Федеральное агентство по образованию РФ
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ГОУВПО «АмГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ИиУС
____________ А.В. Бушманов
«___» __________ 2006 г.

Учебно-методический комплекс дисциплины

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ (ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ)

для специальности
230201 – информационные системы и технологии

Составитель: Ерёмин Е.Л.

2006 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики
и информатики
Амурского государственного
университета

Основы теории управления (дополнительные главы) для специальности 230102 «Информационные системы и технологии»: учебно-методический комплекс дисциплины. / Еремин Е.Л. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2006. 71 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине " Основы теории управления " для специальности 230201 «Информационные системы и технологии»

курс 3 семестр 5

Лекции 36 Зачет 5 семестр

Практические (семинарские) занятия __ (час.)

Лабораторные занятия __ (час.)

Самостоятельная работа 38/20 (р.г.р.) (час.)

Всего часов 74/20 (р.г.р.) (час)

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе.

   1.1. Цель преподавания дисциплины.

   Изучение современных методов анализа и синтеза систем автоматического управления динамическими объектами.

   1.2. Задачи изучения дисциплины.

   По завершению курса "Основы теории управления", студент должен получить навыки в формулировке постановок и решения задач анализа и синтеза систем управления. Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию инженерного подхода к выбору и применению математических методов исследования систем автоматического управления.

   1.3. Перечень разделов (тем) необходимых дисциплин.

      1.3.1. Математика: математический анализ; дискретная математика; вероятность и статистика.

      1.3.2. Электротехника и электроника: машины постоянного тока; асинхронные машины; синхронные машины; основы электроники и электрические измерения; элементная база современных электронных устройств; импульсные и автогенераторные устройства; основы цифровой электроники; микропроцессорные средства; электрические измерения и приборы.

      1.3.3. Моделирование систем: основные понятия теории моделирования сложных систем; классификация видов моделирования; имитационные модели систем; математические схемы моделирования систем; формализация и алгоритмизация процессов функционирования систем; принципы построения моделирующих алгоритмов; инструментальные средства реализации моделей; языки и системы моделирования; анализ и интерпретация результатов моделирования систем на ЭВМ; моделирование при исследованиях и проектировании.

2. Содержание дисциплины

2.1. Федеральный компонент
Дисциплина специализации
ГОС ВПО: 1224 ДС - 2.

2.2. Лекционные занятия

2.2.1. Управление и информатика; общие принципы системной организации (4 часа). Цель и задачи курса. Краткая история развития автоматического управления. Основным понятия и определения. Блок-схемы систем управления и регулирования. Этапы системной деятельности. Характеристика алгоритмов анализа и синтеза систем управления. Функциональные и обеспечивающие подсистемы систем управления.

2.2.2. Математические модели объектов и систем управления; формы представления моделей (22 часа). Математическое моделирование процессов в автоматических системах. Обыкновенные обыкновенные дифференциальные уравнения. Способы линеаризации. Линейные дифференциальные уравнения. Передаточные функции. Переходная матрица. Импульсная переходная функция. Переходная характеристика. Частотная характеристика. Типовые динамические звенья. Звено второго порядка. Структурные преобразования. Область применимости. Передаточные функции систем. Количественные оценки процессов. Свойства объектов управления. Пространство состояний. Анализ процессов в системах низкого порядка. Частотный метод анализа.

2.2.3. Устойчивость, управляемость и наблюдаемость; инвариантность и чувствительность систем управления; методы анализа и синтеза систем управления (10 часов). Понятия и определения. Условие устойчивости линейных систем. Критерий Раусса-Гурвица. Критерии Михайлова. Критерий Найквиста. Области и запасы устойчивости, метод Д- разбиения. Системы с запаздыванием. Условия управляемости и стабилизируемости. Условия наблюдаемости и обнаруживаемости. Метод корневых годограф. Модальный метод синтеза. Частотный метод синтеза. Синтез систем с запаздыванием. Динамические характеристики нелинейных систем. Устойчивость. Основные понятия и определения. Второй метод Ляпунова. Применение второго метода Ляпунова. Синтез систем на основе критериев абсолютной устойчивости и гиперустойчивости. Анализ переходных процессов. Метод фазовой плоскости.

2.3. Расчетно-графическая работа.

2.3.1. Анализ непрерывных систем управления.
2.3.2. Задание: Согласно структурной схеме[1] непрерывной САУ, изображенной на рис. 19, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 9, требуется: найти передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем; построить частотные характеристики; определить устойчивость замкнутой САУ.

2.4. Самостоятельная работа студентов

2.4.1. Тема: Математические модели в пространстве состояний – 16 часов.

Рекомендуемая литература:

Еремин Е.Л. Динамические модели и S-моделирование систем. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2003. 337.

2.5. Вопросы к экзамену

2.5.1. Основные понятия ТАУ. Принципы управления в САУ. Примеры.
2.5.2. Линеаризация САУ. Первая форма записи.
2.5.3. Интегральные преобразования Лапласа. Вторая форма записи.
2.5.4. Модели САУ в пространстве состояний.
2.5.5. Частотная передаточная функция САУ и ее характеристики
2.5.6. Типовые соединения и передаточные функции САУ.
2.5.7. Структурные преобразования ЛСАУ.
2.5.8. Классификация динамических звеньев САУ. Типовые временные характеристики.

---

[1] Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с.

2.5.9. Инерционное звено 1-ого порядка.
2.5.10. Инерционное звено 2-ого порядка.
2.5.11. Идеальное интегрирующее звено.
2.5.12. Реальное дифференцирующее звено.
2.5.13. Звено с чистым запаздыванием.
2.5.14. Устойчивость САУ. Необходимые и достаточные условия устойчивости.
2.5.15. Граница устойчивости и ее типы.
2.5.16. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.
2.5.17. Критерий устойчивости Михайлова.
2.5.18. Критерий устойчивости Найквиста
2.5.19. Оценка установившейся точности в режимах стабилизации и слежения.
2.5.20. Качество САУ. Прямые показатели качества. Оценка быстродействия и запаса устойчивости по ВД.
2.5.21. Корневой и интегральные методы оценки качества САУ
2.5.22. Частотный критерий оценки качества САУ.
2.5.23. Типовые регуляторы и коррекция САУ.
2.5.24. Математические модели ДСАУ
2.5.25. Основные понятия и определения ДСАУ. Экстраполятор нулевого порядка.
2.5.26. Анализ устойчивости и качества ДСАУ.
2.5.27. Особенности НСАУ
2.5.28. Метод фазовой плоскости.
2.5.29. Критерий абсолютной устойчивости и его применение.
2.5.30. Прямой метод Ляпунова и его применение.
2.5.31. Критерий гиперустойчивости и его применение.

2.6. Оценочные критерии

2.6.1. Студент получает зачет по изучаемой дисциплине в случае, если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

2.6.2. При оценке знаний на экзамене учитывается: правильность и осознанность изложения содержания ответа на вопросы, полнота раскрытия понятий и закономерностей, точность употребления и трактовки общенаучных и специальных терминов; степень сформированности интеллектуальных и научных способностей экзаменуемого; самостоятельность ответа; речевая грамотность и логическая последовательность ответа. Критерии оценок:

отлично – полно раскрыто содержание вопросов в объеме программы и рекомендованной литературы; четко и правильно даны определения и раскрыто содержание концептуальных понятий, закономерностей, корректно использованы научные термины; для доказательства использованы различные теоретические знания, выводы из наблюдений и опытов; ответ самостоятельный, исчерпывающий, без наводящих дополнительных вопросов, с опорой на знания, приобретенные в процессе специализации по выбранному направлению информатики.

- хорошо – раскрыто основное содержание вопросов; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены нарушения последовательности изложения, небольшие неточности при использовании научных терминов или в выводах и обобщениях, исправляемые по дополнительным вопросам экзаменаторов.
- удовлетворительно – усвоено основное содержание учебного материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно; определение понятий недостаточно четкое; не использованы в качестве доказательства выводы из наблюдений и опытов или допущены ошибки при их изложении; допущены ошибки и неточности в использовании научной терминологии, определении понятий;
- неудовлетворительно – ответ неправильный, не раскрыто основное содержание программного материала; не даны ответы на вспомогательные вопросы экзаменаторов; допущены грубые ошибки в определении понятий и использовании терминологии.

3. Учебно-методические материалы по дисциплине

3.1. Используемая и рекомендуемая литература

Основная:

3.1.1. Методы классической и современной теории автоматического управления. Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.1. - 747с.

3.1.2. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов и теории оптимизации систем автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.2. - 735с.

3.1.3. Методы классической и современной теории автоматического управления. Методы современной теории

автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.3. - 747с.
3.1.4. Теория автоматического управления. - ч. 1, 2/Под ред. А. А. Воронова. -М.: Высшая школа, 1986.
3.1.5. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. -М.: Наука, 1975.
3.1.6. Математические основы теории автоматического регулирования/Под ред. Б. К. Чемоданова. -М.: Машиностроение, 1971.

Дополнительная:

3.1.7. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. - М.: Наука, 1986.
3.1.8. 8. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. - М.: Высшая школа, 1979.
3.1.9. Нетушил А. В. Теория автоматического управления. - М.: Высшая школа, 1976.
3.1.10. Справочник по теории автоматического управления/Под ред. А. А. Красовского. - М.: Наука, 1987.
3.1.11. Алексаков Г. Н., Гаврилин В. В., Федоров В. А. Персональный аналоговый компьютер. - М.: Энергоатомиздат, 1992.
3.1.12. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. - М.: Мир, 1973.
3.1.13. Красовский Н. Н. Управление динамической системой. - М.: Наука, 1985.
3.1.14. Ройтенберг Я. Н. Автоматическое управление. - М.: Наука, 1978.

Учебно-методические пособия:

3.1.15. Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с.

4. Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины[1]

<table>
<tr><th rowspan="2">Номер недели</th><th rowspan="2">Номер темы</th><th rowspan="2">Вопросы, изучаемые на лекции</th><th colspan="2">Занятия</th><th rowspan="2">Используемые наглядные и методические пособия</th><th colspan="2">Самостоятельная работа студентов</th><th rowspan="2">Форма контроля</th></tr>
<tr><th>Практические</th><th>Лабораторные</th><th>Содержание</th><th>Часы</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>2.2.1</td><td rowspan="18">-</td><td rowspan="18"></td><td rowspan="18">3.1.1, 3.1.4, 3.1.5, 3.1.6</td><td rowspan="9">2.4</td><td rowspan="9">16</td><td rowspan="9">сб</td></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="12">2</td><td rowspan="12">2.2.2</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td></tr>
<tr><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
<tr><td>7</td></tr>
<tr><td>8</td></tr>
<tr><td>9</td></tr>
<tr><td>10</td><td rowspan="9">2.3</td><td rowspan="9">20</td><td rowspan="9">зргр</td></tr>
<tr><td>11</td></tr>
<tr><td>12</td></tr>
<tr><td>13</td></tr>
<tr><td>14</td><td rowspan="5">3</td><td rowspan="5">2.2.3</td></tr>
<tr><td>15</td></tr>
<tr><td>16</td></tr>
<tr><td>17</td></tr>
<tr><td>18</td></tr>
</table>

[1] Принятые сокращения:
защита отчета о выполнении лабораторной работы – злр;
собеседование по результатам самостоятельной работы студентов – сб;
защита расчетно-графической работы – зргр;

2. ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Содержание	Объем в часах	Сроки и форма контроля
3.1. Тема: Математические модели в пространстве состояний	16 час.	Собеседование (5 неделя)

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

2.1. Состояние динамической системы

В современной теории систем активно развиваются и используются *методы пространства состояний*. Наиболее характерный пример такого применения – теория автоматического управления, где, наряду с простыми классическими методами, появляются новые абстрактные методы, позволяющие решать более сложные задачи исследования замкнутых многомерных систем управления.

Начало систематического использования методов пространства состояний обычно связывают с работами Л.С. Понтрягина – по математической теории оптимальных процессов, Р. Беллмана – по динамическому программированию и Р. Калмана – по общей теории фильтрации и управления.

К преимуществам методов пространства состояний общепринято относить:

одинаковую формулировку различных задач и простоту их решения при наличии большого числа переменных;

возможность обнаружения и исследования таких свойств систем, которые при использовании классических подходов в терминах "вход-выход" остались бы недоступными;

возможность анализа и синтеза нестационарных и нелинейных динамических систем;

использование векторно-матричной формы представления для описания исследовательских задач, имеющей неоспоримое преимущество при их численном решении на ПЭВМ.

Основной недостаток методов пространства состояний заключается в том, что переменные состояния сохраняют ясный физический смысл только тогда, когда они наблюдаемы и могут быть измерены или когда переменные состояния совпадают с фазовыми

$x_1(t)=x(t),\ x_2(t)=dx_1(t)/dt,\ \ldots,\ x_n(t)=dx_{n-1}(t)/dt.$

В противном случае, если выбор переменных состояния определяется иным образом, связь математической модели с физической реальностью теряется и, как следствие, исчезает возможность корректного сопоставления расчетных и экспериментальных данных.

2.1.1. Вход, состояние и выход

Динамика системы описывается ее математической моделью, аналитически отражающей зависимости между тремя множествами переменных: переменными входа $u(t)\in R^m$, выхода $y(t)\in R^l$ и состояния $x(t)\in R^n$, где R^i – i-мерное линейное вещественное пространство.

Вход системы, выраженный множеством временных функций, представляет описание внешних переменных, действующих на систему. *Выход системы*, выраженный аналогично, – это описание наблюдаемых выходных переменных, непосредственно отражающих поведение системы.

Как уже отмечалось в главе 1, любая система состоит из набора подсистем или элементов (звеньев), которые по характеру реакции на входное воздействие делятся на статические и динамические.

Отличительной особенностью статической системы является ее безынерционность, т.е. наличие мгновенной реакции на входное воздействие, никак не связанное с ее предыдущим положением. В любой момент времени t_0 значение выхода статической системы $y(t_0)$ однозначно определяется по значению входа $u(t_0)$, а сама связь (стационарная или нестационарная) *статическая характеристика* – описывается одним из уравнений:

$y = F(u), \quad y = F(u, t).$

Важнейшее свойство любой динамической системы – это зависимость ее реакции как от переменных, действующих на систему в данный момент, так и от переменных, действовавших на нее в прошлом. Отметим, что для определения в момент времени t_1 значения выхода $y(t_1)$ информации только о значении входа $u(t_1)$ недостаточно, поскольку требуются еще сведения о предыстории изменения $u(t)$ на некотором интервале $t \in [t_0, t_1]$ и начальном состоянии $x(t_0)$. Такую зависимость будем описывать следующим образом:

$$y(t_1) = S(x(t_0), u(t)), \quad t \in [t_0, t_1], \qquad (2.1)$$

где S – оператор преобразования одной функции в другую.

Таким образом, состояние динамической системы – это некий параметр, однозначно определяющий реакцию выхода системы относительно входа. Состояние системы должно удовлетворять так называемым *аксиомам совместности*. Укажем две наиболее важные.

<u>Первая аксиома совместности</u>. Для определения будущего поведения системы не играет роли то, каким образом она пришла в данное состояние, поскольку траектория движения системы определяется однозначно по начальному состоянию и динамике входа в рассматриваемом интервале времени.

Выход $y(t)$, $\forall t \geq t_0$ определяется однозначно при заданных $x(t_0)$ и $u(t)$, $t \in [t_0, t_1]$.

<u>Вторая аксиома совместности</u>. Если траекторию движения системы разбить на участки, то каждый из них можно рассматривать как новую траекторию с соответствующим начальным условием. При этом в зависимости от входного процесса и начального состояния динамика системы будет изменяться соответствующим образом.

Пусть $t_0 < t_1 < t_2$, тогда при любом $x(t_0)$ и $\forall t \in [t_0, t_1]$ выход $y(t_1)$ будет определяться уравнением (2.1). Если же вычислить значение $x(t_1)$, то выход $y(t_2)$ будет следующим:

$y(t_2) = S(x(t_1), u(t)), \quad t \in [t_1, t_2].$

2.1.2. Пространство состояний

Множество $X = \{x\}$ возможных значений состояния системы называется *пространством состояний*.

В случае $X = R^n$ состояние $x = x(t)$ есть n-мерный вещественный вектор – *вектор состояния* (в частном случае – это *фазовый вектор*), элементы которого будем обозначать через $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$.

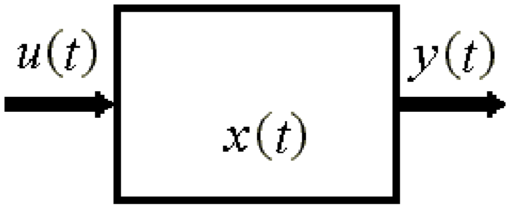


Рис. 2.1. Переменные динамической системы.

Вектор, составленный из указанных элементов, обычно записывают следующим образом:

$$x = x(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]^T,$$

где T – символ транспонирования.

Если x – состояние системы, $m(\cdot)$ – некоторое взаимно однозначное отображение пространства X в себя ($m : X \to X$), то $\bar{x} = m(x)$ также можно считать состоянием данной системы. Тогда состояние x можно определить различным, но взаимно однозначным образом.

Например, если $X = R^n$, а T – n-мерная невырожденная матрица ($\det T \neq 0$), то вектор $\bar{x} = Tx$ также можно применять для описания состояния системы, поскольку $x = T^{-1}\bar{x}$, где T^{-1} – обратная матрица.

2.2. Описание динамической системы в нормальной форме

Уравнения состояния так называемых *конечномерных дифференциальных* (*непрерывных*) *систем* можно представить в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\big(x(t), u(t), t\big), \quad x(t_0) = x_0, \; t \geq t_0, \qquad (2.2)$$

$$y(t) = g\big(x(t), u(t), t\big), \qquad (2.3)$$

где $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ – вектор-функции от векторных аргументов.

Уравнение (2.2) называют *уравнением состояния* (*эволюционным уравнением*), описывающим изменение состояния системы во времени $t \in R$, в соответствии с начальным условием $x(t_0)$ и входным воздействием $u(t)$, а уравнение (1.3) – уравнением выхода, устанавливающим статическую связь между значениями выхода и текущими значениями состояния и входа.

2.2.1. Уравнения линейных систем в пространстве состояний

Метод пространства состояний в качестве базовой математической модели системы (2.2), (2.3), когда функции $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ линейны по x, u, предполагает использование уравнений вида

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \; t \geq t_0, \qquad (2.4)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t), \qquad (2.5)$$

где $x(t) \in R^n$; $u(t) \in R^m$; $y(t) \in R^k$; матрицы-функции $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$

соответствующего размера[1]. Системы (2.4), (2.5) называются *непрерывными линейными системами*, в которых матрицы $A(t)$, $B(t)$ и $C(t)$ имеют следующую структуру:

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}, \tag{2.6}$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \dots & b_{1m}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & \dots & b_{nm}(t) \end{pmatrix}, \; m \le n, \tag{2.7}$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{l1}(t) & c_{l2}(t) & \dots & c_{ln}(t) \end{pmatrix}, \; l \le n. \tag{2.8}$$

В случае, когда матрица $D(t) \equiv 0$, систему (2.4), (2.5) называют *собственной*[2] (*строго реализуемой*), а при $D(t) \neq 0$ – *несобственной*.

Систему (2.4), (2.5) с матрицами $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$ называют *нестационарной*, если же элементы этих матриц от времени не зависят, то система – *стационарная*.

Структура стационарной линейной системы представлена на рис. 2.2, для которой (например, при $n > m$), математическое описание будет следующим:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \;\; x(t_0) = x_0, \;\; t \ge t_0, \tag{2.9}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \;\; D = 0. \tag{2.10}$$

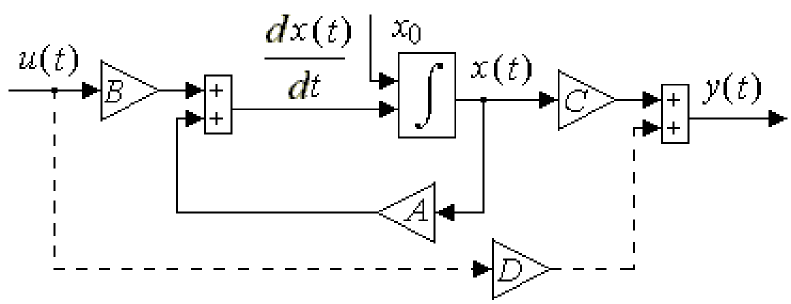


Рис. 2.2. Структурная схема стационарной динамической системы.

Системы (2.4), (2.5) и (2.9), (2.10) часто называют *нормальными*

---

[1] В теории автоматического управления матрицы, входящие в уравнения (2.4), (2.5), обычно называют: $A(t)$ – матрицей состояния системы, $B(t)$ – матрицей управления, $C(t)$ – матрицей выхода, $D(t)$ – матрицей обхода системы.

[2] Такой тип систем в прикладных задачах является наиболее распространенным.

системами, или *системами в нормальной форме Коши*. В тех случаях, когда в системе (2.9), (2.10) переменные состояний совпадают с фазовыми, оказывается, что матрица A имеет специфическую форму записи – *форму Фробениуса*, представляемую в виде

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{pmatrix}, \qquad (2.11)$$

где $a_i = const > 0$. Для матрицы Фробениуса характерно следующее: элементы над главной диагональю равны единице, а элементы нижней строки являются коэффициентами однородного дифференциального уравнения n-го порядка

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx(t)}{dt} + a_n x(t) = 0. \qquad (2.12)$$

Иногда матрицу Фробениуса называют *матрицей сопровождения*.

2.2.2. Способы программирования в переменных состояния

Наиболее распространенными приемами построения моделей динамических систем в переменных состояния являются приемы, основанные на *способах прямого*, *параллельного* или *последовательного программирования*.

Поскольку исходное математическое описание системы в этих способах программирования – передаточная функция, выберем описание динамической системы, например, в следующем виде:

$$x(s) = W(s)u(s) = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} u(s). \qquad (2.13)$$

<u>Прямое программирование</u> относится к наиболее общим подходам, позволяющим осуществить переход в пространство состояний без каких-либо предварительных условий.

Этапы прямого программирования предусматривают последовательное выполнение следующих типовых действий или процедур:

во-первых, числитель и знаменатель функции $W(s)$ вида (2.13) разделим на выражение $a_0 s^3$, соответствующее слагаемому с максимальной степенью s в знаменателе, в результате получим уравнение

$$x(s) = \frac{\frac{b_0}{a_0} s^{-1} + \frac{b_1}{a_0} s^{-2} + \frac{b_2}{a_0} s^{-3}}{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1} + \frac{a_2}{a_0} s^{-2} + \frac{a_3}{a_0} s^{-3}} u(s); \qquad (2.14)$$

во-вторых, введем обозначение

$$E(s)=\frac{1}{1+\frac{a_1}{a_0}s^{-1}+\frac{a_2}{a_0}s^{-2}+\frac{a_3}{a_0}s^{-3}}u(s); \tag{2.15}$$

в-третьих, перепишем уравнение (2.15) следующим образом:

$$E(s)=u(s)-\frac{a_1}{a_0}s^{-1}E(s)-\frac{a_2}{a_0}s^{-2}E(s)-\frac{a_3}{a_0}s^{-3}E(s); \tag{2.16}$$

в-четвертых, учитывая соотношение (2.15), а также вводя обозначение выхода $y(s) = x(s)$, представим уравнение (2.14) в виде

$$y(s)=x(s)=\frac{b_0}{a_0}s^{-1}E(s)+\frac{b_1}{a_0}s^{-2}E(s)+\frac{b_2}{a_0}s^{-3}E(s); \tag{2.17}$$

в-пятых, введем в рассмотрение переменные состояния, которые в изображениях зададим следующим образом:

$$x_1(s)=s^{-3}E(s), \tag{2.18}$$

$$x_2(s)=s^{-2}E(s), \tag{2.19}$$

$$x_3(s)=s^{-1}E(s); \tag{2.20}$$

в-шестых, запишем совместно уравнения (2.15) – (2.18). Подстановка соотношений (2.19) в (2.18) и соответственно (2.20) в (2.19) позволяет записать уравнения

$$x_1(s)=s^{-1}x_2(s),\ \ x_2(s)=s^{-1}x_3(s). \tag{2.21}$$

Кроме того, подстановка $E(s)$ вида (2.16) в соотношение (2.17), с учетом обозначений (2.18) – (2.20), позволяет записать равенство

$$y(s)=\frac{b_0}{a_0}x_1(s)+\frac{b_1}{a_0}x_2+\frac{b_2}{a_0}x_3(s). \tag{2.22}$$

Аналогичные действия, выполненные для выражения (2.20), приводят к следующему уравнению

$$x_3(s)=s^{-1}\left(u(s)-\frac{a_1}{a_0}x_3(s)-\frac{a_2}{a_0}x_2(s)-\frac{a_3}{a_0}x_1(s)\right). \tag{2.23}$$

Объединяя уравнения (2.20) – (2.23), окончательно получаем

$$\begin{gathered} sx_1(s)=x_2(s),\ \ sx_2(s)=x_3(s),\\ sx_3(s)=-\frac{a_3}{a_0}x_1(s)-\frac{a_2}{a_0}x_2(s)-\frac{a_1}{a_0}x_3(s)+u(s),\\ y(s)=\frac{b_0}{a_0}x_1(s)+\frac{b_1}{a_0}x_2(s)+\frac{b_2}{a_0}x_3(s), \end{gathered} \tag{2.24}$$

где первые три уравнения – уравнения состояний системы, а последнее – уравнение ее выхода.

Уравнения (2.24), записанные в изображениях, можно переписать относительно оригиналов следующим образом:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t), \frac{dx_2(t)}{dt} = x_3(t),$$
$$\frac{dx_3(t)}{dt} = -\frac{a_3}{a_0}x_1(t) - \frac{a_2}{a_0}x_2(t) - \frac{a_1}{a_0}x_3(t) + u(t), \qquad (2.25)$$
$$y(t) = \frac{b_0}{a_0}x_1(t) + \frac{b_1}{a_0}x_2(t) + \frac{b_2}{a_0}x_3(t),$$

т.е. в виде, который полностью идентичен уравнениям нормальной системы (2.9), (2.10), полагая, что имеют место соотношения

$$x^T(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \end{pmatrix},$$
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{a_3}{a_0} & -\frac{a_2}{a_0} & -\frac{a_1}{a_0} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad (2.26)$$
$$C = \begin{pmatrix} \frac{b_0}{a_0} & \frac{b_1}{a_0} & \frac{b_2}{a_0} \end{pmatrix}, \quad D = 0.$$

Для наглядности приведем числовой пример. Пусть в исходной передаточной функции $W(s)$ вида (2.13) коэффициенты имеют значения:

$$b_0 = 1, \; b_1 = 7, \; b_2 = 12, \; a_0 = 1; \; a_1 = 3, \; a_2 = 2, \; a_3 = 0, \qquad (2.27)$$

тогда в системе (2.9), (2.10) матрицы и векторы будут следующими:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = 0. \qquad (2.28)$$

Для динамической системы (2.25) – (2.27) или в нормальной форме системы (2.9), (2.10), (2.28) можно построить структурную схему в пространстве состояний, показанную на рис. 2.3.

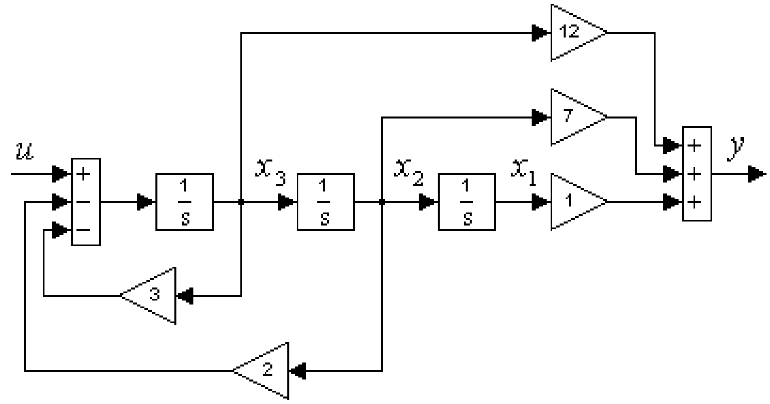


Рис. 2.3. Структурная схема динамической системы (2.25) – (2.27).

Параллельное программирование. Для применения этого способа требуется, чтобы полюса передаточной функции $W(s)$ – корни знаменателя –

были бы вещественными и рациональными, т.е. допускалось представление $W(s)$ в виде суммы дробно-рациональных функций. Данный способ программирования рассмотрим на числовом примере. Пусть аналогично системе (2.13), (2.27) исследуемая система описывается уравнением

$$x(s)=\frac{s^2+7s+12}{s^3+3s^2+2s}u(s). \tag{2.29}$$

Параллельное программирование предусматривает выполнение определенной последовательности действий:

во-первых, учитывая явный вид $W(s)$, выражение (2.29) перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned}x(s)&=\frac{s^2+7s+12}{s^3+3s^2+2s}u(s)=\frac{s^2+7s+12}{s(s+1)(s+2)}u(s)=\\&=\left(\frac{a_1}{s}+\frac{a_2}{s+1}+\frac{a_3}{s+2}\right)u(s),\end{aligned} \tag{2.30}$$

где a_1, a_2, a_3 – неопределенные множители;

во-вторых, используя тождество

$$a_1(s+1)(s+2)+a_2s(s+2)+a_3s(s+1)=s^2+7s+12,$$

запишем систему линейных уравнений относительно его коэффициентов

$$a_1+a_2+a_3=1,$$

$$3a_1+2a_2+a_3=7,$$

$$2a_1=12,$$

решение которой будет иметь вид

$$a_1=6,\ \ a_2=-6,\ \ a_3=1; \tag{2.31}$$

в-третьих, учитывая (2.31), а также переобозначение $y(s)$ = $x(s)$, перепишем уравнение (2.30) следующим образом:

$$y(s)=\left(\frac{1}{s}\cdot 6+\frac{1}{s+1}\cdot(-6)+\frac{1}{s+2}\cdot 1\right)u(s); \tag{2.32}$$

в-четвертых, в соответствии с выражением (2.32) введем в рассмотрение переменные состояния

$$x_1(s)=\frac{1}{s}u(s),\ \ x_2=\frac{1}{s+1}u(s),\ \ x_3(s)=\frac{1}{s+2}u(s), \tag{2.33}$$

уравнения которых в эквивалентном виде будут иметь вид

$$\begin{aligned}&sx_1(s)=u(s),\\&sx_2(s)=-x_2(s)+u(s),\\&sx_3(s)=-2x_3(s)+u(s),\end{aligned} \tag{2.34}$$

а также, учитывая явный вид переменных состояния (2.33), перепишем уравнение (2.32) следующим образом:

$$y(s) = 6x_1(s) - 6x_2(s) + x_3(s). \tag{2.35}$$

Уравнения состояния (2.34) и уравнение выхода (2.35) можно записать и в оригиналах, т.е. в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{dx_1(t)}{dt} = u(t), \\ &\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_2(t) + u(t), \\ &\frac{dx_3(t)}{dt} = -2x_3(t) + u(t), \\ &y(t) = 6x_1(t) - 6x_2(t) + x_3(t), \end{aligned} \tag{2.36}$$

которой в векторно-матричной форме (2.9), (2.10) соответствуют следующие матрицы и векторы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 6 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \ D = 0. \tag{2.37}$$

Структурная схема динамической системы (2.36) или (2.9), (2.10), (2.37) показана на рис. 2.4.

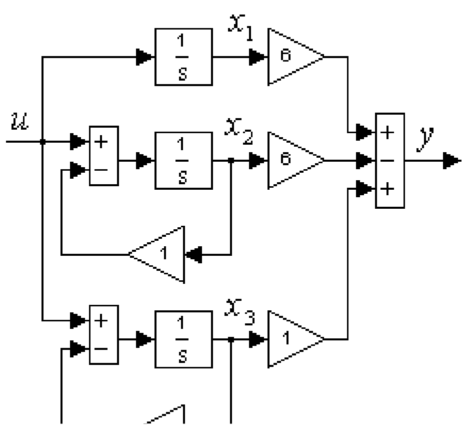


Рис. 2.4. Структурная схема системы (2.36).

Последовательное программирование. Для применения этого способа должно быть выполнено условие – $W(s)$ исследуемой системы должна быть представлена в виде произведения дробно-рациональных функций, иначе говоря, как полюса, так и нули $W(s)$ должны быть вещественны и рациональны.

Применение способа параллельного программирования, как и в предыдущем случае параллельного программирования, рассмотрим на примере выражения (2.29).

Этапы осуществления последовательного программирования следующие:

во-первых, уравнение (2.29) перепишем в виде

$$x(s) = \frac{s^2 + 7s + 12}{s^3 + 3s^2 + 2s} u(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{(s+3)}{(s+1)} \cdot \frac{(s+4)}{(s+2)} u(s); \tag{2.38}$$

во-вторых, введем в рассмотрение дополнительные переменные $u_1(s)$, $E_1(s)$ и переменную состояния $x_1(s)$, задавая уравнения

$$u_1(s) = \frac{1}{s} \frac{(s+3)}{(s+1)} u(s), \ E_1(s) = \frac{1}{1 + 2s^{-1}} u_1(s), \ x_1(s) = s^{-1} E_1(s), \tag{2.39}$$

что позволяет первую переменную состояния $x_1(s)$ описать в виде

$$x_1(s)=\frac{s^{-1}}{1+2s^{-1}}u_1(s)=\frac{1}{s+2}u_1(s)$$

или следующим образом:

$$sx_1(s)=-2x_1(s)+u_1(s); \tag{2.40}$$

в-третьих, подобно предыдущему этапу, введем в рассмотрение переменные вида

$$u_2(s)=\frac{1}{s}u(s),\ E_2(s)=\frac{1}{1+s^{-1}}u_2(s),\ x_2(s)=s^{-1}E_2(s), \tag{2.41}$$

что позволяет преобразовать выражение $u_1(s)$ из (2.39) и получить соотношение

$$u_1(s)=\frac{s+3}{s+1}u_2(s)=\left(1+3s^{-1}\right)E_2(s)=u_2(s)+2x_2(s), \tag{2.42}$$

а также записать следующее уравнение для второй переменной состояния:

$$sx_2(s)=-x_2(s)+u_2(s); \tag{2.43}$$

в-четвертых, аналогично двум предыдущим этапам введем в рассмотрение переменные вида

$$E_3(s)=u(s),\ x_3(s)=s^{-1}E_3(s), \tag{2.44}$$

тогда выражение для $u_2(s)$ из (2.41) получит вид

$$u_2(s)=\frac{1}{s}E_3(s)=x_3(s), \tag{2.45}$$

а третье уравнение состояния будет следующим:

$$sx_3(s)=u(s); \tag{2.46}$$

в-пятых, в результате подстановки уравнений (2.45) в (2.43) и (2.45) в (2.42), а затем (2.42) в (2.40) получаем систему уравнений состояния в виде:

$$\begin{aligned} &sx_1(s)=-2x_1(s)+2x_2(s)+x_3(s),\\ &sx_2(s)=-x_2(s)+x_3(s),\\ &sx_3(s)=u(s); \end{aligned} \tag{2.47}$$

в-шестых, обозначая выход $y(s) = x(s)$ и выполняя подстановку выражения (2.39) в (2.38), получаем

$$y(s)=\left(1+4s^{-1}\right)E_1(s)=E_1(s)+4x_1(s)=u_1(s)+2x_1(s),$$

а также учитывая явный вид функций $u_1(s)$ и $u_2(s)$ согласно равенствами (2.42) и (2.45), окончательно уравнение выхода $y(s)$ запишем в виде

$$y(s)=2x_1(s)+2x_2(s)+x_3(s). \tag{2.48}$$

В оригиналах система уравнений (2.47), (2.48) имеет вид

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_1(t) + 2x_2(t) + x_3(t),$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_2(t) + x_3(t), \tag{2.49}$$
$$\frac{dx_3(t)}{dt} = u(t),$$
$$y(t) = 2x_1(t) + 2x_2(t) + x_3(t),$$

которому в векторно-матричной форме записи (2.9), (2.10) соответствуют следующие матрица и векторы:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \; D = 0. \tag{2.50}$$

Структурная схема динамической системы (2.49) или (2.9), (2.10), (2.50) показана на рис. 2.5.

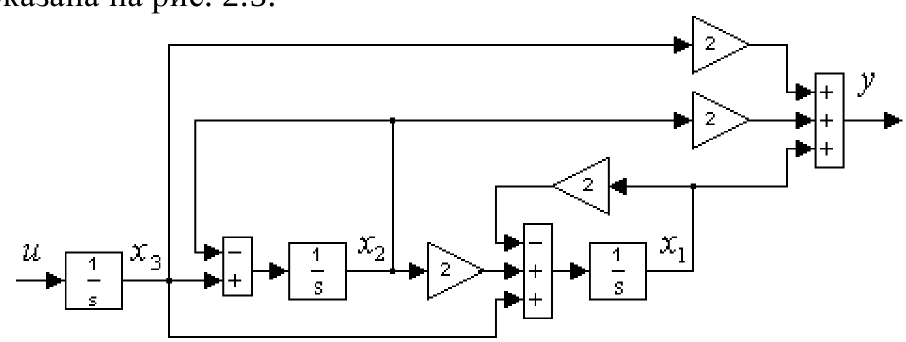


Рис. 2.5. Структурная схема динамической системы (2.49).

Кроме приведенных выше способов программирования, построеение модели систем в переменных состояния можно осуществлять и по другим методикам.

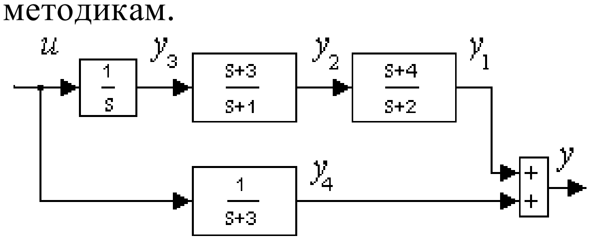


Рис. 2.6. Структурная схема динамической системы (2.51).

В частности, структура исследуемой системы может задана. Например, хорошо известно, что при последовательном соединении элементов их передаточные функции перемножаются, а при параллельном – суммируются. Поэтому для системы, описываемой уравнением

$$x(s) = \left(\frac{1}{s} \cdot \frac{(s+3)}{(s+1)} \cdot \frac{(s+4)}{(s+2)} + \frac{1}{s+3} \right) u(s), \tag{2.51}$$

которой соответствует структурная схема, изображенная на рис. 2.6, можно вначале любым из способов выполнить построение моделей в пространстве состояний для каждого из четырех элементов, а затем, исключая промежуточные переменные, записать уравнение модели в переменных состояния для всей системы.

Программирование по структурной схеме. Выделим в уравнении (2.51) элементы, описываемые следующим образом:

$$y_1(s) = W_1(s)y_2(s) = \frac{s+4}{s+2}y_2(s),$$
$$y_2(s) = W_2(s)y_3(s) = \frac{s+3}{s+1}y_3(s), \quad (2.52)$$
$$y_3(s) = W_3(s)u(s) = \frac{1}{s}u(s), \;\; y_4(s) = W_4(s)u(s) = \frac{1}{s+3}u(s).$$

Для каждой $W(s)$ из (2.52), – например, с помощью прямого программирования – построим модели в пространстве состояний, структурные схемы которых показаны на рис. 2.7.

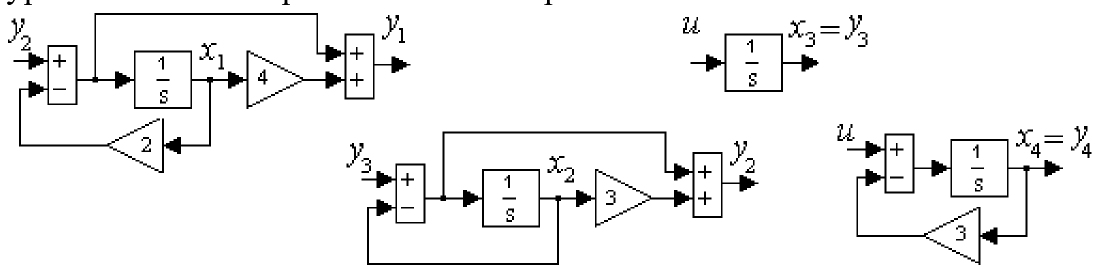


Рис. 2.7. Модели элементов системы (2.52) в пространстве состояний.

Модели элементов динамической системы (2.51) в пространстве состояний, в соответствии с выражениями (2.52), имеют вид

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_1(t) + y_2(t), \;\; y_1(t) = 2x_1(t) + y_2(t),$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_2(t) + y_3(t), \;\; y_2(t) = 2x_2(t) + y_3(t),$$
$$\frac{dx_3(t)}{dt} = u(t), \;\; y_3(t) = x_3(t), \quad (2.53)$$
$$\frac{dx_4(t)}{dt} = -3x_4(t) + u(t), \;\; y_4(t) = x_4(t).$$

Структурная схема динамической системы (2.53), в соответствии с моделями вида (2.52) и структурами на рис. 2.6 и рис. 2.7, изображена на рис. 2.8.

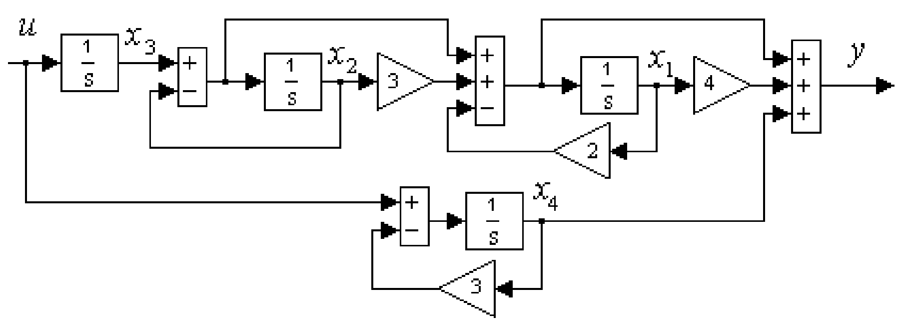


Рис. 2.8. Модель системы (2.53), (2.54).

Исключая в уравнениях (2.53) промежуточные переменные y_1, y_2, y_3, y_4, а также учитывая равенство $y = y_1 + y_4$, модель системы (2.51) в пространстве состояний можно записать в виде:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -2x_1(t) + 2x_2(t) + x_3(t),$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -x_2(t) + x_3(t),$$
$$\frac{dx_3(t)}{dt} = u(t), \qquad (2.54)$$
$$\frac{dx_4(t)}{dt} = -3x_4(t) + u(t),$$
$$y(t) = 2x_1(t) + 2x_2(t) + x_3(t) + x_4(t).$$

Векторно-матричная форма представления уравнений (2.54) в виде (2.9), (2.10) имеет место при следующих матрице и векторах:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; D = 0. \quad (2.55)$$

4. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ, УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т1.: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егупова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т2.: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егупова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т3.: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егупова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
4. Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с.
5. Еремин Е.Л. Динамические модели и S-моделирование систем. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2003. 337.
6. Теория автоматического управления. Ч.1 / Под ред. А.А.Воронова. М.: Высшая школа, 1977. 304 с.
7. Теория автоматического управления. Ч.2 / Под ред. А.А.Воронова. М.: Высшая школа, 1986. 504 с.
8. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 767 с.
9. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1989. 447 с.

5. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Лекция 1. Управление и информатика.

В 1948 году Норберт Винер опубликовал свою книгу «Кибернетика или связь в животном и машине». Этот год и принято считать датой рождения кибернетики – науки об управлении. В переводе с греческого кибернетика – искусство управлять. Таким образом, кибернетика – область человеческого знания, благополучно соединяющая в себе искусство и науку управления сложными системами, не только техническими, а и любыми биологическими, административными и социальными. Техническая кибернетика объединяет в себе научные направления, которые решают задачу автоматизации технологических процессов. Непосредственной предшественницей технической кибернетики и кибернетики вообще, является теория автоматического управления, которая имеет дело с относительно простыми объектами и управляющими системами, описываемыми системой дифференциальных или разностных уравнений.

Существует огромное число автоматических систем, выполняющих те или иные функции по управлению самыми разнообразными процессами во всех областях техники. Все эти и подобные автоматические системы можно разделить на 2 больших класса.

I класс – автоматы, выполняющие определенного рода операцию – включение освещения, билетный автомат, станок-автомат, автомат переключения скоростей, различные роботы и ряд других технических устройств. II класс – системы автоматического управления (САУ), которые в течение достаточно длительного времени поддерживают или изменяют требуемым образом какие-либо физические величины (скорость движения или координаты движущегося объекта, давление, температуру, электрическое напряжение и т.п.) в том или ином управляемом процессе.

Цель курса основ теории управления (ОТУ) – изучение автоматических систем второго класса, которые, в свою очередь, делятся на разомкнутые и замкнутые автоматические системы. Очевидно, разомкнутые системы являются полуавтоматическими, так человек наблюдая непосредственно за управляемым объектом или используя показания контрольно-измерительных устройств «вручную» изменяет величину от источника воздействия. Очевидно, система становится полностью автоматической или просто – автоматической, если сигнал от контрольно-измерительного устройства поступит на некоторое устройство, которое по результатам измерения будет само непосредственно формировать сигнал от источника воздействия. В этом случае осуществляется замыкание выхода управляемого объекта на его вход.

Сравнивая разомкнутые и замкнутые системы регулирования, отметим, что характерным для разомкнутой системы является то, что процесс работы системы непосредственно не зависит от результата воздействия на управляемый объект. Характерной особенностью замкнутой автоматической системы является то, что все звенья системы находятся в полной взаимной зависимости, и воздействие на управляемый объект определяется как функция от значения задатчика и значения контролируемой физической величины. Во многих случаях замкнутые системы управления позволяют увеличить точность и быстродействие в системе по сравнению с разомкнутыми системами.

Различают САУ и по задачам управления: От вида и способа формирования этого сигнала в значительной степени зависит способ построения регулятора. В зависимости от вида $Y^{зад}(t)$ принято классифицировать САУ по задачам управления: системы стабилизации, отличаются тем, что $y^{зад} = const$; системы программного управления. $y^{зад}(t) = y^{зад}(t)$ - является функцией времени и заранее известна; системы следящие. $y^{зад}(t)$ - заранее неизвестно.

Лекция 2. Общие принципы системной организации.

САУ состоит из двух основных частей: объекта управления (ОУ) и регулятора. Однако это разделение достаточно условное. ОУ представляет из себя “нечто”, в котором должны быть явно выражены одна или несколько входных и одна или несколько выходных величин. Так же на объект действуют помехи. $u(t)=(u_1(t).....u_m t))^T$ - входное, управляющее воздействие $y(t)=(y_1(t).....y_n(t))^T$ - выходное сигнал, состояние объекта $\xi(t)=(\xi_1(t).....\xi_k(t))^T$ - вектор помех Для поддержания заданного режима функционирования объекта, который выражается в заданном поведении выходных величин y, осуществляется управление входными величинами u, в соответствии с некоторым алгоритмом управления, построенным в соответствии с принципами управления. Устройство, вырабатывающее управление, называют регулятором.

Принципы управления (регулирования):

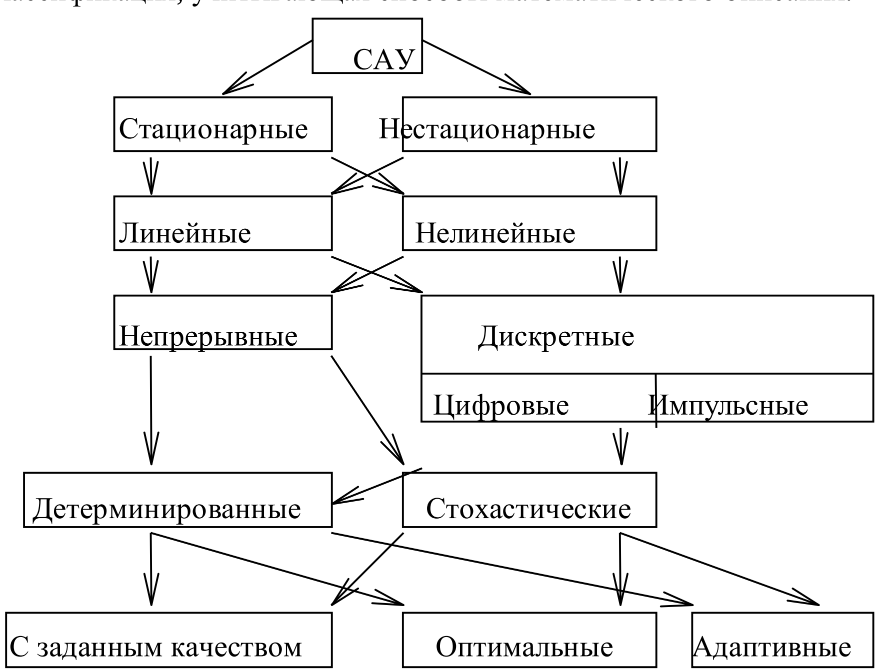
1. Принцип разомкнутого регулирования.

Иначе говоря, принцип планового управления. Работает достаточно успешно при наличии двух условий: достаточно информации о свойствах объекта и неизменности этих свойств в процессе работы; незначительность или полное отсутствие помех.

2. Принцип компенсации (управления по возмущению).Предложен Понселе (1829 г.). Принимаются меры к изучению или вычислению возмущающего воздействия ξ. Регулятор P_2 компенсирует помехи. Качество работы этой системы выше качества системы работающей по принципу 1. Главный недостаток этого принципа - необходимость измерения или априорного задания возмущения (например,его математической модели).

3. Принцип замкнутого управления(управления с обратной связью, управления по отклонению). Предложен Чикалевым (1874 г.) Этот принцип является наиболее общим, но и наиболее дорогим.

Если задача заключается в управлении объектом при наличии возмущающих воздействий, неточности задания математической модели объекта, погрешности измерений и повышенных требованиях к точности, то принцип применяется управления по отклонению. Методов исследования САУ много и имеется следующая их классификация, учитывающая способы математического описания.



По виду уравнений САУ.

По характеру передачи сигнала.

По характеру процессов в системе.

По критерию качества.

Лекция 3. Математическое моделирование процессов в автоматических системах.

Динамические системы разнообразны по своему назначению, принципу действия и конструктивному исполнению.

Первым примером САУ является регулятор Ползунова-Уатта (1764-65 г.г.), предназначенный для автоматического регулирования-поддержания давления в паровом котле.

Задача сводится к поддержанию постоянной скорости вращения.

С принципами работы этого регулятора связана работа И.А. Вышнеградского “Регуляторы парового действия” (1876 г.), основными тезисами которой являются:

1. Увеличение массы шаров вредно влияет на устойчивость.
2. Уменьшение трения вредно влияет на устойчивость.
3. Уменьшение момента нагрузки маховика вредно влияет на устойчивость.
4. Уменьшение неравномерности хода вредно влияет на устойчивость.

Развитие техники: повышение мощности машин, совершенствование обработки метала, увеличения рабочей скорости, стремление уменьшить неравномерность хода, - приводило к ухудшению работы парового регулятора. Вышнеградский в своей работе объяснил, почему улучшение параметров машины ухудшает её работу. Инженерам в то время это было совершенно неясно и никак не укладывалось в стандартные схемы.

В 1892 г. А.М. Ляпунов написал работу “Общие задачи об устойчивости движения”, в которой обосновал общий подход к исследованию устойчивости движения, из этого результаты Вышнеградского вытекали, как частный случай

Поведение систем может описываться обыкновенными дифференциальными уравнениями, дифференциальными уравнениями в частных производных, уравнениями в прямых или обратных разностях и т.д.

Рассмотрим методику составления уравнений непрерывных динамических систем с сосредоточенными параметрами, динамика которых описывается *обыкновенными дифференциальными уравнениями*.

Модели непрерывных систем с сосредоточенными параметрами. Большинство динамических систем – это совокупность взаимодействующих между собой подсистем (фрагментов) и отдельных элементов, определенным образом соединенных друг с другом. Начальным этапом при составлении дифференциальных уравнений является *разделение* (*декомпозиция*) *системы* на отдельные элементы и составление их дифференциальных уравнений.

Математические модели элементов системы в виде дифференциальных уравнений и уравнений связей между ними описывают процессы в динамической системе, т.е. изменение во времени всех ее физических координат. Зная уравнения элементов и уравнения связей динамической системы, можно построить ее структурную схему.

Структурная схема динамической системы отражает геометрию системы и характеризует как состав ее элементов, так и связи между ними. На структурной схеме системы указывают пути и направления передачи информации (сигналов).

Состояние системы, а также входящих в нее элементов описывается определенным числом независимых координат, часть которых доступна измерению: например, для электрических систем – это ток, напряжение, мощность; для механических систем – угол поворота, перемещение, скорость и т.д.

Для описания взаимодействия системы с внешней средой, а также подсистемы с другими подсистемами на входе и выходе выбирают соответствующие векторные координаты (входные и выходные). Будем пока полагать, что координаты, или переменные динамической системы – скалярные функции времени, пусть входная величина $g(t)$, а выходная $z(t)$.

Лекция 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

При составлении математического описания динамической системы основной задачей является получение дифференциальных уравнений ее отдельных элементов. Рассмотрим общий вид произвольного элемента динамической системы, на входе которого подается два типа внешних воздействий, один из которых будем называть задающим воздействием $g(t)$, а другой – возмущающим $j(t)$.

Составление уравнений отдельных элементов системы опирается на те физические законы, которые характеризуют их природу и поведение.

Для технических систем – это законы механики, электротехники, гидравлики, теплотехники и т.п. Уравнения динамики каждого элемента и всей системы в целом являются дифференциальными, при составлении которых стремятся, с одной стороны, наиболее точно, полно и подробно описать поведение, а с другой, учитывая сложность таких уравнений, – найти компромисс между усложнением дифференциальных уравнений и упрощением исследования свойств системы при решении этих уравнений.

Если в динамической системе возникает *установившийся режим* (*стабилизация*), то это ее состояние характеризуется зависимостью значений выходной величины от входной в виде так называемой *статической характеристики*.

Эти характеристики могут быть получены из дифференциальных уравнений при $t \to \infty$. Для примера рассмотрим дифференциальное уравнение элемента системы (см. рис. 1.1), динамику которого опишем выражением

$$F\left(\frac{d^2z(t)}{dt^2}, \frac{dz(t)}{dt}, z(t), g(t)\right) = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right), \qquad (1.1)$$

где $F(.)$, $f(.)$ – некоторые функции переменных $g(t)$, $z(t)$ и $j(t)$, а также производных от $z(t)$ и $j(t)$. В этом случае статическая характеристика (здесь в неявном виде) будет описываться уравнением

$$F(0, 0, z_0, g_0) = f(0, j_0), \qquad (1.2)$$

где z_0, g_0, $j_0 = const$.

Если функции $F(.)$, $f(.)$ нелинейные, в частном случае – линейные, то и элемент (1.1) соответственно – *нелинейный* или *линейный*. Из-за нелинейности большинства статических характеристик уравнения динамических систем являются нелинейными.

Упрощение анализа динамической системы чаще всего состоит в приближенной замене нелинейных дифференциальных уравнений на линейные уравнения, решения которых с достаточной степенью точности совпадают с решениями нелинейных уравнений. Такая *линеаризация* нелинейного уравнения производится относительного некоторого установившегося состояния.

Если нелинейность элемента системы вызвана его статической характеристикой, пусть для примера $z = y(g)$, то линеаризация характеристики сводится к ее замене на линейную функцию $z = ag + b$. Аналитически такая замена осуществляется за счет разложения в ряд Тейлора функции $z = y(g)$ в окрестности *стационарной точки*, соответствующей установившемуся состоянию при отбрасывании всех членов ряда, содержащих отклонения входной величины Δg в степени выше первой. Геометрически это означает замену кривой $z = y(g)$ касательной, проведенной к кривой в стационарной точке (z_0, g_0), как это показано на рис. 1.2, т.е. в точке установившегося режима.

В других случаях линеаризацию можно осуществить путем проведения секущей, мало отличающейся от функции $z = y(g)$ в заданном диапазоне изменения входной величины.

Лекция 5. Способы линеаризации. Линейные дифференциальные уравнения

Такие нелинейные характеристики, т.е. линеаризуемые в любой стационарной точке с требуемым диапазоном изменения входной величины в ее окрестности, называют *несущественными* нелинейностями; наряду с ними имеются нелинейные статические характеристики, которые такой линеаризации не поддаются – *существенные нелинейности*. Например к существенным нелинейностям относятся: a) – элемент с зоной нечувствительности; b) – релейный элемент с гистерезисом; c) – элемент с люфтом.

С помощью разложения в ряд Тейлора выполним линеаризацию для уравнений (1.1) и (1.2). Введем в рассмотрение отклонения входной и выходной переменных от установившегося состояния:

$$\begin{gathered}\Delta g(t) = g(t) - g_0,\ \Delta z(t) = z(t) - z_0,\\ \frac{d\Delta z(t)}{dt} = \frac{dz(t)}{dt} = z'(t),\ \ \frac{d^2\Delta z(t)}{dt^2} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = z''(t).\end{gathered} \tag{1.3}$$

Разложим левую часть выражения (1.1) в ряд Тейлора относительно состояния $(0, 0, z_0, g_0)$:

$$\begin{gathered}F\left(\frac{d^2 z(t)}{dt^2}, \frac{dz(t)}{dt}, z(t), g(t)\right) = F(0,0,z_0,g_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) +\\ + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) + \text{ВЧР},\end{gathered} \tag{1.4}$$

где аббревиатура ВЧР (*высшие члены разложения*) обозначает слагаемые, содержащие отклонения $\Delta z(t)$, $\Delta g(t)$ и производные от $\Delta z(t)$ в степени выше первой. Частные производные в правой части уравнения (1.4) являются постоянными величинами, значения которых зависят от вида функций $F(z''(t), z'(t), z(t), g(t))$ и координат стационарной точки (z_0, g_0). Вычитая из уравнения (1.1) уравнение (1.2), с учетом равенства (1.4), можно записать следующее соотношение:

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) +\\ + \text{ВЧР} = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right) - f(0, j_0).\end{gathered} \tag{1.5}$$

Предполагая, что отклонения (1.3) малы по величине, а функция $F(z''(t), z'(t), z(t), g(t))$ в окрестности стационарной точки достаточно гладкая по всем аргументам, и отбрасывая в левой части уравнения (1.5) слагаемые ВЧР в силу их малости, получим уравнение вида

$$\left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right) - f(0, j_0). \tag{1.6}$$

Таким образом, уравнение (1.6) – это *линейная модель* нелинейного уравнения (1.1), записанная в малых отклонениях относительно заданного установившегося состояния динамической системы.

В стандартной *первой форме записи* принято дифференциальное уравнение элемента системы представлять так, чтобы выходная координата и все ее производные находились в левой части уравнения (причем сама выходная переменная входила бы в уравнение с коэффициентом, равным единице), а все входные переменные располагались в правой части уравнения. В соответствии с этим правилом уравнение (1.6) можно привести к виду:

$$T_1 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = Ku(t) + f(t). \tag{1.9}$$

Лекция 6. Передаточные функции.

Вторая форма записи уравнений на основе $W(s)$. *Передаточной функций* $W(s)$ называется отношение изображения выхода $x(s)$ к изображению входа $u(s)$:

$$W(s)=\frac{x(s)}{u(s)} \tag{1.20}$$

при нулевых начальных условиях.

Применение L-преобразования, в частности к уравнению (1.10), позволяет записать соотношение

$$T_1s^2x(s)+T_2sx(s)+x(s)=Ku(s),$$

преобразование которого согласно определению $W(s)$ дает следующий результат:

$$x(s)=W(s)u(s),\ W(s)=\frac{K}{T_1s^2+T_2s+1}. \tag{1.21}$$

Если динамическая система подвержена действию нескольких входных сигналов – см. например, (1.9), то вторую форму записи такого уравнения можно представить в виде

$$x(s)=\frac{K}{T_1s^2+T_2s+1}u(s)+\frac{1}{T_1s^2+T_2s+1}f(s). \tag{1.22}$$

Понятие передаточной функции динамической системы весьма удобно при анализе так называемых *структурных схем*.

В тех случаях, когда существует возможность вычисления значений полюсов $W(s)$ или корней знаменателя передаточной функции, называемого *характеристическим уравнением*, можно с помощью данных табл. 1.2 найти явный вид искомой функции. Действительно, пусть в динамической системе, описываемой уравнением (1.21), входной сигнал – единичная функция, т.е. $u(t) = 1(t)$ (изображение которой имеет вид $u(s) = 1/s$: см. данные табл. 1.1 в первой строке). Поскольку для передаточной функции (1.21) из равенства $T_1s^2 + T_2s + 1 = 0$ следует, что

$$s_{1,2}=\frac{-T_2\pm\sqrt{T_2^2-4T_1}}{2T_1}, \tag{1.23}$$

то, переписав сомножитель$W(s)u(s)$ эквивалентным образом, находим явный вид изображения выходного сигнала

$$x(s)=W(s)u(s)=\frac{K/T_1}{s(s-s_1)(s-s_2)}.$$

Тогда искомый оригинал, согласно данным табл. 1.2 (пятая строка), соответствующий изображению $x(s)$, будет описываться равенством

$$x(t)=\frac{K}{T_1}\left(\frac{1}{s_1(s_1-s_2)}e^{s_1t}+\frac{1}{s_2(s_2-s_1)}e^{s_2t}+\frac{1}{s_1s_2}\right), \tag{1.24}$$

где вещественные или комплексные числа s_1 и s_2, вычисляются по формулам (1.23). Кроме того, учитывая значения $s_1-s_2=-\frac{T_2}{T_1},\ s_1s_2=\frac{1}{T_1}$,

равенство (1.24) можно представить и следующим образом:

$$x(t)=K\left(-\frac{1}{T_2s_1}e^{s_1t}+\frac{1}{T_2s_2}e^{s_2t}+1\right). \tag{1.25}$$

Лекция 7. Импульсная переходная функция. Переходная характеристика. Переходная матрица.

Как уже отмечалось, для анализа динамических систем их разбивают на отдельные элементы. Классификация динамических элементов обычно осуществляется по виду дифференциального уравнения. В элементах *позиционного* (*статического*) типа линейной зависимостью $x(t) = Ku(t)$ связаны выходная и входная координаты в установившемся режиме. В элементах *интегрирующего* типа, при $t \to \infty$ выходная и входная переменные связаны линейным уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ku(t), \text{ или } x(t) = K\int_0^t u(q)dq.$$

В элементах *дифференцирующего* типа аналогичная линейная связь имеет вид

$$x(t) = K\frac{du(t)}{dt}.$$

Динамические свойства элемента могут быть определены по его *переходной функции* и *функции веса*.

Переходная функция $h(t)$ (*переходная характеристика*) представляет собой временной отклик или реакцию выхода элемента, при подаче на его вход *единичного сигнала*

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 1, & \forall t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \tag{1.26}$$

который часто называют *единичной ступенью*, или *единичным скачком*. Предполагается, что единица имеет размерность физической величины на входе элемента.

Функция $1(t)$ – весьма распространенный вид входного воздействия в динамических системах. К такому виду сводятся мгновенное изменение нагрузки электрического генератора, мгновенное возрастание момента нагрузки на валу двигателя, мгновенный поворот руля управления движущегося автомобиля и т.д.

Функция веса $w(t)$ (*импульсная переходная характеристика*) является временной реакцией выхода элемента при подаче на его вход *единичного импульсного сигнала*

$$u(t) = d(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \tag{1.27}$$

Основное свойство дельта-функции $d(t)$ состоит в том, что она имеет единичную площадь:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d(t)dt = 1,$$

Характеристика $w(t)$ в динамических системах является распространенным видом входного воздействия. К такому виду можно отнести, например, кратковременный удар нагрузки на валу двигателя, кратковременный ток короткого замыкания генератора (отключаемый плавкими предохранителями) и т.п.

Можно показать, что между функциями $h(t)$ и $w(t)$ существует связь вида

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Кроме того, передаточная функция связана с переходным процессом и импульсной переходной функцией элемента – прямым интегральным преобразованием Лапласа

$$W(s) = \int_0^{\infty} w(t)e^{-st}dt = s\int_0^{\infty} h(t)e^{-st}dt. \tag{1.28}$$

Лекция 8. Частотные характеристики.

Динамические свойства элемента в частотной области определяются его *частотной передаточной функцией* $W(jw)$, получаемой из функции $W(s)$ путем замены s на jw, где $j^2 = -1$, $w \in R$, $-\infty \le w \le +\infty$. Часто $W(jw)$ называют *амплитудно-фазовой частотной характеристикой*, или *комплексным коэффициентом усиления*.

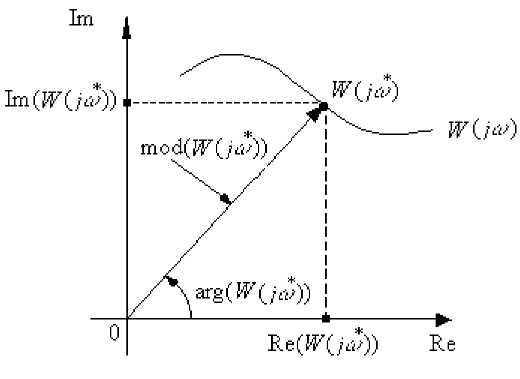


Рис. Комплексная плоскость $W(jw)$.

Поскольку в комплексной плоскости геометрический образ функции $W(jw)$ см. рис., может описываться как в прямоугольных, так и в полярных координатах, то частотную передаточную функцию будем рассматривать в виде

$$W(jw) = \mathrm{Re}(W(jw)) + j\,\mathrm{Im}(W(jw)) = \\ = \mathrm{mod}(W(jw))e^{j\arg(W(jw))}, \qquad (1.29)$$

где введены обозначения: $\mathrm{Re}(W(jw)) = U(w)$ – *вещественная частотная характеристика*; $\mathrm{Im}(W(jw)) = V(w)$ – *мнимая частотная характеристика*; $\mathrm{mod}(W(jw)) = A(w)$ – *амплитудная частотная характеристика*; $\arg(W(jw)) = j\,(w)$ – *фазовая частотная характеристика*.

В комплексной плоскости график векторной функции $W(jw)$ – это *годограф* (геометрическое место конца вектора). Для пар характеристик ($U(w)$, $V(w)$) и ($A(w)$, $j\,(w)$) в любой фиксированной точке $w = w^*$ (рис. 1.9) справедливы следующие формулы:

$$A(w^*) = \sqrt{U^2(w^*) + V^2(w^*)},\ \ j\,(w^*) = \mathrm{arctg}\frac{V(w^*)}{U(w^*)}, \\ U(w^*) = A(w^*)\cos j\,(w^*),\ \ V(w^*) = A(w^*)\sin j\,(w^*). \qquad (1.30)$$

Поскольку передаточная функция $W(s)$ любой системы является дробно-рациональной функцией вида

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{r_0 s^m + r_1 s^{m-1} + \ldots + r_{m-1}s + r_m}{q_0 s^n + q_1 s^{n-1} + \ldots + q_{n-1}s + q_n}, \qquad (1.31)$$

то в частотной области для нее справедливы, во-первых, соотношения (в прямоугольных координатах):

$$W(jw) = \frac{U_R(w) + jV_R(w)}{U_Q(w) + jV_Q(w)} = U(w) + jV(w),\ U(w) = \frac{U_R(w)U_Q(w) + V_R(w)V_Q(w)}{U_Q^2(w) + V_Q^2(w)}, \\ V(w) = \frac{U_R(w)V_Q(w) - V_R(w)U_Q(w)}{U_Q^2(w) + V_Q^2(w)},\ U_R(w) = \mathrm{Re}(R(jw)), \qquad (1.32) \\ V_R(w) = \mathrm{Im}(R(jw)),\ U_Q(w) = \mathrm{Re}(Q(jw)),\ V_Q(w) = \mathrm{Im}(Q(jw));$$

во-вторых, выражения (в полярных координатах):

$$W(jw) = \frac{A_R(w)e^{jj_R(w)}}{A_Q(w)e^{jj_Q(w)}} = A(w)e^{jj\,(w)},\ A(w) = \frac{A_R(w)}{A_Q(w)},\ j\,(w) = j_R(w) - j_Q(w), \qquad (1.33) \\ A_R(w) = \mathrm{mod}(R(jw)),\ j_R(w) = \arg(R(jw)),\ A_Q(w) = \mathrm{mod}(Q(jw)),\ j_Q(w) = \arg(Q(jw)).$$

Лекция 9. Типовые динамические звенья. Группа позиционных звеньев.

В группу позиционных звеньев обычно включаются безынерционное, инерционные 1-го и 2-го порядков, колебательное. Все эти звенья в установившемся режиме описываются одинаковым уравнением вида

$$x(t) = ku(t), \quad k = const. \qquad (4.1)$$

Безынерционное звено. Это звено часто называют статическим, усилительным, масштабным, пропорциональным и описывают уравнением вида (4.1). Примеры безынерционного звена: a) редуктор; b) делитель напряжения; c) электронный усилитель.

Согласно уравнению (4.1) передаточная функция имеет вид $W(s) = k.$ Переходной процесс описывается уравнением $h(t) = k1(t)$, а импульсная переходная характеристика уравнением вида $w(t) = kd(t)$. Частотная передаточная функция описывается уравнением $W(jw) = k$, годограф которой имеет вид точки на комплексной плоскости.Представив частотную передаточную функцию вида как комплексное выражение, представленное соответственно в полярных и прямоугольных координатах, получим следующие частотные характеристики: амплитудную $\mathrm{mod}(W(jw)) = A(w) = k$; фазовую $\arg(W(jw)) = j(w) = 0$; вещественную $\mathrm{Re}(W(jw)) = U(w) = k$; мнимую $\mathrm{Im}(W(jw)) = V(w) = 0$.

Инерционное звено 1-го порядка. Звено также называют апериодическим 1-го порядка и описывают уравнением вида $T\dfrac{dx}{dt} + x = ku$, T [с], $k = const > 0$. Примеры инерционного звена: a) резервуар с газом (ресивер); b) электрический двигатель; c) RC – цепочка; d) тепловой объект; e) резервуар с жидкостью.Передаточная функция звена имеет вид $W(s) = \dfrac{k}{Ts+1}$. Уравнение связи вход-выход, согласно (4.12), будет следующим: $x(s) = \dfrac{k/T}{s-s_1}u(s)$, а переходной процесс определится соотношением $h(t) = L^{-1}\left[\dfrac{k/T}{s(s-s_1)}\right] = k(1-e^{-\frac{t}{T}})$, из которого следует уравнение импульсной переходной характеристики $w(t) = \dfrac{dh(t)}{dt} = \dfrac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}}$. Частотная передаточная функция инерционного звена 1-го порядка имеет вид $W(jw) = \dfrac{k}{1+jwT}$.

Частотную передаточную функцию (4.16) можно описать в полярных координатах $A(w) = \dfrac{k}{\sqrt{1+w^2T^2}}$, $j(w) = -arctgwT$, и в прямоугольных, используя соотношения вида $U(w) = \dfrac{k}{1+w^2T^2}$, $V(w) = \dfrac{-wkT}{1+w^2T^2}$. Инерционное звено 2-го порядка описывается уравнением $T_1^2\dfrac{d^2x}{dt^2} + T_2\dfrac{dx}{dt} + x = ku$, $T_2^2 > 4T_1^2$, где положительные числа k – коэффициент передачи; T_1^2, T_2 – постоянные времени, которому соответствует следующая передаточная функция : $W(s) = \dfrac{k}{T_1^2s^2 + T_2s + 1}$. Для колебательного звена имеют место те же математические модели, но при выполнении параметрического условия вида $T_2^2 < 4T_1^2$.

Лекция 10. Группа интегрирующих звеньев.

Группа интегрирующих звеньев. К этой группе звеньев обычно относят интегрирующее звено и интегрирующее звено с замедлением. Эти звенья в установившемся режиме описываются одним и тем же уравнением $x(t) = k\int_0^t u(t)dt, \quad k = const.$

Интегрирующее звено.

Звено иногда называют идеально интегрирующим, тем самым подчеркивая, что для любого момента времени его математической моделью является уравнение (4.43), которое можно переписать и в дифференциальной форме $\frac{dx}{dt} = ku$ или $T\frac{dx}{dt} = u$, где $T = \frac{1}{k}$ (с). Примеры физической реализации интегрирующего звена: a) интегратор на операционном усилителе; b) гидравлический демпфер, динамика которого (без учета инерции) описывается соотношением $n = \frac{dx}{dt} = \frac{p}{K_s}$, где K_s – коэффициент скоростного сопротивления. Передаточная функция интегрирующего звена имеет вид $W(s) = \frac{1}{Ts} = \frac{k}{s}$, а переходной процесс и импульсная переходная характеристики описываются соотношениями $h(t) = L^{-1}\left[\frac{k}{s^2}\right] = kt$, $w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = k$. Частотная передаточная функция и частотные характеристики имеют вид: $W(jw) = \frac{1}{jwT}$, $A(w) = \frac{1}{wT}$, $j(w) = -\frac{p}{2}$, $U(w) = 0$, $V(w) = -\frac{1}{wT}$.

Интегрирующее звено с замедлением**.**

Звено описывается уравнением $T\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = ku$,

где k ($с^{-1}$) – коэффициент передачи; T (с) – постоянная времени. Примером интегрирующего звена с замедлением может служить двигатель постоянного тока (см. рис. 4.5) с математическим описанием (4.11), (4.12), т.е. без учета электромагнитной реакции якорной цепи, но в случае когда выходной величиной является не скорость, а угол поворота вала электродвигателя.

Передаточная функция определяется соотношениями

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts+1)},$$

что соответствует:

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{k}{s^2(Ts+1)}\right] = k\left[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})\right], \text{ и } w(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Частотные характеристики описываются уравнениями

$$W(jw) = \frac{k}{jw(1 + jwT)},$$

$$A(w) = \frac{k}{w(1 + w^2T^2)}, \quad j(w) = -\frac{p}{2} - arctg wT,$$

$$U(w) = \frac{-kT}{1 + w^2T^2}, \quad V(w) = \frac{-k}{w(1 + w^2T^2)}.$$

Лекция 11. Группа дифференцирующих звеньев. Звено с запаздыванием.

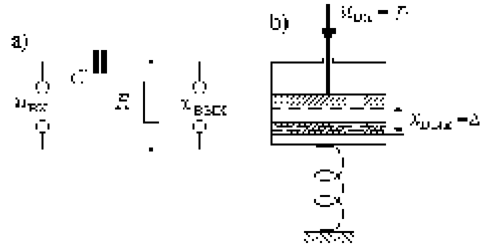
Группа дифференцирующих звеньев. В состав этой группы звеньев обычно входят идеальное дифференцирующее и реально дифференцирующее звенья, описываемые в установившемся режиме уравнением

$x(t) = k\dfrac{du(t)}{dt}$, $k = const$, k (c).

Этим же уравнением описывается идеальное дифференцирующее звено, которому соответствует передаточная функция
$W(s) = ks$. Переходной процесс в идеальном дифференцирующем звене описывается уравнением $h(t) = kd(t)$. Частотные характеристики описываются выражениями:

$W(jw) = jwk$, $A(w) = wk$, $j(w) = \dfrac{p}{2}$, $U(w) = 0$, $V(w) = wk$.

Реальное дифференцирующее звено показано на рисунке.



Это звено описывается уравнением $T\dfrac{dx}{dt} + x = k\dfrac{du}{dt}$, где постоянная времени Т и коэффициент передачи k имеют размерность в секундах. Примеры: a) *RC*-цепочка; b) гидравлический демпфер с пружиной. Передаточная функция этого звена имеет вид $W(s) = \dfrac{ks}{Ts+1}$, согласно которому определив корень характеристического можно записать уравнения переходного процесса и импульсной переходной характеристики следующим образом: $h(t) = L^{-1}\left[\dfrac{sk/T}{s(s-s_1)}\right] = L^{-1}\left[\dfrac{k/T}{s-s_1}\right] = \dfrac{k}{T}e^{-\frac{t}{T}}$, $w(t) = -\dfrac{k}{T^2}e^{-\frac{t}{T}}$. Частотная передаточная функция и частотные характеристики реального дифференцирующего звена, имеют следующее математическое описание:

$W(jw) = \dfrac{jwk}{1+jwT}$,

$A(w) = \dfrac{wk}{\sqrt{1+w^2T^2}}$, $j(w) = \dfrac{p}{2} - arctgwT$,

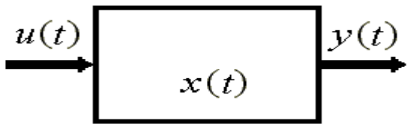
$U(w) = \dfrac{w^2kT}{1+w^2T^2}$, $V(w) = \dfrac{wk}{1+w^2T^2}$.

Звено с чистым или транспортным запаздыванием описывается уравнением
$x(t) = u(t-t)$,

где $t = const > 0$ – временное запаздывание.

Передаточная функция звена имеет вид $W(s) = \exp(-st)$, в соответствии с которым амплитудно-фазовая частотная характеристика будет следующей:
$W(jw) = \exp(-jwt)$.

Лекция 12. Модели систем в пространстве переменных состояния.



Пространство состояний. Множество $X = \{x\}$ возможных значений состояния системы называется *пространством состояний*. В случае $X = R^n$ состояние $x = x(t)$ есть n-мерный вещественный вектор – *вектор состояния* (в частном случае – это *фазовый вектор*), элементы которого будем обозначать через $x_i(t)$, $i = \overline{1,n}$.

Вектор, составленный из указанных элементов, обычно записывают следующим образом: $x = x(t) = [x_1(t),\ x_2(t),\ \dots,\ x_n(t)]^T$, где T – символ транспонирования. Если x – состояние системы, $m(\cdot)$ – некоторое взаимно однозначное отображение пространства X в себя ($m : X \to X$), то $\bar{x} = m(x)$ также можно считать состоянием данной системы. Тогда состояние x можно определить различным, но взаимно однозначным образом. Например, если $X = R^n$, а T – n-мерная невырожденная матрица ($\det T \neq 0$), то вектор $\bar{x} = Tx$ также можно применять для описания состояния системы, поскольку $x = T^{-1}\bar{x}$, где T^{-1} – обратная матрица.

Описание динамической системы в нормальной форме. Уравнения состояния так называемых *конечномерных дифференциальных* (*непрерывных*) *систем* можно представить в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\big(x(t), u(t), t\big), \quad x(t_0) = x_0,\ t \geq t_0,$$
$$y(t) = g\big(x(t), u(t), t\big),$$

где $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ – вектор-функции от векторных аргументов. Первое уравнение называют *уравнением состояния* или *эволюционным уравнением*, описывающим изменение состояния системы во времени $t \in R$, в соответствии с начальным условием $x(t_0)$ и входным воздействием $u(t)$, а второе – уравнением выхода, устанавливающим статическую связь между значениями выхода и текущими значениями состояния и входа.

Уравнения линейных систем в пространстве состояний. Метод пространства состояний в качестве базовой математической модели системы (2.2), (2.3), когда функции $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ линейны по x, u, предполагает использование уравнений вида

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0,\ t \geq t_0,$$
$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t),$$

где $x(t) \in R^n$; $u(t) \in R^m$; $y(t) \in R^k$; матрицы-функции $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$ соответствующего размера. Матрицы, входящие в эти уравнения обычно называют: $A(t)$ – матрицей состояния системы, $B(t)$ – матрицей управления, $C(t)$ – матрицей выхода, $D(t)$ – матрицей обхода системы. Эти системы часто называют *нормальными системами*, или *системами в нормальной форме Коши* следующего вида :

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t),\ x(t_0) = x_0,\ t \geq t_0,$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t),\ D = 0.$$

В тех случаях, когда в системе (переменные состояний совпадают с фазовыми, оказывается, что матрица A имеет специфическую форму записи – *форму Фробениуса*. Иногда матрицу Фробениуса называют *матрицей сопровождения*.

Наиболее распространенными приемами построения моделей динамических систем в переменных состояния являются приемы, основанные на *способах прямого, параллельного* или *последовательного программирования*.

Лекция 13. Типовые соединения и передаточные функции систем.

Передаточные функции нормальных систем. Рассмотрим модель нормальной системы, записанную в пространстве состояний $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) + Du(t),$

где $x(t) \in R^n$; $u(t) \in R^m$; $y(t) \in R^l$. Перепишем уравнения системы в изображениях с помощью векторно-матричной передаточной функции системы. С этой целью выполним преобразование Лапласа и определим изображение вектора состояний $x(s)$ в виде

$$x(s) = (sE - A)^{-1} Bu(s) = \frac{(sE - A)^+}{\det(sE - A)} Bu(s),$$

где $(sE - A)^{-1}$ – обратная матрица; $\det(sE - A)$ – детерминант матрицы; $(sE - A)^+$ – присоединенная матрица к матрице $(sE - A)$; E – единичная матрица соответствующего размера, в данном случае (n x n). Если соотношение записать в изображениях, то получим равенство

$$y(s) = \left(C(sE - A)^{-1} B + D\right) u(s) = W(s)u(s),$$

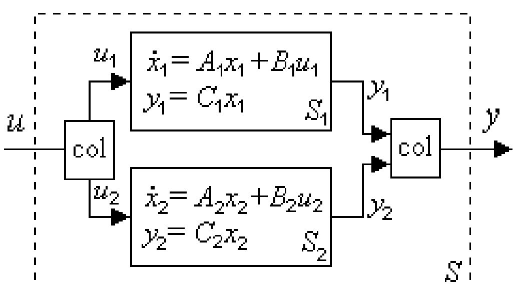
где $W(s)$ – передаточная функция в виде матричного множителя, связывающего изображения по Лапласу выхода $y(s)$ и входа $u(s)$ при нулевом начальном состоянии $x(0)$. В строго реализуемых системах функция $W(s)$ имеет более простой вид $W(s) = C(sE - A)^{-1} B$. Размер матрицы $W(s)$ определяется выходом $y(s)$ и входом $u(s)$, в рассматриваемом случае (l x m).

Уравнения состояний при типовом соединении систем. В ряде прикладных задач возникает необходимость в получении математического описания системы в пространстве состояний, состоящей из элементов (подсистем), соединенных между собой типовым образом – параллельно, последовательно или с помощью обратной связи. Иногда требуется иметь единое уравнение в качестве математической модели некоторой объединенной системы, т.е. описание нескольких независимых систем.

Объединение независимых систем. Рассмотрим простой случай, когда некоторая объединенная система S состоит из независимых систем S_i, i=1, 2, описываемых уравнениями

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), \quad y_i(t) = C_i x_i(t),$$

где матрицы A_i, B_i, C_i имеют соответственно размеры (n_i x n_i), (n_i x n_i), (l_i x m_i).



Модель объединения независимых систем.

Введем в рассмотрение составные (обобщенные) векторы: для переменных состояния системы $x(t)$ = col{$x_1(t)$, $x_2(t)$}$\in R^{n_1+n_2}$, для переменных входа $u(t)$ = col{$u_1(t)$, $u_2(t)$}$\in R^{m_1+m_2}$, переменных выхода $y(t)$ = col{$y_1(t)$, $y_2(t)$}$\in R^{l_1+l_2}$. Графический образ объединения систем S_i в одну показан на рисунке, математическое описание которого представляет собой систему уравнений $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t),$ где блочные матрицы A, B, C имеют структуру:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}.$$

Параллельное соединение систем (подсистем). Принципиальное отличие параллельного соединения двух подсистем от объединения двух независимых систем состоит в том, что при параллельном соединении вход $u(t) = u_1(t) = u_2(t)$ поступает на обе подсистемы одновременно, а выход этого соединения образуется как сумма $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$.

Лекция 14. Устойчивость САУ.

Устойчивость систем. Асимптотические свойства собственного движения и весовой матрицы линейной системы пусть нелинейное дифференциальное уравнение состояния имеет вид $\dot{\vec{x}}(t) = F\{\vec{x}(t), \vec{u}(t), t\}$. Пусть также $\vec{u}_0(t)$ – некоторая заданная (номинальная) функция времени и $\vec{x}_0(t_0)$ – некоторый номинальный вектор начальных условий. Решение $\vec{x}_0(t)$ является устойчивым в смысле Ляпунова, если для любого t_0 и для любого $e > 0$ существует $d(e, t_0) > 0$ такое, что при $\|\vec{x}(t_0) - \vec{x}_0(t_0)\| \le d$, удовлетворяется неравенство $\|\vec{x}(t) - \vec{x}_0(t)\| \le e$. Норма вектора $\vec{x}$ в простейшем случае совпадает с его евклидовой длиной $\|\vec{x}\| = (\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2})^{1/2}$. Введение нормы в пространстве состояний дает возможность ввести понятие близости точек пространства. Устойчивость в смысле Ляпунова гарантирует, что состояние $\vec{x}(t)$ не отклоняется далеко от «номинального» режима $\vec{x}_0(t)$ при начальном состоянии $\vec{x}(t_0)$, достаточно близком к номинальному начальному состоянию $\vec{x}_0(t_0)$. Решение $\vec{x}_0(t)$ называется асимптотически устойчивым, если оно устойчиво в смысле Ляпунова, и для любого t_0 существует такое $r(t_0)$, что при $\|\vec{x}(t_0) - \vec{x}_0(t_0)\| \le r$, выполняется условие $\lim\limits_{t\to\infty}\|\vec{x}(t) - \vec{x}_0(t)\| = 0$. Решение $\vec{x}_0(t)$ является асимптотически устойчивым в целом, если оно устойчиво по Ляпунову, и для любых t_0 и $\vec{x}(t_0)$ $\lim\limits_{t\to\infty}\|\vec{x}(t) - \vec{x}_0(t)\| = 0$. Применительно к нелинейным системам, вследствие сложности характерных для них явлений, обсуждается обычно устойчивость решений. В линейных системах ситуация проще, и в этом случае целесообразнее говорить об устойчивости уже не решения, а самой системы. Пусть дано уравнение системы $\dot{\vec{x}}_C(t) = A(t)\vec{x}_C(t) + B(t)\vec{u}(t)$, и для t_0, $\vec{x}_{C0}(t_0)$ и $\vec{u}_0(t)$, при $t \ge t_0$ известно $\vec{x}_{C0}(t)$, то есть справедливо уравнение $\dot{\vec{x}}_{C0}(t) = A(t)\vec{x}_{C0}(t) + B(t)\vec{u}_0(t)$. Естественно, что при других начальных условиях $\vec{x}_{C1}(t_0)$ решение $\vec{x}_{C1}(t)$ будет другим $\dot{\vec{x}}_{C1}(t) = A(t)\vec{x}_{C1}(t) + B(t)\vec{u}_0(t)$, которое можно привести с к виду $\dot{\vec{x}}(t) = A(t)\vec{x}(t)$, при $t = t_0$ $\vec{x} = \vec{x}(t_0)$. Таким образом, понятие устойчивости *решения* можно свести к понятию устойчивости *линейной системы*.

Линейная система устойчива в определенном смысле (по Ляпунову, асимптотически, или асимптотически в целом), если тривиальное решение $\vec{x}_0(t) \equiv 0$ *устойчиво в этом смысле.*

Линейная система асимптотически устойчива тогда и только тогда, когда она асимптотически устойчива в целом. Таким образом, исследование вопроса устойчивости решений линейной неавтономной системы сводится к исследованию решения соответствующего однородного дифференциального уравнения, которое определяется матрицей $A(t)$ и имеет вид: $\vec{x}(t) = \Phi(t, t_0)\vec{x}(t_0)$; $\vec{y} = C(t)\Phi(t, t_0)\vec{x}(t_0)$.

Рассмотрим два возможных случая.1. $\Phi(t, t_0)$ – ограниченная матрица в интервале $[t_0, \infty)$, то есть существует такое положительное число M, что $|\Phi_{ij}(t, t_0)| \le M,\ t \ge t_0; i, j = \overline{1, n}.$ Тогда получаем, что $\|\vec{x}(t)\| \le n^2 M \max\limits_i |x_i(t_0)|$. 2. Переходная матрица удовлетворяет условию $\lim\limits_{t\to\infty}\Phi(t, t_0) = 0$. При этом движение и сама система являются асимптотически устойчивыми.

Лекция 15. Управляемость САУ.

Управляемость линейных стационарных систем. Непрерывная линейная система $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$ является полностью управляемой тогда и только тогда, когда она может быть переведена из любого начального состояния $\vec{x}(t_0)$ в произвольный момент времени t_0 в любое конечное состояние $\vec{x}(t_1)$ за конечное время $t_1 - t_0$. Примем начальные условия нулевыми: $\vec{x}(t_0) = 0$. Тогда, в соответствии с формулой Коши

$$\vec{x}(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} e^{A(t_1 - t)} B\vec{u}(t)dt \ ,$$

которое можно записать в виде

$$\vec{x}(t_1) = B\int_{t_0}^{t_1} \vec{u}(t)dt + AB\int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t)\vec{u}(t)dt + A^2B\int_{t_0}^{t_1} \frac{(t_1 - t)^2}{2!}\vec{u}(t)dt + \ldots$$

Можно показать, что вектор $\vec{x}(t_1)$ может рассматриваться как линейная комбинация векторов $\vec{b}_{in}$, являющихся вектор-столбцами матриц $B,\ AB,\ A^2B,\ A^3B,\ \ldots$. Иначе говоря, конечное состояние $\vec{x}(t_1)$ принадлежит линейному подпространству, порождаемому вектор-столбцами бесконечной последовательностью матриц $B,\ AB,\ A^2B,\ A^3B,\ \ldots$.

В этой последовательности должна появиться матрица A^lB, все вектор-столбцы которой линейно зависят от вектор-столбцов предыдущих матриц $B,\ AB,\ A^2B,\ \ldots,\ A^{l-1}B$. Такая матрица обязательно должна иметь место, так как в линейном n-мерном пространстве не может быть более чем n линейно–независимых векторов. Отсюда же следует, что $l \le n$. Таким образом, можно записать $A^lB = B\Lambda_0 + AB\Lambda_1 + \ldots + A^{l-1}B\Lambda_{l-1}$, где Λ_i - соответствующие диагональные матричные коэффициенты

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} l_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & l_{i2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & l_{in} \end{bmatrix}.$$

Очевидно, тем же свойством обладает и матрица $A^{l+1}B$, так как

$A^{l+1}B = AA^l = AB\Lambda_0 + A^2B\Lambda_1 + \ldots + A^{l-1}B\Lambda_{l-2} + A^lB\Lambda_{l-1}$.

По индукции можно утверждать то же самое и для всех A^kB при $k \ge l$. Итак, конечное состояние $\vec{x}(t_1)$ принадлежит линейному подпространству, порождаемому вектор-столбцами матриц $B,\ AB,\ A^2B,\ \ldots\ ,\ A^{n-1}B$ (здесь учтено, что $l \le n$). Если эти вектор-столбцы не порождают n-мерное пространство, то в такой системе можно достичь лишь тех состояний, которые принадлежат подпространству меньшей размерности.

Таким образом, критерий управляемости формулируется следующим образом: *Система* $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$ *полностью управляема тогда и только тогда, когда ранг матрицы управляемости*

$$U = [B \quad AB \quad A^2B \quad \ldots \quad A^{n-1}B]$$

равен n*, то есть полной размерности линейного пространства.*

При этом говорят, что *пара матриц {A, B} полностью управляема.*

Лекция 16. Наблюдаемость САУ.

Наблюдаемость линейных стационарных систем. В ОТУ большую роль играет задача восстановления вектора состояния по результатам наблюдения за входом и выходом объекта. Непрерывная система

$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t), \quad \vec{y}(t) = C\vec{x}(t)$,

называется наблюдаемой, если вектор состояния $\vec{x}(t_0)$ можно определить, зная $\vec{y}(t)$ на некотором интервале времени $t = [t_0, t_1]$. Если это справедливо для любого t_0, то система называется полностью наблюдаемой. Рассмотрим задачу наблюдаемости при $\vec{u}(t)=0$. Тогда $\vec{y}(t) = Ce^{At}\vec{x}(0)$. В развёрнутом виде - это система алгебраических уравнений

$C_{11}x_1 + C_{12}x_2 + ... + C_{1n}x_n = y_1(t_1) \cdots\cdots C_{ny}x_1 + ... + C_{ny,n}x_n = y_{ny}(t_n)$,

в качестве неизвестных в которой выступают координаты вектора состояния. В связи с тем, что, как правило, $n_y < n$, число уравнений оказывается меньше числа неизвестных, и решение невозможно. В соответствии с теоремой Кэли-Гамильтона каждая квадратная матрица удовлетворяет характеристическому уравнению: $A^n + a_1A^{n-1} + ... + a_{n-1}A + a_nE = 0$. Поэтому матричная экспонента, являющаяся степенным рядом относительно матрицы A, может быть представлена в виде полинома степени $n-1$.

С учетом этого можно записать равенство: $\vec{y}(t) = \sum_{l=0}^{n-1} g_l(t)\cdot C\cdot A^l\vec{x}(0)$, где $g_l(t)$ соответствующие коэффициенты этого полинома. Для i-й составляющей вектора выхода соответственно будем иметь $\vec{y}_i(t) = \sum_{l=0}^{n-1} g_l(t)(CA^l)_i\vec{x}(0)$. Здесь $(CA^l)_i$ – i-я строка матрицы (CA^l).

Если набор $(CA^l)_i$ для $i = 1,2,...,n_y$; $l = 0,1,2,...,n-1$ не содержит полного базиса, то есть n линейно независимых строк, иначе говоря – матрица имеет ранг, меньший, чем n, то в качестве ненулевого вектора начальных условий $\vec{x}(0) \neq 0$ может быть выбран вектор, ортогональный всем строкам матрицы *N*. Тогда в соответствии с (3.3-5) получим, что $\vec{y}(t) = 0$ для всех t, т.е. система не наблюдаема. Теперь докажем, что если ранг матрицы N равен n, то $\vec{x}(t_0)$ может быть определен с помощью конечного числа измерений вектора выхода $\vec{y}(t)$. Обозначим $\Gamma(t_k) = [g_0(t_k)E \; g_1(t_k)E ... g_{n-1}(t_k)E]$, где E – квадратная единичная матрица размером $[n_y \times n_y]$. Моменты измерения t_k выберем таким образом, чтобы для различных значений k элементы $g_i(t_k)$ отличались друг от друга. С учетом введенного обозначения равенство (3.3-5) примет вид $\vec{y}(t_k) = \Gamma(t_k)N\vec{x}(0)$.

Известно, что ранг произведения любых двух матриц не превосходит ранга каждого из сомножителей. Ранг матрицы $\Gamma(t_k)$ не превосходит числа ее строк $n_y < n$. Матрица Γ имеет $n_y \times n$ строк. Моменты измерений должны быть выбраны таким образом, чтобы выполнялось условие $rank\,\Gamma_R = n$. Как было обусловлено, ранг матрицы N также равен n. Поэтому уравнение $\Gamma_R \cdot N \cdot \vec{x}(0) = \vec{Y}_R$, содержит n линейно независимых скалярных уравнений. Таким образом: *Линейная стационарная система вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда ранг матрицы*

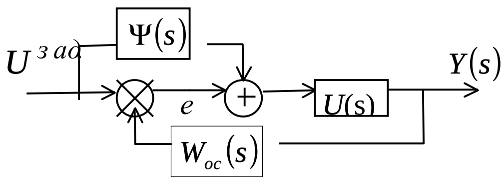
$N = [C \quad A^TC \quad (A^T)^2C \quad \ldots \quad (A^T)^{n-1}C]$

наблюдаемости N равен n.

Лекция 17. Инвариантность и чувствительность САУ.

Принцип инвариантности. Принцип комбинированного управления с обратной связью по отклонению и по возмущенному воздействию. Идея метода: помимо общего замыкания системы обратной связью и построения регулятора, дополнительно вводится в систему ветвь прохождения нежелательного сигнала , и коэффициент передачи в этой ветви подбирается так, чтобы повысить точность.

Попытаемся добавить в стандартную структуру системы дополнительную первичную функцию $\psi(p)$ так, чтобы сигнал ошибки вообще не зависел от задающего воздействия.



$$e(s)=W_e(s)\cdot U^{зад.}(s)-\underbrace{\Psi(p)\frac{WW_{„\_}}{1+WW_{-}}}_{ка\ к W_f(s)}\cdot U^{зад.}(s)\ ;$$

$$e(s)\equiv 0 \Rightarrow \Psi(s)=\frac{1}{W(s)W_{oc}(s)}; \qquad (*)$$

Можем обеспечить инвариантность $\quad e(s)\equiv 0 \quad \forall U^{зад}$

2) Требуется выяснить, как изменяется устойчивость при введении $\Psi(s)$. $\Psi(s)$ *не влияет на устойчивость.*

Однако, и это основной недостаток принципа инвариантности, из формулы (*) очевидно, что,

либо: физически не реализуемо WW_{OC}, а Ψ - реализуемо.

либо: наоборот.

Поэтому, в точности инвариантность реализовать невозможно, однако, взяв несколько первых членов разложения в ряд Тейлора :

$$\frac{1}{W(s)W_{oc}(s)}=a_0+a_1s^1+\ldots+a_ks^k\ ;$$

Можно добиться сколь угодно большой точности заменой этих дифференцирующих звеньев на реальные дифференцирующие звенья.

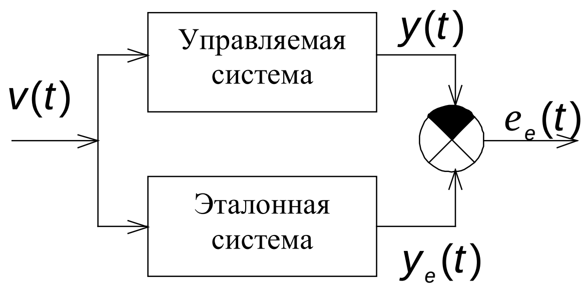
Таким образом введением производных от задающего воздействия можно с наперед заданной точностью решить задачу инвариантности.

Рассмотренные ранее способы повышения точности и устойчивости системы должны быть более строго сформулированы с целью, во-первых, уточнить показатели качества замкнутой системы, которые могут являться заданием на проектирование системы, во-вторых, систематизировать методы достижения данного качества. В системе может быть явно выделена неизменяемая часть и оставшаяся часть системы, в которую можно вносить коррективы. Неизменяемая часть системы ограничивает возможность получения данного качества в том смысле, что в изменяемой части системы иногда требуется вносить нереализуемые элементы. В любом случае, качество системы можно существенно повысить, однако эта задача существенно сложнее, чем задача моделирования и, вообще, анализа системы.

Лекция 18. Методы анализа САУ. Качество процессов управления.

Качество процессов управления. Основные показатели качества. Устойчивость - это необходимое, но недостаточное условие эффективной работы системы. Комплекс требований, определяющих поведение системы в установившихся и переходных процессах отработки заданного воздействия, определяется понятием «качество процесса управления» или качество системы.

Качество работы системы проверяется по ее реакции на: дельта функцию $d(t)$; единичную функцию $1(t)$; гармонический сигнал $A \cdot \sin w_H t$; случайные воздействия с заданными вероятностными характеристиками.



Сравнение управляемой системы с эталонной

Качество отработки типовых сигналов оценивают либо непосредственно по выходному сигналу $y(t)$, либо путем сравнения этого сигнала $y(t)$ с реакцией некоторой эталонной системы, на рисунке $e_e(t)$ - рассогласование, либо по ошибке воспроизведения командного сигнала

$$e_v(t) = v(t) - y(t).$$

К основным опоказателям качества относятся: установившаяся ошибка: $e_{уст} = e(\infty) = \lim\limits_{t\to\infty}(v(t) - y(t))$; время регулирования t_p - минимальное время, в течение которого переходный процесс перестает выходить за пределы заданной «трубки», т.е. определяется из условия $\left|e(t) - e_{уст}\right| \le \Delta$ при $t \ge t_p$, где Δ - заранее заданное значение, определяемое требованиями к точности системы (обычно 2-5% от значения командного или выходного сигнала в установившемся режиме); максимальное перерегулирование s - наибольший выброс управляемого процесса относительно установившегося значения по отношению к разности $e_{уст}$ и $e(0)$, $s = \dfrac{\left|e_{max} - e_{уст}\right|}{\left|e_{уст} - e\ (0)\right|} 100\% t_m$; число колебаний N - число пересечений значения $e_{уст}$ в интервале: $0 \le t \le t_p$

Ошибки системы регулирования в установившихся режимах.

В общем случае разомкнутая система может быть представлена последовательным соединением объекта (неизменяемой части системы) с передаточной функцией $W_{об}(s)$ и регулятора (корректирующего звена) с передаточной функцией $W_{рег}(s)$. Кроме того, учтем дополнительно возмущающее воздействие $f(t)$. С учетом этого передаточная функция разомкнутой системы $W(s) = W_{рег}(s) W_{об}(s)$.В соответствии с этой структурной схемой изображение по Лапласу от ошибки $E(s)$ зависит как от командного сигнала, так и от возмущения: $E(s) = W_{ve}(s) \cdot V(s) + W_{fe}(s) \cdot F(s) = E_v(s) + E_f(s)$,

где $W_{ne}(s) = \dfrac{1}{1 + W(s)}$, $W_{fe}(s) = \dfrac{-W_{об}(s)}{1 + W(s)}$.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

РАБОТА №1. НЕПРЕРЫВНЫЕ СИСТЕМЫ

Передаточные функции непрерывных систем управления. Понятие разомкнутой системы неразрывно связано с понятием замкнутой системы, поскольку первая получается из второй путем разрыва обратной связи; при этом важно, что обратную связь следует разрывать перед тем сумматором, относительно которого рассматривается вход исследуемой системы. Далее будем использовать следующие обозначения: $\Phi(p)$ – передаточная функция замкнутой системы, $W(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы, в частности – см. структурную схему САУ на рис. 16.

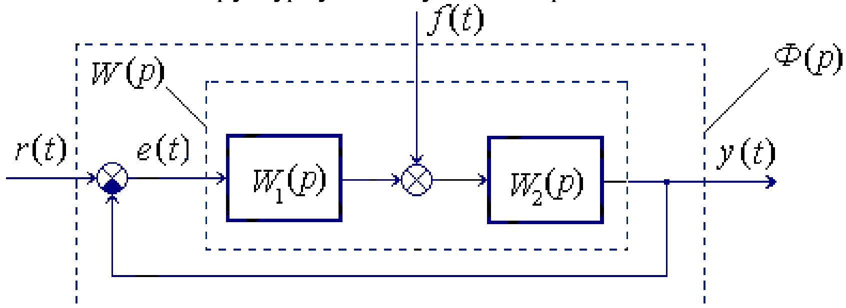


Рис. 16

Тогда, если $f(t) = 0$, $r(t) \neq 0$, то передаточные функции "по выходу" в системе на рис. 16 получат вид соотношений

$$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}, \quad \Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}, W_{np}(p) = W_1(p)\cdot W_2(p), \; W_{oc}(p) = 1, \; \Phi(p) = \frac{W_1(p)\cdot W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)},$$

где нижние индексы ($_{np}$) и ($_{oc}$) – обозначение прямого и обратного каналов связи; для этой же структурной схемы передаточные функции "по ошибке" будут описываться выражениями:

$$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}, \quad \Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}, W_{np}(p) = 1, \quad W_{oc}(p) = W_1(p)W_2(p), \; \Phi_e(p) = \frac{1}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)}.$$

В свою очередь, если $f(t) \neq 0$, $r(t) = 0$, то

$$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}, \; \Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}, \; W_{np}(p) = W_1(p), \; W_{oc}(p) = -W_2(p), \; \Phi_f(p) = \frac{W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)},$$

а также

$$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}, \Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}, \; W_{np}(p) = -W_2(p), \; W_{oc}(p) = W_1(p), \Phi_{ef}(p) = \frac{-W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)}.$$

При этом уравнение связи в изображениях по Лапласу для выхода $y(p)$ относительно входов $r(p)$ и $f(p)$ можно записать в виде

$$y(p) = \frac{W_1(p)\cdot W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)} r(p) + \frac{W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)} f(p),$$

а уравнение связи для ошибки $e(p)$ следующим образом:

$$e(p) = \frac{1}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)} r(p) - \frac{W_2(p)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)} f(p).$$

Частотные характеристики непрерывных систем получают на основе передаточной функции исследуемой системы. Для этого в $W(p)$ осуществляется замена $p \rightarrow jw$, где j^2=-1, $w \in R$, $-\infty < w < +\infty$.

Согласно графическому изображению фрагмента годографа частотной передаточной функции $W(jw)$ (см. рис. 17) ее можно записать в виде

$$W(jw) = \mathrm{Re}(W(jw)) + j\mathrm{Im}(W(jw)) = \mathrm{mod}(W(jw))\cdot e^{j\arg(W(jw))},$$

где в зависимости от системы координат применяются следующие обозначения: $U(w) = \mathrm{Re}(W(jw))$ – вещественная частотная характеристика, $V(w) = \mathrm{Im}(W(jw))$ – мнимая частотная характеристика, $A(w) = \mathrm{mod}(W(jw))$ – амплитудно-частотная характеристика, $j(w) = \arg(W(jw))$ – фазо-частотная характеристика.

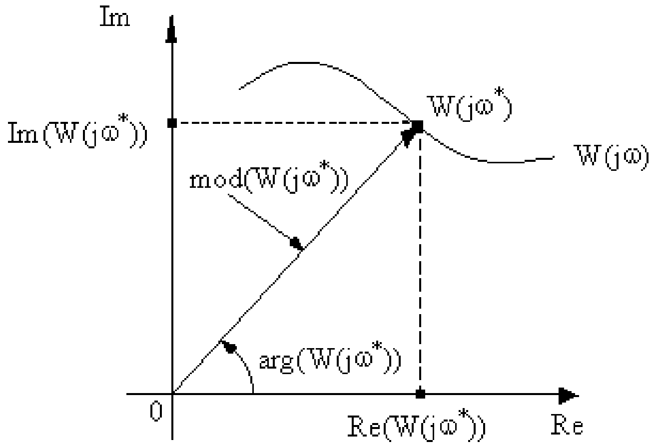


Рис. 17

Частотные критерии устойчивости непрерывных систем.

Критерий Михайлова. Критерий формулируется относительно годографа характеристического уравнения исследуемой системы, пусть имеющего следующее описание:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n, \quad a_i = const, \quad i = 0,...,n, \qquad (22)$$

которое при замене $p \to jw$ получает вид

$$D(jw) = a_0 (jw)^n + a_1 (jw)^{n-1} + ... + a_{n-1} jw + a_n.$$

Формулировка критерия Михайлова: чтобы система с характеристическим уравнением (22) была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы при $w \in [0, +\infty)$ годограф Михайлова $D(jw)$ начинался с положительного значения на вещественной оси и проходил последовательно n квадрантов против часовой стрелки, где n – порядок характеристического уравнения (22).

Критерий Найквиста. Критерий применяется для анализа устойчивости линейных замкнутых систем с единичной отрицательной обратной связью (см. рис. 18), при этом наиболее характерным обстоятельством является то, что об устойчивости замкнутой системы $\Phi(p)$ судят по внешнему виду годографа разомкнутой системы $W(jw)$.

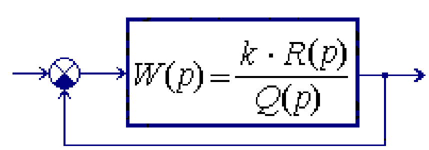


Рис. 18

В связи с тем, что свойства полиномов $R(p)$ и $Q(p)$ могут быть различными, при формулировке критерия их свойства оговариваются.

Поэтому рассмотрим несколько определений. $W(p)$ принято называть *минимально фазовой* тогда, когда все корни полинома $R(p)$, т.е. нули $W(p)$, лежат в левой полуплоскости. $W(p)$ называется *гурвицевой*, если все корни полинома $Q(p)$, т.е. полюсы $W(p)$, лежат в левой полуплоскости. Первая формулировка критерия устойчивости Найквиста (для случая минимально фазовой гурвицевой $W(p)$): для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы $W(jw)$ при изменении частоты $w \in [0, +\infty)$ не охватывал точку с координатами (-1, j0).

Вторая формулировка критерия устойчивости Найквиста (для случая минимально фазовой негурвицевой $W(p)$): для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы $W(jw)$ при изменении частоты $w \in [0, +\infty)$ охватывал точку с координатами (-1, j0) против часовой стрелки m/2 раз, где m – число корней полинома $Q(p)$, лежащих в правой полуплоскости.

РАБОТА №2. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

Передаточные функции дискретных систем. Рассмотрим импульсную систему с одним импульсным элементом, структурная схема которой показана на рис. 26 и где выделена так называемая приведенная часть системы, объединяющая непрерывную часть совместно с экстраполятором.

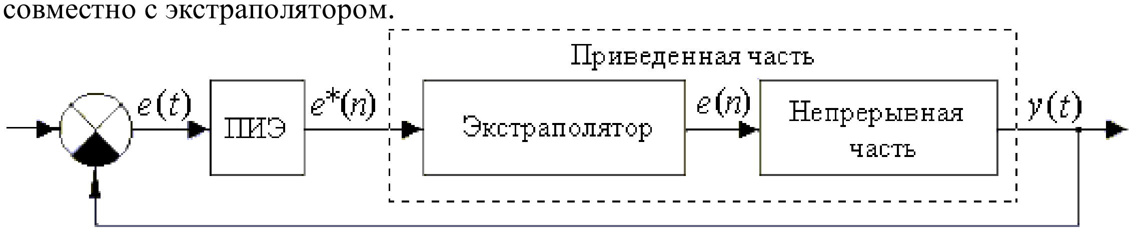


Рис. 26

Если для приведенной части системы ввести в рассмотрение весовую $\omega_{пр}(t)$ и передаточную $W_{пр}(p)$ функции (см. рис. 27), то можно найти и $W_{пр}(z)$.

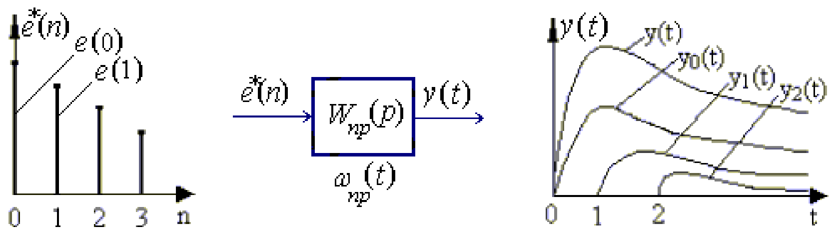


Рис. 27

Действительно, если реакцию приведенной части на составляющую входного сигнала e(0) записать в виде $y_0(t)=\omega_{пр}(t)e(0)$, реакцию на составляющую e(1) как $y_1(t)=\omega_{пр}(t-1)e(1),\dots$,

и т.д. до m-й составляющей включительно, то получим выражение $y_m(t)=\omega_{пр}(t-m)e(m)$.

Суммируя указанные реакции, находим реакцию выхода приведенной части, которую запишем в виде $y(t)=\sum_{m=0}^{n} w_{ïð}(t-m)e(m)$. Если же непрерывную часть рассматривать как импульсный фильтр, т.е. при t = nT, T = 1 фиксировать дискретные значения y(n), то будем иметь выражение $y(n)=\sum_{m=0}^{n} w_{ïð}(n-m)e(m)$, Z-преобразование которого дает соотношение $y(z)=W_{пр}(z)e(z)$, где $W_{пр}(z)$ – дискретная передаточная функция приведенной части системы управления.

Рассмотрим получение передаточной функции экстраполятора нулевого порядка, т.е. фиксатора импульсов, который в течении всего такта продолжительностью T удерживает величину e(n), n=0,1,2,…, что и отражено на рис. 28.

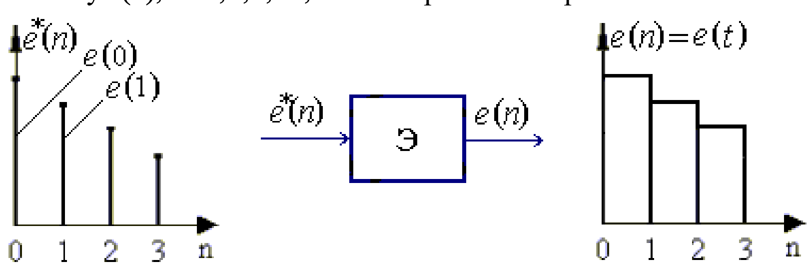


Рис. 28

Передаточную функцию экстраполятора определим следующим образом:

$$W_Э(p)=\int_0^T 1(t)e^{-pt}dt=-\frac{1}{p}\int_0^T e^{-pt}dt=-\frac{1}{p}(e^{-pT}-1)=\frac{1}{p}(1-\frac{1}{z})=\frac{z-1}{pz},$$

это позволяет, учитывая последовательное соединение экстраполятора и непрерывной части, записать их общую передаточную функцию как для непрерывных систем

$$W_{пр}(p)=W_Э(p)W_{НЧ}(p)=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{W_{НЧ}(p)}{p},$$

так и для дискретных

$$W_{пр}(z)=\frac{z-1}{z}\cdot Z\left(\frac{W_{НЧ}(p)}{p}\right) \qquad (*)$$

Определение дискретной передаточной функции на основе $Z(W_{НЧ}(p)/p)$. В качестве примера рассмотрим нахождение передаточной функции приведенной части системы управления (см. структурную схему на рис. 26) для случая, когда фиксатором является экстраполятор нулевого порядка, а непрерывная часть имеет передаточную функцию вида

$$W_{НЧ}(p)=\frac{k_1}{1+T_1p}\cdot\frac{k_2}{1+T_2p}\cdot\frac{k_3(1+T_3p)}{p(1+T_4p)}.$$

Разложим выражение $W_{НЧ}(p)/p$ на простые дроби согласно методу неопределенных коэффициентов:

$$\frac{W_{НЧ}(p)}{p}=\frac{k_1\cdot k_2\cdot k_3}{p}\cdot\left[\frac{A}{p}+\frac{B}{1+T_1p}+\frac{C}{1+T_2p}+\frac{D}{1+T_4p}\right].$$

Можно показать, что значения коэффициентов A, B, C, D определяются следующим образом:

$$A=1,\ \ C=\frac{T_2^2(T_{21}-T_3)}{(T_1-T_2)(T_2-T_4)},\ \ B=\frac{-T_1^2(T_1-T_3)}{(T_1-T_2)(T_1-T_4)},\ D=\frac{T_4^2(T_3-T_4)}{(T_4-T_1)(T_4-T_2)}.$$

Тогда из (*) следует, что передаточная функция $W_{пр}(z)$ имеет вид

$$W_{пр}(z)=\frac{z-1}{z}\cdot Z\left(\frac{k_1k_2k_3}{p^2}+\frac{k_1k_2k_3T_1^2(T_3-T_1)}{(T_1-T_2)(T_1-T_4)}\cdot\frac{1}{p(1+T_1p)}+\right.$$
$$\left.+\frac{k_1k_2k_3T_2^2(T_2-T_3)}{(T_1-T_2)(T_2-T_4)}\cdot\frac{1}{p(1+T_2p)}+\frac{k_1k_2k_3T_4^2(T_3-T_4)}{(T_4-T_1)(T_4-T_2)}\cdot\frac{1}{p(1+T_4p)}\right),$$

которую с помощью таблицы Z-преобразований можно привести к следующему выражению

$$W_{пр}(z)=\frac{k_1k_2k_3T}{z-1}+\frac{k_1k_2k_3T_1^2(T_3-T_1)}{(T_1-T_2)(T_1-T_4)}\cdot\frac{1-d}{z-d}+\frac{k_1k_2k_3T_2^2(T_2-T_3)}{(T_1-T_2)(T_2-T_4)}\cdot\frac{1-\tilde{d}}{z-\tilde{d}}+\frac{k_1k_2k_3T_4^2(T_3-T_4)}{(T_4-T_1)(T_4-T_2)}\cdot\frac{1-\bar{d}}{z-\bar{d}},$$

где T – период дискретизации, $d=e^{-\frac{T}{T_1}}$, $\tilde{d}=e^{-\frac{T}{T_2}}$, $\bar{d}=e^{-\frac{T}{T_4}}$.

Типовые соединения в дискретных системах. Параллельное соединение звеньев. На рис. 29 изображены два фрагмента дискретных систем, которые имеют эквивалентное математическое описание в виде $W(z)=\sum_{i=1}^{2}W_i(z)$.

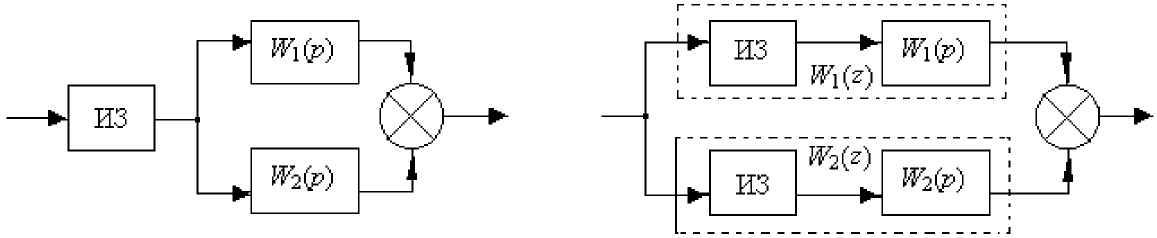


Рис. 29

Последовательное соединение звеньев. Для непрерывной системы, показанной на рис. 30а, ее дискретным эквивалентом является система, изображенная на рис. 30b, в отличие от дискретной системы, представленной на рис. 30с, что имеет место в силу того, что $W'(z) \neq W''(z) = W_1(z)W_2(z)$.

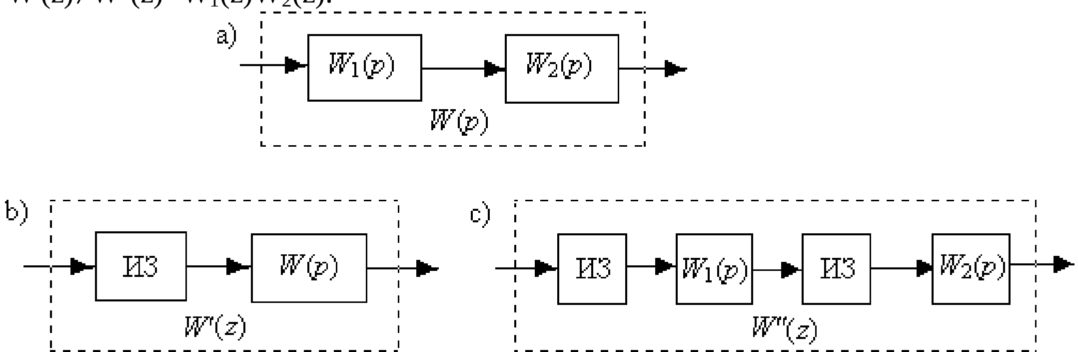


Рис. 30

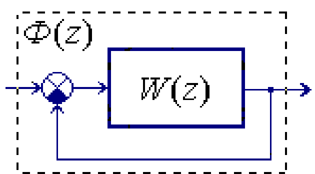


Рис. 31

Соединение звеньев с обратной связью. Как и в непрерывных системах, если определены дискретные передаточные функции прямого и обратного каналов связи, то передаточная функция замкнутой дискретной системы определяется без каких-либо отличий. Например, для системы, показанной на рис. 31, передаточная функция вход-выход будет иметь вид

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)}.$$

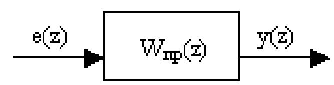


Рис. 32

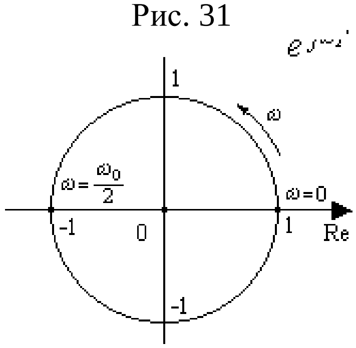


Рис. 33

Частотная передаточная функция дискретных систем. Рассмотрим импульсную систему управления с приведенной частью общего вида (см. рис. 32). В передаточной функции приведенной части выполним замену z на $e^{j\omega T}$. При этом очевидно, поскольку частотное соотношение $e^{j\omega T}$ является периодической функцией (см. график на рис. 33), то при построении годографа $W_{пр}(e^{j\omega T})$ достаточно ограничиться изменением аргумента в следующем частотном диапазоне:

$\omega = 0.5\omega_0$, $w_0 = \frac{2p}{T}$, где T – период дискретизации.

Построение годографа $W_{пр}(e^{j\omega T})$ можно осуществлять как в полярных, так и прямоугольных координатах в силу справедливости следующих соотношений:

$W_{пр}(e^{j\omega T}) = \mathrm{mod}(W(e^{j\omega T}))\exp(j \arg(W(e^{j\omega T}))) = \mathrm{Re}(W(e^{j\omega T})) + j\,\mathrm{Im}(W(e^{j\omega T}))$.

Устойчивость дискретных систем управления. При исследовании устойчивости дискретных систем управления используется Z-преобразование. Тогда, учитывая необходимые и достаточные условия устойчивости непрерывных систем – полюса передаточной функции исследуемой системы должны располагаться в левой полуплоскости комплексной плоскости корней (jω), из соотношения z=e $^{j\omega T}$ следует, что необходимые и достаточные условия устойчивости дискретных систем сводятся к требованию о расположении полюсов ее передаточной функции W(z) внутри круга единичного радиуса с центром в начале координат. Необходимые и достаточные условия устойчивости непрерывных и дискретных систем представлены на рис. 34a и 34b.

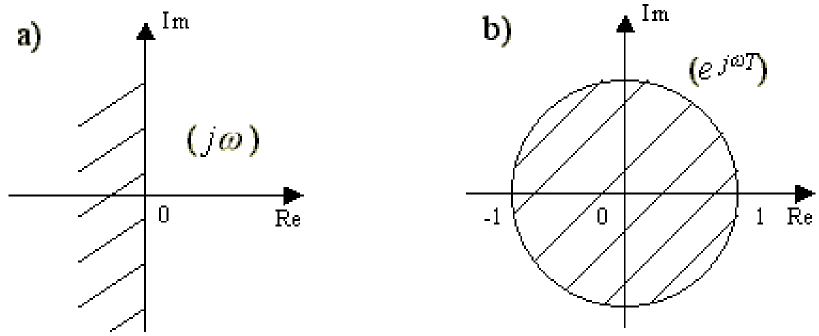


Рис. 34

Однако с практической точки зрения необходимое и достаточное условие устойчивости дискретных систем вида $|z_i|<1$, где z_i – корни характеристического уравнения или полюса W(z), не нашло широкого применения. При исследовании устойчивости дискретных систем обычно используется так называемое υ-преобразование:

$$u = \frac{z-1}{z+1} = \frac{e^{jwT}-1}{e^{jwT}+1} = \frac{\cos wT + j\sin wT - 1}{\cos wT + j\sin wT + 1} = j \cdot tg\frac{wT}{2} = j \cdot l\ ,$$

где $l = tg\frac{wT}{2}$ – псевдочастота, $-\frac{p}{T} \leq w \leq \frac{p}{T}$ – частотный диапазон.

С помощью этого преобразования, выполняя в W(z) замену параметра z на υ, получаем передаточную функцию дискретной системы, для которой применим математический аппарат исследования передаточных функций непрерывных систем.

Замечание. Для определения устойчивости замкнутой импульсной системы возможно использование критерия Найквиста. Для этой цели можно применять передаточную функцию разомкнутой системы, полученную на основе Z-преобразования, так и на основе υ-преобразования. И в том и в другом случае амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы не должна охватывать точку (-1, j0).

7. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИКЕ ВЫПУСКНИКОВ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Программный продукт – математический пакет MatLab.

Учебное пособие – Еремин Е.Л., Еремина В.В., Семичевская Н.П., Шевко Д.Г. Алгоритмы и S-модели гибридных систем адаптивного управления (практикум в среде SIMULINK). Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2005. 205 с.

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Информационные системы и технологии» и «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Книга посвящена вопросам синтеза и компьютерного моделирования систем управления с использованием математического пакета MATLAB и среды визуального моделирования SIMULINK.

Предназначается студентам старших курсов высших учебных заведений, а также аспирантам и инженерам, специализирующимся в области проектирования систем управления.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

1. Межсессионная аттестация студентов проводится дважды в семестр на 7 и 13 неделях 5-го семестра.
2. Аттестационная оценка складывается из оценок, полученных аттестационных занятиях по лабораторным работам и собеседованиях:

   Первое аттестационное занятие. Проверка знаний и навыков студентов по исследованию динамических свойств и характеристик линейных систем управления во временной и частотной областях.

   Второе аттестационное занятие. Проверка знаний и навыков студентов по анализу и синтезу линейных и нелинейных систем автоматического управления.

   Первое собеседование. Математические модели манипулятора, центробежного маятника, ресивера, гидравлического сервомотора;

   Второе собеседование. Математические модели длинного бьефа, печи сжигания (окисления) серы, двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, асинхронного двухфазного двигателя
3. Организация аттестации студентов, проводится в соответствии с положением АмГУ о курсовых экзаменах и зачетах*

---

* 2.1. Организация аттестации студентов в университете по специальностям и направлениям высшего профессионального образования регламентируется рабочим учебным планом, расписанием учебных занятий и программами учебных дисциплин, утверждаемыми в установленном в университете порядке.

Контроль за качеством освоения образовательных программ осуществляется путем текущей внутрисеместровой аттестации, ректорской контрольной аттестации, промежуточной аттестации студентов в форме курсовых экзаменов и зачетов и итоговой аттестации выпускников.

2.2. Курсовые экзамены и зачеты проводятся по дисциплинам утвержденного учебного плана по соответствующим специальностям и направлениям высшего профессионального образования. Знания, умения и навыки обучающегося определяются оценками "отлично", " хорошо", " удовлетворительно", " неудовлетворительно", "зачтено" и "незачтено".

2.3. Студенты, обучающиеся по основным программам высшего профессионального образования, сдают в течение учебного года не более 10 экзаменов и 12 зачетов. В это число не входит аттестация по физической культуре и факультативным дисциплинам.

Студенты, обучающиеся в сокращенные сроки (по индивидуальным планам), в течение учебного года сдают не более 20 экзаменов и 24 зачетов.

2.4. Сроки проведения курсовых зачетов и экзаменов (экзаменационная сессия) и начало очередного учебного семестра устанавливаются графиком учебного процесса, утвержденным проректором по учебной работе.

Расписание экзаменов составляется в соответствии с графиком учебного процесса, утверждается проректором по учебно-научной работе и доводится до сведения преподавателей и студентов не позднее, чем за две недели до начала сессии. Расписание составляется таким образом, чтобы на подготовку к экзаменам по каждой дисциплине было отведено не менее 3 дней, исключая день предыдущего экзамена. По согласованию с деканами и заведующими соответствующих кафедр отдельные экзамены (зачеты) могут проводиться в течение семестра по завершении преподавания дисциплины.

9. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ РГР

Расчетно-графическая работа №1. Непрерывные системы

Согласно структурной схеме непрерывной САУ, изображенной на рис. 19, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 9, требуется: найти передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем; построить частотные характеристики; определить устойчивость замкнутой САУ.

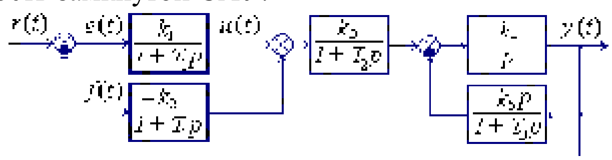


Рис. 19

Таблица 9

Номер варианта	Исходные данные и условия					
	Числовые параметры			Передаточные функции	Частотные характеристики	Критерий устойчивости
	(б/р)	(c^{-1})	(с)			
1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***
1	k_1=1 k_2=1 k_3=0,8	k_4=12,5	k_5=2,5 T_1=0,17 T_2=0,01 T_3=0,18	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
2	k_1=0,8 k_2=1,2 k_3=1,1	k_4=13	k_5=2,4 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,14	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
3	k_1=1,1 k_2=1,1 k_3=0,7	k_4=11,5	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,01 T_3=0,16	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста
4	k_1=1,2 k_2=1,4 k_3=0,9	k_4=12,5	k_5=3 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,13	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
5	k_1=1 k_2=1 k_3=0,85	k_4=12	k_5=2 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,15	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
6	k_1=1,2 k_2=1,2 k_3=0,95	k_4=13	k_5=3 T_1=0,15 T_2=0,02 T_3=0,16	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
7	k_1=1,1 k_2=1,1 k_3=0,75	k_4=11	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,02 T_3=0,16	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста

1	2	3	4	5	6	7
8	k_1=1,2 k_2=1,1 k_3=0,95	k_4=14	k_5=2,5 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,14	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
9	k_1=1,25 k_2=1,4 k_3=0,85	k_4=12,2	k_5=2,5 T_1=0,12 T_2=0,02 T_3=0,16	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
10	k_1=0,85 k_2=1,25 k_3=1,15	k_4=13,4	k_5=2,2 T_1=0,13 T_2=0,01 T_3=0,13	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
11	k_1=1,15 k_2=1,12 k_3=0,73	k_4=11,2	k_5=3,9 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,17	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста
12	k_1=1,25 k_2=1,43 k_3=0,87	k_4=12,9	k_5=3,4 T_1=0,16 T_2=0,01 T_3=0,15	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
13	k_1=1,1 k_2=1,5 k_3=0,7	k_4=14	k_5=2 T_1=0,1 T_2=0,01 T_3=0,18	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
14	k_1=0,95 k_2=1,5 k_3=1,5	k_4=12	k_5=3 T_1=0,2 T_2=0,01 T_3=0,1	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
15	k_1=0,85 k_2=1,25 k_3=1,15	k_4=12	k_5=3,9 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,17	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
16	k_1=1,05 k_2=1,12 k_3=0,73	k_4=13	k_5=3,4 T_1=0,16 T_2=0,01 T_3=0,15	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
17	k_1=1,2 k_2=1,43 k_3=0,87	k_4=11	k_5=2 T_1=0,1 T_2=0,01 T_3=0,18	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста

1	2	3	4	5	6	7
18	k_1=1 k_2=1,5 k_3=0,7	k_4=14	k_5=3 T_1=0,2 T_2=0,01 T_3=0,1	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
19	k_1=0,95 k_2=1,5 k_3=1,5	k_4=12,2	k_5=2 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,15	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
20	k_1=0,85 k_2=1,5 k_3=1,3	k_4=14	k_5=3 T_1=0,19 T_2=0,02 T_3=0,12	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
21	k_1=1,1 k_2=1 k_3=0,8	k_4=11,2	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,02 T_3=0,16	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста
22	k_1=0,9 k_2=1,2 k_3=1,1	k_4=12,9	k_5=2,5 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,14	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
23	k_1=1,1 k_2=1,1 k_3=0,7	k_4=13	k_5=2,4 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,14	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Найквиста
24	k_1=1,2 k_2=1,4 k_3=0,9	k_4=11,5	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,01 T_3=0,16	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Найквиста
25	k_1=0,85 k_2=1,25 k_3=1,15	k_4=11	k_5=3,9 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,17	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
26	k_1=1,05 k_2=1,02 k_3=0,63	k_4=14	k_5=3,4 T_1=0,16 T_2=0,01 T_3=0,15	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
27	k_1=1,15 k_2=1,23 k_3=0,77	k_4=12	k_5=2 T_1=0,1 T_2=0,01 T_3=0,18	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Найквиста

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
28	k_1=0,9 k_2=1,2 k_3=0,8	k_4=16	k_5=3 T_1=0,2 T_2=0,01 T_3=0,1	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
29	k_1=1,2 k_2=1,14 k_3=0,68	k_4=13	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,02 T_3=0,16	$W_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p)=\frac{y(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_f(jw)$ arg $\Phi_f(jw)$ Re $\Phi_f(jw)$ Im $\Phi_f(jw)$	Михайлова
30	k_1=1,05 k_2=1,6 k_3=0,75	k_4=12	k_5=2,5 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,14	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Михайлова
31	k_1=1,15 k_2=1,12 k_3=0,73	k_4=14	k_5=2,5 T_1=0,17 T_2=0,01 T_3=0,18	$W_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p)=\frac{e(p)}{f(p)}$	mod $\Phi_{ef}(jw)$ arg $\Phi_{ef}(jw)$ Re $\Phi_{ef}(jw)$ Im $\Phi_{ef}(jw)$	Найквиста
32	k_1=1,25 k_2=1,43 k_3=0,87	k_4=12,2	k_5=2,4 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,14	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Найквиста
33	k_1=1,1 k_2=1,5 k_3=0,7	k_4=13,4	k_5=3,5 T_1=0,15 T_2=0,01 T_3=0,16	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Михайлова
34	k_1=0,95 k_2=1,5 k_3=1,5	k_4=13	k_5=3 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,13	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Михайлова
35	k_1=0,85 k_2=1,25 k_3=1,15	k_4=11	k_5=2 T_1=0,17 T_2=0,02 T_3=0,15	$W_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p)=\frac{e(p)}{r(p)}$	mod $\Phi_e(jw)$ arg $\Phi_e(jw)$ Re $\Phi_e(jw)$ Im $\Phi_e(jw)$	Найквиста
36	k_1=0,9 k_2=1,2 k_3=0,8	k_4=16	k_5=2,4 T_1=0,16 T_2=0,02 T_3=0,14	$W(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p)=\frac{y(p)}{r(p)}$	mod $\Phi(jw)$ arg $\Phi(jw)$ Re $\Phi(jw)$ Im $\Phi(jw)$	Найквиста

Замечание. Расчет и построение частотных характеристик, а также годографов Михайлова и Найквиста должны быть выполнены с использованием любого из математических ППП, в частности – *MATHEMATIKA, MAPLE, MATLAB* или *MATHCAD*. Примеры использования математических ППП приведены в приложениях C, D, E.

Расчетно-графическая работа №2. Дискретные системы

Задание

Согласно структурной схеме импульсной САУ с периодом дискретизации T=0.1 [c] и экстраполятором нулевого порядка, изображенной на рис. 35, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 10, требуется:

найти дискретные передаточные функции разомкнутой $W(z)$ и замкнутой $\Phi(z)$ систем;

построить частотные характеристики $\mathrm{Re}(W(e^{jwT}))$ и $\mathrm{Im}(W(e^{jwT}))$;

определить устойчивость замкнутой САУ с помощью критерия Найквиста.

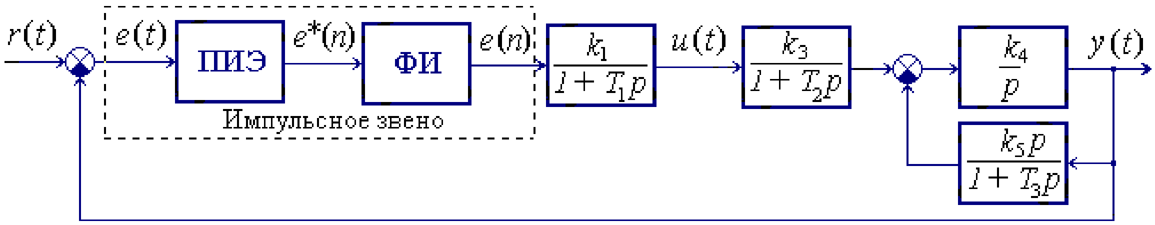


Рис. 35

Табл. 10

Номер варианта	Исходные данные и условия		
	Числовые параметры		
	(б/р)	(c^{-1})	(с)
1	***2***	***3***	***4***
1	k_1=80; k_3=0,7	k_4=10	k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,18
2	k_1=70; k_3=0,6	k_4=11	k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,19
3	k_1=60; k_3=0,5	k_4=12	k_5=1; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,17
4	k_1=70; k_3=0,7	k_4=13	k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,28
5	k_1=80; k_3=0,6	k_4=12	k_5=2; T_1=0,16; T_2=0,01; T_3=0,29
6	k_1=70; k_3=0,5	k_4=10	k_5=1,5; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=027
7	k_1=60; k_3=0,8	k_4=11	k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,21
8	k_1=50; k_3=0,7	k_4=12	k_5=2; T_1=0,14 T_2=0,02; T_3=0,19
9	k_1=60; k_3=0,6	k_4=13	k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22
10	k_1=70; k_3=0,5	k_4=12	k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,18
11	k_1=80; k_3=0,8	k_4=10	k_5=1,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,19
12	k_1=70; k_3=0,7	k_4=12	k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2
13	k_1=60; k_3=0,6	k_4=11	k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,21
14	k_1=50; k_3=0,5	k_4=12	k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,22
15	k_1=60; k_3=0,8	k_4=13	k_5=2,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,17
16	k_1=70; k_3=0,7	k_4=13	k_5=2; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,18
17	k_1=80; k_3=0,6	k_4=12	k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,19
18	k_1=70; k_3=0,5	k_4=11	k_5=1,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2

Продолжение табл. 10

1	***2***	***3***	***4***
19	k_1=85; k_3=0,65	k_4=10	k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,1
20	k_1=65; k_3=0,55	k_4=10,5	k_5=1; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=02
21	k_1=85; k_3=0,75	k_4=9,5	k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,8
22	k_1=75; k_3=0,65	k_4=11,5	k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,9
23	k_1=65; k_3=0,55	k_4=12,5	k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,7
24	k_1=75; k_3=0,75	k_4=13,5	k_5=3,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,8
25	k_1=85; k_3=0,65	k_4=12,5	k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,01; T_3=0,9
26	k_1=75; k_3=0,55	k_4=10,5	k_5=1; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,7
27	k_1=65; k_3=0,85	k_4=11,5	k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2
28	k_1=55; k_3=0,75	k_4=12,5	k_5=2,5; T_1=0,14 T_2=0,02; T_3=0,1
29	k_1=65; k_3=0,65	k_4=13,5	k_5=3,5; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,2
30	k_1=75; k_3=0,55	k_4=12,5	k_5=2; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,1
31	k_1=85; k_3=0,85	k_4=10,5	k_5=1; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,1
32	k_1=75; k_3=0,75	k_4=12,5	k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2
33	k_1=65; k_3=0,65	k_4=11,5	k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,2
34	k_1=55; k_3=0,55	k_4=12,5	k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,2
35	k_1=65; k_3=0,85	k_4=13,5	k_5=2; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,1
36	k_1=75; k_3=0,75	k_4=13,5	k_5=2,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,1
37	k_1=85; k_3=0,65	k_4=12,5	k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,1
38	k_1=75; k_3=0,55	k_4=11,5	k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2
39	k_1=85; k_3=0,75	k_4=10,5	k_5=2; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,1
40	k_1=50; k_3=0,7	k_4=10	k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22
41	k_1=60; k_3=0,6	k_4=10,5	k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,18
42	k_1=70; k_3=0,5	k_4=9,5	k_5=1,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,19
43	k_1=80; k_3=0,8	k_4=11,5	k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2
44	k_1=70; k_3=0,7	k_4=12,5	k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,21
45	k_1=60; k_3=0,6	k_4=13,5	k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,22
46	k_1=50; k_3=0,5	k_4=12,5	k_5=2,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,17
47	k_1=60; k_3=0,8	k_4=10,5	k_5=2; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,18
48	k_1=70; k_3=0,7	k_4=11,5	k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,19
49	k_1=65; k_3=0,85	k_4=13,5	k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22
50	k_1=60; k_3=0,8	k_4=14	k_5=3; T_1=0,2; T_2=0,02; T_3=0,15

10. ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тестовые задания по проверке остаточных знаний по дисциплине «ОТУ» для специальностей 230102, 230201 20 заданий время тестирования – 40 минут

Утверждено на заседании
Кафедры ИУС
«____»_________2006г.
Зав. Каф. ____________________Бушманов А.В.

Инструкция: выберите из четырех предложенных вариантов правильный на ваш взгляд, и обведите его. Исправления в тесте НЕ ДОПУСКАЮТСЯ! Перед тем, как выбрать ответ, хорошо подумайте!

Вариант 1

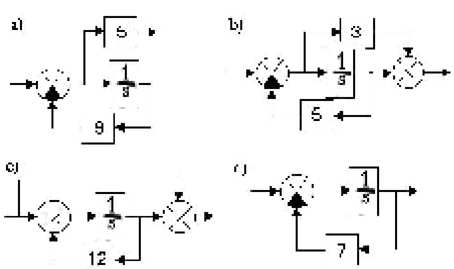
1.Укажите передаточную функцию реально дифференцирующего звена:

a) $W(p)=\frac{2p+1}{3p+8}$	b) $W(p)=\frac{3}{2p+7}$	c) $W(p)=\frac{p}{p+6}$	d) $W(p)=\frac{2p}{p^2+9}$

2.Сигнал, обладающий свойством $\int_{-\infty}^{\infty} d(t)dt = 1$ называется:

a) Дельта-функцией	b)функцией Дирака	c)весовой функцией	d)функция Ляпунова

3.Укажите структурную схему апериодического звена первого порядка:



4. Укажите уравнение переходного процесса для звена: $W(s)=\frac{T_1 s}{T_2 s+1}$

a) $h(t)=T_1\left(T_2-e^{\frac{-t}{T_2}}\right)$	b) $h(t)=\frac{T_1}{T_2}\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$	c) $h(t)=\frac{T_2}{T_1}\cdot e^{\frac{t}{T_1}}$	d) $h(t)=1-e^{-\frac{T_1}{T_2}\cdot t}$

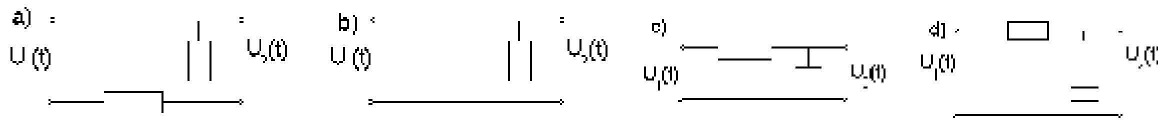
5.Интервалом времени от момента подачи единичной ступени на вход до момента, начиная с которого переходной процесс попадает в зону заданной точности и больше ее не покидает называется:

a) время настройки	b)время регулирования	c) время адаптации	d) время реакции

6.Уравнение переходного процесса для интегрирующего звена с замедлением имеет вид

a) $h(t)=k\left[1-e^{-\frac{t}{T}}\right]$	b) $h(t)=k\left[e^{-\frac{t}{T}}-1-t\right]$	c) $h(t)=k\left[t-T+Te^{\frac{-t}{T}}\right]$	d) $h(t)=k\left[1-T\cdot t-Te^{\frac{-t}{T}}\right]$

7. Укажите схему реально дифференцирующего звена

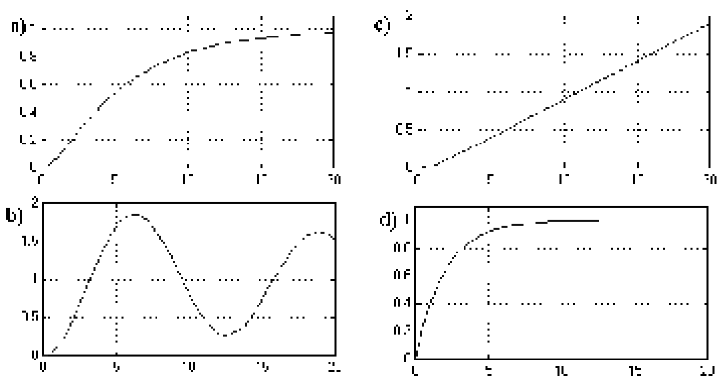


8.Если передаточная функция звена представлена уравнением

$W(p)=\dfrac{k}{T_2^2p^2+T_1p+1}$, $T_1^2-4T_2^2<0$, то величина $x=\dfrac{T_1}{2T_2}$ называется

a)степенью устойчивости	b)коэффициентом затухания	c)степенью затухания	d)собственной частотой колебаний

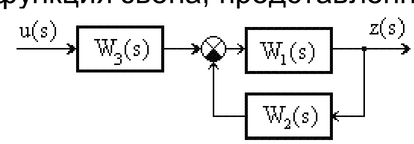
9. Укажите переходной процесс интегрирующего звена с замедлением



10.Переходной процесс колебательного звена имеет вид

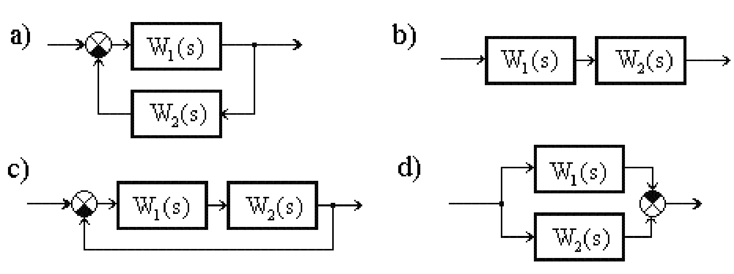
a) $h(t)=1+\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin(lt+j)$	b) $h(t)=k\cdot\left[1-\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin(lt+j)\right]$	c) $h(t)=-\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin(lt-j)$	d) $h(t)=k+1+\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin(lt+j)$

11. Общая передаточная функция звена, представленного на рисунке, имеет вид



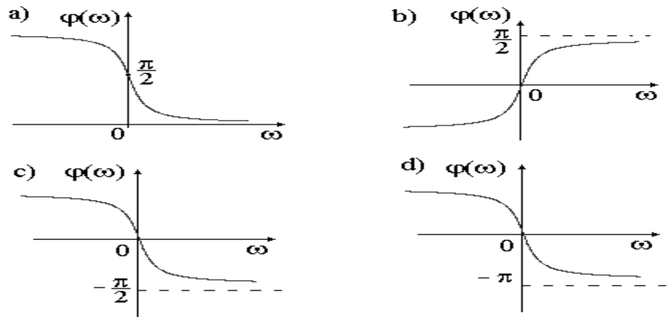
a) $W(s)=\frac{W_1(s)\cdot W_2(s)\cdot W_3(s)}{1-W_1(s)\cdot W_2(s)}$	b) $W(s)=\frac{W_1(s)\cdot W_3(s)}{1+W_1(s)\cdot W_2(s)}$	c) $W(s)=\frac{W_1(s)\cdot W_2(s)}{1+W_1(s)\cdot W_2(s)\cdot W_3(s)}$	d) $W(s)=\frac{1+W_1(s)\cdot W_2(s)}{W_1(s)\cdot W_2(s)\cdot W_3(s)}$

12. Укажите схему, на которой представлено параллельное соединение звеньев

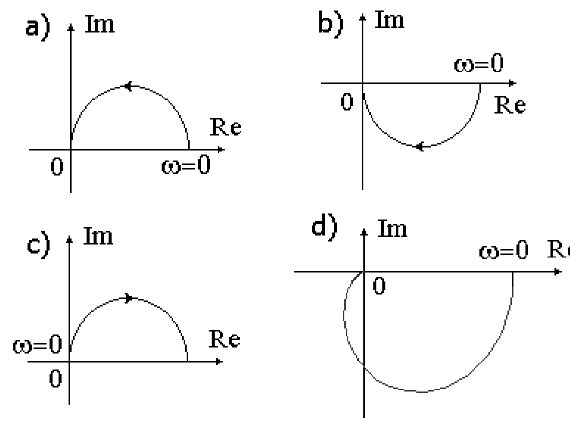


13. Укажите график фазовой частотной характеристики апериодического звена первого

порядка



14. Укажите годограф реально-дифференцирующего звена (ω > 0)



15.Укажите уравнение, по которому можно вычислить фазовуюую частотную характеристику звена с передаточной функцией

$$W(jw) = k \cdot \frac{\operatorname{Re} Q(jw) + j \operatorname{Im} Q(jw)}{\operatorname{Re} R(jw) + j \operatorname{Im} R(jw)}$$

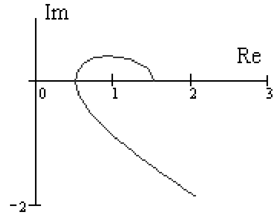
$$j\,(w) = arctg\frac{\operatorname{Re} R(jw)}{\operatorname{Re} Q(jw)} - arctg\frac{\operatorname{Im} R(jw)}{\operatorname{Im} Q(jw)},$$

$$j\,(w) = -arctg\frac{\operatorname{Im} Q(jw)}{\operatorname{Re} Q(jw)} + arctg\frac{\operatorname{Im} R(jw)}{\operatorname{Re} R(jw)},$$

$$j\,(w) = arctg\frac{\operatorname{Im} Q(jw)}{\operatorname{Im} R(jw)} - arctg\frac{\operatorname{Re} Q(jw)}{\operatorname{Re} R(jw)},$$

$$j\,(w) = arctg\frac{\operatorname{Im} Q(jw)}{\operatorname{Re} Q(jw)} - arctg\frac{\operatorname{Im} R(jw)}{\operatorname{Re} R(jw)}.$$

16. Если годограф Михайлова исследуемой системы имеет вид, представленный на рисунке

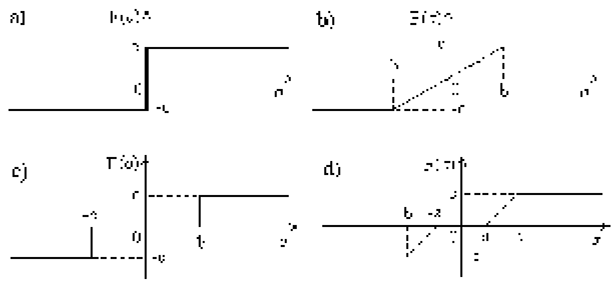


то система является

a)абсолютно устойчивой	b) устойчивой	c) неустойчивой	d)условно устойчивой

17. Укажите, какой нелинейный элемент описывается уравнением

$$F(s)=\begin{cases} c, & s>b, \\ \frac{c}{b}\cdot s, & -b\le s\le b, \\ -c, & s<-b. \end{cases}$$



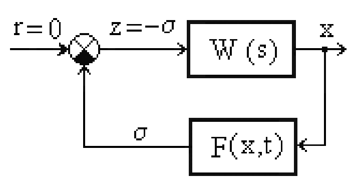
18. Если функция сохраняет один и тот же знак, но может обращаться в нуль не только в начале координат, но и в других точках области, то она в данной области является

a) знакоопределенной	b) знакопостоянной,	c) знакопеременной,	d)функцией Ляпунова

19. Если характеристическое уравнение исследуемой системы имеет вид $D(p)=a_0p^5+a_1p^4+a_2p^3+a_3p^2+a_4p+a_5$, то укажите верную матрицу Рауса-Гурвица

a) $\left\|\begin{matrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{matrix}\right\|$, b) $\left\|\begin{matrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_2 & a_5 \end{matrix}\right\|$, c) $\left\|\begin{matrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{matrix}\right\|$, d) $\left\|\begin{matrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & a_1 & a_2 & a_5 \end{matrix}\right\|$

20. Укажите верное интегральное неравенство В.М. Попова, которое должно выполняться $\forall t\ge 0$, согласно критерию гиперустойчивости, чтобы нелинейная система, изображенная на рисунке, была асимптотически гиперустойчивой



a) $h(0,t)=-\int_0^t z(s)x(s)ds>-g_0^2=const,$ b) $h(0,t)=\int_0^t z(s)x(s)ds<-g_0^2=const,$

c) $h(0,t)=-\int_0^t z(s)x(s)ds\ge -g_0^2=const,$ d) $h(0,t)=-\int_{x(0)}^{x(t)} z(s)x(s)ds\ge g(t)$.

Тестовые задания по проверке остаточных знаний по дисциплине «ОТУ» для

специальностей 230102, 230201

20 заданий

время тестирования – 40 минут

Инструкция: выберите из четырех предложенных вариантов правильный на ваш взгляд, и обведите его. Исправления в тесте НЕ ДОПУСКАЮТСЯ! Перед тем, как выбрать ответ, хорошо подумайте!

Вариант 2

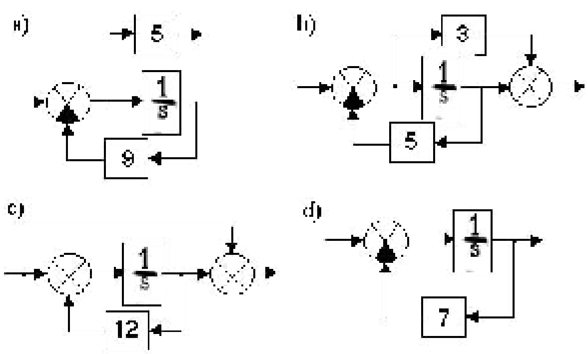
1.Укажите передаточную функцию апериодического звена первого порядка:

a) $W(p)=\dfrac{2p+1}{3p+8}$	b) $W(p)=\dfrac{3}{2p+7}$	c) $W(p)=\dfrac{p}{p+6}$	d) $W(p)=\dfrac{2p}{p^2+9}$

2.Реакцией системы на единичную ступень называется:

a) Дельта-функция	b)Переходной процесс	c)передаточная функция	d)весовая функция

3.Укажите структурную схему реального диф. звена:



4. Укажите уравнение переходного процесса для звена: $W(s)=\dfrac{k}{T_1p+1}$

a) $h(t)=T_1\left(T_2-e^{\frac{-t}{T_2}}\right)$	b) $h(t)=\dfrac{T_1}{T_2}\cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$	c) $h(t)=\dfrac{T_2}{T_1}\cdot e^{\frac{t}{T_1}}$	d) $h(t)=k(1-e^{-\frac{t}{T_1}})$

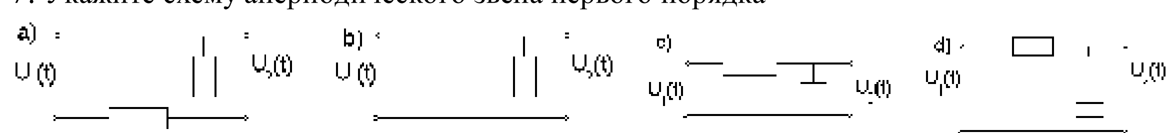
5.Интервалом времени от момента подачи единичной ступени на вход до момента, начиная с которого переходной процесс попадает в зону заданной точности и больше ее не покидает называется:

a) время настройки	b)время регулирования	c) время адаптации	d) время реакции

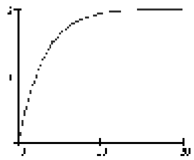
6.Уравнение переходного процесса для интегрирующего звена с замедлением имеет вид

a) $h(t)=k\left[1-e^{-\frac{t}{T}}\right]$	b) $h(t)=k\left[e^{-\frac{t}{T}}-1-t\right]$	c) $h(t)=k\left[t-T+Te^{\frac{-t}{T}}\right]$	d) $h(t)=k\left[1-T\cdot t-Te^{\frac{-t}{T}}\right]$

7. Укажите схему апериодического звена первого порядка

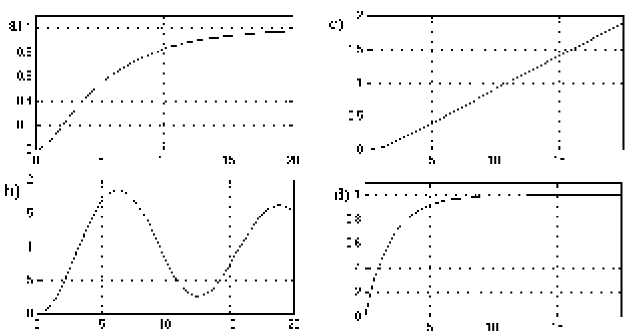


8.Весовая функция какого звена изображена рисунке?



a) колебательного	b) апериодического первого порядка	c) апериодического второго порядка	d) интегрирующего с замедлением

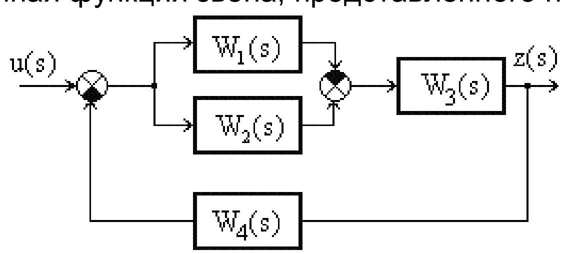
9. Укажите переходной процесс колебательного звена



10.Переходной процесс апериодического звена второго порядка имеет вид

a) $h(t)=1+\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin\left(l\,t+j\right)$	b) $h(t)=k\cdot\left[1-\frac{T_3}{T_3-T_4}\cdot e^{-\frac{t}{T_3}}+\frac{T_4}{T_3-T_4}\cdot e^{-\frac{t}{T_4}}\right]$	c) $h(t)=-\frac{g}{x\cdot l}\cdot e^{-g\cdot t}\cdot\sin\left(l\,t-j\right)$	d) $h(t)=k\cdot\left[1-\frac{T_4}{T_3-T_4}\cdot e^{-\frac{t}{T_3}}+\frac{T_4}{T_3-T_4}\cdot e^{-\frac{t}{T_4}}\right]$

11. Общая передаточная функция звена, представленного на рисунке, имеет вид

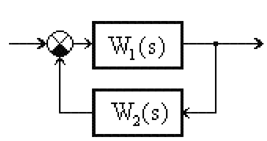


$W(s)=\frac{W_1(s)-W_2(s)\cdot W_3(s)}{1+\left(W_1(s)-W_2(s)\cdot W_3(s)\right)\cdot W_4(s)}$, b) $W(s)=\frac{\left(W_2(s)-W_1(s)\right)\cdot W_3(s)}{1+\left(-W_1(s)+W_2(s)\right)\cdot W_3(s)\cdot W_4(s)}$,

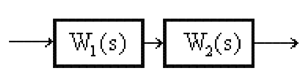
c) $W(s)=\frac{\left(W_1(s)-W_2(s)\right)\cdot W_3(s)}{1+\left(W_1(s)-W_2(s)\right)\cdot W_3(s)\cdot W_4(s)}$, d) $W(s)=\frac{\left(W_2(s)-W_1(s)\right)\cdot W_3(s)\cdot W_4(s)}{1+\left(-W_1(s)+W_2(s)\right)\cdot W_3(s)}$.

12. Укажите схему, на которой представлено соединение с итоговой передаточной функцией $W(s)=\frac{W_1(s)}{1+W_1(s)W_2(s)}$

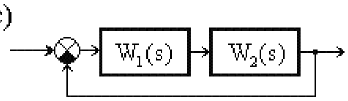
a)



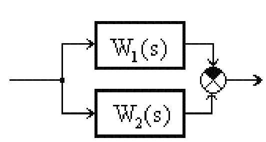
b)



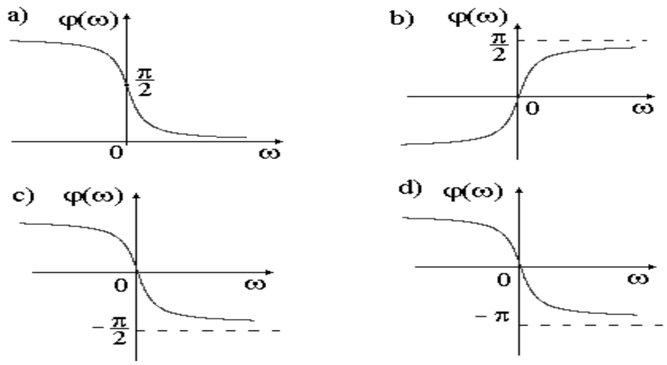
c)



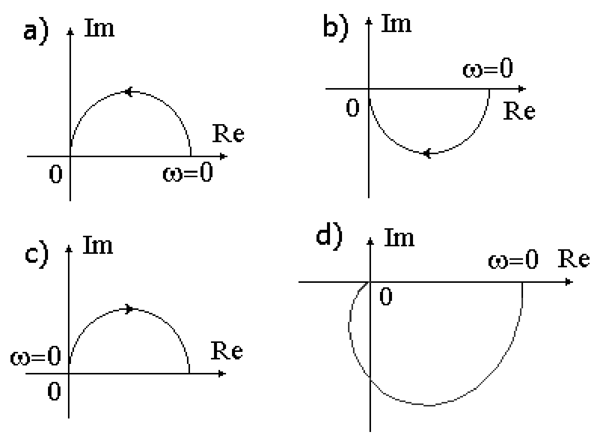
d)



13. Укажите график фазовой частотной характеристики апериодического звена второго порядка



14. Укажите годограф колебательного звена (ω > 0)



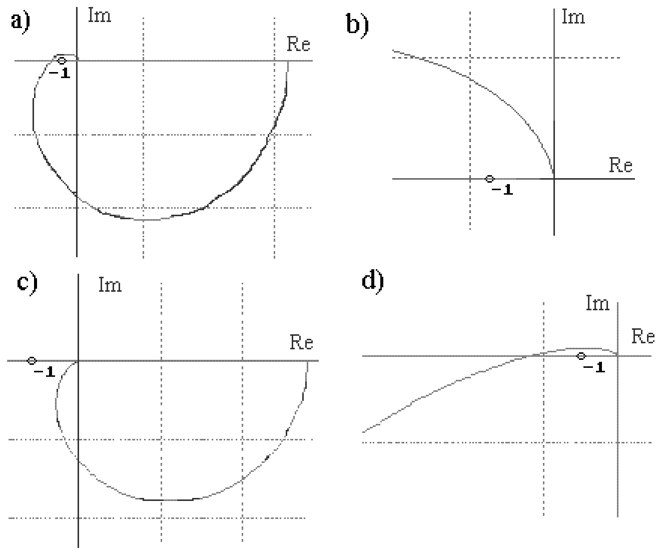
15. Укажите уравнение амплитудной частотной характеристики апериодического звена 2-го порядка

$$W(s)=\frac{k}{(T_3 s+1)(T_4 s+1)}$$

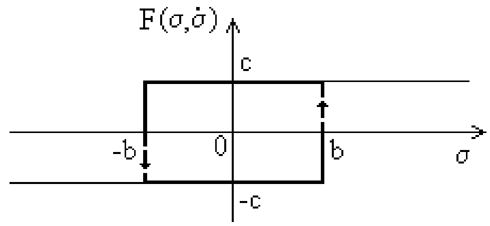
a) $A(w)=\dfrac{k\left(1-T_3^{\,2}w^2\right)}{\sqrt{(1-T_3^{\,2}w^2)^2+4T_4^{\,2}w^2}}$, b) $A(w)=\dfrac{k}{\sqrt{\left(T_3^2w^2+1\right)\left(T_4^2w^2+1\right)}}$,

c) $A(w)=\dfrac{kT_3T_4w}{\sqrt{\left(T_3^2w^2+1\right)\left(T_4^2w^2+1\right)}}$, d) $A(w)=\dfrac{k(T_3T_4+1)}{\sqrt{\left(T_3^2w^2+1\right)\left(T_4^2w^2+1\right)}}$.

16. Укажите устойчивый годограф Найквиста



17. Укажите уравнение, которым описывается нелинейный элемент



a) $F(s)=\begin{cases} c, & s>b, \\ \frac{c}{b}\cdot s, & -b\le s\le b, \\ -c, & s<-b. \end{cases}$ b) $F(s,\dot{s})=\begin{cases} c, & s\ge b \ \text{или} \ \{a<s<b, \ \dot{s}<0\}, \\ 0, & -a\le s\le a \ \text{или} \ \{a<s<b, \ \dot{s}>0\} \ \text{или} \ \{-b<s<-a, \ \dot{s}<0\}, \\ -c, & s\le -b \ \text{или} \ \{-b<s<-a, \ \dot{s}>0\}. \end{cases}$

c) $F(s,\dot{s})=\begin{cases} c, & s\ge b \ \text{или} \ \{-b<s\le b, \ \dot{s}<0\}, \\ -c, & s\le -b \ \text{или} \ \{-b<s\le b, \ \dot{s}>0\}. \end{cases}$ d) $F(s)=\begin{cases} c, & s>b, \\ \frac{c}{b-a}\cdot(s-a), & a\le x\le b, \\ 0, & -a<s<a, \\ \frac{c}{b-a}\cdot(s+a), & -b\le x\le -a, \\ -c, & s<-b. \end{cases}$.

18. Если функция сохраняет один и тот же знак, но может обращаться в нуль не только в начале координат, но и в других точках области, то она в данной области является

a) знакоопределенной	b) знакопостоянной,	c) знакопеременной,	d)функцией Ляпунова

19. Характеристическое уравнение исследуемой системы имеет вид $D(p)=a_0p^3+a_1p^2+a_2p+a_3$. Если a_3 = 0, то исследуемая система:

a)устойчива,	b)находится на границе бесконечного корня	c)находится на апериодической границе	d)находится на колебательной границе

20. Укажите верное неравенство, которому должна удовлетворять $W(jw)$ – АФЧХ линейной части устойчивой нелинейной системы, согласно теореме об абсолютной устойчивости В.М. Попова

a) $\mathrm{Re}\left[(1+k)W(jw)\right]+\dfrac{jw}{h}>0$,

b) $\mathrm{Re}\left[W(jw)\right]-\dfrac{(1+jw\cdot h)}{k}>0$,

c) $\dfrac{1}{k}\mathrm{Re}\left[(1+jw\cdot h)W(jw)\right]\leq 0$,

d) $\mathrm{Re}\left[(1+jw\cdot h)W(jw)\right]+\dfrac{1}{k}>0$.

11. КОМПЛЕКТ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ

1. Дайте строгое определение передаточной функции.
2. Как получить передаточную функцию системы управления, если ее математическая модель представлена в виде дифференциального уравнения n-го порядка или системы n дифференциальных уравнений первого порядка?
3. Какие временные характеристики систем управления вам известны?
4. Дайте определения этих характеристик, поясните их назначение.
5. Какие аналитические зависимости связывают передаточную функцию $W(p)$ с переходным процессом $h(t)$ и весовой функцией $w(t)$?
6. Запишите передаточные функции и уравнения переходных процессов для следующих звеньев: апериодического первого порядка, реально дифференцирующего и упругого (интегро-дифференцирующего).
7. Приведите физические и технологические примеры апериодического звена первого порядка и реально дифференцирующего звена.
8. Как по графику переходного процесса апериодического звена первого порядка или реально дифференцирующего звена определить значения коэффициента передачи и постоянной времени?
9. Запишите уравнения переходных процессов для неустойчивых звеньев, описываемых передаточными функциями вида: $W(p) = \frac{K}{Tp-1}$, $W(p) = \frac{T_1 p}{T_2 p - 1}$.
10.Каким образом, используя способ прямого программирования, можно получить описание системы управления в пространстве состояний, если ее математическая модель задана в виде передаточной функции?
11. Какие виды типовых соединений звеньев вы знаете?
12. Для какого типового соединения введены понятия разомкнутой и замкнутой систем?

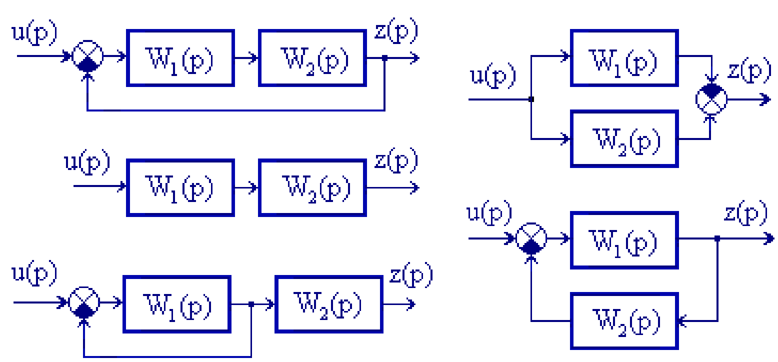


Рис. 2

13. Дайте характеристику виду переходных процессов в системах управления, структурные схемы которых показаны на рис. 2, полагая, что передаточные функции элементов систем управления имеют вид:

$$W(p) = K, \quad W(p) = \frac{1}{Tp},$$

при необходимости для каждой системы определите явный вид передаточной функции $W(p)=z(p)/u(p)$ и воспользуйтесь этими результатами в своих рассуждениях.

14. Объясните, каким образом для динамического звена с передаточной функцией $W(p)=W_1(p)W_2(p)$, где ее составляющие определены в виде

$$W_1(p)=\frac{K_1}{T_1p+1},\quad W_2(p)=\frac{K_2}{T_2p+1},$$

были получены структурные схемы в пространстве состояний (см. рис. 3).

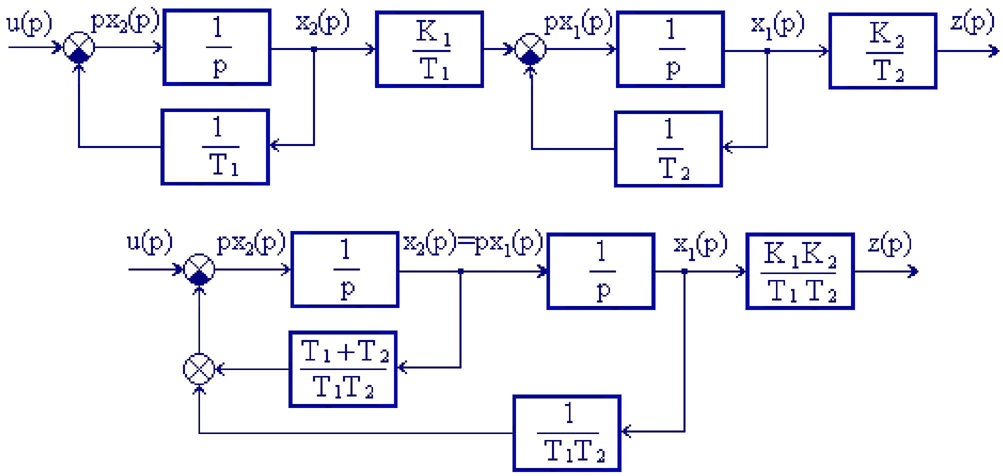


Рис. 3

15. Опишите передаточные функции и уравнения переходных процессов для следующих звеньев: апериодического второго порядка, колебательного и интегрирующего с замедлением. Приведите физические примеры таких звеньев.

16. По аналогии с какой из структурных схем, показанных на рис.3, вы осуществляли бы моделирование системы управления в пространстве состояний, если бы ее передаточная функция имела вид:

$$W(p)=\frac{c_0\prod_{j=1}^{m}(c_jp+1)}{d_0\prod_{j=1}^{m}(d_jp+1)},\quad W(p)=\frac{\sum_{j=0}^{m}a_jp^{m-j}}{\sum_{i=0}^{n}b_ip^{n-i}}.$$

17. Что такое комплексный коэффициент усиления системы управления?

18. Какими типовыми характеристиками описываются частотные передаточные функции системы управления в прямоугольной и полярной системах координат?

19. Дайте определение амплитудно- и фазочастотной характеристик, а также запишите соответствующие им формулы на примере передаточной функции любой конкретной системы управления.

20. Как построить графики указанных выше частотных характеристик?

21. Сформулируйте необходимые и достаточные условия устойчивости линейной динамической системы управления.

9.1.1. Перечислите известные вам критерии устойчивости, применяемые при решении задач анализа и синтеза линейных систем управления.

22. Сформулируйте частотный критерий устойчивости Михайлова.

23. Сформулируйте алгебраический критерий устойчивости.

24. Приведите известные вам формулировки критерия устойчивости Найквиста.

25. В чем принципиальные различия частотных критериев устойчивости Михайлова и Найквиста?

26. Как определяются запасы устойчивости системы управления по амплитуде и частоте?

27. Что такое критический коэффициент усиления?

28. Чем отличаются линейные условно устойчивые системы от абсолютно устойчивых систем?

29. Дайте качественную характеристику вида годографа разомкнутой системы с передаточной функцией вида $W(p)=\dfrac{K}{p^2(Tp+1)}$ и сделайте вывод об устойчивости замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью.

30. Обеспечивая устойчивость замкнутой системы управления (с помощью любого критерия устойчивости), запишите соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты разомкнутой $W(p)$ при:

$$W_1(p)=\frac{K(T_1p+1)}{p(T_2p+1)},$$

$$W_2(p)=\frac{Kp}{T_1^2p^2-T_2p+1},$$

$$W_3(p)=\frac{K(T_1p-1)}{T_2p+1}.$$

Определите критическое значение коэффициента усиления разомкнутой системы, если ее передаточная функция имеет вид $W(p)=\dfrac{K}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}$.

31. Для системы управления четвертого порядка нарисуйте годографы Михайлова, которые соответствовали бы нахождению системы управления на трех различных границах устойчивости.

32. Какие из математических моделей системы управления:

первая $$\begin{cases}\dfrac{dx_1(t)}{dt}=a_{11}x_1(t)+a_{12}x_2(t)+b_1u(t),\\ \dfrac{dx_2(t)}{dt}=a_{21}x_1(t)+a_{22}x_2(t)+b_2u(t),\end{cases}$$

вторая $$T_1\frac{d^2y(t)}{dt^2}+T_2\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=Ku(t),$$

третья $$\begin{cases}\dfrac{dx_1(t)}{dt}=x_2(t),\\ \dfrac{dx_2(t)}{dt}=a_1x_1(t)+a_2x_2(t)+bu(t),\end{cases}$$

могут использоваться для исследования устойчивости системы при помощи прямого метода Ляпунова?

33. Чем отличаются друг от друга статические и астатические системы, и от чего зависит порядок астатизма системы управления?

34. Докажите, что для замкнутой системы управления со статической $W(p)$ величина установившейся ошибки в режиме стабилизации зависит от величины коэффициента усиления разомкнутой системы $W(p)$.

35. Докажите, что для замкнутой системы управления с астатической $W(p)$ величина установившейся ошибки в режиме стабилизации стремится к нулю.

36. Докажите, что для замкнутой системы управления со статической $W(p)$ величина установившейся ошибки в режиме слежения стремится в бесконечность.

37. Докажите, что для замкнутой системы управления с астатической $W(p)$ величина установившейся ошибки в режиме слежения зависит от величины коэффициента усиления разомкнутой системы $W(p)$.

38. Запишите передаточные функции И, П, ПИ и ПИД законов регулирования и постройте для них графики переходных процессов.

39. Охарактеризуйте достоинства и недостатки каждого из типовых законов регулирования.

40. Что означает (применительно к типовым регуляторам) понятие помехозащищенности?

41. Какая связь существует между корректирующими звеньями и типовыми регуляторами?

42. Что означает термин «параметр настройки регулятора»? Перечислите параметры настройки каждого из типовых регуляторов.

43. Как выбор типа регулятора связан с устойчивостью разрабатываемой системы управления? Какие способы включения корректирующих звеньев в САУ вам известны?

44. Как рассчитать САУ с корректирующим звеном в обратной связи для случая, когда известно ее математическое описание, с последовательным корректирующим звеном? Какую систему управления принято называть нелинейной системой первого типа?

45. Запишите уравнения и нарисуйте графические образы следующих нелинейных элементов: зоны насыщения; зоны насыщения с зоной нечувствительности; идеального реле; реле с зоной нечувствительности; реле с гистерезисом; реле с гистерезисом и зоной нечувствительности.

12. КАРТА КАДРОВОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ

Лектор – профессор, д-р техн. наук Еремин Евгений Леонидович

Руководитель лаб. работ – ассистент Степанов Антон Евгеньевич