

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра Информационных и управляющих систем

(наименование кафедры)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

«Дискретная математика»

(наименование дисциплины)

Основной образовательной программы по направлению подготовки
(специальности)

230102.65 – «Автоматизированные системы обработки

(код и наименование направления (специальности)

информации и управления»

Благовещенск 2012

СОДЕРЖАНИЕ УМКД

1	Рабочая программа учебной дисциплины	4
2	Краткое изложение программного материала	12
3	Методические указания (рекомендации)	
	3.1. Методические указания к семинарским, практическим и лабораторным занятиям	15
	3.2. Методические указания по самостоятельной работе студентов	16
4	Контроль знаний	
	4.1. Текущий контроль знаний	17
	4.2. Итоговый контроль знаний	36
5	Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе	75

1. Рабочая программа учебной дисциплины

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины:

Цель преподавания дисциплины «Дискретная математика» научить студентов основам дискретной математики, где дискретность понимается как противоположность непрерывности. В настоящее время наряду с такими классическими разделами математики, как математический анализ, дифференциальные уравнения в учебных планах многих специальностей появились разделы по математической логике, булевой алгебре, комбинаторике и теории графов.

Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий дискретной математики;
- формирование устойчивых навыков практического использования методов решения классических задач дискретной математики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина относится к естественнонаучному циклу, базовой части (Ф.01.03) государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления», специализации - Интегрированные автоматизированные системы

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, приобретенные в результате освоения дисциплин базовой части математического и естественно-научного цикла государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»: математический анализ, алгебра и геометрия, информатика.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 140 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость в часах			Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
				Лек	Пр	Сам	
1	Р1. Тема 1. Множества. Соответствия и функции. Отношения.	2	1-2	6	8	10	
2	Тема 2. Элементы общей алгебры.	2	3-4	6	2	8	РГР №1
3	Р2. Тема 3. Функции алгебры логики. Булева алгебра.	2	5-6	8	2	2	Контрольная работа №1
4	Тема 4. Полнота и замкнутость	2	7-8	6	2		
5	Тема 5. Логика	2	9-10	6	4	6	РГР №2

	высказываний. Логика предикатов.					4	
6	Тема 6. Переключательные функции (ПФ).	2	11-13	8	4		
7	РЗ.Тема 7. Ориентированные, неориентированные графы.	2	14-15	6	4	10	
8	Тема 8. Изоморфизм графов. Реализация графов. Представление графов.	2	16-18	8	8 2	2 8	Контрольная работа №2 РГР №3
	Всего по разделам	2	1-18	54	36	50	140

4. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Лекции

Раздел 1. Множества, функции, отношения

Тема 1. Множества и операции над ними. Способы задания множеств. Диаграммы Венна. Соответствия и функции. Отображения и функции. Способы задания функций.

Отношения. Свойства отношений. Отношения эквивалентности. Отношения порядка.

Тема 2. Элементы общей алгебры. Определение алгебры. Операции на множествах и их свойства. Свойства бинарных алгебраических операций. Гомоморфизм и изоморфизм.

Раздел 2. Введение в логику

Тема 3. Функции алгебры логики. Суперпозиции и формулы. Булева алгебра. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Булева алгебра функций и эквивалентные преобразования в ней. Теоремы о СДНФ и СКНФ (принципы построения форм). Булева алгебра и теория множеств. Функциональные схемы в алгебре логики.

Тема 4. Полнота и замкнутость. Алгебра Жегалкина и линейные функции. Монотонные функции. Теорема о функциональной полноте. Примеры функционально-полных базисов

Тема 5. Логика высказываний. Тавтологично-истинные высказывания. Доказательства в логике высказываний. Язык логики предикатов. Кванторы, область действия квантора. Истинные формулы и эквивалентные соотношения. Методы доказательства в логике предикатов.

Тема 6. Переключательные функции (ПФ). Способы задания ПФ, специальные разложения ПФ, неполностью определенные (частные) ПФ. Минимизация ПФ и неполностью определенных ПФ.

Раздел 3. Основные понятия теории графов

Тема 7. Ориентированные, неориентированные графы, различные виды графов. Локальные характеристики графов. Части графов.

Тема 8. Реализация графов. Плоские и неплоские графы (планарные и платоновы графы). Теорема о реализации. Изоморфизм графов. Представление графов.

4.2 Практические занятия

№	Темы занятий	
1	Понятия множества и подмножества. Основные операции над множествами. Прямое произведение множеств. Булеан конечного множества. Построение булеана.	4

2	Соответствия и функции. Отображения и функции. Способы задания функций.	2
3	Отношения. Свойства отношений. Отношения эквивалентности. Отношения порядка.	2
4	Алгебры: поле действительных чисел, конечное поле характеристики p , булева алгебра. Ассоциативная, коммутативная и дистрибутивная алгебраические операции. Пример гомоморфизма и изоморфизма.	4
5	Булева алгебра. Функции алгебры логики. Разложение функций по переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Метод Блейка-Порецкого.	4
6	Полнота и замкнутость. Алгебра Жегалкина и линейные функции. Замкнутые классы. Монотонные функции.	4
7	Логика предикатов. Кванторы, область действия квантора. Истинные формулы и эквивалентные соотношения. Методы доказательства в логике предикатов.	4
8	Логика высказываний. Тавтологично-истинные высказывания. Доказательства в логике высказываний.	4
9	Ориентированные, неориентированные графы, различные виды графов. Локальные характеристики графов. Части графов. Плоские графы. Реализация графов. Изоморфизм графов. Представление графов.	8
	Итого	36

5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы		Трудоемкость в часах
1	Множества. Соответствия и функции. Отношения.	Практическое занятие №1		10
2	Элементы общей алгебры.	Практическое занятие №2	РГР№1	8
3	Функции алгебры логики. Булева алгебра.	Практическое занятие №3	Контрольная работа №1	2
4	Полнота и замкнутость	Практическое занятие №4		
5	Логика высказываний.	Практическое занятие №5		
6	Логика предикатов.	Практическое занятие №6	РГР№2	10
7	Ориентированные, неориентированные графы.	Практическое занятие №7		10
8	Изоморфизм графов. Реализация графов.	Практическое занятие №8		2
9	Представление графов.	Практическое занятие №9	Контрольная работа №2	8
Итого				50

Контрольная работа №1 «Логические схемы рассуждений»

Контрольная работа №2 «Представление графов»

РГР№1 «Множества, соответствия, функции, отношения»

РГР№2 «Булева алгебра логики. Логика предикатов»

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- лекционные (вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция);
- лабораторные (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, программирование и компьютерное моделирование);
- практические (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);
- тренинговые (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления);
- активизации познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка презентаций по темам домашних работ);
- самоуправления (самостоятельная работа студентов, самостоятельное изучение материала, подготовка к отчетным мероприятиям).

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивной форме согласно требованиям Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования для специальности 230102.65 «Автоматизированные системы обработки информации и управления» (квалификация (степень) «инженер») должен составлять не менее 21.6 часов аудиторных занятий:

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) образовательных технологий	Количество часов
1	Теория множеств	Мультимедийные лекции Контрольная работа	6
2	Булева алгебра логики	Мультимедийные лекции Практические занятия	6
		Контрольная работа	2
3	Логика высказываний. Логика предикатов.	Мультимедийные лекции Практические занятия	6
4	Теория графов.	Мультимедийные лекции Практическое занятие	2
5	Всего по разделам		22

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

7.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

7.1.1 Контрольные вопросы допуска к выполнению практических работ

7.1.2 Отчеты о выполнении индивидуальных вариантов заданий практических работ

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Приблизительный перечень вопросов к экзамену

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ, СООТВЕТСТВИЕ, ФУНКЦИИ, ОТНОШЕНИЯ

7.2.1. Способы представления множеств.

7.2.2. Операции над множествами (теоретико-множественные операции).

7.2.3. Ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность бинарных операций над множествами.

7.2.4. Запись тождества де-Моргана и тождества Порецкого.

7.2.5. Тождества поглощения и склеивания. Доказательство.

7.2.6. Конечные множества. Мощность множества.

7.2.7. Булеан множества. Построение булеана множества. Теорема о числе всех подмножеств конечного множества.

7.2.8. Прямое произведение множеств. Теорема о мощности множества, которое есть прямое произведение множеств.

7.2.9. Множество степеней. Мощность множества степеней.

7.2.10. Теорема Кантора. Парадокс Кантора.

7.2.11. Теоремы о счетных множествах.

7.2.12. Что называется соответствием. Область определения и область значения соответствия. Полностью определенное и сюръективное соответствие.

7.2.13. Функциональное соответствие. Примеры.

7.2.14. Определение обратного соответствия. Пример построения обратного соответствия.

7.2.15. Определение взаимно однозначного соответствия. Утверждение о мощности множеств A и B , между которыми существует взаимно однозначное соответствие. Пример.

7.2.16. Понятие функции и отображения. Примеры.

7.2.17. Понятие n -местной функции. Примеры функций типа $R^2 \rightarrow R$.

7.2.18. Инъективное, сюръективное, биективное отображения. Пример.

7.2.19. Определение обратной функции. Условие существования обратной функции.

7.2.20. Определение композиции функций. Показать на примере преобразований конечных множеств $\alpha: M \rightarrow M$, $\beta: M \rightarrow M$.

7.2.21. Способы задания функций.

7.2.22. Определение n -местного отношения. Матрица бинарного отношения.

7.2.23. Понятие обратного отношения. Операции дополнения, объединения, пересечения, заданные на отношениях. Примеры.

7.2.24. Рефлексивность/антирефлексивность отношений. Примеры.

7.2.25. Симметричность/антисимметричность отношений. Примеры.

7.2.26. Транзитивность отношений. Примеры.

7.2.27. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Примеры.

ОПЕРАЦИИ, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, АЛГЕБРА ЛОГИКИ

- 7.2.28. Определение n -арной операции. Унарные и бинарные операции. Пример бинарных операций на множествах. Пример
- 7.2.29. Ассоциативность, коммутативность и дистрибутивность бинарных операций. Показать на примерах.
- 7.2.30. Понятие алгебры. Носитель алгебры. Тип алгебры. Сигнатура алгебры. Понятие булевой алгебры. Примеры.
- 7.2.31. Теорема о булевой алгебре логики.
- 7.2.32. Понятие полугруппы и группы. Примеры абелевых полугрупп и групп.
- 7.2.33. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр. Основное тождество гомоморфизма. Пример.
- 7.2.34. Алгебраические системы. Алгебры и модели.
- 7.2.35. Понятие решетки. Пример.
- 7.2.36. Понятие алгебры логики. Определение функции алгебры логики. Теорема о мощности множества $P_2(n)$.
- 7.2.37. Логические функции двух переменных. Табличное задание логической функции n -переменных.
- 7.2.38. Разложение логических функций по переменным. Лемма о разложении.
- 7.2.39. СДНФ. Теорема о представлении формулы алгебры высказываний.
- 7.2.40. СКНФ. Теорема о представлении формулы алгебры высказываний.
- 7.2.41. Минимизация СДНФ.
- 7.2.42. Алгебра Жегалкина и линейные функции.
- 7.2.43. Теоремы о функциональной полноте.
- 7.2.44. Истинные формулы и эквивалентные соотношения в логике предикатов.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

- 7.2.45. Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы.
- 7.2.46. Локальные характеристики графа. Теорема Эйлера о рукопожатиях.
- 7.2.47. Изоморфизм графов.
- 7.2.48. Геометрические графы. Плоские и неплоские графы. Теорема о правильной реализации.
- 7.2.49. Полные графы. Части графа.
- 7.2.50. Матричное представление графов (ориентированных и неориентированных).

7.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

- 7.3.1 Семичевская Н.П., Лабораторный практикум. Электронное издание, 2005.
- 7.3.2 Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.
- 7.3.3 Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению контрольных работ на практических занятиях
- 7.3.4 СТО СМК 4.2.3.05-2011. Стандарт ФГБОУВПО «АмГУ». Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов), 2011. – 95 с.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

- 8.1. Кузнецов О. П. Дискретная математика для инженера / О. П. Кузнецов. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2007. - 396 с
- 8.2. Горбатов В. А. Дискретная математика: учеб. / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова. - М. : АСТ : Астрель, 2006. - 448 с.

б) дополнительная литература:

- 8.3. Редькин Н. П. Дискретная математика: курс лекций для студентов-механиков: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / Н.П. Редькин. - 2-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2003, 2006. - 96 с.
- 8.4. Семичевская Н. П. Практикум по дискретной математике: учеб. - метод. пособие / Н. П. Семичевская ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009 (Учеб.-метод. комплекс дисциплины) Ч. 1 : Множества. Соответствия. Отношения. Алгебры. - 2009. - 116 с.
- 8.5. Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике : практикум / Н. П. Семичевская. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009 - (Учеб.-метод. комплекс дисциплины) Ч. 2 : Булева алгебра логики. Введение в математическую логику. Теория графов. - 2009. - 116 с.
- 8.6. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учеб.-метод. комплекс для спец. 230102 - "Автоматизированные системы обработки информации и управления" / АмГУ, ФМиИ ; сост. Н. П. Семичевская . - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007.
- 8.7. Акимов Олег Евгеньевич. Дискретная математика: логика, группы, графы: учеб. пособие / О.Е. Акимов. - 2-е изд., доп. - М. : Лаб. Базовых Знаний, 2003. - 376 с.
- 8.8. Набебин, Алексей Александрович. Сборник заданий по дискретной математике/ А.А. Набебин, - М.: Научный мир, 2009. - 280 с.
- 8.9. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учеб.-метод. комплекс для спец. 230102 - "Автоматизированные системы обработки информации и управления" / АмГУ, ФМиИ ; сост. Н. П. Семичевская . - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007.

в) периодические издания:

- 8.10. Известия РАН. Серия математическая.
- 8.11. Успехи математических наук.
- 8.12. Вычислительные технологии.

г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1.	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт. Удобный поиск по разделам, отдельным темам, ключевым словам.
3.	http://amursu.ru	Сайт АмГУ, Библиотека - электронная библиотека АмГУ

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1 Лекционная аудитория, оборудованная мультимедиа средствами

10. РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Семестровый модуль дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное кол-во баллов	Посещение, активность на занятиях	Максимальное кол-во баллов за модуль
1	Раздел 1. Множества, функции, отношения	ПЗ №1 ПЗ №2 Конт.р.№1	1-2 3-4	2 2 4	1 1	10
2	Раздел 2. Введение в логику	ПЗ №3 ПЗ №4 ПЗ №5 Конт.р.№1 ПЗ №6 ПЗ №7 РГР№1	5-6 7-8 9-10 11-12 13-14	2 2 2 4 4 4 7	1 1 1 1 1	40
3	Раздел 3. Основные понятия теории графов	ПЗ №8 ПЗ №9 РГР№2	15-16 17-18	2 2 5	1	10
4	Промежуточная аттестация					
Итого			18	52	8	60

2. Краткое изложение программного материала

Содержание лекций

Раздел 1. Множества, функции, отношения

Тема 1. Множества и операции над ними. Способы задания множеств. Диаграммы Венна.

План лекции

1. Понятие множества. Описание множеств.
2. Операции над множествами.
3. Прямое произведение множеств.

Соответствия и функции. Отображения и функции. Способы задания функций. Отношения. Свойства отношений. Отношения эквивалентности. Отношения порядка.

План лекции

1. Соответствия, отображения и функции.
2. Способы описания функций.
3. Свойства отображений.
4. Отношения. Свойства отношений.
5. Классы отношений.

Тема 2. Элементы общей алгебры. Определение алгебры. Операции на множествах и их свойства. Свойства бинарных алгебраических операций.

План лекции

1. Понятие булевой алгебры.
2. Свойства бинарных алгебраических операций. Теорема об алгебре.

Раздел 2. Введение в логику

Тема 3. Функции алгебры логики. Суперпозиции и формулы. Булева алгебра. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Булева алгебра функций и эквивалентные преобразования в ней. Теоремы о СДНФ и СКНФ (принципы построения форм). Булева алгебра и теория множеств. Функциональные схемы в алгебре логики.

План лекции

1. Функции алгебры логики. Суперпозиции и формулы.

2. Булева алгебра логики. Теорема об алгебре.
3. Теоремы о СДНФ и СКНФ (принципы построения форм).

Тема 4. Полнота и замкнутость. Алгебра Жегалкина и линейные функции. Монотонные функции. Теорема о функциональной полноте. Примеры функционально-полных базисов

План лекции

1. Полнота и замкнутость. Примеры функционально-полных базисов
2. Алгебра Жегалкина и линейные функции. Монотонные функции.

Тема 5. Логика высказываний. Тавтологически-истинные высказывания. Доказательства в логике высказываний. Язык логики предикатов. Кванторы, область действия квантора. Истинные формулы и эквивалентные соотношения. Методы доказательства в логике предикатов.

План лекции

1. Логика высказываний. Тавтологически-истинные высказывания.
2. Доказательства в логике высказываний.
3. Язык логики предикатов. Кванторы, область действия квантора.
4. Истинные формулы и эквивалентные соотношения.
5. Методы доказательства в логике предикатов.

Тема 6. Переключательные функции (ПФ). Способы задания ПФ, специальные разложения ПФ, неполностью определенные (частные) ПФ. Минимизация ПФ и неполностью определенных ПФ.

План лекции

1. Понятие переключательной функции. Способы задания ПФ, специальные разложения ПФ.
2. Неполностью определенные (частные) ПФ. Минимизация ПФ и неполностью определенных ПФ.

Раздел 3. Основные понятия теории графов

Тема 7. Ориентированные, неориентированные графы, различные виды графов. Локальные характеристики графов. Части графов.

Тема 8. Реализация графов. Плоские и неплоские графы (планарные и платоновы графы). Теорема о реализации. Изоморфизм графов. Представление графов.

План лекции

1. Ориентированные, неориентированные графы, различные виды графов.
2. Локальные характеристики графов. Части графов.
3. Реализация графов. Плоские и неплоские графы. Теорема о реализации.
4. Изоморфизм графов.
5. Представление графов.

3. Методические указания (рекомендации)

3.1. Методические указания к практическим занятиям

Темы практических занятий

Практическое занятие 1. Понятия множества и подмножества. Основные операции над множествами. Прямое произведение множеств.

Практическое занятие 2. Булеан конечного множества. Построение булеана.

Практическое занятие 3. Соответствия и функции. Отображения и функции. Способы задания функций.

Практическое занятие 4. Отношения. Свойства отношений. Отношения эквивалентности. Отношения порядка.

Практическое занятие 5. Алгебры: поле действительных чисел, конечное поле характеристики p , булева алгебра. Ассоциативная, коммутативная и дистрибутивная алгебраические операции.

Практическое занятие 6. Пример гомоморфизма и изоморфизма алгебр.

Практическое занятие 7. Булева алгебра. Функции алгебры логики.

Практическое занятие 8. Разложение функций по переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ).

Практическое занятие 9. Метод Блейка-Порецкого.

Практическое занятие 10. Полнота и замкнутость. Алгебра Жегалкина и линейные функции. Замкнутые классы. Монотонные функции

Практическое занятие 11. Логика предикатов. Кванторы, область действия квантора. Истинные формулы и эквивалентные соотношения.

Практическое занятие 12. Логика высказываний. Тавтологически-истинные высказывания.

Практическое занятие 13. Доказательства в логике высказываний и предикатов.

Практическое занятие 14. Ориентированные, неориентированные графы, различные виды графов. Локальные характеристики графов. Части графов.

Практическое занятие 15. Плоские графы. Реализация графов.

Практическое занятие 16. Деревья. Каркас графа.

Практическое занятие 17. Представление графов (матрицы графов, списки).

3.2. Методические указания по самостоятельной работе студентов

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы		Трудоемкость в часах
1	Множества. Соответствия и функции. Отношения.	Практическое занятие №1		10
2	Элементы общей алгебры.	Практическое занятие №2,3	РГР№1	8
3	Функции алгебры логики. Булева алгебра.	Практическое занятие №4,5	К.р. №1	2
4	Полнота и замкнутость	Практическое занятие №6,7		
5	Логика высказываний.	Практическое занятие №8,9		
6	Логика предикатов.	Практическое занятие №10,11	РГР№2	10
7	Ориентированные, неориентированные графы. Реализация графов.	Практическое занятие №12,13,14		10
8	Графы дерева. Каркас графа. Цикломатическое число	Практическое занятие №15,16		2
9	Представление графов.	Практическое занятие №17,18	К.р. №2	8
Итого				50

Контрольная работа №1 «Логические схемы рассуждений»

Контрольная работа №2 «Представление графов»

РГР№1 «Множества, соответствия, функции, отношения»

РГР№2 «Булева алгебра логики. Логика предикатов»

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1 Семичевская Н.П., Лабораторный практикум. Электронное издание, 2005.

2 Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.

3 Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению контрольных работ на практических занятиях

4 СТО СМК 4.2.3.05-2011. Стандарт ФГБОУВПО «АмГУ». Оформление выпускных квалификационных и курсовых работ (проектов), 2011. – 95 с.

4. Контроль знаний

4.1. Текущий контроль знаний

Расчетно-графические работы опубликованы в методических пособиях Семичевская Н.П. Практикум по дискретной математике. Ч.1.,2, Учебно-методическое пособие, 2009.

4.1.1. Расчетно-графическая работа №1

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ВАРИАНТА

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество натуральных четных чисел, кратных 3.

Решение

Для того чтобы задать множество, с помощью характеристического предиката надо порождающую процедуру или правило представить в виде предиката: $M = \{m \mid (m=2k, k \in \mathbf{N}) \ \& \ (m \text{ делится на } 3 \text{ без остатка}); m \in \mathbf{N}\}$, если представить элементы множества $M = 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots$ Порождающая процедура для этого множества записывается как $M = \{m \mid m=6n, n, m \in \mathbf{N}\}$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:

а) $S = \{s \mid s = k+l, k, l - \text{делители числа } 24\}$.

Решение

Перечислим делители числа 24, это множество $D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$, тогда множество S получится из множества D как различные суммы его элементов $S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 18, 20\}$.

б) $X = \{x \mid (x-5)^2(x-3)(x-7)(x+1)(x^2-144) = 0\}$.

Решение

Множество X – это множество корней уравнения $(x-5)^2(x-3)(x-7)(x+1)(x^2-144)=0$, данное уравнение представлено в виде сомножителей, поэтому множество $X=\{-12,-1, 5, 3, 7, 12\}$.

в) множество натуральных отрицательных чисел.

Решение

Множество натуральных отрицательных чисел есть \emptyset , т.к. натуральные числа это только целые положительные числа, множество натуральных чисел не содержит отрицательных чисел, поэтому это множество равно \emptyset .

3. Записать множество порождающей процедурой:

а) $\{1,2,3,\dots\}$.

Решение

$$A=\{a \mid a+1, a \in \mathbf{N}_0\}$$

б) $\{2, 4, 8, 16, 32, \dots, 1024\}$.

Решение

$$B=\{b \mid 1) b=2, b \in B; 2) b= b*2, b \in B\}$$

б) множество чисел, кратных 3.

Решение

Множество описывается порождающей процедурой $C=\{c \mid c=3*n, n \in \mathbf{N}\}$.

4. Верны ли утверждения:

а) $A=\{1,2, \{3,4,5\}, \{10\}\}$, $|A|=6, |\beta(A)|=2^6$.

Решение

Неверно, так как множество A содержит 4 элемента, два из которых есть множества.

б) $\{2\} \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

Решение

Неверно, так как множество не содержит элементов, которые есть множества.

в) $\{(0,0),(1,1)\} \subset B_n(U)$, U - двухэлементное множество, $n=2$.

Решение

Неверно, так как множество $B_n(U)$ содержит не все векторы-наборы для двухэлементного множества, $B_n(U) = \{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$.

г) $[0,1] \subseteq \mathbf{R}$, $|[0,1]| = \infty$.

Решение

Верно, по теореме о мощности отрезка $[0,1]$.

5. Найти все подмножества множества $D = \{\text{слон, лось, зубр, зебра}\}$; сколько подмножеств содержат только слова зебра и слон; какова мощность булеана множества $D(|\beta(D)|)$?

Решение

Булеан $\beta(D)$ запишем в табл.

№	B_n	$\beta(D)$
0	(0 0 0 0)	$\{\emptyset\}$
1	(0 0 0 1)	{ зебра }
2	(0 0 1 0)	{ зубр }
3	(0 0 1 1)	{ зубр, зебра }
4	(0 1 0 0)	{ лось }
5	(0 1 0 1)	{ лось, зебра }
6	(0 1 1 0)	{ лось, зубр }
7	(0 1 1 1)	{ лось, зубр, зебра }

8	(1 0 0 0)	{ слон }
9	(1 0 0 1)	{ слон, зебра }
10	(1 0 1 0)	{ слон, зубр }
11	(1 0 1 1)	{ слон, зубр, зебра }
12	(1 1 0 0)	{ слон, лось }
13	(1 1 0 1)	{ слон, лось, зебра }
14	(1 1 1 0)	{ слон, лось, зубр }
15	(1 1 1 1)	{ слон, лось, зубр, зебра }

Одно подмножество множества D содержит только слова зебра и слон, его порядковый номер 9; мощность булеана множества D $|\beta(D)| = 2^4 = 16$, т.е. всего 16 подмножеств можно сформировать для множества D .

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X – множество простых чисел, Y – множество четных чисел. Определить множества: $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \setminus Y$.

Решение

а) $X \cap Y = \{2\}$, так как множество простых чисел пересекается с множеством четных чисел только для числа 2, простые числа – это числа, которые делятся без остатка на 1 или на себя и нет больше для этих чисел делителей, а четные числа делятся без остатка на 2, на 1 и на себя, также для этих чисел существует ряд делителей отличных от 1, 2 и самого четного числа;

б) $X \cup Y$ – это множество простых и четных чисел;

в) $X \setminus Y = X$ – множество простых чисел.

7. Доказать:

а) если $A \cup B \cup C = U$ (U – универсальное множество) и $A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, то $A = B \cup C$.

Решение

Для доказательства утверждения $\bar{A} = B \cup C$ при выполнении условий задачи запишем формулу $A \cap (B \cup C) = A \cap \emptyset = \emptyset$, получаем, что множество A не пересекается с множеством $(B \cup C)$, а при объединении этого множества с множеством A получаем множество универсальное U . Из определения операции дополнения множества D (до универсального множества U) $\bar{\bar{D}} = U \setminus D$, $D \cap \bar{D} = \emptyset$, $D \cup \bar{D} = U$. Получаем, что множество $B \cup C$ является дополнением множества A до универсального или $\bar{A} = B \cup C$.

б) $X \setminus (Y \setminus X) = X$.

Покажем, что множество $X \setminus (Y \setminus X)$ равно множеству X . Для любого элемента $a \in X \setminus (Y \setminus X)$ это значит, что $a \in X$ и $a \notin (Y \setminus X)$. Получаем, что $a \in X$ и $a \notin Y$. Из этого следует, что $a \in X$.

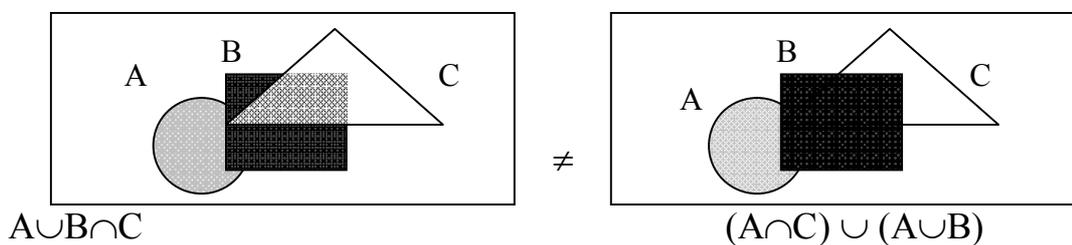
Если $a \in X$, то $a \in X \setminus (Y \setminus X)$.

Следовательно, два множества $X \setminus (Y \setminus X)$ и X равны. ▲

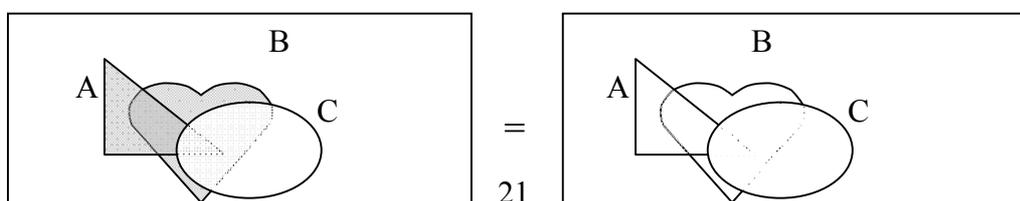
8. С помощью диаграмм Эйлера–Венна проверить, верны ли следующие утверждения:

Решение

а) $A \cup B \cap C = (A \cap C) \cup (A \cup B)$;



б) $(A \cap B) \setminus C = A \setminus C \cap B \setminus C$;



$$(A \cap B) \setminus C$$

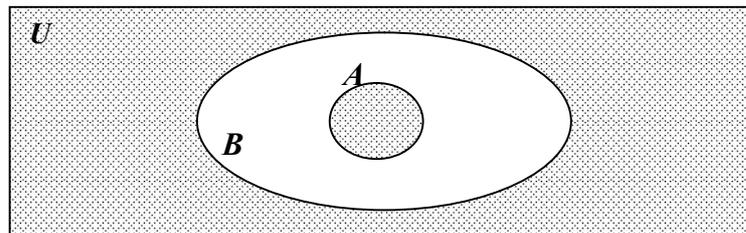
$$A \setminus C \cap B \setminus C$$

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $\emptyset \cap A = \emptyset$.

Решение

Докажем $\emptyset \cap A = \emptyset$, используя определение операции пересечения и утверждение о равенстве двух множеств. Пусть $a \in \emptyset \cap A$, по определению операции пересечения – это значит, что $a \in \emptyset$ и $a \in A$, ($a \in \emptyset$ невозможно, так как пустое множество не содержит элементов) из этого следует, что множество $\emptyset \cap A$ пустое.

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?



Решение

$$(U \setminus B) \cup A \text{ или } \overline{A \setminus B}.$$

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, умножение) $\varphi(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ и $\gamma(x_1, x_2) = x_1 * x_2$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность), заданных на конечном множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Задать операции таблицами Кели.

Решение

Построим таблицы Кели для операций $\varphi(x_1, x_2)$ и $\gamma(x_1, x_2)$.

$\varphi(x_1, x_2)$	1 2 3 4 5 6	$\gamma(x_1, x_2)$	1 2 3 4 5 6
1	2 3 4 5 6 7	1	1 2 3 4 5 6
2	3 4 5 6 7 8	2	2 4 6 8 10 12
3	4 5 6 7 8 9	3	3 6 9 12 15 18
4	5 6 7 8 9 10	4	4 8 12 16 20 24
5	6 7 8 9 10 11	5	5 10 15 20 25 30
6	7 8 9 10 11 12	6	6 12 18 24 30 36

Коммутативность $\varphi(x_1, x_2)$: $x_1+x_2 = x_2+x_1$, для любых $x_1, x_2 \in M$, ($2+5 = 5+2$).

Ассоциативность $\varphi(x_1, x_2)$: $(x_1+x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$, для $x_1, x_2 \in M$.

Дистрибутивность $\varphi(x_1, x_2)$ относительно $\gamma(x_1, x_2)$:

$(x_1 * x_2) + x_3 \neq x_1 + x_3 * x_2 + x_3$, для $x_1, x_2 \in M$, ($((1*2)+4 \neq 1+4 * 2+4, 6 \neq 30)$).

Операция $\varphi(x_1, x_2)$ не дистрибутивна относительно операции $\gamma(x_1, x_2)$.

Коммутативность $\gamma(x_1, x_2)$: $x_1 * x_2 = x_2 * x_1$, для любых $x_1, x_2 \in M$, ($4*3 = 3*4$).

Ассоциативность $\gamma(x_1, x_2)$: $(x_1 * x_2) * x_3 = x_1 * (x_2 * x_3)$, для $x_1, x_2 \in M$.

Дистрибутивность $\gamma(x_1, x_2)$ относительно $\varphi(x_1, x_2)$:

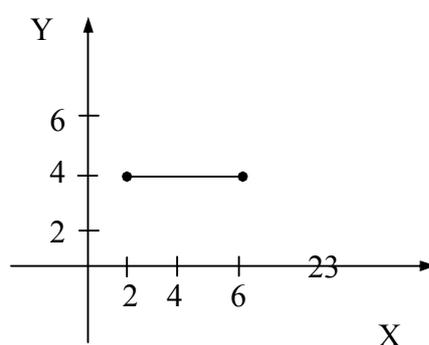
$(x_1 + x_2) * x_3 = x_1 * x_3 + x_2 * x_3$, для $x_1, x_2 \in M$, ($((1+2)*3 = 1*3 + 2*3, 9=9)$).

Операция $\gamma(x_1, x_2)$ дистрибутивна относительно операции $\varphi(x_1, x_2)$.

Замечание. Множество M не замкнуто относительно $\varphi(x_1, x_2)$ и $\gamma(x_1, x_2)$.

2. Пусть соответствие $G1$ задано на декартовой плоскости, определить его свойства:

а) $G1$



Решение

Опишем соответствие $G1 = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 6, y = 4; x, y \in \mathbf{R}\}$, $G1 \subseteq [2, 6] \times [2, 6]$

- 1) соответствие $G1$ *всюду определено*, так как $\text{pr}_1 G1 = [2, 6]$;
- 2) соответствие $G1$ *не сюръективно*, так как $\text{pr}_2 G1 \neq [2, 6]$;
- 3) соответствие $G1$ *функционально*, так как для любого $x \in \text{pr}_1 G1 = [2, 6]$ существует единственный $y \in \text{pr}_2 G1 = 4$ (выполняется единственность образа);
- 4) при соответствии $G1$ не выполняется единственность прообраза образа, так как для любого $y \in \text{pr}_2 G1 = 4$ существует неединственный $x \in \text{pr}_1 G1 = [2, 6]$ (т.е. $y = 4$ соответствуют все $x \in [2, 6]$).

3. Для функции $f(x)$ задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является $f^{-1}(x)$ отображением:

а) $f(x) = \lg x$;

б) $f(x) = x^n$, n – фиксированное натуральное число.

Решение

а) $f(x) = \lg x$;

Тип функции $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$

1) *всюду определено*, так как все значения $x \in \mathbf{N}$ или $\text{pr}_1 f(x) = \mathbf{N}$, следовательно, $f(x)$ – отображение;

2) *не сюръективно*, так как $\text{pr}_2 f(x) \neq \mathbf{N}$, область значения функции не все множество натуральных чисел;

3) *инъективно*, так как для любых $x_1 \neq x_2$ верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$

4) *не биективно*.

Тип функции $f: \mathbf{R}_+ / \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$

1) всюду определено, так как все значения $x \in \mathbf{R}_+/\{0\}$ или $\text{pr}_1 f(x) = \mathbf{R}_+/\{0\}$, следовательно, $f(x)$ – отображение;

2) сюръективно, так как $\text{pr}_2 f(x) = \mathbf{R}$, область значения функции множество действительных чисел;

3) инъективно, так как для любых $x_1 \neq x_2$ верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$;

4) биективно.

б) $f(x) = x^n$, n – четное число.

Тип функции $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$

1) всюду определено, так как все значения $x \in \mathbf{N}$ или $\text{pr}_1 f(x) = \mathbf{N}$, следовательно, $f(x)$ – отображение;

2) не сюръективно, так как $\text{pr}_2 f(x) \neq \mathbf{R}$, область значения функции не все множество \mathbf{R} ;

3) инъективно, так как для $x_1 \neq x_2$ из \mathbf{N} верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$, например, $n=4$, $x_1=2$, $x_2=3$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, $(16 \neq 81)$;

4) не биективно.

Тип функции $f: \mathbf{R}_+/\{0\} \rightarrow \mathbf{N}$

1) всюду определено, так как все значения $x \in \mathbf{R}_+/\{0\}$ или $\text{pr}_1 f(x) = \mathbf{R}_+/\{0\}$, следовательно, $f(x)$ – отображение;

2) сюръективно, так как $\text{pr}_2 f(x) = \mathbf{N}$, область значения функции множество \mathbf{N} ;

3) инъективно, так как для $x_1 \neq x_2$ из $\mathbf{R}_+/\{0\}$ верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$, например, $n=4$, $x_1=2$, $x_2=3$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, $(16 \neq 81)$;

4) биективно.

4. Пусть алгебры заданы $A=(\mathbf{N}_4, \oplus_4)$ и $B=(\mathbf{N}_4, \otimes_4)$, где $\mathbf{N}_4 = \{0,1,2,3\}$, \oplus_4 – сложение по модулю 4, \otimes_4 – умножение по модулю 4. Является ли отображение $\Gamma: 0 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

Решение

Запишем тождество гомоморфизма $\Gamma(a \oplus_4 b) = \Gamma(a) \otimes_4 \Gamma(b)$ и проверим его для всех элементов множества $N_4 = \{0, 1, 2, 3\}$.

Рассмотрим отображение $\Gamma : 0 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2$:

$$\Gamma(0 \oplus_4 0 = 0) = 3 \neq \Gamma(0) \otimes_4 \Gamma(0) = 3 \otimes_4 3 = 1; *$$

$$\Gamma(0 \oplus_4 1 = 1) = 0 = \Gamma(0) \otimes_4 \Gamma(1) = 3 \otimes_4 0 = 0;$$

$$\Gamma(0 \oplus_4 2 = 2) = 1 \neq \Gamma(0) \otimes_4 \Gamma(2) = 3 \otimes_4 1 = 3; *$$

$$\Gamma(0 \oplus_4 3 = 3) = 2 = \Gamma(0) \otimes_4 \Gamma(3) = 3 \otimes_4 2 = 2;$$

$$\Gamma(1 \oplus_4 1 = 2) = 1 \neq \Gamma(1) \otimes_4 \Gamma(1) = 0 \otimes_4 0 = 0; *$$

$$\Gamma(1 \oplus_4 2 = 3) = 2 \neq \Gamma(1) \otimes_4 \Gamma(2) = 0 \otimes_4 1 = 0; *$$

$$\Gamma(1 \oplus_4 3 = 0) = 3 \neq \Gamma(1) \otimes_4 \Gamma(3) = 0 \otimes_4 2 = 0; *$$

$$\Gamma(2 \oplus_4 2 = 0) = 3 \neq \Gamma(2) \otimes_4 \Gamma(2) = 1 \otimes_4 1 = 1; *$$

$$\Gamma(2 \oplus_4 3 = 1) = 0 \neq \Gamma(2) \otimes_4 \Gamma(3) = 1 \otimes_4 2 = 2; *$$

$$\Gamma(3 \oplus_4 3 = 2) = 1 \neq \Gamma(3) \otimes_4 \Gamma(3) = 2 \otimes_4 2 = 0; *$$

Таким образом отображение $\Gamma: A \rightarrow B$ не является гомоморфизмом, так как тождество гомоморфизма не выполняется (строчки, помеченные символом *). Следовательно, Γ не является и изоморфизмом.

5. Для отношений R_1, R_2 определить отношения R_1^{-1} , дополнение R_1, R_2^{-1} , дополнение R_2 :

а) R_1 – «быть старше»;

б) $R_2 = \{(x, y) \mid \langle x-y \text{ – четное, положительное число} \rangle; x, y \in X\}$, $X = \{1, 2, \dots, 9\}$.

Решение

а) отношение R_1 – «быть старше» определено на множестве людей, обратное к нему отношение R_1^{-1} – «быть младше», так как если «а старше б», то «б младше а»; дополнение R_1 – «быть не старше»;

б)

$R_2 = \{(9,1), (7,1), (5,1), (3,1), (1,1), (8,2), (6,2), (4,2), (2,2), (9,3), (7,3), (5,3), (3,3), (8,4), (6,4), (4,4), (9,5), (7,5), (5,5), (8,6), (6,6), (9,7), (7,7), (8,8)\}$

отношение R_2 содержит 24 пары вида (x,y) таких, что разность $x-y$ есть четное, положительное число, включая 0;

обратное к R_2 отношение $R_2^{-1} = \{(x, y) \mid \langle y - x - \text{четное, положительное число} \rangle; x, y \in X\}$, таким образом, отношение R_2^{-1} содержит 24 пары вида (y, x) ;

$R_2^{-1} = \{(1,9), (1,7), (1,5), (1,3), (1,1), (2,8), (2,6), (2,4), (2,2), (3,9), (3,7), (3,5), (3,3), (4,8), (4,6), (4,4), (5,9), (5,7), (5,5), (6,8), (6,6), (7,9), (7,7), (8,8)\}$;

дополнение R_2 до множества X^2 содержит все те пары элементов, которые не вошли в R_2 , таких пар 57, это пары вида $(9,2), (7,2), \dots, (9,8)$, т.е. дополнение $R_2 = \{(x,y) \mid \langle x-y - \text{нечетное, положительное число} \rangle; x, y \in X\}$, $X = \{1, 2, \dots, 9\}$.

ВАРИАНТ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 1 (из 25)

ВАРИАНТ 1

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката:
Множество положительных целых чисел, не превышающих 15.
2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
 - а) множество натуральных чисел, кратных 12, до 144;
 - б) множество простых натуральных чисел, не превышающих 100.
3. Какие из следующих множеств пусты:
 - а) множество действительных корней уравнения: $12x^2 + 4x + 1 = 0$;
 - б) множество четных (положительных) чисел;
 - в) множество четных, отрицательных натуральных чисел.
4. Верны ли утверждения:
 - а) $|\emptyset| \neq 0$;
 - б) $\forall Z, \emptyset \subseteq Z$;

- в) $X=Y$, тогда $\forall y \in Y, y \in Y$;
 г) $G = \{15, 12, 11, 9, 7, 5\} \subset \mathbf{N}, 14 \notin G, 14 \subset \mathbf{N}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $C = \{, . ? ! -\}$, сколько подмножеств содержат знаки «.» и «,»; какова мощность булеана множества C ($|\mathcal{B}(C)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X, Y, Z, \mathbf{N} , где X – множество четных чисел, Y – множество чисел, кратных трем, Z – множество чисел, кратных пяти, \mathbf{N} – множество натуральных чисел. Определить множества: а) $(X \cup Y) \cap Z$, б) $Y \cap Z$, в) дополнение X до \mathbf{N} (обозначение \bar{X}).

7. Найти:

- а) $\{1,2,3,4\} \cap \{0,1,3,5\}$;
 б) $\{0.5, 1.1, -0.01\} \cup \{-1, 0, 1\}$;
 в) $\{a,b,c,d\} \setminus \{d,p,q,r\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера–Венна проверить, верны ли следующие утверждения:

- а) если $A \subseteq B$, то $A \cap B = A$;
 б) $\bar{X} \cap \bar{Y} = \overline{(X \cup Y)}$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $(X \cap Y) \cup (\bar{X} \cap \bar{Y}) = \bar{X}$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера–Венна.

В отделе НИИ работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Английский знают 6 человек, немецкий – 7, французский – 7. Четыре человека знают английский и немецкий языки, три – немецкий и французский, два – французский и английский, один знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько человек знают только английский язык?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Составить матрицы отношения $C1, C2$:

- а) $C1$ – «больше либо равно»;
 б) $C2$ – « x делитель y »;
 в) $C3$ – « $x + y = 5$ ».

2. Проверить свойства бинарных отношений $C1, C2, C3$ (рефлексивность/антирефлексивность, симметричность/асимметричность, транзитивность).

3. Пусть некоторая программа читает два числа из множества $M=\{1,2,3,4\}$, обозначаемых x, y , и, если $x < y$ печатает число z из множества M такое, что $x \leq z < y$. Программа останавливается после считывания чисел на множестве M . Определить отношение. Чему равны области определения и значения отношения?

4. Какой порядок на множестве $M=\{1,2,3,4\}$ задают отношения:

а) $R_1 = \{(2,1), (3,1), (4,1), (3,2), (4,2), (4,3)\}$;

б) $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$.

5. $y=F(x)$, где $F \subset X \times X$; $X=\{1,2,3,4,5\}$. Определить свойства соответствий. Указать функциональное соответствие:

а) $F = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$;

б) $F = \{(1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4)\}$;

в) $F = \{(1,2), (2,3), (3,1), (4,5), (5,4)\}$.

4.1.2. Расчетно-графическая работа №2

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ВАРИАНТА

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №2

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

1. Построить таблицу истинности логической функции

$$f(x,y,z) = (\neg z \rightarrow y) \oplus ((y \rightarrow x) \& z);$$

для заданной функции f построить логическую схему.

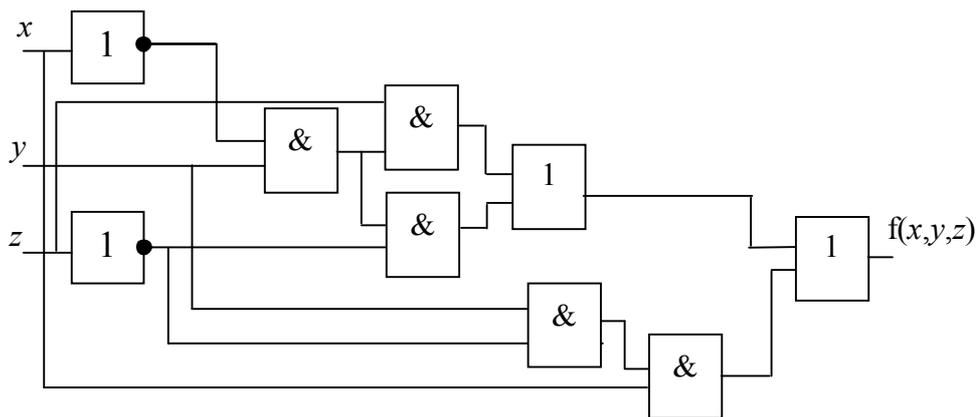
Решение

Таблица истинности для функции $f(x,y,z) = (\neg z \rightarrow y) \oplus ((y \rightarrow x) \& z)$:

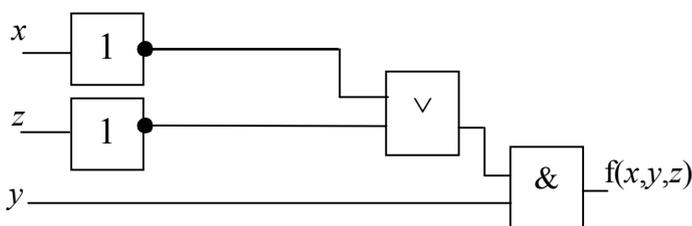
x, y, z	$\neg z$	$(\neg z \rightarrow y)$	$(y \rightarrow x)$	$(y \rightarrow x) \& z$	$() \oplus ()$
0 0 0	1	0	1	0	0
0 0 1	0	1	1	1	0
0 1 0	1	1	0	0	1
0 1 1	0	1	0	0	1
1 0 0	1	0	1	0	0
1 0 1	0	1	1	1	0
1 1 0	1	1	1	0	1
1 1 1	0	1	1	1	0

Логическую схему можно построить по СДНФ функции:

$$f(x,y,z) = \neg xy \neg z \vee \neg xy z \vee xy \neg z$$



СДНФ можно минимизировать, тогда логическая схема упростится, аналогично строится схема и для упрощенной формы.



2. Логическую функцию $Z(A,B) = \neg A \vee B \ \& \ A \vee B \ \& \ \neg A$ представить картой Вейча.

Решение

Этот вопрос дается на самостоятельное рассмотрение, поэтому, для функции трех переменных построить карту Вейча, используя рекомендованную литературу.

Для заданной функции $Z(A,B)$ карта Вейча имеет вид:

	A	$\neg A$
B	0	1
$\neg B$	0	0

3. Функцию $g(x,y)=1$ представить в базисе $\{\vee, \neg\}$.

Решение

Запишем сначала СДНФ функции $g(x,y)=1$, а затем исключим из формулы все конъюнкции, используя тождество де-Моргана:

$$g(x,y) = \neg x \neg y \vee x \neg y \vee \neg x y \vee x y = \neg(x \vee y) \vee \neg(x \vee \neg y) \vee \neg(\neg x \vee y) \vee \neg(\neg x \vee \neg y) = 1.$$

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xyt \vee xy\neg z \vee x\neg zt \vee xz\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

- по таблице истинности;
- используя законы 0 и 1;
- минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить равносильность формул f_1 и f_2 :

$$f_1 = x \vee (y \& \neg z) \rightarrow (\neg x \rightarrow y);$$

$$f_2 = \neg y \vee z.$$

Решение

Проверим равносильность на наборах, при этом надо учитывать, что функция f_2 есть функция от двух переменных, а функция f_1 – функция от трех переменных, поэтому в функцию f_2 введем фиктивную переменную, получим выражение для $f_2 = (x \& \neg x) \vee (\neg y \vee z)$:

x, y, z	$x \vee (y \& \neg z)$	$(\neg x \rightarrow y)$	f_1	$0 \vee (\neg y \vee z)$	f_2
0 0 0	0	0	1	1	1
0 0 1	0	0	1	1	1
0 1 0	1	1	1	0	0
0 1 1	0	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1
1 1 0	1	1	1	0	0
1 1 1	1	1	1	1	1

Формулы f_1 и f_2 неравносильны, т.к. их значения совпадают не на всех наборах переменных.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат $P(x,y)$ задан таблицей на предметной области $D = \{a,b,c\}$, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x \exists y P(x,y)$;

2) $\forall x P(x,c)$;

3) $\exists y P(b,y)$.

x	y	$P(x,y)$
a	a	0
a	b	1
a	c	0
b	a	0
b	b	1
b	c	1
c	a	1
c	b	0
c	c	0

Решение

1) $\exists x \exists y P(x,y)$ – значение предикатной формулы равно истине, т.к. существуют x и y , такие что предикат P принимает значение истина;

- 2) $\forall xP(x,c)$ – значение предикатной формулы равно ложь, т.к. не для каждого x при $y=c$ предикат P принимает значение истина;
- 3) $\exists yP(b,y)$ значение предикатной формулы равно истина, т.к. существует такой y , (например $y=b$), что предикат P принимает значение истина.

7. Проверить истинность, ложность или выполнимость предикатной формулы, на множестве N_0 :

$$(\exists x)(\Sigma(x,y,y) \rightarrow (\forall y)\Sigma(x,y,y)).$$

Решение

Предикатная формула тождественно истинна.

Высказывание, выраженное формулой следующее: «Если существует x , такой что $x+y=y$, то для любого y выполняется $x+y=y$ ».

Рассмотрим левую и правую часть импликации.

На множестве натуральных чисел с нулевым элементом N_0 существует такое число $x=0$, что $x+y=y$, таким образом левая часть импликации истинна на N_0 . Если предикатная формула находится в области действия квантора по переменной x , то при $x=0$ для любого y будет выполняться $x+y=y$. Следовательно, импликация, в которой левая и правая часть истинны, истинна. Формула тождественно истинна на множестве N_0 .

ВАРИАНТ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №2 (из 25)

Вариант 1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

1. Построить таблицу истинности логической функции $f(x,y,z) = \neg(x \& (z \rightarrow y)) \vee ((y \rightarrow \neg x) \& z)$; для заданной функции f построить логическую схему.
2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = A \vee B \vee \neg B \& C$ представить картой Вейча.
3. Функцию $g(x,y) = x \oplus y$ представить в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$.
4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xy \vee y \neg z \vee \neg zt \vee x \neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:
 - a) по таблице истинности;
 - b) используя законы 0 и 1;

с) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить законы поглощения и склеивания с помощью эквивалентных преобразований выражений.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат $P(x,y)$ задан таблицей на предметной области $D=\{a,b,c\}$, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x \forall y P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,a)$; 3) $\forall y P(b,y)$.

x	y	$P(x,y)$
a	a	1
a	b	1
a	c	1
b	a	1
b	b	0
b	c	1
c	a	1
c	b	1
c	c	1

4.1.3. Контрольная работа №1 «Логические схемы рассуждений»

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Понятие формулы логики высказываний

Истинность и ложность формул логики высказываний

Тождественно истинные (логически правильные) схемы рассуждений

Правило заключения m.p. (Modus Ponens) $\frac{A \rightarrow B, A}{B}$

Правило отрицания m.t. (Modus Tollens) $\frac{A \rightarrow B, \neg B}{\neg A}$

Правила утверждения – отрицания (Modus Ponendo-Tollens)

a) $\frac{A \oplus B, A}{\neg B}$, b) $\frac{A \oplus B, B}{\neg A}$

Правила отрицания – утверждения (Modus Tollen-Ponens)

a) $\frac{A \oplus B, \neg A}{B}$, b) $\frac{A \oplus B, \neg B}{A}$

$$\text{c) } \frac{A \vee B, \neg A}{B}, \quad \text{d) } \frac{A \vee B, \neg B}{A}$$

Правило транзитивности (упрощенное правило силлогизма)

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

Закон противоречия

$$\frac{A \rightarrow B, A \rightarrow \neg B}{\neg A}$$

Закон непротиворечия выражается формулой $\neg (p \& \neg p)$ (неверно, что p и не p)

Правила дилемм

$$\text{a) Простая конструктивная дилемма} \quad \frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B}{C}$$

$$\text{b) Сложная конструктивная дилемма} \quad \frac{A \rightarrow B, C \rightarrow D, A \vee C}{B \vee D}$$

$$\text{c) Простая деструктивная дилемма} \quad \frac{A \rightarrow B, A \rightarrow C, \neg B \vee \neg C}{\neg A}$$

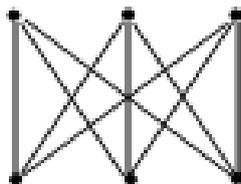
$$\text{d) Сложная деструктивная дилемма} \quad \frac{A \rightarrow B, C \rightarrow D, \neg B \vee \neg D}{\neg A \vee \neg C}$$

Для практического занятия использовать материалы лекции

4.1.4. Контрольная работа №2 «Представление графов»

РАБОТА ПО ТЕОРИИ ГРАФОВ Вариант 1

Задание 1. Для графа, записать матричное представление (матрицу смежности, матрицу инцидентности, матрицу достижимости).



Задание 2. Для графа, в задании 1, построить частичный граф, подграф и суграф.

Задание 3. Для графа, (задание 1), построить каркас, рассчитать цикломатическое число графа.

Проверить свойства дерева для построенного каркаса.

Определить вес вершин и определить центр, радиус дерева и эксцентриситет дерева.

Задание 4. Для графа, (задание 1), построить изоморфные, правильно реализованные в \mathbb{R}^2 графы (где это возможно).

Задание 5. Построить полный шестивершинный орграф K_6 .

Определить количество каркасов в неориентированном графе K_6 .

4.2 Итоговый контроль знаний

4.2.1. Приблизительный перечень вопросов к экзамену ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ, СООТВЕТСТВИЕ, ФУНКЦИИ, ОТНОШЕНИЯ

1. Способы представления множеств.
2. Операции над множествами (теоретико-множественные операции).
3. Ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность бинарных операций над множествами.
4. Запись тождества де-Моргана и тождества Порецкого.
5. Тождества поглощения и склеивания. Доказательство.
6. Конечные множества. Мощность множества.
7. Булеан множества. Построение булеана множества. Теорема о числе всех подмножеств конечного множества.
8. Прямое произведение множеств. Теорема о мощности множества, которое есть прямое произведение множеств.
9. Множество степеней. Мощность множества степеней.
10. Теорема Кантора. Парадокс Кантора.
11. Теоремы о счетных множествах.
12. Что называется соответствием. Область определения и область значения соответствия. Полностью определенное и сюръективное соответствие.
13. Функциональное соответствие. Примеры.
14. Определение обратного соответствия. Пример построения обратного соответствия.
15. Определение взаимно однозначного соответствия. Утверждение о мощности множеств A и B , между которыми существует взаимно однозначное соответствие. Пример.
16. Понятие функции и отображения. Примеры.
17. Понятие n -местной функции. Примеры функций типа $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.
18. Инъективное, сюръективное, биективное отображения. Пример.
19. Определение обратной функции. Условие существования обратной функции.
20. Определение композиции функций. Показать на примере преобразований конечных множеств $\alpha: M \rightarrow M$, $\beta: M \rightarrow M$.
21. Способы задания функций.
22. Определение n -местного отношения. Матрица бинарного отношения.
23. Понятие обратного отношения. Операции дополнения, объединения, пересечения, заданные на отношениях. Примеры.
24. Рефлексивность/антирефлексивность отношений. Примеры.
25. Симметричность/антисимметричность отношений. Примеры.
26. Транзитивность отношений. Примеры.
27. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Примеры.

ОПЕРАЦИИ, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, АЛГЕБРА ЛОГИКИ

28. Определение n -арной операции. Унарные и бинарные операции. Пример бинарных операций на множествах.

29. Ассоциативность, коммутативность и дистрибутивность бинарных операций. Показать на примерах.
30. Понятие алгебры. Носитель алгебры. Тип алгебры. Сигнатура алгебры. Понятие булевой алгебры. Примеры.
31. Теорема о булевой алгебре логики.
32. Понятие полугруппы и группы. Примеры абелевых полугрупп и групп.
33. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр. Основное тождество гомоморфизма. Пример.
34. Алгебраические системы. Алгебры и модели.
35. Понятие решетки. Пример.
36. Понятие алгебры логики. Определение функции алгебры логики. Теорема о мощности множества $P_2(n)$.
37. Логические функции двух переменных. Табличное задание логической функции n -переменных.
38. Разложение логических функций по переменным. Лемма о разложении.
39. СДНФ. Теорема о представлении формулы алгебры высказываний.
40. СКНФ. Теорема о представлении формулы алгебры высказываний.
41. Минимизация СДНФ.
42. Алгебра Жегалкина и линейные функции.
43. Теоремы о функциональной полноте.
44. Истинные формулы и эквивалентные соотношения в логике предикатов.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

45. Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы.
46. Локальные характеристики графа. Теорема Эйлера о рукопожатиях.
47. Изоморфизм графов.
48. Геометрические графы. Плоские и неплоские графы. Теорема о правильной реализации.
49. Полные графы. Части графа.
50. Матричное представление графов (ориентированных и неориентированных).

4.2.2. Тесты итогового контроля АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____ А.В. Бушманов

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс I

Дисциплина
“Дискретная математика”

Тесты промежуточного контроля по дисциплине Дискретная математика для специальностей 230102 – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»; 230201 – «Информационные системы и технологии». Тест содержит 25 заданий. Время выполнения 90 минут.

Указания: задания теста могут содержать только один вариант правильного ответа; определение вписывать в свободное место, отведенное для ответа.

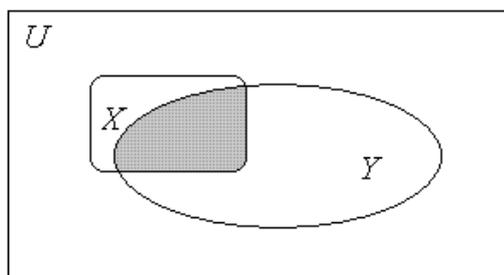
Вариант 1.

Теория множеств

1. Определить какие из перечисленных множеств пустые:

- a) $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$;
- b) $(A \cap B) \setminus A$;
- c) $\bar{(X \cup Y)} \cup X \cup Y$;
- d) все множества непустые.

2. На диаграмме Эйлера-Венна изображено:



- a) $P_{X \cup Y} = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}$;
- b) $P_{X \cap Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}$;
- c) $P_{X \setminus Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}$;
- d) $P = \{x \mid x \in X\}$;
- e) $P_{\bar{X}} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin X\}$.

3. Для отношения $R = \langle X \text{ перпендикуляр к } Y \rangle$ имеют место следующие свойства:

- a) рефлексивность, симметричность, транзитивность;
- b) антирефлексивность, несимметричность, транзитивность;
- c) рефлексивность, симметричность, нетранзитивность;
- d) верных свойств нет.

4. Указать какие отношения являются отношениями эквивалентности:

- a) $R1 \langle x - y > 0 \rangle$;
- b) $R2 \langle \text{быть подчиненным} \rangle$;
- c) $R3 \langle \text{равночисленность конечных множеств} \rangle$.

5. Верно ли утверждение: «Между множеством двоичных векторов разрядности n и булеаном конечного множества мощности n существует взаимно-однозначное соответствие».
- a) да;
b) нет.
6. Какое число подмножеств содержит множество U , $|U|=n$:
- a) $n!$;
b) 2^n ;
c) n .
7. Какое тождество, из перечисленных является тождеством склеивания?
- a) $(X \cap \bar{Y}) \cup Y = X \cup Y$;
b) $\bar{\bar{(X \cup Y)}} = \bar{X \cap \bar{Y}}$;
c) $(X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap Y) = X$;
d) такого тождества нет.
8. Для бинарного отношения $R = \langle x \leq y \text{ и } x \text{ - четное, } y \text{ - нечетное} \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4\}$ построить матрицу бинарного отношения.

$C_R =$

9. Определить бинарное отношение ...

Алгебра логики и логические схемы

10. Таблица истинности для функции \oplus (сложение по модулю 2) имеет вид:

a)

x_1	x_2	f	
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	0
b)	1	1	0

b)

x_1	x_2	f	
	0	0	1
	0	1	0
	1	0	0
c)	1	1	1

c)

x_1	x_2	f	
	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0

d) такой таблицы здесь нет.

11. Формула вида $(x \vee \neg y) \rightarrow (x \& y)$

a) тождественно истинна;
b) тождественно ложна;

с) имеет определенное значение на всех наборах переменных.

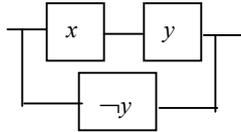
12. Логическая схема высказывания $\frac{a \rightarrow b, a}{b}$

- a) тождественно истинна;
- b) тождественно ложна.

13. Формула $\neg x_1 \neg x_2 \vee x_1 x_2 \vee x_1 \neg x_2 \vee \neg x_1 x_2$

- a) СДНФ логической функции константа 1;
- b) КНФ логической функции;
- c) ДНФ логической функции константа 1.

14. Какая логическая функция соответствует схеме



- a) $\neg x \vee y \vee x \& \neg y$;
- b) $x \rightarrow y \vee \neg y$;
- c) $x \vee y \& \neg y$;
- d) нет.

15. Указать какие формулы есть законы:

- a) $\neg(x \vee y) \equiv \neg x \& \neg y$;
- b) $x \vee x \equiv 0$;
- c) $\neg(x \& y) \equiv \neg x \vee \neg y$.

16. Для операций $\&$ и \vee в выражении $x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3$ записано свойство

- a) ассоциативность;
- b) коммутативность;
- c) дистрибутивность слева;
- d) нет.

17. Для функции 2-х переменных записать ее СДНФ и СКНФ:

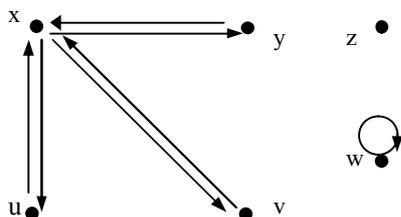
x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

18. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма – это ...

Теория графов

19.

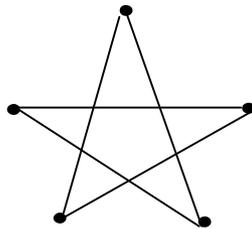
G:



- a) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и одной изолированной вершиной;
- b) Граф G ориентированный, симметричный;
- c) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и одной голой вершиной.
- d) Граф G ориентированное корневое дерево.

20. Полу степень захода вершины x ($\deg_+ x$) в графе G равна:

- a) 5;
 - b) 6;
 - c) 3;
 - d) 0.
- 21.



W :

a) Матрица смежности для графа W :

$$A(W) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Матрица достижимости для графа W :

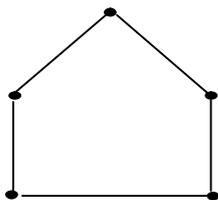
$$R(W) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Матрица инцидентности для графа W :

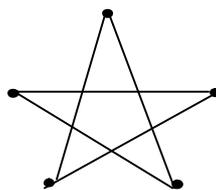
$$B(W) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

22. Графы G_1 и G_2 изоморфны:

G_1



G_2



- a) да;
- b) нет.

23. Ориентированный граф $G(X, U, f)$ симметричный если ...

24. Утверждают, что в одной компании из пяти человек каждый знаком с двумя другими. Построить соответствующий граф.

25. Для бинарного отношения $R = \langle x \leq y \text{ и } x - \text{четное, } y - \text{нечетное} \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ построить граф.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____ А.В. Бушманов

Кафедра ИУС
Факультет МИИ
Курс I
Дисциплина
“Дискретная математика”

Тесты промежуточного контроля по дисциплине Дискретная математика для специальностей 230102 – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»; 230201 – «Информационные системы и технологии».
Тест содержит 25 заданий. Время выполнения 90 минут.

Указания: задания теста могут содержать только один вариант правильного ответа; определение вписывать в свободное место, отведенное для ответа.

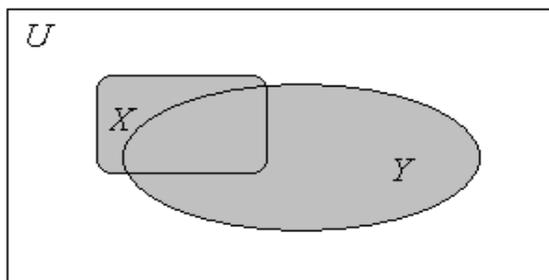
Вариант 2.

Теория множеств

1. Определить какие из перечисленных множеств пустые:

- a) $(A \cap B) \cup \overline{(A \cup B)}$;
- b) $B \setminus (A \cap B)$;
- c) $\overline{(X \cup Y)} \cap (X \cup Y)$;
- d) все множества непустые.

2. На диаграмме Эйлера-Венна изображено:



- a) $P_{X \cup Y} = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}$;
- b) $P_{X \cap Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}$;
- c) $P_{X \setminus Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}$;
- d) $P = \{x \mid x \in X\}$;
- e) $P_{\overline{X}} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin X\}$.

3. Для отношения $R = \langle a + b \text{ четное число} \rangle$ имеют место следующие свойства:

- a) рефлексивность, симметричность, транзитивность;
- b) антирефлексивность, несимметричность, транзитивность;
- c) антирефлексивность, антисимметричность, нетранзитивность;
- d) верных свойств нет.

4. Указать какие отношения являются отношениями строгого порядка:

- a) $R_1 \langle x - y > 0 \rangle$;
- b) $R_2 \langle \text{жить этажом ниже} \rangle$;
- c) $R_3 \langle \text{равночисленность конечных множеств} \rangle$.

5. Верно ли утверждение: «Между множеством двоичных векторов разрядности n и множеством логических функций от n переменных существует взаимно-однозначное соответствие».

- a) да;
 b) нет.
 6. Какое тождество, из перечисленных является тождеством де-Моргана?
 a) $(X \cap \bar{Y}) \cup Y = X \cup Y$;
 b) $\bar{(X \cap Y)} = \bar{X} \cup \bar{Y}$;
 c) $(X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap Y) = X$;
 d) такого тождества нет.

7. Для бинарного отношения $R = \langle x+y=4 \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4\}$ построить матрицу бинарного отношения.

$$C_R =$$

Алгебра логики и логические схемы

8. Таблица истинности для функции \equiv (эквиваленция) имеет вид:

a)

x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

b)

x1	x2	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

c)

x1	x2	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

e) такой таблицы здесь нет.

9. Определить логическую функцию от n аргументов ...

10. Формула вида $(x \vee \neg x) \rightarrow (x \& \neg x)$

- a) тождественно истинна;
 b) тождественно ложна;
 c) имеет определенное значение на всех наборах переменных.

11. Каково количество логических функций 3-х переменных:

- a) 2^8 ;
 b) 3^2 ;
 c) 3^3 ;
 d) нет такой формулы.

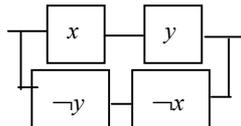
12. Логическая схема высказывания $\frac{a \vee b, \neg a}{b}$

- a) тождественно истинна;
- b) тождественно ложна.

13. Формула $(\neg x_1 \vee x_2) \& (x_1 \vee x_2) \& (\neg x_1 \vee \neg x_2)$

- a) СДНФ логической функции;
- b) СКНФ логической функции;
- c) КНФ логической функции.

14. Какая логическая функция соответствует схеме



- a) $\neg x \vee y \vee x \& \neg y$;
- b) $x \sim y$;
- c) $x \vee y \& \neg y$.

15. Указать эквивалентное выражение для $x \oplus y$:

- a) $\neg x y \vee x \neg y$;
- b) $x \sim y$;
- c) $x \vee y \& \neg y$.

16. Для операций $\&$ и \vee в выражении $x_1 \& x_2 = x_2 \& x_1$ записано свойство

- a) ассоциативность;
- b) коммутативность;
- c) дистрибутивность слева;
- d) нет.

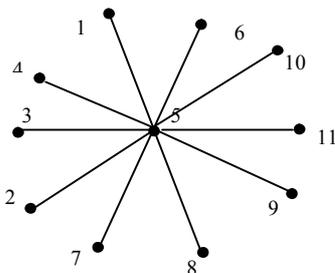
17. Для функции 2-х переменных записать ее СДНФ и СКНФ:

x1	x2	f
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

18. Совершенная конъюнктивная нормальная форма – это ...

Теория графов.

19. D:



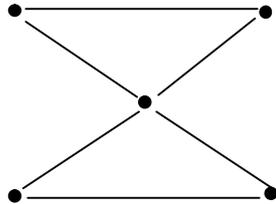
- a) Граф D неориентированный, полный, регулярный граф;
- b) Граф D двудольный граф $K_{5,1}$, дерево, звездный граф;
- c) Граф D двудольный граф $K_{5,1}$.

20. Степень вершины 5 ($\text{deg } 5$) в графе D равна:

- a) 10;
- b) 6;
- c) 11;
- d) 2.

21.

W:



Для графа W матрица смежности имеет вид:

a)

$$A(W) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

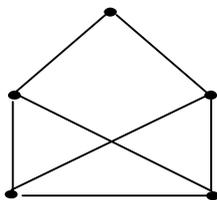
$$A(W) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

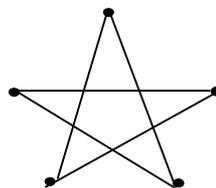
$$A(W) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

22. Графы G_1 и G_2 изоморфны:

G_1



G_2



- a) нет;
- б) да.

23. Полным графом $G(X, U, f)$ называется граф ...

24. Утверждают, что в одной компании из пяти человек каждый знаком с двумя другими. Построить соответствующий граф.

25. Для бинарного отношения $R = \langle\langle x+y=4 \rangle\rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ построить граф.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____ А.В. Бушманов

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс I
Дисциплина
“Дискретная математика”

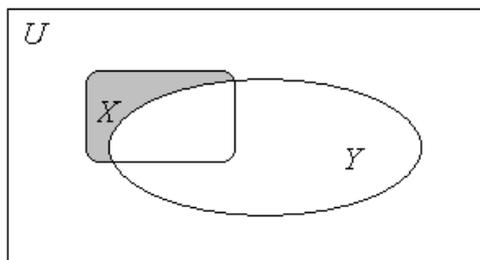
Тесты промежуточного контроля по дисциплине Дискретная математика для специальностей 230102 – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»; 230201 – «Информационные системы и технологии».
Тест содержит 25 заданий. Время выполнения 90 минут.

Указания: задания теста могут содержать только один вариант правильного ответа; определение вписывать в свободное место, отведенное для ответа.

Вариант 3.

Теория множеств

1. Определить какие из перечисленных множеств пустые:
 - a) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$;
 - b) $B \cup (A \cap B)$;
 - c) $\overline{(X \cap Y) \cap (X \cup Y)}$;
 - d) все множества непустые.
2. На диаграмме Эйлера-Венна изображено:



- a) $P_{X \cup Y} = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}$;
 - b) $P_{X \cap Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}$;
 - c) $P_{X \setminus Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}$;
 - d) $P = \{x \mid x \in X\}$;
 - e) $P_{\overline{X}} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin X\}$.
3. Для отношения $R = \langle \text{« делитель b»}$ имеют место следующие свойства:
 - a) рефлексивность, симметричность, транзитивность;
 - b) антирефлексивность, несимметричность, транзитивность;
 - c) рефлексивность, антисимметричность, транзитивность;
 - d) верных свойств нет.
 4. Указать какие отношения являются отношениями нестрогого порядка:
 - a) R_1 «быть братом»;
 - b) R_2 «жить этажом выше»;
 - c) R_3 «равночисленность конечных множеств»;
 - d) нет верных вариантов.

5. Верно ли утверждение: «Между множеством двоичных векторов разрядности n и множеством из n наборов логических переменных логической функции существует взаимно-однозначное соответствие».

- a) да;
- b) нет.

6. Какое тождество, из перечисленных является тождеством Порецкого?

- a) $(X \cap \bar{Y}) \cup Y = X \cup Y$;
- b) $\bar{\bar{X} \cup Y} = \bar{X} \cap \bar{Y}$;
- c) $(X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap Y) = X$;
- d) такого тождества нет.

7. Для бинарного отношения $R = \langle x+y \text{ кратно } 3 \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4\}$ построить матрицу бинарного отношения.

$C_R =$

8. Подмножеством A множества B называется ...

Алгебра логики и логические схемы

9. Таблица истинности для функции \rightarrow (импликация) имеет вид:

a)

x1	x2	f	
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	0

b)

	1	1	0
--	---	---	---

x1	x2	f	
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	0

c)

	1	1	1
--	---	---	---

x1	x2	f	
	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0

d) такой таблицы здесь нет.

10. Формула вида $\neg(x \& y) \sim (\neg x \vee \neg y)$

- a) тождественно истинна;
- b) тождественно ложна;
- c) имеет определенное значение на всех наборах переменных.

11. Каково количество логических бинарных операций:

- a) $3!$;
- b) 2^2 ;
- c) 16 ;

d) нет такой формулы.

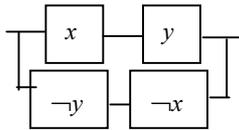
12. Логическая схема высказывания $\frac{a \vee b, a \rightarrow b}{b}$

- a) тождественно истинна;
- b) тождественно ложна.

13. Формула $(\neg x_1 x_2) \vee (x_1 x_2) \vee (\neg x_1 \neg x_2)$

- a) СДНФ логической функции;
- b) СКНФ логической функции;
- c) КНФ логической функции.

14. Какая логическая функция соответствует схеме



- a) $\neg(x \oplus y)$;
- b) $\neg(x \sim y)$;
- c) $\neg(x \rightarrow y)$;
- d) нет.

15. Указать эквивалентное выражение для $x \& y$:

- a) $\neg x y \vee x \neg y$;
- b) $x \sim y$;
- c) $(x \vee y)(x \vee \neg y)(\neg x \vee y)$.

16. Для операций $\&$ и \vee в выражении $x_1 \vee (x_2 \& x_3) = x_1 \& x_2 \vee x_1 \& x_3$ записано свойство:

- a) ассоциативность;
- b) коммутативность;
- c) дистрибутивность слева;
- d) нет.

17. Для функции 2-х переменных записать ее СДНФ и СКНФ:

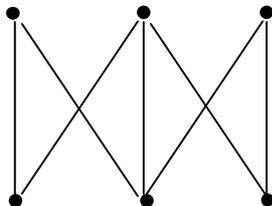
x_1	x_2	f	
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	0

18. Определить логическую функцию дизъюнкция ИЛИ ...

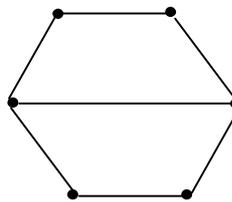
Теория графов

19. Для графа V его правильной реализацией на плоскости (в \mathbf{R}^2) является граф W:

V:

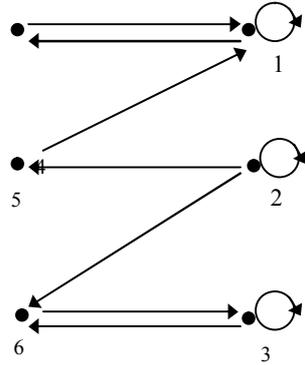


W:



- a) да;
- b) нет.

20. G:



- a) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и одной изолированной вершиной;
- b) Граф G ориентированный, симметричный, три вершины инцидентны петлям;
- c) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и тремя петлевыми дугами;
- d) Граф G ориентированный, двудольный граф;
- e) Граф G ориентированный, с противоположными дугами.

21. Полустепень исхода вершины 4 ($\text{deg}_+ 4$) в графе G равна:

- a) 1;
- b) 6;
- c) 3;
- d) 2.

22. Полный ориентированный граф K_n с n вершинами без петель, кратных дуг, у которого любые две вершины инцидентны дуге имеет:

- a) $(n-1)!$ дуг;
- b) n^2-n дуг;
- c) $(n^2-n)/2$ дуг.

23. Матрицей смежности графа $G(X,U)$, $|X|=n$ называется ...

24. Утверждают, что в одной компании из пяти человек каждый знаком с двумя другими. Построить соответствующий граф.

25. Для бинарного отношения $R = \langle x+y \text{ кратно } 3 \rangle$, заданного на конечном множестве $V=\{1, 2, 3, 4\}$ построить граф.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____ А.В. Бушманов

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс I
Дисциплина
“Дискретная математика”

Тесты промежуточного контроля по дисциплине Дискретная математика для специальностей 230102 – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»; 230201 – «Информационные системы и технологии».
Тест содержит 25 заданий. Время выполнения 90 минут.

Указания: задания теста могут содержать только один вариант правильного ответа; определение вписывать в свободное место, отведенное для ответа.

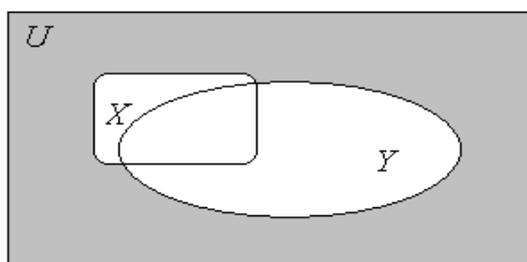
Вариант 4.

Теория множеств

1. Определить какие из перечисленных тождеств верны:

- a) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;
- b) $B \cup (A \cap B) = B \cup A$;
- c) $\neg X \cap \neg Y \cap \neg Z = \neg (X \cup Y \cup Z)$;
- d) все тождества неверны.

2. На диаграмме Эйлера-Венна изображено:



- a) $P_{X \cup Y} = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}$;
- b) $P_{X \cap Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}$;
- c) $P_{X \setminus Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}$;
- d) $P = \{x \mid x \in X\}$;
- e) $P_{\neg X} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin X\}$;
- f) нет такой формулы.

3. Для отношения $R = \langle \text{учиться в одном вузе} \rangle$ имеют место следующие свойства:

- a) рефлексивность, симметричность, транзитивность;
- b) антирефлексивность, несимметричность, транзитивность;
- c) антирефлексивность, несимметричность, нетранзитивность;
- d) верных свойств нет.

4. Указать какие отношения являются отношениями строгого порядка:

- a) R_1 «быть братом»;
- b) R_2 «жить в одном городе»;
- c) R_3 «a делитель b»;
- d) Нет верных вариантов.

5. Верно ли утверждение: «Между множеством целых чисел и множеством всех положительных четных чисел существует взаимно-однозначное соответствие».

- a) да;
- b) нет.

6. Какое тождество, из перечисленных является тождеством поглощения?
- $(X \cap \bar{Y}) \cup Y = X \cup Y$;
 - $(X \cup Y) \cap Z = (X \cap Z) \cup (Y \cap Z)$;
 - $(X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap Y) = X$;
 - такого тождества нет.
7. Для бинарного отношения $R = \langle x \text{ делится на } y \text{ без остатка} \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4\}$ построить матрицу бинарного отношения.

$C_R =$

8. Алгеброй A называется ...

Алгебра логики и логические схемы

9. Таблица истинности для функции \vee (дизъюнкция) имеет вид:

a)

x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

b)

x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

c)

x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- d) такой таблицы здесь нет.

10. Формула вида $\neg(x \& y) \rightarrow (\neg x \& \neg y) \sim (x \& y) \vee (\neg x \& \neg y)$

- тождественно истинна;
- тождественно ложна;
- имеет определенное значение на всех наборах переменных.

11. Каково количество логических функций 3-х переменных:

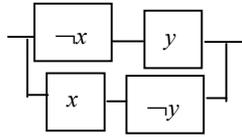
- $3!$;
- n^3 ;
- 3^n ;
- нет такой формулы.

12. Логическая схема высказывания $\frac{a}{b \rightarrow a}$

- a) тождественно истинна;

- b) тождественно ложна.
13. Формула $(\neg x_1 x_2) \vee (x_1 x_2) \vee (\neg x_1 \neg x_2)$
- СДНФ логической функции;
 - СКНФ логической функции;
 - КНФ логической функции.

14. Какая логическая функция соответствует схеме



- $\neg(x \oplus y)$;
 - $\neg(x \sim y)$;
 - $\neg(x \& y)$.
15. Указать эквивалентное выражение для $x|y$ (| штрих Шеффера $f(x,y) = (1110)$):
- $\neg x y \vee x \neg y$;
 - $x \sim y$;
 - $(x \vee y)(x \vee \neg y)(\neg x \vee y)$;
 - эквивалентных выражений нет.

16. Для операций $\&$ и \vee в выражении $x_1 \& (x_2 \vee x_3) = (x_1 \& x_2) \vee x_3$ записано свойство

- ассоциативность;
- коммутативность;
- дистрибутивность слева;
- нет.

17. Для функции 2-х переменных записать ее СДНФ и СКНФ:

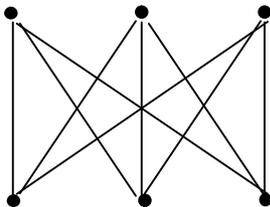
x_1	x_2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

18. Определить логическую функцию отрицание НЕ ...

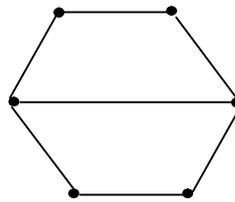
Теория графов

19. Для графа V его правильной реализацией на плоскости (в \mathbf{R}^2) является граф W:

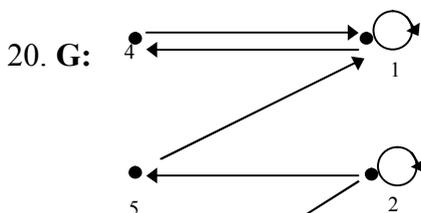
V:



W:



- да;
- нет;
- правильная реализация для графа V в \mathbf{R}^2 не существует.



a) Матрица смежности для графа G:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Матрица достижимости для графа G:

$$R(W) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Матрица инцидентности для графа G:

$$B(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

d) нет матричного представления для графа G.

21. Степень вершины 5 ($\deg 5$) в графе G равна:

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 0.

22. Полный неориентированный граф K_n с n вершинами без петель, кратных дуг, у которого любые две вершины инцидентны дуге имеет:

- a) $(n-1)!$ дуг;
- b) n^2-n дуг;
- c) $(n^2-n)/2$ дуг;
- d) верной формулы нет.

23. Матрицей инцидентности графа $G(X,U)$, $|U|=m$ называется ...

24. Утверждают, что в одной компании из пяти человек каждый знаком с двумя другими. Построить соответствующий граф.

25. Для бинарного отношения $R = \langle x \text{ делится на } y \text{ без остатка} \rangle$, заданного на конечном множестве $V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ построить граф.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____ А.В. Бушманов

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс I
Дисциплина
“Дискретная математика”

Тесты промежуточного контроля по дисциплине Дискретная математика для специальностей 230102 – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»; 230201 – «Информационные системы и технологии».
Тест содержит 25 заданий. Время выполнения 90 минут.

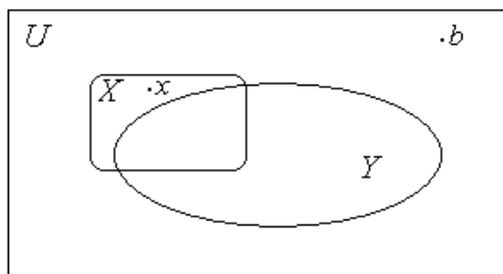
Указания: задания теста могут содержать только один вариант правильного ответа; определение вписывать в свободное место, отведенное для ответа.

Вариант 5.

Теория множеств

1. Проверить всегда ли справедливо тождество $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$:
а) нет;
б) да.

2. На диаграмме Эйлера-Венна изображено:



- а) $P_{X \cup Y} = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}$;
б) $P_{X \cap Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}$;
в) $P_{X \setminus Y} = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}$;
г) $P = \{x \mid x \in X\}$;
д) $P \setminus X = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin X\}$.

3. Для отношения $R = \langle \text{«отец } b \rangle$ имеют место следующие свойства:

- а) рефлексивность, симметричность, транзитивность;
б) антирефлексивность, несимметричность, транзитивность;
в) антирефлексивность, несимметричность, нетранзитивность;
г) верных свойств нет.

4. Указать какие отношения являются отношениями эквивалентности:

- а) R_1 «быть братом»;
б) R_2 «жить в одном городе»;
в) R_3 «а делитель b»;
г) нет верных вариантов.

5. Верно ли утверждение: «Между множеством целых чисел и множеством всех вещественных чисел отрезка $(0, 1]$ существует взаимно-однозначное соответствие».

- а) да;
б) нет.

6. Какое число подмножеств содержит множество U , $|U|=n$:

- a) $n!$;
- b) n^2 ;
- c) n ;
- d) нет такой формулы.

7. Какое тождество, из перечисленных является тождеством идемпотентности?

- a) $(X \cap Y) \cup Y = X \cup Y$;
- b) $(X \cup Y) \cap Z = (X \cap Z) \cup (Y \cap Z)$;
- c) $(X \cap Y) \cup (X \cap Y) = X$;
- d) такого тождества нет.

8. Что такое функция ...

9. Для бинарного отношения $R = \langle x \text{ делится на } y \text{ с остатком } 1 \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4\}$ построить матрицу бинарного отношения.

$C_R =$

Алгебра логики и логические схемы

10. Таблица истинности для функции $|$ (штрих Шеффера) имеет вид:

a)

x_1	x_2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

b)

x_1	x_2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

c)

x_1	x_2	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

d) такой таблицы здесь нет.

11. Формула вида $(x \& y) \sim (\neg (\neg x \vee \neg y))$

- a) тождественно истинна;
- b) тождественно ложна;
- c) имеет определенное значение на всех наборах переменных.

12. Логическая схема высказывания $a \vee b, a \rightarrow b$

а

- а) тождественно истинна;
- б) тождественно ложна.

13. Формула $(\neg x_1 x_2) \vee (x_1 x_2) \vee \neg x_2$

- а) СДНФ логической функции;
- б) СКНФ логической функции;
- с) КНФ логической функции;
- д) такой формы нет.

14. Какая логическая функция соответствует схеме



- а) $(x \oplus y)$;
- б) $\neg(x \vee \neg y)$;
- с) $(x \rightarrow y)$;
- д) нет.

15. Указать эквивалентное выражение для $x \rightarrow y$:

- а) $\neg xy \vee x \neg y$;
- б) $\neg(x \sim y)$;
- с) $\neg x \neg y \vee \neg xy \vee xy$;
- д) $xy \vee \neg x \neg y$;
- е) нет.

16. Для операций $\&$ и \vee в выражении $x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = x_1 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_3$ записано свойство

- а) ассоциативность;
- б) коммутативность;
- с) дистрибутивность слева;
- д) нет.

17. Для функции 2-х переменных записать ее СДНФ и СКНФ:

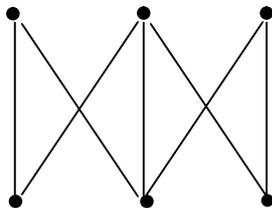
x1	x2	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

18. Определить логическую функцию конъюнкция И ...

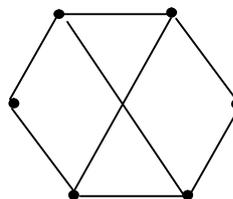
Теория графов

19. Для графа V его правильной реализацией на плоскости (в \mathbf{R}^2) является граф W:

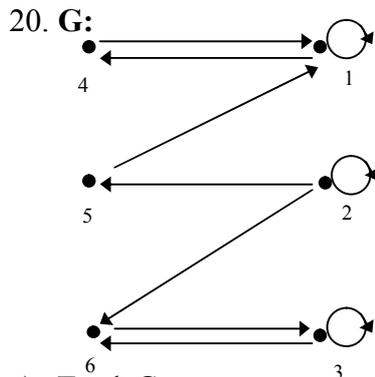
V:



W:



- a) да;
- b) нет.



- a) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и одной изолированной вершиной;
- b) Граф G ориентированный, симметричный, три вершины инцидентны петлям;
- c) Граф G ориентированный, с противоположными дугами и тремя петлевыми дугами;
- d) Граф G ориентированный, двудольный граф;
- e) Граф G ориентированный, с противоположными дугами.

21. Полустепень исхода вершины 3 (deg_3) в графе G равна:

- a) 1;
- b) 6;
- c) 3;
- d) 2.

22. Полный двудольный ориентированный граф K_{nm} без петель, кратных дуг, у которого любые две вершины инцидентны дуге имеет:

- a) $2nm$ дуг;
- b) $n^2 - n$ дуг;
- c) $(n^2 - m)/2$ дуг.

23. Матрицей достижимости графа $G(X,U)$, $|X|=n$ называется ...

24. Утверждают, что в одной компании из пяти человек каждый знаком с двумя другими. Построить соответствующий граф.

25. Для бинарного отношения $R = \langle x \text{ делится на } y \text{ с остатком } 1 \rangle$, заданного на конечном множестве $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ построить граф.

4.2.3. Экзаменационные билеты
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___”_декабрь_2011
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 1

1. Основные понятия теории множеств. Способы представления множеств.
2. Понятие алгебры. Носитель алгебры. Тип алгебры. Сигнатура алгебры. Понятие булевой алгебры. Примеры.
3. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверить, верны ли следующие утверждения:
а) если $A \subseteq B$, то $A \cap B = A$;
б) $\neg(X \cap Y) = \neg(X \cap Y)$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___”_декабрь_2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 2

1. Понятие алгебры логики. Определение функции алгебры логики. Теорема о мощности множества $P_2(n)$.
2. Операции над множествами (теоретико-множественные операции). Свойства бинарных теоретико-множественных операций.
3. Построить таблицу истинности логической функции
 $f(x,y,z) = \neg(x \& y \& z \rightarrow y) \sim \neg(x \& z \rightarrow y \vee x)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 3

1. Операции над множествами. Ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность бинарных операций над множествами.
2. Понятие n -местной функции. Примеры функций типа $R^2 \rightarrow R$.
3. Заданы числовые множества $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{0,1,3\}$. Определить множества:
а) $X \cap Y$; б) $X \setminus Y$; в) $X \oplus Y$,
где \cap , \setminus , \oplus - операции над множествами.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 4

1. Рефлексивность/антирефлексивность бинарных отношений. Примеры.
2. Прямое произведение множеств. Теорема о мощности множества, которое есть прямое произведение множеств.
3. Функцию $g(x,y) = \neg(\neg y \oplus \neg x)$ представить в базисе $\{\neg, \&\}$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 5

1. Понятие конечного множества. Мощность множества.
2. Теорема о булевой алгебре логики. Доказательство тождеств алгебры.
3. Для функции $f(x,y,z,t) = x \neg yzt \vee x \neg yz \vee \neg zt \vee \neg xt$ получить ее СДНФ или СКНФ, используя законы 0 или 1.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 6

1. Булеан множества. Построение булеана множества. Теорема о числе всех подмножеств конечного множества.
2. Минимизация СДНФ. Метод Блейка-Порецкого.
3. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
Из 80 студентов занимаются баскетболом 30 человек, легкой атлетикой 25 человек, шахматами 40 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются три человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю:_____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 7

1. Множество степень. Мощность множества степень.
2. Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы.
3. Пусть множество $M=\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Составить матрицы бинарных отношений $C1, C2, C3$:
 - а) $C1$ – « x делит y без остатка»;
 - б) $C2$ – « $x \geq y$ »;
 - в) $C3$ – « $x+y$ - нечетно». Проверить свойства бинарных отношений $C1, C3$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю:_____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 8

1. Теоремы о счетных множествах.
2. Определение n -арной операции. Унарные и бинарные операции. Пример бинарных операций на множествах. Примеры.
3. Даны высказывания X – “любое натуральное число четное” и Y – “простые числа четные или нечетные”. Какое значение принимают высказывания $X \vee Y; Y \rightarrow X; X \oplus Y$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 9

1. Понятие соответствия. Область определения и область значения соответствия. Полностью определенное и сюръективное соответствие.
2. Разложение логических функций по переменным. Лемма о разложении.
3. Пусть некоторая программа читает два числа из множества $M = \{0, 1, 2, 3\}$, обозначаемых x , y , и, если $x < y$ печатает число z из множества M такое, что $x \leq z < y$. Программа останавливается после считывания чисел. Определить отношение. Определить мощность отношения.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 10

1. Логические функции двух переменных. Табличное задание логической функции n -переменных.
2. Инъективное, сюръективное, биективное отображения. Пример.
3. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать тождество склеивания: $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 11

1. Определение композиции функций. Показать на примере преобразований конечных множеств $\alpha: M \rightarrow M$, $\beta: M \rightarrow M$.
2. Локальные характеристики графа. Теорема Эйлера о рукопожатиях.
3. Используя лемму о разложении, записать разложение функции $f(x,y,z,t)$ по переменным x, t .

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 12

1. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр. Основное тождество гомоморфизма.
2. Матричное представление графов (ориентированных и неориентированных).
3. Определить композиции функций и свойства композиций:
а) $f(x) = 2x+4$, $g(x) = \ln(x+5)$;
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$
б) $\alpha = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$.

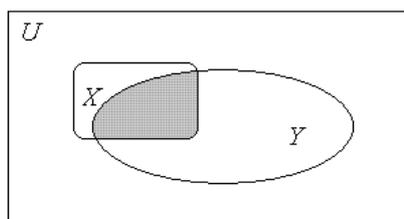
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 13

1. Понятие предиката. Тавтологически истинные формулы логики предикатов.
2. Определение n-местного отношения. Матрица бинарного отношения.
3. Что изображено на диаграмме Эйлера-Венна, описать. Придумать пример множеств, проиллюстрированных диаграммой.



АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 14

1. Логика высказываний. Формулы и схемы логики высказываний.
2. Геометрические графы. Плоские и неплоские графы. Теорема о правильной реализации.
3. Определить взаимно-однозначное соответствие между множествами $M_1 = \mathbf{N}_0$ и $M_2 = \{m \mid m = 2k+1, k \in \mathbf{N}_0\}$.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 15

1. СДНФ и СКНФ. Теоремы о представлении формулы алгебры высказываний.
2. Транзитивность отношений. Примеры.
3. Проверить какие отношения являются отношениями эквивалентности и отношениями порядка (строного и нестроного):
 - a) $R1 \ll x-y > 0 \gg$;
 - b) $R2 \ll \text{быть подчиненным} \gg$;
 - c) $R3 \ll \text{равночисленность конечных множеств} \gg$.

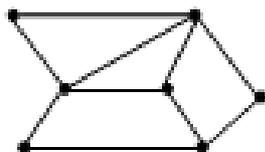
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря __2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 16

1. Определение обратного соответствия. Пример построения обратного соответствия.
2. Доказательства в логике высказываний и в логике предикатов.
3. Для графа, построить каркас, рассчитать цикломатическое число графа $\lambda(G)$:



G:

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря 2011
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 17

1. Определение взаимно однозначного соответствия. Утверждение о мощности множеств A и B , между которыми существует взаимно однозначное соответствие. Пример.
2. Ассоциативность, коммутативность и дистрибутивность бинарных операций. Показать на примерах.
3. Определить тождественную истинность логической схемы высказывания $a \vee b, \neg a$
и придумать рассуждение к данной схеме. b

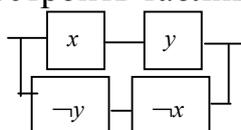
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря 2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 18

1. Определение бинарного отношения. Симметричность/антисимметричность отношений. Примеры.
2. Полные графы. Части графа: подграф, частичный граф, суграф.
3. Записать формулу для логической функции по соответствующей схеме:
Построить таблицу истинности для функции, ее СДНФ и СКНФ.



АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 19

1. Теорема Кантора. Парадокс Кантора.
2. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Примеры.
3. Проверить правильность логического рассуждения: “Если сегодня будет мороз, то я не пойду на каток. Если сегодня будет оттепель, то я пойду на дискотеку. Сегодня будет мороз или оттепель. Следовательно, я не пойду на дискотеку, а пойду на каток”.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 20

1. Понятие обратного отношения. Операции дополнения, объединения, пересечения, заданные на отношениях. Примеры.
2. Теоремы о функциональной полноте. Алгебра Жегалкина.
3. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\mathcal{M} = \{\mathbf{N}_0; \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $(\Sigma(x,y,z) \& \Sigma(x,y,u)) \rightarrow E(z,u)$. (Σ -предикат суммы, Π -предикат произведения, E - предикат эквивалентности).

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 21

1. Запись тождества де-Моргана и тождества Порецкого. Доказательство в теории множеств.
2. Способы задания функций. Примеры табличного способа подробнее.
3. Записать тождество дистрибутивности операции разности относительно пересечения множеств. Доказать, полученное тождество.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 22

1. Определение обратной функции. Условие существования обратной функции.
2. Понятие дерева. Каркас графа. Цикломатическое число графа.
3. Для отношений $R_1 = \{(x,y) \mid x \leq y, x,y \in \mathbf{N}\}$, $R_2 = \{(x,y) \mid x \text{ делитель } y, x,y \in \mathbf{N}\}$ определить $R_1 \cap R_2$; $R_1 \cup R_2$; $\neg R_1$ и R_2^{-1} .

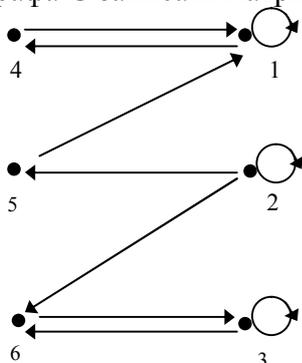
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 23

1. Понятие функции и отображения. Примеры.
2. Запись тождества поглощения и тождества склеивания. Доказательство в алгебре логики.
3. Для графа G записать матричное представление:



АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 24

1. Функциональное соответствие. Примеры.
2. СДНФ и СКНФ. Теоремы о представлении формулы алгебры высказываний.
3. Доказательство тождеств склеивания в алгебре логики.

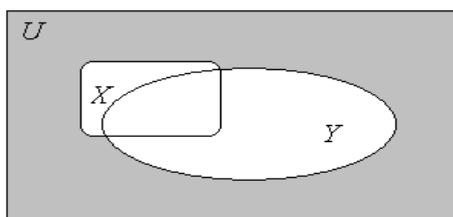
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 25

1. Понятие алгебры логики. Определение функции алгебры логики. Теорема о мощности множества $P_2(n)$.
2. Запись тождества поглощения и тождества склеивания (теория множеств). Доказательства тождеств в теории множеств.
3. Записать соответствующую диаграмме Эйлера логическую функцию. Перейти в алгебру множеств и записать формулу.



АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 26

1. Теорема о булевой алгебре логики. Доказательства тождеств в логике.
2. Понятие соответствия. Область определения и область значения соответствия. Полностью определенное и сюръективное соответствие.
3. Доказательство тождеств де-Моргана в теории множеств.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МИИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 27

1. Определение n-местного отношения. Матрица бинарного отношения.
2. Матричное представление графов (ориентированных и неориентированных).
3. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x \neg yz \vee yz t \vee x \neg z t \vee x y t$ получить ее СДНФ и СКНФ по таблице истинности; минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

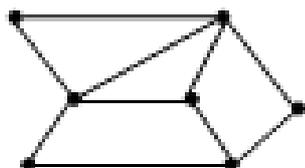
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабрь__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю: _____

Кафедра ИУС
Факультет МИИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 28

1. Определение n-арной операции. Унарные и бинарные операции. Примеры бинарных логических операций.
2. Определение соответствия. Функциональные соответствия.
3. Для графа, записать матричное представление.



АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю:_____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 29

2. Понятие алгебры логики. Определение функции алгебры логики. Теорема о мощности множества $P_2(n)$.
2. Запись тождества поглощения и тождества склеивания (теория множеств). Доказательства тождеств в теории множеств.
- 3.

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры
“___” декабря__2011г.
Заведующий кафедрой
Утверждаю:_____

Кафедра ИУС
Факультет МиИ
Курс II
Дисциплина
“Дискретная математика”

Экзаменационный билет № 30

1. Теорема о булевой алгебре логики. Доказательства тождеств в логике.
2. Понятие соответствия. Область определения и область значения соответствия. Полностью определенное и сюръективное соответствие.
- 3.

5. Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

Для внедрения новых технологий в учебный процесс разработан электронный курс лекций по дисциплине.