

Министерство образования и науки Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

Рекомендовано Советом УМО по образованию в области менеджмента в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 080200 «Менеджмент», 081100 «Государственное и муниципальное управление» квалификация (степень) «бакалавр»

Благовещенск
Издательство АмГУ
2012

УДК 311.1
ББК 65.051я73
С23

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензенты:

Н.В. Шаланов, заведующий кафедрой статистики и математики Сибирского университета потребительской кооперации, д-р экон. наук, профессор;

Н.Н. Шелковников, заведующий кафедрой экономики и управления Благовещенского государственного педагогического университета, д-р экон. наук, профессор.

С23 Васильева А.В., Донецкая С.С. (составители)

Сборник задач по общей теории статистики / сост. А.В. Васильева, С.С. Донецкая. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2012. – 171 с.

Сборник задач по общей теории статистики: учебно-методическое пособие для студентов экономических специальностей очной, заочной, заочно-сокращенной форм обучения; студентов направлений подготовки «Экономика», «Менеджмент», «Государственное и муниципальное управление».

Сборник задач по общей теории статистики предназначен для проведения аудиторных практических занятий, а также выполнения домашних заданий по дисциплине «Статистика».

© Васильева А.В., Донецкая С.С., составители, 2012

© Амурский государственный университет, 2012

ВВЕДЕНИЕ

В системе изучения теории статистики исключительно важную роль играет сборник задач. Решение по каждой теме дисциплины задач, правильные ответы на поставленные вопросы требуют от каждого студента не только знания теории статистики, но и вдумчивого, творческого подхода, а также умения применять знания на практике. Необходимость решения задач ставит студента в условия, при которых он не может не работать систематически над литературой и при этом должен стремиться к приобретению знаний для того, чтобы самостоятельно решать задачи и отвечать на вопросы по каждой теме. Кроме того, с решением задач и получением ответов на вопросы связана обратная связь на всех этапах обучения, важная для систематического контроля знаний студентов, для управления процессом обучения, а также для оценки уровня и качества преподавания.

Цель пособия – ознакомление студентов с основными понятиями, методологией и методиками расчета важнейших статистических показателей; формирование навыков решения типовых статистических задач, используемых при принятии управленческих решений; обучение навыкам экономической интерпретации и использования результатов статистического исследования для изучения количественной характеристики массовых явлений и процессов в экономике.

Учебно-методическое пособие включает 9 тем. В нем рассматриваются основные вопросы методологии сбора, обработки и анализа статистических данных (статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных, методы получения обобщающих показателей, показатели вариации, ряды динамики, индексный метод, основы корреляционно-регрессионного анализа).

Учебное пособие имеет практическую направленность. Особое внимание уделено прикладному аспекту применения статистических методов исследования. Задачи распределены по темам, для решения их необходимо предварительное изучение теоретического курса.

ТЕМА 1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Статистическое наблюдение, первая стадия статистического исследования, представляет собой научно организованный сбор массовых первичных данных об исследуемых процессах и явлениях, который заключается в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Прежде чем начать статистическое наблюдение, требуется установить порядок его проведения. Для этого заранее разрабатывается подробный план, который содержит программно-методологическую и организационную части.

В *программно-методологической части* плана решаются следующие задачи: определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации; разработка документов для сбора данных; выбор отчетной единицы и единицы, относительно которой будет проводиться наблюдение, а также определение методов и средств получения данных.

Объектом статистического наблюдения называется конкретная совокупность единиц изучаемого явления, о которых должны быть собраны статистические данные.

Единица наблюдения – первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации, и основой ведущегося при обследовании счета.

Единица совокупности – это та первичная ячейка, от которой должны быть получены необходимые статистические сведения.

Отчетная единица – субъект, от которого поступают данные о единице наблюдения.

В *организационной части плана* должны быть указаны: органы наблюдения; время наблюдения; сроки и место проведения наблюдения; подготовительные работы; порядок комплектования и обучения кадров; подготовка инструментария (размножение документации, рассылка); массово-разъяснительная работа; организация сбора данных, технология их обработки.

Статистическое наблюдение осуществляется в трех **формах**: путем предоставления отчетности (предприятий, организаций, учреждений и т.п.); про-

ведения специально организованных статистических наблюдений; ведения статистического регистра.

Виды статистического наблюдения различаются по следующим признакам.

По времени регистрации фактов:

1) непрерывное наблюдение, или текущее – это такое наблюдение, когда факты регистрируются по мере их возникновения и регулярно учитываются;

2) прерывное – наблюдение, которое повторяется через определенные промежутки времени. Подразделяется на: периодическое – проводится через равные промежутки времени; единовременное (разовое) – проводится по мере надобности, время от времени.

По степени охвата единиц изучаемой совокупности:

1) сплошное наблюдение, при котором обследуются все единицы изучаемой совокупности;

2) несплошное наблюдение, при котором обследованию подлежит лишь часть единиц совокупности. Виды несплошного наблюдения: выборочное наблюдение; метод основного массива; анкетное обследование; метод ведения дневников; монографическое обследование.

Статистическая информация может быть получена различными **способами**, важнейшими из которых являются непосредственное, документальное наблюдение, опрос. В статистике применяются следующие виды опросов: устный (экспедиционный), саморегистрация, корреспондентский, анкетный, явочный.

Любое статистическое наблюдение ставит задачу получения точных и достоверных данных. *Ошибками*, или погрешностями называется расхождение между расчетным и действительным значением изучаемых величин. Обычно выделяют ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

Задача 1.1

Сущность статистического наблюдения заключается: а) в планомерном научно организованном сборе массовых данных о явлениях и процессах общественной жизни; б) в статистической обработке цифровых данных.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б.

Задача 1.2

Статистическое наблюдение осуществляется путем: а) представления отчетности; б) проведения специально организованного статистического наблюдения.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.3

Цель статистического наблюдения: 1) познавательная задача наблюдения; 2) анализ социально-экономических явлений или процессов, подлежащих статистическому изучению; 3) сбор статистических данных; 4) статистическая обработка цифровых данных.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.4

Процесс статистического наблюдения состоит из следующих этапов: а) проектировки и подготовки наблюдения; б) производства наблюдения и контроля полученных материалов.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.5

Программно-методологическая часть плана статистического наблюдения включает определение: а) места, времени, формы, вида, способа наблюдения; б) цели, объекта, единицы и программы наблюдения.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.6

Проводится перепись производственного оборудования в промышленности. Объектом наблюдения являются: 1) промышленные предприятия; 2) про-

изводственное оборудование; 3) промышленное предприятие; 4) единица производственного оборудования.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.7

Проводится перепись работников продовольственных магазинов. Объектом наблюдения являются: 1) продовольственные магазины; 2) работники продовольственных магазинов; 3) продовольственный магазин; 4) каждый работник.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.8

Проводится инвентаризация спортивного инвентаря на спортивных комплексах города. Единицей наблюдения является: 1) спортивный инвентарь; 2) единица спортивного инвентаря; 3) спортивные комплексы; 4) спортивный комплекс.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.9

Проводится единовременный учет автомашин в автопарках города. Единицей совокупности является: 1) автомашины; 2) автопарки; 3) каждая автомашина; 4) автопарк.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.10

Непрерывным (текущим) наблюдением является: а) запись актов гражданского состояния (загс); б) учет движения товаров в торгово-складской сети.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.11

Периодическим наблюдением является: а) учет явок и неявок на работу на предприятии; б) учет механического движения населения (прибытия и выбытия).

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.12

Единовременным наблюдением является: а) обследование бюджета времени студентов; б) опрос пассажиров о дальности поездок городским транспортом.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.13

Единовременным наблюдением является: а) запись актов гражданского состояния (загс); б) отчетность учебных заведений о приеме студентов по состоянию на 1 сентября.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.14

Документальный способ наблюдения применяется при: а) переписи населения; б) учете качества продукции предприятия.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.15

Документальный способ наблюдения применяется при: а) контроле за ходом выполнения плана по выпуску продукции на предприятии; б) обследовании своевременности доставки почты населению.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.16

Непосредственный способ наблюдения применяется при: а) переписи вагонов на железнодорожном транспорте; б) учете розничных цен на рынках города.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.17

Непосредственный способ наблюдения применяется при: а) учете рождаемости населения загсами; б) определении расхода электроэнергии по квартире в месяц.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.18

При обследовании доходов и расходов населения, а также потребления применялся способ статистического наблюдения: 1) экспедиционный; 2) саморегистрации; 3) анкетный; 4) корреспондентский.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.19

Формуляры наблюдения разосланы специально подобранным лицам, давшим согласие заполнять их и присылать статистической организации в установленные сроки. Это способ статистического наблюдения: 1) экспедиционный; 2) саморегистрации; 3) анкетный; 4) корреспондентский.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.20

Проводятся контрольные проверки продолжительности горения электролампочек. По охвату единиц совокупности это наблюдение: 1) сплошное; 2) выборочное; 3) обследование основного массива; 4) монографическое.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.21

Проводится учет естественного движения населения (рождаемости и смертности) загсами. По охвату единиц совокупности это наблюдение: 1) сплошное; 2) выборочное; 3) обследование основного массива; 4) монографическое.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 1.22

Ошибки регистрации свойственны: а) сплошному наблюдению; б) выборочному наблюдению.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 1.23

В переписном листе нанесены метки: «Год рождения – 1995» и «С какого года непрерывно проживает в данном населенном пункте – с 1965». Это ошибка: а) случайная; б) систематическая; в) непреднамеренная; г) преднамеренная.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 1.24

При переписи населения опрашиваемый сказал, что ему 50 лет, в действительности же ему 49 лет. Ошибка: а) случайная; б) систематическая; в) непреднамеренная; г) преднамеренная.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 1.25

Определите объект наблюдения, единицу наблюдения и единицу совокупности специальных статистических обследований:

а) перепись населения;

б) инвентаризация технических средств обучения в вузах города по состоянию на 1.10.12 г.;

в) перепись устаревшего оборудования на предприятиях энергетики по состоянию на 1.09.13 г., при которой регистрировались признаки каждой единицы оборудования;

г) учет плодовых деревьев на приусадебных участках населения по состоянию на 1.06.12 г.;

д) изучение потребительского спроса на товары населения города;

е) единовременный учет работников предприятий промышленности по системам оплаты труда по состоянию на 1.01.13 г.

Задача 1.26

Для изучения состава поступающих на курсы повышения квалификации составьте опросный бланк, на основе которого можно получить сведения об уровне общеобразовательной подготовки поступающих на данные курсы, о поле, возрасте, стаже работы.

Задача 1.27

Составьте бланк для обследования обеспеченности семей города жилищной площадью (в расчете на одного человека семьи).

Задача 1.28

Для обследования недельного бюджета времени студентов вуза разработайте опросный бланк. Цель обследования – изучить затраты времени студен-

тов. Затраты времени на: 1) учебу в университете, включая перерывы; 2) передвижение к месту учебы и обратно; 3) самостоятельную работу по подготовке к учебным занятиям; 4) спорт, отдых, развлечения; 5) покупку продовольственных и непродовольственных товаров; 6) уход за одеждой, обувью, жильем; 7) удовлетворение физиологических потребностей (принятие пищи, сон, уход за собой); 8) прочие затраты времени. Составьте инструкцию о порядке проведения обследования и заполнения формуляра наблюдения.

Примечание: распределение времени отражать в минутах; сумма всех затрат времени в сутках – 1440 мин.

Задача 1.29

Перепись населения 2010 г. проводилась по состоянию на 12 часов ночи с 14 на 15 октября и продолжалась восемь дней, с 15 по 22 октября. Критическим моментом переписи является: а) 12 часов ночи с 14 на 15 октября; б) восемь дней. Срок представления отчета о себестоимости выпущенной продукции за сентябрь месяц – 1-5 октября. Критическим моментом наблюдения является: в) 1-5 октября; г) нет критического момента.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 1.30

Перепись населения проводилась в период с 9 по 16 октября 2010 г. Критическим моментом было 12 часов ночи с 8 на 9 октября.

В семью № 1 переписчик пришел 12 октября. В этой семье 10 октября умер один из членов семьи. Как должен поступить переписчик:

- а) не вносить сведения об умершем в переписной лист;
- б) внести с отметкой о смерти;
- в) внести без отметки о смерти.

В семью № 2 переписчик пришел 13 октября. В семье 12 октября родился ребенок. Как должен поступить переписчик:

- а) внести данные о новорожденном в переписной лист;
- б) не вносить в переписной лист.

В семью № 3 переписчик пришел 14 октября. Один из членов семьи на вопрос «Состояние в браке», ответил, что не состоит, и показал переписчику

свидетельство о расторжении брака, в котором указано, что брак расторгнут в первый день переписи – 9 октября. Несмотря на возражения опрашиваемого, переписчик зарегистрировал его состоящим в браке. Правильно ли поступил переписчик?

Задача 1.31

Определите виды статистического наблюдения по времени проведения, охвату единиц совокупности и способу регистрации фактов:

- 1) регистрация рождаемости, смертности, браков и разводов загсами;
- 2) перепись учреждений образования в 2012 г.;
- 3) обследование жилищных условий работников строительных предприятий;
- 4) ежемесячная отчетность предприятий о выполнении плана по производству продукции;
- 5) учет цен на рынках города по состоянию на 25-е число каждого месяца;
- 6) учет кассовой выручки магазинов;
- 7) обследование качества поступающих в торговлю товаров;
- 8) регистрация приездов и выездов из населенного пункта паспортными столами.

Задача 1.32

Торговая фирма поручает вам разработать бланк анкетного опроса покупателей с целью изучения спроса покупателей, посещающих фирму и затрат времени на приобретение аудио- и видеотехники. Укажите, к какому виду относится данное наблюдение по времени, охвату и способу получения данных.

Задача 1.33

На оптовую торговую базу поступила партия товара. Для проверки его качества была отобрана в случайном порядке десятая часть партии. С помощью тщательного осмотра каждой единицы товара определялось и фиксировалось его качество. К какому виду наблюдения можно отнести это обследование партии товара?

Задача 1.34

Укажите форму, вид и способ наблюдения для следующих обследований:

- 1) годовой баланс предприятия;
- 2) перепись населения;
- 3) выборы президента страны;
- 4) регистрация браков;
- 5) регистрация предприятий в ЕГРПО (Едином государственном регистре предприятий и организаций);
- 6) сертификация напитков;
- 7) экзамен по статистике.

Задача 1.35

Известны данные об обороте предприятия по товарам за два периода:

Товарные группы	Оборот за период, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период
Продовольственные товары	28100	30100
Непродовольственные товары	29700	29500
Всего	57200	52030

Произведите арифметический контроль и внесите исправления.

Задача 1.36

Произведите арифметический контроль данных об остатках товаров на начало месяца и движении их за месяц, при наличии ошибок внесите исправления:

Остаток на начало месяца	Поступило за месяц	Выбыло за месяц	Остаток на конец месяца
857 245	361 990	504 777	714 845

ТЕМА 2. СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Статистическая сводка – это научно организованная обработка материалов наблюдения, включающая систематизацию, группировку данных, составление таблиц, подсчет групповых и общих итогов, расчет производных показателей (средних, относительных величин).

По глубине обработки данных различают простую и сложную сводки. *Простая сводка* заключается в простом подсчете общих итогов по совокупности единиц наблюдения, *сложная* – в группировке единичных данных в группы по однородному признаку, подсчете итогов по ним и представлении результатов в виде статистической таблицы.

Статистическая группировка представляет собой разделение изучаемой совокупности единиц по одному или нескольким существенным признакам на однородные группы, различающиеся между собой в качественном и количественном отношении.

Статистические группировки по задачам, решаемым с их помощью, делятся на типологические, структурные, аналитические.

Типологическая – разделение исследуемой разнородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений.

Структурная – разделение однородной в качественном отношении совокупности единиц по определенным признакам на группы, характеризующие ее состав и структуру.

Аналитическая группировка – группировка, выявляющая взаимосвязи и взаимозависимости между изучаемыми социально-экономическими явлениями и признаками, их характеризующими.

В зависимости от числа группировочных признаков группировки делят на простые и многомерные. Группировка по одному признаку называется **простой**. **Многомерная** группировка осуществляется по двум и более признакам. Частным случаем многомерной группировки является **комбинационная** (комбинированная). Образование групп в этом случае производится по двум или более признакам, взятым в определенном сочетании – комбинации.

Ряд распределения – ряд данных, характеризующих распределение единиц изучаемой совокупности по одному существенному признаку, значения которого расположены в определенной последовательности.

Ряд распределения состоит из двух элементов: *вариантов* (отдельных значений варьируемого признака) и *частот* (численностей отдельных вариантов). Частоты, выраженные в виде относительных величин (доли единиц, проценты), называются *частотями*.

Ряды распределения, являясь группировкой, могут быть образованы по качественному (атрибутивному) и количественному признакам. *Атрибутивными* называют ряды распределения, образованные по качественным признакам. При группировке ряда по количественному признаку получаются *вариационные ряды*.

Вариационные ряды по способу построения бывают *дискретными*, составленными по признаку, принимающему только целые числа, и *интервальными*, основанными на непрерывных признаках, принимающих любые, в том числе и дробные значения.

Пример атрибутивного ряда распределения приведен в табл. 2.1, дискретного вариационного ряда распределения – в табл. 2.2, дискретного интервального ряда распределения – в табл. 2.3.

Таблица 2.1

Распределение студентов группы по полу

Группы студентов по полу	Численность студентов, чел.	Удельный вес студентов, %
Женщины	20	83,3
Мужчины	4	16,7
Всего	24	100,0

Таблица 2.2

Распределение семей города по числу детей

Число детей в семье, чел.	Число семей, ед.	Удельный вес семей, %
1	600	60,0
2	300	30,0
3	100	10,0
Итого	1000	100,0

Распределение работников предприятия по уровню дохода в месяц в 2010 г.

Группы работников по уровню дохода, тыс. руб.	Численность работников, чел.	Удельный вес, %
До 10	60	52,2
10–15	30	26,1
15–20	15	13,0
20 и более	10	8,7
Всего	115	100,0

Построение статистических группировок предполагает решение ряда задач. Прежде всего необходимо выбрать группировочный признак, затем определить число групп, на которые нужно разбить изучаемую совокупность, зафиксировать границы интервалов группировки и распределить исходные данные по группам.

Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, а также численности совокупности, степени вариации признака. Если группировка строится по атрибутивному признаку, то групп, как правило, будет столько, сколько имеется градаций, видов состояний у этого признака. Если группировка строится по количественному признаку, то необходимо обратить внимание на число единиц совокупности, степень вариации группировочного признака и цели исследования. Оптимальное число групп может быть определено по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 * \lg N, \quad (2.1)$$

где n – число групп в группировке; N – число единиц совокупности.

К примеру, численность генеральной совокупности – 50 предприятий. Следовательно, оптимальное количество групп для рассматриваемой совокупности составляет 7:

$$n = 1 + 3,322 * \lg 50 = 6,64 \approx 7 \text{ групп}.$$

Для формирования границ группы с равными интервалами необходимо рассчитать шаг, или величину интервала (h):

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (2.2)$$

где x_{\max} (x_{\min}) – максимальное (минимальное) значение группировочного признака в совокупности.

Например, требуется выполнить группировку предприятий с равными интервалами по уровню рентабельности, которая изменяется в пределах от 9 до 30%, при этом необходимо сформировать 7 групп. Величина равного интервала составит (в %): $h = \frac{30 - 9}{7} = 3$.

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения, как правило, излагаются в виде таблиц.

Статистическая таблица – это система строк и столбцов, которая представляет статистическую информацию о социально-экономических явлениях.

В любой таблице различают подлежащее и сказуемое.

Подлежащее таблицы показывает, о каком явлении идет в ней речь и представляет группы и подгруппы, характеризующиеся рядом показателей.

Сказуемым таблицы называются показатели, с помощью которых изучается объект, т.е. подлежащее таблицы. В основном в сказуемом отражаются численные значения и характеристики изучаемого явления.

По построению подлежащего таблицы могут быть простыми, групповыми и комбинационными.

Простой называется таблица, в подлежащем которой нет группировок. Простые таблицы бывают: перечневые (подлежащее – перечень единиц, составляющих объект изучения); территориальные (дается перечень территорий, стран, областей, городов и пр.); хронологические (в подлежащем приводятся периоды времени или даты).

Групповой называется таблица, в подлежащем которой изучаемый объект разделен на группы по какому-либо признаку.

Комбинационная – такая таблица, где в подлежащем дана группировка единиц совокупности по двум и более признакам, взятым в комбинации.

При построении таблицы может быть простая и сложная разработки сказуемого. Простая разработка предусматривает параллельное расположение показателей, а сложная – комбинированное.

Анализ группировки и рядов распределения можно наглядно проводить на основе их графического изображения. Для этих целей строят полигон, гистограмму, огиву и кумуляту распределения.

Полигон используется для изображения дискретных вариационных рядов. Он представляет собой замкнутый многоугольник, абсциссами вершин которого являются значения варьирующего признака, а ординатами – соответствующие им частоты или частоты.

Гистограмма применяется для изображения интервального вариационного ряда. При построении гистограммы на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенными на соответствующих интервалах. Высота столбиков должна быть пропорциональна частотам. Если середины верхних сторон прямоугольников соединить прямыми, то гистограмма может быть преобразована в полигон распределения.

При построении гистограммы распределения вариационного ряда с неравными интервалами по оси ординат наносят не частоты, а плотность распределения признака в соответствующих интервалах. Это необходимо сделать для того, чтобы устранить влияние величины интервала на распределение интервала и получить возможность сравнивать частоты. *Плотность распределения* – частота, рассчитанная на единицу величины интервала.

При помощи *кумуляты* изображается ряд накопленных частот. Накопленные частоты определяются путем последовательного суммирования частот по группам. Накопленные частоты показывают, сколько единиц совокупности имеют значение признака не большее, чем рассматриваемое.

При построении кумуляты интервального вариационного ряда по оси абсцисс откладываются варианты ряда, а по оси ординат – накопленные частоты, которые наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Затем эти перпендикуляры соединяют и получают ломанную линию, т.е. кумуляту.

Если при графическом изображении вариационного ряда в виде кумуляты оси поменять местами, то получится *огива*.

Для данных табл. 2.3 построены гистограмма (рис. 2.1) и кумулята (рис. 2.2) распределения работников по уровню дохода в 2010 г.

Рис. 2.1. Гистограмма.

Рис. 2.2. Кумулята.

Задача 2.1

Выполнена группировка 400 рабочих по уровню заработной платы в месяц:

Заработная плата, тыс. руб.	До 10	10-20	20-30	30-40	40 и выше
Численность рабочих, чел.	50	128	95	78	49

Это группировка: 1) типологическая; 2) структурная; 3) аналитическая.

Ответы: 1; 2; 3.

Задача 2.2

Для выявления влияния производственного стажа работы 1100 рабочих на степень выполнения ими норм выработки построена группировка:

Стаж работы, лет	Численность рабочих	Выполнение норм, %
до 1	85	80
1-5	256	102
5-10	615	108
10 и выше	144	114

Это группировка: 1) типологическая; 2) структурная; 3) аналитическая.

Ответы: 1; 2; 3.

Задача 2.3

Выполнено распределение общего объема денежных доходов населения Амурской области по 20-процентным группам:

Показатель	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Денежные доходы, всего (в %)	100,0	100,0	100,0	100,0
в том числе по 20-процентным группам населения (в %):				
первая (с наименьшими доходами)	6,4	6,2	6,4	6,4
вторая	11,3	11,1	11,2	11,3
третья	16,1	15,9	16,0	16,1
четвертая	23,0	22,9	23,0	23,0
пятая (с наивысшими доходами)	43,2	43,9	43,4	43,2

Определите, к какому виду относится группировка. Какой группировочный признак положен в основу группировки?

Задача 2.4

К атрибутивным признакам относится: а) образование; б) себестоимость продукции.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.5

К атрибутивным признакам относится: а) количество произведенной обуви; б) специальность.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.6

К количественным признакам относится: а) товарооборот магазина; б) издержки обращения магазина.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.7

К количественным признакам относится: а) наименование выпускаемой продукции; б) выпуск продукции в натуральном выражении.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.8

Признаки, выражающиеся целыми и дробными числами, между которыми не может быть никаких промежуточных значений, являются: а) дискретными; б) непрерывными. Вопрос об определении интервалов возникает при группировке по признакам: в) атрибутивным; г) количественным.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 2.9

Непрерывными признаками являются: а) количество бракованных изделий (шт.); б) объем бытовых услуг населению (млн. руб.).

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.10

Дискретными признаками являются: а) выработка продукции на одного рабочего за год по предприятию (тыс. руб.); б) число книг и журналов в библиотеке.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.11

Интервалы, имеющие две границы, верхнюю и нижнюю, являются интервалами: а) открытыми; б) закрытыми. Если группировочный признак изменяется неравномерно или в больших пределах, то применяются интервалы: в) равные; г) неравные.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 2.12

Вторичной группировкой называется: 1) группировка по атрибутивным признакам; б) группировка по непрерывным признакам; 3) разбиение совокупности на группы и подгруппы по существенным признакам; 4) образование новых групп на основании уже имеющейся группировки.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 2.13

Атрибутивным рядом распределения является: а) распределение студентов по специальностям; б) распределение предприятий общественного питания по типам (столовые, кафе, рестораны и т.д.).

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.14

Атрибутивным рядом распределения является: а) распределение населения по уровню образования; б) распределение городов по численности жителей.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.15

Вариационным рядом распределения является: а) распределение магазинов по величине товарооборота; б) распределение выпущенных кинофильмов по видам (художественные, документальные, научно-популярные и т.д.).

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.16

Имеется ряд распределения предприятий по объему реализованной продукции (тыс. руб.). Вариантом является: а) количество предприятий; б) объем реализованной продукции. Имеется ряд распределения предприятий по числу работников. Частотой является: в) число работников; г) количество предприятий.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 2.17

Имеется ряд распределения кинотеатров по числу мест. Вариантом является: а) количество кинотеатров; б) число мест в кинотеатрах. Имеется ряд распределения предприятий по уровню рентабельности (%). Частотой является: в) уровень рентабельности; г) количество предприятий.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 2.18

Дискретный ряд распределения предприятий промышленности целесообразно строить по следующим признакам: а) стоимости выпущенной продукции; б) численности работников с высшим образованием.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.19

Интервальный ряд распределения семей города целесообразно строить по следующим признакам: а) денежному доходу; б) числу детей.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.20

Подлежащее простой таблицы состоит из перечня городов. Это таблица: 1) территориальная; 2) хронологическая; 3) структурная; 4) перечневая.

Ответы: 1; 2; 3, 4.

Задача 2.21

Статистическими являются таблицы: а) расписание поездов; б) таблица квадратов.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.22

Статистическими являются таблицы: а) характеризующая распределение городов и поселков городского типа по количеству жителей; б) таблица логарифмов.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 2.23

Продажа основных товаров длительного пользования в Амурской области характеризуется следующими данными (тыс. штук):

Вид товара	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Телевизоры	15,8	14,6	14,7
Радиоприемные устройства	20,7	19,2	20,0
Магнитофоны	7,3	6,6	4,3
Холодильники и морозильники	19,8	21,8	24,3
Стиральные машины	16,1	13,8	14,3
Электропылесосы	14,3	14,5	14,5
Часы	89,0	90,0	94,0
Легковые автомобили	7,3	2,2	9,1
Мотоциклы и мотороллеры	0,0	0,1	0,0
Велосипеды и мопеды	5,9	7,6	21,6

Подлежащее: а) вид товара; б) годы. Разработка сказуемого: в) простая; г) комбинированная.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 2.24

Постройте макет таблицы, характеризующий зависимость уровня заработной платы работника от производственного стажа и образования. Определите подлежащее, сказуемое и вид таблицы по характеру подлежащего. Укажите вид разработки показателей сказуемого.

Задача 2.25

Постройте макет таблицы, характеризующий зависимость успеваемости студентов вуза от пола, возраста, семейного положения, жилищных условий, общественной активности. Определите подлежащее, сказуемое и вид таблицы по характеру подлежащего. Укажите вид разработки показателей сказуемого.

Задача 2.26

Известны следующие данные о числе детей в 100 обследованных семьях:

1	8	2	3	2	3	2	3	0	2
2	3	0	6	2	1	5	4	1	4
10	4	1	3	1	0	9	2	5	3
1	9	2	3	4	3	1	5	1	1
2	6	4	2	1	2	1	4	2	1
3	7	1	0	2	5	2	3	5	0
2	2	4	7	3	7	1	0	3	1
8	3	2	0	1	4	6	1	2	1
3	2	5	2	0	6	3	10	1	3
8	0	2	1	3	1	7	2	4	2

Постройте дискретный вариационный ряд. Укажите элементы ряда распределения, сформулируйте выводы. Постройте полигон, кумуляту, огиву.

Задача 2.27

По известным данным постройте дискретный вариационный ряд. Укажите элементы ряда распределения. Постройте полигон, кумуляту. Сформулируйте выводы.

№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей	№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей	№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей
1	3	11	3	21	1
2	2	12	4	22	2
3	3	13	4	23	4
4	4	14	5	24	3
5	2	15	3	25	6
6	4	16	5	26	5
7	1	17	6	27	1
8	3	18	2	28	3
9	3	19	4	29	1
10	2	20	3	30	4

Задача 2.28

Определите, к каким группировочным признакам относятся: виды выпускаемой продукции; товароборот магазина; возраст; социальное положение; число детей в семье; образование; численность работников предприятия; урожайность (ц/га); установленный срок обучения в вузе.

Задача 2.29

Известны следующие данные о производственном стаже работников фирмы:

5	7	1	8	0	2	5	4	3	9
2	4	2	3	3	3	2	5	6	1
5	3	1	0	7	4	2	8	25	13
1	3	9	2	0	11	0	9	2	7
3	11	7	4	9	4	9	2	8	12
1	2	5	10	7	3	1	8	1	6
1	4	3	2	1	2	3	2	3	3
1	15	19	5	1	12	6	3	2	8

0	9	12	6	14	5	15	1	4	10
4	5	15	8	4	1	10	21	5	2

Постройте интервальный вариационный ряд, выделив 5 групп с равными интервалами. Укажите элементы ряда распределения, сформулируйте выводы. Постройте гистограмму распределения работников по стажу.

Задача 2.30

Известны следующие данные о выпуске продукции по 30 предприятиям:

№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.	№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.	№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.
1	5,6	11	3,9	21	5,4
2	2,2	12	2,5	22	2,1
3	1,9	13	2,1	23	2,9
4	6,1	14	7,2	24	3,2
5	4,5	15	1,9	25	1,9
6	3,9	16	3,2	26	2,5
7	2,1	17	4,5	27	1,8
8	3,9	18	3,9	28	3,9
9	2,5	19	1,8	29	5,4
10	6,1	20	2,8	30	4,5

Составьте: а) ранжированный ряд (в порядке возрастания); б) интервальный ряд распределения, для чего данные ранжированного ряда разбейте на пять групп, предварительно определив величину интервала. Подсчитайте для каждой группы частоты, частости, накопленные частоты. Ряд частот представьте в виде гистограммы распределения. Ряд с накопленными частотами изобразите на графике, применив кумуляту.

Задача 2.31

Известны данные о продаже в магазинах мужской обуви по размерам:

40	45	42	44	39	43
41	41	40	38	41	41
43	38	39	41	40	42
39	39	42	39	41	40
45	40	43	36	37	45
41	36	39	43	42	43

40	43	41	41	44	42
39	41	42	40	39	45
42	45	43	38	40	41
40	36	38	42	39	42
39	41	39	40	43	45

Проранжируйте ряд в порядке возрастания или убывания. Составьте дискретный ряд распределения обуви по размерам, подсчитав по каждому значению признака частоты и частости. Постройте полигон распределения, кумуляту.

Задача 2.32

За отчетный период известны данные по 20 магазинам:

№ магазина	Торговая площадь, кв. м	Товарооборот, млн. руб.	№ магазина	Торговая площадь, кв. м	Товарооборот, млн. руб.
1	12	2	11	15	22
2	30	8	12	45	43
3	16	5	13	25	35
4	22	12	14	20	32
5	34	20	15	37	48
6	10	2	16	44	53
7	15	4	17	39	43
8	28	7	18	19	12
9	38	17	19	23	20
10	35	17	20	41	45

Для выявления зависимости между товарооборотом и размером торговой площади магазинов произведите группировку магазинов по размеру торговой площади. Количество групп с равными интервалами определите по формуле Стерджесса. Полученные группы охарактеризуйте числом магазинов, размером торговой площади всего и в среднем на один магазин, а также объемом товарооборота всего и в среднем на один магазин. Результаты группировки оформите в таблице. Сделайте выводы, укажите вид таблицы и вид группировки. Постройте гистограмму.

Задача 2.33

Известны данные о товарообороте и прибыли 26 магазинов за отчетный период:

№ магазина	Товарооборот, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.	№ магазина	Товарооборот, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.
1	1410	42,3	14	1210	27,8

2	340	4,5	15	1250	28,4
3	530	12,0	16	530	9,5
4	315	3,1	17	970	22,3
5	1540	41,0	18	1300	30,2
6	380	4,7	19	378	8,0
7	940	21,6	20	140	1,8
8	740	16,0	21	295	5,5
9	290	3,2	22	1700	48,4
10	120	1,8	23	1480	38,4
11	720	17,8	24	920	20,7
12	280	3,4	25	530	11,3
13	130	2,0	26	1460	39,4

Для выявления зависимости между товарооборотом и прибылью произведите группировку магазинов по размеру товарооборота. Количество групп с равными интервалами определите по формуле Стерджесса. В каждой группе и по итогу в целом подсчитайте: количество магазинов; размер товарооборота – всего и в среднем на один магазин; прибыль – всего и в среднем на один магазин. Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы, укажите вид таблицы и вид группировки. Постройте гистограмму.

Задача 2.34

За отчетный период известны следующие данные о стаже работы и размере премии 20 работников предприятия:

№ работника	Стаж работы, лет	Премия, тыс. руб.	№ работника	Стаж работы, лет	Премия, тыс. руб.
1	1	5	11	7	11
2	5	9	12	9	13
3	8	12	13	13	17
4	13	17	14	19	22
5	10	14	15	26	30
6	20	30	16	3	7
7	18	21	17	8	12
8	10	14	18	12	16
9	15	19	19	31	40
10	6	10	20	16	20

Для выявления зависимости между стажем работы и размером премии работников предприятия произведите группировку работников по стажу работы, образовав четыре группы с равными интервалами. В каждой группе и итогу в целом подсчитайте: численность рабочих; стаж работы – всего и в среднем на одного работника; размер премии – всего и в среднем на одного работника.

Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы, укажите вид таблицы и вид группировки. Постройте гистограмму.

Задача 2.35

Перегруппируйте нижеследующие данные о крепости нити, образовав следующие группы: до 80; 80-90; 90-100; 100-110.

Крепость нити, г	Число испытаний	Крепость нити, г	Число испытаний
70-74	4	90-94	30
74-78	5	94-98	20
78-82	4	98-102	8
82-86	10	102-106	2
86-90	14	106-110	3
Итого	37	Итого	63

Сформулируйте выводы на основе сравнительного анализа состава нити по крепости.

Задача 2.36

За отчетный период известны следующие данные:

№ предприятия	Валовая продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	Средне-годовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	№ предприятия	Валовая продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	Средне-годовая стоимость основных фондов, тыс. руб.
1	76	83	14	9	10
2	41	46	15	15	15
3	126	110	16	26	27
4	150	125	17	7	8
5	110	80	18	49	47
6	51	78	19	8	9
7	103	75	20	61	57
8	34	27	21	122	110
9	60	55	22	114	103
10	135	120	23	40	39
11	4	5	24	9	10
12	45	41	25	125	122
13	148	120	26	84	70

Для выявления зависимости между стоимостью основных производственных фондов и выпуском продукции произведите группировку предприятий по размеру основных фондов, образовав четыре группы предприятий с равными интервалами. В каждой группе и по итогу в целом подсчитайте: число предприятий; стоимость основных производственных фондов – всего и в среднем

на одно предприятие; стоимость продукции – всего и в среднем на одно предприятие; размер продукции на 1 руб. основных фондов (фондоотдача). Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы, укажите вид таблицы и вид группировки. Постройте гистограмму.

Задача 2.37

Известны данные о заработной плате рабочих в месяц на двух предприятиях:

Предприятие 1		Предприятие 2	
группы рабочих по размеру зарплаты, тыс. руб.	удельный вес рабочих (% к итогу)	группы рабочих по размеру зарплаты, тыс. руб.	удельный вес рабочих (% к итогу)
15-18	10	16-19	15
18-20	15	19-22	16
20-25	22	22-25	30
25-30	28	25-28	16
30-40	17	28-35	10
40-45	8	35-40	13

В целях сравнения структуры рабочих по заработной плате произведите перегруппировку, образовав в двух предприятиях следующие группы по размеру заработной платы: до 20, 20-25, 25-30, свыше 30 тыс. руб. Сделайте выводы на основе сравнительного анализа состава рабочих.

Задача 2.38

Известны данные об урожайности пшеницы в двух предприятиях области за отчетный период:

Первое предприятие		Второе предприятие	
группы по урожайности, ц/га	посевная площадь, га	группы по урожайности, ц/га	посевная площадь, га
До 18	250	16-17	210
18-20	270	17-19	190
20-22	300	19-21	300
22-24	240	21-23	290
24-26	230	23-25	120
26-28	100	25-28	150

Первое предприятие		Второе предприятие	
группы по урожайности, ц/га	посевная площадь, га	группы по урожайности, ц/га	посевная площадь, га
Свыше 28	50	Свыше 28	20
Итого	1440	Итого	1280

В целях сравнения структуры посевных площадей по урожайности произведите перегруппировку, образовав в двух предприятиях следующие сравнимые группы по размеру урожайности: до 20; 20-22; 22-24; 24-26, свыше 26. Рассчитайте процентное соотношение посевных площадей в группах по каждому предприятию. Сделайте выводы.

ТЕМА 3. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Абсолютные статистические величины характеризуют размеры изучаемых явлений в виде численности единиц совокупности или объемов присущих им признаков. Различают индивидуальные, групповые и общие абсолютные величины.

Абсолютные величины выражаются в различных единицах измерения: натуральных, стоимостных, трудовых, составных, условно-натуральных.

Перевод натуральных единиц в условно-натуральные осуществляется на основе *коэффициентов пересчета* (перевода) (K_n), рассчитываемых как отношение потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению.

Пример. За отчетный период предприятие выпустило тетрадей: 12-листных – 50000 шт., 24-листных – 20000 шт., 60-листных – 10000 шт., 96-листных – 5000 шт. Определите общий выпуск тетрадей в условно-натуральном виде (в пересчете на 12-листные).

Решение. Для определения общего количества тетрадей, произведенных предприятием, необходимо исчислить коэффициенты пересчета (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Данные о производстве тетрадей предприятием за отчетный период

Виды тетрадей	Количество, шт. (q_n)	Коэффициент пересчета (K_n)	Количество тетрадей в условно-натуральном исчислении, шт. ($q_{услн}$)
12-листные	50 000	1	50 000
24-листные	20 000	2	40 000
60-листные	10 000	5	50 000
96-листные	5 000	8	40 000
Итого	–	–	180 000

Если условной единицей измерения является 12-листная тетрадь, то это количество листов принимается равным единице. Тогда коэффициенты пересчета в условное количество 12 листов рассчитаем так: для 24-листных тетрадей $K_n=24/12=2$; для 60-листных – $K_n=60/12=5$; для 96-листных – $K_n=96/12=8$.

Далее определим количество тетрадей в условно-натуральных единицах измерения как произведение количества тетрадей в натуральном выражении на коэффициент пересчета: $q_{\text{услн}} = q_n * K_n$.

Ответ: общий объем производства тетрадей в 12-листном исчислении составил 180 000 шт.

Относительные величины представляют собой частное от деления двух сравниваемых абсолютных величин и характеризуют количественное соотношение между ними.

В зависимости от задач, содержания и познавательного значения относительные величины подразделяются на следующие виды: 1) планового задания; 2) выполнения плана; 3) динамики; 4) структуры; 5) сравнения; 6) координации; 7) интенсивности.

1. *Относительный показатель планового задания (ОППЗ)* – отношение уровня, запланированного на предстоящий период (Π), к уровню показателя, достигнутого в предыдущем периоде (Φ_o):

$$\text{ОППЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_o} * 100\% \quad (3.1)$$

Пример. В III квартале товарооборот магазина составил 230 млн. руб., в IV квартале планируется товарооборот в 270 млн. руб. Определить относительную величину планового задания.

Решение: $\text{ОППЗ} = \frac{270}{230} * 100\% = 117,39\%$

Ответ. В IV квартале планируется увеличение товарооборота магазина на 17,39%.

2. *Относительный показатель выполнения плана (ОПВП)* – отношение фактически достигнутого уровня в текущем периоде (Φ_1) к уровню планируемого показателя на этот же период (Π):

$$\text{ОПВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} * 100\% \quad (3.2)$$

Пример. Товарооборот магазина в IV квартале составил 280 млн. руб. при плане 270 млн. руб. Определить степень выполнения плана товарооборота магазина в IV квартале.

Решение:
$$ОПВП = \frac{280}{270} * 100 \% = 103,7\%$$

Ответ. План по товарообороту магазином выполнен на 103,7%, т.е. перевыполнение плана составило 3,7%.

3. *Относительный показатель динамики (ОПД= T_p)* характеризует изменение уровня развития явления во времени – представляет собой отношение уровня исследуемого явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) (y_i) к уровню этого же явления за предшествующий (y_{i-1}) (начальный (y_0)) период:

$$T_{pц} = \frac{y_i}{y_{i-1}} * 100\% \quad (3.3)$$

$$T_{pб} = \frac{y_i}{y_0} * 100\% \quad (3.4)$$

Пример. Темп роста товарооборота магазина в IV квартале по отношению к III кварталу составил: $T_{pц} = \frac{280}{230} * 100\% = 121,74\%$.

Если товарооборот магазина в I квартале составил 190 млн. руб., то базисный темп роста товарооборота составил: $T_{pб} = \frac{280}{190} * 100\% = 147,37\%$. Согласно базисному темпу роста товарооборот магазина в IV квартале по сравнению с I кварталом увеличился на 47,37%.

Правило. Три перечисленных вида относительных величин связаны между собой: *произведение относительных величин планового задания и выполнения плана дает относительную величину динамики: $ОППЗ * ОПВП = T_{pц}$*

По приведенному выше примеру: $1,1739 * 1,037 = 1,2174$.

4. *Относительный показатель структуры (d)* – отношение части единиц совокупности (f_i) к общему объему совокупности ($\sum f_i$):

$$d = \frac{f_i}{\sum f_i} * 100\% \quad (3.5)$$

Пример. Определим долю женщин и мужчин в общей численности населения Амурской области за 2009 г. Известно, что численность женщин в 2009 г. составила 451,3 тыс. чел., мужчин – 409,4 тыс. чел. Общая численность населения Амурской области – 860,7 тыс. чел.

$$d_{ж} = \frac{451,3}{860,7} * 100\% = 52,43\%; \quad d_{м} = \frac{409,4}{860,7} * 100\% = 47,57\%$$

5. *Относительный показатель сравнения (ОПС)* – отношение одноименных абсолютных показателей, относящихся к различным объектам статистического наблюдения:

$$ОПС = \frac{П_A}{П_B} * 100\% \quad (3.6)$$

Пример. Сравним численность населения двух муниципальных образований Амурской области. Численность населения Благовещенска на начало 2011 г. составляла 219,8 тыс. чел., а Тынды – 35,5 тыс. чел. Исчислим относительную величину сравнения, приняв за базу сравнения численность населения Тынды:

$$ОПС = \frac{219,8}{35,5} = 6,19. \quad \text{Численность населения Благовещенска на начало}$$

2011 г. превосходила численность населения Тынды в 6,19 раза.

6. *Относительный показатель координации (ОПК)* характеризует соотношение между отдельными частями статистической совокупности и показывает, во сколько раз сравниваемая часть совокупности (f_i) больше или меньше части, которая принимается за базу сравнения ($f_{б.с.}$).

$$ОПК = \frac{f_i}{f_{б.с.}} * 100\% \quad (3.7)$$

Пример. Определим соотношение числа мужчин и женщин в Амурской области в 2009 г. $ОПК = \frac{409,4}{451,3} = 0,907$, или 907‰. В Амурской области в 2009 г. на 1000 женщин приходилось 907 мужчин.

7. *Относительный показатель интенсивности* (ОПИ) характеризует соотношение разноименных (A и B), но связанных между собой абсолютных величин и показывает, насколько широко распространено изучаемое явление в той или иной среде.

$$ОПИ = \frac{A}{B} \quad (3.8)$$

Пример. Число предприятий оптовой и розничной торговли Амурской области на начало 2011 г. составило 3543 ед. Численность населения Амурской области на ту же дату составила 827,8 тыс. чел.

$$ОПИ = \frac{3,543}{827,8} * 1000 = 4,28 \text{ ед.}$$

Ответ. На каждую 1000 населения Амурской области в 2011 г. приходилось 4 предприятия торговли.

Задача 3.1

Показатели, выражающие числовые соотношения, присущие конкретным общественным явлениям, являются величинами: а) абсолютными; б) относительными.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.2

Относительные величины сравнения характеризуют: а) соотношение двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи; б) соотношение двух одноименных показателей, относящихся к различным объектам или территориям за один и тот же период или момент времени.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.3

Выпуск продукции по плану должен был увеличиться по сравнению с предыдущим годом на 30%, план невыполнен на 10%. Определите фактическое увеличение выпуска продукции по сравнению с предыдущим годом.

Ответы: 1) 40%; 2) 60%; 3) 17%; 4) 120%.

Задача 3.4

Выпуск продукции по плану намечалось увеличить по сравнению с предыдущим годом на 20%, фактическое увеличение составило 32%. Определите перевыполнение плана по выпуску продукции.

Ответы: 1) 60%; 2) 12%; 3) 10%; 4) 110%.

Задача 3.5

Предприятие в 2011 г. произвело продукции на 50 млн. руб. Планом на 2012 г. предусматривалось произвести продукции на 60 млн. руб., фактически произведено на 57 млн. руб. Относительная величина выполнения плана: а) 105,3%; б) 95%. Относительная величина планового задания: в) 120%; г) 114%.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 3.6

Валовой сбор зерна в 2010 г. в фермерском хозяйстве составил 3000 т. Планом на 2012 г. предусматривалось собрать 3450 т, фактически собрано 3510 т. Относительная величина выполнения плана: а) 101,7%; б) 98,3%. Относительная величина планового задания: в) 117%; г) 115%.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 3.7

Товарооборот магазина в октябре составил 237,5 тыс. руб. при плане 250 тыс. руб. В сентябре товарооборот составил 245 тыс. руб. Относительная величина выполнения плана: а) 105,3%; б) 95%. Относительная величина планового задания: в) 98%; г) 102%.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 3.8

Укажите относительные величины динамики: а) реализация строительных материалов в Амурской области увеличилась в 2010 г. по сравнению с 2009 г. в 1,16 раза; б) удельный вес сельского населения в общей численности населения Амурской области в 2010 г. составил 33,2%.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.9

Укажите относительные величины динамики: а) продажа фруктов в Амурской области увеличилась в 2009 г. по сравнению с 2008 г. на 164 т; б) численность персонала, занятого исследованиями и разработками в Амурской области в 2009 г. по сравнению с 2008 г. увеличилась на 5,81%.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.10

Плановое задание составляет 150%, показатель динамики – 165%. План выполнен на: а) 147,5%; б) 110%. Показатель динамики составляет 114,3%, план выполнен на 103%. Плановое задание составляет: в) 117,7%; г) 111%.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 3.11

План выполнен на 105%, показатель динамики – 126%. Плановое задание составляет: а) 132,3%; б) 120%. План выполнен на 106%, плановое задание – 115%. Показатель динамики составляет: в) 121,9%; г) 109,5%.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 3.12

В 2010 г.: а) 23,2% общей суммы доходов консолидированного бюджета Амурской области составили налоги на доходы с физических лиц; б) в Благовещенске проживало в 3,2 раза больше населения, чем в Белогорске. Укажите относительные величины структуры.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.13

В 2010 г.: а) на каждый доллар, поступивший в экономику Амурской области от инвесторов из Китая, приходилось 7,62 дол. инвестиций, поступивших от инвесторов Канады; б) 23% занятых в экономике Амурской области имели высшее профессиональное образование. Укажите относительные величины координации.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.14

В 2010 г.: а) рождаемость в Благовещенске была выше, чем в Белогорске, в 3,1 раза; б) на 1000 человек населения Благовещенска приходилось 12,5 родившихся детей. Укажите относительные величины сравнения.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.15

В 2010 г.: а) ввод в действие жилых домов в расчете на 1000 человек населения Амурской области в городах и поселках городского типа составил 228,6 кв. м общей площади; б) на 10000 человек занятого населения всеми высшими учебными заведениями Амурской области выпущено 134 специалиста. Укажите относительные величины интенсивности.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.16

В 2010 г.: а) в Благовещенске на 100 принятых в государственные высшие учебные заведения студентов приходилось 84 выпущенных специалиста с высшим образованием; б) в структуре денежных расходов населения Амурской области наибольший удельный вес составляли расходы на покупку товаров и оплату услуг – 63,1%. Укажите относительные величины координации.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.17

а) В 2010 г. в Благовещенске на 10 000 чел. населения приходилось в 2,4 раза больше врачей, чем в Тынде; б) в 2010 г. в городской местности Амурской области число квартирных телефонных аппаратов сети общего пользования на 1000 чел. населения (на конец года) составило 209,1 штук. Укажите относительные величины сравнения.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 3.18

Консервный завод по переработке овощей и фруктов в 2010 г. выпустил продукцию в банках различной емкости:

Емкость, см ³	100	250	400	500	1000	3000
Выпущено банок, тыс. шт.	1000	1200	1450	840	410	120

Определите общее производство консервов в тысячах условных банок, если за условную банку принята банка емкостью 400 г.

Задача 3.19

Известны сведения о выпуске обувной фабрикой продукции за отчетный период:

Вид продукции	Выработано пар	Затраты рабочего времени на единицу продукции, чел.-час.
Сапоги	400	30
Ботинки	700	26
Туфли	1200	13

Определите продукцию фабрики в условных единицах, приняв в качестве условной единицы затраты времени на пару туфель.

Задача 3.20

Известны данные о выпуске консервов рыбным заводом за отчетный период:

Вид консервов	Вес банки, г	Количество банок, тыс. шт.
Скумбрия	270	300
Сельдь	450	350
Лосось	250	240

Определите: 1) общий объем производства консервов в условных единицах, приняв в качестве условной единицы банку весом 350 г; 2) процент выполнения плана выпуска продукции, если по плану-прогнозу предусматривалось 820 тыс. условных банок; 3) относительную величину динамики консервов, если в базисном периоде выпуск консервов составил 800 тыс. условных банок; 4) относительную величину структуры рыбных консервов в отчетном периоде.

Задача 3.21

Известны данные о выпуске продукции предприятием за отчетный период:

Вид продукции	Вес банки, г	Количество банок, тыс. шт.
Варенье	535	140
Джем	510	130
Повидло	320	200

Определите: 1) общий объем производства продукции в условных единицах, приняв в качестве условной единицы банку весом 400 г; 2) процент вы-

полнения плана выпуска продукции, если по плану-прогнозу предусматривалось 360 тыс. условных банок; 3) относительную величину динамики продукции, если в базисном периоде выпуск продукции составил 350 тыс. условных банок.

Задача 3.22

Годовой план по реализации готовой продукции выполнен группой предприятий следующим образом:

Номер предприятия	План реализации, тыс. руб.	Фактически реализовано, тыс. руб.
1	4350	4437
2	9320	8854
3	46700	48101
4	31680	33680

Вычислите степень выполнения плана по реализации готовой продукции по каждому предприятию и группе предприятий вместе.

Задача 3.23

Известны данные об обороте магазинов за два периода (тыс. руб.):

Тип магазина	Базисный период (фактически)	Отчетный период	
		план	фактически
Продовольственные	920	940	983
Непродовольственные	1120	1150	1122
Итого	2040	2090	2105

Определите по типам магазинов и в целом за отчетный период относительные показатели: 1) планового задания оборота; 2) выполнения плана оборота; 3) динамики оборота; 4) структуры оборота. Проверьте взаимосвязь между относительными величинами. Сформулируйте выводы.

Задача 3.24

Планом предусматривалось повышение выпуска продукции на 5%, фактически произведено на 10,25% больше, чем в базисном периоде. Определите процент выполнения плана по выпуску продукции.

Задача 3.25

Производительность труда в отчетном периоде повысилась по сравнению с базисным периодом на 7,1% при плане 5%. Определите выполнение плана по росту производительности труда.

Задача 3.26

На одном из промышленных предприятий выполнение плана по производству продукции в 2011 г. составило 120% при плане 5400 тыс. руб. Производство продукции в 2011 г. планировалось увеличить по сравнению с 2010 г. на 8%. Определите, насколько процентов возрос уровень производства продукции в 2011 г. по сравнению с 2010 г.

Задача 3.27

Годовой план 2011 г. по производству продукции выполнен предприятием на 110%, плановое задание на 2012 г. составляет 105%. Определите относительную величину динамики планового задания производства продукции.

Задача 3.28

Планом предусматривалось снизить себестоимость товарной продукции на 5%, фактически она снижена на 6,9% по сравнению с уровнем прошлого года. Определите, на сколько процентов перевыполнен план по снижению себестоимости товарной продукции.

Задача 3.29

Известны данные о расходах консолидированного бюджета Амурской области (млн. руб.):

Показатель	2009 г.	2010 г.
Расходы – всего	41195	45762
в том числе на:		
общегосударственные вопросы	3358	3814
национальную оборону	27	28
национальную безопасность и правоохранительную деятельность	2044	2157
национальную экономику	6903	6801
жилищно-коммунальное хозяйство	4445	4458
социально-культурные мероприятия	23047	27098
прочие расходы	1371	1406

Определите: 1) структуру расходов консолидированного бюджета Амурской области за 2009 г. и 2010 г.; 2) какие структурные сдвиги произошли в расходной части бюджета за 2009-2010 гг.; 3) соотношение между расходами на национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство в 2009 г. и 2010 г.; 4) к какому виду относительных величин относится полученный результат?

Задача 3.30

Известны данные по производству сои в крестьянских (фермерских) хозяйствах Амурской области (тыс. тонн):

2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
39,8	63,2	66,1	81,6	107,6	130,1

Определите относительные показатели динамики производства сои в процентах: 1) к 2005 г.; 2) к предшествующему году.

Задача 3.31

Известны данные об импорте внешней торговли Амурской области по странам (тыс. дол. США):

Показатель	2009 г.	2010 г.
Импорт – всего	203877	314372
в том числе:		
Беларусь	2215	29915
КНР	182667	255029
Корея	2598	4929
США	7213	9390

Определите: 1) удельный вес стран в импорте внешней торговли Амурской области за 2009 г. и 2010 г.; 2) какие структурные сдвиги произошли в импорте внешней торговли за 2009-2010 гг.; 3) соотношение между импортом КНР и США в 2009 г. и 2010 г.; 4) к какому виду относительных величин относится полученный результат?

Задача 3.32

Территория и численность населения Амурской области характеризуются следующими данными:

Показатель	2009 г.	2010 г.
Численность постоянного населения – всего, тыс. человек	860,7	827,8
Городское	561,0	552,9
Сельское	299,7	274,9

Территория Амурской области в 2010 г. – 361,91 тыс. кв. км. Вычислите все возможные виды относительных величин и укажите, к какому виду они относятся.

Задача 3.33

Определите производство основных сельскохозяйственных продуктов в хозяйствах населения на душу населения в Амурской области по следующим данным (тыс. т):

Показатель	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Картофель	340,4	282,2	272,9
Овощи	58,5	48,4	50,6
Плоды и ягоды	2,7	2,8	2,7
Скот и птица (в убойном весе)	13,6	15,0	13,9
Молоко	110,3	122,8	121,9

Численность постоянного населения в 2008 г. составила 864,5 тыс. чел., в 2009 г. – 860,7 тыс. чел., в 2010 г. – 827,8 тыс. чел. Сформулируйте выводы.

Задача 3.34

Известны следующие экономические показатели отдельных городов Амурской области за 2010 г.:

Показатель	Оборот розничной торговли, млн. руб.	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.
Благовещенск	44880,0	11915,3
Белогорск	5189,5	444,3
Зея	1224,3	317,5
Свободный	2899,1	376,6
Тында	4043,4	1033,5

Определите относительные величины сравнения.

Задача 3.35

Производство кожаной обуви предприятием характеризуется следующими данными (тыс. пар):

Обувь	2010 г.	План 2011 г.	Фактически 2011 г.
Взрослая	54	87,8	94,8
Детская (до номера 37 включительно)	43	47,2	51,0

Вычислите все возможные виды относительных величин.

ТЕМА 4. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средней величиной в статистике называется обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень явления в конкретных условиях места и времени, отражающий величину варьирующего признака в расчете на единицу качественно однородной совокупности.

В статистике используют два класса средних величин: степенные и структурные средние.

Выбор вида степенной средней величины определяется экономическим содержанием определенного показателя и исходными данными.

Степенные средние в зависимости от формы представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными. Если исходные данные представлены простым перечислением значений признака у статистических единиц, то используется формула *степенной средней простой*. Если данные предварительно сгруппированы (представлены рядом распределения), то используется формула *степенной средней взвешенной*.

Средняя арифметическая простая ($\bar{x}_{ар.пр.}$) используется в тех случаях, когда объем усредняемого признака является аддитивной величиной, т.е. образуется как сумма его значений по всем единицам статистической совокупности.

$$\bar{x}_{ар.пр.} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (4.1)$$

где x_i – индивидуальные значения варьирующего признака (варианты); n – число единиц совокупности.

Средняя арифметическая простая применяется в тех случаях, когда имеются несгруппированные индивидуальные значения признака.

Пример. Требуется определить средний стаж шести работников предприятия. Известен ряд индивидуальных значений признака, лет: 2, 4, 2, 4, 5, 2.

$$\bar{x}_{ар.пр.} = \frac{2 + 4 + 2 + 4 + 5 + 2}{6} = \frac{19}{6} = 3,17 \text{ лет}$$

Средняя арифметическая взвешенная ($\bar{x}_{ар.взв.}$) – средняя, рассчитанная по сгруппированным данным или вариационным рядам:

$$\bar{x}_{ар.взв.} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i}, \quad (4.2)$$

где f_i – вес или частота – количество повторений одинаковых значений признака; $\sum f_i$ – общая численность единиц совокупности.

В качестве весов могут выступать не только абсолютные, но и относительные величины (удельные веса в числе единиц совокупности).

Пример. Сгруппируем исходные данные предыдущего примера (совокупность работников предприятия по стажу) и результаты разместим в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Распределение работников предприятия по стажу

Стаж, лет (x_i – варианты)	Число работников, чел. (f_i – частоты)	$x_i * f_i$
2	3	6
4	2	8
5	1	5
Итого	$\Sigma = 6$	$\Sigma = 19$

По формуле (4.2) средний стаж работников предприятия составит:

$$\bar{x}_{ар.взв.} = \frac{6 + 8 + 5}{6} = \frac{19}{6} = 3,17 \text{ лет.}$$

Ответ. Средний стаж шести работников предприятия составил 3,17 лет.

Средняя гармоническая взвешенная ($\bar{x}_{гар.взв.}$) используется в тех случаях, когда статистическая информация не содержит частот (f_i) по отдельным значениям признака, а представлена произведением значения признака на частоту ($x_i * f_i = w_i$).

$$\bar{x}_{гар.взв.} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum \frac{x_i * f}{x_i}} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} \quad (4.3)$$

Пример. По данным табл. 4.2 требуется определить среднюю цену 1 кг яблок в сентябре.

Цена и выручка от реализации яблок по трем магазинам

Номер магазина	Исходные данные		Расчетные значения
	цена яблок, руб./кг (x_i)	выручка от реализации, руб. (w_i)	частота (количество реализованных яблок), кг ($f_i = w_i / x_i$)
1-й	95	34200	360
2-й	120	36000	300
3-й	140	21000	150

Средняя цена 1 кг яблок по трем магазинам, определенная по формуле (4.3):

$$\bar{x}_{\text{гар.взв.}} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum \frac{x_i * f}{x_i}} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{34200 + 36000 + 21000}{\frac{34200}{95} + \frac{36000}{120} + \frac{21000}{140}} = 112,59 \text{ руб.}$$

Проверка: этот же результат получится, если рассчитать среднюю цену яблок по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{ар.взв.}} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = \frac{95 * 360 + 120 * 300 + 140 * 150}{360 + 300 + 150} = 112,59 \text{ руб.}$$

Ответ. Средняя цена 1 кг яблок по трем магазинам составила 112,59 руб.

В тех случаях, когда частота каждой варианты равна единице (индивидуальные значения обратного признака встречаются по одному разу), применяется *средняя гармоническая простая* ($\bar{x}_{\text{гар.пр.}}$):

$$\bar{x}_{\text{гар.пр.}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \quad (4.4)$$

Ее используют в случаях определения, например, средних затрат труда, материалов и т.д. на единицу продукции по нескольким предприятиям.

Пример. Три предприятия производят микроволновые печи. Себестоимость их производства на первом предприятии составила 4000 руб., на втором – 3000 руб., на третьем – 5000 руб. Определите среднюю себестоимость производства микроволновой печи.

$$\bar{x}_{\text{гар.пр.}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{1+1+1}{\frac{1}{4000} + \frac{1}{3000} + \frac{1}{5000}} = 3829,79 \text{ руб.}$$

Ответ. Средняя себестоимость производства микроволновой печи составила 3829,79 руб.

Средняя геометрическая простая ($\bar{x}_{\text{геом.пр.}}$) применяется в тех случаях, когда общий объем усредняемого признака является мультипликативной величиной, т.е. определяется не суммированием, а умножением индивидуальных значений признака.

$$\bar{x}_{\text{геом.пр.}} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \quad (4.5)$$

Она применяется для вычисления среднего темпа роста явления за отдельные периоды его развития. В качестве значений признака выступают цепные темпы роста, выраженные в коэффициентах.

Пример. В результате инфляции за первый год цена возросла в 1,2 раза по сравнению к предыдущему году, а за второй год – еще в 1,5 раза по сравнению к предыдущему. Определите средний коэффициент роста цены.

$$\bar{x}_{\text{геом.пр.}} = \sqrt[2]{1,2 * 1,5} = 1,3416 \text{ или } 134,16\%.$$

Ответ. Средний коэффициент роста цены составил 1,3416.

Средняя квадратическая ($\bar{x}_{\text{кв.}}$) используется в тех случаях, когда при замене индивидуальных значений признака на среднюю величину необходимо сохранить неизменной сумму квадратов исходных величин. Применяется, когда необходимо вычислить среднюю величину признака, выраженного в квадратных единицах измерения (при вычислении средней величины квадратных участков, средних диаметров труб и т.д.).

$$\bar{x}_{\text{кв.пр.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (4.6)$$

$$\bar{x}_{\text{кв.взв.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 * f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}} \quad (4.7)$$

Средняя арифметическая обладает некоторыми математическими свойствами, которые используются при ее расчетах:

1) произведение средней на сумму частот равно сумме произведений отдельных вариантов на соответствующие им частоты:

$$\bar{x} * \sum f_i = \sum x_i * f_i; \quad (4.8)$$

2) сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической равна нулю:

$$\sum (x_i - \bar{x}) * f_i = 0; \quad (4.9)$$

3) сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической меньше, чем сумма квадратов их отклонений от любой другой произвольной величины C :

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 * f_i < \sum (x_i - C)^2 * f_i; \quad (4.10)$$

4) если все осредняемые варианты уменьшить или увеличить на постоянное число A , то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится на ту же величину:

$$\frac{\sum (x_i \pm A) * f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A; \quad (4.11)$$

5) если все варианты значений признака уменьшить или увеличить в A раз, то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится в A раз:

$$\frac{\sum (x_i / A) * f_i}{\sum f_i} = \frac{1}{A} * \bar{x}; \quad (4.12)$$

6) если все веса уменьшить или увеличить в A раз, то средняя арифметическая от этого не изменится:

$$\frac{\sum x_i * (f_i / A)}{\sum (f_i / A)} = \bar{x}. \quad (4.13)$$

Особый вид средних показателей – *структурные средние*, которые используются при изучении внутреннего строения рядов распределения значений признака.

Модой (M_0) называется такая величина изучаемого признака, которая в данной совокупности встречается наиболее часто, т.е. один из вариантов признака повторяется чаще, чем все другие.

Рассмотрим определение моды по несгруппированным данным.

Пример. Рабочие бригады из 11 человек имеют следующие тарифные разряды: 5, 4, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 6, 3, 5. Так как в данной бригаде больше всего рабочих 5 разряда, этот тарифный разряд и будет модальным.

Для упорядоченного дискретного ряда распределения мода – это варианта с наибольшей частотой.

Пример. По приведенным ниже данным табл. 4.3 наибольшим спросом обуви пользуется размер 38, так как именно 38 размер имеет наибольшую частоту ($f_{\max}=14$). $M_0=38$ размер.

Таблица 4.3

Распределение количества проданных пар обуви по размеру

Размер обуви (x_i)	Количество продаж обуви в месяц, ед. (f_i)	Накопленные частоты, ед. (f_i^*)
35	3	3
36	6	9
37	8	17
38	14	31
39	10	41
40	4	45
Итого	45	–

В интервальном вариационном ряду распределения мода рассчитывается по формуле:

$$M_0 = x_{M_0} + i_{M_0} * \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}, \quad (4.14)$$

где x_{M_0} – нижняя граница модального интервала; i_{M_0} – величина модального интервала; f_{M_0} – частота модального интервала; f_{M_0-1} – частота интервала, предшествующего модальному; f_{M_0+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Пример. По данным табл. 4.4 определим модальное количество работников фирм.

Таблица 4.4

Распределение фирм по числу работников

Число работников, чел. (x_i)	Число фирм, ед. (f_i)	Накопленные частоты, ед. (f_i^*)
до 5	3	3
6-15	15	18
16-25	10	28
26-35	8	36
36-45	5	41
Итого	41	–

Первоначально по наибольшей частоте признака определим модальный интервал. Наибольшее число фирм – 15 – имеет численность работников в интервале 6-15 чел., который и является модальным. Далее подставляем значения в формулу 4.14:

$$M_0 = 6 + 9 * \frac{15 - 3}{(15 - 3) + (15 - 10)} = 12,35 \text{ чел.}$$

Ответ. В данной совокупности фирм самое распространенное число работников составляет 12 чел.

Медиана (Me) – это величина изучаемого признака, которая находится в середине упорядоченного вариационного ряда.

В ранжированных рядах несгруппированных данных нахождение медианы сводится к отысканию ее порядкового номера. Номер медианы (N_{Me}) для нечетного объема совокупности определяется по формуле:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} \tag{4.15}$$

Пример. Рассмотрим определение медианы по данным вариационного ряда из 11 рабочих бригады, имеющих следующие тарифные разряды: 5, 4, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 6, 3, 5. Для определения медианы проведем ранжирование рабочих по тарифному разряду: 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6. $N_{Me} = \frac{11+1}{2} = 6$. Центральным в анализируемом ряду будет 6 рабочий 5 разряда, следовательно, 5 разряд и будет медианным.

В случае четного объема ряда медиана равна средней из двух вариантов, находящихся в середине ряда.

Пример. Если ранжированный ряд включает 12 рабочих: 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, то медианой будет тарифный разряд, равный $(4+5)/2=4,5$.

Пример. Используя данные табл. 4.3, определим номер медианы: $N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{45+1}{2} = 23$. Полученное значение указывает, что середина ряда приходится на 23 проданную пару обуви. Необходимо определить, к какой группе относится 23 пара обуви. Это можно выполнить, рассчитав накопленные частоты (3 гр. табл. 4.3). Медианным является 38 размер обуви, так как сумма накопленных частот первый раз превышает полусумму частот ($45/2=22,5$) в четвертой группе, в которой находится 31 пара обуви.

Ответ. Медианным является 38 размер обуви.

В интервальном вариационном ряду располагаем индивидуальные значения признака по ранжиру; определяем для данного ранжированного ряда накопленные частоты; по данным о накопленных частотах находим медианный интервал. Медиана делит численность пополам, следовательно, она там, где накопленная частота составляет половину или больше половины всей суммы частот, а предыдущая (накопленная) частота меньше половины численности совокупности.

В интервальном вариационном ряду медиану определяют по формуле:

$$M_e = x_{Me} + i_{Me} * \frac{\frac{1}{2} * \sum f - f_{Me-1}^*}{f_{Me}}, \quad (4.16)$$

где x_{Me} – нижняя граница медианного интервала; i_{Me} – величина медианного интервала; f_{Me-1}^* – накопленная частота интервала, предшествующего медианному; f_{Me} – частота медианного интервала.

Пример. Используя данные табл. 4.4, рассчитаем медиану. По накопленным частотам определим, что медиана находится в интервале от 16 до 25 чел.,

поскольку его кумулятивная частота равна 28 фирм (3+15+10), что превышает половину суммы всех частот $\frac{\sum f}{2} = \frac{41}{2} = 20,5$ ед.

Подставив данные в формулу 4.16, получим:

$$M_e = 16 + 9 * \frac{\frac{41}{2} - 18}{10} = 18,25 \text{ чел.}$$

Ответ. Половина фирм имеют численность работников до 18 чел., другая половина фирм – более 18 чел.

Соотношение моды, медианы и средней арифметической указывает на характер распределения признака в совокупности, позволяет оценить его *асимметрию*. В *симметричных* распределениях все три характеристики совпадают. Чем больше расхождение между модой и средней арифметической, тем более *асимметричен* ряд. Для умеренно асимметричных рядов разность между модой и средней примерно в три раза превышает разность между медианой и средней, т.е.

$$|M_o - \bar{x}| = 3|M_e - \bar{x}|. \quad (4.17)$$

Задача 4.1

Известны данные об удельном весе стандартной продукции и фактическом объеме ее производства по каждому из десяти трикотажных предприятий. Необходимо рассчитать средний процент стандартной продукции по десяти предприятиям в целом. Какой вид средней следует применить и какой из показателей использовать в качестве веса?

Задача 4.2

Известны данные о проценте выполнения плана по выпуску продукции и запланированном объеме производства по каждому из семи промышленных предприятий. Необходимо рассчитать средний процент выполнения плана по всем семи предприятиям вместе. Какой вид средней следует применить и какой из показателей использовать в качестве веса?

Задача 4.3

По каждому из шести промышленных предприятий, изготавливающих однородную продукцию, имеются сведения о себестоимости единицы готовой продукции и фактическом объеме этой продукции. Необходимо исчислить среднюю себестоимость одного изделия по шести предприятиям. Какой вид средней следует применить и какой из показателей использовать в качестве веса?

Задача 4.4

По каждому из трех автотранспортных предприятий известны данные о проценте выполнения плана по грузообороту и фактическом объеме грузооборота. Необходимо рассчитать средний процент выполнения плана по трем предприятиям вместе. Какой вид средней следует применить для расчета и какой из показателей использовать в качестве веса?

Задача 4.5

Величина средней арифметической взвешенной зависит от: а) размера частот; б) соотношения между частотами; в) размера вариантов.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в; 4) а.

Задача 4.6

Если все индивидуальные значения признака уменьшить на 20 единиц, то средняя: 1) уменьшится на 20; 2) уменьшится в 20 раз; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.7

Если все индивидуальные значения признака увеличить на 5 единиц, то средняя: 1) увеличится в 5 раз; 2) увеличится на 5; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.8

Если частоты всех значений признака увеличить в семь раз, то средняя: 1) увеличится; 2) уменьшится; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.9

Если частоты всех значений признака уменьшить в два раза, то средняя: 1) увеличится; 2) уменьшится; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.10

Если частоты всех значений признака увеличить на 10 единиц, то средняя: 1) увеличится на 10; 2) увеличится в 10 раз; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.11

Если частоты всех значений признака уменьшить на 35 единиц, то средняя: 1) уменьшится в 35 раз; 2) уменьшится на 35; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.12

Если все индивидуальные значения признака увеличить в 3 раза, а частоты уменьшить в 3 раза, то средняя: 1) не изменится; 2) уменьшится в 3 раза; 3) увеличится в 3 раза; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.13

Если все индивидуальные значения признака уменьшить в 6 раз, а частоты увеличить в 2 раза, то средняя: 1) увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 3 раза; 3) уменьшится в 6 раз; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.14

Если частоты всех значений признака уменьшить в 5 раз, а значения признака оставить без изменения, то средняя: 1) увеличится в 5 раз; 2) уменьшится в 5 раз; 3) не изменится; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.15

Средний балл успеваемости студентов в зимнюю сессию по дневной форме обучения составил 4,2, а по заочной форме обучения – 3,4. В летнюю сессию средний балл успеваемости по указанным формам обучения не изменился, но несколько снизился удельный вес студентов заочной формы обучения в общей численности студентов. При этих условиях средний балл успеваемости по университету в летнюю сессию: 1) снизился; 2) повысился; 3) не изменился; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.16

Средняя заработная плата рабочих механического цеха в 2010 г. составила 17600 руб., а рабочих инструментального цеха – 19000 руб. В 2011 г. число рабочих механического цеха увеличилось на 20%, а рабочих инструментального цеха – на 5%. При этих условиях средняя заработная плата рабочих по двум

цехам вместе: 1) повысилась; 2) снизилась; 3) не изменилась; 4) изменение средней предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.17

Средняя цена яблок в сентябре составила: 1 сорт – 120 руб., 2 сорт – 145 руб. В октябре цены не изменились, а количество реализованных яблок 1 сорта увеличилось на 13%, 2 сорта – на 7%. При этих условиях средняя цена яблок в октябре: 1) увеличилась; 2) уменьшилась; 3) не изменилась; 4) предсказать изменение средней нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 4.18

Известны данные о количестве пропущенных аудиторных часов студентами двух групп:

Номер группы	Всего пропущено аудиторных часов	Пропущено часов на одного студента
1	135	4,5
2	208	5,2

Определите среднее количество пропущенных часов в расчете на одного студента.

Ответы: 1) 9,1; 2) 9,7; 3) 4,9; 4) 4,85.

Задача 4.19

Если частоты ряда распределения превратить в частости, изменится ли мода: а) да; б) нет. Средняя величина: в) да; г) нет.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 4.20

По результатам выборочного наблюдения получено следующее распределение пассажиров по количеству автобусных остановок от места жительства до места работы:

Количество остановок	1	2	3	4	5	6	7
Число пассажиров, чел.	40	100	200	250	400	610	500

Определите моду в этом ряду распределения.

Ответы: 1) 610; 2) 6; 3) 7; 4) 50.

Задача 4.21

По шести предприятиям промышленности производство валовой продукции за год составило:

Порядковый номер предприятия	1	2	3	4	5	6
Валовая продукция, млн. руб.	4,0	3,4	3,8	5,2	4,6	5,4

Определите производство валовой продукции в среднем на одно предприятие.

Задача 4.22

Урожайность картофеля на четырех равновеликих участках составила (ц/га): 240; 254; 282; 268. Определите среднюю урожайность картофеля со всей площади.

Задача 4.23

Известно распределение предприятий по годовому производству цемента:

Группы предприятий по количеству производимого цемента, тыс. т	До 240	240-280	280-320	320-360	360 и более
Количество предприятий, % к итогу	11	20	30	25	14

Определите: 1) производство цемента за год в среднем на одно предприятие; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.24

В отчетном году строительство жилья в области по видам собственности характеризуется показателями:

Вид собственности	Введено жилья в отчетном году, тыс. кв. м	Введено жилья в отчетном году по сравнению с базисным, %
Муниципальная	42	70
Индивидуальных застройщиков	60	100
Смешанная без иностранного участия	84	105

Определите средний процент ввода жилья по трем видам собственности в отчетном году по сравнению с базисным.

Задача 4.25

Известно распределение фермерских хозяйств по урожайности пшеницы:

Урожайность пшеницы, ц/га	Число фермерских хозяйств	Посевная площадь, % к итогу
До 17	15	5
17-19	23	25
19-21	31	50
21 и выше	7	20

Определите: 1) среднюю урожайность пшеницы; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.26

Известно распределение строительных организаций по годовому объему работ:

Годовой объем работ, млн. руб.	До 14	14-18	18-22	22-26	26 и более
Количество строительных организаций	3	7	12	20	8

Определите: 1) годовой объем работ в среднем на одну строительную организацию; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.27

Известно распределение 200 работников предприятия по возрасту:

Возраст, полных лет	До 21	21-23	23-25	25-27	27 и больше
Число работников	6	15	30	85	64

Определите: 1) средний возраст работников предприятия; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.28

Известны данные о пяти предприятиях региона, специализирующихся на производстве зерна:

Номер предприятия	Посевная площадь, га	Урожайность, ц/га	Валовой сбор, ц
1	270	4,5	1 215
2	160	3,8	608
3	195	4,2	819
4	210	4,4	924
5	165	3,6	594
Итого	1 000	–	4 160

Определите для этих предприятий следующие средние показатели: 1) посевную площадь; 2) урожайность с 1 га; 3) валовой сбор.

Задача 4.29

Имеется следующий ряд распределения продовольственных магазинов по годовой выработке продавца:

Выработка продавца, тыс. руб.	Число магазинов	Удельный вес продавцов в общей численности их во всех магазинах, %
До 60	7	20
60–80	8	25
80–100	15	50
100 и выше	10	5
Всего	40	100

Определите: 1) годовую выработку в среднем на одного продавца по всем магазинам, вместе взятым; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.30

По фермерским хозяйствам региона известны следующие данные:

Группы фермерских хозяйств по урожайности картофеля, ц/га	Число фермерских хозяйств	Посевная площадь в среднем на одно хозяйство, га
До 100	5	64
100–140	14	75
140 и выше	7	90
Итого	26	-

Определите: 1) размер посевной площади в среднем на одно фермерское хозяйство; 2) среднюю урожайность картофеля по региону в целом; 3) моду; 4) медиану.

Задача 4.31

Средний возраст группы студентов, зачисленных на первый курс заочного отделения, составлял в 2010 г. 22 года, а студентов, зачисленных на очное отделение, – 18 лет. В 2011 г. удельный вес студентов, зачисленных на заочное отделение, запланировано увеличить на 10%. Ответьте, изменится ли в 2011 г. средний возраст студентов первого курса, если предположить, что средний возраст каждой из указанных групп останется таким же, как в 2010 г.

Задача 4.32

Удельный вес посевной площади, занятой высокоурожайными сортами пшеницы, составил в 2010 г. по региону в целом 76%. В 2011 г. запланировано увеличить общую посевную площадь пшеницы на 5% и сократить на 10% удельный вес посевной площади, занятой менее урожайными сортами пшеницы.

Предположив, что урожайность по каждой из площадей, занятых высокоурожайными и менее урожайными сортами пшеницы, не изменится, ответьте, что произойдет со средней урожайностью в целом по региону.

Задача 4.33

Средняя заработная плата в месяц группы высококвалифицированных рабочих по предприятию составила в 2010 г. 25000 руб., а группы менее квалифицированных – 15000 руб. В 2011 г. при увеличении общей численности рабочих на 2% удельный вес менее квалифицированных рабочих возрос на 12%. Ответьте, как изменится средняя заработная плата всех рабочих в 2011 г. при условии, что средняя заработная плата в месяц по каждой из указанных групп рабочих не изменится.

Задача 4.34

В одном из районов урожайность озимой пшеницы сорта № 1 в 2010 г. составила 50 ц/га, а сорта № 2 – 42 ц/га. В 2011 г. удельный вес посевной площади, засеянной сортовыми семенами сорта № 2, увеличился по сравнению с предыдущим годом на 10%, а урожайность каждого сорта пшеницы осталась на уровне 2010 г. Ответьте, что произошло со средней урожайностью озимой пшеницы по двум сортам вместе в 2011 г. по сравнению с 2010 г.

Задача 4.35

В одной из студенческих групп вуза получены следующие данные о результатах двух экзаменационных сессий:

Балл	Число оценок, полученных в период	
	зимней сессии	летней сессии
2	12	5
3	20	10
4	64	65
5	24	40
Итого	120	120

В какой из сессий средний уровень успеваемости оказался выше?

Задача 4.36

Имеется следующее распределение фермерских хозяйств одного региона по поголовью коров на 1.01.11 г.:

Группы районов по поголовью коров	До 100	100-300	300-500	500-1000	1000 и более	Итого
Удельный вес фермерских хозяйств, %	4,5	12,9	14,9	41,2	26,5	100

Предположим, что по состоянию на 1.01.12 г. удельный вес фермерских хозяйств первой группы уменьшится на 3%, а фермерских хозяйств второй группы увеличится на 3%. Ответьте, как при этом изменится среднее поголовье коров на одно фермерское хозяйство? Изменится ли модальное поголовье коров?

Задача 4.37

Известно следующее распределение предприятий по оплате одного дня работы работника:

Группы предприятий по оплате 1 чел.-дня, руб.	Число предприятий, % к итогу	
	2010 г.	2011 г.
До 500	12	2
500–700	60	36
700–900	25	55
900 и более	3	7
Итого	100	100

Как изменилась средняя оплата 1 чел.-дня в 2011 г. по сравнению с 2010 г.? Изменилась ли модальная величина оплаты 1 чел.-дня?

Определите медиану по каждому году.

Задача 4.38

Известно следующее распределение поселков городского типа по числу жителей на 1.01.11 г.:

Группы поселков по числу жителей, тыс. чел.	До 3	3-5	5-10	10-20	20 и более	Итого
Число поселков, % к итогу	28,6	26,2	33,1	10,8	1,3	100

Предположим, что по состоянию на 1.01.12 г. удельный вес поселков с числом жителей до 3 тыс. уменьшится на 2%, а с числом жителей 5-10 тыс. увеличится также. Ответьте, как изменится при этом среднее число жителей на один город. Изменится ли модальный интервал числа жителей?

Задача 4.39

Известны следующие данные по области:

Группы предприятий по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число предприятий	Валовой сбор по группе, тыс. ц
До 180	32	12
180–200	76	30,4
200–220	155	62,0
220 и более	37	10,6
Итого	300	115

Какой вид средней следует применить для расчета средней себестоимости 1 ц сахарной свеклы по области? Какой из показателей использовать в качестве веса?

Определите моду, медиану.

Задача 4.40

По обувной фабрике имеются следующие данные:

Номер цеха	I квартал		II квартал	
	брак, %	фактический выпуск всей продукции, руб.	брак, %	фактический выпуск брака, руб.
1	1,4	400 000	1,2	6 000
2	0,8	600 000	0,8	6 400
3	1,2	1 000 000	1,0	7 000
Итого	–	2 000 000	–	19 400

Определите процент брака в среднем по фабрике за I и II кварталы.

Задача 4.41

Известны следующие данные по трем автотранспортным предприятиям:

Номер предприятия	Себестоимость 1 т/км, руб.	Общие затраты по грузообороту, тыс. руб.
1	24,10	61,5
2	44,65	46,5
3	34,70	23,5
Итого	-	131,5

Определите среднюю себестоимость 1 т/км по трем предприятиям вместе.

Задача 4.42

По одному из машиностроительных предприятий известны следующие данные:

Группы рабочих по профессиям	Средняя зарплата рабочего в месяц, руб.	Фонд заработной платы за месяц, руб.
Слесари	18 400	368 000
Электрики	17 000	204 000
Водители	17 600	316 800
Всего	–	888 800

Определите среднюю в месяц заработную плату рабочих всех профессий, вместе взятых.

Задача 4.43

Известны следующие данные по трем продовольственным магазинам:

Номер магазина	Средняя выработка на одного продавца в день, тыс. руб.	Общий товарооборот за день, тыс. руб.
1	35	280
2	42	630
3	38	266
Всего	–	1 176

Определите: 1) среднюю выработку на одного продавца по трем магазинам; 2) моду; 3) медиану выработки на одного продавца.

Задача 4.44

Известны следующие данные об урожайности, посевной площади и валовом сборе зерна в трех предприятиях региона:

Номер предприятия	2010 г.		2011 г.	
	урожайность, ц/га	посевная площадь, га	урожайность, ц/га	валовой сбор, тыс. ц
1	380	400	400	200
2	300	300	320	64
3	350	300	350	105
Всего	–	1 000	–	369

В каком году средняя урожайность зерна по региону была выше и на сколько процентов?

Определите моду, медиану урожайности.

Задача 4.45

Известны следующие данные о выполнении плана строительно-монтажных работ:

Номер управления	Выполнение плана, %	Объем строительно-монтажных работ по плану, млн. руб.
СМУ-5	100	3,25
СМУ-12	96	1,75
СМУ-16	105	5,00
Всего	–	10,0

Определите средний процент выполнения плана строительно-монтажных работ по трем управлениям вместе.

Задача 4.46

По трем предприятиям за отчетный период имеются следующие данные:

Номер предприятия	Произведено продукции, тыс. руб.	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.
1	800	72
2	460	80
3	740	75
Всего	2 000	–

Определите: 1) средние затраты на 1 руб. произведенной продукции по трем предприятиям вместе; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.47

По бригаде рабочих имеются следующие данные:

Порядковый номер рабочего	1	2	3	4	5	6
Затраты времени на 1 деталь, ч	1/12	1/10	1/6	1/10	1/12	1/10

Определите: 1) средние затраты времени на производство одной детали по бригаде рабочих в целом; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.48

По одному из цехов текстильной фабрики имеются следующие данные:

Затраты времени на 1 изделие, ч	1/2	1/3	1/4	Итого
Число рабочих	15	30	20	65

Определите: 1) средние затраты времени на производство одного изделия по цеху в целом; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.49

Известны следующие данные о распределении многодетных матерей по числу детей:

Число детей	4	5	6	7	8 и более
Численность матерей, % к итогу	10	17	28	21	24

Определите: 1) среднюю численность детей; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.50

Известны следующие данные специального статистического обследования потоков покупателей в один из дней работы универмага:

Часы работы универмага	до 11	11–13	13–15	15–17	17–19	19 и позже	Итого
Число посетителей, % к итогу	6	10	14	18	30	22	100

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.51

Имеется распределение рабочих по числу обслуживаемых станков:

Количество обслуживаемых станков	4	5	6	7	8	Итого
Численность рабочих	230	360	840	420	150	2 000

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.52

Имеются следующие данные о пробеге машин от гаража до бензоколонки:

Расстояние, м	до 500	500-700	700-900	900-1000	1100 и более	Итого
Число автомобилей, % к итогу	7	19	30	26	18	100

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.53

В результате статистического наблюдения получен следующий ряд распределения проданных за день женских зимних пальто магазинами города:

Размер пальто	46 и меньше	48	50	52	54 и больше
Количество продаж, ед.	100	250	600	300	250

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4.54

Пять фирм занимаются реализацией телевизоров. Цена их продажи на 1 фирме составила 11 тыс. руб., на 2 – 13 тыс. руб., на 3 – 17 тыс. руб., на 4 – 15 тыс. руб., на 5 – 20 тыс. руб. Необходимо определить среднюю цену реализации телевизоров по пяти фирмам вместе.

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю.

2. Уменьшение всех значений признака на одну и ту же величину A не меняет величины дисперсии:

$$\sigma_{(x-A)}^2 = \sigma_x^2 \quad (5.4)$$

3. Уменьшение всех значений признака в κ раз уменьшает дисперсию в κ^2 раз, а среднее квадратическое отклонение – в κ раз:

$$\sigma_{(x/A)}^2 = \frac{\sigma_x^2}{\kappa^2} \quad (5.5)$$

4. Если исчислить средний квадрат отклонений от любой величины A , в той или иной степени отличающийся от средней арифметической (\bar{x}), то он всегда будет больше среднего квадрата отклонений, исчисленного от средней арифметической:

$$\sigma_A^2 > \sigma_x^2 \quad (5.6)$$

Среднее квадратическое отклонение (σ) рассчитывается путем извлечения квадратного корня из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (5.7)$$

Среднее квадратическое показывает, в каких пределах (+, -) отдельные значения признака отклоняются от их среднего значения в среднем.

Коэффициент размаха (осцилляции) (K_R) отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней:

$$K_R = \frac{R}{\bar{x}} * 100 \% \quad (5.8)$$

Коэффициент среднего линейного отклонения (линейный коэффициент вариации) ($K_{\bar{d}}$) характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины:

$$K_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100 \% \quad (5.9)$$

Коэффициент вариации (V):

$$V = \frac{\sigma}{x} * 100 \% \quad (5.10)$$

Коэффициент вариации характеризует относительную степень колеблемости признака. Принято считать, что если коэффициент вариации не превышает 33%, колеблемость признака незначительная, совокупность однородна, а средняя величина надежная, устойчивая, типичная для данной совокупности.

Пример. По данным табл. 5.1 требуется определить дисперсию, коэффициент вариации.

Таблица 5.1

Исходные данные для определения показателей вариации

Объем реализованной продукции, тыс. руб.	200	280	130	150	180
Число предприятий	17	20	10	15	10

Решение. По формуле средней арифметической взвешенной (4.2) рассчитан средний объем реализованной продукции:

$$\bar{x} = \frac{200 * 17 + 280 * 20 + 130 * 10 + 150 * 15 + 180 * 10}{17 + 20 + 10 + 15 + 10} = \frac{14350}{72} = 199,3 \text{ тыс. руб.}$$

Вспомогательные расчеты для нахождения взвешенной дисперсии по формуле (5.3) показаны в табл. 5.2.

$$\sigma^2 = \frac{218465,28}{72} = 3034,24$$

Дисперсия показывает, что квадрат отклонения объема реализованной продукции каждого предприятия от среднего объема реализованной продукции по всем предприятиям составляет 3034,24.

Таблица 5.2

Расчет дисперсии объема реализованной продукции

Объем реализованной продукции, тыс. руб., x_i	Число предприятий, f_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 * f_i$
200	17	0,69	0,48	8,20
280	20	80,69	6511,59	130231,87
130	10	-69,31	4803,26	48032,60
150	15	-49,31	2431,04	36465,57
180	10	-19,31	372,70	3727,04
Итого	72	—	—	218465,28

Среднее квадратическое отклонение (σ) определено по формуле (5.7):

$$\sigma = \sqrt{3034,24} = 55,08 \text{ тыс. руб.}$$

Среднее квадратическое отклонение показывает, что объем реализованной продукции каждого предприятия отклоняется от среднего объема реализованной продукции по всем предприятиям на 55,08 тыс. руб.

Коэффициент вариации (V) рассчитывается по формуле (5.10):

$$V = \frac{55,08}{199,3} * 100 = 27,64 \%$$

Совокупность предприятий по объему реализованной продукции является однородной, так как значение коэффициента вариации не превышает 33%.

Ответ: $\sigma^2 = 3034,24$; $\sigma = 55,08$ тыс. руб.; $V = 27,64 \%$.

Виды дисперсий в совокупности, разделенной на группы.

Вариация признака в совокупности, разбитой на группы, зависит как от вариации признака внутри каждой группы, так и от вариации групповых средних, т.е. от межгрупповой вариации признака.

Рассмотрим простейший случай, когда исходная совокупность делится на m однородных групп по одному признаку-фактору (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Распределение исходной совокупности по группам

Значение признака x_i	Число единиц в j -й группе				Итого
	1	2	...	m	
x_1	f_1	s_1	...	t_1	$f_1 + s_1 + \dots + t_1 = n_1$
x_2	f_2	s_2	...	t_2	$f_2 + s_2 + \dots + t_2 = n_2$
...
x_k	f_k	s_k	...	t_k	$f_k + s_k + \dots + t_k = n_k$
Итого	N_1	N_2	...	N_m	N

Сначала вычисляют m частных средних (\bar{x}_j), т.е. среднее значение признака в каждой группе:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i * f_i}{N_1}, \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i * s_i}{N_2}, \quad \dots \quad \bar{x}_m = \frac{\sum_{i=1}^k x_i * t_i}{N_m} \quad (5.11)$$

На основе частных средних $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ определяют *общую среднюю* ($\bar{x}_{общ}$) по формуле:

$$\bar{x}_{общ} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_j * N_j}{N}, \quad N = \sum_{j=1}^m N_j = \sum_{i=1}^k n_i \quad (5.12)$$

Общая дисперсия совокупности ($\sigma_{общ}^2$) измеряет вариацию признака по всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию:

$$\sigma_{общ}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_{общ})^2 * n_i}{N} \quad (5.13)$$

Межгрупповая дисперсия (δ^2) характеризует систематическую вариацию результативного признака, обусловленную влиянием признака-фактора, положенного в основу группировки, исчисляется как отклонение групповой средней величины от общей средней:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_{общ})^2 * N_j}{N} \quad (5.14)$$

Частная групповая (внутригрупповая) дисперсия (σ_j^2) отражает случайную вариацию внутри каждой группы изучаемой совокупности, т.е. часть вариации, обусловленную влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки; рассчитывается как средний квадрат отклонений значений признака (x_i) от частной средней (\bar{x}_j):

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_1)^2 * f_i}{N_1} \quad \text{или} \quad \sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 * f_i}{N_1} - (\bar{x}_1)^2 \quad (5.15)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_2)^2 * s_i}{N_2} \quad \text{или} \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 * s_i}{N_2} - (\bar{x}_2)^2 \quad (5.16)$$

.....

$$\sigma_m^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_m)^2 * t_i}{N_m} \quad \text{или} \quad \sigma_m^2 = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 * t_i}{N_m} - (\bar{x}_m)^2 \quad (5.17)$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий (остаточная) ($\overline{\sigma^2}$) выражает внутригрупповую вариацию для всей совокупности, рассчитывается как средняя арифметическая из групповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum_{j=1}^m \sigma_j^2 * N_j}{N} \quad (5.18)$$

Согласно **правилу сложения дисперсий** общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2 \quad (5.19)$$

Таким образом, общая дисперсия складывается из двух слагаемых: первое измеряет вариацию внутри частей совокупности, а второе – вариацию между средними этих частей.

Коэффициент детерминации (η^2) показывает, какая доля в общей дисперсии приходится на дисперсию, обусловленную вариацией признака, положенного в основу группировки:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_{\text{общ}}^2} \quad (5.20)$$

Эмпирическое корреляционное отношение (η) показывает, насколько тесно связаны исследуемое явление и группировочный признак:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma_{\text{общ}}^2}} \quad (5.21)$$

Таблица 5.4

Качественная оценка связи между признаками

η	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-0,99
Сила связи	слабая	умеренная	заметная	тесная	весьма тесная

Характеристики закономерности рядов распределения

Рассеивание кривой распределения по оси абсцисс является показателем колеблемости признака: чем более рассеяна кривая, тем больше колеблемость признака. **Кривые распределения** бывают симметричными и асимметричными.

ми. В зависимости от того, какая ветвь кривой вытянута – правая или левая, – различают правостороннюю или левостороннюю асимметрию.

Для симметричных распределений частоты любых двух вариантов, равноотстоящих в обе стороны от центра, равны между собой. Рассчитанные для таких рядов распределений характеристики равны: $\bar{x} = Mo = Me$; $R = 6 * \sigma$; $\sigma = 1,25 * d$. Если указанные соотношения нарушены, то это свидетельствует о наличии асимметрии распределения. Так, при $Mo > Me > \bar{x}$ разности между $\bar{x} - Mo$ и $\bar{x} - Me$ положительные и асимметрия правосторонняя, а при $Mo < Me < \bar{x}$ разности между $\bar{x} - Mo$ и $\bar{x} - Me$ отрицательные и асимметрия левосторонняя.

Относительный показатель **асимметрии** (A_s):

$$A_s = \frac{\bar{x} - M_o}{\sigma}, \quad \text{или} \quad A_s = \frac{\bar{x} - M_e}{\sigma} \quad (5.22)$$

Коэффициент асимметрии равен отношению центрального момента 3-го порядка (μ_3) к среднему квадратическому отклонению в кубе (σ^3):

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (5.23)$$

Если $A_s > 0$, то асимметрия правосторонняя, а если $A_s < 0$, то асимметрия левосторонняя. Принято считать, что асимметрия выше 0,5 (независимо от знака) значительна, если она меньше 0,25, то незначительна.

Центральный момент k -го порядка рассчитывается по формуле:

$$\mu_k = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^k}{n}; \quad \mu_k = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^k * f_i}{\sum_i f_i} \quad (5.24)$$

(простой)

(взвешенный)

Оценка существенности A_s проводится на основе средней квадратической ошибки, которая зависит от числа наблюдений (n):

$$\sigma_{A_s} = \sqrt{\frac{6 * (n-1)}{(n+1) * (n+3)}} \quad (5.25)$$

Если $\frac{|A_s|}{\sigma_{A_s}} > 3$, асимметрия существенна и распределение признака в генеральной совокупности несимметрично.

Для определения асимметрии можно воспользоваться упрощенной формулой, предложенной Линдбергом:

$$As=P-50, \quad (5.26)$$

где P – удельный вес (%) количества тех вариантов, которые превосходят среднюю арифметическую, в общем количестве вариантов данного ряда; 50 – удельный вес (%) вариант, превосходящих среднюю арифметическую ряда нормального распределения.

Для симметричных одновершинных распределений рассчитывается показатель эксцесса (E_k), который является показателем островершинности распределения:

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (5.27)$$

Если $(E_k) > 0$, то распределение относится к островершинным, а если $(E_k) < 0$ – к плосковершинным.

Линдбергом предложен следующий показатель эксцесса:

$$E_k = P - 38,29, \quad (5.28)$$

где P – доля (%) количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения в ту и другую сторону от средней; 38,29 – доля (%) количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения, в общем количестве вариантов ряда нормального распределения.

Характеристика соответствия эмпирических и теоретических кривых распределения может быть получена с помощью критериев согласия.

Критерий согласия Пирсона (χ^2) вычисляется по формуле:

$$\chi^2 = \frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}, \quad (5.29)$$

где $f_{\text{э}}$ и $f_{\text{т}}$ – эмпирические и теоретические частоты соответственно.

Критерий Колмогорова (λ) вычисляется по формуле:

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{\sum f}}, \quad (5.30)$$

где D – максимальное значение разности между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами; $\sum f$ – сумма эмпирических частот.

Необходимым условием использования критерия Колмогорова является достаточно большое число наблюдений (не меньше ста).

Задача 5.1

Количественно измерить закономерность распределения можно с помощью статистических характеристик: а) центра распределения; б) вариации; в) асимметрии и эксцесса.

Ответы: 1) а, б; 2) а, б, в; 3) б, в; 4) а, в.

Задача 5.2

Вариация представляет собой: а) различия индивидуальных значений какого-либо признака внутри совокупности; б) различия значений нескольких признаков у отдельной единицы совокупности.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 5.3

Среднее значение признака в двух совокупностях одинаково. Может ли быть различной вариация признака в этих совокупностях? а) да; б) нет. Средние значения признака в двух совокупностях неодинаковы. Может ли быть различной вариация признака в этих совокупностях? а) да; б) нет.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 5.4

Для сравнения вариации двух признаков необходимо использовать: 1) среднее линейное отклонение; 2) среднее квадратическое отклонение; 3) размах вариации; 4) коэффициент вариации.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 5.5

Для измерения вариации групповых средних используют: а) межгрупповую дисперсию; б) групповые дисперсии. Для измерения вариации индивидуальных значений признака внутри выделенных групп используют: в) общую дисперсию; г) среднюю из групповых дисперсий.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 5.6

Выполнение плана поставки овощей предприятиями области за август и сентябрь характеризуется следующими данными (%):

август – 106; 133; 87; 111; 102; 121; сентябрь – 98; 105; 101; 104; 109; 107.

Выполнение плана поставки овощей было более равномерно: 1) в августе; 2) в сентябре; 3) равномерность выполнения плана поставки в сентябре такая же, как и в августе; 4) сравнить равномерность выполнения плана поставки овощей нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 5.7

Распределение оценок, полученных студентами двух групп на экзамене по высшей математике, характеризуется следующими данными:

Оценка на экзамене, балл	Численность студентов в группе	
	I	II
2	4	2
3	9	16
4	9	7
5	3	0

Средний балл выше: а) в I группе; б) во II группе. Более ровная успеваемость студентов: в) в I группе; г) во II группе.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 5.8

Если все значения признака уменьшить в 10 раз, то дисперсия: 1) не изменится; 2) уменьшится в 10 раз; 3) уменьшится в 100 раз; 4) изменение дисперсии предсказать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 5.9

Известны данные о затратах времени на обслуживание одного покупателя работниками магазина:

Работники	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й
Затраты времени, мин.	6	10	8	15	12	9	12	8

Вычислите: 1) среднее время, затраченное продавцами на обслуживание одного покупателя; 2) размах вариации; 3) среднее линейное отклонение; 4) дисперсию; 5) среднее квадратическое отклонение; 6) коэффициент осцилляции.

Решение оформите в таблице. Сформулируйте выводы.

Задача 5.10

Известно распределение предприятий по численности персонала:

Численность персонала, чел.	Количество предприятий
До 20	30
20 – 40	28
40 – 60	18
60 – 80	14
Свыше 80	10
Итого:	100

Определите: 1) дисперсию; 2) среднее квадратическое отклонение; 3) коэффициент вариации. Решение представьте в таблице. Сформулируйте выводы относительно однородности совокупности.

Задача 5.11

Выполнение норм выработки рабочими двух бригад предприятия строительного вида деятельности за истекший месяц характеризуется следующими данными (%):

1 бригада	110	127	92	113	101	134
2 бригада	107	104	100	99	105	103

Укажите, в какой бригаде большее различие между рабочими по степени выполнения норм выработки.

Задача 5.12

Средняя урожайность зерновых в двух районах области за 2006-2011 гг. характеризуется следующими данными (ц/га):

Год	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.
1-й район	28	33	20	22	18	25
2-й район	30	29	28	32	30	31

Рассчитайте среднее линейное отклонение и на его основе – коэффициент среднего линейного отклонения. Укажите, в каком районе урожайность зерновых более устойчива.

Задача 5.13

Распределение численности работников двух предприятий по возрасту характеризуется следующими данными (% к итогу):

Возраст, лет	Предприятие 1	Предприятие 2
До 25	9,0	14,1
25–35	34,9	20,3
35–45	35,6	22,7
45–50	8,1	18,8
50–55	7,3	17,5
55–60	4,0	4,5
60 и старше	1,1	2,1
Итого	100	100

Укажите, в каком предприятии вариация возраста работников больше.

Задача 5.14

Известны следующие выборочные данные о распределении населения области по размерам вклада в Сберегательном банке Российской Федерации:

Размер вклада, тыс. руб.	До 700	700–800	800–900	900–1000	1000 и выше
Число вкладов	20	80	170	100	30

Для измерения вариации размера вклада используйте среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Объясните экономический смысл этих показателей вариации.

Задача 5.15

Распределение работниц по сменной выработке тканей характеризуется следующими данными:

Выработка ткани, м ²	До 55	55–65	65–75	75–85	85–95	95–105
Число работниц	5	15	20	35	15	10

По этим данным определите среднюю сменную выработку работниц и следующие показатели вариации: 1) среднее линейное отклонение и на его основе коэффициент среднего линейного отклонения; 2) среднее квадратическое

отклонение и на его основе коэффициент вариации. Объясните различия в показателях вариации, рассчитанных в пунктах 1 и 2.

Задача 5.16

Известно распределение студентов 4 групп направления подготовки «Экономика» по количеству часов, затрачиваемых на домашнюю работу:

Количество часов	До 1	1–2	2–3	3–4	4–5	5–6	Всего
Число студентов	3	16	42	30	8	1	100

Вычислите по этим данным: 1) дисперсию количества часов, затрачиваемых на домашнюю работу двумя способами: обычным и по формуле $\overline{x^2} - (\overline{x})^2$. Какой способ оказался более рациональным? 2) дисперсию доли студентов, затрачивающих на домашнюю работу от двух до пяти часов. Чем вызваны различия в технике расчета этих дисперсий?

Задача 5.17

Средний размер вклада в банке города увеличился с 350 тыс. руб. в 2000 г. до 1200 тыс. руб. в 2011 г. Среднеквадратическое отклонение размера вкладов увеличилось соответственно с 70 до 80 тыс. руб. Изменилась ли относительная вариация?

Задача 5.18

По имеющимся данным о наличии отдельной квартиры у работников предприятия определите среднее значение и дисперсию альтернативного признака:

Семейное положение	Имеется отдельная квартира	Отсутствует отдельная квартира	Итого
Семейные	750	50	800
Одинокие	50	150	200
Итого	800	200	1000

Задача 5.19

По данным хронометражных наблюдений затраты времени на обработку десяти деталей КС-II на строгальных станках составляют (мин):

В I смену	26	24	23	28	25	24
Во II смену	28	30	29	33	–	–

Для измерения внутрисменной и общей вариации затрат времени на обработку деталей КС-II используйте общую и среднюю из групповых дисперсий. Отличаются ли эти дисперсии и почему?

Задача 5.20

Известны данные о распределении магазинов по числу работников:

Группы магазинов по числу работников, чел.	№ магазина	Оборот, млн. руб.
До 10	1	1,9
	2	1,7
	3	1,8
	4	1,6
	5	2,0
Итого по группе	5	9,0
10–20	6	2,6
	7	2,4
	8	3,0
Итого по группе	3	8,0
Свыше 20	9	3,2
	10	3,4
	11	3,8
	12	3,6
Итого по группе	4	14,0

Вычислите: 1) среднюю внутригрупповую дисперсию; 2) межгрупповую дисперсию; 3) общую дисперсию, используя правило сложения дисперсий; 4) эмпирическое корреляционное отношение.

Задача 5.21

Средняя урожайность зерновых культур в фермерских хозяйствах района составляет 28,4 ц/га. В зависимости от количества внесенных удобрений на 1 га урожайность изменяется следующим образом:

Группы фермерских хозяйств по стоимости удобрений на 1 га зерновых, руб.	Удельный вес группы в посевной площади под зерновыми, %	Средняя урожайность, ц/га	Среднее квадратическое отклонение урожайности, ц/га
До 4	25	26	2
4–6	45	28	1
6 и более	30	31	3

Определите межгрупповую и общую дисперсии урожайности зерновых культур.

Задача 5.22

Средний балл успеваемости студентов очной и заочной форм обучения – 3,7; общая дисперсия – 0,1. На основании следующих данных определите межгрупповую дисперсию и, используя правило сложения дисперсий, среднюю из групповых дисперсий.

Форма обучения	Число студентов	Средний балл на экзамене
Очная	150	4,0
Заочная	50	3,6

Какую вариацию измеряет средняя из групповых дисперсий?

Задача 5.23

Для изучения зависимости между уровнем заболеваемости и полом ребенка рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение и коэффициент детерминации. Сформулируйте выводы.

Пропущено занятий по болезни, дней	Количество мальчиков	Количество девочек
До 5	17	19
5–10	29	14
10–15	25	20
15–20	8	6
20–25	9	10
25 и более	3	4

Задача 5.24

Имеются выборочные данные о вкладах населения области:

Группы населения	Число вкладов, тыс. ед.	Средний размер вклада, тыс. руб.	Коэффициент вариации вкладов, %
Городское	7	140	20
Сельское	3	60	30

Оцените тесноту связи между средним размером вклада и типом населения, исчислив эмпирическое корреляционное отношение. Сделайте выводы.

Задача 5.25

Для изучения зависимости уровня квалификации в разных бригадах рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение и коэффициент детерминации. Сформулируйте выводы.

Тарифный разряд	Численность работников бригады 1	Численность работников бригады 2
1	8	2
2	4	4
3	2	6
4	2	8
5	4	10
6	5	3

Задача 5.26

Согласно данным выборочного обследования бюджетов семей трудоспособного населения области среднедушевой доход в месяц составляет 18000 руб. Модальная величина среднедушевого дохода равна 17300 руб. Распределение обследуемой совокупности семей по размеру среднедушевого дохода: 1) симметричное; 2) асимметричное с правосторонней асимметрией; 3) асимметричное с левосторонней асимметрией; 4) вывод сделать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 5.27

При анализе распределения 400 семей по уровню среднедушевого потребления сливочного масла получили коэффициент асимметрии $A_s=0,38$, коэффициент эксцесса $E_k=3,98$. Это значит, что ряд распределения имеет асимметрию: а) правостороннюю; б) левостороннюю. Распределение: в) островершинное; г) плосковершинное.

Ответы: 1) а, г; 2) б, в; 3) а, в; 4) б, г.

Задача 5.28

При анализе распределения 300 фермерских хозяйств по количеству внесенных удобрений на 1 га пашни получили коэффициент асимметрии $A_s=-0,32$ и коэффициент эксцесса $E_k=2,38$. Это значит, что ряд распределения имеет асимметрию: а) правостороннюю; б) левостороннюю. Распределение: в) островершинное; г) плосковершинное.

Ответы: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.

Задача 5.29

Имеются следующие характеристики распределения междугородных телефонных разговоров по продолжительности: 1) средняя продолжительность

телефонного разговора – 5,2 мин.; 2) модальная продолжительность разговора – 4 мин.; 3) среднее квадратическое отклонение – 2 мин.

Используя эти характеристики, сделайте вывод о наличии, направлении и степени асимметрии распределения.

Задача 5.30

Распределение семей области по числу детей характеризуется следующими данными:

Число детей	0	1	2	3	4	5	6
Доля семей, % к итогу	6	28	22	19	13	4	7

Используя показатели асимметрии и эксцесса, сформулируйте выводы о форме распределения изучаемой совокупности семей.

Задача 5.31

Распределение предприятий по размеру средней суточной переработки свеклы характеризуется следующими данными (тыс. ц):

Средняя суточная переработка свеклы, тыс. ц	Число предприятий
4–6	1
6–8	6
8–10	27
10–12	21
12–14	20
14 и более	11

Используя функцию нормального распределения, определите теоретические частоты распределения предприятий по размеру средней суточной переработки свеклы и с помощью критериев χ^2 и λ проверьте, согласуется ли оно с нормальным распределением. Выводы сделайте с вероятностью 0,90.

Задача 5.32

При анализе распределения 60 предприятий по уровню фондоотдачи в 2005 г. и 2010 г. выделено пять групп. При проверке на нормальность распределения фактическое значение χ^2 в 2005 г. равно 8,7, а в 2010 г. – 14,2. Используя критерий χ^2 с вероятностью 0,95, проверьте, согласуется ли распределение предприятий по уровню фондоотдачи в 2005 г. и 2010 г. с нормальным распределением.

Задача 5.33

При анализе распределения 100 предприятий одного региона и 64 предприятий другого региона по уровню рентабельности производства мяса проверяется согласованность распределения с нормальным. Максимальное отклонение между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами равно: для предприятий одного региона – 0,18; для предприятий другого региона – 0,12. С помощью критерия Колмогорова при вероятности 0,95 проверьте существенность отклонений между эмпирическими и теоретическими распределениями.

Задача 5.34

Определите степень тесноты связи между уровнем издержек обращения и объемом розничного оборота, рассчитав эмпирическое корреляционное отношение по следующим данным:

Группы магазинов по розничному обороту, млн. руб.	Число магазинов	Уровень издержек обращения, %
До 20	4	38,6
20-30	6	30,0
30-50	10	27,7
50-70	7	27,0
Свыше 70	3	26,4

Справочно: общая дисперсия уровня издержек обращения составила 0,24.

Задача 5.35

Имеются данные по предприятиям:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий	Объем продукции на одно предприятие, млн. руб.	Внутригрупповая дисперсия выпуска продукции на одно предприятие
1,0-2,5	4	5,6	0,74
2,5-4,0	8	6,8	0,80
4,0-5,5	4	8,2	0,91
5,5-7,0	4	9,8	0,85

Оцените степень тесноты связи между объемом продукции на одно предприятие и стоимостью основных фондов с помощью эмпирического корреляционного отношения. Сформулируйте выводы.

ТЕМА 6. ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

Выборочным называется такое несплошное наблюдение, при котором признаки регистрируются у отдельных единиц изучаемой статистической совокупности, отобранных с использованием специальных методов, а полученные в процессе обследования результаты с определенным уровнем вероятности распространяются на всю исходную совокупность.

Целью выборочного наблюдения является определение характеристик генеральной совокупности – генеральной средней (\bar{X}) и генеральной доли (P) на основе выборочных характеристик.

Генеральной называется вся совокупность единиц, из которой производится отбор, ее численность обозначается N . Совокупность единиц, отобранных для выборочного наблюдения, называется **выборочной** совокупностью, ее численность обозначается n .

Обобщающие характеристики генеральной совокупности называют **генеральными** (генеральная средняя – \bar{X} , генеральное среднее квадратическое отклонение – σ , генеральная доля – P , которая определяется отношением M единиц, обладающих данным признаком, ко всей численности генеральной совокупности N , т.е. $P = \frac{M}{N}$).

Исчисленные обобщающие характеристики в выборочной совокупности называют **выборочными** (выборочная средняя – \tilde{x} , выборочное среднее квадратическое отклонение – $\tilde{\sigma}$, выборочная доля или частость – w , которая определяется отношением m единиц, обладающих данным признаком, к численности выборочной совокупности n , т.е. $w = \frac{m}{n}$).

Ошибкой выборки называется разность между показателями выборочной и генеральной совокупности. Ошибки выборки подразделяются на ошибки регистрации и ошибки репрезентативности, средние (μ) и предельные ошибки выборки (Δ).

Ошибки регистрации являются следствием неправильного установления значения наблюдаемого признака или неправильной записи. Источниками таких ошибок могут быть непонимание сущности вопроса, невнимательность регистратора, пропуск или повторный счет некоторых единиц совокупности, опiski при заполнении формуляров и т.д.

Среди ошибок регистрации выделяют случайные и систематические.

Случайные ошибки – это результат действия различных случайных факторов. Такие ошибки имеют разную направленность: они могут и повышать, и понижать значения показателей. При достаточно большой обследуемой совокупности в результате действия закона больших чисел эти ошибки взаимно погашаются.

Систематические ошибки регистрации возникают по какой-то определенной причине (например, округление цифр) и вызывают одностороннее искажение значений признака у наблюдаемых единиц.

Ошибки репрезентативности обусловлены тем, что выборочная совокупность не может по всем параметрам в точности воспроизвести генеральную совокупность. При этом также различают систематические и случайные ошибки репрезентативности.

Случайные ошибки репрезентативности означают, что, несмотря на принцип случайности отбора единиц, все же имеются расхождения между характеристиками выборочной и генеральной совокупности. Изучение и измерение случайных ошибок репрезентативности являются основными задачами выборочного наблюдения.

Систематические ошибки репрезентативности связаны с нарушением принципов формирования выборочной совокупности.

Отбор единиц в выборочную совокупность может быть повторным или бесповторным.

При *повторном отборе* попавшая в выборку единица подвергается обследованию, возвращается в генеральную совокупность и наравне с другими единицами участвует в дальнейшей процедуре отбора.

При бесповторном отборе попавшая в выборку единица подвергается обследованию и в дальнейшей процедуре отбора не участвует.

При случайном повторном отборе предельная ошибка выборки для средней ($\Delta_{\tilde{x}}$) и для доли (Δ_w) определяется по формулам:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t * \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}^2}{n}} \quad (6.1)$$

$$\Delta_w = t * \sqrt{\frac{w*(1-w)}{n}}, \quad (6.2)$$

где $\Delta_{\tilde{x}}$ – предельная ошибка выборки для среднего значения признака; $\tilde{\sigma}^2$ – дисперсия выборочной совокупности; Δ_w – предельная ошибка выборки для выборочной доли; w – выборочная доля; n – численность выборки; t – коэффициент доверия, который определяется по таблице значений интегральной функции Лапласа при заданной вероятности (p).

При бесповторном случайном и механическом отборе предельная ошибка выборки определяется по формулам:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t * \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (6.3)$$

$$\Delta_w = t * \sqrt{\frac{w*(1-w)}{n} * \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (6.4)$$

где N – численность генеральной совокупности.

Распространение выборочных характеристик на генеральную совокупность производится с учетом доверительных интервалов. Для этого соответствующие обобщающие показатели выборочной совокупности \tilde{x} или w корректируются величиной предельной ошибки выборки $\Delta_{\tilde{x}}$ и Δ_w .

Границы генеральной средней определяют так:

$$\bar{X} = \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}} \quad (6.5)$$

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{X} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

Границы генеральной доли равны:

$$P = w \pm \Delta_w \quad (6.6)$$

$$w - \Delta_w \leq P \leq w + \Delta_w$$

При случайном повторном отборе *численность выборки* для среднего значения признака определяется по формуле:

$$n_{\bar{x}} = \frac{t^2 * \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} \quad (6.7)$$

При случайном бесповторном и механическом отборе *численность выборки* для среднего значения признака вычисляется по формуле:

$$n_{\bar{x}} = \frac{t^2 * \tilde{\sigma}^2 * N}{N * \Delta_{\bar{x}}^2 + t^2 * \tilde{\sigma}^2} \quad (6.8)$$

При случайном повторном отборе численность выборки для доли признака определяется по формуле:

$$n_w = \frac{t^2 * w * (1 - w)}{\Delta_w^2} \quad (6.9)$$

При случайном бесповторном и механическом отборе численность выборки для доли признака вычисляется по формуле:

$$n_w = \frac{t^2 * w * (1 - w) * N}{N * \Delta_w^2 + t^2 * w * (1 - w)} \quad (6.10)$$

Пример. По методу случайного бесповторного отбора было опрошено 10% студентов, в результате получены сведения о времени, затрачиваемом ими на дорогу в университет (табл. 6.1). С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится среднее время, затрачиваемое студентами университета на дорогу, и доля студентов, затрачивающих на дорогу до 30 мин.

Какой должна быть численность выборочной совокупности студентов, чтобы ошибка выборочной средней уменьшилась вдвое?

Таблица 6.1

Данные выборочного обследования студентов

Время, затрачиваемое на дорогу, мин.	До 20	20–30	30–40	40–50	Свыше 50	Итого
Количество студентов, чел.	4	16	35	30	15	100

Решение. На основе имеющейся информации проведем промежуточные расчеты в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Расчетная таблица для определения пределов генеральной средней

Время, затрачиваемое на дорогу, мин. x_i	Количество студентов, чел., f_i	Середина интервала, мин. x'_i	$x'_i * f_i$	$x'_i - \tilde{x}$	$(x'_i - \tilde{x})^2$	$(x'_i - \tilde{x})^2 * f_i$
До 20	4	15	60	-23,6	556,96	2 227,84
20–30	16	25	400	-13,6	184,96	2 959,36
30–40	35	35	1225	-3,6	12,96	453,60
40–50	30	45	1350	6,4	40,96	1 228,90
Свыше 50	15	55	825	16,4	268,96	4 034,40
Итого	100	–	3860	–	–	10 904,10

1. Расчет выборочной средней проводится по формуле (4.2):

$$\tilde{x} = \frac{3860}{100} = 38,6 \text{ мин.}$$

Дисперсия выборочной совокупности (формула (5.3) взвешенная):

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{10904,10}{100} = 109,041$$

Предельная ошибка выборки (формула (6.3)):

$$\Delta_{\tilde{x}} = 2 * \sqrt{\frac{109,041}{100} * \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 1,981 \approx 2 \text{ (мин.)}$$

$$N = \frac{100 \% * 100 \text{ чел.}}{10 \%} = 1000 \text{ чел.}$$

Пределы генеральной средней (формула (6.5)):

$$38,6 - 2 \leq \bar{X} \leq 38,6 + 2 \text{ или } 36,6 \leq \bar{X} \leq 40,6.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что среднее время, затрачиваемое студентами университета на дорогу, находится в пределах от 36,6 до 40,6 мин.

2. Доля студентов, затрачивающих на дорогу до 30 мин. в выборочной совокупности, равна:

$$w = \frac{4+16}{100} = 0,2 \text{ или } 20\%$$

Предельная ошибка выборочной доли (формула (6.4)):

$$\Delta_w = 2 * \sqrt{\frac{0,2 * (1-0,2)}{100} * \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} \approx 0,04.$$

Пределы генеральной доли (формула (6.6)):

$$0,2 - 0,04 \leq P \leq 0,2 + 0,04 \text{ или } 0,16 \leq P \leq 0,24.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что от 16 до 24% студентов университета затрачивают на дорогу не более 30 мин.

3. Предельная ошибка выборочной средней $\Delta_{\bar{x}} = 2/2 = 1$ (мин), тогда численность выборки (формула (6.8)) составит:

$$n = \frac{2^2 * 109,041 * 1000}{1000 * 1^2 + 2^2 * 109,041} \approx 304 \text{ чел.}$$

Для того, чтобы ошибка выборочной средней уменьшилась вдвое, численность выборочной совокупности студентов должна составить 304 чел.

Задача 6.1

Сущность выборочного наблюдения состоит в том, что обследуется часть совокупности с целью получения обобщающих показателей: а) по обследованной части совокупности; б) по всей генеральной совокупности. При формировании выборочной совокупности соблюдение принципа случайности отбора: в) обязательно; г) не обязательно.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 6.2

Проведено обследование: а) каждой сотой семьи рабочих предприятий промышленности с целью изучения зависимости структуры потребления от среднедушевого дохода; б) трех многодетных (6 и более детей) сельских семей с целью изучения их жилищных условий. Что относится к выборочному наблюдению?

Ответы: 1) –; 2) а, б; 3) а; 4) б.

Задача 6.3

Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности может возникнуть вследствие: а) нарушения принципа случайности отбора; б) несплошного характера наблюдения.

Ответы: 1) –; 2) а, б; 3) а; 4) б.

Задача 6.4

Случайная ошибка репрезентативности возникает вследствие: а) нарушения принципа случайности отбора; б) несплошного характера наблюдения. Можно ли избежать появления случайной ошибки репрезентативности: в) да; г) нет.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 6.5

Систематическая ошибка репрезентативности возникает в результате: а) нарушения принципа случайности отбора; б) несплошного характера наблюдения. Можно ли устранить систематическую ошибку репрезентативности: в) да; г) нет.

Ответы: 1) а, г; 2) б, г; 3) б, в; 4) а, г.

Задача 6.6

При выборочном обследовании успеваемости студентов в весеннюю сессию в отборе не участвовали студенты, сдавшие экзамены досрочно в связи с работой на предприятиях. Результаты выборочного обследования содержат: а) систематическую ошибку регистрации; б) систематическую ошибку репрезентативности.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 6.7

При контрольном обходе после переписи плодовых насаждений в фермерских хозяйствах установлено, что из-за небрежности счетчиков в некоторых хозяйствах были не полностью учтены молодые фруктовые деревья. Результаты переписи содержат: а) систематическую ошибку репрезентативности; б) систематическую ошибку регистрации.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 6.8

При выборочном обследовании качества продукции на предприятии заведомо была исключена часть продукции, произведенная двумя малоквалифицированными рабочими. Результаты обследования содержат: а) систематическую ошибку регистрации; б) систематическую ошибку репрезентативности.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 6.9

При отборе рабочих для обследования причин потерь рабочего времени на предприятии были заведомо исключены рабочие, имеющие сокращенный рабочий день. Результаты обследования содержат: а) систематическую ошибку регистрации; б) систематическую ошибку репрезентативности.

Ответы: 1) а, б; 2) б; 3) а; 4) –.

Задача 6.10

По данным 10-процентного обследования дисперсия средней заработной платы рабочих на первом предприятии – 225, а на втором – 100. Численность рабочих на первом предприятии в 4 раза больше, чем на втором. Ошибка вы-

борки будет больше: 1) на первом предприятии; 2) на втором предприятии; 3) ошибки одинаковы; 4) предсказать результат невозможно.

Ответы: 1; 2; 3; 4

Задача 6.11

Организуется выборочное обследование наличия у сельского населения области Интернета. Ниже описаны возможные способы формирования выборочной совокупности семей: 1) из 400 населенных пунктов отбирается 40 и в них обследуются все семьи; 2) в каждом населенном пункте области отбирается двадцатая по списку семья; 3) в каждом населенном пункте совокупность семей разбивается на группы (с 1 ребенком, с 2 детьми, с 3 детьми) и пропорционально численности групп производится отбор семей для обследования. При каком способе формирования выборочной совокупности ошибка выборки будет наименьшей?

Задача 6.12

В 19-процентной выборке удельный вес отличников среди обследованных 400 студентов составил 20%. С вероятностью 0,954 исчислите предельную ошибку выборки для доли студентов-отличников.

Ответы: 1) 4,0%; 2) 3,6%; 3) 1,8%; 4) 1,44%.

Задача 6.13

Для определения среднего срока носки обуви выборочному наблюдению подверглись 250 человек. Установлено, что средний срок носки обуви составил 140 дней при среднем квадратическом отклонении 65 дней. Определите среднюю ошибку выборки.

Задача 6.14

Для определения сортности ткани было отобрано 50 образцов. Результаты исследования показали, что 45 образцов представляют ткань первого сорта. Определите с вероятностью 0,954, какова доля ткани первого сорта во всей партии.

Задача 6.15

По данным 2-процентного выборочного обследования средний уровень издержек обращения для 36 продовольственных магазинов составляет 5,2% при коэффициенте вариации 30%, для 25 непродовольственных магазинов эти пока-

затели составили соответственно 5,4 и 30%. Ошибка выборки для среднего уровня издержек обращения: 1) больше по продовольственным магазинам; 2) больше по непродовольственным магазинам; 3) ошибки равны; 4) данные не позволяют сделать вывод.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 6.16

По выборочным данным (2-процентный отбор) удельный вес студентов отличников на III курсе составляет 20%, на II курсе – 30%. При одинаковой численности выборки ошибка выборки для доли студентов отличников больше: 1) на III курсе; 2) на II курсе; 3) ошибки равны; 4) данные не позволяют сделать вывод.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 6.17

Обследовано 19% продукции предприятия. На сколько процентов ошибка собственно-случайной бесповторной выборки меньше ошибки повторной выборки?

Ответы: 1) 10%; 2) 19%; 3) 1%; 4) предсказать результаты невозможно.

Задача 6.18

При выборочном контроле качества женских пальто, поступивших на торговое предприятие со швейной фабрики, обнаружен 1% брака. Средняя ошибка выборки равна 0,02%. На основании этого с вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля бракованных пальто: 1) равна 0,04%; 2) равна 1,04%; 3) больше 1,04%; 4) не больше 1,04%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 6.19

Средняя списочная численность рабочих на предприятии – 5000 чел. По данным 1-процентного выборочного обследования их свободного времени оказалось, что в среднем рабочий имеет свободного времени 6,2 часа в день при средней ошибке выборки 1,2 часа. Какая должна быть численность выборки, чтобы ошибка выборки уменьшилась в 2 раза?

Ответы: 1) 25; 2) 100; 3) 200; 4) 2500.

Задача 6.20

Какая должна быть численность выборки при определении среднего вклада в Сберегательный банк РФ города, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превысила 5 тыс. руб.? Ориентировочная дисперсия вкладов равна 200 тыс. руб.

Ответы: 1) 80; 2) 32; 3) 160; 4) 16.

Задача 6.21

При выборочном осмотре поступившей обуви из 25 пар одна пара оказалась бракованной. Ошибка выборки при определении процента бракованной обуви с вероятностью 0,954 равна 7,3 %. Какая должна быть численность выборки, чтобы ошибка выборки с этой вероятностью уменьшилась в 2 раза?

Ответы: 1) 50; 2) 100; 3) 625; 4) 25.

Задача 6.22

Согласно данным выборочного обследования средний процент выполнения нормы выработки рабочими предприятия равен 165%. Средняя ошибка выборки равна 1%. На основании этого с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний процент выполнения нормы выработки: 1) не больше 167%; 2) не больше 167% и не меньше 163%; 3) не меньше 167%; 4) не больше 163% и не меньше 167%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 6.23

На лесном массиве в 400 га предполагается определить общий запас древесины. Пробные площади по 0,1 га. На основе предыдущих обследований известно, что среднее квадратическое отклонение выхода древесины с 0,1 га равно 5 м³. Сколько пробных площадей необходимо обследовать, чтобы ошибка выборки с вероятностью 0,954 не превышала 1 м³?

Ответы: 1) 80; 2) 20; 3) 50; 4) 100.

Задача 6.24

По данным предыдущих обследований средний процент влажности продукта А – 14% при среднем квадратическом отклонении 2%. Сколько проб не-

обходимо проверить, чтобы средняя ошибка выборки при определении среднего процента влажности не превышала 0,1%?

Ответы: 1) 20; 2) 40; 3) 400; 4) 100.

Задача 6.25

В результате выборочного учета покупок товаров, совершаемых организациями и учреждениями, оказалось, что 97% мелкой торговли осуществляется по безналичному расчету. Средняя ошибка выборки равна 0,9%. На основании этого можно с вероятностью 0,954 утверждать, что доля мелкооптовой торговли по безналичному расчету: 1) не меньше 98,8%; 2) не больше 95,2%; 3) не меньше 95,2% и не больше 98,8%; 4) не меньше 98,8% и не больше 95,2%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 6.26

По городской телефонной сети произвели 100 наблюдений и установили, что средняя продолжительность телефонного разговора – 4 мин. при среднем квадратическом отклонении 2 мин. С вероятностью 0,954 исчислите предельную ошибку выборки для средней продолжительности телефонного разговора.

Ответы: 1) 0,2; 2) 0,4; 3) 0,28; 4) 0,14.

Задача 6.27

С целью изучения производительности труда обследованы 19% рабочих предприятия. В выборку попало 324 человека. Средние затраты времени на обработку деталей этими рабочими составляют 35 мин. при среднем квадратическом отклонении 7,2 мин. С вероятностью 0,954 исчислите предельную ошибку выборки для среднего уровня затрат времени.

Ответы: 1) 0,80; 2) 0,36; 3) 0,076; 4) 0,72.

Задача 6.28

По данным выборочного обследования 25 промышленных предприятий (2-процентный отбор) среднее время оборота оборотных средств на заготовительной стадии – 52 дня при среднем квадратическом отклонении 10 дней. С вероятностью 0,954 исчислите предельную ошибку выборки для среднего времени оборота оборотных средств.

Ответы: 1) 0,8; 2) 4,0; 3) 2,0; 4) 1,9.

Задача 6.29

С целью определения затрат времени на изготовление детали произведен хронометраж работы 25 рабочих, отобранных в случайном порядке (каждый десятый). По данным выборки получили $\tilde{x} = 15$ мин. при $\sigma = 2$ мин.

Определите: 1) как изменится ошибка выборки, если объем выборочной совокупности увеличить в два раза; 2) как скажется на ошибке выборки увеличение дисперсии в 1,7 раза; 3) как изменится ошибка выборки, если с увеличением дисперсии в 1,21 раза объем выборочной совокупности увеличить в 2,25 раза; 4) как изменится ошибка выборки, если доля выборки составит 19%.

Задача 6.30

На одном из промышленных предприятий города с целью изучения бюджета времени работающих проведено выборочное (10-процентная выборка) обследование. В выборку попало 400 человек. По результатам обследования затраты внерабочего времени в среднем на человека за неделю следующие (час.):

Показатель	\tilde{x}	σ
Передвижение к месту работы и обратно	8,1	2,0
Труд в домашнем хозяйстве	16,2	2,8
Свободное время	21,5	5,3

С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для средних затрат внерабочего времени по каждой статье. Сравните ошибки выборки и сделайте выводы об относительной их величине.

Задача 6.31

По данным выборочного наблюдения затраты времени на погрузку шихты в вагон из угольной башни составляют (мин.):

104; 113; 110; 108; 105; 97; 103; 111; 119; 100.

С вероятностью 0,997 определите ошибку выборки для среднего уровня затрат времени на погрузку шихты в вагон. Согласуются ли выборочные данные с предположением, что затраты времени на погрузку шихты в вагон из угольной башни составляют 115 и 105 мин.?

Задача 6.32

Известны следующие данные 10-процентного выборочного обследования рабочих предприятия (по состоянию на 01.01.2012), касающегося среднего тарифного разряда:

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6	7
Число рабочих, чел.	4	7	21	15	9	8	10

С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для среднего тарифного разряда рабочих завода. Укажите пределы возможных значений этого показателя в генеральной совокупности. Какая должна быть численность выборки, чтобы ее ошибка с этой вероятностью для среднего тарифного разряда уменьшилась в 2 раза?

Задача 6.33

По данным выборочного обследования работающих предприятия 10% из числа обследованных обучаются в техникумах, 20% – в вузах. При обследовании отбирался каждый пятый рабочий из поименного списка. В выборку попало 225 человек. С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки: 1) для доли рабочих, обучающихся в техникумах; 2) для доли рабочих, обучающихся в вузах.

Укажите пределы возможных значений этих показателей в генеральной совокупности. Как изменится ошибка выборки, если доля выборки уменьшится до 10%?

Задача 6.34

Для установления среднего срока службы деталей методом серийной механической выборки из 900 кассет с деталями отобрано 9. Согласно данным обследования средний срок службы деталей в выборке составляет 8 месяцев. По кассетам средний срок службы деталей следующий:

Номер кассеты	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Срок службы, мес.	9,2	7,7	8,4	7,5	6,8	8,2	9,1	6,4	6,0

С вероятностью 0,997 определите ошибку выборки для среднего срока службы деталей и укажите границы возможных значений этого показателя в генеральной совокупности.

Задача 6.35

На склад готовой продукции завода поступило 800 ящиков деталей по 20 шт. в каждом. Для установления доли нестандартных деталей методом серийной механической выборки проверено 16 ящиков. По данным проверки доля нестандартной продукции составила 7%. Межсерийная дисперсия доли нестандартной продукции – 0,01. С вероятностью 0,954 укажите возможные значения доли нестандартной продукции в генеральной совокупности.

Задача 6.36

По данным 1-процентного выборочного обследования доля рабочих, имеющих производственный стаж менее одного года, – 10%. С вероятностью 0,954 исчислите предельную ошибку выборки для доли рабочих, имеющих производственный стаж менее одного года. В выборку попало 100 рабочих.

Ответы: 1) 0,6%; 2) 6%; 3) 0,9%; 4) 1,8%.

Задача 6.37

При случайном 10-процентном способе отбора из партии было взято 100 проб продукта А. Установлено, что влажность продукта А в выборке составляет 9% при среднем квадратическом отклонении 1,5%. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится средняя влажность продукта А в партии.

Задача 6.38

Для изучения общественного мнения населения области о проведении определенных мероприятий методом случайного 10-процентного отбора было опрошено 600 человек. Из числа опрошенных 360 чел. одобрили мероприятия. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится доля лиц, одоббивших мероприятия.

Задача 6.39

Для определения среднего возраста рабочих предприятия была произведена выборка методом случайного 10-процентного бесповторного отбора. В результате получены следующие данные:

Возраст рабочих, лет	20-30	30-40	40-50	50-60
Число рабочих, чел.	20	60	15	5

С вероятностью 0,997 определите: 1) пределы, в которых находится средний возраст рабочих предприятия; 2) пределы, в которых находится доля рабочих предприятия в возрасте старше 40 лет.

Задача 6.40

В городе (численностью 200 тыс. чел.) с целью определения средней продолжительности поездки населения на работу предполагается провести выборочное обследование методом случайного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,997 ошибка выборочной средней не превышала 5 мин. при среднем квадратическом отклонении 20 мин.?

Задача 6.41

При выборочном обследовании выполнения норм выработки рабочими предприятия отбирался каждый пятый из их алфавитного списка. В выборку попало 16 человек; средний процент выполнения ими норм выработки составил 123 при среднем квадратическом отклонении 8%. С вероятностью 0,954 определите доверительный интервал для среднего процента выполнения норм выработки всеми рабочими предприятия.

Задача 6.42

По данным 10-процентного обследования распределение семей в городе по числу детей характеризуется следующими данными:

Число детей	0	1	2	3	4	5	6
Число семей	8	16	25	19	14	11	7

С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для среднего числа детей в семье. Какая должна быть численность выборки, чтобы ошибка выборки уменьшилась в 1,5 раза?

Задача 6.43

По данным выборочного обследования 64 переселенцев из сельской местности Амурской области удельный вес семей в составе 3 чел. составил 20%. С

вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для доли выбывших семей в составе 3 чел.

Задача 6.44

Известны следующие данные 10-процентного выборочного обследования рабочих предприятия (по состоянию на 01.01.12), касающегося среднего тарифного разряда:

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6	7
Число рабочих, чел.	7	10	12	11	14	16	9

С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для доли рабочих, имеющих пятый и шестой разряды. Укажите пределы возможных значений этого показателя в генеральной совокупности. Какая должна быть численность выборки, чтобы ее ошибка с этой вероятностью не превысила 4%?

Задача 6.45

Известны следующие данные 20-процентного выборочного обследования рабочих предприятия (по состоянию на 01.01.12), касающегося средней заработной платы:

Заработная плата рабочих предприятия, тыс. руб.	15	17	20	24	26	30	35
Число рабочих, чел.	12	10	14	11	13	17	15

С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки для средней заработной платы рабочих предприятия. Укажите пределы возможных значений этого показателя в генеральной совокупности.

Задача 6.46

Известны следующие данные 25-процентного выборочного обследования рабочих предприятия, касающегося средней заработной платы (по состоянию на 01.01.12):

Заработная плата рабочих предприятия, тыс. руб.	18	21	24	27	30	33	36
Число рабочих, чел.	14	11	10	8	22	17	11

С вероятностью 0,997 определите ошибку выборки для доли рабочих, имеющих заработную плату не меньше 30 тыс. руб. Укажите пределы возможных значений этого показателя в генеральной совокупности.

Задача 6.47

По данным предыдущих выборочных обследований качества строитель-но-монтажных работ доля дефектности при кирпичной кладке составляет 0,1. Какая должна быть численность выборки при проверке качества кирпичной кладки, чтобы ошибка выборки с вероятностью 0,954 не превышала 2%?

Задача 6.48

В целях изучения норм расхода сырья на единицу продукции из партии изделий произведена 2-процентная механическая выборка, в результате которой получено следующее распределение:

Расходы сырья, кг	Количество изделий, шт.
До 20	8
20-24	22
24-28	50
28-32	14
Свыше 32	6
Итого	100

Определите: 1) с вероятностью 0,954 возможные пределы расхода сырья на единицу продукции для всей партии изделий; 2) с вероятностью 0,997 границы доли изделий, расход сырья на которые составил от 24 до 28 кг во всей партии.

Задача 6.49

По результатам выборочного обследования процент слушающих спортивные новости респондентов составил 64,7 при средней ошибке выборки 2,5%. С вероятностью 0,954 можно утверждать, что процент слушающих спортивные новости составляет: 1) 68,7%; 2) больше 69,7%; 3) меньше 59,7%; 4) не меньше 59,7%.

Задача 6.50

По данным выборки доля невсхожих семян – 4% при средней ошибке выборки 1%. Есть ли основание предполагать, что доля невсхожих семян в генеральной совокупности равна 8%? а) да; б) нет; 2%? в) да; г) нет. Выводы сформулировать с вероятностью 0,997.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

ТЕМА 7. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Ряд динамики – это ряд статистических величин, расположенных в хронологической последовательности и характеризующих изменение явлений во времени. Ряд динамики состоит из двух элементов: уровней ряда (y_i) и показателей времени (моментов, или периодов) (t_i).

В зависимости от характера отображаемого явления различают интервальные и моментные ряды динамики.

Важнейшим условием правильного построения ряда динамики является сопоставимость всех входящих в него уровней.

Если уровни ряда динамики исчислены по разной методологии или разным территориальным границам, то приведение рядов динамики к сопоставимому виду осуществляется методом *смыкания рядов динамики* – объединение в один ряд двух или нескольких рядов динамики.

Пример. Имеются данные (табл. 7.1.), характеризующие объем товарооборота в одном из регионов (в фактических ценах):

Таблица 7.1

Оборот розничных предприятий региона

Товарооборот, млн. руб.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
В старых границах региона	20,1	20,7	21,0	21,2	–	–	–
В новых границах региона	–	–	–	23,8	24,6	25,5	27,2

Решение. Для приведения ряда динамики в сопоставимый вид для 2007 г. определим коэффициент соотношения уровней двух рядов:

$$23,8/21,2 = 1,12$$

Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получим их сопоставимость с уровнями второго ряда, млн. руб.:

$$2004 \text{ г.: } 20,1 * 1,12 = 22,5;$$

$$2005 \text{ г.: } 20,7 * 1,12 = 23,2;$$

$$2006 \text{ г.: } 21,0 * 1,12 = 23,5.$$

Сопоставимый ряд динамики товарооборота в новых границах региона (в фактически действовавших ценах, в структуре и методологии соответствующих лет) представлен в табл. 7.2.

Оборот розничных предприятий региона

Год	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Товарооборот, млн. руб.	22,5	23,2	23,5	23,8	24,6	25,5	27,2

К *аналитическим показателям изменения уровней ряда динамики* относятся: абсолютные приросты; темпы роста; темпы прироста; абсолютное значение одного процента прироста. Указанные показатели могут быть цепными и базисными. Базисные получаются при сопоставлении i -го уровня ряда динамики (y_i) с начальным (базисным) уровнем (y_0); цепные – при сопоставлении i -го уровня с предыдущим (y_{i-1}).

Абсолютный прирост (Δy) показывает, на сколько i -й уровень ряда динамики больше (меньше) уровня, взятого за базу сравнения:

$$\Delta y_{\delta} = y_i - y_0 \quad (7.1)$$

$$\Delta y_{\epsilon} = y_i - y_{i-1}, \quad (7.2)$$

где Δy_{δ} – базисный абсолютный прирост; Δy_{ϵ} – цепной абсолютный прирост; y_i – текущий уровень ряда; y_{i-1} – предыдущий уровень ряда; y_0 – базисный уровень ряда.

Правило: *сумма цепных абсолютных приростов равна последнему базисному абсолютному приросту:*

$$\sum \Delta y_{\epsilon i} = \Delta y_{\delta n} \quad (7.3)$$

Темп роста (T_p) показывает, сколько процентов составляет i -й уровень от уровня, взятого за базу сравнения:

$$T_{p\epsilon} = \frac{y_i}{y_{i-1}} * 100 \quad (7.4)$$

$$T_{p\delta} = \frac{y_i}{y_0} * 100, \quad (7.5)$$

где $T_{p\epsilon}$ – цепной темп роста; $T_{p\delta}$ – базисный темп роста.

Правило: *произведение последовательных цепных темпов роста (в коэффициентах) равно последнему базисному темпу роста:*

$$ПТ_{рц} = T_{p1} * T_{p2} * T_{p3} * \dots * T_{pn} = T_{pбн} \quad (7.6)$$

Темп прироста (T_{np}) показывает, на сколько процентов i -й уровень больше (меньше) уровня, взятого за базу сравнения:

$$T_{np} = T_p - 100 \quad \text{или} \quad T_{np} = \frac{\Delta y_u}{y_{i-1}} * 100 \quad (7.7)$$

Абсолютное значение 1% прироста ($A1\%$) показывает, сколько абсолютных единиц приходится на 1% прироста (уменьшения):

$$A1\% = \frac{\Delta y_u}{T_{рц} (\%)} \quad \text{или} \quad A1\% = \frac{y_{i-1}}{100\%} \quad (7.8)$$

Пример. Рассчитаем показатели динамики оборота розничной торговли Амурской области за 2006-2010 гг. Результаты расчетов представлены в табл. 7.3.

В 2010 г. по сравнению с 2009 г. оборот розничной торговли в Амурской области увеличился на 7444 млн. руб.:

$$\Delta y_u = y_i - y_{i-1} = 66935 - 59491 = 7444 \text{ млн. руб.}$$

В 2010 г. по сравнению с 2006 г. оборот розничной торговли в Амурской области увеличился на 31893 млн. руб., на это указывает значение базисного абсолютного прироста оборота розничной торговли в 2010 г.:

$$\Delta y_б = y_i - y_0 = 66935 - 35042 = 31893 \text{ млн. руб.}$$

Таблица 7.3

Динамика оборота розничной торговли в Амурской области за 2006-2010 гг.

Год	Оборот розничной торговли, млн. руб.	Абсолютный прирост, млн. руб.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, млн. руб.
		Цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2006	35042	-	-	-	100	-	-	-
2007	41872	6830	6830	119,49	119,49	19,49	19,49	350,42
2008	53929	12057	18887	128,79	153,90	28,79	53,90	418,72
2009	59491	5562	24449	110,31	169,77	10,31	69,77	539,29
2010	66935	7444	31893	112,51	191,01	12,51	91,01	594,91
Итого	$\Sigma=257269$	$\Sigma=31893$	-	$\Pi=191,01$	-	-	-	-

В 2010 г. по сравнению с 2009 г. оборот розничной торговли в Амурской области увеличился в 1,1251 раза, или на 12,51%.

$$T_{pc} = \frac{y_i}{y_{i-1}} = \frac{66935}{59491} * 100 = 112,51\%,$$

$$T_{npc} = T_{pc} - 100 = 112,51 - 100 = 12,51\%.$$

В 2010 г. по сравнению с 2006 г. оборот розничной торговли в области увеличился в 1,9101 раза, или на 91,01%:

$$T_{pb} = \frac{y_i}{y_0} = \frac{66935}{35042} * 100 = 191,01\%,$$

$$T_{npb} = T_{pb} - 100 = 191,01 - 100 = 91,01\%.$$

Абсолютное значение 1% прироста за 2010 г. показывает, что на 1% прироста розничной торговли в Амурской области в 2010 г. приходилось 594,91 млн. руб.:

$$A 1\% = \frac{\Delta y_i}{Tnp_i} = \frac{7444}{12,51} = 594,91 \text{ млн. руб.}$$

Средние обобщающие показатели ряда динамики.

Методы расчета **среднего уровня ряда динамики** (\bar{y}) зависят от его вида.

Для интервального ряда динамики с равноотстоящими уровнями средний уровень (\bar{y}) исчисляется по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (7.9)$$

Для интервального ряда динамики с неравноотстоящими уровнями средний уровень исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i * t_i}{\sum t_i}, \quad (7.10)$$

где y_i – уровень ряда динамики; t_i – длительность интервала времени между уровнями; n – число уровней ряда динамики.

Для моментного ряда с равноотстоящими уровнями средний уровень рассчитывается по формуле средней хронологической простой:

$$\bar{y} = \frac{1/2 * y_1 + y_2 + y_3 + \dots + 1/2 * y_n}{n-1} \quad (7.11)$$

Для моментного ряда с неравноотстоящими уровнями средний уровень рассчитывается по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i * t_i}{\sum t_i}, \quad (7.12)$$

где \bar{y}_i – среднее уровни в интервале между датами.

Средний абсолютный прирост ($\Delta \bar{y}$) может быть рассчитан по формулам:

$$\Delta \bar{y} = \frac{\sum \Delta y_u}{n-1} \quad (7.13)$$

$$\Delta \bar{y} = \frac{y_n - y_0}{n-1} \quad (7.14)$$

Средний темп роста (\bar{T}_p) исчисляется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{K_{p1}^u * K_{p2}^u * \dots * K_{pn}^u} * 100 = \sqrt[n-1]{K_n^{\bar{o}}} * 100 \quad (7.15)$$

или

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} * 100, \quad (7.16)$$

где K_p – коэффициент роста.

Среднегодовой темп прироста (\bar{T}_{np}) исчисляется следующим образом:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\% \quad (7.17)$$

При сравнении интенсивности развития явлений по данным двух одновременно развивающихся динамических рядов представляет интерес **определение интенсивности изменения во времени одного явления по сравнению с другим**. Такое сопоставление производится как при сравнении двух взаимосвязанных динамических рядов, характеризующих развитие изучаемых явлений, так и при сравнении рядов одних и тех же явлений, относящихся к разным объ-

ектам. Для этого ряды динамики приводятся к *общему основанию* путем расчетов базисных темпов роста, которые затем за одинаковые периоды времени сравниваются.

Отношение базисных темпов роста двух динамических рядов за одинаковые отрезки времени называется **коэффициентом опережения** (K_{on}):

$$K_{on} = \frac{T_{p1}^{\bar{y}}}{T_{p2}^{\bar{y}}} \quad (7.18)$$

Коэффициент опережения показывает, во сколько раз быстрее растет уровень одного ряда динамики по сравнению с другим.

Важной задачей статистического изучения динамических рядов является **определение основной тенденции развития явления**. Для этого используются методы укрупнения интервалов, скользящей средней и аналитического выравнивания.

Укрупнение интервалов – преобразование первоначального ряда динамики в ряды более продолжительных периодов. Если средние уровни по интервалам не позволяют увидеть тенденцию развития явления, переходят к расчету уровней за большие промежутки времени, увеличивая длину каждого интервала (одновременно уменьшая их количество).

Скользящая средняя – исходные уровни ряда заменяют средними величинами, которые получают из данного уровня и нескольких симметрично расположенных. Целое число уровней, по которым рассчитывается среднее значение, называется *интервалом сглаживания*. Например, если интервал сглаживания равен 5, то расчет скользящих средних будет следующий:

$$\bar{y}_3 = \frac{y_1 + \dots + y_5}{5}, \quad \bar{y}_4 = \frac{y_2 + \dots + y_6}{5} \quad \text{и т.д.} \quad (7.19)$$

Недостаток данного метода – ряд укорачивается и строится по средним значениям.

Наиболее эффективным является *аналитическое выравнивание*, при котором уровни ряда динамики выражаются в виде функции времени: $\bar{y}_t = f(t)$.

Рассмотрим применение метода аналитического выравнивания по прямой для выражения основной тенденции развития.

Уравнение прямой имеет вид

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 * t, \quad (7.20)$$

где \bar{y}_t – теоретические значения выравниваемого показателя; a_0, a_1 – параметры уравнения; t – показатель времени.

Уравнение (7.20) решается методом наименьших квадратов, который дает следующую систему нормальных уравнений для нахождения параметров a_0, a_1 :

$$\begin{cases} a_0 * n + a_1 * \sum t = \sum y, \\ a_0 * \sum t + a_1 * \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (7.21)$$

Техника расчета параметров уравнения может быть упрощена. Для этой цели показателю времени t придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю, т. е. $\sum t = 0$. При этом уравнения системы (7.21) примут следующий вид:

$$\begin{cases} a_0 * n = \sum y, \\ a_1 * \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (7.22)$$

Откуда

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad (7.23)$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}. \quad (7.24)$$

Параметры a_0, a_1 можно исчислить иначе – с помощью определителей:

$$a_0 = \frac{\sum y * \sum t^2 - \sum yt * \sum t}{n * \sum t^2 - \sum t * \sum t} \quad (7.25)$$

$$a_1 = \frac{n \sum yt - \sum y * \sum t}{n * \sum t^2 - \sum t * \sum t} \quad (7.26)$$

Важным является проверка правильности выбора функции выравнивания. Для этого можно рассчитать F-критерий или среднюю ошибку аппроксимации.

Значение средней ошибки аппроксимации (\mathcal{E}) определяется по формуле:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{n} * \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \bar{y}_t|}{y_t} * 100 \quad (7.27)$$

Средняя ошибка аппроксимации не должна превышать 12–15%.

Экстраполяция – распространение выявленных в анализе рядов динамики закономерностей развития изучаемого явления на будущее. Применяют различные способы экстраполяции. Наиболее распространенным способом является *экстраполяция по уравнению тренда*. Для этого в уравнение тренда ($\bar{y}_t = a_0 + a_1 * t$) подставляют продолженное значение времени (номер прогнозируемого периода).

Прогнозирование с помощью *среднего абсолютного прироста* проводится по формуле:

$$y'_{n+k} = y_n + k * \bar{\Delta y}, \quad (7.28)$$

где y'_{n+k} – экстраполируемый уровень; k – период экстраполяции (год, два, ...); y_n – последний уровень динамического ряда; Δy – средний абсолютный прирост.

Прогнозирование с помощью *среднего темпа роста* проводится по формуле:

$$y'_{n+k} = y_n * (\bar{K}_p)^k, \quad (7.29)$$

где \bar{K}_p – средний коэффициент роста.

При анализе рядов динамики важное значение имеет изучение **сезонных колебаний**. Количественная оценка сезонности осуществляется с помощью индексов сезонности ($I_{сез}$). Для исчисления индексов сезонности применяют различные методы, выбор которых зависит от характера общей тенденции ряда динамики.

Если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции развития, то индексы сезонности исчисляют непосредственно по эмпирическим данным, без предварительного выравнивания:

$$I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{Y}} * 100, \quad (7.30)$$

где \bar{y}_i – средняя по одноименным периодам времени; \bar{Y} – общий средний уровень ряда.

Для расчета индексов сезонности по формуле (7.30) необходимо располагать данными по месяцам минимум за три года.

Вычисление индексов сезонности в рядах динамики с тенденцией к росту или снижению осуществляется по формуле:

$$I_{сез} = \frac{\left(\sum \frac{y_i}{y_t} * 100 \right)}{n}, \quad (7.31)$$

где y_i – эмпирические уровни ряда; \bar{y}_t – теоретические уровни ряда; n – число лет.

Задача 7.1

Укажите, какие из приведенных ниже статистических рядов являются рядами распределения, а какие – рядами динамики (моментными или интервальными): 1) производство обуви по годам за 2000-2011 гг.; 2) выпуск экономистов по годам за 2005-2011 гг.; 3) численность населения, имеющего высшее и среднее специальное образование, на 17.12.2011 г.; 4) производство телевизоров в 2011 г.; 5) вклады населения в Сберегательном банке РФ на конец года за 2003-2011 гг.

Задача 7.2

Ряд динамики характеризует: а) структуру совокупности по какому-либо признаку; б) изменение значений признака во времени. Уровень ряда динамики – это: в) определенное значение варьирующего признака в совокупности; г) величина показателя на определенную дату или за определенный период.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 7.3

Интервальным рядом динамики является: а) распределение рабочих по затратам времени на одну деталь; б) производительность труда на промышленном предприятии за каждый месяц 2011 г.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 7.4

Моментным рядом динамики являются: а) затраты предприятия на проведение рекламной кампании за 2009-2011 гг.; б) численность специалистов с высшим образованием, занятых на предприятии, по состоянию на 01.01.12 г.

Ответы: 1) –; 2) б; 3) а, б; 4) а.

Задача 7.5

При анализе рядов динамики обязательно ли уровни ряда должны быть сопоставимы: а) да; б) нет. Достигается ли сопоставимость уровней путем смыкания динамических рядов: в) да; г) нет.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 7.6

При сравнении динамики взаимосвязанных показателей: а) применяется прием приведения рядов динамики к одному основанию; б) рассчитывается коэффициент опережения.

Ответы: 1) –; 2) а, б; 3) а; 4) б.

Задача 7.7

Экстраполяцией называется определение неизвестных уровней: а) внутри данного динамического ряда; б) за его пределами. Если тенденция развития изучаемого явления линейна, экстраполяция может производиться на основе средних: в) абсолютных приростов; г) темпов роста.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 7.8

Известны данные о розничном обороте области (млн. руб.):

Оборот	Годы				
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
В старых границах	35042	41872	53929	59491	–
В новых границах	–	–	–	59683	66935

Произведите смыкание рядов динамики. Рассчитайте средний абсолютный прирост и среднегодовой темп роста и прироста оборота за весь период.

Задача 7.9

Известны данные о розничном обороте города (млн. руб.):

Оборот	Год				
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Оборот, включая выручку за платные услуги	48,2	49,6	51,4	–	–
Оборот без выручки за платные услуги	–	–	50,1	51,6	52,8

Укажите причину несопоставимости уровней ряда динамики. Приведите ряды динамики к сопоставимому виду. Произведите экстраполяцию объема оборота на 6-й год на основе среднего абсолютного прироста и с помощью среднегодового темпа роста.

Задача 7.10

Известны данные о поголовье крупного рогатого скота в хозяйствах области (тыс. голов):

Месяц	Год					
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й
Поголовье на 1 января	43,2	43,6	43,8	–	–	–
Поголовье на 1 июля	–	–	47,3	47,7	47,8	48,5

Приведите уровни ряда к сопоставимому виду. Рассчитайте среднегодовое поголовье животных, среднегодовой абсолютный прирост и средний темп роста численности скота.

Задача 7.11

Известны данные о товарообороте предприятия по месяцам (тыс. руб.):

Месяц	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й	11-й	12-й
Товарооборот	121	118	134	139	150	161	154	170	181	168	175	192

Выявите основную тенденцию динамического ряда: 1) методом укрупнения интервалов по три месяца; 2) методом скользящей средней; 3) методом аналитического выравнивания по прямой. Сформулируйте выводы о характере общей тенденции товарооборота. Рассчитайте значение средней ошибки аппроксимации.

Задача 7.12

Известны данные о количестве маркетинговых исследований за первую половину месяца (ед.):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
13	12	14	15	14	15	17	15	16	18	15	17	16	18	17

Выявите тенденцию динамического ряда: 1) методом укрупнения интервалов по три месяца; 2) методом скользящей средней; 3) методом аналитического выравнивания по прямой. Дайте обоснование выбору периода укрупнения интервалов, периода скользящего и вида уравнения тренда. Рассчитайте значение средней ошибки аппроксимации.

Задача 7.13

Известны данные о численности постоянного населения Амурской области на конец года:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Численность постоянного населения, тыс. чел.	881,1	874,6	869,6	864,5	860,7	827,8

Определите: 1) вид ряда динамики; 2) цепные и базисные абсолютные приросты численности населения; 3) цепные и базисные темпы роста; 4) цепные и базисные темпы прироста; 5) абсолютное содержание 1% прироста; 6) средние показатели за весь период: среднюю численность постоянного населения области; средний абсолютный прирост; среднегодовой темп роста и прироста; 7) ожидаемую численность постоянного населения Амурской области в 2011-2013 гг. Результаты расчетов оформите в таблице, сформулируйте выводы.

Задача 7.14

Известны данные о численности пенсионеров Амурской области на конец года:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Численность пенсионеров, тыс. чел.	215,2	217,0	220,6	221,7	225,8	227,8

Определите: 1) вид ряда динамики; 2) цепные и базисные абсолютные приросты численности пенсионеров; 3) цепные и базисные темпы роста; 4) цепные и базисные темпы прироста; 5) абсолютное содержание 1% прироста;

б) средние показатели за весь период: среднюю численность пенсионеров области; средний абсолютный прирост; среднегодовой темп роста и прироста; 7) ожидаемую численность пенсионеров Амурской области в 2011-2013 гг. Результаты расчетов оформите в таблице, сформулируйте выводы.

Задача 7.15

Известны данные о вводе в действие общей площади жилых домов в Амурской области на конец года:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. кв. м	125,3	138,6	169,0	184,9	149,6	166,3

Определите: 1) вид ряда динамики; 2) цепные и базисные абсолютные приросты; 3) цепные и базисные темпы роста; 4) цепные и базисные темпы прироста; 5) абсолютное содержание 1% прироста; 6) средние показатели за весь период: среднее количество квадратных метров, введенных в действие общей площади жилых домов; средний абсолютный прирост; среднегодовой темп роста и прироста; 7) ожидаемое количество ввода общей площади жилых домов в 2011-2013 гг. Результаты расчетов оформите в таблице, сформулируйте выводы.

Задача 7.16

Известны данные о количестве посещений театров в Амурской области:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Число посещений театров, тыс. посещений	111,4	110,0	129,7	118,1	106,0	115,4

Определите: 1) вид ряда динамики; 2) цепные и базисные абсолютные приросты; 3) цепные и базисные темпы роста; 4) цепные и базисные темпы прироста; 5) абсолютное содержание 1% прироста; 6) средние показатели за весь период: среднюю посещаемость театров в области; средний абсолютный прирост; среднегодовой темп роста и прироста; 7) ожидаемое количество посещений театров Амурской области в 2011-2013 гг. Результаты расчетов оформите в таблице, сформулируйте выводы.

Задача 7.17

Производство продукции на предприятии за 2001-2005 гг. увеличилось в 1,5 раза, за 2006-2010 гг. – на 80%. Определите темп роста продукции на этом предприятии за 2001-2010 гг.

Ответы: 1) 1,00; 2) 2,25; 3) 3,0; 4) 2,05.

Задача 7.18

Темпы роста объема промышленного производства в регионе (в процентах к предыдущему году) составили: 2010 г. – 2,5; 2011 г. – 2. За два года производство промышленной продукции увеличилось на: 1) 2,25%; 2) 4,5%; 3) 4,55%; 4) снизилось на 0,5%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.19

Темпы прироста реальных доходов населения региона составили (в процентах к предыдущему году): 2010 г. – 5, 2011 г. – 6. На сколько процентов реальные доходы населения увеличились за 2010-2011 гг.?

Ответы: 1) 1%; 2) 11%; 3) 11,3%; 4) 20%.

Задача 7.20

Цены на картофель на рынках города изменялись по месяцам следующим образом (в процентах к предыдущему году): февраль – (+5); март – (–2). В марте по сравнению с январем цены на картофель увеличились на: 1) 2,9%; 2) 3%; уменьшились на: 3) 3%; 4) 2%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.21

Размер прибыли предприятия возрос за 2006-2010 гг. в 1,5 раза и составил в 2010 г. 18 млн. руб. Абсолютный прирост равен (млн. руб.): а) 6; б) 12. Абсолютное значение 1% прироста: в) 0,18; г) 0,12.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 7.22

Известны данные о количестве браков и разводов в Амурской области:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Число браков, ед.	6894	7071	7629	7359	7964	7847
Число разводов, ед.	4167	4533	5079	5062	5086	4455

Приведите ряды динамики к одному основанию. Определите коэффициенты опережения темпов роста количества разводов по сравнению с браками.

Задача 7.23

Имеются данные о динамике кредитов коммерческих банков по видам (по состоянию на 1 января), млн. руб.:

Год	Кредиты	В том числе	
		краткосрочные	долгосрочные
2008	5	4	1
2009	25	23	2
2010	64	61	3
2011	98	93	5

Приведите ряды динамики к одному основанию. Определите коэффициенты опережения темпов роста краткосрочных кредитов по сравнению с долгосрочными.

Задача 7.24

Известны следующие данные по Амурской области за 2005-2010 гг. (в % к предыдущему году):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Продукция сельского хозяйства	93,1	113,0	109,3	105,6	112,0	101,8
В том числе:						
продукция растениеводства	96,6	112,1	109,4	107,9	112,9	101,8
продукция животноводства	87,6	114,2	109,1	102,5	110,7	101,6

Приведите ряды динамики к одному основанию. Определите коэффициенты опережения темпов роста продукции животноводства по сравнению с продукцией растениеводства.

Задача 7.25

Известны данные по Амурской области об индексе потребительских цен за 2005-2010 гг. (в % к предыдущему году):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Индекс потребительских цен	113,2	109,1	109,6	114,1	109,6	109,4
В том числе:						
продовольственные товары	111,6	108,8	112,0	118,7	107,7	110,4
непродовольственные товары	106,9	105,5	106,0	110,8	111,9	106,9
платные услуги	128,7	115,2	109,7	111,1	109,2	111,6

Для изучения динамики приведенных показателей определите базисные темпы роста (к 2004 г.), а также среднегодовые темпы роста и прироста.

Постройте график динамики базисных темпов роста изучаемых показателей.

Задача 7.26

Известны индексы промышленного производства Амурской области по видам экономической деятельности (в % к предыдущему году):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Промышленное производство в целом	95,7	104,7	102,6	111,4	111,4	104,6
В том числе:						
добыча полезных ископаемых	104,9	97,7	101,4	122,2	114,9	90,5
обрабатывающие производства	94,2	91,3	103,5	109,6	99,6	149,1
производство и распределение электроэнергии, газа и воды	90,6	116,8	103,6	100,2	113,0	108,3

Для изучения динамики приведенных показателей определите базисные темпы роста (к 2004 г.), а также среднегодовые темпы роста и прироста.

Постройте график динамики базисных темпов роста изучаемых показателей.

Задача 7.27

Известны темпы прироста инвестиций в основной капитал в 2005-2010 гг. (в % к предыдущему году):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Темпы прироста инвестиций в основной капитал, %	-5,3	5,1	38,9	24,1	-11,4	14

Определите: базисные темпы роста (2004 г. – 100 %) инвестиций в основной капитал; среднегодовой темп роста и прироста. Сформулируйте выводы.

Задача 7.28

Известны данные об обороте розничной торговли в Амурской области:

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Оборот розничной торговли, млн. руб.	28481	35042	41872	53929	59491	66935

Произведите экстраполяцию уровней динамического ряда оборота розничной торговли на предстоящие три года: с помощью среднего абсолютного прироста; на основе среднегодового темпа роста; по уравнению тренда. Результаты расчетов представьте в таблице и изобразите графически.

Задача 7.29

Известны данные о валовом сборе пшеницы в Амурской области (в хозяйствах всех категорий):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Валовой сбор пшеницы, тыс. тонн	96,7	113,8	203,2	165,5	206,8	76,7

Выполните аналитическое выравнивание динамического ряда валового сбора пшеницы по уравнению прямой. Объясните смысл параметров уравнения тренда. Рассчитайте значение средней ошибки аппроксимации.

Задача 7.30

Известны данные о валовом сборе сои в Амурской области (в хозяйствах всех категорий):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Валовой сбор сои (в первоначально оприходованном весе), тыс. т	191,9	239,7	261,5	323,8	435,6	569,9

Выявите тенденцию динамического ряда: 1) методом укрупнения интервалов; 2) методом скользящей средней; 3) методом аналитического выравнивания. Дайте обоснование выбору периода укрупнения интервалов, периода скользящего и вида уравнения тренда. Рассчитайте значение средней ошибки аппроксимации.

Задача 7.31

Известны данные о валовом сборе гречихи в Амурской области (в хозяйствах всех категорий):

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Валовой сбор гречихи, тыс. тонн	6,3	7,0	7,6	7,4	3,1	3,8

Выявите тенденцию динамического ряда: 1) методом укрупнения интервалов; 2) методом скользящей средней; 3) методом аналитического выравнивания. Дайте обоснование выбору периода укрупнения интервалов, периода скользящего и вида уравнения тренда.

Задача 7.32

Для выравнивания ряда динамики, характеризующего изменение количества машин в автопарке, использована прямая $\bar{y}_t = a_0 + a_1 * t$. Параметр a_1 характеризует: 1) средний годовой абсолютный прирост; 2) средний годовой темп роста; 3) средний годовой темп прироста; 4) средний уровень ряда.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.33

В линейном уравнении тренда $\bar{y}_t = a_0 + a_1 * t$ параметр a_0 характеризует:

- 1) средний годовой абсолютный прирост;
- 2) средний годовой темп прироста;
- 3) средний годовой уровень ряда динамики;
- 4) уровень ряда динамики при $t=0$.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.34

Ряд динамики, характеризующий изменение урожайности зерновых культур в регионе за 2001-2011 гг., аналитически можно представить уравнением $\bar{y}_t = 230 + 12 * t$. Это означает, что урожайность зерновых культур увеличивается ежегодно в среднем на: 1) 12%; 2) 12 ц; 3) 242 ц; 4) 112%.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.35

Ряд динамики, характеризующий изменение производительности труда на предприятии за 2003-2011 гг., аналитически можно представить уравнением $\bar{y}_t = 160 * 1,075^t$. Это означает, что производительность труда увеличивается в среднем на: 1) 107,5%; 2) 1,075 руб.; 3) 7,5%; 4) 7,5 руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.36

Динамика пассажирских перевозок автобусами общего пользования в городе (млн. пассажиров) за 2006-2011 гг. определяется уравнением тренда $\bar{y}_t = 100 * 1,09^t$, где $t=1, 2, \dots, n$. Используя параметры этого уравнения, определите объем пассажирских перевозок автобусами в 2007 г.

Ответы: 1) 206; 2) 118,81; 3) 106,09; 4) 109,27.

Задача 7.37

Известны остатки товаров в магазине на начало месяца (тыс. руб.):

1 июля	1 августа	1 сентября	1 октября	1 ноября	1 декабря	1 января
62	60	54	58	56	60	52

Определите вид динамического ряда и среднюю сумму остатков товаров за полугодие.

Задача 7.38

Известны товарные запасы предприятия на 1-е число месяца (тыс. руб.):

1 января	1 февраля	1 марта	1 апреля
290	340	320	300

Определите средний запас товаров за I квартал.

Задача 7.39

Известна списочная численность работников предприятия на некоторые даты 2011 г., чел.:

1 января	1 марта	1 июля	1 сентября	1 января 2012 г.
120	150	125	150	135

Определите вид динамического ряда и среднесписочную численность работников за год.

Задача 7.40

Известны данные о списочной численности работников предприятия на начало месяца:

1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.01 следующего года
28	28	26	28	27	24	28	30	32	31	29	28	28

Определите вид динамического ряда и среднесписочную численность работников за год.

Задача 7.41

С 1 по 20 апреля в списочном составе работников магазина значилось 180 чел., с 21 апреля и до конца месяца числилось 186 чел. Определите среднедневную (списочную) численность работников магазина в апреле.

Задача 7.42

Остатки вкладов в кассе банка на 1-ое число месяца составили (тыс. руб.):

Январь 2011 г.	Апрель 2011 г.	Июль 2011 г.	Октябрь 2011 г.	Январь 2012 г.
450	485	462	443	470

Определите средний годовой остаток вкладов в кассе банка.

Задача 7.43

По отчетным данным строительной организации остатки оборотных средств во II квартале 2011 г. составили (тыс. руб.):

На 1 апреля	На 1 мая	На 1 июня	На 1 июля
14,0	15,5	12,7	16,0

Определите средний остаток оборотных средств за II квартал.

Ответы: 1) 19,4; 2) 14,4; 3) 10,8; 4) 14,55.

Задача 7.44

Известны товарные остатки хлопчатобумажных тканей в магазине за второе полугодие (тыс. руб.):

Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
42	34	35	32	36	33

Определите средний товарный запас хлопчатобумажных тканей за второе полугодие.

Задача 7.45

Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни динамического ряда и недостающие в таблице цепные показатели анализа динамики по следующим данным о торговой площади магазинов на начало года:

Год	Торговая площадь, тыс. кв. м	Цепные показатели динамики			
		абсолютный прирост, тыс. кв. м	темп роста, %	темп прироста, %	абсолютное содержание 1 % прироста, тыс. кв. м
1	52,3	–	–	–	–
2			102,5		
3				2,8	
4					
5		1,1			0,565

Задача 7.46

Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда и недостающие цепные показатели динамики.

Год	Производство продукции, тыс. шт.	Цепные показатели динамики		
		абсолютный прирост, тыс. шт.	темп роста, %	темп прироста, %
1	353	–	–	–
2		24		
3			106,1	
4				7,25
5			107,0	
6		32		
7			105,9	
8				5,00
9		20		
10			102,5	

Задача 7.47

Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни динамического ряда и недостающие в таблице базисные показатели анализа динамики по следующим данным о валовом сборе зерна за пять лет:

Год	Валовой сбор, млн. т	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млн. т	темп роста, %	темп прироста, %
1	189,1	–	100,0	–
2		2,6		
3			111,1	
4				11,8
5				3,1

Задача 7.48

Используя взаимосвязь показателей динамики, определить уровни ряда и недостающие базисные показатели динамики:

Год	Производство продукции, тыс. шт.	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, тыс. шт.	темп роста, %	темп прироста, %
1	741	–	–	–
2		59		
3			115,6	
4				23,9
5			131,7	
6		298		
7			149,9	
8				55,2
9		461		
10			167,2	

Задача 7.49

Имеются следующие данные об остатках вкладов в Сбербанке РФ во втором полугодии 2011 г. на первое число каждого месяца, млрд. руб.:

Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Январь 2012 г.
70,7	75,0	78,3	81,0	84,1	85,0	96,4

Определите средние остатки вкладов в Сбербанке РФ: а) за третий квартал; б) за четвертый квартал; в) за второе полугодие в целом. Рассчитайте средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

Задача 7.50

Известны данные о розничном обороте предприятия (тыс. руб.):

Месяц	Первый год	Второй год	Третий год
Январь	229	213	217
Февраль	188	190	176
Март	196	201	198
Апрель	201	217	193
Май	236	248	266
Июнь	280	292	330
Июль	331	349	367
Август	287	293	302
Сентябрь	306	304	315
Октябрь	253	261	253
Ноябрь	247	256	244
Декабрь	277	302	327
Итого	3031	3126	3188

Измерьте сезонные колебания по месяцам, рассчитав индексы сезонности методом простой средней. Изобразите сезонную волну розничного оборота графически. Поясните экономический смысл индексов сезонности.

Задача 7.51

Известны данные о продаже картофеля на рынках города (тонн):

Месяц	Первый год	Второй год	Третий год
Январь	53	48	49
Февраль	50	49	48
Март	58	57	56
Апрель	63	64	66
Май	98	102	116
Июнь	46	56	58
Июль	35	32	38
Август	71	87	91
Сентябрь	485	521	564
Октябрь	210	382	398
Ноябрь	163	165	170
Декабрь	86	76	87
Итого	1418	1639	1741

Измерьте сезонные колебания продажи картофеля по месяцам методом простой средней. Изобразите сезонную волну графически. Сформулируйте выводы.

Задача 7.52

Известны данные о продаже овощей и фруктов предприятия (тыс. руб.):

Квартал	Первый год	Второй год	Третий год
1	113	96	120
2	168	176	192
3	454	498	505
4	345	364	389
Итого	1080	1134	1206

Для анализа сезонности продажи овощей и фруктов исчислите индексы сезонности с применением метода аналитического выравнивания по уравнению прямой. Изобразите сезонную волну графически.

Задача 7.53

Известны данные об объеме закупок сельскохозяйственных продуктов заготовительным предприятием (тыс. руб.):

Квартал	Первый год	Второй год	Третий год
1	126	134	132
2	131	139	149
3	149	168	190
4	140	151	158

Для анализа сезонности закупок исчислите индексы сезонности с применением метода аналитического выравнивания по уравнению прямой. Изобразите сезонную волну графически.

Задача 7.54

Известны данные о продаже сахарного песка в Амурской области по кварталам за 2007-2009 гг. (тонн):

Кварталы	2007 г.	2008 г.	2009 г.
1	5091	5876	5876
2	5254	6066	6065
3	7989	9219	9221
4	5022	5798	5799
Итого	23356	26959	26961

Для анализа сезонности в реализации сахарного песка в области исчислите индексы сезонности с применением метода аналитического выравнивания по прямой. Изобразите сезонную волну графически.

Задача 7.55

Сезонные колебания продажи кондитерских изделий и мороженого в городе характеризуются следующими данными (в процентах к среднему годовому уровню):

Квартал	Кондитерские изделия	Мороженое
1	97,3	4,2
2	102,0	171,9
3	94,5	152,3
4	106,2	71,6

Сезонность продажи кондитерских изделий: 1) больше сезонности продажи мороженого; 2) меньше сезонности продажи мороженого; 3) сезонность продажи обоих товаров одинакова; 4) вывод сформулировать нельзя.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 7.56

Ежегодные темпы прироста всего оборота предприятия общественного питания составили (в процентах к предыдущему году): 4,8; 3,8; 4,6; 5,0; 6,2; 6,6.

Определите среднегодовой темп роста и прироста оборота за весь период.

Задача 7.57

Товарные запасы оптовой базы составили: на 1.01 – 354,7, на 1.05 – 302,5 млн. руб. Каков среднемесячный темп снижения товарных запасов?

Задача 7.58

Среднегодовой темп прироста продукции хлебокомбината составил 5%. На сколько процентов возрастет объем продукции хлебокомбината за три года?

ТЕМА 8. ИНДЕКСЫ

Индексы – обобщающие показатели сравнения во времени и в пространстве не только одноподобных (одноименных) явлений, но и совокупностей, состоящих из несоизмеримых элементов.

По степени охвата явления индексы подразделяются на индивидуальные и общие (сводные).

Индивидуальные индексы (i) служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления (например, изменения объема производства отдельных видов продукции). Эти индексы получают в результате сравнения одноподобных явлений. Индивидуальные индексы представляют собой относительные величины динамики, выполнения плана, сравнения.

Общие (сводные) индексы (I) используют для измерения динамики сложного явления, составные части которого непосредственно несоизмеримы (например, изменения физического объема продукции, включающей разноименные товары). Общие индексы строят для количественных (объемных) и качественных показателей. В зависимости от цели исследования и наличия исходных данных используют различную форму построения общих индексов – агрегатную или средневзвешенную.

Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, а только часть их, то такие индексы называются *групповыми*, или *субиндексами*.

Индивидуальный индекс цен (i_p) рассчитывается по формуле:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (8.1)$$

где p – цена товара; подстрочное обозначение «0» соответствует уровню базисного периода (с которым сравнивают) или моменту времени; «1» – уровню отчетного (сравниваемого) периода или моменту времени.

Индивидуальный индекс физического объема продаж товара (i_q) рассчитывается по формуле:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (8.2)$$

где q – объем продаж (производства) товара.

Индивидуальный индекс товарооборота (стоимости отдельной продукции) (i_{pq}) рассчитывается по формуле:

$$i_{pq} = \frac{p_1 * q_1}{p_0 * q_0}, \quad (8.3)$$

где $p*q$ – товарооборот (выручка от реализации или продаж).

Взаимосвязь индивидуальных индексов:

$$i_{pq} = i_p * i_q \quad (8.4)$$

Основной формой общих индексов являются *агрегатные индексы*. В числителе и знаменателе общих индексов в агрегатной форме содержатся соединенные наборы (агрегаты) элементов изучаемых совокупностей.

Агрегатная форма **общего индекса цен**, предложенного **Г. Пааше** (I_{PI}):

$$I_{PI} = \frac{\sum p_1 * q_1}{\sum p_0 * q_1} \quad (8.5)$$

Разница между числителем и знаменателем индекса цен Пааше означает абсолютный прирост товарооборота (выручки от продаж) в результате изменения цен ($\Delta pq(p)$) или экономию (перерасход) денежных средств населения в результате снижения (повышения) цен:

$$\Delta pq(p) = \sum p_1 * q_1 - \sum p_0 * q_1 \quad (8.6)$$

Агрегатная форма **общего индекса цен**, предложенного **Э. Ласпейресом** (I_{PL}):

$$I_{PL} = \frac{\sum p_1 * q_0}{\sum p_0 * q_0} \quad (8.7)$$

Агрегатная форма **общего индекса физического объема продукции** (I_q):

$$I_q = \frac{\sum q_1 * p_0}{\sum q_0 * p_0} \quad (8.8)$$

Разница между числителем и знаменателем индекса физического объема продукции означает абсолютный прирост товарооборота (выручки от продаж) в результате изменения физического объема продукции ($\Delta pq(q)$) или экономию (перерасход) денежных средств населения в результате уменьшения (увеличения) объемов продаж продукции:

$$\Delta pq(q) = \sum q_1 * p_0 - \sum q_0 * p_0 \quad (8.9)$$

Агрегатная форма **общего индекса товарооборота** (выручки от реализации продукции; стоимости продукции) (I_{pq}):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 * q_1}{\sum p_0 * q_0} \quad (8.10)$$

Абсолютное изменение товарооборота в результате совместного действия двух факторов: цен на продукцию и количества продукции ($\Delta pq(pq)$):

$$\Delta pq(pq) = \sum p_1 * q_1 - \sum p_0 * q_0 \quad (8.11)$$

Взаимосвязь общих индексов:

$$I_{pq} = I_{pL} * I_q \quad (8.12)$$

Взаимосвязь абсолютных приростов:

$$\Delta pq(pq) = \Delta pq(p) + \Delta pq(q) \quad (8.13)$$

Помимо агрегатных индексов, в статистике применяется другая их форма – средневзвешенные индексы. К их исчислению прибегают тогда, когда имеющаяся в распоряжении информация не позволяет рассчитать общий агрегатный индекс. *Средний индекс* – это индекс, вычисленный как средняя величина из индивидуальных индексов.

Средняя гармоническая форма общего индекса цен Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_1 * q_1}{\sum \frac{p_1 * q_1}{i_p}} = \left(\sum \frac{d^1_{pq}}{i_p} \right)^{-1}, \quad (8.14)$$

где d^1_{pq} – доля товарооборота отдельных видов продукции в общем товарообороте отчетного периода.

Средняя арифметическая форма общего индекса цен Ласпейреса:

$$I_p = \frac{\sum i_p * p_0 * q_0}{\sum p_0 * q_0} = \sum i_p * d_{pq}^0, \quad (8.15)$$

где d_{pq}^0 – доля товарооборота отдельных видов продукции в общем товарообороте базисного периода.

Средняя арифметическая форма индекса физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum i_q * q_0 * p_0}{\sum q_0 * p_0} = \sum i_q * d_{pq}^0 \quad (8.16)$$

Индексный метод широко применяется для изучения динамики средних величин и выявления факторов, влияющих на динамику средних. С этой целью исчисляется система взаимосвязанных индексов: переменного, постоянного состава и структурных сдвигов.

Индекс переменного состава (I_x) представляет собой отношение двух взвешенных средних величин с переменными весами, характеризующее изменение индексируемого (осредняемого) показателя.

Индекс переменного состава для любых качественных показателей имеет следующий вид:

$$I_x = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 * f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 * f_0}{\sum f_0} \quad (8.17)$$

Величина этого индекса характеризует изменение средневзвешенной средней за счет влияния двух факторов – осредняемого показателя у отдельных единиц совокупности и структуры изучаемой совокупности.

Индекс постоянного (фиксированного) **состава** (I_x) представляет собой отношение средних взвешенных с одними и теми же весами (при постоянной структуре). Индекс постоянного состава учитывает изменение только индексируемой величины и показывает средний размер изменения изучаемого показателя (x) у единиц совокупности. В общем виде он может быть записан следующим образом:

$$I_x = \frac{\sum x_1 * f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 * f_1}{\sum f_1} \quad (8.18)$$

Для расчета индекса постоянного состава можно использовать агрегатную форму индекса:

$$I_x = \frac{\sum x_1 * f_1}{\sum x_0 * f_1} \quad (8.19)$$

Индекс структурных сдвигов (I_{cmp}) характеризует влияние изменения структуры изучаемого явления на динамику среднего уровня индексируемого показателя и рассчитывается по формуле:

$$I_{cmp} = \frac{\sum x_0 * f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 * f_0}{\sum f_0} \quad (8.20)$$

Под *структурными изменениями* понимается изменение доли отдельных групп единиц совокупности в общей их численности.

Система взаимосвязанных индексов при анализе динамики среднего уровня качественного показателя имеет вид:

$$I_x = I_x * I_{cmp} \quad (8.21)$$

Пример. По данным табл. 8.1 определите все известные индивидуальные и агрегатные индексы. Сформулируйте выводы.

Таблица 8.1

Исходные данные

Вид товара	Реализовано, ед.		Цена за единицу, руб.	
	2010 г.	2011 г.	2010 г.	2011 г.
А	120	100	800	1200
Б	480	510	250	250
В	40	35	1300	1500

Решение. Расчетные данные для нахождения индексов представлены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Исходные и расчетные данные

Вид товара	Реализовано, ед.		Цена за единицу, руб.		$p_1 * q_1$	$p_0 * q_1$	$p_1 * q_0$	$p_0 * q_0$
	2010 г. q_0	2011 г. q_1	2010 г. p_0	2011 г. p_1				
А	120	100	800	1200	120000	80000	144000	96000
Б	480	510	250	250	127500	127500	120000	120000
В	40	35	1300	1500	52500	45500	60000	52000
Итого	—	—	—	—	300000	253000	324000	268000

1) Индивидуальный индекс цен по продукции А:

$$i_p = 1200 / 800 = 1,5, \text{ или } 150\% \text{ (увеличение цен на } 50\%).$$

Индивидуальный индекс цен по продукции Б:

$$i_p = 250 / 250 = 1, \text{ или } 100\% \text{ (цена на товар Б в 2011 г. по отношению к 2010}$$

г. осталась без изменения).

Индивидуальный индекс цен по продукции В:

$$i_p = 1500 / 1300 = 1,154, \text{ или } 115,4\% \text{ (увеличение цен на } 15,4\%).$$

2) Индивидуальный индекс физического объема продаж по продукции А:

$$i_q = 100 / 120 = 0,833, \text{ или } 83,3\% \text{ (снижение объема продаж на } 16,7\%).$$

Индивидуальный индекс физического объема продаж по продукции Б:

$$i_q = 510 / 480 = 1,063, \text{ или } 106,3\% \text{ (увеличение объема продаж на } 6,3\%).$$

Индивидуальный индекс физического объема продаж по продукции В:

$$i_q = 35 / 40 = 0,875, \text{ или } 87,5\% \text{ (снижение объема продаж на } 12,5\%).$$

3) Индивидуальный индекс товарооборота по продукции А:

$$i_{pq} = 120000 / 96000 = 1,25, \text{ или } 125\% \text{ (увеличение товарооборота на } 25\%).$$

Индивидуальный индекс товарооборота по продукции Б:

$$i_{pq} = 127500 / 120000 = 1,063, \text{ или } 106,3\% \text{ (увеличение товарооборота на } 6,3\%).$$

Индивидуальный индекс товарооборота по продукции В:

$$i_{pq} = 52500 / 52000 = 1,01, \text{ или } 101\% \text{ (увеличение товарооборота на } 1\%).$$

4) Общий индекс цен определяется по формуле Пааше:

$$I_{p.п} = \frac{300000}{253000} = 1,1858, \text{ или } 118,58\%.$$

Общий индекс цен Пааше показывает, что среднее увеличение цен в 2011 г. по сравнению с 2010 г. на продукцию А, Б и В вместе составило 18,58%.

5) Общий индекс цен по формуле Ласпейреса:

$$I_{p.л} = \frac{324000}{268000} = 1,209, \text{ или } 120,9\%.$$

Общий индекс цен по формуле Ласпейреса показывает: если бы население в 2011 г. приобрело столько же товаров, сколько и в 2010 г., то в среднем цены на продукцию А, Б и В вместе увеличились бы на 20,9%.

б) Общий индекс физического объема продаж:

$$I_q = \frac{253000}{268000} = 0,94403, \text{ или } 94,403\%.$$

Общий индекс физического объема продаж показывает, что объем реализации товаров А, Б, В в 2011 г. по сравнению с 2010 г. снизился на 5,597%.

7) Агрегатный индекс товарооборота, или стоимости продукции (I_{pq}):

$$I_{pq} = \frac{300000}{268000} = 1,1194, \text{ или } 111,94\%.$$

Индекс товарооборота показывает, что товарооборот по трем товарам вместе в 2011 г. по сравнению с 2010 г. увеличился на 11,94%.

Определим взаимосвязь индексов:

$$I_{pq} = I_{p\Pi} * I_q \quad 1,1194 = 1,1858 * 0,94403$$

Задача 8.1

Индексы используются в анализе для: а) изучения динамики социально-экономических явлений; б) сравнения уровней экономического явления по различным территориям и объектам.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 8.2

Общий индекс представляет собой результат сравнения во времени или в пространстве социально-экономического явления, состоящего из элементов: а) соизмеримых; б) непосредственно несоизмеримых.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 8.3

Какие из названных ниже показателей являются индексами: а) потребление сахара на душу населения составило в регионе в 2010 г. 42,8 кг; б) производство электроэнергии в регионе возросло в 2011 г. по сравнению с 2005 г. в 1,2 раза.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 8.4

Общий сводный индекс представляет собой показатель, дающий сравнительную характеристику сложных явлений: а) в динамике; б) в территориальном разрезе или по различным объектам.

Ответы: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) –.

Задача 8.5

Индексируемой величиной в индексе физического объема реализации является: а) цена единицы изделия; б) количество реализованных товаров; в индексе себестоимости: в) объем произведенной продукции; г) себестоимость единицы продукции.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 8.6

В качестве соизмерителя в индексе цен выступает: а) объем реализованных товаров; б) цена единицы изделия; в индексе урожайности: в) сбор урожая с 1 га; г) размер посевной площади.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 8.7

Известны следующие данные о продажах товаров на одном из рынков:

Вид товаров	Единица измерения	Продано товаров, тыс.ед.		Цена, руб.	
		апрель	май	апрель	май
А	кг	68	62	32	33
Б	л	24	24	48	50
В	кг	20	16	64	66

Определите: 1) индивидуальные индексы цен по каждому товару; 2) общий индекс цен: а) по формуле Пааше; б) по формуле Ласпейреса; 3) индивидуальные индексы физического объема продаж по каждому товару; 4) общий индекс физического объема продаж по всем товарам вместе; 5) индивидуальные индексы товарооборота по каждому товару; 6) общий индекс товарооборота; 7) перерасход денежных средств населением в результате среднего повышения цен на товары.

Задача 8.8

Известны следующие данные о продаже стройматериалов по кварталам:

Вид продукции	Единица измерения	Цена, руб.			Объем продаж, тыс. ед.		
		1 кв.	2 кв.	3 кв.	1 кв.	2 кв.	3 кв.
А	п. м	42	44	42	800	820	700
Б	к. м	650	700	630	450	520	480

Определите: 1) индивидуальные индексы цен – цепные и базисные; 2) индивидуальные индексы объема продаж по каждому виду продукции – цепные и базисные; 3) общие индексы цен – цепные и базисные; 4) общие индексы физического объема продаж – цепные и базисные. Покажите взаимосвязь между цепными и базисными индексами.

Задача 8.9

Известны данные о ценах и реализации продуктов на рынке города за два периода:

Продукт	Цена 1 кг за период, руб.		Продано за период, кг	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
А	20,0	22,0	300	310
Б	9,5	10,0	400	420
В	12,0	12,5	200	210

Определите: 1) индивидуальные индексы цен, количества проданных продуктов, стоимости продукции; 2) общие индексы цен, физического объема, оборота в фактических ценах; 3) абсолютное изменение оборота – всего, в том числе за счет динамики цен и физического объема оборота. Определите долю влияния каждого из факторов.

Используя взаимосвязь индексов, проверьте правильность исчисления индекса оборота в фактических ценах. Сформулируйте выводы.

Задача 8.10

Известны данные по объему закупок и закупочным ценам за два периода:

Продукты	Количество за период, т		Закупочная цена 1 т за период, тыс. руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Картофель	400	450	4,4	6,0
Овощи	360	400	7,0	8,0

Определите: 1) индивидуальные и общие индексы цен; 2) индивидуальные и общие индексы физического объема; 3) общий индекс объема закупок в действующих ценах; 4) абсолютный прирост объема – всего, в том числе за счет роста цен и физического объема. Сформулируйте выводы.

Задача 8.11

Известны следующие данные о реализации и ценах товара в магазинах за два периода:

Магазин	Цена 1 кг за период, руб.		Продано за период, тыс. шт.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	19	23	50	55
2	22	25	60	68

Определите: 1) индивидуальные индексы цен, количества проданного товара, выручки от реализации товаров (по каждому магазину); 2) общие индексы цен, физического объема оборота, оборота в действующих ценах; 3) абсолютный прирост оборота – всего, в том числе за счет изменения цен и физического объема проданного продукта. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.12

На мебельной фабрике имеются следующие данные о продукции и ее себестоимости за два периода:

Вид продукции	Количество продукции, шт.		Себестоимость одного стола, руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Стол обеденный	350	400	11 000	12 000
Стол письменный	200	230	14 000	14 400
Стол кухонный	600	650	13 000	13 400

Определите: 1) индивидуальные индексы себестоимости, физического объема и затрат на производство продукции; 2) общие индексы себестоимости, объема продукции и затрат на производство; 3) абсолютную сумму увеличения общих затрат – всего, в том числе за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Покажите взаимосвязь между исчисленными общими индексами. Сформулируйте выводы.

Задача 8.13

Известны сведения о себестоимости и валовом сборе зерна по хозяйству за два периода:

Фирма	Валовой сбор, кг		Себестоимость 1 кг зерна, руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	2000	2000	35	36
2	3000	3500	30	29

Определите: 1) индивидуальные индексы себестоимости, валового сбора и затрат на производство зерна по фирмам; 2) общие индексы себестоимости, валового сбора и затрат на производство продукции; 3) абсолютный размер увеличения общих затрат на производство, выделив изменение за счет динамики себестоимости и валового сбора зерна. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.14

Известны следующие сведения о площади посева и урожайности зерновых культур в хозяйстве за два периода:

Культура	Площадь, тыс. га		Урожайность, ц с 1 га	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Пшеница	2,0	2,0	20	21
Кукуруза	1,0	1,5	28	32
Ячмень	0,5	0,5	16	16

Определите: 1) индивидуальные индексы урожайности, посевных площадей и валового сбора по зерновым культурам; 2) общие индексы урожайности, посевных площадей и валового сбора зерна; 3) абсолютный прирост валового сбора зерна, выделив изменение за счет урожайности и посевных площадей. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.15

Известны следующие данные о заработной плате и численности работников предприятия за два периода:

Отдел	Зарплата одного работника, тыс. руб.		Число работников, чел.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	26,0	27,2	15	20
2	32,5	33,0	8	6

Определите: 1) индивидуальные индексы заработной платы и численности работников по отделам; 2) общие индексы заработной платы, численности работников и фонда заработной платы по предприятию в целом; 3) абсолютный прирост фонда заработной платы по предприятию, выделив его изменение за счет повышения заработной платы и изменения численности работников. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.16

Используя взаимосвязь индексов, определите, на сколько процентов изменились цены, если известно, что оборот в фактических ценах вырос на 16%, а индекс физического объема оборота составил 1,30.

Задача 8.17

Используя взаимосвязь индексов, определите, на сколько процентов увеличился физический объем оборота, если известно, что оборот в фактических ценах вырос на 8%, а цены снизились на 2%.

Задача 8.18

Используя взаимосвязь индексов, определите, на сколько процентов увеличился товарооборот в фактических ценах, если известно, что цены увеличились на 5%, а физический объем оборота – на 10%.

Задача 8.19

Используя взаимосвязь индексов, определите индекс цен постоянного состава, если средние цены повысились на 30%, а индекс структурных сдвигов составил 1,05.

Задача 8.20

Используя взаимосвязь индексов, определите индекс структурных сдвигов, если индекс средней цены равен 1,3, а индекс цен – 1,1.

Задача 8.21

Товарооборот магазина за отчетный год возрос на 4,5%. Цены в среднем снизились на 5%. Определите, как изменился физический объем товарооборота (%).

Ответы: 1) +4,5; 2) +22,5; 3) +10,0; 4) +9,5.

Задача 8.22

Физический объем продукции увеличился на 10%, себестоимость единицы продукции снизилась на 10%. Что произошло с затратами на производство продукции?

Задача 8.23

Известны данные о производстве зерновых по подсобному хозяйству предприятия за два периода:

Культура	Базисный период			Отчетный период		
	посевная площадь, га	урожайность, ц/га	себестоимость 1 ц, руб.	посевная площадь, га	урожайность, ц/га	себестоимость 1 ц, руб.
Озимые зерновые	50	15	500	40	12	480
Зернобобовые	10	16	700	15	17	690
Кукуруза на зерно	30	40	600	40	42	590

Определите: 1) общие индексы себестоимости, урожайности, посевной площади, полных затрат производства зерновых; 2) абсолютную сумму изменения затрат – всего и в том числе за счет факторов: себестоимости, урожайности и посевной площади. Проверьте правильность расчета индексов по их взаимосвязи. Сформулируйте выводы.

Задача 8.24

Какой из индексов следует использовать для определения среднего изменения цен при наличии данных о фактическом товарообороте отчетного периода и об индивидуальных индексах цен по нескольким видам товаров?

Ответы: 1) агрегатной формы; 2) средневзвешенный арифметический; 3) средневзвешенный гармонический; 4) индекс переменного состава.

Задача 8.25

Какой из индексов следует использовать для определения общего изменения физического объема продукции при наличии данных о фактическом товарообороте базисного периода и об индивидуальных индексах физического объема реализации нескольких видов товаров?

Ответы: 1) агрегатной формы; 2) средневзвешенный арифметический; 3) средневзвешенный гармонический; 4) индекс переменного состава.

Задача 8.26

Известны данные о фактических затратах на производство:

Вид продукции	Фактические затраты на производство, тыс. руб.		Изменение физического объема продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный	отчетный	
Цемент	60	55	+4
Кирпич строительный	40	48	+5

Определите общий индекс физического объема продукции.

Ответы: 1) 1,044; 2) 1,045; 3) 1,03; 4) 1,076.

Задача 8.27

Известны данные о поставках и изменении цен на обувь за два периода:

Вид обуви	Поставлено за период, тыс. руб.		Индексы цен
	базисный	отчетный	
Кожаная	60	65	0,95
Резиновая	15	12	0,99
Валяная	10	15	0,98

Определите: 1) общий индекс цен; 2) общие индексы поставок в действующих и сопоставимых ценах; 3) абсолютную сумму изменения стоимости поставленной обуви – всего, в том числе за счет изменения цен и физического объема.

Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.28

Известны следующие данные о производстве продукции фирмой пошива обуви за два периода:

Вид обуви	Производство продукции за период, тыс. руб.		Индивидуальные индексы количества выпущенной обуви
	базисный	отчетный	
Сапоги женские	50	56	1,20
Сапоги мужские	40	44	1,15

Определите: 1) общий индекс стоимости производства продукции; 2) общий индекс физического объема продукции; 3) общий индекс цен; 4) абсолютное изменение стоимости производства продукции – всего, в том числе за счет изменения цен и количества выпущенной обуви. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.29

Известны следующие данные по предприятию:

Вид ткани	Затраты рабочего времени, тыс. чел.-ч		Индексы производительности труда
	базисный	отчетный	
Хлопчатобумажная	68,4	80,2	1,060
Шерстяная	4,8	5,7	1,035
Льняная	8,1	8,1	1,025

Определите: 1) агрегатные индексы производительности труда, физического объема произведенной продукции и общих затрат рабочего времени; 2) абсолютное изменение общих затрат труда на производство всех видов тканей. Как изменились эти затраты в результате увеличения физического объема производства и роста производительности труда?

Задача 8.30

На мебельной фабрике в 2010 г. общие затраты на производство письменных столов составили 300 тыс. руб., кухонных столов – 160 тыс. руб. Производство столов в 2011 г. увеличилось по сравнению с 2010 г. соответственно в 1,074 и 1,12 раза. Вычислите общий индекс физического объема производства столов.

Задача 8.31

На кондитерской фабрике в отчетном периоде затраты на производство шоколадных конфет составили 246 тыс. руб., а карамели – 122,25 тыс. руб. В отчетном периоде по сравнению с базисным себестоимость конфет снизилась соответственно на 1,6 и 2,2%. Определите общий индекс себестоимости конфет.

Задача 8.32

Товарооборот овощного магазина в августе по сравнению с июлем увеличился по группе овощных продуктов на 14,8%, по группе фруктовых – на 12,5%. В июле удельный вес товарооборота овощных продуктов составлял 40%, фруктовых – 60%. Определите, как изменился физический объем товарооборота овощного магазина в августе по сравнению с июлем.

Задача 8.33

Индекс переменного состава характеризует изменение среднего уровня явления за счет: а) одного фактора; б) двух факторов. Индекс фиксированного

состава характеризует изменение среднего уровня явления за счет: в) изменения структуры совокупности; г) изменения уровня явления по каждому из объектов.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 8.34

Известны следующие данные о реализации и ценах продукта А в магазинах за два периода:

Магазин	Цена 1 кг за период, руб.		Продано за период, кг	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
1	20	22	60	70
2	19	23	50	40
3	22	23	60	70

Определите: 1) среднюю цену 1 кг продукта А в базисном и отчетном периодах; 2) индекс средней цены (переменного состава); 3) индекс средней цены (постоянного состава); 4) индекс структурных сдвигов в объеме продажи. Разложите абсолютный прирост средней цены за счет динамики цен в отдельных магазинах и структуры объема продажи.

Задача 8.35

Известны следующие данные по магазину о ценах и реализации ткани за два периода:

Товар	Реализовано за период, тыс. м		Цена за 1 м за период, руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Ткани хлопчато-бумажные	10	12	100	140
Ткани льняные	5	15	300	500

Определите: 1) среднюю цену 1 м ткани за отчетный и базисный периоды; 2) индекс средней цены (переменного состава); 3) индекс средней цены (постоянного состава); 4) индекс структурных сдвигов в объеме продажи тканей. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.36

Известны следующие данные об отгрузке товаров по предприятию за два периода:

Товар	Отгружено единиц за период		Цена 1 шт за период, руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
А	100	120	500	520
Б	200	400	800	810

Определите: 1) среднюю цену единицы товара за базисный и отчетный периоды; 2) индекс средней цены (переменного состава); 3) индекс средней цены постоянного состава; 4) индекс структурных сдвигов в объеме отгрузки. Проверьте взаимосвязь индексов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.37

Известны следующие данные о выпуске однородной продукции по предприятиям:

Предприятие	Выпуск продукции, тыс. ед.		Себестоимость единицы продукции, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	400	450	200	260
2	350	500	360	320
3	200	220	120	120

Определите по трем видам продукции: 1) общие индексы средней себестоимости продукции переменного и постоянного состава, индекс структурных сдвигов; 2) абсолютный прирост средней себестоимости за счет изменения себестоимости и структуры произведенной продукции.

Задача 8.38

Известны данные по двум отраслям экономики:

Отрасль	Базисный период		Отчетный период	
	выработка продукции на 1 работника, тыс. руб.	среднесписочная численность работников, чел.	выработка продукции на 1 работника, тыс. руб.	среднесписочная численность работников, чел.
1	2200	600	2000	500
2	700	600	800	650

Определите индексы производительности труда: а) по каждой отрасли экономики; б) по двум отраслям вместе индексы переменного и постоянного состава и структурных сдвигов. Сформулируйте выводы.

Задача 8.39

Известны данные о вкладах населения в Сбербанке:

Группа населения	Размер вклада, руб.		Удельный вес вкладов в общем их числе	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Городское	50 000	54 000	0,5	0,6
Сельское	42 000	48 000	0,5	0,4

Определите общие индексы среднего размера вклада для всего населения (переменного, постоянного состава, структурных сдвигов).

Задача 8.40

Известны данные о заработной плате работников по трем предприятиям:

Предприятие	Средняя заработная плата одного работника в месяц, руб.		Среднесписочная численность работников, тыс. чел.	
	III квартал	IV квартал	III квартал	IV квартал
1	16 700	17 000	6,0	5,0
2	17 500	18 000	4,0	4,5
3	18 200	19 000	10,0	12,0

Определите по трем предприятиям вместе: 1) индексы средней заработной платы переменного и фиксированного состава; 2) влияние на динамику средней заработной платы изменения структуры среднесписочной численности работников.

Задача 8.41

Средняя цена яблок по двум рынкам города снизилась в августе по сравнению с июлем на 6,9%. За счет структурных сдвигов снижение цены составило 2%. Определите индекс цены фиксированного состава.

Ответы: 1) 0,931; 2) 0,950; 3) 0,911; 4) 0,951.

Задача 8.42

В отчетном периоде по сравнению с базисным средняя урожайность зерновых повысилась на 20%. За счет изменения урожайности каждой из культур средняя урожайность повысилась на 50%. Определите индекс влияния структурных сдвигов.

Ответы: 1) 1,80; 2) 0,80; 3) 1,25; 4) 0,30.

Задача 8.43

Средняя себестоимость кирпича по двум кирпичным заводам в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 25% за счет снижения себестоимости по каждому из заводов и повысилась на 20% за счет структурных сдвигов. Определите индекс себестоимости переменного состава.

Ответы: 1) 0,769; 2) 1,60; 3) 1,95; 4) 0,90.

Задача 8.44

Выручка от продажи мяса и мясопродуктов на рынке в январе вдвое превысила выручку от продажи рыбы и рыбопродуктов. В феврале продажа мяса и мясопродуктов возросла на 15%, рыбы и рыбопродуктов – на 20%.

Определите: 1) на сколько процентов в среднем возросла продажа видов продукции вместе; 2) абсолютный прирост товарооборота по обоим видам продукции вместе вследствие среднего увеличения объема их продаж в натуральном выражении, если в январе за мясо и мясопродукты продавцами выручено 24 тыс. руб.

Задача 8.45

Определите, как должны были бы измениться цены на непродовольственные товары при среднем 15% увеличении цен на продовольственные товары, если общий средний рост цен на всю продукцию составил 12%.

Дайте два варианта ответа: 1) когда объемы товарооборота по продовольственным и непродовольственным товарам в отчетном периоде равны; 2) когда объем товарооборота по непродовольственным товарам составил 5/16 объема по продовольственным.

Задача 8.46

Известны данные об обороте, числе магазинов и торговой площади за два периода:

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Оборот, тыс. руб.	183 700	213 260
Число магазинов	450	477
Торговая площадь, кв. м	40 800	45 270

Определите: 1) абсолютный прирост оборота – всего, в том числе за счет числа магазинов и среднего размера оборота в расчете на один магазин; 2) абсолютный прирост оборота за счет торговой площади и среднего размера оборота на 1 кв. м торговой площади; 3) абсолютный прирост торговой площади – всего, в том числе за счет числа магазинов и средней торговой площади одного магазина; 4) абсолютный прирост оборота за счет каждого из трех факторов: оборота на 1 кв. м торговой площади, средней торговой площади одного магазина и числа магазинов.

Задача 8.47

Известны следующие производственные показатели по предприятию:

Вид продукции	Изменение объема выпуска продукции в III квартале по сравнению с I кварталом, %	Общие затраты рабочего времени на производство продукции в I квартале, тыс. чел. / час
1	-10	27
2	+5	14

Определите: 1) на сколько процентов изменился выпуск продукции по двум видам; 2) как изменилась трудоемкость продукции, если общие затраты времени на ее производство в III квартале снизились на 8%; 3) экономию рабочего времени в результате среднего снижения трудоемкости.

Задача 8.48

Известны следующие данные о выполнении плана по себестоимости товарной продукции за отчетный год:

Виды изделий	Выработано продукции в отчетном году, тыс. ед.	Себестоимость 1 т., руб.		
		за прошлый год	за отчетный период	
			по плану	фактически
1	25	153	152	151
2	60	72	72	71
3	40	124	125	123
4	35	93	90	92

Определите: 1) индивидуальные индексы динамики, планового задания и выполнения плана по себестоимости; 2) сумму экономии (перерасхода) от изменения фактической себестоимости по каждому изделию и в целом по всей продукции по сравнению с себестоимостью за прошлый год и плановой себестоимостью.

Задача 8.49

Известны следующие данные о производстве изделий на предприятии:

Вид изделия	Удельный вес затрат на производство изделий в мае, %	Изменение себестоимости изделий в мае по сравнению с апрелем, %
1	70	+4,5
2	30	+1,2

Определите: 1) среднее изменение себестоимости по всем изделиям в мае по сравнению с апрелем; 2) на сколько процентов в среднем возрос (уменьшился) объем выпуска продукции в натуральном выражении, если денежные затраты на производство повысились на 3%.

Задача 8.50

Известны следующие данные о реализации продукции в первом и втором полугодиях:

Вид продукции	Выручка от реализации во II полугодии, млн. руб.	Изменение цены во II полугодии по отношению к I полугодью, %
сок, л	4,5	+16
печенье, кг	3	Без изменения

Определите: 1) на сколько процентов в среднем изменились цены на всю реализованную продукцию во втором полугодии по сравнению с первым; 2) прирост выручки от реализации за счет среднего изменения цен на продукцию.

Задача 8.51

Известны следующие данные по предприятию:

Вид продукции	Изменение объема производства во II квартале по отношению к I кварталу, %	Удельный вес затрат на производство в I квартале, %
А	-9	26
Б	-15	15
В	+7	50

Определите: 1) общий индекс физического объема производства разнородной продукции; 2) абсолютное сокращение (увеличение) затрат труда вследствие изменения объема выпуска продукции, если на всю продукцию «А» в I квартале было затрачено 450 человеко-часов рабочего времени.

ТЕМА 9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Важнейшая задача общей теории статистики – исследование объективно существующих связей между явлениями.

Формы проявления взаимосвязей наблюдаемых процессов и явлений классифицируются в статистике по ряду оснований.

По степени полноты выделяют функциональную (полную) и стохастическую (неполную) зависимости.

Функциональной называют такую связь, при которой определенному значению факторного признака соответствует одно и только одно значение результативного признака.

Стохастической называют такую зависимость, которая проявляется не в каждом отдельном случае, а в общем, среднем при большом числе наблюдений. Частным случаем стохастической является **корреляционная** связь, при которой изменение среднего значения результативного признака обусловлено изменением факторных признаков.

По направлению выделяют прямую и обратную связи.

Прямая – связь, при которой факторный и результативный признаки изменяются в одном и том же направлении: по мере увеличения или уменьшения факторного признака значения результативного соответственно увеличиваются или уменьшаются.

В случае **обратной** связи значения результативного признака изменяются под действием факторного, но в противоположном направлении, по сравнению с изменением факторного признака (например, по мере снижения цены объем спроса, как правило, увеличивается).

По аналитическому выражению выделяют связи линейные и нелинейные. Статистическую связь называют **линейной**, если она может быть приближенно выражена математическим уравнением прямой линии. А если статистическая связь может быть выражена уравнением какой-либо кривой линии (параболы, гиперболы, степенной и т.д.), то ее называют **нелинейной**.

Если характеризовать связи с точки зрения количества взаимодействующих факторов, то связь двух признаков принято называть **парной**, связь более двух признаков – **множественной**.

Задачей **корреляционного анализа** является количественное измерение тесноты связи между двумя признаками (при парной связи) и между результативным и множеством факторных признаков (при многофакторной связи).

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (зависимой) обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов), а множество всех прочих факторов, также оказывающих влияние на зависимую величину, принимается за постоянные и средние значения.

Корреляционно-регрессионный анализ включает в себя измерение тесноты, направления связи и установление аналитического выражения (формы) связи.

Если результативный признак с увеличением факторного признака равномерно возрастает или убывает, то такая зависимость является линейной и выражается **уравнением прямой**:

$$y_x = a_0 + a_1 * x, \quad (9.1)$$

где y_x – теоретическое значение результативного признака; a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии; x – индивидуальные значения факторного признака.

Экономический смысл имеет параметр a_1 – **коэффициент регрессии**, показывающий на сколько в среднем изменится результативный признак (y_x) при увеличении или уменьшении факторного признака (x) на единицу.

Параметры уравнения прямой a_0 и a_1 определяются путем решения системы нормальных уравнений, полученных методом наименьших квадратов или по формулам:

$$\begin{cases} a_0 * n + a_1 \sum x = \sum y, \\ a_0 * \sum x + a_1 * \sum x^2 = \sum xy \end{cases} \quad (9.2)$$

$$a_0 = \frac{\sum y * \sum x^2 - \sum yx * \sum x}{n * \sum x^2 - \sum x * \sum x}, \quad (9.3)$$

$$a_1 = \frac{n * \sum yx - \sum x * \sum y}{n * \sum x^2 - \sum x * \sum x} \quad (9.4)$$

Измерить тесноту корреляционной связи между факторным и результативным признаками позволяют линейный коэффициент корреляции (r), теоретическое корреляционное отношение (η), индекс корреляции (R).

Линейный коэффициент корреляции (r) применяется для измерения тесноты связи только при линейной форме связи и вычисляется по формулам:

$$r = \frac{\sum yx - \frac{\sum x * \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] * \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}} \quad (9.5)$$

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) * (y - \bar{y})}{n * \sigma_x * \sigma_y} \quad (9.6)$$

$$r = a_1 * \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (9.7)$$

Для качественной оценки тесноты связи между признаками используется шкала Чэддока (табл. 9.1).

Таблица 9.1

Оценка тесноты связи по шкале Чэддока

Показания тесноты связи	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Характеристика тесноты связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая

Знак при линейном коэффициенте корреляции указывает направление связи: «+» – прямая связь; «-» – обратная связь.

Теоретическое корреляционное отношение и индекс корреляции применяются для измерения тесноты корреляционной связи между признаками при любой форме связи, как линейной, так и нелинейной.

Теоретическое корреляционное отношение (η) рассчитывается по формулам:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}} \quad (9.8)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (9.9)$$

Для расчета теоретического корреляционного отношения необходимо предварительно вычислить дисперсии:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum y^2}{n} - \left(\frac{\sum y}{n} \right)^2, \quad (9.10)$$

где σ_y^2 – общая дисперсия, показывающая вариацию результативного признака под влиянием всех факторов, вызывающих эту вариацию;

$$\sigma_{y_x}^2 = \frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{n} = \sigma_y^2 - \sigma_{y-y_x}^2, \quad (9.11)$$

где $\sigma_{y_x}^2$ – факторная дисперсия, которая характеризует вариацию результативного признака под влиянием признака-фактора, включенного в модель;

$$\sigma_{y-y_x}^2 = \frac{\sum (y - y_x)^2}{n}, \quad (9.12)$$

где $\sigma_{y-y_x}^2$ – остаточная дисперсия, характеризующая вариацию результативного признака под влиянием прочих неучтенных факторов.

Индекс корреляционной связи (R) вычисляется по формулам:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y-y_x}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (9.13)$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (9.14)$$

Часто исследуемые признаки имеют разные единицы измерения, поэтому для оценки влияния факторного признака на результативный применяется коэффициент эластичности.

Коэффициент детерминации (R^2) представляет собой квадрат коэффициента парной корреляции между y и x :

$$R^2 = r_{yx}^2 \quad (9.15)$$

Средний коэффициент эластичности ($\bar{\varepsilon}$) вычисляется для уравнения прямой по формуле:

$$\bar{\varepsilon} = a_1 * \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (9.16)$$

где a_1 – параметр при признаке-факторе; \bar{x} , \bar{y} – средние значения факторного и результативного признаков.

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменяется результативный признак при изменении факторного на 1%.

Адекватность регрессионной модели ($y_x = a_0 + a_1 * x$) при малой выборке можно оценить **критерием Фишера** (F_{ε}):

$$F_{\varepsilon} = \frac{\sigma_{yx}^2}{\sigma_{y-yx}^2} * \frac{n - m}{m - 1}, \quad (9.17)$$

где m – число параметров модели; n – число единиц наблюдения.

Эмпирическое значение критерия F_{ε} сравнивается с критическим (табличным) значением F_m с уровнем значимости 0,01 или 0,05 и числом степеней свободы ($m-1$), ($n-m$). Если эмпирическое значение критерия больше табличного значения ($F_{\varepsilon} > F_m$), то уравнение регрессии признается значимым (адекватным).

Значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии (a_0 и a_1) оценивается с помощью **t-критерия Стьюдента** ($n > 30$):

$$t_{a_0} = a_0 * \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{y-yx}}, \quad (9.18)$$

$$t_{a_1} = a_1 * \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{y-yx}} * \sigma_x, \quad (9.19)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}. \quad (9.20)$$

Эмпирическое значение t-критерия сравнивается с критическим (табличным) значением t-распределения Стьюдента с уровнем значимости 0,01 или 0,05 и числом степеней свободы (n-2). Параметр признается значимым, если эмпирическое значение t больше табличного.

Аналогично проводится **оценка коэффициента корреляции (r)** с помощью t-критерия:

$$t_r = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}, \quad (9.21)$$

где (n-2) – число степеней свободы.

Если эмпирическое значение t-критерия оказывается больше табличного, то линейный коэффициент корреляции признается значимым.

На заключительном этапе анализа вычисляется **средняя ошибка аппроксимации ($\bar{\varepsilon}$)**:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} * \sum \frac{|y - y_x|}{y} * 100 \quad (9.22)$$

При правильном подборе фактора, влияющего на результативный показатель, а также точном проведении всех необходимых расчетов ошибка аппроксимации должна быть минимальной и не должна превышать 12-15%.

Пример. По данным табл. 9.2 определите форму связи между показателями. Найдите параметры уравнения регрессии и дайте им интерпретацию. Вычислите показатели тесноты связи.

Исходные данные

№ предприятия	Возраст оборудования, лет	Затраты на его ремонт, млн. руб.
1	16,6	4,6
2	7,3	6,9
3	9,4	5,5
4	2,9	1,2
5	9,4	8,1
6	10,4	8,1
7	10,1	9,4
8	8,6	7,6
9	7,4	4,2
10	5,0	2,9

Решение. Факторным признаком является возраст оборудования, а результативным – затраты на его ремонт. Предположим, что между возрастом оборудования и затратами на его ремонт существует линейная корреляционная связь.

Для определения формы корреляционной связи необходимо вычислить параметры уравнения прямой путем решения системы нормальных уравнений.

Для того, чтобы найти параметры a_0 и a_1 , произведем промежуточные расчеты в табл. 9.3.

По системе уравнений 9.2 находим:

$$a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot 87,1 = 58,5$$

$$a_0 \cdot 87,1 + a_1 \cdot 877,87 = 548,17$$

Систему нормальных уравнений решаем по методу множителей: умножим каждое слагаемое первого уравнения на число, равное 8,71 ($87,1/10$). Получим:

$$a_0 \cdot 87,1 + a_1 \cdot 758,641 = 509,535$$

$$a_0 \cdot 87,1 + a_1 \cdot 877,87 = 548,17$$

Затем вычтем из второго уравнения первое: $a_1 \cdot 119,229 = 38,635$, откуда $a_1 = 38,635 / 119,229 = 0,324$.

После подстановки значения a_1 в первое уравнение получим $a_0 = 3,028$.

Вспомогательные расчеты

№	Возраст оборудования, лет, x	Затраты на его ремонт, млн. руб., y	x ²	y ²	x*y	y _x	(y - y _x) ²
1	16,6	4,6	275,56	21,16	76,36	8,4064	14,49
2	7,3	6,9	53,29	47,61	50,37	5,3932	2,27
3	9,4	5,5	88,36	30,25	51,70	6,0736	0,329
4	2,9	1,2	8,41	1,44	3,48	3,9676	7,66
5	9,4	8,1	88,36	65,61	76,14	6,0736	4,106
6	10,4	8,1	108,16	65,61	84,24	6,3976	2,898
7	10,1	9,4	102,01	88,36	94,94	6,3004	9,608
8	8,6	7,6	73,96	57,76	65,36	5,8144	3,188
9	7,4	4,2	54,76	17,64	31,08	5,4256	1,502
10	5,0	2,9	25	8,41	14,50	4,648	3,056
Итого	87,1	58,5	877,87	403,85	548,17	58,5	49,107

Уравнение регрессии принимает вид: $Y_x = 3,028 + 0,324 * x$.

В уравнении параметр $a_1=0,56$, показывает, что с увеличением возраста оборудования на 1 год затраты на его ремонт возрастают на 0,56 млн. руб.

Параметр $a_0 = 0,324$ показывает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов.

Используя уравнение регрессионной связи, можно определить теоретические значения y_x для любой промежуточной точки (колонка 7 табл. 9.3).

В связи с тем, что суммы теоретических (y_x) и эмпирических значений (y) затрат на ремонт оборудования равны (58,5), параметры регрессионного уравнения определены верно.

Измерим тесноту корреляционной связи между возрастом оборудования и затратами на его ремонт линейным коэффициентом корреляции (r), теоретическим корреляционным отношением (η), индексом корреляции (R).

$$r = \frac{548,17 - \frac{87,1 * 58,5}{10}}{\sqrt{\left(877,87 - \frac{(87,1)^2}{10}\right) \left(403,85 - \frac{(58,5)^2}{10}\right)}} = \frac{38,635}{\sqrt{119,2 * 61,625}} = 0,4507$$

Согласно шкале Чэддока между возрастом оборудования и затратами на его ремонт наблюдается умеренная зависимость.

Для расчета эмпирического корреляционного отношения (η) необходимо предварительно вычислить дисперсии:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \left(\frac{\sum y}{n} \right)^2 = \frac{403,85}{10} - \left(\frac{58,5}{10} \right)^2 = 6,1625$$

$$\sigma_{y-y_x}^2 = \frac{\sum (y - y_x)^2}{n} = \frac{49,107}{10} = 4,9107$$

$$\sigma_{y_x}^2 = \sigma_y^2 - \sigma_{y-y_x}^2 = 6,1625 - 4,9107 = 1,2518$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1,2518}{6,1625}} = 0,4507$$

Теоретическое корреляционное отношение изменяется от 0 до 1: чем ближе корреляционное отношение к 1, тем теснее связь между признаками.

Коэффициент детерминации η^2 , равный 0,203, означает, что вариация затрат на ремонт оборудования на 20,3% объясняется вариацией возраста оборудования и на 79,7% – прочими факторами.

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y-y_x}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{4,9107}{6,1625}} = 0,4507$$

Все показатели тесноты корреляционной связи показывают умеренную связь между возрастом оборудования и затратами на его ремонт. В связи с тем, что $r = \eta = R$, то можно заключить, что гипотеза о линейной форме связи подтверждена.

Задача 9.1

В приведенных ниже парах признаков факторными являются: а) тарифный разряд; б) стаж работы; в) использование фонда рабочего времени; г) производительность труда.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 9.2

В приведенных ниже парах признаков результативными являются: а) среднедушевое потребление мяса; б) среднедушевой доход; в) заработная плата; г) тарифный разряд.

Ответы: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

Задача 9.3

Из приведенных ниже зависимостей корреляционными являются: а) зависимость стоимости продукции от уровня фондоотдачи и стоимости основных фондов; б) зависимость валового сбора от урожайности и посевной площади.

Ответы: 1) –; 2) а; 3) б; 4) а, б.

Задача 9.4

Можно ли изучить взаимосвязи социально-экономических явлений по данным рядов динамики: а) да; б) нет.

Задача 9.5

При функциональной зависимости каждому значению признака соответствует: 1) единственное значение результативного признака; 2) множество значений результативного признака; 3) распределение единиц совокупности по результативному признаку; 4) среднее значение результативного признака.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.6

Построить уравнение регрессии можно при условии, что: а) количественным является только факторный признак; б) количественным является только результативный признак; в) оба признака количественные; г) оба признака качественные.

Задача 9.7

Корреляционное отношение, вычисленное по аналитической группировке, равно 0,3. Критическое значение корреляционного отношения при уровне значимости 0,05 равно 0,378. Это позволяет сделать вывод: 1) группировка построена неправильно; 2) наличие связи между признаками осталось недоказанным; 3) связь между признаками измерена неточно; 4) связь отсутствует.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.8

По линейному уравнению регрессии вычислены показатели: 1) линейный коэффициент корреляции – 0,7; 2) индекс корреляции – 0,75; 3) коэффициент детерминации – 0,49; 4) коэффициент регрессии – 0,26. Ошибка допущена при вычислении одного из показателей. Какого именно?

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.9

При расчете линейного уравнения регрессии между средним баллом на 1 курсе в вузе и оценками на вступительном экзамене по математике получена остаточная дисперсия 0,16 и общая – 0,20. Коэффициент детерминации равен: 1) 0,8; 2) 0,2; 3) 0,75; 4) 0,444.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.10

Вычислено уравнение регрессии между стоимостью основных фондов и выпуском продукции (млн. руб.): $Y=17+0,4 \cdot x$. Это означает, что: 1) при увеличении стоимости основных фондов на 1 млн. руб. выпуск продукции в среднем увеличивается на 17,4 млн. руб.; 2) при росте стоимости основных фондов на 1 млн. руб. выпуск продукции увеличивается в среднем на 0,4 млн. руб.; 3) при увеличении основных фондов на 1 млн. руб. выпуск продукции увеличивается на 40%; 4) при увеличении стоимости основных фондов на 1 млн. руб. выпуск продукции возрастает на 0,57 млн. руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.11

Вычислено следующее уравнение регрессии между процентом механизации работ и выпуском продукции на одного рабочего за год (тыс. руб.): $Y=13+0,4*x$. Это означает, что при увеличении уровня механизации на 1% выпуск продукции: 1) возрастает на 0,4%; 2) возрастает на 13,4 т; 3) при отсутствии механизации составит 13,4 тыс. руб.; 4) при полной механизации составит 53 тыс. руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.12

Вычислено следующее уравнение регрессии между годовой производительностью труда (тыс. руб.) x и заработной платой (руб.) y : $Y=10+70*x$. Это означает, что: 1) если производительность труда равна 1000 руб., то заработная плата должна быть равна 70 руб.; 2) если производительность труда увеличится на 1000 руб., то заработная плата возрастет на 80 руб.; 3) если производительность труда не изменяется, то заработная плата составляет 80 руб.; 4) если производительность повысится на 1000 руб., то заработная плата увеличится на 70 руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.13

Вычислено уравнение регрессии между удойностью коров (л) и потреблением концентрированных кормов (кг): $Y=5+0,5*x$. Это означает, что при увеличении потребления кормов на 1 кг удойность повышается в среднем на: 1) 50%; 2) 5%; 3) 5,5 кг; 4) 0,5 кг.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.14

Коэффициент детерминации характеризует: 1) форму связи; 2) существенность связи; 3) тесноту связи; 4) направление связи между признаками.

Задача 9.15

Путем решения системы нормальных уравнений вычисляются параметры уравнения регрессии, при которых является минимальной: 1) сумма отклонений

теоретических значений результативного признака от эмпирических значений этого признака; 2) сумма квадратов этих отклонений; 3) сумма отклонений теоретических значений результативного признака от эмпирических значений факторного признака; 4) сумма квадратов этих отклонений.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.16

Вычислено такое уравнение регрессии между процентом брака и себестоимостью 1 т литья (руб.): $Y=56+8x$. Это означает, что: 1) увеличение брака на 1% увеличивает себестоимость на 64 руб.; 2) увеличение брака на 1% увеличивает себестоимость на 8%; 3) если процент брака не изменится, то себестоимость составляет 56 руб.; 4) если процент брака увеличится на 1%, себестоимость 1 т увеличится на 8 руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.17

Вычислено уравнение регрессии между себестоимостью единицы продукции (руб.) и размером накладных расходов (руб.): $Y=10+0,05*x$. Это означает, что по мере роста накладных расходов на 1 руб. себестоимость единицы продукции повышается на: 1) 5%; 2) 5 руб.; 3) 10,05 руб.; 4) 5 коп.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.18

Вычислено следующее уравнение регрессии между себестоимостью 1 т литья (руб.) и производительностью труда на одного рабочего (т): $Y=270-0,5*x$. Это означает, что при увеличении производительности труда на 1 т себестоимость: 1) снизится на 269,5 руб.; 2) повысится на 269,5 руб.; 3) снизится на 0,5 руб.; 4) повысится на 0,5 руб.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.19

Оценка значимости уравнения регрессии осуществляется на основе: а) коэффициента детерминации; б) средней квадратической ошибки; в) F-критерия Фишера.

Задача 9.20

Линейный коэффициент корреляции характеризует: 1) форму связи; 2) существенность связи; 3) тесноту связи; 4) направление связи между признаками.

Задача 9.21

Вычислено уравнение регрессии между годовым потреблением мяса и мясных продуктов (кг) и среднедушевым доходом за год (руб.): $Y=15+0,3 \cdot x$. Это означает, что потребление мяса и мясных продуктов при увеличении среднедушевого дохода на 10 руб. увеличивается на: 1) 15,0 кг; 2) 15,5 кг; 3) 3 кг в среднем; 4) 0,3 кг в среднем.

Ответы: 1; 2; 3; 4.

Задача 9.22

Аналитическое выражение связи определяется с помощью метода анализа:

а) корреляционного; б) регрессионного; в) группировок.

Задача 9.23

Оценка значимости параметров модели регрессии осуществляется на основе: а) коэффициента корреляции; б) средней ошибки аппроксимации; в) t-критерия Стьюдента.

Задача 9.24

Имеются данные о стоимости основных фондов и выпуске продукции десяти предприятий:

Предприятие	Стоимость основных фондов, млн. руб.	Выпуск продукции, млн. руб.
1	7	2,5
2	6	3,9
3	9	3,7
4	9	4,0
5	10	4,2
6	11	4,5
7	12	5,7
8	12	6,1
9	14	7,0
10	15	6,1

Выявите наличие, направление и форму связи между выпуском продукции и стоимостью основных фондов, используя графический метод и метод со-

поставления параллельных рядов. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Сформулируйте выводы.

Задача 9.25

Имеются данные о фондоотдаче и износе основных фондов по десяти предприятиям:

Предприятие	Фондоотдача, руб.	Коэффициент износа, %
1	7,0	7
2	6,7	10
3	0,5	90
4	1,2	67
5	3,9	38
6	5,6	24
7	0,9	80
8	2,3	68
9	2,6	56
10	3,5	52

Выявите наличие, направление и форму связи между фондоотдачей и износом основных фондов, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов, предварительно ранжировав предприятия по коэффициенту износа. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Сформулируйте выводы.

Задача 9.26

Имеются данные о розничном обороте и средней выработке одного работника десяти магазинов:

Магазин	Оборот, тыс. руб.	Средняя выработка одного работника, тыс. руб.
1	131	26
2	31	15
3	164	41
4	162	27
5	67	13
6	65	21
7	102	20
8	114	28
9	73	14
10	87	22

Выявите наличие, направление и форму связи между розничным оборотом и средней выработкой одного работника, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов, предварительно ранжировав магазины по средней выработке одного работника. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Сформулируйте выводы.

Задача 9.27

Имеются данные об обороте розничной торговли и расходах на рекламу по десяти магазинам:

Магазин	Оборот розничной торговли, млн. руб.	Расходы на рекламу, тыс. руб.
1	15,2	9,5
2	16,7	10,2
3	18,5	11,5
4	20,4	13,3
5	18,2	11,4
6	24,3	16,0
7	28,2	17,2
8	26,4	15,1
9	20,6	13,0
10	27,5	16,3

Выявите наличие, направление и форму связи между оборотом розничной торговли и расходами на рекламу, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов, предварительно ранжировав предприятия по обороту розничной торговли. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Сформулируйте выводы.

Задача 9.28

Имеются данные о затратах и объеме продукции по десяти предприятиям:

Предприятие	Затраты, млн. руб.	Объем продукции, млн. руб.
1	70	180
2	74	190
3	71	200
4	75	235
5	75	250
6	77	260
7	72	200
8	73	210
9	78	270
10	80	290

Выявите наличие, направление и форму связи между затратами и объемом продукции, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность однофакторной регрессионной модели и значимость показателей тесноты корреляционной связи. Сформулируйте выводы.

Задача 9.29

Известны данные о размере нераспределенной прибыли и инвестициях в основные фонды (млн. руб.) по десяти предприятиям:

Предприятие	Нераспределенная прибыль	Инвестиции в основные фонды
1	5,48	1,22
2	5,39	0,74
3	4,59	0,44
4	4,42	0,62
5	4,24	0,35
6	4,13	0,25
7	3,91	0,29
8	3,37	0,30
9	3,58	0,10
10	2,65	0,32

Выявите наличие, направление и форму связи между размером нераспределенной прибыли и инвестициями в основные фонды, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Сформулируйте выводы.

Задача 9.30

Известны данные о возрасте и выработке работниц швейной фабрики:

Возраст, лет	Выработка, шт.
До 22	6
23-27	6
28-32	7
33-37	8
38-42	12
43-47	10
Свыше 47	6

Для характеристики зависимости выработки от возраста составьте корреляционное уравнение. Проанализируйте параметры уравнения регрессии. Определите индекс корреляции. Проверьте адекватность однофакторной регрессионной модели и значимость показателей тесноты корреляционной связи. Сформулируйте выводы.

Задача 9.31

Известны данные о выпуске продукции и расходе топлива:

Показатель	Номер предприятия				
	1	2	3	4	5
Выпуск продукции, тыс. шт.	5	6	8	8	10
Расход топлива, т	4	4	6	5	7

Выявите наличие, направление и форму связи между выпуском продукции и расходом топлива, используя графический метод и метод сопоставления параллельных рядов. Представьте связь в виде уравнения регрессии, проанализируйте параметры уравнения регрессии и оцените тесноту связи. Проверьте адекватность регрессионной модели с помощью F-критерия Фишера. Оцените значимость коэффициентов линейного уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента. Проведите оценку значимости коэффициента корреляции с помощью t-критерия. Рассчитайте средний коэффициент эластичности, среднюю ошибку аппроксимации. Дайте экономическую интерпретацию полученных результатов.

Задача 9.32

Выразите зависимость между уровнем издержек обращения и объемом розничного оборота с помощью уравнения гиперболы и оцените тесноту связи на основе индекса корреляции по следующим данным:

Предприятие	Оборот розничной торговли, млн. руб.	Уровень издержек обращения, %
1	2,5	17,4
2	3,1	16,1
3	5,6	15,9
4	6,8	15,6
5	7,7	15,0
6	9,2	14,9
7	10,3	14,6
8	12,9	14,0

Сформулируйте выводы.

Задача 9.33

Установите степень тесноты связи между семейным положением и обеспеченностью отдельной квартирой на основе коэффициента ассоциации по следующим данным:

Семейное положение	Имеют отдельную квартиру	Не имеют отдельной квартиры
Семейные	290	125
Одинокие	25	60

Сформулируйте выводы.

Задача 9.34

Установите степень тесноты связи между уровнем образования и успеваемостью студентов по спецпредметам на основании следующих данных:

Образование до поступления в институт	Получившие положительные оценки	Получившие неудовлетворительные оценки
Среднее	120	30
Среднее специальное	30	5

Сформулируйте выводы.

Задача 9.35

В результате анкетного опроса получены следующие данные:

Группы студентов, окончивших до поступления в институт:	Представление о будущей профессии	
	четкое	неопределенное
техникум, училище	28	2
среднюю школу	105	55

Оцените тесноту связи между уровнем образования, имевшимся до поступления в институт, и представлением студентов о своей будущей профессии.

Сформулируйте выводы.

Задача 9.36

Распределение предприятий по преобладающим источникам средств для их развития характеризуется следующими данными:

Источник средств	Количество предприятий с:	
	зарождающимся бизнесом	зрелым бизнесом
Заемные средства	31	32
Собственные средства	38	15

Вычислите коэффициенты ассоциации, контингенции. Сформулируйте выводы.

Задача 9.37

В результате опроса получены следующие данные:

Мнение респондентов о вероятности сокращения рабочих мест	Количество работников предприятий	
	государственных (муниципальных)	частных
Очень вероятно	55	48
Практически исключено	45	52

Оцените тесноту связи между местом работы и вероятностью сокращения рабочих мест. Сформулируйте выводы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

«Сборник задач по общей теории статистики» предназначен для проведения аудиторных практических занятий, а также выполнения домашних заданий, решение которых проверяется преподавателем во время практических занятий.

Решение задач на занятиях позволяет указать на наиболее удачные решения и ответы, выявить типичные ошибки и некорректные решения. В сборнике задач представлены задачи разной степени сложности по каждой теме дисциплины «Статистика». Количество задач по каждой теме рассчитано так, чтобы обеспечить каждого студента группы индивидуальным заданием. Задачи расположены в порядке логической последовательности, увязаны с материалом лекций и охватывают все темы дисциплины «Статистика». Использование сборника задач как для проведения аудиторных практических занятий, так и для решения домашних задач позволяет увеличить знания студентов по дисциплине «Статистика», повысить их успеваемость, уменьшить время на выдачу задания.

Учебно-методическое пособие «Сборник задач по общей теории статистики» полностью соответствует программе дисциплины «Статистика». Его отличает доступность изложения материала, точность формулировок, ясность графического материала. Пособие содержит теоретический материал по каждой теме дисциплины «Статистика». Практический интерес представляют примеры решения задач, которые позволяют студентам самостоятельно освоить материал дисциплины или закрепить полученные на занятиях знания.

В учебно-методическом пособии рассмотрены основные процедуры сбора, обработки и анализа массовых данных. Пособие дает представление об основных статистических методах, их возможностях и границах применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Амурская область в цифрах: Краткий статистический сборник. – Благовещенск: Амурстат, 2011. – 370 с.

Григорьева, В.З., Донецкая, С.С., Смолина, Н.В. Статистика: Практикум для студентов экономических специальностей заочной формы обучения. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2000. – 48 с.

Гусаров, В.М. Статистика: учеб. пособие / В.М. Гусаров, Е.И. Кузнецова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 479 с.

Сборник задач по общей теории статистики (для программированного обучения): учеб. пособие / И.С. Пасхавер, А.Л. Яблочник, Н.Т. Иващенко и др. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 280 с.

Статистика. Разд. I «Общая теория статистики». Задания для практических занятий / под ред. к.э.н., доц. Г.А. Бутримова. – Новосибирск: СибУПК, 2004. – 102 с.

Статистика: учеб., рек. Мин. обр. РФ / под ред. И.И. Елисейевой. – М.: Высшее образование, 2009. – 566 с.

Статистика: учеб. пособие / сост.: Т.Г. Храмцова, Ю.А. Антипова, Г.А. Бутримова, С.С. Донецкая, Г.Л. Мороз, Н.А. Рожкова; под ред. проф. Т.Г. Храмцовой; СибУПК. – Новосибирск, 2006. – 93 с.

Теория статистики: учеб., рек. Мин. обр. РФ / В.А. Шмойлова и др.; ред. Р.А. Шмойлова. – Изд. 5-е. – М.: Финансы и статистика, 2009. – 656 с.

Шмойлова, Р.А. Практикум по теории статистики: учеб. пособие, рек. Мин. обр. РФ / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова; под ред. Р.А. Шмойловой. – Изд. 3-е. – М.: Финансы и статистика, 2009. – 416 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
<i>Тема 1. Статистическое наблюдение</i>	<i>4</i>
<i>Тема 2. Сводка и группировка статистических данных.....</i>	<i>14</i>
<i>Тема 3. Абсолютные и относительные величины.....</i>	<i>31</i>
<i>Тема 4. Средние величины</i>	<i>44</i>
<i>Тема 5. Показатели вариации и другие характеристики рядов распределения..</i>	<i>66</i>
<i>Тема 6. Выборочный метод.....</i>	<i>84</i>
<i>Тема 7. Ряды динамики.....</i>	<i>102</i>
<i>Тема 8. Индексы</i>	<i>126</i>
<i>Тема 9. Статистическое изучение взаимосвязи социально-экономических явлений</i>	<i>147</i>
Заключение.....	168
Список литературы.....	169

Васильева Анжелика Валерьевна,

доц. кафедры экономики и менеджмента организации АмГУ, канд. экон. наук

Донецкая Светлана Сергеевна,

доц. кафедры статистики и математики Сибирского университета

потребительской кооперации, д-р экон. наук

Сборник задач по общей теории статистики. Учебно-методическое пособие.

Изд-во АмГУ. Подписано к печати _____. Формат 60x84/16. Усл. печ. л.
10,5. Тираж 2000. Заказ _____.

Отпечатано в типографии АмГУ.