эконометрика [Текст] : учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко; под ред. Н.Ш. Кремера. - М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2003, 2007. - 312 с.

6. Эконометрика [Текст]: учебник / В. В. Домбровский; Федер. агентство по образованию, Нац. фонд подготовки кадров. - М.: Новый учебник, 2004. - 344 с.

7. Эконометрика [Текст]: учеб. пособие / С.Н. Ежеманская. - Ростов н/Д: Феникс, 2003. - 157 с.

8. Эконометрика [Текст]: учебник / А.И. Орлов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Экзамен, 2003. - 576 с.

9. Эконометрика [Текст]: учебник: Доп. Мин. обр. РФ / Н.П. Тихомиров, Е.Ю. Дорохина. - М.: Экзамен, 2003. - 511 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://informatka.ru/	Содержит справочный материал по различным разделам информатики.
2	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам отдельным темам и отраслям знаний
3	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов
4	Windows	Операционная система
5	Microsoft Office	Пакет прикладных программ
6	Statistica	
6	Statistica	

1.9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Класс ПЭВМ на базе процессора Intel Pentium.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ

2.1 Методические рекомендации по проведению лекционных занятий

Эконометрика – динамично развивающаяся наука, ее изучение постоянно сопровождается интересом, появлением новых методов и критериев. Эконометрика обеспечивает непрерывность и преемственность при изучении математических, статистических, информационных и экономических дисциплин.

Значение лекционных занятий по эконометрике обусловлено рядом причин:

- новый учебный материал в разных учебниках рассматривается с различных позиций с использованием отдельных методов;
- отдельные темы учебника трудны для самостоятельного изучения и требуют методической переработки лектором;
- лекция важна также в силу возможности личного эмоционального воздействия лектора на студентов с целью повлиять на формирование их взглядов.

Лекция представляет собой логическое изложение материала в соответствии с планом лекции, который сообщается студентам в начале каждой лекции, и имеет законченную форму, т. е. содержит пункты, позволяющие охватить весь материал, который требуется довести до студентов. Содержание лекции по эконометрике учитывает уровень подготовки студентов и обеспечивает непрерывность и преемственность при изучении математических, статистических, информационных и экономических дисциплин.

Требования к лекции:

- научность и информативность (современный научный уровень) предлагаемого в лекции материала;
- четкая структура раскрытия темы, последовательность изложения вопросов;
- доказательность и аргументированность, достигаемые логикой и теоретическим обоснованием положений лекции, а также достаточным количеством ярких и убедительных примеров;
- наличие нравственного, ценностного подхода при объективном освещении различных подходов, особенно по дискуссионным проблемам;
- активизация мышления слушателей путем постановки вопросов для размышления, формулирования по ходу лекции вопросов, обращенных к повторению фрагментов уже изученных тем;
- методическая обработка материала: выведение главных положений, подчеркивание основной мысли, формулирование выводов;
- ясный и доступный язык изложения, разъяснение вновь вводимых терминов и названий;

Лекция 1 носит вводный характер. Она знакомит студентов с целью и назначением курса, его местом и ролью в системе учебных дисциплин. В ней дается краткий обзор курса – вехи развития данной науки, имена наиболее известных ученых, структура науки в целом и, конкретно, изучаемого курса: определение эконометрики, место эконометрики в ряду математико-статистических и экономических дисциплин, теоретико-методологические, информационные и инструментальные основы эконометрики, понятие эконометрической модели, специфика эконометрической модели, виды переменных в эконометрических моделях, определение идентифицируемости модели, какие современные пакеты прикладных программ используются в эконометрических исследованиях и для решения каких задач. Во вводной лекции важно связать теоретический материал с практикой будущей работы специалистов.

Лекция 2 носит характер *обзорно-повторительного материала*, в которой должны найти отражение теоретические положения, составляющие научно-понятийную предпосылки данного курса, изучаемых ранее при изучении дисциплин «Математическая статистика и теория вероятности», «Общая статистика»: поле корреляции, расчет параметров парной линейной регрессии, оценка статистической значимости параметров уравнения парной регрессии, смысл коэффициента корреляции и его значимость.

Основная цель лекции 3 заключается в том, чтобы показать особенности построения *качественной модели* множественной регрессии. Спецификация модели включает два круга

вопросов: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии. В ходе лекции подробно рассматривается 1 признак спецификации, связанный с отбором факторов для включения их в уравнение регрессии. Факторы, включаемые в модель, должны отвечать следующим требованиям: должны быть количественно измеримы; не должны быть коррелированы, должны объяснять вариацию зависимой переменной, вносит вклад в совокупное воздействие факторов на моделируемый показатель. При оценки статистической надежности результатов регрессионного моделирования: коэффициента детерминации, числа степеней свободы для факторной и остаточной сумм квадратов, F-критерий Фишера и t-критерий Стьюдента необходимо опираться на уже имеющиеся знания студентов из курса «теория вероятности».

Краткие методические рекомендации по проведению лекции 4. Трудности в использовании модели множественной регрессии возникают при наличии мультиколлинеарности факторов, когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью. Наличие мультиколлинеарности факторов может означать, что некоторые факторы будут всегда действовать в унисон. Для выявления мультиколлинеарности изучаются новые для студента виды коэффициентов корреляции: множественный и частный.

Краткие методические рекомендации по проведению лекции 5. Для применения метода наименьших квадратов в модели множественной регрессии требуется, чтобы дисперсия остатков была гомоскедастичной. Это значит, что для каждого значения некоторого фактора остатки имеют одинаковую дисперсию. Если это условие не соблюдается, то имеет место гетероскедастичность. При наличии гетероскедастичности вносятся поправки в исходные переменные. При минимизации суммы квадратов отклонений отдельные слагаемые ее взвешиваются: наблюдениям с наибольшей дисперсией придается пропорционально меньший вес. В этом случае используется обобщенный метод наименьших квадратов, эквивалентный обычному МНК, примененному к преобразованным данным. В ходе лекции рассматриваются частные случаи обобщенной модели: гетероскедастичные некоррелированные регрессионные остатки, автокоррелированные регрессионные остатки.

Может оказаться необходимым включение в модель в качестве фактора атрибутивного признака, имеющего два или более качественных признаков (пол, образование и др.). Им присваиваются цифровые метки, после чего эти качественные переменные преобразуются в количественные, называемые фиктивными переменными. В ходе лекции 6 необходимо особое внимание уделить отличию теста Чоу от теста t-средних и областям его использования.

На лекции 7 рассматривается 2-ой признак спецификации, связанный с выбором вида уравнения модели. Особое внимание уделяется видам моделей, согласно знаниям теории экономического явления, определению коэффициентов эластичности по разным видам регрессионных моделей. Оценка параметров нелинейного уравнения множественной регрессии производится, как и в парной регрессии, методом наименьших квадратов. Значимость уравнения множественной регрессии в целом, так же как и в парной регрессии, оценивается с помощью F-критерия Фишера.

Краткие методические рекомендации по проведению лекции 8. Большая часть данных в области макроэкономики, финансов и торговли, а так же некоторые данные микроэкономики (панельные данные) имеют вид временных рядов. В курсе общей статистики студенты уже изучали понятие тренда, поэтому особое внимание следует обратить на сезонные колебания ряда. Построение модели временного ряда включает следующие шаги: выравнивание исходного ряда методом скользящей средней; расчет сезонной (циклической) компоненты; устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных; расчет значений трендовой составляющей; расчет сезонных составляющих; расчет ошибок и оценка качества, дальнейшему прогнозированию ряда. Следует отметить, что отбор наилучшего уравнения тренда, или аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени, производится перебором основных форм тренда, расчетом коэффициента детерминации и выбором уравнения с максимальным значением этого коэффициента. Реализация метода относительно проста при компьютерной обработке данных.

Краткие методические рекомендации по проведению лекции 9. Измерения тесноты связей между переменными, построения изолированных уравнений регрессии недостаточно для описания таких систем и объяснения механизма их функционирования. Практически изменение одной

переменной, как правило, влечет за собой изменения во всей системе взаимосвязанных признаков. Поэтому необходимо описание структуры связей между переменными системой одновременных уравнений, называемых также структурными уравнениями.

Системы уравнений в эконометрических исследованиях могут быть построены по-разному. Наиболее часто используют систему одновременных уравнений. Коэффициенты структурной модели системы одновременных уравнений могут быть оценены разными способами в зависимости от вида системы одновременных уравнений. Наибольшее распространение получили следующие методы оценивания коэффициентов структурной модели: косвенный метод наименьших квадратов; двухшаговый метод наименьших квадратов; трехшаговый метод наименьших квадратов.

2.2 Методические рекомендации по проведению практических занятий

Лекционный курс дисциплины сопровождается практическими занятиями. Теоретические знания, представления, образы должны быть прожиты. Афоризм одного из известных физиков М. Лауэ: знание есть то, что остается, когда все выученное уже забыто, характеризует важную роль практики.

Практические занятия должны проводиться в логичном единстве с теоретическим курсом, подкрепляя и уточняя понятийный аппарат, путем решения задач.

Каждый практическое занятие начинается с теоретического опроса необходимого материала и проверки домашнего задания. Далее на конкретных примерах рассматриваются способы применения тех теоретических знаний, которые были получены на лекции. При этом необходимо активизировать самостоятельную работу студентов. Задания и методические указания к ним выдаются студентам, каждый из которых выбирает оптимальный для себя темп работы. Преподавателю отводится роль консультанта и помощника. Задания, вызвавшие трудности у большинства студентов, разбираются на доске.

В конце занятия выдается домашнее задание, состоящее из теоретических вопросов, уяснение которых необходимо для следующего занятия и практических заданий по пройденному материалу.

2.3 Методические рекомендации по организации контроля знаний студентов

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется систематически: на лекциях при индивидуальном выполнении мини-практических заданий; на лабораторных занятиях по итогам выполнения работы; на практических занятиях по итогам контрольных и домашних работ.

Результаты текущего контроля служат основанием для прохождения студентом промежуточной аттестации. Итоговый контроль (зачет) по эконометрике выставляется при 100% выполнении текущих заданий по курсу и положительных ответах на зачете (не менее 75%).

2.4 Методические указания по выполнению домашних заданий

Внеаудиторная работа по информатике включает в себя:

совершенствование и закрепление теоретических знаний, полученных на лекционных, практических и лабораторных занятиях;

подведение итогов и оформление выводов по каждой лабораторной работе;

выполнение творческих работ, предусмотренных рабочей программой.

При выполнении домашней работы студенты могут использовать различные источники приобретения информации: конспекты лекций, учебно-методические материалы курса, ссылки на научную литературу в информационном пространстве Интернета и др.

3. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 Краткий конспект лекций

1. Предмет эконометрического анализа

План. Основные задачи эконометрики. Типы данных: пространственные данные, временные ряды. Типы моделей: модели временных рядов, регрессионные модели с одним уравнением, система линейных одновременных уравнений. Виды переменных в эконометрических моделях.

Эконометрика – это наука, которая дает количественное выражение взаимосвязей

экономических явлений и процессов на базе экономической теории, экономической статистики, математико-статистического инструментария.

Прикладное значение этой дисциплины состоит в том, что она является связующим звеном между экономической теорией и практикой. Эконометрика дает методы экономических измерений, методы оценки параметров моделей микро- и макроэкономики. Экономист, не владеющий этими методами, не может эффективно работать аналитиком. Менеджер, не понимающий значение этих методов, обречен на принятие ошибочных решений. Без эконометрических методов нельзя построить сколько-нибудь надежного прогноза, а значит под вопросом успех в банковском деле, финансах, бизнесе.

Основные задачи эконометрики — построение количественно определенных экономико-математических моделей, разработка методов оценки их параметров по статистическим данным и анализ их свойств.

Типы эконометрических данных.

1. *Кросс секционные (перекрестные)* данные представляют ситуацию в группе переменных в каждый отдельный момент времени.

2. Пространственные данные характеризуют ситуацию по конкретной переменной (или набору переменных), относящейся к пространственно разделенным сходным объектам в один и тот же момент времени.

3. Временные ряды отражают изменения (динамику) какой-либо переменной на промежутке времени.

Эконометрические модели. Можно выделить три основных класса моделей, которые применяются для анализа и прогнозирования экономических систем:

- модели временных рядов.
- регрессионные модели с одним уравнением.
- системы одновременных уравнений.

Все переменные любой эконометрической модели, в зависимости от конечных прикладных целей ее использования, принято делить на *экзогенные, эндогенные и предопределенные*.

Переменные, которые входят в эконометрическую модель, но рассматриваются как определенные независимо от моделируемого явления, называют экзогенными. Иными словами, экзогенные переменные заданы как бы «извне», автономно; в определенной степени это управляемые (планируемые) переменные. Их также называют независимыми переменными.

Если переменные определяются только явлением, для которого строится модель, то они называются эндогенными. Значения этих переменных формируются в процессе и внутри функционирования анализируемой социально-экономической системы, причем в существенной мере под воздействием экзогенных переменных и, конечно, во взаимодействии друг с другом. В эконометрической модели они являются предметом объяснения, и в этом смысле их иногда называют зависимыми (объясняемыми) переменными.

Переменные, выступающие в системе в роли факторов - аргументов, или объясняющих переменных называют предопределенными. Очевидно, множество предопределенных переменных формируется из всех экзогенных переменных (которые могут быть «привязаны» к прошлым, текущему или будущим моментам времени) и так называемых лаговых эндогенных переменных, т. е. таких эндогенных переменных, значения которых входят в уравнения анализируемой эконометрической системы измеренными в прошлые (по отношению к текущему) моменты времени, а, следовательно, являются уже известными, заданными.

2. Линейная модель множественной регрессии.

План. Регрессионный анализ и причинно-следственные отношения. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок МНК. Стандартизированные и нестандартизированные коэффициенты регрессии. Эконометрическая интерпретация линейной регрессии. Прогнозирование, доверительные интервалы прогнозирования.

Регрессионный анализ предназначен для исследования зависимости исследуемой переменной от различных факторов. В регрессионных моделях зависимая переменная Y может быть представлена в виде функции $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$, где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ - независимые переменные, или факторы.

В зависимости от количества факторов, включенных в уравнение модели, принято

различать парную и множественную регрессии.

Парная регрессия – уравнение связи двух переменных $y = \tilde{f}(x)$. Модель линейной парной регрессии имеет вид: $y = a + bx + \varepsilon$.

Множественная регрессия изучает связи между тремя и более связанными между собой переменными: результативного признака y и объясняющих переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ в виде $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Линейная множественная модель регрессии: $Y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + \varepsilon$.

В регрессионных моделях введены обозначения:

y – зависимая переменная (результативный признак),

x_i – независимая, объясняющая переменная (факторный признак),

a и b_i – параметры уравнения,

ε – случайный член.

К причинам возникновения случайного члена можно отнести:

1. Невключение объясняющих переменных. Т.е. существуют другие факторы, влияющие на y , которые не учтены в уравнении.

2. Неправильное описание структуры модели. Например, если зависимость относится к временным рядам, то значение y может зависеть не от фактического значения x , а от значения в предыдущем периоде.

3. Неправильная функциональная спецификация. Например, зависимость может не являться линейной, а быть более сложной – нелинейной.

4. Ошибки измерения.

Вариация каждого изучаемого признака находится в тесной связи и взаимодействии с вариацией других признаков, характеризующих исследуемое экономическое явление. С помощью корреляционного анализа решаются задачи отбора факторов, оказывающих существенное влияние на результативный признак, обнаружение ранее неизвестных причинных связей.

При проведении корреляционного анализа вся совокупность данных рассматривается как множество переменных, каждая из которых содержит n -наблюдений; x_{ik} – i -ое наблюдение k -ой переменной. Основными средствами регрессионного анализа данных являются:

- парные коэффициенты корреляции измеряют силу связи между двумя переменными;
- множественные коэффициенты корреляции определяют тесноту связи между одной переменной (чаще, результатом) с совокупностью остальных величин (чаще, факторов), включенных в анализ;
- частные коэффициенты корреляции определяют тесноту связи между двумя переменными при фиксировании влияния остальных величин.

Выборочный линейный парный коэффициент корреляции измеряет силу связи между двумя переменными:

$$r_{x,y} = \frac{Cov(X,Y)}{S_x \cdot S_y} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S_x \cdot S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ – выборочные средние переменных X и Y .

$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, $S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ – оценки дисперсий величин X и Y .

Коэффициент парной корреляции можно рассчитать:

$$r(y, x) = b \frac{S_x}{S_y}$$

Коэффициент корреляции принимает значение в интервале $[-1; +1]$. Если значение $r_{y,x}$ близко к нулю, связь между переменными слабая. Если случайные величины связаны

положительной корреляцией, это означает, что при возрастании одной случайной величины другая имеет тенденцию в среднем возрастать. При отрицательной корреляции возрастание одной случайной величины приводит в среднем к уменьшению другой.

Для множества m признаков n наблюдений получают матрицу коэффициентов парной корреляции R .

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & \dots & \dots & r_{mm} \end{pmatrix}$$

Тесноту совместного влияния нескольких факторов на результат оценивает коэффициент множественной корреляции, который объясняется аналогично парному коэффициенту корреляции.

Коэффициент множественной корреляции выражается через дисперсию:

$R_{yx_1x_2\dots x_n} = \sqrt{1 - \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_{\text{общ } y}^2}}$, где $S_{\text{ост}}^2$ – остаточная дисперсия модели, $S_{\text{общ } y}^2$ – общая дисперсия по Y .

Коэффициент множественной корреляции связан с коэффициентами парной корреляции:

$$R_{yx_1x_2\dots x_n} = \sqrt{\sum \beta_i \cdot r_{yx_i}} = \sqrt{\beta_1 \cdot r_{yx_1} + \beta_2 \cdot r_{yx_2} + \dots + \beta_n \cdot r_{yx_n}}.$$

Метод наименьших квадратов (МНК) наиболее простой и точный метод оценки параметров регрессии.

Графически задача построения парной линейной регрессии сводится к построению прямой $\hat{y} = a + bx$ в наибольшей степени соответствующей точкам наблюдений.

Линия регрессии строится так, чтобы отклонения между реальными y_i и прогнозными $\hat{y}_i$ значениями были минимальными.

Один из методов вычисления коэффициентов a и b является МНК, минимизирующий сумму квадратов отклонений: $S = \sum_{i=1}^n e_i^2 \rightarrow \min$

Свойства оценок МНК классической линейной модели множественной регрессии (КЛММР).

Оценки параметров являются *несмещенными*, т.е. математическое ожидание оценок параметров равно истинному значению параметров. В частности для парной регрессии:

$$E(a) = a \text{ и } E(b) = b.$$

Оценки *состоятельны*, если дисперсия оценки параметра стремится к нулю с возрастанием n . Для парной регрессии это свойство записывается:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_a^2 = 0 \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_b^2 = 0.$$

Оценки являются *эффективными*, если имеют минимальную дисперсию по сравнению с любыми другими оценками этого параметра.

Стандартизированные и нестандартизированные коэффициенты множественной регрессии.

Уравнение регрессии в натуральном масштабе $Y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + \varepsilon$
 в стандартизированном масштабе преобразуется: $Y^0 = \beta_1x_1^0 + \beta_2x_2^0 + \dots + \beta_nx_n^0 + \varepsilon$, где

$$b_i = \beta_i \frac{S_y}{S_{xi}}.$$

β_i -коэффициент уравнения регрессии в стандартизированном масштабе показывает, на сколько сигм в среднем изменится результат, если соответствующий ему фактор x_i изменится на одну сигму при неизменном среднем уровне других факторов. Достоинством стандартизированных коэффициентов регрессии β_i является возможность сравнивать их между собой. Сравнивая их друг с другом, можно ранжировать факторы по силе их воздействия на результат. Стандартизированные коэффициенты используются при отсеивании факторов – из модели исключаются факторы с наименьшим значением β_i .

Эконометрическая интерпретация линейной регрессии заключается в экономическом объяснении коэффициентов модели.

Величина коэффициента b показывает на сколько единиц увеличится результат y при увеличении факторной переменной x на 1 единицу.

Коэффициент a не имеет четкого экономического объяснения. Если $a < 0$, то результат изменяется быстрее фактора. Если $a > 0$, то результат изменяется медленнее фактора.

Коэффициент эластичности Θ показывает на сколько % изменится в среднем результат, если фактор изменится на 1 %.

$$\Theta = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}.$$

Прогнозирование, доверительные интервалы прогнозирования. Регрессионные модели могут быть использованы для прогнозирования возможных ожидаемых значений зависимой переменной.

Точечный прогноз переменной y получается при подстановке в уравнение регрессии ожидаемой величины факторов $x_1, x_2, \dots, x_m$.

$$\hat{y}_{прог} = a + b_1x_{1прогн} + \dots + b_mx_{mпрогн}$$

Значение независимой переменной $x_{i прогн}$ не должно значительно отличаться от размаха выборки $[x_{i min}; x_{i max}]$.

Стандартная ошибка оценки прогноза рассчитывается по формуле:

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n - k - 1}}$$

где n - объем выборки;

k – количество факторов, включенных в модель.

Доверительные интервалы прогнозирования зависят от стандартной ошибки прогнозирования, удаления $x_{прогн}$ от своего среднего значения $\bar{x}$, количества наблюдений n и уровня значимости прогноза α .

Линейные эконометрические модели в настоящее время наиболее распространены. Данный выбор объясняется относительной простотой построения уравнения зависимости; экономической интерпретации модели; меньшим риском значительной ошибки прогноза.

3. Показатели качества регрессии.

План. Оценка дисперсии (ESS, RSS, TSS). Коэффициенты детерминации R^2 и R^2_{adj} . Надежность уравнения (F-статистика). Статистическая значимость коэффициентов регрессии (Т-статистика).

Качество модели регрессии связывают с адекватностью модели наблюдаемым данным. Проверка соответствия модели регрессии наблюдаемым данным проводится на основе анализа остатков - ε_i .

Оценка дисперсии остатков. При анализе качества модели регрессии используется основное положение дисперсионного анализа, согласно которому общая сумма квадратов отклонений зависимой переменной от среднего значения $\bar{y}$ может быть разложена на две составляющие — объясненную и необъясненную уравнением регрессии дисперсии:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

где $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ - общая сумма квадратов отклонений TSS (Total Sum of Square)

$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y})^2$ - объясненная регрессией доля суммы квадратов отклонений RSS (Regression

Sum of Square)

$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ - объясненная регрессией доля суммы квадратов отклонений RSS (Regression

Sum of Square)

Коэффициент детерминации R^2 оценивает долю объясненной части дисперсии и равен квадрату коэффициента множественной корреляции:

$$R^2 = RSS/TSS \text{ или } R^2 = R^2_{yx1...xm}.$$

Коэффициент детерминации изменяется от 0 до 1. R^2 показывает сколько процентов вариации результата объясняется включенными в модель переменными. Например, $R^2=0,77$. Объясненная часть дисперсии -77%, остаточная дисперсия – 23%. $R^2=77\%$, т.е. переменные x_1, x_2 объясняют 77% вариации результата y , на долю невключенных в модель переменных остается 23%. Это свидетельствует о хорошем качестве полученной модели.

Фактически, чем больше переменных включено в модель, тем большую часть вариации результата они объясняют. Поэтому, удаление незначимой переменной приводит в незначительному (1-3%) уменьшению R^2 .

Для устранения зависимости коэффициента детерминации от количества переменных используется скорректированный (adjusted) коэффициент детерминации R^2_{adj} , содержащий поправку на число степеней свободы и рассчитывается по формуле:

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1},$$

где n – число наблюдений, m – число независимых переменных.

Скорректированный коэффициент детерминации дает более точную оценку доли объясненной части дисперсии.

F-статистика оценивания качества уравнения регрессии состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии и показателя R^2 .

H_0 : $b_1=b_2=\dots=b_n=0$ (все коэффициенты регрессии равны нулю)

H_a : $b_1 \neq b_2 \neq \dots \neq b_n \neq 0$ (не все коэффициенты регрессии равны нулю)

Для этого выполняется сравнение фактического $F_{факт}$ и критического (табличного) $F_{табл}$ значений. F-критерия Фишера. $F_{факт}$ определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{факт} = \frac{\frac{SSR}{m}}{\frac{SSE}{n-m-1}} = \frac{R^2}{1-R^2} (n-2)$$

$F_{табл}$ - это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α . Обычно α принимается равной 0.05 или 0.01.

$$F_{табл} = F_{1-\alpha}(m, n - m - 1).$$

$F_{табл}$ находится по таблице распределения Фишера. Если $F_{табл} < F_{факт}$, то гипотеза H_0 - гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если же $F_{табл} > F_{факт}$, то гипотеза H_0 не отклоняется.

Например, для модели $y=a+b_1x_1+b_2x_2$, $n=40$, пусть $R^2 = 0,77$.

$$F_{факт} = \frac{0,77}{1-0,77}(40-2) = 127,2.$$

$$F_{табл} = F_{0,95}(2,37) = 3,23$$

$F_{табл} < F_{факт}$ показывает статистическую значимость коэффициентов, т.е. надежность уравнения модели.

Для оценки статистической значимости коэффициентов регрессии рассчитываются t-критерий Стьюдента и доверительные интервалы для каждого показателей. Выдвигается гипотеза H_0 о случайной природе показателей, т.е. о незначимом их отличии от нуля.

H_0 : $b_i=0$ (коэффициент регрессии равен нулю)

H_a : $b_i \neq 0$ (коэффициент регрессии не равен нулю)

Оценка значимости коэффициентов регрессии с помощью t-критерия Стьюдента проводится путем сопоставления их значений с величиной случайной ошибки:

$$t_b = \frac{b}{m_b}, \quad t_a = \frac{a}{m_a}, \quad t_r = \frac{r}{m_r}.$$

Случайные ошибки параметров линейной регрессии и коэффициента корреляции определяются по формулам:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum(y - \tilde{y})^2 / (n - 2)}{\sum(x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{S_{оцм}^2}{\sum(x - \bar{x})^2}} = \frac{S_{оцм}}{S_x \sqrt{n}},$$

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum(y - \tilde{y})^2 \cdot \sum x^2}{(n - 2) \cdot n \cdot \sum(x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{S_{оцм}^2 \cdot \sum x^2}{n^2 \sigma_x^2}} = \frac{S_{оцм} \cdot \sqrt{\sum x^2}}{S_x n},$$

Сравнивая $t_{табл}$ и $t_{факт}$ принимаем или отвергаем гипотезу H_0 .

Рассмотрение оценки качества модели не ограничивается перечисленными показателями. Для получения качественной модели, удовлетворяющим условиям КЛММР необходимо отсутствие мультиколлинеарности и гетероскедастичности модели

4. Мультиколлинеарность

План. Понятие коллинеарности и ее виды. Причины возникновения мультиколлинеарности и ее последствия. Оценки коэффициентов в случае коллинеарности. Методы выявления мультиколлинеарности, коэффициенты частной корреляции. Корректирующие процедуры.

Введение. Основной проблемой, возникающей при построении многофакторных моделей, является наличие мультиколлинеарности. Согласно условиям КЛММР объясняющие переменные модели $x^1, x^2, \dots, x^m$ не должны иметь тесную линейную зависимость.

Понятие коллинеарности и ее виды. Коллинеарность - взаимозависимость объясняющих переменных модели. Коллинеарность бывает полная и частичная.

Объясняющие переменные модели ($x(1), x(2), \dots, x(m)$) характеризуются свойством полной мультиколлинеарности, если существует линейная функциональная связь (т. е. значения по меньшей мере одной из них могут быть выражены в виде линейной комбинации наблюдаемых значений остальных переменных).

В модели $Y=a+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+\dots+b_mx_m+\epsilon$ имеется полная мультиколлинеарность, если, например, $x_1=x_2+x_3$.

В практике статистических исследований полная мультиколлинеарность встречается достаточно редко, так как ее несложно избежать уже на предварительной стадии анализа и отбора

множества объясняющих переменных.

Реальная (частичная) мультиколлинеарность возникает в случаях существования достаточно тесных линейных статистических связей между объясняющими переменными. О наличии мультиколлинеарности судят в основном по матрице парных коэффициентов корреляций между факторами модели. Если коэффициенты парной корреляции этой матрицы превышают величину 0,7, то считается, что модель приходится строить в условиях мультиколлинеарности.

	y	x1	x2	x3
y	1			
x		1	0,84	0,03
z			1	-0,21
m				1

Последствия мультиколлинеарности:

✓ некоторые из оценок коэффициентов b_i имеют неправильные с точки зрения экономической теории знаки или неоправданно большие по абсолютной величине значения – оценки коэффициентов получаются смещенными;

✓ небольшое изменение исходных статистических данных (добавление или изъятие небольшой порции наблюдений) приводит к существенному изменению оценок коэффициентов модели, вплоть до изменения их знаков;

✓ большинство или даже все оценки коэффициентов регрессии оказываются статистически незначимы (при проверке с помощью t- и F-критериев) при значении R^2 близком к 1.

Устранение мультиколлинеарности. При мультиколлинеарности происходит дублирование информации, доставляемой сильно взаимозависимыми переменными-факторами. Для устранения мультиколлинеарности осуществляется отбор наиболее существенных объясняющих переменных модели, т.е. переход от исходного числа m анализируемых показателей $x_1, x_2, \dots, x_m$ к существенно меньшему числу m' наиболее информативных переменных.

Частный коэффициент корреляции оценивает меру влияния фактора на результат при фиксированном влиянии других факторов модели.

$$r_{yx_1, x_2 x_3 x_4} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 x_3 x_4}^2}{1 - R_{yx_2 x_3 x_4}^2}}$$

Частный коэффициент корреляции, так же как и парный коэффициент корреляции изменяется от -1 до $+1$.

Возможна следующая ситуация:

Фактор	Парная корреляция	Межфакторная зависимость	Частная корреляция
X1	$r(y, x_1) = 0,8$	$r(x_1, x_2) = 0,75$	$r(yx_1, x_2 x_3) = 0,9$
X2	$r(y, x_2) = 0,8$	$r(x_2, x_3) = 0,3$	$r(yx_2, x_1 x_3) = 0,3$
X3	$r(y, x_3) = 0,8$	$r(x_1, x_3) = 0,5$	$r(yx_3, x_1 x_2) = 0,75$
Вывод	Все факторы сильно влияют на результат	Между факторами x_1 и x_2 имеется мультиколлинеарность. В модели следует оставить одну из переменных x_1 или x_2 .	x_1 сильнее x_2 влияет на результат. x_2 дублирует x_1 .

Метод пошагового отбора переменных – наиболее распространенный и эффективный метод отбора наиболее значимых коэффициентов регрессии. Метод имеет два варианта реализации:

✓ последовательного наращивания («присоединения») переменных;

✓ последовательного исключения («удаления») переменных.

Метод пошагового отбора переменных исключения переменных заключается в следующем:

1) На первом шаге в модель включаются все переменные ($k_1 = m$). Согласно анализу частных коэффициентов корреляции, β -коэффициентов, статистики Стьюдента определяется самая незначимая переменная. Выписывается R^2 , F.

2) На каждом следующем шаге из модели исключают по одной незначимой переменной ($k_i = k_{i-1} - 1$). Для каждой модели выписывают R^2_{agi} , F.

3) Переменные исключают до тех пор пока в модели не останутся только значимые переменные, согласно t-статистики.

4) Окончательная модель выбирается с максимальными коэффициентом детерминации и статистикой Фишера при значимых коэффициентов модели.

Метод пошагового отбора переменных наращиванием переменных на первом шаге из всех m -переменных находится одна наиболее информативная переменная, которая не включается в уравнение на следующем шаге, на втором шаге из всех $m-1$ переменных находится вторая информативная переменная и т.д.

Метод всех возможных регрессий решается следующим образом: для заданного значения k ($k = 1, 2, \dots, m$) путем полного перебора всех возможных комбинаций из m объясняющих переменных определяются наиболее значимые переменные, для которых коэффициент детерминации с результирующим показателем y был бы максимальным.

Каким бы способом ни проводился отбор объясняющих переменных, качество регрессионной модели улучшается с уменьшением числа переменных, включенных в модель.

5. Линейные регрессионные модели с гетероскедастичными и автокоррелированными остатками.

План. Природа гетероскедастичности. МНК-оценки в случае гетероскедастичности. Выявление гетероскедастичности. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК). Автокорреляция, методы выявления автокорреляции.

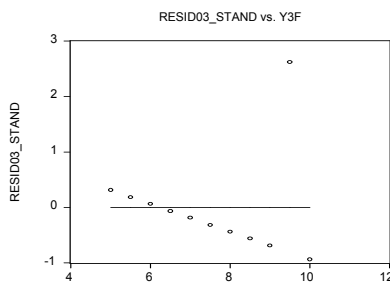
Введение. Согласно общим предположениям регрессионного анализа, в КЛММР $y_i = b_1 x_{i1} + \dots + b_m x_{im} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$ остатки $e_i = y_i - \hat{y}_i, i = 1, \dots, n$ должны вести себя как независимые одинаково распределенные случайные величины: $E(e_i) = 0, i = 1, \dots, n$ - иметь нулевые математические ожидания, $D(e_i) = \sigma^2, i = 1, \dots, n$, - иметь постоянную дисперсию

В классических методах регрессионного анализа предполагается также нормальный закон распределения остатков.

Природа гетероскедастичности. Модели, в которых выполняются правила независимости остатков согласно требованиям КЛММР, называются гомоскедастичными.

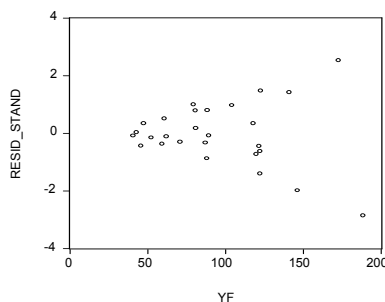
Исследование остатков полезно начинать с изучения их графика. Существуют три довольно распространенных дефекта модели:

1) *Выбросы* — наличие отдельных наблюдений, существенно влияющих на наклон и положение подбираемой прямой.

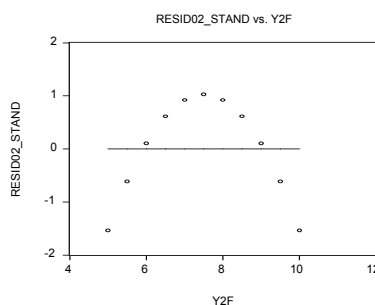


Присутствие выбросов может грубо исказить значения оценок. Устранение эффектов выбросов может проводиться с помощью удаления этих точек из анализируемых данных. Эта процедура называется *цензурированием*.

2) *Неоднородность дисперсий* (heteroscedasticity), например, в форме той или иной функциональной зависимости $D(\varepsilon_i)$ от величины x_i . Согласно графику наблюдается возрастание дисперсий ошибок с ростом значений фактора x_i .



3) *Неправильная спецификация модели* выбора уравнения регрессии приводящая к нарушению соотношения $E(\varepsilon_i) \equiv 0$.



Для выполнения условия независимости остатков необходимо построение нелинейной модели регрессии.

Выявление гетероскедастичности. К настоящему времени предложено большое число статистических процедур, позволяющих обнаружить гетероскедастичность: тест Голдфелда-Квандта, тест Бреуша-Погана, тест Уайта и тест Глейзера.

Тест Голдфелда-Квандта (1965 г.). Метод состоит в оценке двух линий регрессии методом наименьших квадратов. Тест состоит из следующих действий:

Расположить данные в порядке возрастания величины x , пропорционально которой изменяется стандартное отклонение случайного члена.

Исключить средние наблюдения, например, 1/4 всех наблюдений.

Оценить две регрессии. Первая из них использует наименьшие значения переменной x , вторая – наибольшие значения этой переменной. Каждая из регрессий построена на $(n-d)/2$ наблюдениях с $[(n-d)/2]-2$ степенями свободы.

Вычислить сумму квадратов остатков для каждой из регрессий: ESS1 для малых значений x , и ESS2 для больших x .

В предположении, что ошибки имеют нормальное распределение, статистика $ESS2/ESS1$ будет иметь F-распределение с $(n-d-4)/2$ степенями свободы. Мы опровергаем гипотезу о гомоскедастичности в выбранном уровне значимости, если вычисленная статистика превышает соответствующее критическое значение F-распределения.

Для устранения гетероскедастичности чаще всего используется обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК).

Автокорреляция - гетероскедастичность остатков во временных рядах. Остаток e_i есть разница между реальными и прогнозными значениями: $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

Для выявления автокорреляции остатков используется критерий Дарбина-Уотсона: $DW \approx 2 \cdot (1 - r_{e1})$. Корреляция остатков первого уровня:

$$r_{e1} = \frac{\sum_{i=2}^n e_i * e_{i-1}}{\sum_{i=2}^n e_i^2}.$$

По таблице значений Дарбина-Уотсона находятся DW нижней и верхней границы. Например, при числе наблюдений $n=14$, количестве объясняющих переменных $k=3$ и уровне значимости 0,05 $d_n=0,82$ и $d_b=1,75$.

Гетеро-	Обл. неопр.	Гомоскедастичность	Обл.неопр.	Гетеро-
0	d_n	d_b	2	4- d_b
0,82	1,4	1,75	2,25	3,18

При критерии DW=1,4 попадает в зону неопределенности, значит невозможно достоверно отвергнуть зависимость остатков 1 уровня при уровне значимости 0,05.

6. Регрессионные модели с переменной структурой

План. Спецификация модели. Понятие фиктивных переменных. Тест Чоу для выявления переменной структуры. Правило для использования фиктивных переменных

Под спецификацией модели подразумевается построение такой эконометрической модели, которая удобна для проведения анализа. Правильно специфицированное уравнение регрессии верно отражает соотношения между экономическими показателями, участвующими в модели.

Неправильный выбор функциональной формы уравнения или набора объясняющих переменных называется ошибками спецификации. Рассмотрим основные типы ошибок спецификации.

В модели отсутствуют значимые переменные.

В модель включены несущественные переменные.

Выбор неправильной функциональной формы.

Ошибки спецификации допускаются в основном из-за поверхностных знаний об исследуемом экономическом объекте либо из-за погрешностей сбора и обработки статистических данных при построении уравнения регрессии. Важно уметь обнаружить и исправить эти ошибки.

Правильный выбор функциональной формы модели осуществляется при согласовании эмпирических данных с теорией. Однако чем сложнее форма модели, тем менее интерпретируемы ее параметры.

Рассмотрим способ обнаружения несущественной переменной в модели на примере.

Пусть теоретическая модель имеет вид:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (1)$$

Исследователь заменяет ее более сложной моделью, добавляя новую переменную x_3 :

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon \quad (2)$$

Для ответа на вопрос является ли переменная x_3 существенной необходимо сравнить следующие характеристики моделей:

а) Скорректированный коэффициент детерминации R_{adj}^2 .

Коэффициент детерминации R^2 показывает долю дисперсии объясненную регрессией. Чем больше факторов включается в модель, тем большая часть дисперсии объясняется, поэтому при включении даже несущественной переменной можно заметить увеличение коэффициента детерминации R^2 . Для устранения этого эффекта при анализе переменных используют скорректированный коэффициент детерминации:

$$R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k - 1}, \text{ где } n - \text{ количество наблюдений, } k - \text{ количество объясняющих переменных.}$$

R_{adj}^2 корректируется в сторону уменьшения с ростом числа объясняющих переменных и увеличивается при добавлении новой переменной только тогда, когда добавленная переменная является значимой.

б) Статистика Фишера (F – статистика).

F – статистика позволяет проверить гипотезу об обоснованности включения новых переменных в модель.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0, \beta_3 \neq 0$$

Нулевая гипотеза принимается в том случае если расчетное значение F – статистики меньше соответствующего критического значения статистики Фишера, найденного по таблице

критических точек распределения. Чем больше наблюдаемое значение F - статистики, тем более значима вся совокупность параметров регрессии.

Итак, если при включении переменной x_3 F – статистика увеличивается, то эту переменную можно считать существенной.

в) Среднее квадратическое отклонение σ .

Среднее квадратическое отклонение показывает среднюю величину отклонения реальных значений от линии регрессии. Чем меньше отличаются эмпирические и теоретические значения, тем меньше значение σ и качественнее модель.

С добавлением значимой переменной в модель значение σ уменьшается.

Итак, если переменная x_3 значима, то в первой модели имеем неверную спецификацию.

Оценки параметров β_1, β_2 будут смещены от истинного значения.

Если в уравнении регрессии имеется несущественная переменная, то она обнаружит себя по низкой t – статистике. В дальнейшем эту переменную следует исключить из рассмотрения. Однако добавлять и исключать переменные целесообразно по одной и сравнивать качество полученных уравнений регрессии. При сравнении качества двух моделей обязательным является требование, чтобы зависимая переменная была представлена в одной и той же форме и число наблюдений для обеих моделей было одинаковым.

Наиболее часто в эконометрике используются количественные переменные, измеренные в некотором числовом интервале. Вместе с тем может оказаться необходимым включение фиктивных переменных, имеющих два и более качественных уровня. Это могут быть такие фиктивные переменные как, пол, профессия, образование и др. Шкала наименований фиктивных переменных переводится в порядковую шкалу.

Тест Чоу. При более детальном изучении модели на этапе спецификации требуется определить, совпадают ли уравнения регрессии для отдельных групп наблюдений. Распространенным тестом для проверки данной гипотезы является тест Чоу, суть которого состоит в следующем:

Пусть имеются две выборки объема n_1 и n_2 . Для каждой из этих выборок оценено уравнение вида:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n - \text{для } n_1$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n - \text{для } n_2$$

Проверяется нулевая гипотеза о равенстве друг другу соответствующих коэффициентов регрессий, т.е. другими словами будет ли уравнение регрессии одним и тем же для обеих выборок.

$$H_0 : \alpha_0 = \beta_0; \alpha_1 = \beta_1; \alpha_2 = \beta_2; \dots; \alpha_n = \beta_n.$$

$$H_1 : \alpha_0 \neq \beta_0; \alpha_1 \neq \beta_1; \alpha_2 \neq \beta_2; \dots; \alpha_n \neq \beta_n.$$

Для проверки нулевой гипотезы используется F - статистика:

$$F_{\text{набл.}} = \frac{ESS_0 - ESS_1 - ESS_2}{ESS_1 + ESS_2} \cdot \frac{n_1 + n_2 - 2k - 2}{k + 1}, \text{ где}$$

ESS_1, ESS_2 - доли дисперсии необъясненные регрессиями, построенными для выборок объемов n_1 и n_2 соответственно;

k – количество независимых переменных, входящих в уравнение.

ESS_0 - доля дисперсии необъясненная регрессией, построенной для объединенной выборки объема ($n_1 + n_2$).

По таблице Фишера определяется $F_{\text{крит.}}$, которое имеет следующие степени свободы $v_1 = k + 1$ $v_2 = n_1 + n_2 - 2k - 2$.

Строим доверительные интервалы и выделяем область принятия нулевой гипотезы при заданном уровне значимости α .

Если $F_{набл.}$ близка к нулю, то это означает, что коэффициенты регрессии совпадают и нецелесообразно рассматривать две различные регрессии для двух групп наблюдений. В противном случае, говорят о наличии структурного сдвига в модели и используют для прогнозирования модели для подвыборок.

7. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация.

План. Два класса нелинейных регрессий, виды уравнений нелинейных регрессий. Интерпретация коэффициентов нелинейной регрессии, коэффициент эластичности. Линеаризация нелинейных моделей.

Введение. Соотношения между социально-экономическими явлениями и процессами далеко не всегда можно выразить линейными функциями. При изучении зависимости между двумя переменными графический анализ зависимости наглядно показывает наилучший вид уравнения регрессии.

Классификация нелинейных моделей включает два класса регрессий:

1) нелинейных по объясняющим переменным, например,

➤ Параболическая: $y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1^2 + \dots + \alpha_n x_n^2$.

$$y = \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{x_1} + \dots + \frac{\alpha_n}{x_n}$$

➤ Гиперболическая:

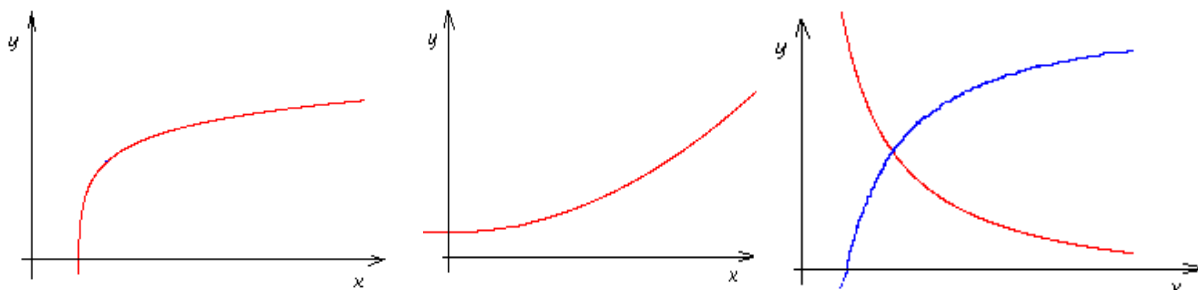
2) нелинейных по параметрам, например,

➤ Степенная: $y = \alpha_0 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$.

➤ Экспоненциальная: $y = e^{\alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n}$.

Примером нелинейной регрессии является производственная функция Кобба-Дугласа, показывающая зависимость реального объема выпуска Y от капитальных затрат K и затрат труда L : $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$.

Графическое представление нелинейных моделей. Для простоты изложения ограничимся моделями парной нелинейной регрессии. При визуализации данных на корреляционном поле возможны следующие результаты:



1. Логарифмические модели.

– $\ln Y = b_0 + b_1 \cdot \ln X + \varepsilon$ - двойная логарифмическая модель

коэффициент b в данной модели определяет эластичность переменной Y по переменной X , т.е. процентное изменение Y для данного процентного изменения X .

– $\ln y = a + b \cdot x + \varepsilon$ - лог-линейная модель, используется, например, при исследовании зависимости прироста объема выпуска от относительного увеличения затрат ресурса. Коэффициент b в данной модели имеет смысл темпа прироста переменной y по переменной x , т.е. характеризует отношение относительного изменения y к абсолютному изменению x .

– $y = a + b \cdot \ln x + \varepsilon$ - линейно-логарифмическая модель, используется, например, когда необходимо исследовать влияние процентного изменения независимой переменной на абсолютное изменение результата. Коэффициент b определяет изменение переменной y вследствие единичного относительного прироста x , например, если y – валовой национальный продукт, а x – денежная масса, то с увеличением предложения денег на 1 % ВВП в среднем вырастет на b единиц.

2. Степенная модель как двойная логарифмическая.

$y = ax^b$ - отражает, например, зависимость спроса y на благо от его цены или от дохода x . Данная регрессия, путем математических преобразований сводится к двойной логарифмической модели. Коэффициент b является коэффициентом эластичности переменной y по переменной x .

3. Полиномиальная модель.

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_k X^k$ - большое применение имеет при анализе временных рядов. Однако, при $k = 2$ парабола может отражать зависимость между расходами на рекламу (x) и прибылью (y); при $k = 3$ кубическая функция моделирует зависимость общих издержек (y) от объема выпуска (x).

4. Гиперболическая модель как линейно-логарифмическая

$y = a + b \cdot \frac{1}{x} + \varepsilon$ - применяется, когда неограниченное увеличение значений объясняющей

переменной x асимптотически приближает зависимую переменную y к некоторому пределу a .

Экономическую интерпретацию имеет a .

Например, кривая Филипса $Y = 0,0068 + 0,1842/x$, где X - уровень безработицы, Y - ежегодный % прироста зар. платы имеет обратную зависимость ($b > 0$), при $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow a$ (нижняя асимптота). С ростом уровня безработицы X прирост зар. платы отсутствует $Y \rightarrow 0$ ($a = 0,00679$).

В модели $Y = 0,86 - 0,12/X$, где Y - доля расходов на непродов. товары, X - общая сумма доходов наблюдается прямая зависимость ($b < 0$), медленно повышающая функция с верхней асимптотой при $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow a$ (максимальный предел). Увеличение доходов приводит к увеличению расходов на непродовольственные товары, но не более 86% от общей суммы дохода.

Подобная регрессия может отражать зависимости между объемом выпуска (x) и средними фиксированными издержками (y), между доходом (x) и спросом (y) на товары первой необходимости или предметы относительной роскоши (функция Торнквиста), между уровнем безработицы (x) и изменением заработной платы (y).

5. Показательная модель как лог-линейная.

$y = a \cdot e^{b \cdot x}$ - используется чаще всего для анализа изменения переменной y с постоянным темпом прироста во времени. Переменная x заменяется на t , а модель используется при анализе временных рядов. Коэффициент b показывает темп прироста переменной y во времени. Показательная модель путем логарифмирования сводится к лог-линейной модели.

Линеаризация нелинейной регрессии МНК. Одним из недостатков метода наименьших квадратов является то, что он может быть применен только к линейным уравнениям вида: $y = \alpha + \beta x$.

1. Регрессии, нелинейные по объясняющим переменным линеаризуются. Например, $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$ - гипербола, обратная зависимость между x и y . Введем промежуточную переменную $z = 1/x$. Модель примет вид линейной регрессии $y = a + bz$, к которой можно применить МНК.

2. Регрессии, нелинейные по параметрам, приводятся к одному из виду логарифмической функции, которые в свою очередь линеаризуются.

Рассмотрим функцию $y = \alpha x^\beta$ (это степенная функция). Обнаружим, что соотношение $y = \alpha x^\beta$ может быть преобразовано в линейное уравнение путем использования логарифмов. Прологарифмируем обе части этого тождества: $\ln y = \ln \alpha x^\beta = \ln \alpha + \beta \ln x$.

Заменим $\ln y = y'$, $\ln x = x'$, $\ln \alpha = \alpha'$, тогда $y' = \alpha' + \beta x'$, т.е. получим линейную функцию. Для перехода к прежним переменным: $\alpha' \Leftrightarrow \ln \alpha$, $e^{\alpha'} \Leftrightarrow \alpha$ - оценка α . Таким образом, $\tilde{y} = ax^b = e^{\alpha'} x^{\beta}$.

Теоретически возможно построение более сложных нелинейных уравнений регрессий. Однако, такие уравнения не нашли своего применения в эконометрике в связи со сложностью экономической интерпретации показателей модели и графическим анализом зависимости.

8. Система линейных одновременных уравнений.

План. Общее понятие о системах уравнений. Системы независимых уравнений, системы совместных уравнений. Структурная и приведенная формы эконометрической модели. Проблема

идентификации при переходе приведенной формы к структурной форме модели. Оценивание параметров структурной модели. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК.

Сложные экономические процессы описывают с помощью системы взаимосвязанных (одновременных) уравнений. Каждая система уравнений содержит эндогенные и экзогенные переменные. Эндогенные переменные – взаимозависимые переменные, которые определяются внутри модели (системы). Экзогенные переменные – независимые переменные, которые определяются вне системы. Предопределенные переменные – экзогенные и лаговые (за предыдущие моменты времени) эндогенные переменные системы.

Виды систем уравнений.

Система независимых уравнений – каждая зависимая переменная y рассматривается как функция одного и того же набора факторов x :

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1m} \cdot x_m + e_1, \\ y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2m} \cdot x_m + e_2, \\ \dots \\ y_n = a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nm} \cdot x_m + e_n, \end{cases}$$

Система рекурсивных уравнений – зависимая переменная одного уравнения выступает в виде фактора в другом уравнении:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1m} \cdot x_m + e_1, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2m} \cdot x_m + e_2, \\ y_3 = b_{31} \cdot y_1 + b_{32} \cdot y_2 + a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + \dots + a_{3m} \cdot x_m + e_3, \\ \dots \\ y_n = b_{n1} \cdot y_1 + b_{n2} \cdot y_2 + \dots + b_{nn-1} \cdot y_{n-1} + a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nm} \cdot x_m + e_n, \end{cases}$$

Система совместных уравнений – одни и те же переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других – в правую:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} \cdot y_2 + b_{13} \cdot y_3 + \dots + b_{1n} \cdot y_n + a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1m} \cdot x_m + e_1, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + \dots + b_{2n} \cdot y_n + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2m} \cdot x_m + e_2, \\ \dots \\ y_n = b_{n1} \cdot y_1 + b_{n2} \cdot y_2 + \dots + b_{nn-1} \cdot y_{n-1} + a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nm} \cdot x_m + e_n, \end{cases}$$

Такая система уравнений называется *структурной формой* модели. Коэффициенты a и b при переменных – структурные коэффициенты модели.

Система линейных функций эндогенных переменных от всех предопределенных переменных системы – приведенная форма модели:

$$\begin{cases} \tilde{y}_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \dots + \delta_{1m} \cdot x_m, \\ \tilde{y}_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \dots + \delta_{2m} \cdot x_m, \\ \dots \\ \tilde{y}_n = \delta_{n1} \cdot x_1 + \delta_{n2} \cdot x_2 + \dots + \delta_{nm} \cdot x_m \end{cases}$$

где δ – коэффициенты приведенной формы модели.

Необходимое условие идентификации – выполнение счетного правила:

$D+1=H$ – уравнение идентифицируемо;

$D+1<H$ – уравнение неидентифицируемо;

$D+1>H$ – уравнение сверхидентифицируемо;

где H – число эндогенных переменных в уравнении, D – число предопределенных переменных, отсутствующих в уравнении, но присутствующих в системе.

Достаточное условие идентификации – определитель матрицы, составленной из коэффициентов при переменных, отсутствующих в исследуемом уравнении, не равен нулю, и ранг этой матрицы не менее числа эндогенных переменных системы без единицы.

Для решения идентифицируемого уравнения применяется косвенный метод наименьших квадратов, для решения сверхидентифицируемых – двухшаговый метод наименьших квадратов.

Косвенный МНК состоит в следующем:

- Составляют приведенную форму модели и определяют численные значения параметров ее уравнения обычным МНК;
- Путем алгебраических преобразований переходят от приведенной формы к уравнениям структурной формы модели, получая тем самым численные оценки структурных параметров.

Двухшаговый МНК заключается в следующем:

- Составляют приведенную форму модели и определяют численные значения параметров каждого ее уравнения обычным МНК;
- Выявляют эндогенные переменные в правой части структурного уравнения, параметры которых определяют двухшаговым МНК, находят расчетные значения по уравнениям приведенной формы модели;
- Обычным МНК определяют параметры структурного уравнения, используя в качестве исходных данных фактические значения предопределенных переменных и расчетные значения эндогенных переменных, стоящих в правой части данного структурного уравнения.

9. Временные ряды.

План. Характеристика модели временного ряда. Основные элементы временного ряда. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, и их идентификация. Автокорреляция уровней временного ряда. Лаги. Аналитическое выравнивание временного ряда. Линейный и нелинейные тренды. Моделирование сезонных колебаний с применением фиктивных переменных. Аддитивная и мультипликативная модели временного ряда. Прогнозирование по моделям временных рядов.

Большая часть данных в области макроэкономики, финансов и торговли, а так же некоторые данные микроэкономики (панельные данные) имеют вид временных рядов. Под временным рядом подразумеваются последовательные значения некоторого показателя, наблюдаемые через одинаковые временные интервалы. Элементами временного ряда являются числовые значения показателя, называемые уровнями ряда, которые будем обозначать y_t ($t=1, 2, \dots, n$), где n – число уровней. Отличие временных экономических рядов от простых экономических совокупностей заключается, прежде всего, в том, что последовательные значения уровней временного ряда зависят друг от друга.

В общем виде при исследовании уровней экономического временного ряда выделяются несколько составляющих:

- *тренд*, длительная («вековая») тенденция изменения экономического показателя, определяющая общее направление развития;
- *сезонная компонента*, отражающая повторяемость экономических процессов в течение короткого промежутка времени, чаще одного года;
- *циклическая компонента*, определяющая периодичность экономических процессов при большом массиве данных в течение длительного промежутка времени;
- *случайная компонента*, учитывающая влияние неучтенных факторов.

Существуют две основные цели анализа временных рядов: определение природы ряда для степени зависимости смежных (или несмежных) наблюдения в данном временном ряду, и прогнозирование с целью предсказания будущих значений временного ряда по настоящим и прошлым значениям.

Традиционный эконометрический анализ временных рядов основывается на предположении о стационарности ряда. Ряд называется строго стационарным, если совместное

распределение m наблюдений $y_1, y_2, \dots, y_m$ не зависит от сдвига по времени, то есть совпадает с

распределением $y_{1+t}, y_{2+t}, \dots, y_{m+t}$ для любых t . Стационарный ряд гомоскедастичен, т.е. математическое ожидание и дисперсия являются постоянными величинами. Простейшим примером стационарного временного ряда, у которого математическое ожидание равно нулю, а ошибки ε_t некоррелированы, является «белый шум», случайная компонента, спектр которой похож на спектр белого цвета.

Менее жесткое требование, называемое слабой стационарностью, заключается в том, чтобы моменты только до некоторого порядка зависели только от разностей времени.

С целью определения природы временного ряда отслеживают зависимость каждого последующего уровня ряда зависят от предыдущих. Период отставания уровней ряда друг от друга называют лагом. Для y_t уровень ряда с лагом m примет вид y_{t-m} . С увеличением лага число пар значений для расчета коэффициент автокорреляции, уменьшается. Эмпирическим путём установлено, что для обеспечения статистической достоверности коэффициентов автокорреляции максимальный лаг должен быть не более $n/4$.

Корреляционную зависимость между уровнями временного ряда называют автокорреляцией уровней ряда. Количественно ее можно измерить с помощью линейного коэффициента корреляции между уровнями исходного ряда и уровнями этого ряда, сдвинутыми на несколько шагов во времени.

Совокупность коэффициентов автокорреляции, основанных на разной величине лага, есть автокорреляционная функция, график которой называют коррелограммой. Анализ автокорреляционной функции коррелограммы позволяет определить структуру ряда: лаг, при котором автокорреляции самая высокая, т.е. лаг, при котором связь между текущими и предыдущими уровнями самая тесная.

Для стационарного временного ряда с увеличением лага взаимосвязь уровней временного ряда ослабевает и автокорреляционная функция должна убывать.

Большинство временных рядов в макроэкономике нестационарны, в них прослеживается механизм влияния результатов предыдущих наблюдений на результаты последующих. Это вызвано несколькими причинами.

Во-первых, наличие сезонных колебаний. Для обеспечения надлежащего качества результатов анализа временные ряды должны быть достаточно «длинными». Формирование таких данных по российской экономике представляет собой определенную проблему, поскольку расчет основной массы общепринятых показателей рыночной экономики был начат Госкомстатом России с 1992 -1994 гг. Поэтому для достижения возможно большей протяженности динамических рядов часто пользуются не годовыми, а квартальными и даже месячными значениями показателей. Экономические процессы на протяжении года подвержены различным сезонным колебаниям, часто природно-климатического характера. Зачастую их влияние является весьма значительным, чтобы скрыть краткосрочные изменения, лежащие в природе этих рядов. Среди показателей, подверженных сезонным эффектам, можно привести следующие: цены на сезонную одежду, фрукты, овощи, молочную продукцию; производство электроэнергии, продукции животноводства; пассажирооборот транспорта общего пользования и др. Как правило, сезонная составляющая рядов показателей имеет значительную амплитуду, т.е. ряд довольно сильно колеблется в течение года. В связи с этим представляется довольно проблематичным анализ динамики показателя, особенно когда целью анализа является определение краткосрочных тенденций. Процедуры, устраняющие сезонную составляющую, называются методами сезонной корректировки, которые используются при построении адаптивной и мультипликативной моделей.

Во-вторых, наличие выбросов. Реальные временные ряды экономических показателей весьма подвижны и быстро реагируют на изменения фондовых и товарно-сырьевых рынков, на правительственные решения, на новые социально-политические условия и др. Такие временные ряды содержат выбросы, т.е. резко выделяющиеся наблюдения. Например, «птичий» грипп может сильно повлиять на показатели потребления мясной продукции в некотором месяце, квартале, году.

В-третьих, наличие флуктуаций. Флуктуации с высокой дисперсией шумов в течение некоторого времени (период «турбулентности» или «всплеска») сменяются относительно спокойными периодами (период «затишья») с небольшими флуктуациями. Типичным примером флуктуаций ряда являются бизнес-циклы инвестиций 7-11 лет, циклы в обновление оборотных средств 3-5 лет, циклы в строительстве 15-20 лет, «волны экономической активности Кондратьева», циклы деловой конъюнктуры. Для переходных и развивающихся экономик, в т.ч. экономики России 1990-2006 гг., переживающих частые всплески инфляции и периоды стабилизационной политики, «случайное блуждание» затрудняет идентификацию временного ряда интегрированности ряда. Анализ свойств ряда темпов роста цен в условиях нестабильной инфляции показывает нарушение предпосылки о постоянстве дисперсии отклонений. Фактически ряд представляет собой нестационарный стохастический процесс, подверженный резонансной

структуре. Такой ряд в большинстве случаев хорошо описывается моделью с условной авторегрессионной гетероскедастичностью остатков ARCH (GARCH).

Для правильного решения различных содержательных задач экономического анализа необходимо определить структуру ряда, т.е. решить вопрос об отнесении временного ряда к стационарному или остационариваемый.

Для более точного остационаривания ряда необходимо, чтобы локальные максимумы и минимумы (сезонные или циклические «волны») располагались симметрично относительно начального и конечного уровней ряда (например, важно, чтобы ряд начинался и заканчивался одним и тем же месяцем или кварталом).

Клив Грейнджер, Роберт Энгл, Бокс, Дженкинс и др. предложили несколько методов приведения ряда к стационарному, далее рассмотрим основные из них.

Аналитическое выравнивание временного ряда. Сглаживание временного ряда всегда включает некоторый способ локального усреднения данных, при котором несистематические компоненты взаимно погашают друг друга. Ряд становится монотонным (устойчиво возрастает или устойчиво убывает) и анализировать такой ряд можно при помощи обычного МНК. Наиболее традиционным методом сглаживания временного ряда является метод *скользящего среднего*, в котором каждый уровень ряда заменяется арифметическим или взвешенным средним за указанное число периодов. Скользящие средние не прогнозируют изменения в тренде, а лишь выявляют появившейся тренд.

В большинстве случаев сглаживание временного ряда приводит в модифицированному стандартизированному ряду, который можно аппроксимировать методом наименьших квадратов. В таблице 1 представлены наиболее часто используемые трендовые зависимости.

Таблица 1 - функциональные зависимости аппроксимации сглаженного временного ряда.

Тренд	Интерпретация движения в природе	Экономическая интерпретация
Линейный $T_t = a + bt$	Прямолинейное Движение	b – абсолютный цепной прирост
Экспоненциальный $T_t = ae^{bt}$	Равноускоренное движение	b – темп прироста
Параболический $T_t = a + b_1t + b_2t^2$		b_1 - начальный темп роста b_2 – 1/2 ускорения
Логарифмический $T_t = a + b \ln t$	Равнозамедленное движение	b – абсолютное изменение результата при относительном изменении временного показателя

Использование других функциональных зависимостей нежелательно в силу их сложной экономической интерпретации.

Адаптивная и мультипликативная сезонность. Начиная с 80-х гг. XX в. при анализе временных рядом стали использовать более сложные модели, включающие аналитическое выравнивание ряда, а так же методы сезонной корректировки ряда: аддитивную и мультипликативную сезонность.

Аддитивная модель используется в случае, когда сезонная компонента не коррелирует с исходным рядом. Мультипликативная же модель применяется, когда исследуемый ряд изменяется примерно пропорционально сезонной составляющей. Выбор между двумя моделями можно осуществлять с помощью простой регрессии между предварительной оценкой трендом и абсолютным значением предварительной оценки сезонной компоненты ряда.

3.2 Задания для практических занятий.

1. Линейная модель множественной регрессии

По территориям региона приводятся данные. Необходимо построить линейное уравнение парной регрессии y от x . Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации. Выполнить прогноз y при прогнозном значении x , составляющем % от среднего уровня. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.

2. Показатели качества регрессии

По 30 территориям России имеются данные, представленные в таблице. Построить уравнение множественной регрессии в стандартизованной и естественной форме; рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их с β_1 и β_2 , пояснить различия между ними. Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними. Рассчитать общий и частные F-критерии Фишера. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции.

3. Мультиколлинеарность

Для данных о стоимости квартир в некотором населенном пункте найти частные коэффициенты корреляции независимых переменных, включенных в модель. Сделать предположение о наличии мультиколлинеарности. Избавиться от мультиколлинеарности путем удаления коррелированных переменных из модели. Дать экономическую интерпретацию коэффициентам регрессии.

4. Линейные регрессионные модели с гетероскедастичными и авто-коррелированными остатками

Для собранных в некотором городе данных объемом 20: построить линейную регрессионную модель зависимости стоимости квартиры от ее жилой площади методом наименьших квадратов. Провести анализ остатков: гомо- или гетероскедастичность

5. Регрессионные модели с переменной структурой

При изучении спроса на прохладительные напитки добавить переменную $s = \begin{cases} 0, & \text{если холодное время года,} \\ 1, & \text{если теплое время года.} \end{cases}$ и составить уравнение вида: $y = \alpha + \beta_1 \cdot x + \beta_2 \cdot s$. Проверьте наличие автокорреляции в модели. Добавьте 4 фиктивных переменных, отвечающих за времена года (зима, весна, лето, осень), постройте новую модель, включив в нее фиктивные переменные, проверьте наличие автокорреляции в этой модели. Дайте экономическую интерпретацию всем коэффициентам модели.

6. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация

По семи территориям района известны значения двух признаков Требуется: для характеристики зависимости y от x рассчитать параметры следующих функций: линейной; степенной; показательной; равносторонней гиперболы. Линеаризовать модели. Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации $\bar{A}$ и F-критерий Фишера.

7. Система линейных одновременных уравнений

Найти оценки параметров уравнения функции потребления в модели закрытой экономики формирования доходов без государственного влияния.

$$\begin{cases} C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t, \\ Y_t = C_t + I_t, \end{cases}$$

где Y_t - совокупный выпуск в период времени t , C_t - объем потребления, I_t - объем инвестиций.

8. Временные ряды

Поквартальные данные о прибыли некоторого предприятия в течение 6 лет представлены в таблице. Оценить наличие тренда и сезонности в модели временного ряда. Спрогнозировать прибыль предприятия на очередной год поквартально.