Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра Информационных и управляющих систем

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

«НЕЙРОИНФОРМАТИКА»

Основной образовательной программы по специальности 230102.65 – Автоматизированные системы обработки информации и управления

Благовещенск 2012

УМКД разработан доцентом Акиловой Ириной Михайловной

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от «_____» _____2012 г. № _____

Зав. кафедрой _____ / А.В.Бушманов

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС специальности 230102.65 – Автоматизированные системы обработки информации и управления

от «____» _____2012 г. №_____

Председатель УМСС _____ / В.В.Еремина /

СОДЕРЖАНИЕ

Рабочая программа	4
Краткий конспект лекций	11
Методические указания по выполнению лабораторных работ	28
Методические указания по выполнению практических работ	40
Методические указания по организации межсессионного контроля знаний студентов	62
Фонд контрольных заданий для оценки качества знаний по дисциплине	62
Контрольные вопросы к зачету	65

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ В.В. Проказин
«___» _____ 20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

НЕЙРОИНФОРМАТИКА

для специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Квалификация (степень) выпускника – инженер

Курс – 4 Семестр – 8

Лекции – 30 (час.) Зачет – 8

Практические (семинарские) занятия –30 (час.)

Лабораторные занятия – 15 (час.)

Самостоятельная работа – 70 (час.)

Общая трудоемкость дисциплины – 145 (час.)

Составитель – И.М.Акилова, доцент

Факультет математики и информатики

Кафедра информационных и управляющих систем

2011 г.

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных и управляющих систем
«___» _____ 20___ г., протокол № _____

Заведующий кафедрой _____ А.В. Бушманов

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методического совета специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

«___» _____ 20___ г., протокол № _____

Председатель _____ В.В. Еремина

Рабочая программа переутверждена на заседании кафедры информационных и управляющих систем
«___» _____ 20___ г., протокол № _____

Заведующий кафедрой _____ А.В. Бушманов

СОГЛАСОВАНО
Учебно-методическое управление

_____

«___» _____ 20___ г.

СОГЛАСОВАНО
Председатель учебно-методического совета факультета

_____ С.Г. Самохвалова

«___» _____ 20___ г.

СОГЛАСОВАНО
Заведующий выпускающей кафедрой

_____ А.В. Бушманов

«___» _____ 20___ г.

СОГЛАСОВАНО
Директор научной библиотеки

_____ Л.А. Проказина

«___» _____ 20___ г.

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины - дать представление о прикладных программных средствах, основанных на нейронных сетях; дать представления об инструментальном ПО для обучения нейронных сетей и экспериментов с ними; подготовить студентов к использованию нейросетевых технологий в научно-исследовательской деятельности.

В результате изучения дисциплины у студентов должны быть сформированы представления о разных моделях нейронных сетей, их особенностях; об особенностях решения задач с помощью нейронных сетей; об существующих прикладных системах, основанных на применении нейронных сетей; об этапах решения задач с помощью нейронных сетей.

После изучения дисциплины студент должен знать содержание:

- принципов постановки задач для решения с помощью нейронных сетей;
- методов представления данных для обучения и использования нейронных сетей;
- методов обучения нейронных сетей и оценки качества обучения нейронной сети;
- этапов решения задач с помощью нейронных сетей.

После изучения дисциплины студент должен приобрести умения и навыки:

- ориентироваться в различных типах прикладных систем, основанных на использовании нейронных сетей;
- ориентироваться а различных методах представления данных для обучения нейронной сети;
- выбирать и ставить задачу для решения ее нейронной сетью;
- выбирать модель нейронной сети для решения задачи.

2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Программа курса «Нейроинформатика» составлена в соответствие с требованиями государственного образовательного стандарта специализации – Автоматизированные системы обработки информации и управления, специализации 230102.65, блок дисциплины по выбору ЕН.В.01.

Для успешного освоения дисциплины «Нейроинформатика» используются знания, умения, навыки и виды деятельности, полученные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ» (Б.2.Б.1), «Алгебра и геометрия» (Б.2.Б.2), «Информатика» (Б.2.Б.3) .

3 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 145 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость в часах				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
				Лек	Пр	Лаб	Сам	
1	Введение	8	1-2	2	2		5	Защита практич. работы
2	Модели нейронов и методы их обучения	8	3-4	4	4	2	5	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
3	Однонаправленные многослойные сети	8	5-6	4	4	2	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
4	Проблемы практического использования искусственных нейронных сетей и их	8	7-8	4	4	2	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы

	свойства							
5	Радиальные нейронные сети	8	9-10	4	4	2	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
6	Рекуррентные сети как ассоциативные запоминающие устройства	8	11-12	4	4	2	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
7	Рекуррентные сети. Сети с самоорганизацией на основе конкуренции	8	13-14	4	4	2	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
8	Сеть с самоорганизацией корреляционного типа. Вероятностная нейронная сеть	8	14-15	4	4	3	10	Защита практич. работы. Защита лабораторной работы
9	Всего по разделам	8	1-15	30	30	15	70	Зачет

4 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Лекции

4.1.1 Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ

Биологические основы функционирования нейрона. Первые модели нейронной сети. Прикладные возможности нейронных сетей. Определение искусственных нейронных сетей. Свойства биологических и искусственных нейронных сетей. Способы реализации нейросетей. Типы задач, решаемых нейронными сетями. Недостатки и ограничения нейронных сетей.

4.1.2 Раздел 2 МОДЕЛИ НЕЙРОНОВ И МЕТОДЫ ИХ ОБУЧЕНИЯ

Перцептрон. Сигмоидальнйы нейрон. Нейрон типа «адалайн». Инстар и оутстар Гроссберга. Нейроны типа WTA. Модель нейрона Хебба. Стахостическая модель нейрона.

4.1.3 Раздел 3 ОДНОНАПРАВЛЕННЫЕ МНОГОСЛОЙНЫЕ СЕТИ.

Однослойная сеть. Многослойный перцептрон. Структура перцептронной сети. Алгоритм обратного распространения ошибки. Градиентные алгоритмы обучения сети: основные положения, алгоритм наискорейшего спуска, алгоритм переменной метрики, алгоритм Левенберга-Марквардта, алгоритм сопряженных градиентов. Подбор коэффициента обучения. Методы инициализации весов.

4.1.4 Раздел 4 ПРОБЛЕМЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ИХ СВОЙСТВА

Предварительный подбор архитектуры сети. Подбор оптимальной архитектуры сети. Методы наращивания сети. Подбор обучающих выборок. Добавление шума в обучающие выборки. Распознавание и классификация образов. Нейронная сеть для сжатия данных. Идентификация динамических объектов.

4.1.5 Раздел 5 РАДИАЛЬНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ.

Математические основы. Радиальная нейронная сеть. Методы обучения радиальных нейронных сетей. Пример использования радиальной сети. Методы подбора количества базисных функций: эвристические методы, метод ортогонализации Грэма-Шмидта.

4.1.6 Раздел 6 РЕКУРРЕНТНЫЕ СЕТИ КАК АССОЦИАТИВНЫЕ ЗАПОМИНАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА

Сети с обратными связями. Послойность сети и матричное умножение. Расчет градиента квадратичной формы. Выбор начальной точки и длины шага. Сеть Хопфилда. Сеть Хемминга. Сеть АРТ –1

4.1.7 Раздел 7 РЕКУРРЕНТНЫЕ СЕТИ. СЕТИ С САМООРГАНИЗАЦИЕЙ НА ОСНОВЕ КОНКУРЕНЦИИ

Перцептронная сеть с обратной связью: структура сети RMLP, алгоритм обучения сети RMLP, подбор коэффициента обучения, коэффициент усиления сигнала. Рекуррентная сеть Элмана: структура сети, алгоритм обучения сети Элмана, обучение с учетом момента.

Нейронные сети встречного распространения. Сети Кохонена. Обучение слоя Кохонена. Примеры обучения сети Кохонена. Применение сети Кохонена для сжатия данных. Слой Гроссбера: обучение слоя Гроссбера, модификации.

4.1.8 Раздел 8 СЕТЬ С САМООРГАНИЗАЦИЕЙ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ТИПА. ВЕРОЯТНОСТНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ

Энергетическая функция корреляционных сетей. Нейронные сети PCA: математическое введение, определение первого главного элемента, алгоритм определения множества главных компонентов. Сети, использующие статистический подход. Метод «модельной закалки». Пример алгоритма минимизации функции. Машина Больцмана. Архитектура нейронной сети PNN. Пример модульной нейронной сети.

4.2 Лабораторные занятия

4.2.1 Лабораторная работа 1. Создание однонаправленной сети для решения линейного уравнения

4.2.2 Лабораторная работа 2. Создание однонаправленной сети для решения простого тригонометрического уравнения

4.2.3 Лабораторная работа 3. Создание сети многослойный перцептрон для решения квадратного уравнения

4.2.4 Лабораторная работа 4. Кластеризация образцов

4.2.5 Лабораторная работа 5. Распознавание объектов

4.3. Практические занятия

4.2.1 Практическая работа 1. Правило распространения сигналов в сети. Правило комбинирования входящих сигналов.

4.2.2 Практическая работа 2. Функция выбора решения. Корректировка весов.

4.2.3 Практическая работа 3. Обучение по алгоритму обратного распространения ошибок.

4.2.4 Практическая работа 4. Кластеризация образов. Самоорганизующаяся карта признаков.

4.2.5 Практическая работа 5. Ассоциация образцов. Дискретная сеть Хопфилда.

4.2.6 Практическая работа 6. Двунаправленная ассоциативная память.

5 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	Однонаправленные многослойные сети сигмоидального типа	Выполнение лабораторной работы, оформление отчета.	20
2	Сети с самоорганизацией на основе конкуренции. Нормолизация обучающих векторов. Алгоритм Кохонена.	Выполнение лабораторной работы, оформление отчета.	20
3	Описание проблемы классификации и нейронных сетей, способных выполнять классификацию образов	Выполнение трех лабораторных работ, оформление отчетов.	15
4	Ассоциация образцов. Описание ассоциативной памяти. Автоассоциативная сеть Хопфилда.	Выполнение лабораторной работы, оформление отчета.	15

6 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

– лекционные (вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция);

– практические (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);

– тренинговые (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления);

– активизации познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка презентаций по темам домашних работ);

– самоуправления (самостоятельная работа студентов, самостоятельное изучение материала).

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

Формы проведения лекционно-практических занятий по дисциплине представлены в таблице (рекомендуемые).

7 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

7.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

7.1.1 Контрольные вопросы допуска к выполнению практических работ

7.1.2 Отчеты о выполнении индивидуальных вариантов заданий практических работ

7.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету:

1.Что такое нейронные сети (НС)? Что дает моделирование НС? Проблемы, возникающие при моделировании. Свойства биологических и искусственных НС. Способы реализации нейросетей.

2.Место НС среди других методов решения задач. Типы задач, решаемых нейронными сетями. Недостатки и ограничения НС.

3.Биологический нейрон. Структура, функции.

4.Формальный нейрон. Виды функций активации. Ограниченность модели формального нейрона.

5.Многослойный перцептрон. Структура, алгоритм работы. Этапы решения задачи с помощью НС.

6.Формализация условий задачи для НС. Примеры. Подготовка входных и выходных данных. Выбор количества слоев.

7.Обучение однослойного перцептрона. Выбор шагов по W,Theta.

8.Проблема "исключающего ИЛИ" и ее решение.

9.Перцептронная представляемость.

10.Метод обратного распространения ошибки.

11.Паралич сети. Выбор шага по параметрам. Локальные минимумы. Временная неустойчивость.

12.Примеры применения перцептронов.

13.Динамическое добавление нейронов. Способность НС к обобщению.

14.Обучение без учителя. Сеть с линейным поощрением.

15.Задача классификации. Сеть Кохонена.

16.Обучение слоя Кохонена. Метод выпуклой комбинации. Примеры обучения.

17.Режимы работы сети Кохонена. Применение для сжатия данных.

18.Сеть встречного распространения. Схема,обучение,свойства.

19.Генетические алгоритмы для обучения НС. Положительные качества и недостатки.

20.Послойность сети и матричное умножение. Расчет градиента квадратичной формы с помощью НС. Выбор начальной точки и длины шага.

21.Сети с обратными связями. Сеть Хопфилда. Вычислительная энергия и ее минимизация.

22.Этапы решения задачи сетью Хопфилда. Устойчивость,сходимость к эталонам.

23.Соотношение стабильности пластичности при запоминании. Сеть АРТ 1. Структура, описание элементов сети.

24.Работа сети АРТ 1. Запоминание и классификация векторов сетью.

25.Метод имитации отжига.

7.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

7.3.1 Раздаточный материал с заданиями и методическими указаниями по выполнению практических работ

8 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУР:

8.1 Осовский С. Нейронные сети для обработки информации/ С. Осовский ; пер. с пол. И. Д. Рудинского. -М.: Финансы и статистика, 2002. -344 с.:а-рис.

8.2 Хайкин **С.** Нейронные сети : Полный курс/ С. Хайкин ; пер. с англ., ред. Н. Н. Куссуль, пер. с англ. А. Ю. Шелестова. -2-е изд., испр.. -М.: Вильямс, 2006. -1104 с.:а-рис.

8.3 Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей : [учеб. пособие]/ Р. Каллан ; пер. с англ. А. Г. Сивак. -М.: Вильямс, 2001. -288 с.:а-ил.

б) ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

8.4 Матвеев М.Г. Модели и методы искусственного интеллекта: учеб. пособие/ М.Г.Матвеев, А.С.Свиридов, Н.А.Алейникова. – М.:Финансы и статистика: ИНФРА-М, 2008. – 448 с.

8.5 Рыбина Г.В. Основы построения интеллектуальных систем: учеб. пособие / Г.В.Рыбина. – М.:Финансы и статистика: ИНФРА-М, 2010. – 432 с.

8.6 Сергиевский Г.М., Волченков Н.Г. Функциональное и логическое программирование: учеб. пособие: М.: Академия, 2010. – 320 с.

г) ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ИЗДАНИЯ:

8.7. «Нейрокомпьютеры: разработка, применение»

8.8 «Информационные технологии и вычислительные системы»

8.9 «Программные продукты и системы»

д) ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ

8.10 Свободно распространяемая версия математического пакета MatLAB.

№ п/п	Наименование ресурса	Характеристика
1	http;//www.iqlib.ru	Интернет библиотека образовательных изданий, В которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знаний.
2	http://www.intuit.ru	Интернет-университет информационных технологий. В котором собраны электронные и видеокурсы по отряслям знаний
3	http;//amursu.ru	Сайт АмГУ, Библиотека – электронная библиотека АмГУ

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1 Лекционная аудитория, оборудованная мультимедийными средствами
9.2 Лаборатории, оборудованные рабочими местами пользователей ЭВМ

10 РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Семестровый модуль дисциплины						
№ п/п	Раздел дисциплины	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное кол-во баллов	Посещение, активность на занятиях	Максимальное кол-во баллов за модуль
1	Модели нейронов и методы их обучения	ПР № 1 ЛР № 1	1-2	5	1	6
2	Однонаправленные многослойные сети	ПР № 2 ЛР № 1	3-4	5	1	6
3	Проблемы практического использования искусственных нейронных сетей и их свойства	ПР № 3 ЛР № 2	5-6	5	1	6
4	Радиальные нейронные сети	ПР № 4 ЛР № 3	7-8	5	1	6
5	Рекуррентные сети как ассоциативные запоминающие устройства	ПР № 5 ЛР № 4	9-10	5	1	6
6	Рекуррентные сети. Сети с самоорганизацией на основе конкуренции	ПР № 6 ЛР № 5	11-12	5	1	6
7	Сеть с самоорганизацией корреляционного типа. Вероятностная нейронная сеть	ПР № 6 ЛР № 5	13-14	5	1	6
9	Промежуточная аттестация	зачет	15	6	0	6
Итого						60

КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Лекция № 1 ***Тема: Введение***

Нейронные сети - это раздел искусственного интеллекта, в котором для обработки сигналов используются явления, аналогичные происходящим в нейронах живых существ.

Свойства нейронных сетей

Важнейшее свойство нейронных сетей, свидетельствующее об их огромном потенциале и широких прикладных возможностях, состоит в параллельной обработке информации одновременно всеми нейронами. Благодаря этой способности при большом количестве межнейронных связей достигается значительное ускорение процесса обработки информации. Во многих ситуациях становится возможной обработка сигналов в реальном масштабе времени.

Кроме того, при большом числе межнейронных соединений сеть приобретает устойчивость к ошибкам, возникающим на некоторых линиях. Функции поврежденных связей берут на себя исправные линии, в результате чего деятельность сети не претерпевает существенных возмущений. Это свойство используется, в частности, при поиске оптимальной архитектуры нейронной сети путем разрыва отдельных связей.

Другое не менее важное свойство - способность к обучению и обобщению накопленных знаний. Нейронная сеть обладает чертами искусственного интеллекта. Натренированная на ограниченном множестве данных сеть способна обобщать полученную информацию и показывать хорошие результаты на данных, не использовавшихся в процессе обучения.

Характерная особенность сети состоит также в возможности ее реализации с применением технологии сверхбольшой степени интеграции. Различие элементов сети невелико, а их повторяемость огромна. Это открывает перспективу создания универсального процессора с однородной структурой, способного перерабатывать разнообразную информацию.

Использование перечисленных свойств на фоне развития устройств со сверхбольшой степенью интеграции (VLSI) и повсеместного применения вычислительной техники вызвало в последние годы огромный рост интереса к нейронным сетям и существенный прогресс в их исследовании. Создана база для выработки новых технологических решений, касающихся восприятия, искусственного распознавания и обобщения видеоинформации, управления сложными системами, обработки речевых сигналов и т.п. Искусственные нейронные сети в практических приложениях, как правило, используются в качестве подсистемы управления или выработки решений, передающей исполнительный сигнал другим подсистемам, имеющим иную методологическую основу.

Прикладные возможности нейронных сетей

Любая нейронная сеть используется в качестве самостоятельной системы представления знаний, которая в практических приложениях выступает, как правило, в качестве одного из компонентов системы управления либо модуля принятия решений, передающих результирующий сигнал на другие элементы, не связанные непосредственно с искусственной нейронной сетью.

Функции, выполняемые сетями, подразделяются на несколько групп:

1) аппроксимация и интерполяция;
2)классификация и распознавание образов;
3) прогнозирование;
4) идентификация и оценивание;
5) ассоциативное управление.

Тепология нейронных сетей

Различные способы объединения нейронов между собой и организации их взаимодействия привели к созданию сетей разных типов.

Классифицируя нейронные сети по топологии, можно выделить три основных типа таких сетей:

- полносвязные сети ;
- многослойные, или слоистые сети ;
- слабосвязные сети (нейронные сети с локальными связями).

Полносвязные сети представляют собой искусственные нейронные сети, каждый нейрон которой передает свой выходной сигнал остальным нейронам, в том числе и самому себе. *Все* входные сигналы подаются *всем* нейронам. Выходными сигналами сети могут быть все или некоторые выходные сигналы нейронов после нескольких тактов функционирования сети.

В *многослойных сетях* нейроны объединяются в *слои.* Слой содержит совокупность нейронов с едиными входными сигналами. Число нейронов в каждом слое может быть любым и никак заранее не связано с количеством нейронов в других слоях. В общем случае сеть состоит из Q слоев, пронумерованных слева направо. Внешние входные сигналы подаются на входы нейронов первого слоя (входной слой часто нумеруют как нулевой), а выходами сети являются выходные сигналы последнего слоя. Вход нейронной сети можно рассматривать как выход «нулевого слоя» вырожденных нейронов, которые служат лишь в качестве распределительных точек, суммирования и преобразования сигналов здесь не производится. Кроме входного и выходного слоев в многослойной нейронной сети есть один или несколько промежуточных (скрытых) слоев. Связи от выходов нейронов некоторого слоя q ко входам нейронов следующего слоя (q+1) называются последовательными.

В свою очередь среди слоистых сетей выделяют следующие типы:

1. *Монотонные.* Это специальный частный случай слоистых сетей с дополнительными условиями на связи и элементы. Каждый, слой, кроме последнего (выходного), разбит на два блока: возбуждающий (В) и тормозящий (Т). Связи между блоками тоже разделяются на тормозящие и возбуждающие. Если от блока *A* к блоку *C* ведут только возбуждающие связи, это означает, что любой выходной сигнал блока *C* является монотонной неубывающей функцией любого выходного сигнала блока *A*. Если же эти связи только тормозящие, то любой выходной сигнал блока *C* является не-возрастающей функцией любого выходного сигнала блока *A*. Для элементов монотонных сетей необходима монотонная зависимость выходного сигнала элемента от параметров входных сигналов.

2. *Сети без обратных связей.* В таких сетях нейроны входного слоя получают входные сигналы, преобразуют их и передают нейронам 1-го скрытого слоя, далее срабатывает 1-й скрытый слой и т. д. до q-го слоя, который выдает выходные сигналы для интерпретатора и пользователя. Если не оговорено противное, то каждый выходной сигнал q-го слоя подается на вход всех нейронов (q+1)-го слоя; однако возможен вариант соединения q-го слоя с произвольным (q+p)-м слоем.

Следует отметить, что классическим вариантом слоистых сетей являются сети прямого распространения (рис. 2).

3. Сети с обратными связями. Это сети, у которых информация с последующих слоев передается на предыдущие.

В качестве примера сетей с обратными связями на рис. 3 представлены так называемые *частично-рекурентные сети* Элмана и Жордана.

Известные сети можно разделить по принципу структуры нейронов на *гомогенные* (или *однородные)* и *гетерогенные.* Гомогенные сети состоят из нейронов одного типа с единой функцией активации. В гетерогенную сеть входят нейроны с различными функциями активации.

Важно отметить существование *бинарных* и *аналоговых* сетей. Первые из них оперируют с двоичными сигналами, и выход каждого нейрона может принимать только два значения: логический ноль («заторможенное» состояние) и логическая единица («возбужденное» состояние).

Еще одна классификация делит нейронных сетей на *асинхронные* и *синхронные.* В первом случае в каждый момент времени свое состояние меняет лишь один нейрон. Во втором – состояние меняется сразу у целой группы нейронов, как правило, у всего слоя. Алгоритмически ход времени в нейронной сети задается итерационным выполнением над нейронами однотипных действий. Далее будут рассматриваться только синхронные НС.

Сети можно классифицировать также по числу слоев.

Теоретически число слоев и число нейронов в каждом слое может быть произвольным, однако фактически оно ограничено ресурсами компьютера или специализированной микросхемы, на которых обычно реализуются НС. Чем сложнее НС, тем масштабнее задачи, подвластные ей.

Выбор структуры НС осуществляется в соответствии с особенностями и сложностью задачи. Для решения некоторых отдельных типов задач уже существуют оптимальные (на сегодняшний день) конфигурации. Если же задача не может быть сведена ни к одному из известных типов, разработчику приходится решать сложную проблему синтеза новой конфигурации. При этом он руководствуется несколькими основополагающими принципами:

• возможности сети возрастают с увеличением числа ячеек сети, плотности связей между ними и числом выделенных слоев;

• введение обратных связей наряду с увеличением возможностей сети поднимает вопрос о так называемой динамической устойчивости сети;

• сложность алгоритмов функционирования сети (в том числе, например, введение нескольких типов синапсов – возбуждающих и тормозящих и др.) также способствует усилению мощи НС.

Вопрос о необходимых и достаточных свойствах сети для решения того или иного рода задач представляет собой целое направление нейрокомпыотерной науки. Так как проблема синтеза НС сильно зависит от решаемой задачи, дать общие подробные рекомендации затруднительно. В большинстве случаев оптимальный вариант получается на основе интуитивного подбора, хотя в литературе приведены доказательства того, что для любого алгоритма существует нейронная сеть, которая может его реализовать.

Биологические основы функционирования нейрона

Тематика искусственных нейронных сетей относится к междисциплинарной сфере знаний, связанных с биокибернетикой, электроникой, прикладной математикой, статистикой, автоматикой и даже с медициной.

Искусственные нейронные сети возникли на основе знаний о функционировании нервной системы живых существ. Они представляют собой попытку использования процессов, происходящих в нервных системах, для выработки новых технологических решений.

Нервная клетка, сокращенно называемая *нейроном,* является основным элементом нервной системы. Изучение механизмов функционирования отдельных нейронов и их взаимодействия принципиально важно для познания протекающих в нервной системе процессов поиска, передачи и обработки информации. С этой точки зрения представляется необходимым построить и изучить модель биологического нейрона.

Как и у любой другой клетки, у нейрона имеется тело со стандартным набором органелл, называемое *сомой,* внутри которого располагается ядро. Из сомы нейрона выходят многочисленные отростки, играющие ключевую роль в его взаимодействии с другими нервными клетками. Можно выделить два типа отростков: многочисленные тонкие, густо ветвящиеся *дендриты* и более толстый, расщепляющийся на конце *аксон* (рис. 1).

Входные сигналы поступают в клетку через *синапсы,* тогда как выходной сигнал отводится аксоном через его многочисленные нервные окончания, называемые *коллатералами.* Коллатералы контактируют с сомой и дендритами других нейронов, образуя очередные синапсы. Очевидно, что синапсы, подключающие к клетке выходы других нейронов, могут находиться как на дендритах, так и непосредственно на теле клетки.

Передача сигналов внутри нервной системы - это очень сложный электрохимический процесс. С большим упрощением можно считать, что передача нервного импульса между двумя клетками основана на выделении особых химических субстанций, называемых *нейромедиаторами,* которые формируются под влиянием поступающих от синапсов раздражителей. Эти субстанции воздействуют на клеточную мембрану, вызывая изменение ее энергетического потенциала, причем величина этого изменения пропорциональна количеству нейромедиатора, попадающего на мембрану.

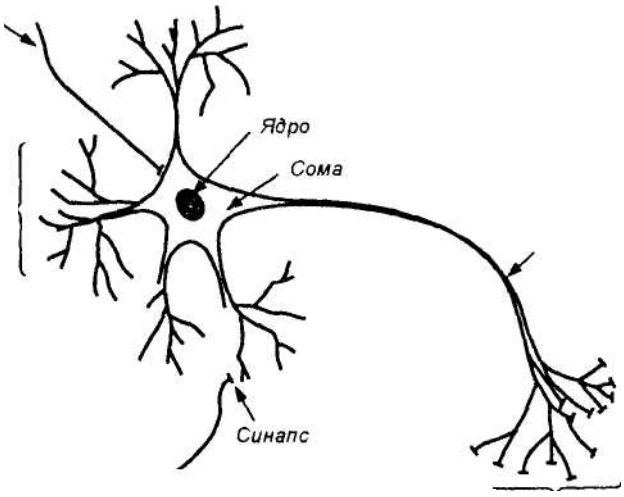


Рис. 1. Упрощенная структура биологической нервной клетки

Синапсы отличаются друг от друга размерами и возможностями концентрации нейромедиатора вблизи своей оболочки. По этой причине импульсы одинаковой величины, поступающие на входы нервной клетки через различные синапсы, могут возбуждать ее в разной степени. Мерой возбуждения клетки считается уровень поляризации ее мембраны, зависящий от суммарного количества нейромедиатора, выделенного на всех синапсах.

Каждому входу клетки можно сопоставить численные коэффициенты (веса), пропорциональные количеству нейромедиатора, однократно выделяемого на соответствующем синапсе. В математической модели нейрона входные сигналы должны умножаться на эти коэффициенты для того, чтобы корректно учитывать влияние каждого сигнала на состояние нервной клетки. Синапсические веса должны быть натуральными числами, принимающими как положительные, так и отрицательные значения. В первом случае синапс оказывает возбуждающее, а во втором - тормозящее действие, препятствующее возбуждению клетки другими сигналами. Таким образом, действие возбуждающего синапса может моделироваться положительным значением синапсического веса, а действие тормозящего синапса - отрицательным значением.

В результате поступления входных импульсов на конкретные синапсы и высвобождения соответствующих количеств нейромедиатора происходит определенное электрическое возбуждение нервной клетки. Если отклонение от состояния электрического равновесия невелико либо если баланс возбуждений и торможений является отрицательным, клетка самостоятельно возвращается в исходное состояние, и на ее выходе какие-либо изменения не регистрируются. В этом случае считается, что уровень возбуждения клетки был ниже порога ее срабатывания. Если же сумма возбуждений и торможений превысила порог активации клетки, значение выходного сигнала начинает лавинообразно нарастать, принимая характерный вид нервного импульса, пересылаемого аксоном на другие нейроны, подключенные к данной клетке. Величина этого сигнала не зависит от степени превышения порога. Клетка действует по принципу "все или ничего".

После выполнения своей функции нейромедиатор удаляется. Механизм удаления заключается либо во всасывании этой субстанции клеткой, либо в ее разложении, либо в удалении за пределы синапса.

Одновременно с генерацией нервного импульса в клетке запускается процесс рефракции. Он проявляется как стремительное возрастание порога активации клетки до значения "плюс бесконечность", в результате чего сразу после генерации импульса нейрон теряет способность вырабатывать очередной сигнал даже при сильном возбуждении. Такое состояние сохраняется в течение времени Δt_r, называемого периодом абсолютной рефракции. По окончании этого срока наступает период относительной рефракции Δt_w, за который порог срабатывания возвращается к первоначальному значению. В это

время клетку можно активировать, но только с приложением более сильных возбуждений. В естественных процессах, как правило, выполняется отношение $\Delta t_r >> \Delta t_w$.

Количество взаимодействующих друг с другом нервных клеток чрезвычайно велико. Считается, что человеческий мозг содержит около 10^{11} нейронов, каждый из которых выполняет относительно примитивные функции суммирования весовых коэффициентов входных сигналов и сравнения полученной суммы с пороговым значением. Каждый нейрон имеет свои веса и свое пороговое значение. Они определяются местонахождением нейрона и решаемой им задачей и могут интерпретироваться аналогично содержимому локальной памяти процессора.

Громадное количество нейронов и межнейронных связей (до 1000 входов в каждый нейрон) приводит к тому, что ошибка в срабатывании отдельного нейрона остается незаметной в общей массе взаимодействующих клеток. Нейронная сеть проявляет высокую устойчивость к помехам - это "стабильная" сеть, в которой отдельные сбои не оказывают существенного влияния на результаты ее функционирования. Таково главное отличие нейронных систем от обычных электронных систем, созданных человеком. Следует подчеркнуть, что ни одна современная технология не позволяет построить искусственную нейронную сеть, близкую по масштабам к нейронной сети мозга. Однако изучение и копирование биологических нервных систем позволяют надеяться на создание нового поколения электронных устройств, имеющих аналогичные характеристики.

Другая важная особенность нервных систем - высокая скорость их функционирования, несмотря на относительно длительный цикл срабатывания каждой отдельной клетки, измеряемый в миллисекундах и показанный на рис. 2. Она достигается благодаря параллельной обработке информации в мозге огромным количеством нейронов, соединенных многочисленными межнейронными связями. Такие операции, как распознавание образов и звуков либо принятие решений, выполняются человеческим мозгом за промежутки времени, измеряемые миллисекундами. Достижение такого результата при использовании полупроводниковой технологии VLSI все еще выходит за границы современных технических возможностей, хотя цикл срабатывания отдельных исполнительных элементов СБИС является достаточно коротким и имеет порядок 10^{-8}с. Если удастся, взяв за образец нервную систему, создать устройство с высокой степенью параллельности выполнения независимых операций, то скорость его функционирования может быть существенно увеличена и приближена к уровню, наблюдаемому в процессах обработки информации биологическими объектам и могут интерпретироваться аналогично содержимому локальной памяти процессора.

Лекция № 2 ***Тема: Модели нейронов и методы их обучения..***

Исходя из биологических основ функционирования нейрона каждый нейрон можно считать своеобразным процессором. С каждым процессором (т.е. обрабатывающим элементом сети) связывается набор входящих связей, по которым к данному элементу поступают сигналы от других элементов сети, и набор исходящих связей, по которым сигналы данного элемента передаются другим элементам. Некоторые элементы предназначены для получения сигналов из внешней среды (и поэтому называются входными элементами), а некоторые — для вывода во внешнюю среду результатов вычислений (и поэтому такие элементы сети называются выходными элементами). В случае программного моделирования реальных процессов на входные элементы обычно подаются уже предварительно подготовленные данные из некоторого файла данных, а не от непосредственно связанных с внешней средой датчиков.

Процессор суммирует с соответствующими весами сигналы, приходящие от других нейронов, выполняет нелинейную (например, пороговую) решающую функцию и передает результирующее значение связанным с ним нейронам. В соответствии с действующим правилом "все или ничего" в простейших моделях нейронов выходной сигнал принимает двоичные значения: 0 или 1. Значение 1 соответствует превышению порога возбуждения нейрона, а значение 0 — возбуждению ниже порогового уровня.

В одной из первых моделей нейрона, называемой моделью МакКаллока-Питса (предложенной в 1943 г.), нейрон считается бинарным элементом. Структурная схема этой модели представлена на рис. 1.

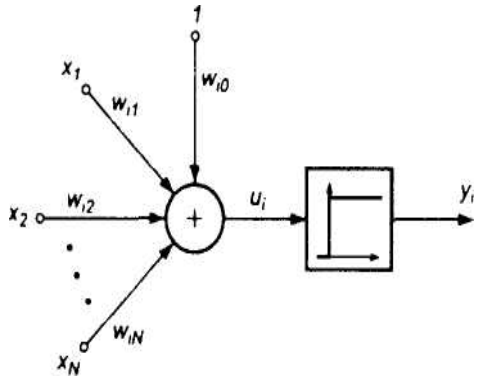


Рис. 1. Модель нервной клетки по МакКаллоку-Питсу

Входные сигналы $x_j\ (j=1,2,\ldots,N)$ суммируются с учетом соответствующих весов w_{ij} (сигнал поступает в направлении от узла i к узлу j) в сумматоре, после чего результат сравнивается с пороговым значением w_{i0}. Выходной сигнал нейрона y_i v, определяется при этом зависимостью

$$y_i = f\left(\sum_{j=1}^{N} w_{ij}x_j(t) + w_{i0}\right). \qquad (1)$$

Аргументом функции выступает суммарный сигнал $u_i = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}x_j(t) + w_{i0}$. Функция $f(u_i)$ называется функцией активации. В модели МакКаллока-Питса это пороговая функция вида

$$f(u) = \begin{cases} 1 & для\ u > 0 \\ 0 & для\ u \le 0 \end{cases}. \qquad (2)$$

Коэффициенты w_{ij}, присутствующие в формуле (1), представляют веса синаптических связей. Положительное значение w_{ij} соответствует возбуждающим синапсам, отрицательное значение w_{ij} – тормозящим синапсам, тогда как $w_{ij}=0$ свидетельствует об отсутствии связи между i м и j-м нейронами.

Модель МакКаллока-Питса — это дискретная модель, в которой состояние нейрона в момент (t + 1) рассчитывается по значениям его входных сигналов в предыдущий момент t. Построение дискретной модели обосновывается проявлением рефракции у биологических нейронов, приводящей к тому, что нейрон может изменять свое состояние с конечной частотой, причем длительность периодов бездействия зависит от частоты его срабатывания.

Через несколько лет Д. Хебб в процессе исследования ассоциативной памяти предложил теорию обучения (подбора весов w_{ij}) нейронов. При этом он использовал наблюдение, что веса межнейронных соединений при активации нейронов могут возрастать. В модели Хебба приращение веса Δw_{ij} в процессе обучения пропорционально произведению выходных сигналов y_i и y_j нейронов, связанных весом w_{ij}:

$$w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \eta y_i(k)y_j(k), \qquad (3)$$

где k означает номер цикла, а η - это коэффициент обучения.

В начале 60-х годов Б. Видроу предложил теоретическое обоснование и сформулировал принципы практической реализации адаптивных устройств обработки сигналов, что ста-

ло существенным вкладом в развитие нейронных сетей, функционирующих в режимах "онлайн" и "оффлайн".

В 1962 г. была опубликована книга Ф. Розенблатта, в которой представлена теория динамических нейронных систем для моделирования мозговой деятельности, основанная на персептронной модели нервной клетки. В этой теории использовалось представление нейрона моделью МакКаллока-Питса, в которой функция активации принимала двоичные значения 0 и 1.

Ограниченные возможности одиночного персептрона и составляемых из таких элементов одноуровневых сетей подверглись критике в книге М. Минского и С. Пейперта, что вызвало резкое снижение финансирования этой сферы научных исследований и привело в результате к замедлению развития искусственных нейронных сетей. Только отдельные научные группы, сконцентрированные вокруг таких ученых, как Гроссберг, Видроу, фон дер Мальсбург, Амари, Фукушима и Кохонен, продолжали работу в этой области. И только бурное развитие в 80-х годах технологии производства полупроводниковых устройств сверхвысокой степени интеграции (VLSI) привело к резкому возрастанию интереса к средствам параллельной обработки информации, которыми считаются и искусственные нейронные сети. Начиная с опубликованных в 1982 г. работ Дж. Хопфилда, теория нейронных сетей развивается в стремительном темпе, а количество научных центров, занимающихся этой междисциплинарной сферой знаний, непрерывно увеличивается. Доработка или, точнее, повторное открытие принципа обратного распространения в применении к обучению многослойных сетей сняли те ограничения, которые стали главным объектом критики в книге М. Минского и С. Пейперта. Масштабное увеличение финансирования этой научной отрасли предопределило существенный прогресс как в теории, так и в практических приложениях. С учетом взрывного развития вычислительных систем это создало базу для реализации новых технологических решений в сфере технического распознавания образов, восприятия и объяснения, в управлении сложными системами, для обработки речевых сообщений и т.п. В настоящее время искусственные нейронные сети представляют собой высокоразвитую (особенно в теоретическом аспекте) отрасль знаний.

Правило вычисления сигнала активности

Для всех элементов имеется правило вычисления выходного значения, которое предполагается передать другим элементам или во внешнюю среду (если речь идет о выходном элементе, представляющем конечный результат вычислений). Это правило называют функцией активности, а соответствующее выходное значение называют активностью соответствующего элемента. Активность может представляться либо некоторым действительным значением произвольного вида, либо действительным значением из некоторого ограниченного интервала значений (например, из интервала $[0,1]$), или же некоторым значением из определенного дискретного набора значений (например, {0, 1} или {+1,-1}). На вход функции активности поступает значение комбинированного ввода данного элемента. Примеры функций активности:

1) Тождественная функция
2) Пороговая функция
3) Сигмоидальная функция

Лекция № 3 Тема: Однонаправленные многослойные сети.

В соответствии с принципами функционирования биологических нейронов созданы различные математические модели, которыми в большей или меньшей степени реализуются свойства природной нервной клетки. Обобщенная схема, составляющая основу большинства таких моделей, восходит к представленной модели МакКаллока-Питса. Свойства нелинейной функции, особенно ее непрерывность, оказывают определяющее влияние на выбор способа обучения нейрона (подбор весовых коэффициентов). Другим важным фактором становится выбор стратегии обучения. Можно выделить два подхода: обучение с учителем и обучение без учителя.

При обучении с учителем предполагается, что, помимо входных сигналов, составляющих вектор x, известны также и ожидаемые выходные сигналы нейрона d_i, составляющие вектор d. В подобной ситуации подбор весовых коэффициентов должен быть организован так, чтобы фактические выходные сигналы нейрона y_i принимали бы значения, как можно более близкие к ожидаемым значениям d_i. Ключевым элементом процесса обучения с учителем является знание ожидаемых значений d_i, выходного сигнала нейрона.

Если такой подход невозможен, остается выбрать стратегию обучения без учителя. Подбор весовых коэффициентов в этом случае проводится на основании либо конкуренции нейронов между собой (стратегии "Winner Takes All - WTA" (Победитель получает все) или "Winner Takes Most - WTM" (Победитель получает больше), либо с учетом корреляции обучающих и выходных сигналов (обучение по Хеббу). При обучении без учителя на этапе адаптации нейрона мы не можем прогнозировать его выходные сигналы, тогда как при обучении с учителем результат обучения предопределен заранее благодаря априори заданным обучающим выборкам.

1) Перцептрон

Простой персептрон - это обычная модель МакКаллока-Питса с соответствующей стратегией обучения.

Весовые коэффициенты входов сумматора, на которые поступают входные сигналы x_j, обозначаются w_{ij}, а пороговое значение, поступающее с так называемого поляризатора, – w_{i0}. Нелинейная функция активации персептрона представляет собой дискретную функцию ступенчатого типа, вследствие чего выходной сигнал нейрона может принимать только два значения - 0 или 1 в соответствии с правилом

$$y_i(u_i) = \begin{cases} 1 & для \quad u \geq 0 \\ 0 & для \quad u < 0 \end{cases}, \tag{1}$$

где u_i обозначен выходной сигнал сумматора

$$u_i = \sum_{j=0}^{N} w_{ij} x_j \tag{2}$$

В приведенной формуле подразумевается, что имеющий длину N вектор x дополнен нулевым членом $x_0 = 1$, формирующим сигнал поляризации, $x = [x_0, x_1, ..., x_N]$. Обучение персептрона требует наличия учителя и состоит в таком подборе весов w_{ij}, чтобы выходной сигнал y_i был наиболее близок к заданному значению d_i. Это обучение гетероассоциативного типа, при котором каждой обучающей выборке, представляемой вектором x априори поставлено в соответствие ожидаемое значение d_i на выходе i-го нейрона.

2) Сигмоидальный нейрон

Нейрон сигмоидального типа (рис. 2) имеет структуру, подобную модели МакКаллока-Питса, с той разницей, что функция активации является непрерывной и может быть выражена в виде сигмоидальной униполярной или биполярной функции. Униполярная функция, как правило, представляется формулой

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}, \tag{7}$$

тогда как биполярная функция задается в виде

$$f(x) = th(\beta\, x) = \tanh(\beta\, x) = \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta x} + e^{-\beta x}} \tag{8}$$

В этих формулах параметр β подбирается пользователем. Его значение влияет на форму функции активации. На рис. 3 представлены графики сигмоидальной функции от переменной x для различных значений β

При малых величинах β график функции достаточно пологий, но по мере роста значения β крутизна графика увеличивается. При $\beta \to \infty$ сигмоидальная функция превращается в функцию ступенчатого типа, идентичную функции активации персептрона. На практике чаще всего для упрощения используется значение $\beta = 1$.

3) Нейрон типа "адалайн"

Модель нейрона типа "адалайн" (англ.: ADAptive Linear NEuron - адаптивный линейный нейрон) была предложена Б. Видроу. По методу весового суммирования сигналов нейрон типа "адалайн" аналогичен представленным ранее моделям нейронов. Функция активации имеет тип signum, т.е.

$$y_i(u_i) = \begin{cases} 1 \quad для \quad u_i > 0 \\ -1 \quad для \quad u_i \le 0 \end{cases} \tag{18}$$

Адаптивный подбор весовых коэффициентов осуществляется в процессе минимизации квадратичной ошибки, определяемой как

$$E(w) = \frac{1}{2} e_i^2 = \frac{1}{2} \left[d_i - \sum_{j=0}^{N} w_{ij} x_j \right]^2 \tag{19}$$

Следует обратить внимание, что, несмотря на нелинейный характер модели, в целевой функции присутствуют только линейные члены, представляющие собой сумму взвешенных входных сигналов. В связи с выполнением условия непрерывности целевой функции стало возможным применение алгоритма градиентного обучения. Как и в ситуации с сигмоидальным нейроном, в алгоритме Видроу для минимизации целевой функции применяется метод наискорейшего спуска. Значения весовых коэффициентов могут уточняться либо дискретным способом

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta e_i x_j, \tag{20}$$

либо аналоговым способом - путем решения разностных уравнений вида

$$\frac{dw_{ij}}{dt} = \mu e_i x_j \tag{21}$$

в которых в соответствии с зависимостью (19) $e_i = \left(d_i - \sum_{j=0}^{N} w_{ij} x_j \right)$. Несмотря на то, что адалайн имеет на выходе нелинейный блок типа signum, он все же считается линейным элементом, поскольку в определении целевой функции нелинейности отсутствуют, а подбор весов происходит так, как будто никакой нелинейности не существует.

4) Инстар и оутстар Гроссберга

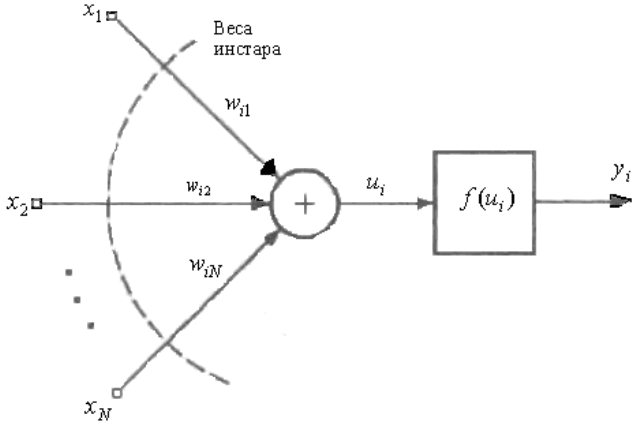


Рис. 7. Структурная схема инстара

Нейроны типа инстар и оутстар - это взаимодополняющие элементы. Инстар адаптирует веса сигналов, поступающих на сумматор нейрона, к своим входным сигналам, а оутстар согласовывает веса выходящих из нейрона связей с узлами, в которых формируются

значения выходных сигналов. Нейрон типа инстар был определен С. Гроссбергом. На рис. 7. представлена структурная схема инстара.

Сигналы x_j, подаваемые с весовыми коэффициентами w_{ij} i-го инстара, суммируются в соответствии с выражением

$$u_i = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_j . \qquad (22)$$

В соответствии с функцией активации на выходе нейрона вырабатывается выходной сигнал $y_i = f(u_i)$. Часто в инстаре применяется линейная форма функции активации, и тогда $y_i = u_i$. Обучение инстара (подбор весов w_{ij}) производится по правилу Гроссберга, в соответствии с которым

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta y_i \left[x_j - w_{ij}(t) \right], \qquad (23)$$

где η - это коэффициент обучения, значение которого, как правило, выбирается из интервала (0,1). Входные данные, представляемые в виде вектора x, выражены чаще всего в нормализованной форме, в которой $\|x\| = 1$. Нормализация компонентов вектора x выполняется по формуле

$$x_j \leftarrow \frac{x_j}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_N^2}} . \qquad (24)$$

Результаты обучения по методу Гроссберга в значительной степени зависят от коэффициента обучения η. При выборе η = 1 веса w_{ij} становятся равными значениям x_j уже после первой итерации. Ввод очередного входного вектора x вызовет адаптацию весов к новому вектору и абсолютное "забывание" предыдущих значений. Выбор η < 1 приводит к тому, что в результате обучения весовые коэффициенты w_{ij} принимают усредненные значения обучающих векторов x.

5) Нейроны типа WTA

Нейроны типа WTA (англ.: Winner Takes All - Победитель получает все) имеют входной модуль в виде стандартного сумматора, рассчитывающего сумму входных сигналов с соответствующими весами w_{ij}. Выходной сигнал i-го сумматора определяется согласно формуле

$$u_i = \sum_{j=0}^{N} w_{ij} x_j \qquad (28)$$

Группа конкурирующих между собой нейронов (рис. 9) получает одни и те же входные сигналы x_j. В зависимости от фактических значений весовых коэффициентов суммарные сигналы u_i отдельных нейронов могут различаться. По результатам сравнения этих сигналов победителем признается нейрон, значение u_i у которого оказалось наибольшим. Нейрон-победитель вырабатывает на своем выходе состояние 1, а остальные (проигравшие) нейроны переходят в состояние 0.

Для обучения нейронов типа WTA не требуется учитель, оно протекает аналогично обучению инстара, с использованием нормализованных входных векторов x. На начальном этапе случайным образом выбираются весовые коэффициенты каждого нейрона, нормализуемые относительно 1. После подачи первою входного вектора x определяется победитель этапа. Побеливший в этом соревновании нейрон переходит в состояние 1, чго позволяет ему провести уточнение весов его входных линий w_{ij} (по правилу Гроссберга).

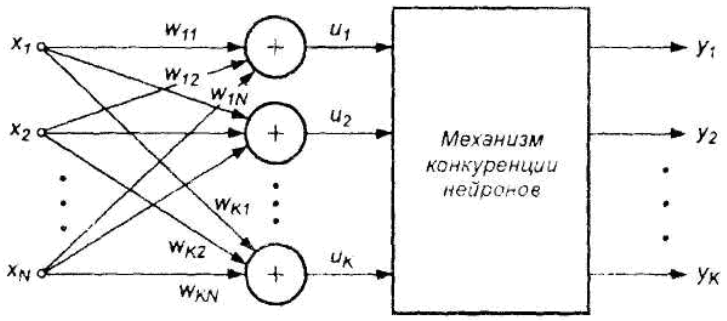


Рис. 9. Схема соединения нейронов типа WTA

Проигравшие нейроны формируют на своих выходах состояние 0, что блокирует процесс уточнения их весовых коэффициентов. Вследствие бинарности значении выходных сигналов конкурирующих нейронов (0 или 1) правило Гроссберга может быть несколько упрощено:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta\left[x_j - w_{ij}(t)\right] \tag{29}$$

На функционирование нейронов типа WTA оказывает существенное влияние нормализация входных векторов и весовых коэффициентов. Выходной сигнал u_i i-го нейрона в соответствии с формулой (25) может быть описан векторным отношением

$$u_i = w^T x = \|w\|\,\|x\|\cos\varphi_i . \tag{30}$$

Поскольку $\|w\| = \|x\| = 1$, значение u_i определяется углом между векторами x и w, $u_i = \cos\varphi_i$. Поэтому победителем оказывается нейрон, вектор весов которого оказывается наиболее близким текущему обучающему вектору x. В результате победы нейрона уточняются его весовые коэффициенты, значения которых приближаются к значениям текущего обучающего вектора x. Если на вход сети будет подаваться множество близких по значениям векторов, побеждать будет один и тот же нейрон. Поэтому его веса станут равными усредненным значениям тех входных векторов, благодаря которым данный нейрон оказался победителем. Проигравшие нейроны не изменяют свои веса. Только победа при очередном представлении входного вектора позволит им произвести уточнение весовых коэффициентов и продолжить процесс обучения в случае еще одной победы.

Следствием такой конкуренции становится самоорганизация процесса обучения. Нейроны уточняют свои веса таким образом, что при предъявлении группы близких по значениям входных векторов победителем всегда оказывается один и тот же нейрон. В процессе функционирования именно этот нейрон благодаря соперничеству распознает свою категорию входных данных. Системы такого типа чаше всего применяются для классификации векторов.

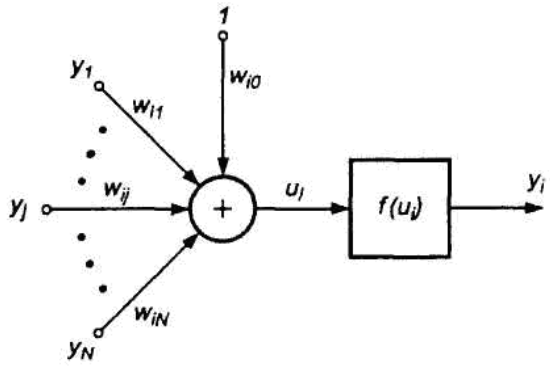
6) Модель нейрона Хебба

Д. Хебб в процессе исследования нервных клеток заметил, что связь между двумя клетками усиливается, если обе клетки пробуждаются (становятся активными) в один и тот же момент времени. Если j-я клетка с выходным сигналом y_j связана с i-й клеткой, имеющей выходной сигнал y_i, связью с весом w_{ij}, то на силу связи этих клеток влияют значения выходных сигналов y_i и y_j.

Д. Хебб предложил формальное правило, в котором отразились результаты его наблюдений. В соответствии с правилом Хебба , вес w_{ij} нейрона изменяется пропорционально произведению его входного и выходного сигналов

$$\Delta w_{ij} = \eta\, y_j\, y_i , \tag{31}$$

где η - это коэффициент обучения, значение которого выбирается в интервале (0,1). Правило Хебба может применяться для нейронных сетей различных типов с разнообразными функциями активации моделей отдельных нейронов.



Структурная схема нейрона Хебба, представленная на рис. 11, соответствует стандартной форме модели нейрона. Связь с весом w_{ij}, способ подбора значения которого задается отношением (31), соединяет входной сигнал y_j с сумматором i-го нейрона, вырабатывающего выходной сигнал y_i. Обучение нейрона по правилу Хебба может проводиться как с учителем, так и без его. Во втором случае в правиле Хебба используется фактическое значение y_i выходного сигнала нейрона. При обучении с учителем вместо значения выходного сигнала y_i используется ожидаемая от этого нейрона реакция d_i. В этом случае правило Хебба записывается в виде

$$\Delta w_{ij} = \eta\, y_j d_i. \qquad (32)$$

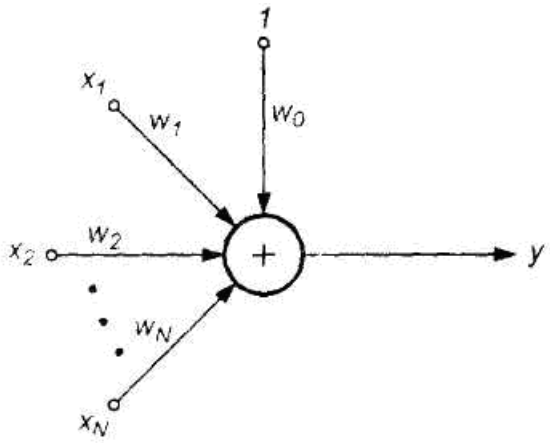
Правило Хебба характеризуется тем, что в результате его применения веса могут принимать произвольно большие значения, поскольку в каждом цикле обучения происходит суммирование текущего значения веса и его приращения Δw_{ij}:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}. \qquad (33)$$

Один из способов стабилизации процесса обучения по правилу Хебба состоит в учете для уточнения веса последнего значения w_{ij}, уменьшенного на коэффициент забывания γ. При этом правило Хебба представляется в виде

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t)(1-\gamma) + \Delta w_{ij} \qquad (34)$$

Значение коэффициента забывания γ выбирается, как правило, из интервала (0, 1) и чаще всего составляет некоторый процент от коэффициента обучения η. Применение больших значений γ приводит к тому, что нейрон забывает значительную часть того, чему он обучился в прошлом. Рекомендуемые значения коэффициента забывания $-\gamma < 0{,}1$, при которых нейрон сохраняет большую часть информации, накопленной в процессе обучения, и получает возможность стабилизировать значения весов на определенном уровне.



При обучении линейного нейрона по правилу Хебба стабилизация не происходит даже при вводе коэффициента забывания.

Выходной сигнал нейрона, структурная схема которого приведена на рис. 13, определяется выражением

$$y = \sum_j w_j x_j = w^T x = x^T w \qquad (35)$$

Если согласно правилу Хебба

$$\Delta w = \eta\, x\, y$$

подставить выражение (35) в формулу (36) и выбрать для упрощения η = 1, то получим приращение вектора весов Δw в виде

$$\Delta w = C\, w, \qquad (37)$$

где $C = xx^T$ - это матрица корреляции, которая по определению является симметричной и

положительно полуопределенной и, следовательно, имеет собственные натуральные и неотрицательные значения. При выполнении операций, описываемых зависимостью (37) и повторяемых на положительно полуопределенной матрице С, процесс становится расходящимся, а значения компонентов вектора w стремятся к бесконечности.

Нестабильность правила Хебба в процессе обучения можно устранить ограничением вектора весов за счет операции ренормализации, т.е. таким подбором пропорционального коэффициента α на каждом шаге обучения, чтобы $w' = \alpha w$ при $\|w'\| = 1$. Этот метод достаточно сложен и требует дополнительных трудозатрат на этапе обучения.

Е. Ойя модифицировал правило Хебба таким образом, что и без ренормализации процесса обучения вектор весов самостоятельно стремится к $\|w\| = 1$. В соответствии с правилом Ойи уточнение весов производится согласно выражению

$$\Delta w = \eta\, y\left(x_i - y w_i\right). \tag{38}$$

Это правило напоминает обратное распространение, поскольку сигнал x_i модифицируется обратным сигналом, связанным с выходным сигналом у нейрона. Для каждого отдельно взятого нейрона правило Ойя может считаться локальным, так как в процессе модификации x_i принимается во внимание только тот весовой коэффициент, значение которого подбирается в текущий момент времени.

Доказательство ограниченности весов, уточняемых по правилу Ойя, можно получить, заменяя скалярное выражение (38) векторной формой, которая с учетом упрощения $\eta = 1$ и в соответствии с (38) приобретает вид:

$$\Delta w = C\, w - \left(w^T C w\right) w \tag{39}$$

Стабильность процесса обучения достигается, когда при достаточно длительном обучении обеспечивается $\|\Delta w\| = 0$, т.е.

$$C\, w = \left(w^T C\, w\right) w. \tag{40}$$

Если собственное значение корреляционной матрицы С обозначить λ, а вектор w подбирать как связанный с ней собственный вектор, то по определению собственного значения имеем $Cw = \lambda w$. Подставляя это выражение в формулу (39), получаем:

$$\lambda = w^T C\, w = w^T \lambda\, w = \lambda |w|^2. \tag{41}$$

Из (41) следует, что применение для обучения модифицированного правила Хебба приводит к ограничению модуля вектора w единицей $|w| = 1$, обеспечивающему ограниченность значений весовых коэффициентов.

Лекция № 4 Тема: Проблемы практического использования искусственных нейронных сетей и их свойства

Рассмотрим случай запоминаемых пар образцов. Идея заключается в том, чтобы выбрать нужный образец из памяти, даже если у нас нет всей необходимой информации для начала поиска сохраненного образца. Например, вы хотите найти книгу в библиотеке, но не помните ее названия. При этом если вы знаете имя автора и описание того, чему книга посвящена, этого уже достаточно (с большой долей уверенности!), чтобы найти ассоциируемый с этой информацией объект.

Когда сохраняемая в памяти пара ассоциируемых образцов создается одинаковыми образцами, память называется автоассоциативной, а если образцы являются разными, то память называется гетероассоциативной. В этой главе будут рассмотрены три модели нейронных сетей для автоассоциации образцов.

Дискретная сеть Хопфилда

Сеть Хопфилда (Hopfield) является автоассоциативной сетью, ведущей себя подобно памяти, которая может вспомнить сохраненный образец даже по подсказке (в виде вводимых данных), представляющей собой искаженную помехами версию нужного образца. Например,

сеть может сохранить набор изображений букв, а когда сети будет представлена искаженная версия сохраненного символа, сеть должна оказаться способной найти истинный экземпляр. Дискретная сеть Хопфилда имеет следующие характеристики.

• Один слой элементов (входные элементы, представляющие входной образец, не учитываются).

• Каждый элемент связывается со всеми другими элементами, но элемент не связывается с самим собой.

• За один шаг обновляется только один элемент, в отличие, например, от сети с обратным распространением ошибок, где все элементы слоя могут изменяться одновременно, если сеть реализована в виде аппаратных средств с соответствующими параллельными возможностями.

• Элементы обновляются в случайном порядке, но в среднем каждый элемент должен обновляться в одной и той же мере. Например, в случае сети из 10 элементов после 100 обновлений каждый элемент должен обновиться приблизительно 10 раз.

• Вывод элемента ограничен значениями 0 или 1.

Сеть Хопфилда является рекуррентной в том смысле, что для каждого входного образца выход сети повторно используется в качестве ввода до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое состояние. Пример сети Хопфилда показан на рис. 1. Удобно считать, что сеть Хопфилда не имеет входных элементов, так как входной вектор просто определяет начальные значения активности элементов. Например, если ввод является двоичным, то входной вектор [1 1 0 1] означает, что значения активности для элементов {1, 2, 4} будут равны 1, а для элемента {3} активность будет равна 0. Элемент обновляется тогда, когда все элементы передадут свои значения активности по имеющимся взвешенным связям, после чего вычисляется сумма произведений (т.е. берется скалярное произведение). Значение активности элемента получается на основе использования некоторого правила активизации. Каждый элемент сети Хопфилда имеет состояние, характеризующееся значением активности, которое должен посылать данный элемент другим элементам, а состояние сети в любой момент времени задается вектором состояний всех ее элементов.

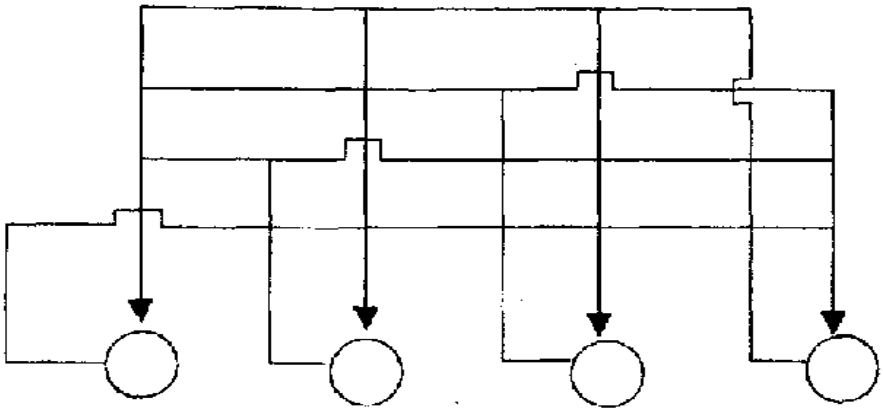


Рис. 1. Сеть Хопфилда с четырьмя элементами. Для каждого элемента входного вектора имеется свой элемент сети. Элементы сети связаны со всеми остальными ее элементами, но не сами с собой. Связи являются двунаправленными

В качестве входных данных сети Хопфилда можно использовать двоичные, но здесь мы будем использовать +1 для обозначения состояния "включено" и -1 — для состояния "выключено". Комбинированный ввод элемента вычисляется по формуле:

$$net_i = \sum_{i=1}^{n} s_i w_{ij} ,$$

где s, обозначает состояние элемента с номером i. Когда элемент обновляется, его состояние изменяется в соответствии с правилом

$$s_j = \begin{cases} +1, если\_net_j > 0 \\ -1, если\_net_j < 0 \end{cases},$$

Эта зависимость называется сигнум-функцией и в более краткой форме она записывается в виде

$$s_i = sgn(net_i).$$

Если комбинированный ввод оказывается равным нулю, то элемент остается в состоянии, в котором он пребывал перед обновлением.

Сеть работает очень просто. Входной вектор задает начальные состояния всех элементов. Элемент для обновления выбирается случайным образом. Выбранный элемент получает взвешенные сигналы от всех остальных элементов и изменяет свое состояние. Выбирается другой элемент, и процесс повторяется. Сеть достигает предела, когда ни один из ее элементов, будучи выбранным для обновления, не меняет своего состояния.

Весовые значения для сети Хопфилда определяются непосредственно из учебных данных без необходимости проведения обучения в более привычном смысле. Сеть Хопфилда ведет себя как память, и процедура сохранения отдельного вектора представляет собой вычисление прямого произведения вектора с ним самим. В результате этой процедуры создается матрица, задающая весовые значения для сети Хопфилда, в которой все диагональные элементы должны быть установлены равными нулю (поскольку диагональные элементы задают автосвязи элементов, а элементы сами с собой не связаны). Таким образом, весовая матрица, соответствующая сохранению вектора x, задается формулой $W = x^T x$.

Двунаправленная ассоциативная память

Сетью, имеющей много общего с сетью Хопфилда, является двунаправленная ассоциативная память (сеть BAM — Bidirectional Associate Memory), предложенная Коско. Сеть BAM является гетероассоциативной рекуррентной сетью. Сеть сохраняет пары образцов и может восстановить образец, когда ассоциированный с ним образец предлагается ей в качестве подсказки. В этой сети два слоя элементов — по одному для каждого из образцов пары — и оба слоя соединяются двунаправленными связями (т.е. активность может передаваться по связям в обоих направлениях) (рис. 2).

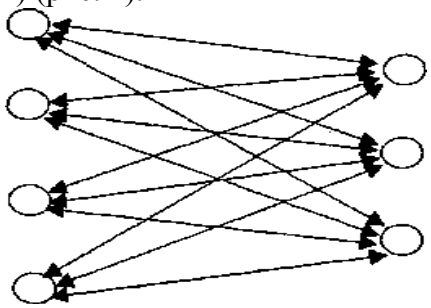


Рис. 2 Двунаправленная ассоциативная память. Элементы слева представляют образцы размерности 4, а элементы справа - ассоциированные с ними образцы размерности 3

Рассмотрим только дискретную биполярную сеть BAM, но можно рассмотреть и непрерывные значения. Чтобы сохранить образец s и ассоциируемый с ним образец t, рассматривается прямое произведение, определяющее весовые значения. Процедура точно такая же, как и в сети Хопфилда, но теперь матрица уже не обязана быть квадратной, а диагональные элементы не обнуляются. Весовой матрицей для одной пары будет матрица

$$W = s^T t.$$

Чтобы сохранить несколько пар, все соответствующие произведения, определяющие весовые значения, складываются, точно так же, как это делается для сети Хопфилда.

Процедура нахождения в памяти элемента подобна соответствующей процедуре сети Хопфилда. В следующем описании i обозначает один слой элементов, а j — ассоциированный слой элементов.

- Устанавливаются значения активности элементов слоя i в соответствии со значениями, задаваемыми входным образцом.

- Распространяется активность на слой j. Комбинированный ввод

элемента слоя j равен $u_i = \sum_{i=1}^{n} s_i w_{ij}$

- Вычисляется новое состояние для каждого элемента слоя j: $t_j=f(u_j)$.
- Распространяется активность на слой i. Комбинированный ввод элемента слоя i равен: $s_i=f(u_i)$.
- Это двустороннее распространение сигналов активности повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое состояние. Активность для каждого слоя определяется относительно некоторой пороговой величины θ.

$$t_j = f(u_j) = \begin{cases} 1, если \quad u_j > \theta_j \\ t_j, если \quad u_j = \theta_j \\ -1, если \quad u_j < \theta_j \end{cases} \qquad s_i = f(u_i) = \begin{cases} 1, если \quad u_i > \theta_i \\ s_i, если \quad u_i = \theta_i \\ -1, если \quad u_i < \theta_i \end{cases}$$

Все элементы сети сначала имеют нулевые значения активности. Обратите внимание на то, что распространение может начаться с любого уровня, так как и s может использоваться для вызова t, и, наоборот, - t может использоваться для вызова s.

Автоассоциативное обратное распространение ошибок

Стандартная сеть с прямой связью и обратным распространением ошибок может быть обучена автоассоциативным методом выполнению задач типа сжатия изображений. Этот метод дает возможность сделать целевой образец таким же, как и учебный образец, так что сеть учится воспроизводить в выходном слое то, что подается ей на рассмотрение во входном слое. Базовая архитектура сети показана на рис. 4.

Сеть обучается стандартным образом, но целью обучения является ассоциация каждого учебного образца с самим собой. После успешного окончания обучения сеть может работать как два механизма: первый слой весов может обеспечивать сжатие образца, а второй слой весов может восстанавливать полный образец из его сжатого представления. Конечно, в результате реконструкции могут быть и потери информации, поскольку сеть не

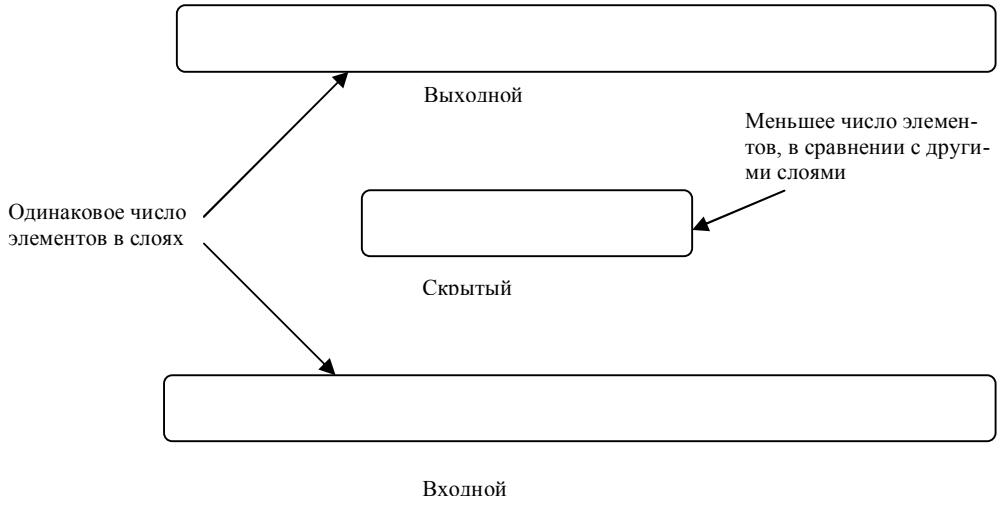


Рис. 4. Автоассоциативная сеть с прямой связью

будет в совершенстве создавать на выходном уровне все учебные экземпляры. Образец сжимается после его подачи на вход сети и распространения сигналов, по которым вычисляются значения активности скрытых элементов. Для сети с архитектурой типа 20-10-20 (20 входных элементов, 10 скрытых элементов и 20 выходных элементов) отношением сжатия будет 2-1, поскольку для данного входного вектора сжатый вектор задается значениями активности скрытых элементов. Чтобы восстановить входной вектор, сжатый вектор предъявляется скрытому слою, и активность распространяется на выходной слой.

Иногда может оказаться выгодным обработать данные с помощью автоассоциативной сети перед тем, как рассмотреть их с помощью другой сетевой модели (и даже перед тем, как выполнить их классификацию с помощью другой сети с прямой связью). Известно, например, что автоассоциативная сеть с прямой связью, имеющая один скрытый слой, вычисляет по сути главные компоненты. Анализ главных компонент является основным методом статистической обработки данных и используется для того, чтобы удалить избыточность данных и провести кластеризацию. В результате анализа главных компонент происходит также декорреляция признаков векторов (признаки характеризуют положение элементов), что иногда оказывается полезным при обучении другой сети с прямой связью. Идея заключается в преобразовании учебных данных в некоторое сокращенное описание, где компонентами такого сокращенного описания выступают скрытые элементы.

Анализ главных компонент можно использовать для выполнения сжатия с потерями. Трансформация двумерных образцов в одномерные происходит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}414 & 4{,}243 & 5{,}657 & 11{,}314 \end{bmatrix}.$$

Обратное отображение для 1.414 задается с помощью следующего выражения: $\begin{bmatrix} 1{,}414 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}.$

Вывод: Ассоциативная сеть действует подобно памяти.

- Автоассоциация связывает образец с ним самим. Например, автоассоциативная память может использоваться для того, чтобы восстановить истинную версию сохраненного образца по искаженной версии этого образца.
- Гетероассоциация представляет собой связывание двух разных образцов. Один образец может использоваться в качестве подсказки, по которой из памяти извлекается другой образец.
- Когда автоассоциативное обучение происходит путем пропускания сигналов через узкий канал типа скрытого слоя автоассоциативной сети с прямой связью, происходит в некотором смысле сжатие данных. Сжатие может оказаться полезной формой предварительной обработки данных перед использованием их для обучения сети с другой архитектурой.
- Сеть Хопфилда может использоваться для автоассоциации, а двунаправленная ассоциативная память — для гетероассоциации.
- Весовые значения дискретной сети Хопфилда и двунаправленной ассоциативной памяти могут быть найдены с помощью простых матричных вычислений, поэтому такие сети не требуют длительного обучения.
- От числа элементов в ассоциативной сети зависит число образцов, которые могут быть сохранены.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа № 1

Тема: Создание однонаправленной сети

Цель занятия – продемонстрировать основные этапы реализации нейронно-сетевого подхода для решения конкретной задачи. Можно выделить 4 основных этапа:

1. Подготовка данных для тренировки сети.
2. Создание сети.
3. Обучение сети.
4. Тестирование сети.
5. Моделирование сети. (Использование сети для решения поставленной задачи.)

В качестве примера рассмотрим следующую задачу: Задан массив, состоящий из нескольких значений функции $y = Ce^{\frac{-(x-A)^2}{S}}$ (S>0) на интервале (0,1). Создать нейронную сеть такую, что при вводе этих значений на входы сети на выходах получались бы значения параметров C,A и S.

1. Подготовка данных для обучения сети

В первую очередь необходимо определиться с размерностью входного массива. Выберем количество значений функции равным N=21, т.е. в качестве входных векторов массива используем значения функции y в точках x=0.05; …1.0. Для обучения сети необходимо сформировать массив входных векторов для различных наборов параметров C,A и S. Каждый набор этих параметров является вектором-эталоном для соответствующего входного вектора.

Для подготовки входного и эталонного массивов воспользуемся следующим алгоритмом. Выбираем случайным образом значения компонент вектора – эталона C,A S и вычисляем компоненты соответствующего входного вектора. Повторяем эту процедуру M раз и получаем массив входных векторов в виде матрицы размерностью NxM и массив векторов – эталонов в виде матрицы размерностью в нашем случае 3xM. Полученные массивы мы можем использовать для обучения сети.

Прежде чем приступать к формированию обучающих массивов необходимо определиться с некоторыми свойствами массивов.

1. Диапазон изменения параметров C,A S. Выберем диапазоны изменения параметров C,A,S равными (0.1, 1). Значения, близкие к 0 и сам 0 исключим в связи с тем, что функция не определена при S=0. Второе ограничение связано с тем, что при использовании типичных передаточных функций желательно, чтобы компоненты входных и выходных векторов не выходили за пределы диапазона (-1,1). В дальнейшем мы познакомимся с методами нормировки, которые позволяют обойти это ограничение.

2. Количество входных и эталонных векторов выберем равным M=100. Этого достаточно для обучения а процесс обучения не займет много времени.

Тестовые массивы и эталоны подготовим с помощью программы *mas1*:

```
% формирование входных массивов (входной массив P) и (эталоны T)
P=zeros(100,21);
T=zeros(3,100);
x=0:5.e-2:1;
for i=1:100
c=0.9*rand+0.1;
a=0.9*rand+0.1;
s=0.9*rand+0.1;
T(1,i)=c;
T(2,i)=a;
T(3,i)=s;
P(i,:)=c*exp(-((x-a).^2/s));
end;
P=P';
```

С помощью этой программы формируется матрица P из M=100 входных векторов-столбцов, каждый из которых сформирован из 21 точки исходной функции со случайно выбранными значениями параметров C,A,S, и матрица T эталонов из 100 эталонных векторов-столбцов, каждый из которых сформирован из 3 соответствующих эталонных значений. Матрицы P и T будут использованы при обучении сети. Следует отметить, что при каждом новом запуске этой программы будут формироваться массивы с новыми значениями компонентов векторов, как входных, так и эталонных.

2. Создание сети

Вообще, выбор архитектуры сети для решения конкретной задачи основывается на опыте разработчика. Поэтому предложенная ниже архитектура сети является одним вариантом из множества возможных конфигураций.
Для решения поставленной задачи сформируем трехслойную сеть обратного распространения, включающую 21 нейрон во входном слое (по числу компонент входного вектора) с передаточной функцией logsig, 15 нейронов во втором слое с передаточной функцией logsig и 3 нейрона в выходном слое (по числу компонентов выходного вектора) с передаточной функцией purelin. При этом в качестве обучающего алгоритма выбран алгоритм Levenberg-Marquardt (trainlm). Этот алгоритм обеспечивает быстрое обучение, но требует много ресурсов. В случае, если для реализации этого алгоритма не хватит оперативной памяти, можно использовать другие алгоритмы (trainbfg, trainrp, trainscg, traincgb, traincgf, traincgp,trainoss,traingdx). По умолчанию используется trainlm. Указанная сеть формируется с помощью процедуры:

net=newff(minmax(P),[21,15,3],{'logsig' 'logsig' 'purelin'},'trainlm');

Первый аргумент - матрица Mx2 минимальных и максимальных значений компонент входных векторов вычисляется с помощью процедуры minmax.
Результатом выполнения процедуры newff является объект – нейронная сеть net заданной конфигурации. Сеть можно сохранить на диске в виде mat. файла с помощью команды save и загрузить снова с помощью команды load. Более подробную информацию о процедуре можно получить, воспользовавшись командой help.

3. Обучение сети

Следующий шаг – обучение созданной сети. Перед обучением необходимо задать параметры обучения. Задаем функцию оценки функционирования sse.

net.performFcn='sse';

В этом случае в качестве оценки вычисляется сумма квадратичных отклонений выходов сети от эталонов. Задаем критерий окончания обучения – значение отклонения, при котором обучение будет считаться законченным:

net.trainParam.goal=0.01;

Задаем максимальное количество циклов обучения. После того, ка будет выполнено это количество циклов, обучение будет завершено:

net.trainParam.epochs=1000;

Теперь можно начинать обучение:

[net,tr]=train(net,P,T);

Таким образом, обучение сети окончено. Теперь эту сеть можно сохранить в файле nn1.mat:

save nn1 net;

4. Тестирование сети

Перед тем, как воспользоваться нейронной сетью, необходимо исследовать степень достоверности результатов вычислений сети на тестовом массиве входных векторов. В качестве тестового массива необходимо использовать массив, компоненты которого отличаются от компонентов массива, использованного для обучения. В нашем случае для получения тестового массива достаточно воспользоваться еще раз программой mas1.

Для оценки достоверности результатов работы сети можно воспользоваться результатами регрессионного анализа, полученными при сравнении эталонных значений со значениями, полученными на выходе сети когда на вход поданы входные векторы тестового массива. В среде MATLAB для этого можно воспользоваться функцией postreg. Следующий набор команд иллюстрирует описанную процедуру:

>> mas1 - создание тестового массива P

>> y=sim(net,P); - обработка тестового массива

>> [m,b,r]=postreg(y(1,:),T(1,:)); - регрессионный анализ результатов обработки.

Сравнение компонентов C эталонных векторов с соответствующими компонентами выходных векторов сети. Если все точки легли на прямую, то это говорит о правильной работе сети на тестовом массиве.

>> [m,b,r]=postreg(y(2,:),T(2,:));

>> [m,b,r]=postreg(y(3,:),T(3,:));

Сохраним обученную сеть net на диске в файл nn1.mat save nn1 net

5. Моделирование сети. (Использование сети для решения поставленной задачи)

Для того, чтобы применить обученную сеть для обработки данных, необходимо воспользоваться функцией sim:

p=p';

Y=sim(net,p);

где p – набор входных векторов, Y – результат анализа в виде набора выходных векторов.

Например, пусть C=0.2, A=0.8, S=0.7,

Тогда

p=0.2*exp(-((x-0.8).*2/0.7));

Подставив этот входной вектор в качестве аргумента функции sim :

Y=sim(net,p)

Получим:

Y=0.2048 (C), 0.8150 (A), 0.7048 (S) >>

Что весьма близко к правильному результату (0.2; 0.8; 07).

Лабораторная работа № 2

Тема: Сети кластеризации и классификации данных

В процессе анализа больших информационных массивов данных неизменно возникают задачи, связанные с исследованием топологической структуры данных, их объединением в группы (кластеры), распределением по классам и т. п. Это могут быть экономические, финансовые, научно-технические, медицинские и другие приложения, где требуется решение таких практических задач, как сжатие данных, их хранение и поиск, определение характеристик объекта по ограниченному набору признаков. Такие задачи могут быть успешно решены с применением специального класса самоорганизующихся нейронных сетей.

Самоорганизующиеся нейронные сети

Свойство самоорганизации является одним из наиболее привлекательных свойств нейронных сетей. Таким свойством обладают самоорганизующиеся нейронные сети, описанные финским ученым Т. Кохоненом. Нейроны самоорганизующейся сети могут быть обучены выявлению групп (кластеров) векторов входа, обладающих некоторыми общими свойствами. При изучении самоорганизующихся нейронных сетей, или *сетей Мошна,* существенно различать сети с неупорядоченными нейронами, которые часто называют *слоями Кохонена,* и сети с упорядочением нейронов, которые часто называют *картами Кохонена.* Последние отражают структуру данных таким образом, что близким кластерам данных на карте соответствуют близко расположенные нейроны.

Для создания самоорганизующихся нейронных сетей, являющихся слоем или картой Кохонена, предназначены М-функции newc и newsom соответственно.

По команде help selforg можно получить следующую информацию об М-функциях, входящих в состав ППП Neural Network Toolbox и относящихся к построению сетей Кохонена:

Self-organizing networks	*Самоорганизующиеся сети*
New networks	**Формирование сети**
newc newsom	Создание слоя Кохонена **Создание карты Кохонена**
Using networks	**Работа с сетью**
sim init adapt train	Моделирование Инициализация Адаптация Обучение

Weight functions	**Функции расстояния и взвешивания**
negdist	Отрицательное евклидово расстояние
Net input functions	**Функции накопления**
netsum	Сумма взвешенных входов
Transfer functions	**Функции активации**
compet	Конкурирующая функция активации
Topology functions	**Функции описания топологии сети**
gridtop hextop randtop	Прямоугольная сетка Гексагональная сетка **Сетка со случайно распределенными узлами**
Distance functions	**Функции расстояния**
dist boxdist mandist linkdist	Евклидово расстояние Расстояние максимального координатного смещения Расстояние суммарного координатного смещения Расстояние связи
Initialization functions	**Функции инициализации сети**
initlay initwb initcon midpoint	Послойная инициализация Инициализация весов и смещений Инициализация смещений с учетом чувствительности нейронов Инициализация весов по правилу средней точки
Learning functions	**Функции настройки параметров**
learnk learncon learnsom	Правило настройки весов для слоя Кохонена Правило настройки смещений для слоя Кохонена Правило настройки весов карты Кохонена
Adapt functions	**Функции адаптации**
adaptwb	Адаптация весов и смещений
Training functions	**Функции обучения**
trainwb1	Повекторное обучение весов и смещений
Demonstrations	**Демонстрационные примеры**
democ1 demosm1 demosm2	Настройка слоя Кохонена Одномерная карта Кохонена Двумерная карта Кохонена

Слой Кохонена

Рассмотрим самоорганизующуюся нейронную сеть **с** единственным слоем, задача которой заключается в том, чтобы правильно сгруппировать (кластеризировать) поступающие на нее векторы входа.

Создание сети

Для формирования слоя Кохонена предназначена М-функция newc. Покажем, как она работает, на простом примере. Предположим, что задан массив из четырех двухэлементных векторов, которые надо разделить на 2 класса:

```
   p =   [.1   .8   .1   .9;    .2   .9   .1   .8]
P =
   0.1000   0.8000   0.1000   0.9000
   0.2000   0.9000   0.1000   0.8000
```

В этом примере нетрудно видеть, что 2 вектора расположены вблизи точки (0,0) и 2 вектора - вблизи точки (1,1). Сформируем слой Кохонена с двумя нейронами для анализа двухэлементных векторов входа с диапазоном значений от 0 до 1:

```
net = newc([0 1; 0 1],2);
```

Первый аргумент указывает диапазон входных значений, второй определяет количество нейронов в слое. Начальные значения элементов матрицы весов задаются как среднее максимального и минимального значений, т. е. в центре интервала входных значений; это реализуется по умолчанию с помощью М-функции midpoint при создании сети. Убедимся, что это действительно так:

```
wts = net.IW{1,1}
wts =
    0.5000  0.5000
    0.5000  0.5000
```

Определим характеристики слоя Кохонена:

```
net.layers{1}
ans =
            dimensions:   2
         distanceFcn:     'dist'
            distances:    [2x2 double]
               initFcn:   'initwb'
          netInputFcn:    'netsum'
            positions:    [0 1]
                 size:    2
         topologyFcn:     'hextop'
            transferFcn:  'compet'
              userdata:   [1x1 struct]
```

Из этого описания следует, что сеть использует функцию евклидова расстояния dist, функцию инициализации initwb, функцию обработки входов netsum, функцию активации compet и функцию описания топологии hextop.

Характеристики смещений следующие:

```
net.biases{1}
ans =
        initFcn:      'initcon'
          learn:      1
       learnFcn:      'learncon'
     learnParam:      [1x1 struct]
           size:      2
       userdata:      [1x1 struct]
```

Смещения задаются функцией initcon и для инициализированной сети равны

```
net.b{1}
ans =
    5.4366
    5.4366
```

Функцией настройки смещений является функция learncon, обеспечивающая настройку с учетом параметра активности нейронов.

Элементы структурной схемы слоя Кохонена могут быть получены с помощью оператора gensim(net)

Они наглядно поясняют архитектуру и функции, используемые при построении слоя Кохонена.

Теперь, когда сформирована самоорганизующаяся нейронная сеть, требуется обучить ее решению задачи кластеризации данных. Напомним, что каждый нейрон блока compet конкурирует за право ответить на вектор входа p. Если все смещения равны 0, то нейрон с вектором веса, самым близким к вектору входа p, выигрывает конкуренцию и возвращает на выходе значение 1; все другие нейроны возвращают значение 0.

Правило обучения слоя Кохонена

Правило обучения слоя Кохонена, называемое также *правилом Кохонена,* заключается в том, чтобы настроить нужным образом элементы матрицы весов.

Правило Кохонена представляет собой рекуррентное соотношение, которое обеспечивает коррекцию строки *i* матрицы весов добавлением взвешенной разности вектора входа и значения строки на предыдущем шаге. Таким образом, вектор веса, наиболее близкий к вектору входа, модифицируется так, чтобы расстояние между ними стало еще меньше. Результат такого обучения будет заключаться в том, что победивший нейрон, вероятно, выиграет конкуренцию и в том случае, когда будет представлен новый входной вектор, близкий к предыдущему, и его победа менее вероятна, тогда будет представлен вектор, существенно отличающийся от предыдущего. Когда на вход сети поступает все большее и большее число векторов, нейрон, являющийся ближайшим, снова корректирует свой весовой вектор. В конечном счете, если в слое имеется достаточное количество нейронов, то каждая группа близких векторов окажется связанной с одним из нейронов слоя. В этом и заключается свойство самоорганизации слоя Кохонена.

Настройка параметров сети по правилу Кохонена реализована в виде М-функции learnk.

Правило настройки смещений

Одно из ограничений всякого конкурирующего слоя состоит в том, что некоторые нейроны оказываются незадействованными. Это проявляется в том, что нейроны, имеющие начальные весовые векторы, значительно удаленные от векторов входа, никогда не выигрывают конкуренции, независимо от того как долго продолжается обучение. В результате оказывается, что такие векторы не используются при обучении и соответствующие нейроны никогда не оказываются победителями. Такие нейроны-неудачники называют *"мертвыми" нейронами,* поскольку они не выполняют никакой полезной функции. Чтобы исключить такую ситуацию и сделать нейроны чувствительными к поступающим на вход векторам, используются смещения, которые позволяют нейрону стать конкурентным с нейронами-победителями. Этому способствует положительное смещение, которое добавляется к отрицательному расстоянию удаленного нейрона.

Соответствующее правило настройки, учитывающее нечувствительность мертвых нейронов, реализовано в виде М-функции learncon.

Параметр скорости настройки по умолчанию равен 0.001, и его величина обычно на порядок меньше соответствующего значения для М-функции learnk. Увеличение смещений для неактивных нейронов позволяет расширить диапазон покрытия входных значений, и неактивный нейрон начинает формировать кластер. В конечном счете он может начать притягивать новые входные векторы.

Это дает два преимущества. Если нейрон не выигрывает конкуренции, потому что его вектор весов существенно отличается от векторов, поступающих на вход сети, то его смещение по мере обучения становится достаточно большим и он становится конкурентоспособным. Когда это происходит, его вектор весов начинает приближаться к некоторой группе векторов входа. Как только нейрон начинает побеждать, его смещение начинает уменьшаться. Таким образом, задача активизации "мертвых" нейронов оказывается решенной. Второе преимущество, связанное с настройкой смещений, состоит в том, что они позволяют выравнять значения параметра активности и обеспечить притяжение приблизительно одинакового количества векторов входа. Таким образом, если один из кластеров притягивает большее число векторов входа, чем другой, то более заполненная область притянет дополнительное количество нейронов и будет поделена на меньшие по размерам кластеры.

Обучение сети

Реализуем 10 циклов обучения. Для этого можно использовать функции train или adapt:

```
net. trainParam.epochs  =  10;
net =  train(net,p) ;
net. adaptParam.passes  =  10;
[net,y,e]  =  adapt(net,mat2cell(p));
```

Заметим, что для сетей с конкурирующим слоем по умолчанию используется обучающая функция trainwb1, которая на каждом цикле обучения случайно выбирает входной вектор предъявляет его сети; после этого производится коррекция весов и смещений.

Выполним моделирование сети после обучения:

```
a = sim(net,p);
ac = vec2ind(a)
ac = 2  1  2  1
```

Видим, что сеть обучена классификации векторов входа на 2 кластера: первый расположен в окрестности вектора (0, 0), второй - в окрестности вектора (1, 1). Результирующие веса и смещения равны:

```
wts1  = net.IW{1,1}
b1 = net.b{1}
wts1 =
        0.58383         0.58307
        0.41712         0.42789
b1 = 5.4152
     5.4581
```

Заметим, что первая строка весовой матрицы действительно близка к вектору (1, 1), в то время как вторая строка близка к началу координат. Таким образом, сформированная сеть обучена классификации входов. В процессе обучения каждый нейрон в слое, весовой вектор которого близок к группе векторов входа, становится определяющим для этой группы векторов. В конечном счете, если имеется достаточное число нейронов, каждая группа векторов входа будет иметь нейрон, который выводит 1, когда представлен вектор этой группы, и 0 в противном случае, или, иными словами, формируется кластер. Таким образом, слой Кохонена действительно решает задачу кластеризации векторов входа.

Пример:

Функционирование слоя Кохонена можно пояснить более наглядно, используя графику системы MATLAB. Рассмотрим 48 случайных векторов на плоскости, формирующих 8 кластеров, группирующихся около своих центров. На графике, приведенном на рис. 7.3, казано 48 двухэлементных векторов входа.

Сформируем координаты случайных точек и построим план их расположения шшоскости:

```
c = 8 ; n = 6 ;   % Число кластеров,  векторов в кластере
d = 0 . 5 ;   % Среднеквадратичное отклонение от центра кластера
x = [-10   10;-5  5];   % Диапазон входных значений
[r,q]  = size(x);   minv = min(x')'; maxv = max(x')';
v = rand(r, c). * ((maxv  - minv)*ones(1,c) + minv*ones(1,c));
t = c*n;% число точек
v=[v v v v v v]; v = v + randn(r,t)*d; % Координаты точек
P=v;
Plot(P(1,:),  P(2,:),'+k')
Title('Векторы выхода'), xlabel('P(1,:)'), ylabel('P(2,:)')
```

После обучения в течение 500 циклов получим:

```
net.trainParam.epochs=500;
net=train(net,P);
w=net.IW{1}
bn=net.b{1}
cn=exp(1)./bn
```

Центры кластеризации распределились по восьми областям, смещения отклонились в обе стороны от исходного значения так же, как и параметры активности нейронов.

Рассмотренная самонастраивающаяся сеть Кохонена является типичным примером сети, которая реализует процедуру обучения без учителя.

Лабораторная работа № 3:

Тема: Сеть Хопфилда

Всякий целевой вектор можно рассматривать как набор характерных признаков некоторого объекта. Если создать рекуррентную сеть, положение равновесия которой совпадало бы с этим целевым вектором, то такую сеть можно было бы рассматривать как ассоциативную память. Поступление на вход такой сети некоторого набора признаков в виде начальных условий приводило бы ее в то или иное положение равновесия, что позволяло бы ассоциировать вход с некоторым объектом. Именно такими ассоциативными возможностями и обладают *сети Хопфилда.* Они относятся к классу рекуррентных нейронных обладающих тем свойством, что за конечное число тактов времени они из произвольного начального состояния приходят в состояние устойчивого равновесия, называемое *аттрактором.* Количество таких аттракторов определяет объем ассоциативной памяти сети Хопфилда.

Спроектировать сеть Хопфилда - это значит создать рекуррентную сеть со множеством точек равновесия, таких, что при задании начальных условий сеть в конечном счете приходит в состояние покоя в одной из этих точек. Свойство рекурсии проявляется в том, что выход сети подается обратно на вход.

Метод синтеза сети Хопфилда основан на построении системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, которая задана в некотором замкнутом гиперкубе пространства состояний и имеет решения в вершинах этого гиперкуба.

По команде help hopfield можно получить следующую информацию об М-функциях, входящих в состав ППП Neural Network Toolbox и относящихся к построению модифицированных сетей Хопфилда:

Hopfield recurrent networks	Рекуррентная модифицированная сеть Хопфилда
New networks	**Формирование сети**
nethop	Создание модифицированной сети Хопфилда
Weight functions	**Операции с весовой функцией**
dotprod	Скалярное произведение
Net input functions	**Операции над входами**
netsum	Суммирование
Transfer functions	**Функции активации**
satlins	Симметричная линейная функция с ограничениями
Demonstrations	**Демонстрационные примеры**
demohopi demohop2 demohop3 demohop4	Пример двумерной модифицированной сети Хопфилда Пример неустойчивой точки равновесия Пример трехмерной модифицированной сети Хопфилда Пример устойчивых паразитных точек равновесия

Архитектура сети

Архитектура модифицированной сети Хопфилда представлена на рис. 1.

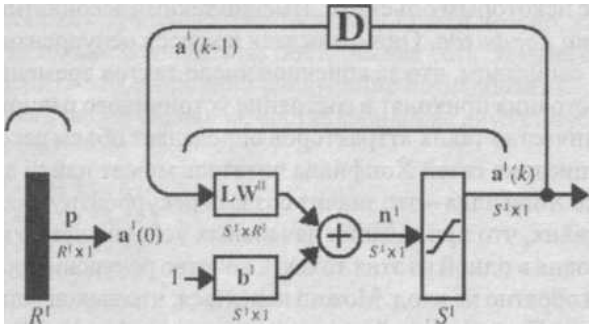


Рис. 1.

Вход p устанавливает значения начальных условий. В сети используется линейнш функция активации с насыщением *satlins,* которая описывается следующим образом:

$$a = satlins(n) = \begin{cases} -1, & n < -1; \\ n, & -1 \le n \le 1; \\ 1, & n > 1. \end{cases}$$

Эта сеть может быть промоделирована с одним или большим количеством векторов входа, которые задаются как начальные условия. После того как начальные условия заданы, сеть генерирует выход, который по обратной связи подается на вход. Этот процесс повторяется много раз, пока выход не установится в положение равновесия. Можно надеяться, что каждый вектор выхода в конечном счете сойдется к одной из точек равновесия, наиболее близкой к входному сигналу.

Распознавание образов

Постановка задачи

Требуется создать нейронную сеть для распознавания 26 символов латинского алфавита. В качестве датчика предполагается использовать систему распознавания, которая выполняет оцифровку каждого символа, находящегося в поле зрения. В результате каждый символ будет представлен шаблоном размера 5x7.

Однако система считывания символов обычно работает неидеально и отдельные элементы символов могут оказаться искаженными .

Проектируемая нейронная сеть должна точно распознавать идеальные векторы входа и с максимальной точностью воспроизводить зашумленные векторы. М-функция prprob определяет 26 векторов входа, каждый из которых содержит 35 элементов, этот массив называется *алфавитом.* М-функция формирует выходные переменные alphabet и targets, которые определяют массивы алфавита и целевых векторов. Массив targets определяется как eye(26). Для того чтобы восстановить шаблон для *i*-й буквы алфавита, надо выполнить следующие операторы:

```
[alphabet, targets] = prprob;
ti = alphabet(:, i);
letter{i} = reshape(ti, 5, 7)';
 letter{i}
```

Пример:

Определим шаблон для символа A, который является первым элементом алфавита:

```
[alphabet, targets] = prprob;
i = 2;
ti = alphabet(:, i) ;
letter{i}=reshape(ti, 5, 7)' ;
letter{i}
ans  =
     0  0  1  0  0
     0  1  0  1  0
     0  1  0  1  0
     1  0  0  0  1
     1  1  1  1  1
     1  0  0  0  1
     1  0  0  0  1
```

Нейронная сеть

На вход сети поступает вектор входа с 35 элементами; вектор выхода содержит 26 элементов, только один из которых равен 1, а остальные - 0. Правильно функционирующая сеть должна ответить вектором со значением 1 для элемента, соответствующего номеру сим-

вола в алфавите. Кроме того, сеть должна быть способной распознавать символы в условиях действия шума. Предполагается, что шум - это случайная величина со средним значением 0 и стандартным отклонением, меньшим или равным 0.2.

Архитектура сети

Для работы нейронной сети требуется 35 входов и 26 нейронов в выходном слое. Для | решения задачи выберем двухслойную нейронную сеть с логарифмическими сигмоидальными функциями активации в каждом слое. Такая функция активации выбрана потому, что диапазон выходных сигналов для этой функции определен от 0 до 1, и этого достаточно, чтобы сформировать значения выходного вектора.

Скрытый слой имеет 10 нейронов. Такое число нейронов выбрано на основе опыта и разумных предположений. Если при обучении сети возникнут затруднения, то можно увеличить количество нейронов этого уровня. Сеть обучается так, чтобы сформировать единицу в единственном элементе вектора выхода, позиция которого соответствует номеру символа, и заполнить остальную часть вектора нулями. Однако наличие шумов может приводить к тому, что сеть не будет формировать вектора выхода, состоящего точно из единиц и нулей. Поэтому по завершении этапа обучения выходной сигнал обрабатывается М-функцией compet, которая присваивает значение 1 единственному элементу вектора выхода, а всем остальным - значение 0.

Инициализация сети

Вызовем М-файл prprob, который формирует массив векторов входа alphabet размера 35x26 с шаблонами символов алфавита и массив целевых векторов targets:

```
[alphabet,targets] = prprob;
[R,Q]  =  size (alphabet) ;
[S2,Q]  =  size (targets) ;
```

Двухслойная нейронная сеть создается с помощью команды newff:

```
S1 = 10;
net = newff(minmax(alphabet),[SI S2],{'logsig' 'logsig'},'traingdx');
net.LW{2,l}=net.LW{2,l}*0.01;
net.b{2}=net.b{2}*0.01;
```

Обучение

Чтобы создать нейронную сеть, которая может обрабатывать зашумленные векторы входа, следует выполнить обучение сети как на идеальных, так и на зашумленных векторах. Сначала сеть обучается на идеальных векторах, пока не будет обеспечена минимальная сумма квадратов погрешностей. Затем сеть обучается на 10 наборах идеальных и зашумленных векторов. Две копии свободного от шума алфавита используются для того, чтобы сохранить способность сети классифицировать идеальные векторы входа. К сожалению, после того, как описанная выше сеть обучилась классифицировать сильно зашумленные векторы, она потеряла способность правильно классифицировать некоторые векторы, свободные от шума. Следовательно, сеть снова надо обучить на идеальных векторах. Это гарантирует, что сеть будет работать правильно, когда на ее вход будет передан идеальный символ. Обучение выполняется с помощью функции trainbpx, которая реализует метод обратного распространения ошибки с возмущением и адаптацией параметра скорости настройки.

Обучение в отсутствие шума

Сеть первоначально обучается в отсутствие шума с максимальным числом циклов обучения 5000 либо до достижения допустимой средней квадратичной погреши равной 0.1:

```
P = alphabet;
T = targets;
net.performFcn = 'sse' ;
net.trainParam.goal = 0.1;
net.trainParam.show = 20;
net.trainParam.epochs = 5000;
net.trainParam.me = 0.95;
[net,tr] = train(net,P,T);
```

Обучение в присутствии шума

Чтобы спроектировать нейронную сеть, не чувствительную к воздействию шума, обучим ее с применением двух идеальных и двух зашумленных копий векторов алфавита. Целевые векторы состоят из четырех копий векторов. Зашумленные векторы имеют шум со средним значением 0.1 и 0.2. Это обучает нейрон правильно распознавать зашумленные символы и в то же время хорошо распознавать идеальные векторы.

При обучении с шумом максимальное число циклов обучения сократим до 300, а допустимую погрешность увеличим до 0.6:

```
netn = net;
netn. trainParam.goal = 0.6;
netn. trainParam. epochs  = 300;
T=[targets  targets  targets  targets];
for pass  =  1:10
P =[alphabet, alphabet, … __
(alphabet + randn(R,Q)*0.1), ...
(alphabet + randn(R,Q)*0.2)];
[netn,tr] = train(netn,P,T);
end
```

Повторное обучение в отсутствие шума

Поскольку нейронная сеть обучалась в присутствии шума, то имеет смысл повторить ее обучение без шума, чтобы гарантировать, что идеальные векторы входа классифицируются правильно.

```
netn.trainParam.goal = 0.1; % Предельная среднеквадратичная погрешность
netn.trainParam.epochs = 500; % Максимальное количество циклов обучения
net.trainParam.show =5;% Частота вывода результатов на экран [netn,tr]=train(netn,P,T);
```

Эффективность функционирования системы

Эффективность нейронной сети будем оценивать следующим образом. Рассмотрим 2 структуры нейронной сети: сеть 1, обученную на идеальных последовательностях, и сеть 2, обученную на зашумленных последовательностях. Проверка функционирования производится на 100 векторах входа при различных уровнях шума.

Приведем фрагмент сценария appcrl, который выполняет эти операции:

```
noise_range  = 0:.05:.5; max_test = 100;
networkl = [ ] ;
network2 = [];
T = targets;
%  Выполнить  тест
for  noiselevel = noise_range
   errorsl =0;
   errors2 =0;
   for  i=l:max_test
      P = alphabet + randn(35,26)*noiselevel;
      %  Тест  для  сети  1
      A = sim(net,P);
      AA = compet(A);
      errorsl = errorsl + sum(sum(abs(AA-T)))/2;
      % Тест для сети 2
      An = sim(netn,P);
      AAn  = compet(An);
   errors2 = errors2 + sum(sum(abs(AAn-T)))/2;
   echo off
   end
% Средние значения ошибок   (100 последовательностей из 26 векторов целей
networkl = [networkl   errorsl/26/100];
network2 = [network2   errors2/26/100];
```

end

Тестирование реализуется следующим образом. Шум со средним значением 0 и стандартным отклонением от 0 до 0.5 с шагом 0.05 добавляется к векторам входа. Для каждого уровня шума формируется 100 зашумленных последовательностей для каждого символа вычисляется выход сети. Выходной сигнал обрабатывается М-функцией compet с той целью, чтобы выбрать только один из 26 элементов вектора выхода. После этого оценивается количество ошибочных классификаций и вычисляется процент ошибки.

Сеть 1 обучена на идеальных векторах входа, а сеть 2 - на зашумленных. Обучение сети на зашумленных векторах входа значительно снижает погрешность распознавания реальных векторов входа. Сети имеют очень малые погрешности, если среднеквадратичное значение шума находится в пределах от 0.00 до 0.05. Когда к векторам был добавлен шум со среднеквадратичным значением 0.2, в обеих сетях начали возникать заметные ошибки. При этом погрешности нейронной сети, обученной на зашумленных векторах, на 3-4% ниже, чем для сети, обученной на идеальных входных последовательностях.

Если необходима более высокая точность распознавания, сеть может быть обучена либо в течение более длительного времени, либо с использованием большего количества нейронов в скрытом слое. Можно также увеличить размер векторов, чтобы пользоваться шаблоном с более мелкой сеткой, например 10x14 точек вместо 5x7.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа №1.

Обучение нейронной сети

Качество работы нейронной сети сильно зависит от предъявляемого ей в процессе обучения набора учебных данных. Учебные данные должны быть типичными для задачи, решению которой обучается сеть. Обучение часто оказывается уникальным процессом, когда приемлемые решения многих проблем могут быть получены только в процессе многочисленных экспериментов. Разработчикам решения на основе нейронной сети требуется следующее.

- Выбрать соответствующую модель сети
- Определить топологию сети (т.е. число элементов и их связи)
- Указать параметры обучения

Часто разработчику необходимо выполнить и предварительную подготовку данных. Такая предварительная подготовка может быть совсем простой, - например, перевод с помощью масштабирования значений всех признаков (т.е. переменных) в диапазон от 0 до 1, - а может включать использование и более сложных статистических процедур. Однако здесь следует подчеркнуть, что долгосрочной целью разработки нейронных сетей является минимизация необходимости прямого влияния разработчика на процесс нахождения решения, так как главным преимуществом нейронных сетей является их потенциальная возможность вырабатывать собственные решения. На практике лучшие результаты получаются тогда, когда имеется четкое понимание рассматриваемой проблемной области знаний и концептуальное понимание проблем построения нейронной сети. Данные, используемые для обучения нейронной сети, обычно разделяются на две категории: одни данные используются для обучения, а другие – для тестирования. На самом деле реальные качества нейронной сети выявляются только во время тестирования, поскольку успешное завершение обучения сети должно означать отсутствие признаков неправильной работы сети во время ее тестирования. Процесс тестирования разрабатывается так, чтобы в его ходе для данной сети можно было бы оценить ее способность обобщать полученные знания. Обобщение в данном случае означает способность сети правильно выполнять задачу с данными, которые оказываются хотя и аналогичными данным, предъявлявшимся сети в процессе обучения, но все же отличными от них.

Простой пример обучения

Рассмотрим относительно простую задачу и выясним, как для ее решения можно использовать самый простой тип нейронной сети. Наша сеть будет состоять только из одного, входного и одного выходного элементов.

Многие в школе на уроке физики выполняли эксперимент, в котором требовалось измерить отклонение металлической пластины в зависимости от приложенной к ней нагрузки – гирь определенного веса. Потом необходимо было начертить график отклонения в зависимости от веса приложенной нагрузки. График строился по точкам, которые должны были в идеале образовать прямую линию. Используя метод наименьших квадратов, по полученным точкам можно построить прямую линию, с помощью которой можно будет предсказать, насколько отклонится пластина под нагрузкой, для которой отклонение не измерялось. Многие проблемы моделируются с помощью построения прямых (или кривых) линий по имеющимся данным. Например, можно анализировать графики производства за прошедшие несколько лет, чтобы оценить, сколько стиральных машин изготовит фирма в течение следующих двух лет. Если тенденция изменения данных соответствует прямой линии, мы получим нечто похожее на диаграмму, показанную на рис. 1, где данные располагаются вдоль прямой, хотя и не существует прямой линии, на которой они лежали бы в точности. Этого и следовало ожидать – в реальном мире при любом измерении всегда имеются ошибки.

Уравнение прямой задается формулой

$y = mx + c$,

где y и x являются переменными (например, отклонением и нагрузкой), m определяет наклон или градиент прямой, а c - значение сдвига (т.е. точку, в которой прямая пересекает ось y).

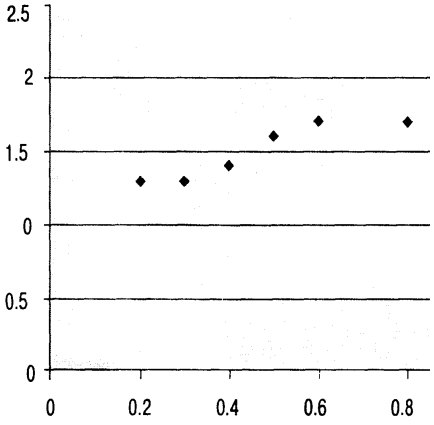


Рис. 1. Данные располагаются вдоль прямой линии, но не лежат в точности на прямой из-за ошибок измерения

Можно провести прямую на глаз, а затем измерить ее наклон и значение сдвига, но метод наименьших квадратов дает нам возможность вычислить тис. Что означает "наиболее подходящая прямая"? В данном случае это прямая, для которой сумма квадратов ошибок для всех точек, соответствующих имеющимся данным, оказывается наименьшей. Что такое ошибки для набора точек, показано на рис. 1. Чтобы найти сумму квадратов ошибок, следует возвести значение каждой из ошибок в квадрат и просуммировать все полученные таким образом значения.

При использовании метода наименьших квадратов m находится по формуле

$$m = \frac{n\sum x_i y_j - \sum x_i \sum y_j}{n\sum x_i^{\,2} - (\sum x_i)^2} \qquad (1)$$

а c- по формуле

$$c = \frac{\sum y_i - m\sum x_i}{n} \qquad (2)$$

где x_i и y_j представляют значения координат для точки i, а n равно числу точек. Суммирование выполняется по всем точкам данных.

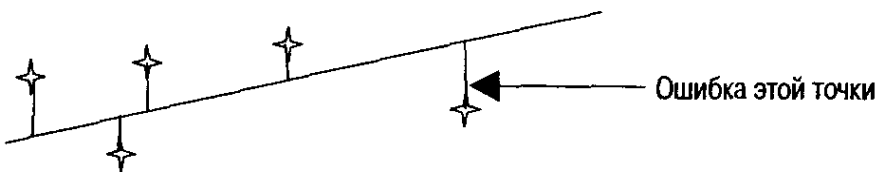


Рис. 2. Каждой точке соответствует своя ошибка, равная расстоянию от точки до прямой

Вывод уравнений для *m* и *c*

Как только с данными оказывается сопоставленной некоторая прямая, с помощью уравнения этой прямой для любого данного значения *x* можно получить оценку соответствующего значения *y*. В реальности любой оценке значения *y* соответствует своя ошибка. Поэтому для оценки *y* мы можем записать:

$$y_i = mx_i + c + e_i \tag{3}$$

где e_i обозначает ошибку *i*. Суммирование квадратов ошибок, *E*, вычисляется по формуле

$$E = \sum e_i^{\,2} \tag{4}$$

Используя равенства (3) и (4), получаем:

$$E = \sum \left[y_i - (mx_i + c) \right]^2 \tag{5}$$

Теперь, рассмотрев частные производные уравнения (5), мы увидим, как зависит общая ошибка от изменения *m* и *c*:

$$\frac{\partial E}{\partial m} = -2 \sum x_i \left[y_i - (mx_i + c) \right], \tag{6}$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = \sum x_i \left[y_i - (mx_i + c) \right], \tag{7}$$

Если (6) и (7) приравнять к 0 и решить соответствующие уравнения, будут получены равенства (1) и (2).

Метод наименьших квадратов дает эффективный способ нахождения прямой, наилучшим образом соответствующей имеющемуся набору данных.

Метод прост в применении, но его обоснование требует определенного уровня знания математики. Для нахождения прямой, соответствующей имеющемуся набору данных, можно использовать нейронную сеть. Такой сети нужно просто предоставить учебные данные и дать возможность обучиться на них.

Сеть с одним входным и одним выходным элементами была обучена проводить прямую линию на основе анализа имеющихся данных (см. рис. 1.). В этой сети использовалась линейная функция активности. Задача требовала, чтобы сеть оценивала тис, поэтому тис являются параметрами сети (т.е. весовыми коэффициентами), значения для которых перед началом обучения были выбраны случайным образом из диапазона между -0.3 и +0.3. Модель сети показана на рис. 3. Данными для обучения были значения координаты x для каждой точки и соответствующие целевые значения координаты *y*. Вес с на входе имеет значение 1 (*c*, умноженное на 1, равно *c*; этот вес задает смещение). Для обучения сети использовалось дельта-правило, а норма обучения была выбрана равной 0.1. Обучение заканчивалось после рассмотрения каждой точки 10000 раз.

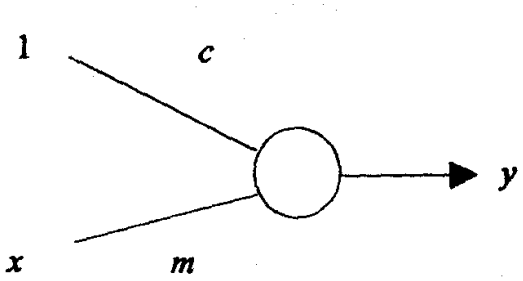


Рис. 3. Линейный элемент, который можно обучить найти прямую для данных на рис. 4

Оценки для *m* и *c*, полученные с помощью сети, в результате применения метода наименьших квадратов, представлены в следующей таблице, а линия, найденная сетью, показана на рис. 4.

Параметр	*Метод наименьших квадратов*	*Сеть*
m	*1.0085*	*1.0284*
c	*1.0450*	*1.0360*

На самом деле совсем не удивительно, что сеть по сравнению с методом наименьших квадратов дает сравнимые результаты, поскольку, дельта-правило обучения выводится из принципа минимизации суммы квадратов ошибок. Наша сеть решила данную задачу пу-

тем обобщения результатов вывода в зависимости от ввода, подобрав для них некоторую линейную зависимость. В нашем случае сеть моделирует прямую линию, но большие нейронные сети с нелинейными функциями активности могут подбирать для данных обучения весьма сложные формы и таким образом решать многие весьма сложные задачи.

Упражнения

1. Для данных, представленных ниже, начертите на глаз несколько прямых, которые могут соответствовать этим данным. Запишите уравнения этих прямых, измерив соответствующие наклоны и координаты точек пересечения прямых с осью *y*. Для каждой прямой вычислите среднеквадратическую ошибку при условии, что для вводимых значений *x* вывод задается формулой $вывод = mx + c$

x	Требуемый вывод
0,3	1,6
0,35	1,4
0,4	1,4
0,5	1,6
0,6	1,7
0,8	2
0,95	1,7
1,1	2,1

2. Для данных из упражнения 1 найдите прямую, получаемую в результате применения метода наименьших квадратов.

3. Для данных упражнения 1 и заданных начальных весовых коэффициентов $вывод = 0.5x + 0.5$ вычислите новую прямую после одного прохода через данные, используя правило обучения Видроу-Хоффа (дельта-правило) с нормой обучения, равной 0.3. (Замечание: после рассмотрения каждого учебного образца получается новая прямая.)

4. Наша подбирающая прямые линии нейронная сеть имела один входной элемент, а целью было нахождение весовых коэффициентов, при которых по заданному *x* можно было бы оценить *y*. Во многих задачах требуется знать, с какой стороны от прямой (т.е. выше или ниже ее) будет располагаться точка данных. Представьте полученную в результате решения упражнения 2 прямую в следующем виде:

$$ввод(x, y) = mx - y + c$$

Вычислите ввод для всех точек данных, определенных в формулировке упражнения 1, и для каждой точки найдите выходное значение, используя двоичную пороговую функцию. Как вы думаете, можно ли моделировать с помощью нейронной сети вычисление значений ввода?

Практическая работа № 2

Классификация образцов

Функция выбора решения

Рассмотрим тривиальную задачу и используем для решения этой задачи самый простой тип сети.

Иллюстрация такой задачи классификации представлена на рис. 1. Задача состоит в выработке правил классификации самолетов для бомбардировщиков и истребителей в зависимости от их максимальной скорости и максимального взлетного веса. Такие правила могут быть заданы формально:

ЕСЛИ вес > 0.80 И скорость < 0.55, ТО бомбардировщик,

ЕСЛИ вес < 0.90 И скорость > 0.25, ТО истребитель.

Эти правила используют дискретные граничные значения, разделяющие пространство всех значений на прямоугольные области. Разделение, порожденное этими правилами, вполне успешно классифицирует самолеты, представленные на нашей диаграмме, но оказывается не слишком гибким, если по этим правилам придется классифицировать новый самолет. Кроме того, эти правила в указанном виде ничего не сообщают о том, насколько точной будет классификация нового самолета.

Альтернативный подход к использованию правил заключается в выводе функции клас-

сификации путем построения прямой, разделяющей два класса. Для нового самолета нам нужно просто указать точку на плоскости, соответствующую известным значениям максимальной скорости и максимального взлетного веса и посмотреть, по какую сторону от прямой будет расположена эта точка. В данном случае для небольшого количества самолетов рассмотрены два признака, скорость и вес, поэтому можно представить данные в виде изображения на плоскости. Однако, если придется иметь дело с сотнями самолетов и значительно большим числом признаков (т.е. в случае многомерной задачи), задачу классификации в виде простой картинки представить будет невозможно.

Выход заключается в использовании функции выбора решения. Уравнение прямой, разделяющей два типа самолетов, записывается в следующем виде:

$$x_2 = 1.5\, x_1 + 0.5,$$

где x_1 представляет скорость, а x_2 — вес. Это уравнение можно использовать для создания функции выбора решения:

$$f(x_1, x_2) = -x_2 + 1.5x_1 + 0.5,$$

$$d = \begin{cases} \textit{истребитель}, & \textit{если} \quad f(x1, x2) \geq 0, \\ \textit{бомбардировщик}, & \textit{если} \quad f(x1, x2) \leq 0. \end{cases}$$

Например, истребитель, представленный точкой (0.4, 0.5), даст f(0.4,0.5) = -0.5+

1.5*0.4+ 0.5 =0.6,

и функция выбора решения правильно классифицирует эту точку, как истребитель.

Предлагаемую функцию выбора решения можно моделировать с помощью нейронной сети и даже реализовать в виде аппаратных средств. На рис. 2 показана сетевая модель для данной функции выбора решения. Сетевой ввод для центрального элемента находится путем умножения переменных ввода, x_1 и x_2, на соответствующие их взвешенным связям коэффициенты с последующим суммированием результатов. Указанное на схеме значение смещения тоже добавляется в сумму, в результате чего получается значение комбинированного ввода для данного элемента. Вся сумма имеет следующий вид:

$u_j = w_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}$ где u_j представляет значение комбинированного ввода, w_0 — смещение, связываемое с элементом, значение активности которого считается всегда равным 1, x_i — значение активности i-го элемента, а w_{ij} — вес связи, ведущей от элемента с номером i к элементу с номером j. Для элемента, показанного на рис. 2, выходное значение вычисляется согласно критерию пороговой функции:

$$\textit{вывод} = \begin{cases} 1, & \textit{если} \quad \textit{комбинированный} \quad \textit{ввод} \geq 0 \\ 0, & \textit{если} \quad \textit{комбинированный} \quad \textit{ввод} < 0 \end{cases}$$

Выходное значение 1 должно указывать на то, что самолет является истребителем, а значение 0 должно соответствовать бомбардировщику.

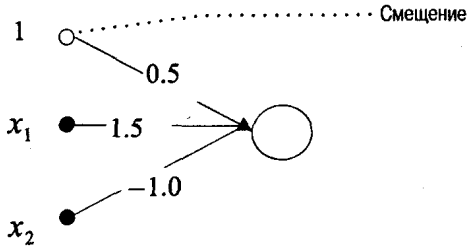


Рис. 2. Простая нейронная сеть

Ввод для сети на рис. 2 пропускается через пороговую функцию, в результате чего порождается выходное значение, равное 0 или 1. Вместо указанной пороговой функции можно было бы использовать любую другую функцию, дающую выходные значения в диапазоне от 0 до 1. Так, если выходное значение оказывается равным 0.9, мы можем быть практически уверены, что самолет является истребителем, а вот значение 0.5 не дает нам уверенности относительно его классификации. На самом деле систему можно использовать не только для классификации, а и для оценки степени точности такой классификации.

Пример 1

(а) Вычислите комбинированный сетевой ввод для элемента на рис. 2 и соответствующее выходное значение при использовании пороговой функции и входного вектора [0.7 2.5].

(б) Вычислите выходное значение, использовав в качестве функции активности сигмоидальную функцию. Входной вектор остается таким же, как и в п. (а).

(в) Вычислите комбинированный ввод для сети с архитектурой, показанной на рис. 2, но с набором весовых значений [-0.2 0.03 1.2] и таким же входным вектором, как и в п. (а).

Решение 1

(а) Порядок элементов во входном векторе говорит о том, что x_1=0.7 и x_2=0.5. Таким образом, комбинированный ввод оказывается равным

$$0.5 + (0.7*1.5) + (2.5*-1) = -0.95 .$$

Комбинированный ввод оказывается отрицательным, поэтому вывод равен 0.

(б) Активность в случае сигмоидальной функции вычисляется последующей формуле:

$$f(u_j) = \frac{1}{1 + \exp(-u_j)}$$

Комбинированный ввод равен -0.95, и подстановка этого значения в сигмоидальную функцию дает выходное значение 0.28.

(в) Порядок размещения весовых значений в матрице весов означает, что смещение равно (-0.2), а для элемента, от которого исходит смещение, значение активности должно быть равным 1 . Если входной вектор обозначить x, а вектор весов — w, то комбинированный ввод элемента можно выразить в виде

$$u_j = xw$$

при условии, что входной вектор включает и значение активности элемента смещения. Добавляя к входному вектору значение активности элемента смещения, для комбинированного ввода в нашем случае получаем

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 2.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.03 \\ 1.2 \end{bmatrix} = (1 * -0.2) + (0.7 * 0.03) + (2.5 * 1.2) = 2.82$$

Пример 2

Найти весовые коэффициенты для модели нейронной сети, подобной показанной на рис. 2 и представляющей следующее уравнение:

$$2x_2 = -4x_1 + 8.$$

Решение 2

Для любой точки, лежащей на указанной прямой, весовые коэффициенты можно определить из уравнения

$$w_0 + x_1 w_1 + x_2 w_2 = 0$$

Отсюда получаем

$$x_2 = -x_1 \frac{w_1}{w_2} - \frac{w_0}{w_2}$$

Сравнивая члены полученного равенства с коэффициентами, указанными в условии примера, имеем

$$-\frac{w_1}{w_2} = -\frac{4}{2} \qquad -\frac{w_0}{w_2} = -\frac{8}{2}$$

Таким образом, $w_0 = -8$, а w_2 - 2 .

Корректировка весов

Из рис. 1 должно быть ясно, что имеется целое множество прямых, которые могут быть выбраны в качестве границы, разделяющей данные, поэтому имеется целое множество весовых значений, дающих подходящее решение. Если требуемый выход *i*-го элемента обозначить t , а наблюдаемый на самом деле — o_j ,то ошибка E_p для образца p может быть определена по формуле

$$E_P = \frac{1}{2}\sum_j \left(t_j - o_j\right)^2 , \qquad (1)$$

а полная ошибка будет равна $E = \sum E_p$. Множитель 1/2 включен здесь в формулу с целью упрощения выкладок.

Активность любого элемента зависит от комбинированного ввода этого элемента, а значит, от весовых значений, влияющих на этот элемент. Представьте себе элемент, подобный показанному на рис. 2, но без смещения. Такой элемент может моделировать любую прямую, проходящую через начало координат. В случае линейного элемента и одного образца равенство (1) можно записать в виде

$$E = \frac{1}{2}(t-u)^2 ,$$

так как для линейного элемента вывод оказывается равным вводу. Разворачивание правой части равенства дает

$$E = \frac{1}{2}\left[t^2 - 2tu + u^2\right] = \frac{1}{2}\left[t^2 - 2t(x_1 w_1 + x_2 w_2) + x_1^2 w_1^2 + 2x_1 w_1 x_2 w_2 + x_2^2 w_2^2\right], \qquad (2)$$

где $u = x_1 w_1 + x_2 w_2$. Дифференцируя равенство (2) по w_1, получаем

$$\frac{\partial E}{\partial w_1} = (-t + x_1 w_1 + x_2 w_2) x_1 . \qquad (3)$$

Равенство (2) говорит о том, что зависимость квадрата ошибки от w_1 является параболической, как показано на рис. 3, а если приравнять к нулю правую часть равенства в (3) и решить полученное таким образом уравнение, можно найти точку минимума соответствующей кривой.

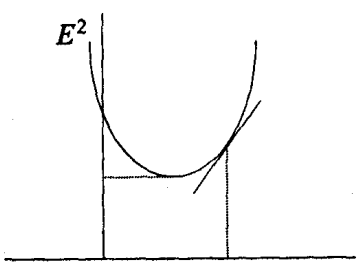


Рис. 3. Прямая линия представляет производную ошибки в зависимости от веса в момент времени n

В процессе обучения сеть должна корректировать весовые коэффициенты так, чтобы максимально уменьшить значение общей ошибки. Другими словами, весовые коэффициенты должны корректироваться в том направлении, в котором спуск вниз по поверхности ошибок происходит быстрее всего. На рис. 3 эта идея иллюстрируется для одного веса, где *n* обозначает время или итерацию.

Минимизация квадрата ошибки

Нанесем на координатную сетку точки, соответствующие величине изгиба металлической пластины в зависимости от приложенной к ней нагрузки, с последующим построением прямой, для которой сумма квадратов расстояний от полученных точек до прямой оказывалась минимальной. Этот же принцип можно использовать для корректировки весов, и одно из таких правил корректировки весов, называемое правилом Видроу—Хоффа или дельта-правилом. Это правило записывается в следующем виде:

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_j x_i, \qquad \delta_j = (t_j - o_j), \tag{5}$$

где t_j обозначает требуемое значение для элемента j, o_j; — его реальный вывод, x_i — сигнал, приходящий от элемента i, η — норма обучения (коэффициент, от которого зависит величина изменения веса), а Δw_{ij} — величина, на которую изменяется вес для связи, идущей от элемента i к элементу j.

Это правило очень просто получается в случае линейного элемента, когда вывод определяется следующей формулой:

$$o_j = \sum_j x_i w_{ij}$$

Используя цепное правило, можно выразить производную поверхности ошибок в зависимости от веса в виде произведения, характеризующего изменение ошибки в зависимости от вывода элемента, и изменение вывода в зависимости от связанных с элементом весовых коэффициентов:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial o_j}\frac{\partial o_j}{\partial w_{ij}}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial E}{\partial o_j} = -\delta_j \quad \text{((это следует из (1) и определения } \delta_j \text{ в (5)),}$$

$$\frac{\partial o_j}{\partial w_{ij}} = x_i$$

откуда, возвращаясь к (6), получаем

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \delta_j x_i$$

Принимая во внимание тот факт, что вес должен изменяться в направлении, противоположном направлению вектора градиента, и умножая на норму обучения, приходим к равенству (5).

Упражнения

1. На рис. 4 показана сеть с обратным распространением ошибок во время обработки учебного вектора [1.0 0.9 0.9], для которого целевым выходным вектором является [0.1 0.9 0.1]. Пусть выходом элемента. В является значение 0.6, а выходом элемента С — значение 0.8. Предположим, что функцией активности является сигмоид.

(а) Вычислите фактический выходной вектор.

(b) Вычислите изменения весовых значений для связей, идущих от элемента A. Норма обучения предполагается равной 0.25.

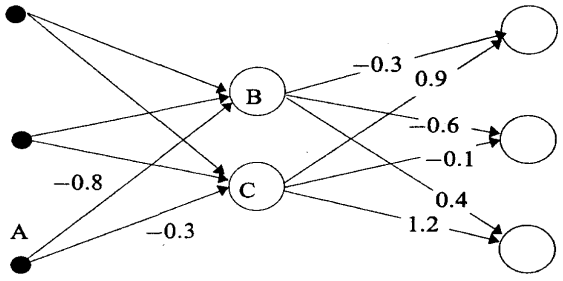


Рис. 4. Сеть типа 3-2-3, в которой нет элементов смещения

2. Повторите вычисления упражнения 1 для целевого выходного вектора [0.1 0.9 0.9].

Практическая работа № 3

Тема: Алгоритм обратного распространения ошибок

На первой стадии происходит инициализация весов малыми случайными значениями — например, значениями из диапазона между -0.3 и +0.3. Обучение предполагается управляемым, поскольку с каждым входным образцом связывается целевой выходной образец. Обучение продолжается до тех пор, пока изменение усредненной квадратичной ошибки не окажется меньше некоторого допустимого значения при переходе от одной эпохи к следующей. Например, допустимое значение 0.01 означает, что усредненная квадратичная ошибка соседних эпох не должна отличаться более чем на ±0.01. Если в процессе обучения наступает момент, когда ошибка в сети попадает в рамки допустимого изменения, говорят, что наблюдается сходимость. Другим критерием окончания обучения можно считать наступление момента, когда выход для каждого учебного образца оказывается в рамках допустимого отклонения от соответствующего целевого выходного образца.

Чтобы уменьшить вероятность того, что изменения весов приобретут осциллирующий характер, вводится инерционный член α, добавляемый в пропорции, соответствующей предыдущему изменению веса:

$$\Delta w_{ij}(n+1) = \eta \delta_j o_i + \alpha \Delta w_{ij}(n+1).$$

Таким образом, изменение веса на шаге n + 1 оказывается зависящим от изменения веса на шаге n. Алгоритм обратного распространения в целом представлен на рис. 1.

Пример 1

Вводимыми данными будут (0.1,0.9), норма обучения равна 0.8, а коэффициент инерции равен 0. Сеть имеет архитектуру 2-2-2-1, а весовые значения задаются матрицами

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Представьте полностью прямой и обратный проходы в сети с прямой связью, использующей алгоритм обратного распространения ошибок.

Пример 2.

Представьте полностью прямой и обратный проходы в сети с прямой связью, использующей алгоритм обратного распространения ошибок, для входного образца [0.1 0.9] и целевого выходного значения 0.9 в предположении, что сеть имеет архитектуру 2-2-1 (т.е. два входных, два скрытых один выходной элемент) с весовыми коэффициентами

$\begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 \\ -0{,}2 & -0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 \end{bmatrix}$ для первого слоя, $\begin{bmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{bmatrix}$ для второго слоя.

Выход для входных элементов совпадает с вводимыми значениями. Первые строки обеих весовых матриц определяют элементы смещения соответствующего слоя, которые, как вы

помните, связываются с элементами, значения активности которых равны 1. Элементы получают номера {0,1,2} для входного слоя, {3,4,5} — для скрытого слоя и {6} — для выходного слоя. При этом элементы с номерами 0 и 3 оказываются элементами смещения для входного и скрытого слоев соответственно.

Практическая работа № 4
Тема: Кластеризация образцов

При обучении без управления сети приходится проводить кластеризацию образцов (т.е. разделение их на группы) самостоятельно. Все образцы одного кластера должны иметь что-то общее – они будут оцениваться, как подобные. Предположим, например, что перед нами стоит задача классификации мебели по признакам полезности и красоты. Все объекты, подобное стулу, попадут при этом в одну группу, а все объекты, подобные столу, – в другую. Эти группы затем анализируются, и от группы подобных столу предметов отделяется группа письменных столов. Группа письменных столов подобна группе предметов, подобных столам, поэтому эти группы должны разместиться близко одна к другой и далеко от группы предметов, подобных стулу.

Алгоритмы кластеризации выполняют такие операции с образцами данных. Группы в дальнейшем мы будем называть кластерами и предполагать, что разделение образцов на кластеры должно удовлетворять следующим двум требованиям

- Образцы внутри одного кластера должны быть в некотором смысле подобны.
- Кластеры, подобные в некотором смысле, должны размещаться близко один от другого.

Показано размещение на двумерной плоскости данных, которые естественным образом организуются в три кластера: соответствующая образцу точка попадает в определенный кластер, если она располагается близко к точкам этого кластера в сравнении с точками, принадлежащими другим кластерам. Мерой близости (или подобия) двух точек обычно является квадрат евклидова расстояния между ними, вычисляемый по формуле

$$d_{pq} = \sum_{i}^{n} (x_{pi} - x_{qi})^2 ,$$

где d_{pq} обозначает квадрат евклидового расстояния между точкой p и точкой q, x_{pi} – i-я координата образца p (аналогично для образца q), а n – значение размерности.

Если для кластера j рассмотреть вектор $p_{j;}$, определяемый центроидом (точкой, соответствующей усредненной характеристике размещения всех образцов в кластере), то для данных на рис. 1 решение о том, какому из кластеров принадлежит произвольный вектор x (изображаемый на плоскости в виде точки), определяется значением

index (x) = min d(p_j, x), для всех j,

возвращающим индекс кластера с наименьшим квадратом евклидова расстояния до вектора x. Векторы p_j могут рассматриваться как прототипы кластеров, и эти прототипы могут служить для представления ключевых признаков кластера. Например, если необходимо разделить на группы баскетболистов и жокеев, несомненно, что в качестве характерного признака можно выбрать рост. Поэтому значения элементов, означающих рост в векторах-прототипах двух кластеров, должны существенно отличаться.

Алгоритм кластеризации представляет собой статистическую процедуру выделения групп из имеющегося набора данных. Один из самых простых подходов заключается в том, чтобы предположить существование определенного числа кластеров и произвольным образом выбрать координаты для каждого из прототипов. Затем каждый вектор из набора данных связывается с ближайшим к нему прототипом, и новыми прототипами становятся центроиды всех векторов, связанных с исходным прототипом. На рис. 2 показан случайный выбор прототипов, которые к концу обучения должны переместиться в центры кластеров.

Пример 1

Найдите квадрат евклидового расстояния между векторами:
p = [-2.3 1.4], x = [4.5 0.6].

Решение примера 1

$d(p,x) = (-2.3 - 4.5)^2 + (1.4 - 0.6)^2 = 46.9.$

Пример 2

Найдите квадрат евклидового расстояния между векторами:

$p = [0.4 \;\; 0.3 \;\; 1.1 \;\; 0.9], \;\; x = [0.6 \;\; 0.7 \;\; -0.5 \;\; 1.1].$

Решение примера 2

$d(p,x) = (0.4\text{-}0.6)^2 + (0.3\text{-}0.7)^2 + (1.1\text{--}0.5)^2 + (0.9\text{-}1.1)^2 = 2.8.$

Прототипы можно рассматривать, как резюме экзаменуемого набора данных. Кластеры на рис. 1 имеют разные размеры, и самый большой из них имеет достаточно большую протяженность по обеим осям. Иногда бывает удобно представлять кластер несколькими прототипами, чтобы получить более детальную характеристику данных. Чтобы распознать кластеры, являющиеся частями большего кластера, необходимо знать положение всех прототипов друг относительно друга. Одной из проблем применения алгоритмов кластеризации является выбор оптимального числа кластеров. Если число кластеров выбрать слишком малым, могут быть упущены некоторые важные характеристики данных, а если кластеров окажется слишком много, то мы не получим никакой эффективной итоговой информации о данных (может даже случиться, что каждый образец создаст свой кластер). Можно сформулировать некоторые основные свойства идеального алгоритма кластеризации:

- автоматическое определение числа прототипов;
- сравнение прототипов;
- представление характерных признаков прототипа.

На практике первым из указанных свойств не обладает ни один из известных алгоритмов кластеризации. Нейронная сеть с обучением без управления, выполняющая кластеризацию, представляет собой самоорганизующуюся карту признаков, которую в начале 80-х годов предложил Кохонен (Kohonen).

Самоорганизующаяся карта признаков

Самоорганизующаяся карта признаков (сеть SOFM — Self-Organizing Feature Map) имеет набор входных элементов, число которых соответствует размерности учебных векторов, и набор выходных элементов, которые служат в качестве прототипов.

Входные элементы предназначены только для того, чтобы распределять данные входного вектора между выходными элементами сети. Выходные элементы называются кластерными элементами. Так как число входных элементов соответствует размерности вводимых векторов, а каждый входной элемент связан со всеми кластерными элементами, общее число влияющих на кластерный элемент весовых значений тоже оказывается равным размерности входных векторов. Часто удобно интерпретировать весовые значения кластерного элемента как значения координат, описывающих позицию кластера в пространстве входных данных. На рис. 5 показано, как связываются весовые значения с пространством входных данных.

Кластерные элементы размещаются в виде одно- или двумерного массива. В ходе обучения все элементы могут рассматриваться как претенденты на награды в виде учебных векторов. Когда на конкурс выставляется какой-либо учебный вектор, вычисляются расстояния от него до всех кластерных элементов, и элемент, который находится к данному учебному вектору ближе всех, объявляется элементом-победителем.

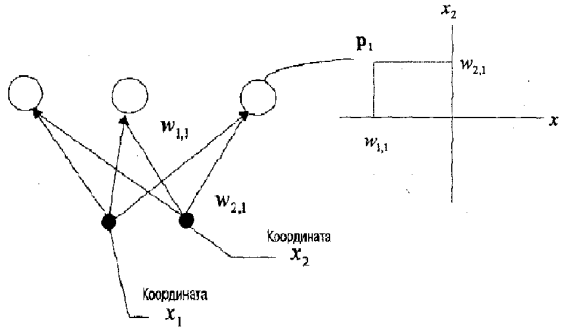


Рис. 5.

Для элемента-победителя выполняется корректировка весовых значений так, чтобы этот кластерный, элемент стал к учебному вектору еще ближе. Обычно корректировка весовых значений выполняется и для элементов, близких к элементу-победителю. Весовые значения элемента подлежат обновлению, если элемент лежит внутри круга заданного радиуса с центром в элементе-победителе. В ходе обучения радиус обычно постепенно уменьшается. Норма обучения ограничивает величину, на которую кластерный элемент может передвинуться по направлению к учебному вектору, и, подобно радиусу, норма обучения тоже со временем постепенно уменьшается. От топологии зависит только то, какие элементы должны обновляться для данного конкретного радиуса.

Обычно число кластерных элементов выбирают меньшим, чем число учебных образцов, поскольку целью является получение упрощенной характеристики данных. К концу обучения кластерные элементы обеспечивают "информационную сводку" по пространству входных образцов. Кластерные элементы выступают в роли карты признаков пространства входных данных.

Алгоритм

В следующем алгоритме η обозначает норму обучения, а *n* - шаг во времени.

инициализировать весовые значения случайными значениями
выполнять, пока not HALT
для каждого входного вектора
для каждого кластерного элемента вычислить расстояние до учебного вектора:

$$d_j = \sum_i (w_{ij} - x_i)^2$$

найти элемент j, для которого расстояние минимально
для элементов из круга заданного радиуса обновить весовые векторы по формуле

$$W_{ij}(n + l) = w_{ij}(n) + \eta(n)[x_i - w_{ij}(n)]$$

проверить, требуется ли обновление нормы обучения или радиуса
проверить HALT

Учебные векторы выбираются из набора векторов случайным образом. Условие HALT (останов) выполняется тогда, когда величины изменения весов для всех кластерных элементов становятся очень маленькими - при этом условии учебные векторы должны попадать в одни и те же зоны карты при переходе от одной эпохи к следующей.

Норма обучения со временем меняется. Она может, например, сначала иметь значение 0.9, а затем уменьшаться линейно до некоторого фиксированного малого значения (скажем, 0.01), после чего оставаться неизменной. Радиус обычно выбирается достаточно большим, чтобы сначала обновлялись все элементы. Радиус тоже со временем уменьшается, и в конце, как правило, должны обновляться только несколько соседствующих с элементом-победителем элементов или вообще только сам этот элемент. Норма обучения тоже может зависеть от того, насколько близко размещается обновляемый элемент к элементу-победителю.

Пример 3

1. Сколько эпох потребуется для того, чтобы значение η уменьшилось до 0.1, при условии использования следующего правила обновления:
$\eta(0)=0.09$, $\eta(n+1)=\eta(n)-0.001$

2. Сеть SOFM имеет вид двумерной сетки размером 10×10, а радиус изначально задан равным 6. Выясните, как много элементов должны будут обновляться после 1000 эпох, если элемент-победитель размещен в правом нижнем углу сетки, а радиус меняется по правилу:

r = r - 1, если номер_текущей_эпохи mod *200 = 0.*

Предполагается, что нумерация эпох начинается с 1.

Решение 3

1. $0.1=0.9-n*0.001,$

$\therefore n=(0.9-0.1)/0.001=800.$

2. Если предположить, что счет эпох начинается с 1, радиус будет уменьшаться на 1 после каждых 200 эпох. После 1000 эпох радиус окажется равным 1. Число изменяемых элементов будет равно четырем, включая элемент-победитель.

Обучение сети SOFM

Карта признаков проходит два этапа обучения. На первом этапе элементы упорядочиваются так, чтобы отражать пространство входных элементов, а на втором этапе происходит уточнение их позиций. Как правило, процесс представляется визуально путем использования двумерных данных и построения соответствующей поверхности.

Пример 4

Для обучения сети SOFM с тремя входными и двумя кластерными элементами используются четыре учебных вектора:

[0.8 0.7 0.4], [0.6 0.9 0.9], [0.3 0.4 0.1], [0.1 0.1 0.3]

и начальные весовые значения

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 \\ 0,8 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Начальный радиус выбирается равным 0, а норма обучения η – равной 0.5. Вычислите изменения весовых значений в ходе первого цикла обработки данных, рассматривая учебные векторы в указанном порядке.

Решение примера 4

Рассматривая входной вектор 1, для кластерного элемента 1 получаем

$d_1 = (0.5-0.8)^2 + (0.6-0.7)^2+(0.8-0.4)^2 = 0.26,$

а для кластерного элемента 2 –

$d_2 = (0.4 - 0.8)^2 + (0.2 - 0.7)^2 + (0.5 - 0.4)^2 = 0.42.$

Элемент 1 оказывается ближе, поэтому

$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + 0.5[x_i - w_{ij}(n)].$

Новыми весовыми значениями являются

$$\begin{bmatrix} 0,65 & 0,4 \\ 0,65 & 0,2 \\ 0,65 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Рассматривая входной вектор 2, для кластерного элемента 1 получим

$$d_1 = (0.65 - 0.6)^2 + (0.65 - 0.9)^2 + (0.60 - 0.9)^2 = 0.155,]$$

а для кластерного элемента 2 –

$$d_2 = (0.4 - 0.6)^2 + (0.2 - 0.9)^2 + (0.5 - 0.9)^2 = 0.69 .$$

Элемент 2 оказывается ближе, и новыми весовыми значениями будут

$$\begin{bmatrix} 0,625 & 0,400 \\ 0,775 & 0,200 \\ 0,750 & 0,500 \end{bmatrix}$$

Рассматривая входной вектор 3, для кластерного элемента 1 получим

$$d_1 = (0.625 - 0.3)^2 + (0.775 - 0.4)^2 + (0.75 - 0.1)^2 = 0.67,$$

а для кластерного элемента 2 –

$$d_2 = (0.4 - 0.3)^2 + (0.2-0.4)^2 + (0.5-0.1)^2 = 0.21.$$

Элемент 1 оказывается ближе, и новыми весовыми значениями будут

$$\begin{bmatrix} 0{,}625 & 0{,}350 \\ 0{,}775 & 0{,}300 \\ 0{,}750 & 0{,}300 \end{bmatrix}$$

Рассматривая входной вектор 4, для кластерного элемента 1 получим

$$d_1 = (0.625 - 0.1)^2+(0.775-0.1)^2 +(0.75-0.3)^2 =0.93,$$

а для кластерного элемента 2 —

$$d_2 = (0.35-0.10)^2 + (0.30-0.10)^2+(0.30-0.30)^2 = 0.10.$$

Элемент 2 оказывается ближе, и новыми значениями весов будут

$$\begin{bmatrix} 0{,}625 & 0{,}225 \\ 0{,}775 & 0{,}200 \\ 0{,}750 & 0{,}300 \end{bmatrix}.$$

Дополнительные сведения о сети SOFM

В определенных случаях в качестве меры сходства векторов можно использовать угол между ними. Взгляните на рис. 6. Вектор *a* ближе к прототипу p_1 в смысле евклидова расстояния, но ближе к прототипу p_2, если в качестве меры сходства выбрать значение угла. Произведение (называемое также скалярным произведением) векторов

$v = [v_1 \quad v_2 \quad \ldots \quad v_n]$ и $w = [w_1 \quad w_2 \quad \ldots \quad w_n]$

определяется формулой

$$v \cdot w = [v_1 w_1 \quad v_2 w_2 \quad v_n w_n].$$

Угол между ненулевыми векторами *v* и *w* равен

$$cos^{-1}\left(\frac{v \cdot w}{\|v\|\|w\|}\right).$$

Норма или модуль вектора вычисляется по формуле $\|v\|=\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2}$. Вектор можно нормализовать путем деления каждого элемента вектора на норму вектора. Если все векторы нормализованы, то индекс прототипа-победителя для входного образца задается условием:

*index(x) = max {p_j *x}, для всех j.*

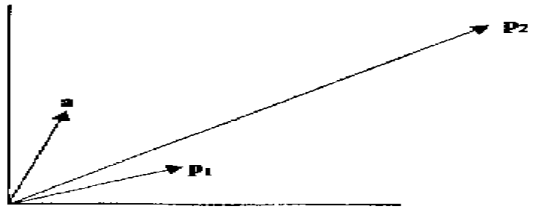


Рис. 6. Три вектора, используемые в примере 5.

Обучение сети SOFM, в которой в качестве меры сходства используется скалярное произведение векторов, проводится также, как было описано выше, но формула обновления весов теперь должна быть следующей:

$$w_j(n+1) = \frac{w_j(n) + \eta x}{\left\| w_j(n) + \eta x \right\|}.$$

Таким образом, для элемента-победителя к его весовому вектору добавляется часть этого вектора, а затем полученный в результате вектор нормализуется.

Пример 5

Пусть векторам на рис. 6 являются

a=[1 4], p_1=[2 1], p_2=[6 6].

(а) Используя скалярное произведение, покажите, что а ближе к p_2, чем к p_1.

(б) Если р оказывается прототипом-победителем в некоторой сети SOFM, то покажите, как должен двигаться вектор р в предположении, что вектор а предлагается на рассмотрение сети два раза подряд (т.е. в случае, когда нет других учебных образцов). Считайте, что η=1.

Решение примера 5

(а) Нормализованные скалярные произведения равны:

$$ap_1^T = \frac{(1*2)+(4*1)}{\sqrt{1^2+4^2}\sqrt{2^2+2^2}} = 0.651,$$

$$ap_2^T = \frac{(1*6)+(4*6)}{\sqrt{1^2+4^2}\sqrt{6^2+6^2}} = 0.857.$$

Так что p_2 оказывается ближе. Обратите внимание на то, что $a\,p_j^T$ используется здесь для обозначения нормализованного произведения, где верхний индекс означает транспонирование вектора.

(б) Нормализованными векторами являются

$$a = [\frac{1}{\sqrt{17}}, \frac{4}{\sqrt{17}}],$$

$$p_2 = [\frac{6}{\sqrt{72}}, \frac{6}{\sqrt{72}}].$$

Для первого представления имеем:

$$p_2(n+1) = \frac{[6/\sqrt{72}+1/\sqrt{17}, 6/\sqrt{72}+4/\sqrt{17}]}{\sqrt{(6/\sqrt{72}+1/\sqrt{17})^2+(6/\sqrt{72}+4/\sqrt{17})^2}} = [0.493, 0.870].$$

Для второго представления имеем:

$$p_2(n+2) = \frac{[0.493+1/\sqrt{17}, 0.870+4/\sqrt{17}]}{\sqrt{(0.493+1/\sqrt{17})^2+(0.870+4/\sqrt{17})^2}} = [0.371, 0.928].$$

Упражнения

1. Векторы x, p, и p_2 являются следующими:

x = [0.2 -1.4 2.3], p,=[0.6 -4.0 7.0], p_2=[0.1 -1.0 2.2].

(а) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор x в смысле евклидова расстояния?

(б) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор x в смысле скалярного произведения?

(в) Скорректируйте весовой вектор прототипа-победителя из п. (а) в соответствии с алгоритмом обучения SOFM при норма обучения 0.8.

(г) Скорректируйте весовой вектор прототипа-победителя из п. (а) в соответствии с алгоритмом обучения SOFM для случая использования скалярного произведения при норме обучения 0.8.

2. Повторите вычисления упражнения 1 для следующих векторов:

x = [0.2 -1.4 -0.3 0.8], p_1=[0.3 -3.0 1.0 0.2], p_2 = [0.4 -1.4 -2.0 3.0].

3. Норма обучения в сети SOFM уменьшается в течение первых 1000 итераций по закону $\eta(n) = 0.15(1-\frac{n}{1000})$, где *n* обозначает номер итерации.

(а) Сколько итераций будет выполнено прежде, чем норма обучения уменьшится до значения 0.003?

(б) Почему указанный закон не является хорошим выбором?

4. Предположим, что точки {(-1, 1), (-1, -1), (1, -1)} принадлежат классу A, а точки {(-2, -2), (1, 1), (2, 2), (4, 1)} — классу B.

(а) Докажите, что эти классы не являются линейно отделимыми.

(б) Предположив, что выход элементов сети задается условием

$$выход = \begin{cases} 1, если\_комбинированный\_ввод \geq 0 \\ 0, если\_комбинированный\_ввод < 0 \end{cases}$$

покажите, что определенный ниже матрицей $\mathbf{w}_1$ первый слой весовых значений в сети с тремя слоями преобразует проблему в линейную (первая строка матрицы $\mathbf{w}_1$) определяет весовые коэффициенты смещения):

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

(в) Определите значения второго слоя весов так, чтобы сеть правильно классифицировала указанные выше образцы. Предположите, что сеть имеет один выходной элемент.

5. Точки {(4,-1), (8,-2), (1,1), (3,6)} принадлежат классу A, а точки {(-8,4), (-2,-3), (-1.-1), (2,-9)} — классу B. Постройте минимальную сеть, правильно классифицирующую эти точки.

6. На рис. 7 показаны два класса, A и B, образующие треугольные области. Третий класс определяется как пересечение классов A и B. Предложите архитектуру сети с обратным распространением ошибок, решающей такую задачу классификации. Объясните, почему вы выбрали именно такую архитектуру.

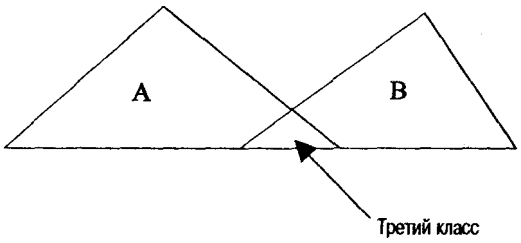


Рис. 7. Две треугольные области и их пересечение

7. На рис. 8 показаны два кластера данных (на рисунке они закрашены). Не закрашенная область в верхнем левом квадранте содержит несколько прототипов (единичных весовых векторов), выступающих в качестве начальных состояний для сети SOFM. Принимая радиус равным нулю, объясните, что может происходить с картой признаков, если начать обучение сети с этими данными.

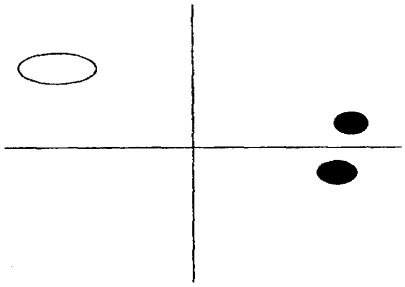


Рис. 8. Два кластера данных и прототипы для сети SOFM

8. Сеть MAXNET представляет собой конкурентную нейронную сеть, которая может использоваться для нахождения элемента сети, ввод которого оказывается максимальным. Каждый элемент соединен с самим собой, а также со всеми другими элементами двунаправленными взвешенными связями. Все весовые значения устанавливаются равными между собой, кроме веса автосвязи, который устанавливается равным 1:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, если\_i = j \\ -\omega, если\_i \neq j \end{cases}$$

где $0 < \omega < 1/N$, а N равно числу элементов сети.

Значение активности элемента устанавливается равным вводу, если ввод оказывается больше нуля, а иначе значение активности устанавливается равным нулю. Элемент получает взвешенный сигнал от всех других элементов и от себя самого. Элемент не изменяет свою активность до завершения итерации. Обновляются все элементы, и обновление происходит до тех пор, пока останется не более одного элемента с ненулевой активностью.

На рис. 9 показаны значения активности трех элементов при условии, что значения весов были инициализированы в соответствии с вышеуказанными правилами.

Для первой итерации вводом первого элемента будет

0.5 + 0.2 * -0.5 + 0.6 *-0.5 = 0.1.

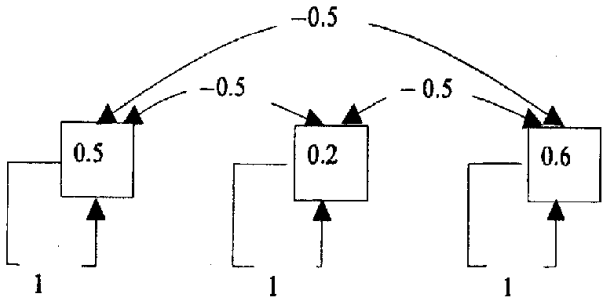


Рис. 9. Значения активности трех элементов

Новым значением активности будет 0.1, поскольку ввод оказывается больше нуля. До конца итерации активность элемента будет оставаться равной 0.5. Ввод для второго элемента равен 0.2 + 0.5 x -0.5 + 0.6 x -0.5 = -0.35. Новым значением активности будет 0, так как ввод оказывается меньше нуля. До конца первой итерации активность элемента будет оставаться равной 0.2. Ввод для третьего элемента равен 0.6 +0.5 x-0.5+ 0.2 x-0.5 = 0.25. Новым значением активности будет 0.25, поскольку ввод оказывается больше нуля. В данный момент все элементы могут изменить значения активности.

Для второй итерации вводом первого элемента будет

0.1+0 +0.25 x-0.5 =-0.025.

Поэтому новым значением активности в конце итерации будет нуль. Ввод для второго элемента должен быть меньше нуля. Ввод для третьего элемента равен 0.25 + 0.1 x -0.5 + 0 = 0.2. Единственным элементом с ненулевой активностью оказывается третий элемент. Поэтому процесс завершится, и победителем будет третий элемент.

Повторите вышеприведенные рассуждения для значений активности элементов, равных 0.7, 0.6 и 0.3, соответственно.

Практическая работа № 5

Тема: Ассоциация образцов

Рассмотрим случай запоминаемых пар образцов. Идея заключается в том, чтобы выбрать нужный образец из памяти, даже если у нас нет всей необходимой информации для начала поиска сохраненного образца. Например, вы хотите найти книгу в библиотеке, но не помните ее названия. При этом если вы знаете имя автора и описание того, чему книга посвящена, этого уже достаточно (с большой долей уверенности!), чтобы найти ассоциируемый с этой информацией объект.

Когда сохраняемая в памяти пара ассоциируемых образцов создается одинаковыми образцами, память называется автоассоциативной, а если образцы являются разными, то память называется гетероассоциативной. В этой главе будут рассмотрены три модели нейронных сетей для автоассоциации образцов.

Дискретная сеть Хопфилда

• Сеть Хопфилда (Hopfield) является автоассоциативной сетью, ведущей себя подобно памяти, которая может вспомнить сохраненный образец даже по подсказке (в виде вводимых данных), представляющей собой искаженную помехами версию нужного образца. Например, сеть может сохранить набор изображений букв, а когда сети будет представлена искаженная версия сохраненного символа, сеть должна оказаться способной найти истинный экземпляр.

Сеть Хопфилда является рекуррентной в том смысле, что для каждого входного образца выход сети повторно используется в качестве ввода до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое состояние. Пример сети Хопфилда показан на рис. 1. Удобно считать, что сеть Хопфилда не имеет входных элементов, так как входной вектор просто определяет начальные значения активности элементов. Например, если ввод является двоичным, то входной вектор [1 1 0 1] означает, что значения активности для элементов {1, 2, 4} будут равны 1, а для элемента {3} активность будет равна 0. Элемент обновляется тогда, когда все элементы передадут свои значения активности по имеющимся взвешенным связям, после чего вычисляется сумма произведений (т.е. берется скалярное произведение). Значение активности элемента получается на основе использования некоторого правила активизации. Каждый элемент сети Хопфилда имеет состояние, характеризующееся значением активности, которое должен посылать данный элемент другим элементам, а состояние сети в любой момент времени задается вектором состояний всех ее элементов.

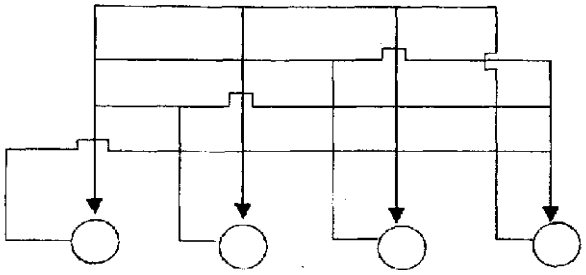


Рис. 1. Сеть Хопфилда с четырьмя элементами. Для каждого элемента входного вектора имеется свой элемент сети. Элементы сети связаны со всеми остальными ее элементами, но не сами с собой. Связи являются двунаправленными

В качестве входных данных сети Хопфилда можно использовать двоичные, но здесь мы будем использовать +1 для обозначения состояния "включено" и -1 — для состояния "выключено". Комбинированный ввод элемента вычисляется по формуле:

$$net_i = \sum_{i=1}^{n} s_i w_{ij} ,$$

где s, обозначает состояние элемента с номером i. Когда элемент обновляется, его состояние изменяется в соответствии с правилом

$$s_j = \begin{cases} +1, если\_net_j > 0 \\ -1, если\_net_j < 0 \end{cases},$$

Эта зависимость называется сигнум-функцией и в более краткой форме она записывается в виде

$$s_j = sgn(net_j).$$

Если комбинированный ввод оказывается равным нулю, то элемент остается в состоянии, в котором он пребывал перед обновлением.

Сеть работает очень просто. Входной вектор задает начальные состояния всех элементов. Элемент для обновления выбирается случайным образом. Выбранный элемент получает взвешенные сигналы от всех остальных элементов и изменяет свое состояние. Выбирается другой элемент, и процесс повторяется. Сеть достигает предела, когда ни один из ее элементов, будучи выбранным для обновления, не меняет своего состояния.

Весовые значения для сети Хопфилда определяются непосредственно из учебных данных без необходимости проведения обучения в более привычном смысле. Сеть Хопфилда ведет себя как память, и процедура сохранения отдельного вектора представляет собой вычисление прямого произведения вектора с ним самим. В результате этой процедуры создается матрица, задающая весовые значения для сети Хопфилда, в которой все диагональные элементы должны быть установлены равными нулю (поскольку диагональные элементы задают автосвязи элементов, а элементы сами с собой не связаны). Таким образом, весовая матрица, соответствующая сохранению вектора x, задается формулой $W = x^T x$.

Пример 1. Найдите набор весовых значений сети Хопфилда, соответствующий сохранению образца [1 -1 1 1].

Решение 1.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Поэтому весовыми значениями будут

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Первый столбец представляет весовые значения, связанные с первым элементом, столбец 2 представляет весовые значения, связанные со вторым элементом, и т.д. Если сети будет предложен образец [1-1 1 1], то все элементы после обновления останутся в том же состоянии. Данные подсказки определяют начальные состояния всех элементов, так что в нашем случае второй элемент должен сначала находиться в состоянии -1, а все остальные — в состоянии 1. Первый элемент обновляется с помощью умножения вектора подсказ на первый столбец матрицы весов:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 3, \; sgn(3)=1.$$

Так что первый элемент останется в том же состоянии. Точно также при обновлении оставались бы неизменными и состояния всех остальных элементов.

Пример 2.

Найдите устойчивое состояние сети Хопфилда из примера 1 при условии, что входным образцом является [-1 -1 1 1].

Решение 2.

Элементы должны обновляться в случайном порядке. Для иллюстрации будем обновлять элементы в порядке 3, 4, 1, 2. Сначала рассмотрим элемент 3:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 1, \; sgn(1)=1.$$

Таким образом, элемент 3 остается в том же состоянии. Следующим является элемент 4:

$$\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\0\end{bmatrix}=1,\ sgn(1)=1$$

Так что элемент 4 остается в том же состоянии. Теперь элемент 1:

$$\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\-1\\1\\1\end{bmatrix}=3,\ sgn(3)=1$$

Так что элемент 1 изменит свое состояние с -1 на 1. Наконец, элемент 2:

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\0\\-1\\-1\end{bmatrix}=3,\ sgn(-3)=1$$

Так что элемент 2 останется в том же состоянии. Мы видим, что выявился ранее сохраненный вектор, характеризующий устойчивое состояние сети. Чтобы убедиться в том, что это состояние на самом деле является устойчивым, необходимо проверить, что в результате обновления ни один из элементов действительно не изменит своего состояния.

Процедура сохранения нескольких образцов в сети Хопфилда тоже проста: прямое произведение вычисляется для каждого вектора, и все полученные таким образом весовые матрицы складываются.

Пример 3.

Определите весовую матрицу сети Хопфилда, соответствующую сохранению следующих двух векторов [-1 1 -1], [1 -1 1].

Решение 3.

Соответствующей весовой матрицей является матрица

$$W=\begin{bmatrix}-1\\1\\-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\-1 & 1 & -1\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\-1 & 1 & -1\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -2 & 2\\-2 & 0 & -2\\2 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

Диагональные элементы были обнулены.

Двунаправленная ассоциативная память

Сетью, имеющей много общего с сетью Хопфилда, является двунаправленная ассоциативная память (сеть BAM — Bidirectional Associate Memory), предложенная Коско (см. [Kosko, 1988]). Сеть BAM является гетероассоциативной рекуррентной сетью. Сеть сохраняет пары образцов и может восстановить образец, когда ассоциированный с ним образец предлагается ей в качестве подсказки. В этой сети два слоя элементов — по одному для каждого из образцов пары — и оба слоя соединяются двунаправленными связями (т.е. активность может передаваться по связям в обоих направлениях) (рис. 2).

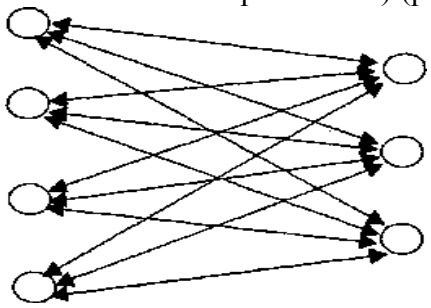


Рис. 2. Двунаправленная ассоциативная память. Элементы слева представляют образцы размерности 4, а элементы справа - ассоциированные с ними образцы размерности 3

Здесь мы рассмотрим только дискретную биполярную сеть BAM, но можно рассмотреть и непрерывные значения. Чтобы сохранить образец s и ассоциируемый с ним образец t, рассматривается прямое произведение, определяющее весовые значения. Процедура точно такая же, как и в сети Хопфилда, но теперь матрица уже не обязана быть квадратной, а диагональные элементы не обнуляются. Весовой матрицей для одной пары будет матрица

$$W = s^T t.$$

Чтобы сохранить несколько пар, все соответствующие произведения, определяющие весовые значения, складываются, точно так же, как это делается для сети Хопфилда.

Процедура нахождения в памяти элемента подобна соответствующей процедуре сети Хопфилда.

$$t_j = f(net_j) = \begin{cases} 1, если\_net_j > \theta_j \\ t_j, если\_net_j = \theta_j \\ -1, если\_net_j < \theta_j \end{cases}$$

$$s_i = f(net_i) = \begin{cases} 1, если\_net_i > \theta_i \\ s_i, если\_net_i = \theta_i \\ -1, если\_net_i < \theta_i \end{cases}$$

Все элементы сети сначала имеют нулевые значения активности. Обратите внимание на то, что распространение может начаться с любого уровня, так как и s может использоваться для вызова t, и, наоборот, - t может использоваться для вызова s.

Пример 4.

1. На рис. 3 показаны три образца (изображения цифр 1, 2 и 3). Эти три образца должны быть сохранены биполярной сетью BAM. Ассоциируемыми с ними образцами являются трехбитовые двоичные числа (конвертированные в биполярную форму). Ассоциированные образцы представлены в табл. 1. Предложите весовые значения для этой сети.

2. Покажите, что каждая ассоциация может быть вызвана из памяти.

Таблица 1. Цифры {1,2,3}, ассоциированные с биполярными образцами

Образец	Ассоциированный образец
1	-1 -1 1
2	-1 1 -1
3	-1 1 1

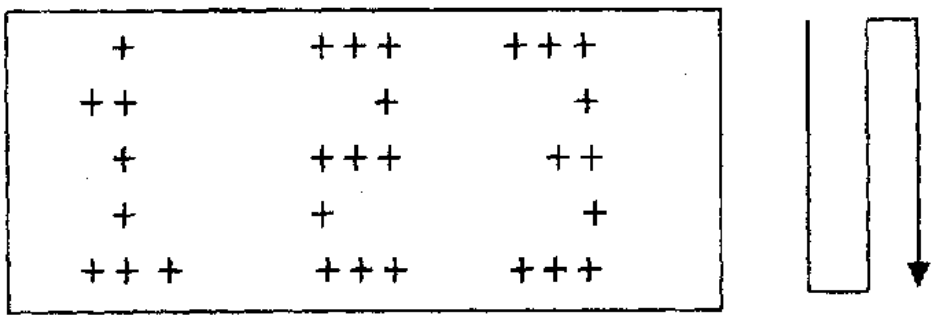


Рис. 4.5. Каждая цифра изображена на сетке 5x3. Пробел кодируется значением -1, а знак '+'- значением +1. Цифры представляются линейным массивом значений, получаемым при движении по сетке сверху вниз и слева направо

Решение 4.

1.

$$W = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore W = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Сначала в качестве входного рассмотрим образец, представляющий оцифрованное изображение цифры "2":

комбинированный ввод для слоя j

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21 & 27 & -9 \end{bmatrix}$$

С учетом порогового значения получаем [-1 1 -1], что и будет ассоциируемым образцом.

Образец [-1 1 -1] можно использовать в качестве входного:

комбинированный ввод для слоя j

Оригинальный соответствующий изображению образец воссоздается после прохождения полученного вектора через функцию активности.

Если процесс повторить для других векторов, будет видно, что вызываются все ассоциации.

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ -5 \\ 3 \\ -5 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}^T.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

По выбранной теме студенты выполняют реферативную работу.

Реферативная работа включает следующие разделы:

1. Обоснование актуальности выбранной тематики и описание целей выполнения работы.

2. Систематизация и анализ найденных в научной печати, в сети Интернет и других источниках материалов.

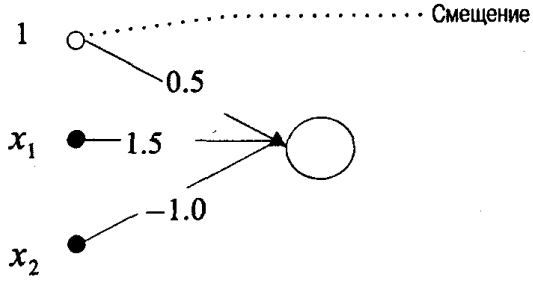
3. Выводы.

4. Предложения по использованию результатов работы в конкретных областях и возможные направления дальнейших исследований.

ФОНД КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Задание № 1.

Вычислите комбинированный сетевой ввод для элемента на рисунке и соответствующее выходное значение при использовании пороговой функции и входного вектора [0.7 2.5].

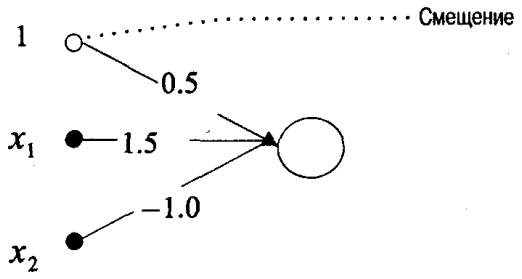


Задание №2.

Вычислите выходное значение, использовав в качестве функции активности сигмоидальную функцию. Входной вектор [0.7 2.5], весовая матрица $w = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 1{,}5 \\ -1{,}0 \end{pmatrix}$.

Задание № 3 .

Вычислите комбинированный ввод для сети с архитектурой, показанной на рисунке, но с набором весовых значений [-0.2 0.03 1.2] и входным вектором [0.7 2.5].

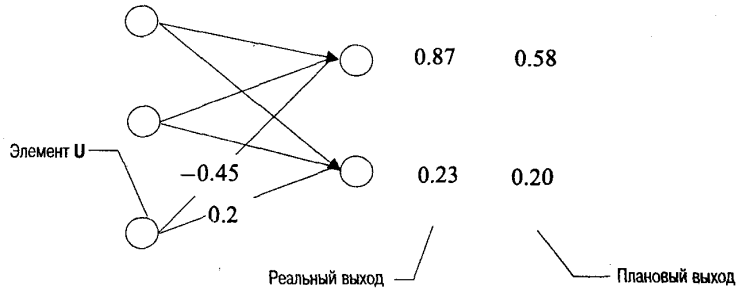


Задание № 4.

Представьте полностью прямой и обратный проходы в сети с прямой связью, использующей алгоритм обратного распространения ошибок, для входного образца [0.1 0.9] и целевого выходного значения 0.9 в предположении, что сеть имеет архитектуру 2-2-1 (т.е. два входных, два скрытых один выходной элемент) с весовыми коэффициентами $\begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 \\ -0,2 & -0,1 \\ 0,1 & 0,3 \end{bmatrix}$ для первого слоя, $\begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,3 \end{bmatrix}$ для второго слоя.

Задание № 5.

На рисунке



показаны скрытый и выходной слои сети с прямой связью. Вычислите ошибку для скрытого элемента U при условии, что значение его активности для обрабатываемого сетью образца равно 0.64.

Задание № 6.

Сеть типа 2-2-1 с радиальными базисными функциями используется для решения проблемы XOR. Первый слой весов задан матрицей $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Для каждого вводимого образца XOR вычислите значения активности для всех скрытых элементов, если функция активности имеет вид $\varphi(net) = \exp[-net^2]$, где *net* является евклидовой нормой.

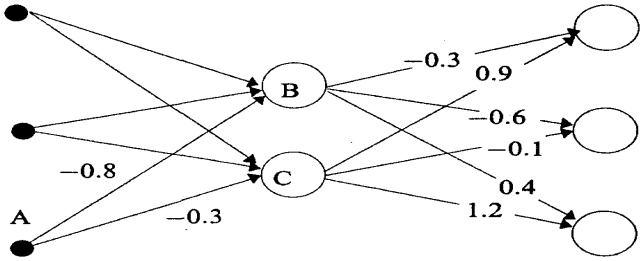
Задание № 7.

На рисунке показана сеть с обратным распространением ошибок во время обработки учебного вектора [1.0 0.9 0.9], для которого целевым выходным вектором является [0.1 0.9 0.1]. Пусть выходом элемента. В является значение 0.6, а выходом элемента С — значение 0.8. Предположим, что функцией активности является сигмоид.

(b) Вычислите фактический выходной вектор.

(c) Вычислите значения ошибок для каждого выходного элемента.

(d) Вычислите значения ошибок для каждого скрытого элемента.



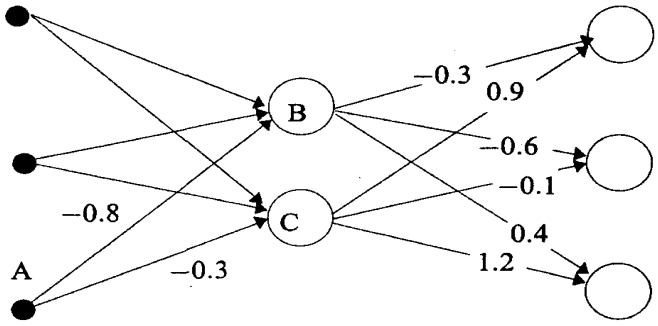
Задание № 8.

На рисунке показана сеть с обратным распространением ошибок во время обработки учебного вектора [0.1 0.5 0.9], для которого целевым выходным вектором является [0.1 0.9 0.1]. Пусть выходом элемента. В является значение 0.6, а выходом элемента С — значение 0.8. Предположим, что функцией активности является сигмоид.

(a) Вычислите фактический выходной вектор.

(b) Вычислите значения ошибок для каждого выходного элемента.

(c) Вычислите значения ошибок для каждого скрытого элемента.



Задание № 9.

Для обучения сети SOFM с тремя входными и двумя кластерными элементами используются четыре учебных вектора: [0.8 0.7 0.4], [0.6 0.9 0.9], [0.3 0.4 0.1], [0.1 0.1 0.3] и начальные весовые значения $\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}8 & 0{,}5 \end{bmatrix}$.

Начальный радиус выбирается равным 0, а норма обучения η — ной 0.5. Вычислите изменения весовых значений в ходе первого цикла обработки данных, рассматривая учебные векторы в указанном порядке.

Задание № 10.

Пусть учебными векторам являются вектора a=[1 4], p_1=[2 1], p_2=[6 6].

(а) Используя скалярное произведение, покажите, что а ближе к p_2, чем к p_1.

(б) Если р оказывается прототипом-победителем в некоторой сети SOFM, то покажите, как должен двигаться вектор р в предположении, что вектор а предлагается на рассмотрение сети два раза подряд (т.е. в случае, когда нет других учебных образцов). Считайте, что η=1.

Задание № 11.

Пусть учебными векторам являются вектора x = [0.2 -1.4 2.3],
р,=[0.6 -4.0 7.0], p_2=[0.1 -1.0 2.2].

(а) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор х в смысле евклидова расстояния?

(б) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор х в смысле скалярного произведения?

(в) Скорректируйте весовой вектор прототипа-победителя из п. (а) в соответствии с алгоритмом обучения SOFM при норма обучения 0.8.

Задание 12.

Пусть учебными векторам являются вектора x = [0.2 -1.4 -0.3 0.8], p_1=[0.3 -3.0 1.0 0.2], p_2 = [0.4 -1.4 -2.0 3.0].

(а) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор x в смысле евклидова расстояния?

(б) К какому из прототипов оказывается ближе всего вектор x в смысле скалярного произведения?

(в) Скорректируйте весовой вектор прототипа-победителя из п. (а) в соответствии с алгоритмом обучения SOFM при норма обучения 0.8.

Задание № 13.

Найдите набор весовых значений сети Хопфилда, соответствующий сохранению образца [1-111].

Задание № 14.

Найдите устойчивое состояние сети Хопфилда при условии, что входным образцом является [-1-1 1 1].

Задание № 15.

Определите весовую матрицу сети Хопфилда, соответствующую сохранению следующих двух векторов [-1 1 -1], [1 -1 1].

Задание № 16.

Определите весовые значения сети Хопфилда, соответствующие сохранению образца [1 1 1 -1].

Задание № 17.

Определите весовые значения сети Хопфилда для сохранения следующих образцов: [-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1], [-1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1].

Проверьте устойчивость сети при предоставлении ей на вход в качестве подсказок сохраненных образцов.

Задание № 18.

Проверьте устойчивость сети при предоставлении ей на вход в качестве подсказок следующих образцов: [-1 1 -1 -1 1 -1 -1 1],

[-1 1 1 -1 1 -1 -1 -1].

Задание № 19.

Определите весовые значения сети Хопфилда для сохранения следующих образцов:

[-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1],
[-1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1],
[1 -1 -1 1 -1 1 -1 -1].

Проверьте устойчивость сети при предоставлении ей на вход в качестве подсказки первого сохраненного образца.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Свойства нейронных сетей.
2. Прикладные возможности нейронных сетей.
3. Топология нейронных сетей.
4. Биологический нейрон. Биологические основы функционирования нейрона.
5. Формальный нейрон. Модель МакКаллока-Питса. Весовая матрица.
6. Виды функций активации.
7. Перцептрон и методы его обучения.
8. Сигмоидальный нейрон.
9. Нейрон типа «адалайн».
10. Инстар и оутстар Гроссберга.
11. Нейроны типа WTA.
12. Модель нейрона Хебба.

13. Стахостическая модель нейрона.
14. Обучение нейронной сети.
15. Обучение по алгоритму обратного распространения ошибки.
16. Градиентные алгоритмы обучения сети. Основные положения.
17. Алгоритм наискорейшего спуска.
18. Алгоритм переменной метрики.
19. Алгоритм Левенберга – Марквардта.
20. Алгоритм сопряженных градиентов.
21. Подбор коэффициента обучения.
22. Подбор оптимальной архитектуры сети.
23. Многослойный перцептрон.
24. Кластеризация образцов. Основные положения.
25. Самоорганизующаяся карта признаков. Базовая архитектура сети.
26. Ассоциация образцов. Сеть Хопфилда.
27. Ассоциация образцов. Двунаправленная ассоциативная память.
28. Автоассоциативное обратное распространение ошибок. Базовая архитектура сети.
29. Рекуррентные сети. Обратное распространение во времени.
30. Простая рекуррентная сеть.
31. Сеть Джордана.
32. Что такое метод модельной "закалки" и как он используется в нейронных сетях?
33. Принцип построения вероятностной нейронной сети. Свойства сети.
34. Машина Больцмана.
35. Вероятностные нейронные сети.
36. Модульная нейронная сеть.