Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра ________Информационных и управляющих систем_______________
(наименование кафедры)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

_____ «Математическая логика и теория алгоритмов»___________________
(наименование дисциплины)

Основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)
___230201.65 – «Автоматизированные системы обработки ______________
(код и наименование направления (специальности)

__________________информации и управления»_________________________

Благовещенск 2012

УМКД разработан __к.т.н., доцент кафедры ИиУС, Семичевская Н.П._____
(степень, звание, фамилия, имя, отчество разработчиков)

____

____

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от «____» _______________ 201___ г. № _____

Зав. кафедрой _____________________ /_________________________________ /
(подпись) (И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС ____
(указывается название специальности (направления подготовки))

от «____» _______________ 201___ г. № _________

Председатель УМСС ______________ /_________________________________ /
(подпись) (И.О.Фамилия)

СОДЕРЖАНИЕ УМКД

1. Рабочая программа учебной дисциплины

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины:

Цель преподавания дисциплины научить бакалавров основам математической логики и теории доказательств, а также теории алгоритмов.

Задачи дисциплины:

– изучение основных понятий и методов математической логики;
– изучение основных понятий теории алгоритмов;
– формирование устойчивых навыков практического использования методов решения классических задач математической логики и теории алгоритмов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина относится к естественнонаучному циклу, базовой части (Ф.01.04) государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления», специализации – Интегрированные автоматизированные системы

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, приобретенные в результате освоения дисциплин базовой части математического и естественно-научного цикла государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»: математический анализ, алгебра и геометрия, информатика, дискретная математика.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 100 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость в часах			Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
				Лек	Пр	Сам	
1	**Раздел 1. Математическая логика** **Тема 1.** Формальные системы (исчисления)	4	1-2	4	2	4	Подготовка домашнего задания
2	**Тема 2.** Исчисление высказываний	4	3-4	4	2	4	Подготовка домашнего задания
3	**Тема 3.** Исчисление предикатов.	4	5-6	4	2	4	Подготовка домашнего задания
4	**Тема 4.** Формальные теории первого порядка.	4	7-8	4	2	4 2	Подготовка домашнего задания.
5	**Тема 5.** Нечеткая и модальная логики	4	9	2	0		Подготовка домашнего

							задания. Коллоквиум
6	**Раздел 2. Теория алгоритмов** **Тема 6.** Алгоритмы и алгоритмические модели	4	10-11	4	2	4	Подготовка домашнего задания
7	**Тема 7.** Машины Тьюринга	4	12-13	4	2	2	Подготовка домашнего задания
8	**Тема 8.** Рекурсивные функции	4	14-15	4	2	6	Подготовка домашнего задания
9	**Тема 9.** Основные теоремы и тезисы теории алгоритмов	4	16-17	4	2	6	Подготовка домашнего задания.
10	**Тема 10.** Алгоритмически неразрешимые проблемы.	4	18	2	2		Подготовка домашнего задания.
11		4	18			10	Тестирование.
	Всего по разделам	4	1-18	36	18	46	100

4. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Лекции

Раздел 1. Математическая логика. Логические исчисления.

Тема 1. Формальные системы (исчисления). Принципы построения теорий. Язык и метаязык, теоремы и метатеоремы формальной теории. Семантическая выводимость.

Тема 2. Исчисление высказываний. Формализованное исчисление высказываний как формальная аксиоматическая теория. Метод резолюций. Теорема дедукции. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.

Тема 3. Исчисление предикатов. Непротиворечивость формализованного исчисления предикатов. Теорема Гёделя о существовании модели. Синтаксис и семантика языка логики предикатов. Клаузальная форма. Метод резолюций в логике предикатов. Полнота и неполнота формализованного исчисления предикатов.

Тема 4. Формальные теории первого порядка. Аксиоматические системы, формальный вывод. Метатеория формальных систем. Общий взгляд на процесс формализации математической теории.

Тема 5. Принцип логического программирования. Темпоральные логики; нечеткая и модальные логики; нечеткая арифметика.

Раздел 2. Теория алгоритмов

Тема 6. Алгоритмы и алгоритмические модели. Алгоритмическая логика Ч. Хоара. Неформальное понятие алгоритма.

Тема 7. Определение машины Тьюринга. Примеры машин Тьюринга. Конструирование машин Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость. Композиция машин Тьюринга.

Тема 8. Рекурсивные функции. Основные понятия теории рекурсивных функций. Примитивно рекурсивные функции и предикаты.

Тема 9. Основные теоремы и тезисы теории алгоритмов. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Тезис Чёрча. Вычислимость по Тьюрингу примитивно рекурсивных функций.

Тема 10. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Меры сложности алгоритмов. Легко и трудноразрешимые задачи. Классы задач P и NP. NP – полные задачи. Понятие сложности вычислений; эффективные алгоритмы.

4.2 Практические занятия

Темы практических занятий

№	Темы занятий	
1	Практическое занятие 1. Тождественно-истинные формулы логики (тавтологии). Системы аксиом.	2
2	Практическое занятие 2. Выводимость в исчислении высказываний.	2
3	Практическое занятие 3. Применение теоремы дедукции. Следствия теоремы дедукции.	2
4	Практическое занятие 4. Формулы логики предикатов. Приведенные формы логики предикатов.	2
5	Практическое занятие 5. Примеры машин Тьюринга. Протокол машины Тьюринга.	2
6	Практическое занятие 6. Композиция машин Тьюринга. Машина $T_+(T_{коп})$	4
7	Практическое занятие 7. Примеры примитивно рекурсивных функций. Тестирование рекурсивных функций.	2
8	Практическое занятие 8. Примитивно рекурсивные предикаты. Итоговое тестирование	2
	Итого	18

5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы		Трудоемкость в часах
1	**Раздел 1. Математическая логика** Тема1	Практическое занятие №1	Подготовка домашнего задания	2
2	Тема2	Практическое занятие №2	Подготовка домашнего задания	4
3	Тема3	Практическое занятие №3	Подготовка домашнего задания	4
4	Тема4	Практическое занятие №4	Подготовка домашнего задания РГР№1	4 2
5	Тема5		Подготовка домашнего задания.	2
6	**Раздел 2. Теория алгоритмов**	Практическое занятие №5	Подготовка домашнего задания	4

	Тема6			
7	Тема7	Практическое занятие №6	Подготовка домашнего задания	2
8	Тема8	Практическое занятие №7	Подготовка домашнего задания РГР№2	2 4
9	Тема9	Практическое занятие №8	Подготовка домашнего задания.	6
10	Тема10		Подготовка домашнего задания.	4
11		Зачет	Подготовка к итоговому тестированию.	6
Итого				46

РГР№1 «Исчисления высказываний и предикатов»

РГР№2 «Машины Тьюринга и рекурсивные функции»

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

– лекционные (вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция);

– практические (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);

– тренинговые (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления);

– активизации познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка презентаций по темам домашних работ);

– самоуправления (самостоятельная работа студентов, самостоятельное изучение материала, подготовка к отчетным мероприятиям).

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивной форме согласно требованиям Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования для специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления» (квалификация (степень) «инженер») должен составлять не менее 14.4 часов аудиторных занятий:

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) образовательных технологий	Количество часов
1	**Раздел 1.** Математическая логика	Мультимедийные лекции Практические занятия	4 4
2	**Раздел 2.** Теория алгоритмов	Мультимедийные лекции Практические занятия	6 4
3	Всего по разделам		18

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

7.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

7.1.1 Контрольные вопросы допуска к выполнению практических работ

7.1.2 Отчеты о выполнении индивидуальных вариантов заданий практических работ

7.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

Приблизительный перечень вопросов к зачету

Раздел I. Математическая логика.

7.2.1. Принципы построения формальных теорий.
7.2.2. Вывод формулы В. Доказательство формулы В.
7.2.3. Теоремы теории Т. Доказательство теорем в теории.
7.2.4. Исчисление высказываний. Принципы построения теории.
7.2.5. Формулы схемы формул исчисления высказываний.
7.2.6. Аксиомы исчисления высказываний. Аксиоматический метод.
7.2.7. Правила вывода в исчислении высказываний.
7.2.8. Теорема дедукции. Применение теоремы дедукции.
7.2.9. Применение теоремы дедукции. Метод доказательства от противного.
7.2.10. Понятие логического следования. Признак логического следования.
7.2.11. Теорема о выводимости формулы в исчислении высказываний. Пример.
7.2.12. Теоремы о тождественной истинности в исчислении высказываний. Примеры.
7.2.13. Полнота и непротиворечивость теории. Теоремы Геделя.
7.2.14. Теории первого порядка. Принципы построения теории.
7.2.15. Аксиомы исчисления предикатов.
7.2.16. Правила вывода в исчислении предикатов.
7.2.17. Выводимость и истинность в исчислении предикатов. Эквивалентности, выводимые в исчислении предикатов.
7.2.18. Предваренная форма или префиксная нормальная форма (ПНФ).
7.2.19 Пример теории первого порядка исчисления с равенством.
7.2.20. Теория первого порядка исчисления частичного нестрогого порядка.
7.2.21. Формальная арифметика (принцип индукции).

Раздел II. Теория алгоритмов.

7.2.22. Понятие алгоритма. Основные требования к алгоритмам.
7.2.23. Определение машины Тьюринга. Пример.
7.2.24. Конфигурация или полное состояние машины Тьюринга. Стандартная начальная конфигурация, стандартная заключительная конфигурация.

7.2.25. Память машины Тьюринга, данные Машины Тьюринга, детерминированность машины Тьюринга.
7.2.26. Представления машин Тьюринга. Система команд, построение таблицы переходов, построение диаграммы переходов машин Тьюринга. Примеры.
7.2.27. Понятие функции правильно вычислимой по Тьюрингу. Пример.
7.2.28. Машина Тьюринга вычисляющая сложение (T_+).
7.2.29. Машина Тьюринга вычисляющая копирование ($T_{коп}$).
7.2.30. Машина Тьюринга - композиция машин, вычисляющая функцию $f(x)=2x$ ($T_+(T_{коп})$).
7.2.31. Машина Тьюринга с правой полулентой. Пример машины T_{++}.
7.2.32. Вычисление предикатов на машинах Тьюринга. Пример.
7.2.33. Тезис Черча. Тезис Тьюринга. Проблема остановки.
7.2.34. Понятие рекурсивной функции. Схема рекурсии.
7.2.35. Схемы рекурсии функций сложения $f_+(x, y)=x+y$, умножения $f_\times(x, y)=xy$.
7.2.36. Схема рекурсии функции возведения в степень $f_{exp}(x, y) = x^y$.
7.2.37. Схемы рекурсии функций арифметическое или урезанное вычитание f (x, y) = x ÷ y и f(x, y)=|x - y|.
7.2.38. Схемы рекурсии функций min(x, y) и max(x, y).
7.2.39. Примитивно-рекурсивные предикаты. Характеристическая функция предиката. Пример характеристической функции отношения ”>”.

7.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

7.3.1. Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.

7.3.2. Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению контрольных работ на практических занятиях

7.3.3 СТО СМК 4.2.3.05-2011. Стандарт организации. Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов), 2011. – 95 с.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

8.1. Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.
8.2. Успенский В. А. Вводный курс математической логики: [учеб. пособие] / В. А. Успен ский, Н. К. Верещагин, В. Е. Плиско. - 2-е изд. - М. : Физматлит, 2007. - 126 с.

б) дополнительная литература:

8.3. Лихтарников Л.М. Математическая логика: курс лекций. Задачник-практикум и решения: учеб. пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - 4-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2009.

8.4. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 304 с.
8.5. Семичевская Н. П. Практикум по дискретной математике: учеб. - метод. пособие / Н. П. Семичевская ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009 (Учеб.-метод. комплекс дисциплины)Ч. 1 : Множества. Соответствия. Отношения. Алгебры. - 2009. - 116 с.

8.6. Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике : практикум / Н. П. Семичевская. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009 - (Учеб.-метод. комплекс дисциплины) Ч. 2 : Булева алгебра логики. Введение в математическую логику. Теория графов. - 2009. - 116 с.
8.7. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб.-метод. комплекс для спец. 230102 - Автоматизированные системы обработки информации и управления / АмГУ, ФМиИ; сост. Н. П. Семичевская. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007. - 109 с.

в) периодические издания:
8.8. Известия РАН. Серия математическая.
8.9. Успехи математических наук.

г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1.	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт. Удобный поиск по разделам, отдельным темам, ключевым словам.
3.	http://amursu.ru	Сайт АмГУ, Библиотека - электронная библиотека АмГУ

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1 Лекционная аудитория, оборудованная мультимедиа средствами

10. РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Семестровый модуль дисциплины						
№ п/п	Раздел дисциплины	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное кол-во баллов	Посещение, активность на занятиях	Максимальное кол-во баллов за модуль
1	**Раздел 1.** Математическая логика	ПЗ №1 ПЗ №2 ПЗ №3 ПЗ №4	1-8	5 5 5 6	1 1 1 1	25
2	**Раздел 2.** Теория алгоритмов	ПЗ №5 ПЗ №6 ПЗ №7 ПЗ №8	9-16	6 6 6 6	1 1 1 1	28
3	Промежуточная аттестация				7	7
4	Зачет					
Итого			16	45	15	60

2. Краткое изложение программного материала

Содержание лекций

Раздел 1. Математическая логика

Тема 1. История развития логики. Разделы логики: темпоральные логики; нечеткая и модальные логики; нечеткая арифметика; алгоритмическая логика Ч.Хоара; логика высказываний.

План лекции

1. История развития логики. Логика Аристотеля.
2. Разделы логики

Формальные системы (исчисления). Принципы построения теорий. Метатеория формальных систем: язык и метаязык, теоремы и метатеоремы формальной теории. Формальный вывод и семантическая выводимость. Понятия логического следования, принципа дедукции; метода резолюций; аксиоматических систем.

План лекции

1. Принципы построения теорий.
2. Формальный вывод и семантическая выводимость.
3. Понятия логического следования, принципа дедукции; метода резолюций; аксиоматических систем.

Тема 2. Исчисление высказываний. Формализованное исчисление высказываний как формальная аксиоматическая теория. Теорема дедукции.

План лекции

1. Исчисление высказываний - формализованное исчисление высказываний как формальная аксиоматическая теория.

2. Теорема дедукции.

3. Применение теоремы дедукции.

Тема 3. Исчисление предикатов. Непротиворечивость формализованного исчисления предикатов. Теорема Гёделя о существовании модели. Полнота и неполнота формализованного исчисления предикатов. Теорема Геделя. Клазуальная форма. Метод резолюций в логике предикатов.

План лекции

1. Исчисление предикатов. Непротиворечивость формализованного исчисления предикатов.

2. Полнота и неполнота формализованного исчисления предикатов. Теорема Геделя.

3. Клазуальная форма. Метод резолюций в логике предикатов.

Тема 4. Формальные теории первого порядка. Общий взгляд на процесс формализации математической теории.

План лекции

1. Формальные теории первого порядка.

2. Общий взгляд на процесс формализации математической теории.

Раздел 2. Теория алгоритмов

Тема 5. Понятие алгоритмической системы. Алгоритмы и алгоритмические модели. Формализация понятия алгоритма. Неформальное понятие алгоритма. Определение машины Тьюринга.

План лекции

1. Понятие алгоритмической системы. Алгоритмы и алгоритмические модели.

2. Формализация понятия алгоритма. Неформальное понятие алгоритма.

3. Определение машины Тьюринга.

4. Операции с Машинами Тьюринга.

Тема 6. Примеры машин Тьюринга. Конструирование машин Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость. Композиция машин Тьюринга. Основные теоремы и тезисы теории алгоритмов. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Тезис Чёрча; алгоритмически неразрешимые проблемы.

План лекции

1. Примеры машин Тьюринга. Конструирование машин Тьюринга.

2. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость. Композиция машин Тьюринга.

3. Основные теоремы и тезисы теории алгоритмов. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Тезис Чёрча.

Тема 7. Рекурсивные функции. Основные понятия теории рекурсивных функций. Примитивно рекурсивные функции и предикаты. Вычислимость по Тьюрингу примитивно рекурсивных функций.

План лекции

1. Основные понятия теории рекурсивных функций. Примитивно рекурсивные функции (ПРФ).

2. Примеры ПРФ.

3. Примитивно рекурсивные предикаты.

4. Вычислимость по Тьюрингу примитивно рекурсивных функций.

Тема 8. Меры сложности алгоритмов: легко и трудноразрешимые задачи. Классы задач P и NP; NP - полные задачи; понятие сложности вычислений; эффективные алгоритмы; основы нечеткой логики; элементы алгоритмической логики.

План лекции

1. Меры сложности алгоритмов: легко и трудноразрешимые задачи. Понятие сложности вычислений. Эффективные алгоритмы.

2. Классы задач P и NP.

3. Основы нечеткой логики; элементы алгоритмической логики.

3. Методические указания (рекомендации)

3.1. Методические указания к практическим занятиям

Темы практических занятий

Практическое занятие 1. Тождественно-истинные формулы логики (тавтологии). Системы аксиом.

Для подготовки к практическому занятию используется методическое пособие Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.
и учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 2. Выводимость в исчислении высказываний.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 3. Применение теоремы дедукции. Следствия теоремы дедукции.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 4. Формулы логики предикатов. Приведенные формы логики предикатов.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 5. Примеры машин Тьюринга. Протокол машины Тьюринга.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 6. Композиция машин Тьюринга.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 7. Примеры примитивно рекурсивных функций. Тестирование рекурсивных функций.

Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

Практическое занятие 8. Примитивно рекурсивные предикаты.
Для подготовки к практическому занятию используется учебник Игошин. В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие : доп. Мин. обр. РФ / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2008. - 448 с.

3.2. **Методические указания по самостоятельной работе студентов**

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы		Трудоемкость в часах
1	**Раздел 1. Математическая логика** Тема1 Формальные системы (исчисления)	Практическое занятие №1 Т-И формулы логики (тавтологии). Системы аксиом.	Подготовка домашнего задания	4
2	Тема2 Исчисление высказываний	Практическое занятие №2 Выводимость в исчислении высказываний	Подготовка домашнего задания	8
3	Тема3 Исчисление предикатов.	Практическое занятие №3 Применение теоремы дедукции. Следствия теоремы дедукции.	Подготовка домашнего задания РГР№1	6
4	Тема4 Формальные теории первого порядка.	Практическое занятие №4 Формулы логики предикатов. Приведенные формы логики предикатов	Подготовка домашнего задания Подготовка к коллоквиуму	4 4
5	Тема5 Нечеткая и модальная логики	Практическое занятие №5	Подготовка домашнего задания	4
6	**Раздел 2. Теория алгоритмов** Тема6 Алгоритмы и алгоритмические модели	Практическое занятие №6 Примеры машин Тьюринга. Протокол машины Тьюринга.	Подготовка домашнего задания	4
7	Тема7 Машины Тьюринга	Практическое занятие №7 Композиция машин Тьюринга. Машина $T_+(T_{коп})$	Подготовка домашнего задания	2
8	Тема8 Рекурсивные функции	Практическое занятие №8 Примеры примитивно рекурсивных функций. Тестирование рекурсивных функций.	Подготовка домашнего задания РГР№2	4 2
8	Тема9 Основные теоремы и тезисы теории алгоритмов		.	6
9	Тема10 Алгоритмически неразрешимые проблемы.	Зачет	Подготовка к итоговому тестированию.	2
10	КР№1. Примитивно-			2

	рекурсивные функции			
Итого				50/КРС2

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.
2. Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению контрольных работ на практических занятиях.
3. СТО СМК 4.2.3.05-2011. Стандарт организации. Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов), 2011. – 95 с.

4. Контроль знаний

4.1.Текущий контроль знаний

4.1.1. Расчетно-графическая работа №1

РГР «Математическая логика»

Вариант№1

1. Убедиться, что формула является тавтологией (тождественно истиной) $A\&(B\to A)\ \&\ (A\to A\&(B\to A))$.

2. Показать выводимость в исчислении высказываний, в правиле силлогизма $((A\to B,\ B\to C\vdash A\to C)$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\forall x((P(x)\to Q(x))\ \&\ (Q(x)\to P(x)))$
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
с) формула принимает разные значения на наборах предикатов P,Q.

4. Правило переименования связанных переменных с доказательством выводимости (если $\vdash \forall x\ F(x)$, то $\vdash \forall y\ F(y)$).

5. Привести формулу логики предикатов к ПНФ
$(\exists x\forall y P_1(x,y)\vee \exists x P_2(x))\to \exists y\forall z\ P_3(y,z)$

6. Доказать истинность формулы (методом доказательства от противного) $\forall x(P(x)\to P(\mathrm{x}))$.

7. Применить теорему о выводимости формулы из высказывания для формулы $F\to(S\to F)$.

Вариант №2

1. “Всякая тождественно-истинная формула является теоремой исчисления высказываний.” Указать варианты, содержащие теоремы, с пояснением:
а) Г, U $\vdash$ B, то Г $\vdash$ U$\to$B;
б) $\vdash$ U$\to$B;
в) $\vdash$ A$\to$(A$\to$A);
г) $\vdash$ (U$\to$B) $\to$B.

2. Показать выводимость в исчислении высказываний,
в правиле введения отрицания ((Г, A$\vdash$B, Г, A$\vdash\neg$B) $\to$ Г$\vdash$ $\neg$A).

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists xS(x,y,y) \to \neg\forall yS(x,y,y)$, где $\mathrm{S}(x,y,z)$ = “$x+y = z$ ”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}$
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
с) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N}$.

4. Правило переименования свободных переменных с доказательством выводимости (если $\vdash$ F(x), то $\vdash$ F(y)).

5. Привести формулу логики предикатов к ПНФ
$\exists x\forall y\mathrm{P}_1(x,y) \to \forall x\exists y\mathrm{P}_2(x,y)$.

6. Доказать истинность формулы (методом доказательства от противного)
$\forall x(P(x) \to \neg P(\mathrm{x}))$.

7. Применить теорему о выводимости формулы из высказывания для формулы F&(S$\to$F).

Вариант №3

1. “Всякая тождественно-истинная формула является теоремой исчисления высказываний.” Указать варианты, содержащие теоремы, с пояснением:
а) Γ, U $\vdash$ B, то $\vdash$ U$\rightarrow$B;
б) $\vdash \neg$(A&B) ~ $\neg$A$\vee\neg$B;
в) $\vdash$ A$\rightarrow$(A$\rightarrow$A);
г) $\vdash$ (U$\rightarrow$B) $\rightarrow$B.

2. Показать выводимость в исчислении высказываний
$\vdash (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow A)$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x S(y,x,y) \rightarrow \forall y S(y, x,y)$, где $S(x,y,z)$ = “$x+y = z$”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}_0$;
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
с) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N_0}$.

4. Правило переименования связанных переменных с доказательством выводимости (если $\vdash \forall x$ F(x), то $\vdash \forall y$ F(y)).

5. Привести формулу логики предикатов к ПНФ
$\forall y(F_1(x,y) \vee \neg \exists x\, F_2(x,y))$

6. Доказать истинность формулы (методом доказательства от противного)
$\forall x(P(x)\ \&\ \neg P(\mathrm{x}))$.

7. Применить теорему о выводимости формулы из высказывания для формулы F$\rightarrow$(S$\vee\neg$F).

Вариант №4

1. Если $\Gamma, A \vdash B$ и $\Gamma, A \vdash \neg B$, то $\Gamma \vdash \neg A$.
а) это теорема дедукции;
б) это правило введения отрицания.

2. Показать выводимость в исчислении высказываний
$A \vdash B \to A$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x \varPi(x,y,y) \to \forall y \varPi(x,y,y)$, где $\varPi(x,y,z)$ = "$x*y = z$", $x,y,z \in \boldsymbol{N}$;
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
с) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N}$.

4. Правило переименования свободных переменных с доказательством выводимости (если $\vdash F(x)$, то $\vdash F(y)$).

5. Привести формулу логики предикатов к ПНФ
$\exists x \forall y P_1(x,y) \to \neg \exists x \forall y P_2(x,y)$

6. Доказать истинность формулы (методом доказательства от противного)
$\forall x(P(x) \vee \neg P(\mathrm{x}))$.

7. Применить теорему о выводимости формулы из высказывания для формулы $(F \to \neg S) \vee \neg Q$.

Вариант №5

1. Если $\mathfrak{R}$ – выводимая формула, содержащая букву A ($\mathfrak{R}$ (A)), то выводима формула $\mathfrak{R}(B)$, где B тождественно-истинная формула: $\dfrac{\mathfrak{R}\,(A)}{\mathfrak{R}\,(B)}$

а) это правило заключения;
б) это правило подстановки;
в) это не есть правило. Пояснить выбор.

2. Показать выводимость в исчислении высказываний
$\vdash A \rightarrow A$

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x \forall y\, \Pi(x,y,y) \rightarrow \exists y \forall x \Pi(x,y,y)$, где $\Pi(x,y,z)$ = “$x*y = z$ ”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}_0$;
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
с) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N_0}$.

4. Правило переименования связанных переменных с доказательством выводимости (если $\vdash \forall x\ F(x)$, то $\vdash \forall y\ F(y)$).

5. Привести формулу логики предикатов к ПНФ
$\forall x F(x) \rightarrow F(y)$.

6. Доказать истинность формулы (методом доказательства от противного)
$\forall x(P(x) \rightarrow Q(\mathrm{x})) \vee (Q(\mathrm{x}) \rightarrow P(\mathrm{x}))$.

7. Применить теорему о выводимости формулы из высказывания для формулы $(F \rightarrow S) \rightarrow F$.

4.1.2. Расчетно-графическая работа №2

РГР№2 «Машины Тьюринга и примитивно-рекурсивные функции»

Вариант 1

I. Определить какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей:
Сделать протокол машины Тьюринга.
Перейти к другим видам описания Машины Тьюринга.

	q_1	q_2	q_3
1	$\lambda\ q_2{+}1$	$1\ q_2\ {+}1$	$1q_3\ {-}1$
*	$\lambda\ q_z{+}1$	$1q_3\ {-}1$	
λ			$\lambda\ q_z\ {+}1$

II. Построение машины T, такой, чтобы она производила сложение n-чисел, записанных в унарной форме.

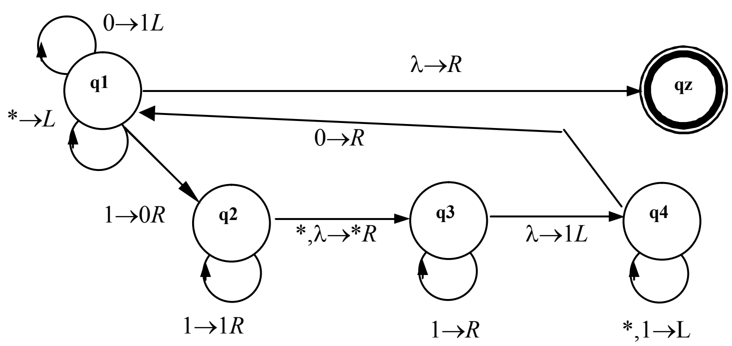
III. Привести пример машины Тьюринга и описать какую функцию она вычисляет.

IV. Для примитивно-рекурсивных функций: f_+ и $f_y^{\,x}$ написать тест.

РГР№2 «Машины Тьюринга и примитивно-рекурсивные функции»

Вариант 2

I. Определить какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная диаграммой переходов.
Сделать протокол машины Тьюринга.
Перейти к другим видам описания Машины Тьюринга.



II. Построение машины Т, такой, чтобы она производила сложение двух чисел, записанных в унарной форме.

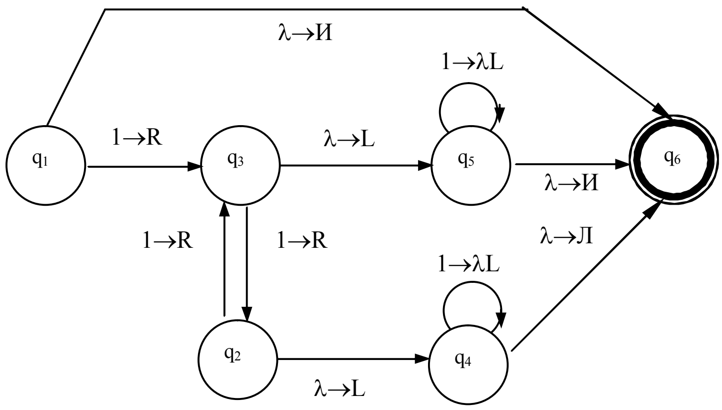
III. Привести пример композиции машин Тьюринга и описать какую функцию она вычисляет.

IV. Для примитивно-рекурсивных функций: f_+ и f_{max} написать тест.

РГР№2 «Машины Тьюринга и примитивно-рекурсивные функции»

Вариант 3

I. Определить какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная диаграммой переходов:
Сделать протокол машины Тьюринга.
Перейти к другим видам описания Машины Тьюринга.



II. Построение машины Т, такой, чтобы она производила копирование конечного числа символов на ленте.

III. Привести пример композиции машин Тьюринга и описать какую функцию она вычисляет.

IV. Для примитивно-рекурсивных функций: $f_\times$ и $f_{sg(x)}$ написать тест.

РГР№2 «Машины Тьюринга и примитивно-рекурсивные функции»

Вариант 4

I. Определить какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей переходов.

Сделать протокол машины Тьюринга.
Перейти к другим видам описания Машины Тьюринга.

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	1 q_3 +1	1 q_3 +1	1 q_2 +1	λ q_4-1	λ q_5-1
λ	И q_z 0	λ q_4-1	λ q_5-1	И q_z0	Л q_z0

II. Построение машины Т, такой, чтобы она производила стирание конечного числа символов с ленты.

III. Привести пример машины Тьюринга и описать какую функцию она вычисляет.

IV. Для примитивно-рекурсивных функций: f_x^y и f_+ написать тест.

РГР№2 «Машины Тьюринга и примитивно рекурсивные функции»

Вариант 5

I. Определить какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей переходов.
Сделать протокол машины Тьюринга.
Перейти к другим видам описания Машины Тьюринга.

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	1 q_3 +1	1 q_3 +1	1 q_2 +1	λ q_4-1	λ q_5-1
λ	И q_z 0	λ q_4-1	λ q_5-1	И q_z0	Л q_z0

II. Построение машины Т, такой, чтобы она производила копирование конечного числа символов на ленте.

III. Привести пример композиции машин Тьюринга и описать какую функцию она вычисляет.

IV. Для примитивно-рекурсивных функций: $f_\times$ и f_{min} написать тест.

4.1.3. **Контрольная работа №1** «Примитивно-рекурсивные функции»

Вариант 1

Протестировать функцию $f(x, y) = x \div y$, x=5 y=7

Вариант 2

Протестировать функцию $f(x, y)=|x - y|$, x=8 y=7

Вариант 3

Протестировать функцию $f_{+}(x, y)=x+y$, x=5 y=7

Вариант 4

Протестировать функцию $f_{\exp}(x, y) = x^y$, x=2 y=5.

Вариант 5

Протестировать функцию $f_{\times}(x, y)=xy$, x=7 y=4.

4.1.4. Вопросы к коллоквиуму по математической логике

Математическая логика.

1. Понятие формальной системы.
2. Принципы построения формальных теорий.
3. Вывод формулы В. Доказательство формулы В.
4. Теоремы теории Т. Доказательство теорем в теории.
5. Исчисление высказываний. Принципы построения теории.
6. Формулы схемы формул исчисления высказываний.
7. Аксиомы исчисления высказываний. Аксиоматический метод.
8. Правила вывода в исчислении высказываний.
9. Теорема дедукции. Применение теоремы дедукции.
10. Применение теоремы дедукции. Метод доказательства от противного.
11. Теорема о выводимости формулы в исчислении высказываний. Пример.
12. Теоремы о тождественной истинности в исчислении высказываний. Примеры. (Полнота теории)
13. Теорема Геделя.
14. Исчисление предикатов и теории первого порядка. Принципы построения теории.
15. Аксиомы исчисления предикатов.
16. Правила вывода в исчислении предикатов.
17. Выводимость и истинность в исчислении предикатов. Эквивалентности, выводимые в исчислении предикатов.
18. Предваренная форма или префиксная нормальная форма (ПНФ).
19. Пример теории первого порядка исчисления с равенством.
20. Теория первого порядка исчисления частичного нестрогого порядка.
21. Формальная арифметика (принцип индукции).

4.2 Итоговый контроль знаний

4.2.1. Приблизительный перечень вопросов к зачету

Раздел I. Математическая логика.

7.2.1. Принципы построения формальных теорий.
7.2.2. Вывод формулы B. Доказательство формулы B.
7.2.3. Теоремы теории T. Доказательство теорем в теории.
7.2.4. Исчисление высказываний. Принципы построения теории.
7.2.5. Формулы схемы формул исчисления высказываний.
7.2.6. Аксиомы исчисления высказываний. Аксиоматический метод.
7.2.7. Правила вывода в исчислении высказываний.
7.2.8. Теорема дедукции. Применение теоремы дедукции.
7.2.9. Применение теоремы дедукции. Метод доказательства от противного.
7.2.10. Понятие логического следования. Признак логического следования.
7.2.11. Теорема о выводимости формулы в исчислении высказываний. Пример.
7.2.12. Теоремы о тождественной истинности в исчислении высказываний. Примеры.
7.2.13. Полнота и непротиворечивость теории. Теоремы Геделя.
7.2.14. Теории первого порядка. Принципы построения теории.
7.2.15. Аксиомы исчисления предикатов.
7.2.16. Правила вывода в исчислении предикатов.
7.2.17. Выводимость и истинность в исчислении предикатов. Эквивалентности, выводимые в исчислении предикатов.
7.2.18. Предваренная форма или префиксная нормальная форма (ПНФ).
7.2.19 Пример теории первого порядка исчисления с равенством.
7.2.20. Теория первого порядка исчисления частичного нестрогого порядка.
7.2.21. Формальная арифметика (принцип индукции).

Раздел II. Теория алгоритмов.

7.2.22. Понятие алгоритма. Основные требования к алгоритмам.
7.2.23. Определение машины Тьюринга. Пример.
7.2.24. Конфигурация или полное состояние машины Тьюринга. Стандартная начальная конфигурация, стандартная заключительная конфигурация.
7.2.25. Память машины Тьюринга, данные Машины Тьюринга, детерминированность машины Тьюринга.
7.2.26. Представления машин Тьюринга. Система команд, построение таблицы переходов, построение диаграммы переходов машин Тьюринга. Примеры.
7.2.27. Понятие функции правильно вычислимой по Тьюрингу. Пример.
7.2.28. Машина Тьюринга вычисляющая сложение (T_+).

7.2.29. Машина Тьюринга вычисляющая копирование ($T_{коп}$).
7.2.30. Машина Тьюринга - композиция машин, вычисляющая функцию $f(x)=2x$ ($T_+(T_{коп})$).
7.2.31. Машина Тьюринга с правой полулентой. Пример машины T_{++}.
7.2.32. Вычисление предикатов на машинах Тьюринга. Пример.
7.2.33. Тезис Черча. Тезис Тьюринга. Проблема остановки.
7.2.34. Понятие рекурсивной функции. Схема рекурсии.
7.2.35. Схемы рекурсии функций сложения $f_+(x, y)=x+y$, умножения $f_\times(x, y)=xy$.
7.2.36. Схема рекурсии функции возведения в степень $f_{exp}(x, y) = x^y$.
7.2.37. Схемы рекурсии функций арифметическое или урезанное вычитание $f(x, y) = x \div y$ и $f(x, y)=|x - y|$.
7.2.38. Схемы рекурсии функций min(x, y) и max(x, y).
7.2.39. Примитивно-рекурсивные предикаты. Характеристическая функция предиката. Пример характеристической функции отношения ”>”.

4.2.2. Тест итогового контроля.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ	Утверждаю
Дисциплина “Математическая логика и теория алгоритмов”	Зав. кафедрой ИиУС
Курс II	_____________ А.В. Бушманов
	“___”___________20___г.

Тест3

«Математическая логика»

1. Определить какие этапы входят в построение формальных систем:
   а) определение выводимости в теории; определение аксиом теории; определение правил вывода теории;
   б) определение множества символов формальной теории; построение правил вывода теории; определение выводимости в теории;
   в) построение алфавита; построение множества формул; определение правил вывода теории;
   г) нет верных вариантов.

2. «Всякая тождественно-истинная формула является теоремой исчисления высказываний». Указать варианты, содержащие теоремы:

а) $\vdash A\to\neg\neg A$;
б) $\vdash \neg(A\&B) \sim \neg A\&\neg B$;
в) $\vdash A\to(A\to A)$;
г) $\vdash (U\to B)\to B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$((P(x) \to Q(x))\ \&\ (Q(x) \to P(x)))$
а) тождественно-истинная формула;
б) тождественно-ложная формула;
в) формула принимает разные значения на наборах предикатов P,Q.

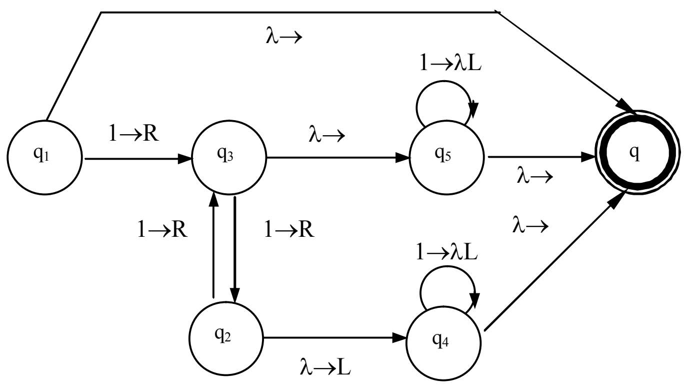
4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\forall y F_1(x,y)\vee\neg\exists x\, F_2(x,y)$.

5. Записать систему аксиом исчисления предикатов.

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная диаграммой переходов:
а) суммирование двух чисел, представленных в унарной форме;

б) копирование чисел, представленных в унарной форме;
в) функцию $f(x)=2x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;
г) предикат P(x)={“ x-четное число”}, без восстановления;
д) нет такой функции.



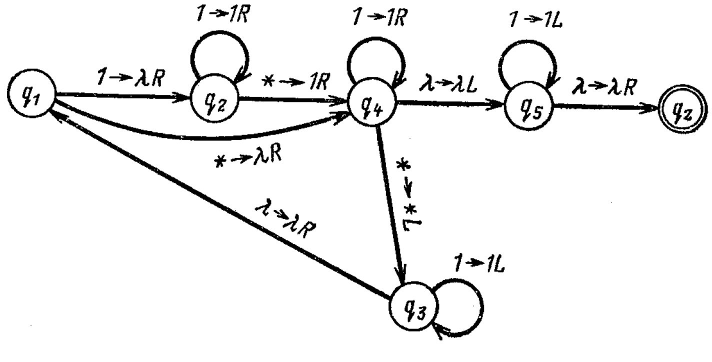
II. Выбрать что утверждает тезис: Построение машины T_0, такой, что для любой машины Тьюринга T и любых исходных данных α для машины T $T_0(\Sigma_T, \alpha)$ = И, если T(α) останавливается, и $T_0(\Sigma_T, \alpha)$ = Л, если T(α) не останавливается:
1) это есть тезис Тьюринга;
2) это есть алгоритмически неразрешимая проблема остановки;
3) для подобных алгоритмичных процедур можно строить реализующие их машины Тьюринга.

III. Рекурсивные функции
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции f(x,y) при x=12, y=5,

$$\begin{cases} f(x, 0)=x; \\ f(x, y+1)=f(x,y)+1 \end{cases}$$

значение функции равно
1) 60;
2) 10;
3) 17;
4) 7;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана графом?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции $f(x, y) = x \div y$.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ
Дисциплина “Математическая логика
и теория алгоритмов”
Курс II

Утверждаю

Зав. кафедрой ИиУС
_____________ А.В. Бушманов

“___”___________20___г.

Тест2

«Математическая логика»

1. *Доказательством* формулы В в теории Т называется
а) вывод В из пустого множества формул;
б) последовательность формул полученных при выводе;
в) вывод, в котором в качестве исходных формул используются только аксиомы;
г) нет верных определений.

2. Проверить, является формула логики высказываний $\neg A \to B$ логическим следствием следующих формул:
а) $(\neg A \to \neg B) \to ((\neg A \to B) \to A)$;
б) $A \to (B \to A)$;
в) $\neg(A \to B)$;
г) $A \& B$;
д) $\neg A \lor \neg B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x S(x,y,y) \to \neg \forall y S(x,y,y)$, где $S(x,y,z)$ = “$x+y = z$ ”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}$
а) тождественно-истинная формула
б) тождественно-ложная формула
в) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N}$.

4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\exists x \forall y P_1(x,y) \to \neg \exists x \forall y P_2(x,y)$.

5. Записать систему аксиом II исчисления высказываний:

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей переходов:
а) суммирование двух чисел, представленных в унарной форме;

б) копирование чисел, представленных в унарной форме;
в) функцию $f(x)=4x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;
г) предикат P(x)={" x-нечетное число"}, с востановлением;
д) нет такой функции.

	q_1	q_2	q_3
1	$\lambda\ q_2$+1	1 q_2 +1	1q_3 -1
*	$\lambda\ q_z$+1	1q_3 -1	
λ			$\lambda\ q_z$ +1

II. Выбрать что утверждает тезис: "Всякий алгоритм может быть реализован машиной Тьюринга"

1) для алгоритмичных конструктивных процедур невозможно строить реализующие их машины Тьюринга;
2) это есть тезис Тьюринга;
3) это есть проблема остановки.

III. Рекурсивные функции

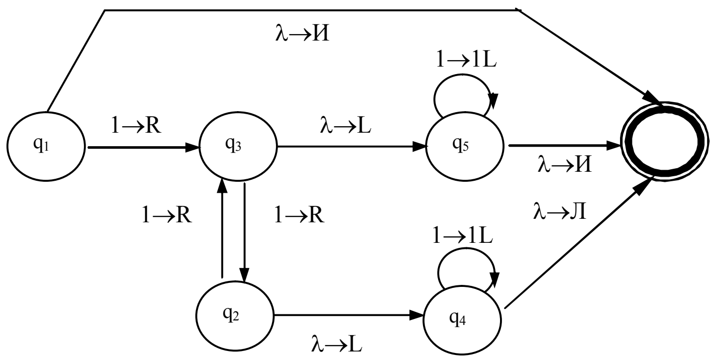
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции f(x,y) при x=1, y=25,

$$\begin{cases} f(x, 0)=0; \\ f(x, y+1)=f(x,y)+x \end{cases}$$

значение функции равно

1) 25;
2) 26;
3) 1;
4) 24;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана графом?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции $f_{\exp}(x, y) = x^y$.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ
Дисциплина “Математическая логика и теория алгоритмов”
Курс II

Утверждаю

Зав. кафедрой ИиУС
_____________ А.В. Бушманов

“___”___________20___г.

Тест 4

«Математическая логика»

1. *Выводом* формулы B из формул $A_1, \ldots, A_n$ называется последовательность формул $F_1, \ldots, F_m$, такая, что
   а) $F_m = A_1, \ldots, A_n$, где A_i – формулы вывода полученные по правилам вывода;
   б) $F_m=B$, а любая F_i ($i=1,\ldots, m$) есть либо аксиома, либо одна из исходных формул $A_1, \ldots, A_n$, либо непосредственно выводима из формул $F_1, \ldots, F_{i-1}$;
   в) B – есть либо аксиома, либо одна из исходных формул $A_1, \ldots, A_n$.

2. «Всякая тождественно-истинная формула является теоремой исчисления высказываний». Указать варианты, содержащие теоремы:
а) $\vdash (A \to B) \to ((\rceil A \to B) \to B)$;
б) $\vdash \neg(A\&B) \sim \neg A \vee \neg B$;
в) $\vdash A \to (A \to A)$;
г) $\vdash (U \to B) \to B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x S(y,x,y) \to \forall x \exists y S(y, x,y)$, где $S(x,y,z)$ = “$x+y = z$ ”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}_0$
а) тождественно-истинная формула;
б) тождественно-ложная формула;
в) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N_0}$.

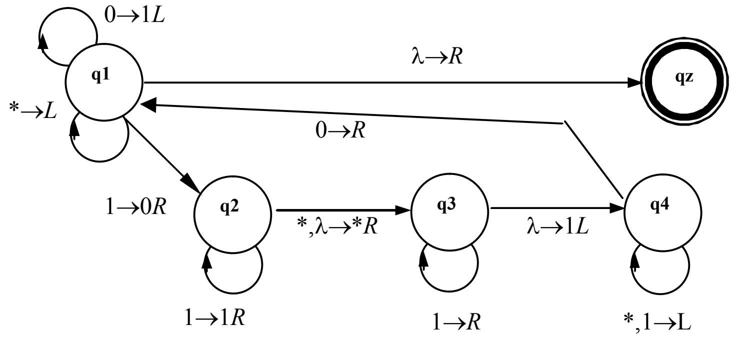
4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\exists x \forall y P_1(x,y) \to \rceil \exists x \forall y P_2(x,y)$.

5. Записать собственные аксиомы теории с равенством

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная диаграммой переходов:
а) умножение двух чисел, представленных в унарной форме;
б) копирование чисел, представленных в унарной форме;
в) функцию $f(x)=x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;

г) предикат P(x)={“ x-четное число”}, без восстановления;
д) нет такой функции.



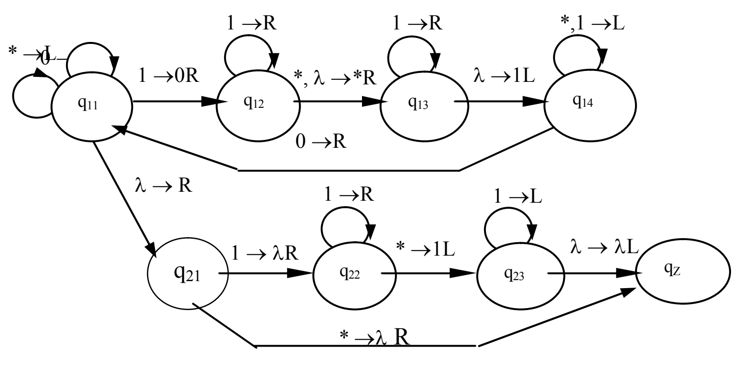
II. Выбрать что утверждает тезис: Не существует машины Тьюринга T, реализующей проблему остановки для произвольной машины Тьюринга:
1) это есть тезис Тьюринга;
2) это тезис Черча;
3) это есть теорема об алгоритмически неразрешимой проблеме остановки.

III. Рекурсивные функции
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции f(x,y) при x=5, y=3,

$$\begin{cases} f(x, 0)=1; \\ f(x, y+1)=f(x,y)*x; \end{cases}$$

значение функции равно
1) 25;
2) 5;
3) 15;
4) 5^3;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана графом?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции $f(x, y) = |x - y|$.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ
Дисциплина “Математическая логика
и теория алгоритмов”
Курс II

Утверждаю

Зав. кафедрой ИиУС
_____________ А.В. Бушманов

“___”___________20___г.

Тест6

«Математическая логика»

1. Приведены правила вывода исчисления предикатов:

$$\frac{F,\ F\to G}{G} \qquad \frac{F\to G(x)}{F\to\forall x G(x)} \qquad \frac{G(x)\to F}{\exists x G(x)\to F}$$

а) правило заключения (Modus Ponens), правило обобщения (∀) и правило введения квантора ∃;

б) правило заключения (Modus Ponens), правило переименования свободных переменных и правило переименования связанных переменных;

в) правило утверждения, правило обобщения (∀) и правило введения квантора ∃;

г) это правила вывода исчисления высказываний.

2. Проверить, является формула логики высказываний $(A\vee\rceil A)\to B$ логическим следствием следующих формул:
а) $(\rceil A\to\rceil B)\to((\rceil A\to B)\to A)$;
б) $B\to(B\to A)$;
в) $\rceil(B\to A)$;
г) $(A\&\neg A)$;
д) $B\vee\neg B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x\Pi(x,y,y)\to\forall y\Pi(x,y,y)$, где $\Pi(x,y,z)$ = “$x\times y = z$ ”, $x,y,z\in \boldsymbol{N}$
а) тождественно-истинная формула;
б) тождественно-ложная формула;
в) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N}$.

4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\exists x\forall y P_1(x,y)\to\forall x\exists y P_2(x,y)$.

5. Записать закон сведение к абсурду:

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей переходов:

а) суммирование двух чисел, представленных в унарной форме;

б) копирование чисел, представленных в унарной форме;

в) функцию $f(x)=2x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;

г) предикат P(x)={“ x - нечетное число”}, с восстановлением;

д) нет такой функции.

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	1 q_3 +1	1 q_3 +1	1 q_2 +1	λ q_4-1	λ q_5-1
λ	И q_z 0	λ q_4-1	λ q_5-1	И q_z0	Л q_z0

II. Выбрать что утверждает тезис: “Всякий алгоритм может быть реализован машиной Тьюринга”

1) для алгоритмичных конструктивных процедур невозможно строить реализующие их машины Тьюринга;
2) это есть проблема остановки;
3) неверны оба утверждения.

III. Рекурсивные функции

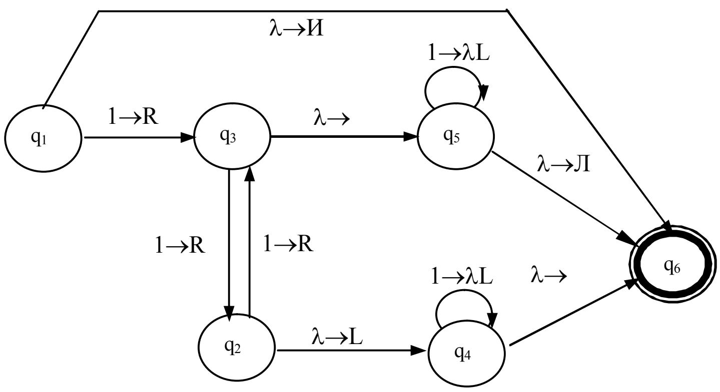
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции $f(x,y)$ при x=15, y=5,

$$\begin{cases} f(x, 0)=x; \\ f(x, y+1)=(x\div y)\div 1=f(x,y)\div 1 \end{cases}$$

значение функции равно

1) 20;
2) 15;
3) 10;
4) 1;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана графом?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции $f_{+}(x, y)=x+y$.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ
Дисциплина “Математическая логика и теория алгоритмов”
Курс II

Утверждаю

Зав. кафедрой ИиУС
_____________ А.В. Бушманов

“___”___________20___г.

Тест5

«Математическая логика»

1. Определить какое утверждение приведено: Если Г (множество формул), $\mathfrak{I} \mid\!- \mathfrak{R}$, то $\Gamma \mid\!- \mathfrak{I}\to\mathfrak{R}$ ($\mathfrak{I},\mathfrak{R}$ - формулы).

а) Теорема Геделя;
б) Теорема о логической функции;
в) Теорема о выводимости;
г) Теорема о дедукции.

2. Проверить, является формула логики высказываний $B\vee(A\vee\urcorner A)$ логическим следствием следующих формул:
а) $(\urcorner A\to\urcorner B) \to ((\urcorner A\to B) \to A)$;
б) $A\to(B\to A)$;
в) $\urcorner(A\to\urcorner A)$;
г) $\neg(A\&B)$;
д) $\neg A\vee\neg B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x\forall y\, \Pi(x,y,y) \to\exists y\forall x\Pi(x,y,y)$, где $\Pi(x,y,z)$ = “$x\times y = z$ ”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}_0$
а) тождественно-истинная формула;
б) тождественно-ложная формула;
в) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N_0}$.

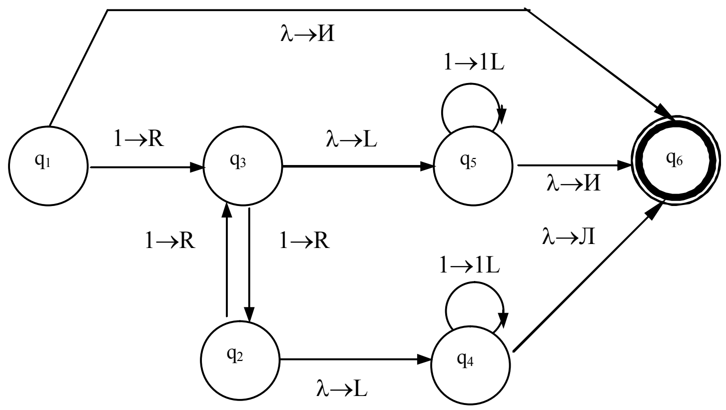
4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\exists x\forall y P_1(x,y) \to\urcorner\, \exists x\forall y P_2(x,y)$.

5. Записать систему аксиом исчисления предикатов:

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная диаграммой переходов:
а) суммирование двух чисел, представленных в унарной форме;

б) копирование чисел, представленных в унарной форме;
в) предикат P(x)={" x- нечетное число"}, с восстановлением;
г) функцию $f(x)=2x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;
д) нет такой функции.



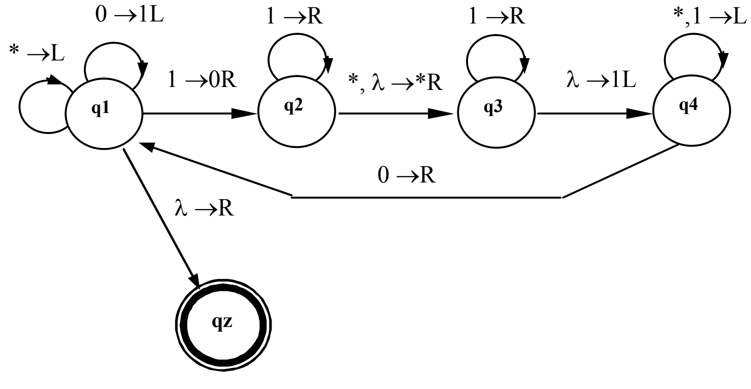
II. Машина Тьюринга с алфавитом $A_{исх}$ = {И, Л} и командами q_1 И$\to_T$ q_z Л0, q_1 Л$\to_T$ q_z И0 вычисляет:
1) отрицание логической переменной ($\neg P(\alpha)$);
2) значение логической переменной ($P(\alpha)$);
3) предикат $P(\alpha)$ = {α- целое число}.

III. Рекурсивные функции
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции f(x,y) при x=10, y=1,

$$\begin{cases} f(x, 0)=x; \\ f(x, y+1)=(x \div y) \div 1 = f(x,y) \div 1 \end{cases}$$

значение функции равно
1) 20;
2) 15;
3) 10;
4) 11;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции $f_{\times}(x, y)=xy$.

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Специальность – АСОИиУ
Дисциплина “Математическая логика и теория алгоритмов”
Курс II

Утверждаю

Зав. кафедрой ИиУС
_____________ А.В. Бушманов

“___”___________20___г.

Тест1

«Математическая логика»

1. Определить какое утверждение приведено: Пусть формула $\Re(A_1, \ldots, A_n)$ определяет логическую функцию f от n переменных. Тогда, если $f(\sigma_1, \ldots, \sigma_n)=\sigma$, то в исчислении высказываний $A_1^{\sigma 1}, \ldots, A_n^{\sigma n} \vdash \Re^{\sigma}$.
а) Теорема Геделя;
б) Теорема о логической функции;
в) Теорема о выводимости;
г) Теорема о дедукции.

2. Проверить, является формула логики высказываний $A \vee \rceil A$ логическим следствием следующих формул:
а) $(\rceil A \to \rceil B) \to ((\rceil A \to B) \to A)$;
б) $A \to (B \to A)$;
в) $A \to B$;
г) $\neg(A \& B)$;
д) $\neg A \vee \neg B$.

3. Проверить истинность, ложность, выполнимость формулы:
$\exists x \forall y\, \Sigma(x,y,y) \to \exists y \forall x \Sigma(x,y,y)$, где $\Sigma(x,y,z)$ = “$x+y = z$”, $x,y,z \in \boldsymbol{N}$:
а) тождественно-истинная формула;
б) тождественно-ложная формула;
в) формула принимает разные значения на $\boldsymbol{N}$.

4. Привести формулу логики предикатов к ПНФ:
$\forall y F_1(x,y) \vee \rceil \exists x\, F_2(x,y)$.

5. Закон Дунса Скота

«Теория алгоритмов»

I. Какую функцию натурального аргумента вычисляет машина Тьюринга, заданная таблицей переходов:

а) суммирование двух чисел, представленных в унарной форме;

б) копирование чисел, представленных в унарной форме;

в) функцию $f(x)=2x$, для целого положительного x, представленного в унарной форме;

г) предикат P(x)={“ x-четное число”}, без восстановления;

д) нет такой функции.

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	1 q_3 +1	1 q_3 +1	1 q_2 +1	λ q_4-1	λ q_5-1
λ	И q_z 0	λ q_4-1	λ q_5-1	И q_z0	Л q_z0

II. Выбрать верное определение

Машина T правильно вычисляет функцию f, если

1) для любых Vи W, таких, что f(V)=W, $q_1V^* \Rightarrow_T q_zW^*$, где V* и W*- правильные записи V и W соответственно;
2) для любого V, такого, что f(V) не определена, машина T, запущенная в стандартной начальной конфигурации q_1V^*, работает бесконечно;
3) пункт 1) и 2) вместе.

III. Рекурсивные функции

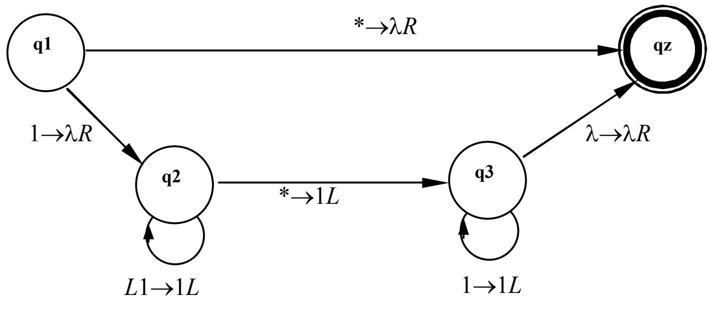
По схеме рекурсии определить результат вычисления примитивно-рекурсивной функции f(x) при x=10,

$$\begin{cases} f(0)=0; \\ f(x+1)=1 \end{cases}$$

значение функции равно

1) 20;
2) 1;
3) 10;
4) 11;
5) нет значения.

IV. Какая машина Тьюринга описана графом?



V. Определить схему примитивно-рекурсивной функции max(x, y).

5. Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе