

Федеральное агентство по образованию РФ  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(ГОУВПО «АмГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ИиУС  
\_\_\_\_\_ А.В. Бушманов  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2006 г.

## **Учебно-методический комплекс дисциплины**

### **ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

для специальности  
230102 – автоматизированные системы обработки  
информации и управления;

Составитель: Ерёмин Е.Л.

2006 г.

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики  
и информатики  
Амурского государственного  
университета*

Основы теории управления для специальности 30102 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»: учебно-методический комплекс дисциплины. / Еремин Е.Л. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2006. 149 с.

©Амурский государственный университет, 2006

©Кафедра информационных и управляющих систем, 2006

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Выписка из государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования	4
2.	Рабочая программа	5
3.	График самостоятельной работы студентов	13
4.	Методические рекомендации по проведению самостоятельной работы студентов	14
5.	Перечень учебников, учебных пособий	39
6.	Краткий конспект лекций	40
7.	Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ	67
8.	Методические указания по выполнению РГР	75
9.	Перечень программных продуктов, используемых в практике выпускников и учебно-методическое пособие	81
10.	Методические указания по применению современных ИТ для преподавания учебной дисциплины	82
11.	Методические указания по организации межсессионного и экзаменационного контроля знаний студентов	108
12.	Комплекты заданий для лабораторных работ и РГР	109
13.	Фонд тестовых и контрольных заданий для оценки качества знаний по дисциплине	128
14.	Комплект экзаменационных билетов	137
15.	Карта кадровой обеспеченности дисциплины	149

# 1. ВЫПИСКА ИЗ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Направление подготовки дипломированного специалиста  
654600 – Информатика и вычислительная техника

Специальность

220200 (230102) – Автоматизированные системы обработки информации и управления.

Квалификация – *инженер*

Индекс	Наименование дисциплин и их основные разделы	Всего часов
ОПД.Ф.07	Основы теории управления	120
	Управление и информатика; общие принципы системной организации; устойчивость, управляемость и наблюдаемость; инвариантность и чувствительность систем управления; математические модели объектов и систем управления; формы представления моделей; методы анализа и синтеза систем управления; цифровые системы управления; использование микропроцессоров и микро-ЭВМ в системах управления; особенности математического описания цифровых систем управления, анализа и синтеза систем управления с ЭВМ в качестве управляющего устройства; программная реализация алгоритмов управления в цифровых системах.	

## 2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине " Основы теории управления "  
для специальности 230102 «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

курс 3 семестр 5

Лекции 54 Экзамен 5 семестр

Лабораторные занятия 36 (час.) Зачет 5 семестр

Самостоятельная работа 30/20 (р.г.р.) (час.)

Всего часов 120/30 (р.г.р.) (час)

### 1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе.

#### 1.1. Цель преподавания дисциплины.

Изучение современных методов анализа и синтеза систем автоматического управления динамическими объектами.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины.

По завершению курса "Основы теории управления", студент должен получить навыки в формулировке постановок и решения задач анализа и синтеза систем управления. Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию инженерного подхода к выбору и применению математических методов исследования систем автоматического управления.

#### 1.3. Перечень разделов (тем) необходимых дисциплин.

1.3.1. Математика: математический анализ; вычислительная математика; теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы; математическая логика и теория автоматов.

1.3.2. Электротехника и электроника: машины постоянного тока; асинхронные машины; синхронные машины; основы электроники и электрические измерения; элементная база современных электронных устройств; импульсные и автогенераторные устройства; основы цифровой электроники; микропроцессорные средства; электрические измерения и приборы.

1.3.3. Моделирование систем: основные понятия теории моделирования сложных систем; классификация видов моделирования; имитационные модели систем; математические схемы моделирования систем; формализация и алгоритмизация процессов функционирования систем; принципы построения моделирующих алгоритмов; инструментальные средства реализации моделей; языки и системы моделирования; анализ и интерпретация результатов моделирования систем на ЭВМ; моделирование при исследованиях и проектировании.

## 2. Содержание дисциплины

### 2.1. Федеральный компонент

Общепрофессиональная дисциплина

ГОС ВПО: 2200 ОПД – Ф.7.

Лекционные занятия

2.1.1. Управление и информатика; общие принципы системной организации (4 часа). Цель и задачи курса. Краткая история развития автоматического управления. Основные понятия и определения. Блок-схемы систем управления и регулирования. Этапы системной деятельности. Характеристика алгоритмов анализа и синтеза систем управления. Функциональные и обеспечивающие подсистемы систем управления.

2.1.2. Математические модели объектов и систем управления; формы представления моделей (22 часа). Математическое моделирование процессов в автоматических системах. Обыкновенные обыкновенные дифференциальные уравнения. Способы линеаризации. Линейные дифференциальные уравнения. Передаточные функции. Переходная матрица. Импульсная переходная функция. Переходная характеристика. Частотная характеристика. Типовые динамические звенья. Звено второго порядка. Структурные преобразования. Область применимости. Передаточные функции систем. Количественные оценки процессов. Свойства объектов управления. Пространство состояний. Анализ процессов в системах низкого порядка. Частотный метод анализа.

2.1.3. Устойчивость, управляемость и наблюдаемость; инвариантность и чувствительность систем управления; методы анализа и синтеза систем управления (14 часов). Понятия и определения. Условие устойчивости линейных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Критерии Михайлова. Критерий Найквиста. Области и запасы устойчивости, метод Д-разбиения. Системы с

запаздыванием. Условия управляемости и стабилизируемости. Условия наблюдаемости и обнаруживаемости. Метод корневых годограф. Модальный метод синтеза. Частотный метод синтеза. Синтез систем с запаздыванием. Динамические характеристики нелинейных систем. Устойчивость. Основные понятия и определения. Второй метод Ляпунова. Применение второго метода Ляпунова. Синтез систем на основе критериев абсолютной устойчивости и гиперустойчивости. Анализ переходных процессов. Метод фазовой плоскости. Метод малого параметра, метод разделения движений. Метод скользящих режимов.. Системы с большим коэффициентом усиления. Анализ влияния помех. Влияние малых инерционностей.

2.1.4. Цифровые системы управления; использование микропроцессоров и микро-ЭВМ в системах управления; особенности математического описания цифровых систем управления, анализа и синтеза систем управления с ЭВМ в качестве управляющего устройства; программная реализация алгоритмов управления в цифровых системах (14 часов). Основные понятия. Динамические характеристики импульсных систем. Разностные уравнения. Дискретное преобразование Лапласа и Z-преобразование. Импульсные передаточные функции. Устойчивость импульсных систем. Расчет переходных процессов в импульсных системах. Синтез импульсных систем. Условия реализуемости, управляемости, стабилизируемости. Оценка состояний импульсных систем. Дискретное моделирование непрерывных систем на основе метода непрерывных моделей. Цифровое моделирование автоматических систем управления.

## 2.2. Лабораторные работы

2.2.1. Вводное занятие (2-х часовое). Знакомство с интерфейсом, структурой и назначением программного комплекса ОТУ.

2.2.2. Лабораторная работа №1 (4-х часовая). Тема: исследование характеристик звеньев 1-го порядка.

2.2.3. Лабораторная работа №2 (4-х часовая). Тема: исследование характеристик звеньев 2-го порядка и типовых соединений в линейных системах управления.

2.2.4. Лабораторная работа №3 (4-х часовая). Тема: исследование частотных характеристик линейных систем управления.

2.2.5. Лабораторная работа №4 (4-х часовая). Тема: исследование устойчивости систем управления с обратной связью.

- 2.2.6. Аттестационное занятие (2-х часовое). Проверка знаний студентов.
- 2.2.7. Лабораторная работа №5 (4-х часовая). Тема: исследование статических и скоростных ошибок замкнутых систем.
- 2.2.8. Лабораторная работа №6 (4-х часовая). Тема: исследование типовых законов регулирования для систем с запаздыванием по управлению.
- 2.2.9. Лабораторная работа №7 (4-х часовая). Тема: исследование влияния корректирующих звеньев на процессы управления в замкнутых системах.
- 2.2.10. Лабораторная работа №8 (4-х часовая). Тема: исследование динамики нелинейных систем первого типа.

### 2.3. Расчетно-графическая работа.

2.3.1. Анализ импульсных систем управления.

2.3.2. Задание:

Согласно структурной схеме<sup>1</sup> импульсной САУ с периодом дискретизации  $T=0.1$  [с] и экстраполятором нулевого порядка, изображенной на рис. 35, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 10, требуется: найти дискретные передаточные функции разомкнутой  $W(z)$  и замкнутой  $\Phi(z)$  систем; построить частотные характеристики  $\text{Re}(W(e^{j\omega T}))$  и  $\text{Im}(W(e^{j\omega T}))$ ; определить устойчивость замкнутой САУ с помощью критерия Найквиста.

### 2.4. Самостоятельная работа студентов

2.4.1. Тема: Математические модели элементов непрерывных систем управления.

2.4.1.1. Манипулятор, центробежный маятник, ресивер, гидравлический сервомотор – 15 час.

2.4.1.2. Длинный бьеф, печь сжигания (окисления) серы, двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, асинхронный двухфазный двигатель, электронная упругая поляризация диэлектриков – 15 час.

Рекомендуемая литература:

Еремин Е.Л. Динамические модели и S-моделирование систем. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2003. 337.

---

<sup>1</sup> Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с.

2.5. Вопросы к экзамену

2.6.

- 2.6.1. Основные понятия ТАУ. Принципы управления в САУ. Примеры.
- 2.6.2. Линеаризация САУ. Первая форма записи.
- 2.6.3. Интегральные преобразования Лапласа. Вторая форма записи.
- 2.6.4. Модели САУ в пространстве состояний.
- 2.6.5. Частотная передаточная функция САУ и ее характеристики
- 2.6.6. Типовые соединения и передаточные функции САУ.
- 2.6.7. Структурные преобразования ЛСАУ.
- 2.6.8. Классификация динамических звеньев САУ. Типовые временные характеристики.
- 2.6.9. Инерционное звено 1-ого порядка.
- 2.6.10. Инерционное звено 2-ого порядка.
- 2.6.11. Идеальное интегрирующее звено.
- 2.6.12. Реальное дифференцирующее звено.
- 2.6.13. Звено с чистым запаздыванием.
- 2.6.14. Устойчивость САУ. Необходимые и достаточные условия устойчивости.
- 2.6.15. Граница устойчивости и ее типы.
- 2.6.16. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.
- 2.6.17. Критерий устойчивости Михайлова.
- 2.6.18. Критерий устойчивости Найквиста
- 2.6.19. Оценка установившейся точности в режимах стабилизации и слежения.
- 2.6.20. Качество САУ. Прямые показатели качества. Оценка быстрогодействия и запаса устойчивости по ВД.
- 2.6.21. Корневой и интегральные методы оценки качества САУ
- 2.6.22. Частотный критерий оценки качества САУ.
- 2.6.23. Типовые регуляторы и коррекция САУ.
- 2.6.24. Математические модели ДСАУ
- 2.6.25. Основные понятия и определения ДСАУ. Экстраполятор нулевого порядка.
- 2.6.26. Анализ устойчивости и качества ДСАУ.
- 2.6.27. Особенности НСАУ
- 2.6.28. Метод фазовой плоскости.
- 2.6.29. Критерий абсолютной устойчивости и его применение.
- 2.6.30. Прямой метод Ляпунова и его применение.
- 2.6.31. Критерий гиперустойчивости и его применение.

2.7. Оценочные критерии

- 2.7.1. Студент получает зачет по изучаемой дисциплине в случае,

если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

2.7.2. При оценке знаний на экзамене учитывается: правильность и осознанность изложения содержания ответа на вопросы, полнота раскрытия понятий и закономерностей, точность употребления и трактовки общенаучных и специальных терминов; степень сформированности интеллектуальных и научных способностей экзаменуемого; самостоятельность ответа; речевая грамотность и логическая последовательность ответа. Критерии оценок:

отлично – полно раскрыто содержание вопросов в объеме программы и рекомендованной литературы; четко и правильно даны определения и раскрыто содержание концептуальных понятий, закономерностей, корректно использованы научные термины; для доказательства использованы различные теоретические знания, выводы из наблюдений и опытов; ответ самостоятельный, исчерпывающий, без наводящих дополнительных вопросов, с опорой на знания, приобретенные в процессе специализации по выбранному направлению информатики.

-хорошо – раскрыто основное содержание вопросов; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены нарушения последовательности изложения, небольшие неточности при использовании научных терминов или в выводах и обобщениях, исправляемые по дополнительным вопросам экзаменаторов.

-удовлетворительно – усвоено основное содержание учебного материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно; определение понятий недостаточно четкое; не использованы в качестве доказательства выводы из наблюдений и опытов или допущены ошибки при их изложении; допущены ошибки и неточности в использовании научной терминологии, определении понятий;

-неудовлетворительно – ответ неправильный, не раскрыто основное содержание программного материала; не даны ответы на вспомогательные вопросы экзаменаторов; допущены грубые ошибки в определении понятий и использовании терминологии.

### 3. Учебно-методические материалы по дисциплине

#### 3.1. Используемая и рекомендуемая литература

Основная:

- 3.1.1. Методы классической и современной теории автоматического управления. Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.1. - 747с.
  - 3.1.2. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов и теории оптимизации систем автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.2. - 735с.
  - 3.1.3. Методы классической и современной теории автоматического управления. Методы современной теории автоматического управления. / Под ред. д.т.н., профессора Н.Д. Егупова - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана , 2000. - Т.3. - 747с.
  - 3.1.4. Теория автоматического управления. - ч. 1, 2/Под ред. А. А. Воронова. -М.: Высшая школа, 1986.
  - 3.1.5. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. -М.: Наука, 1975.
  - 3.1.6. Математические основы теории автоматического регулирования/Под ред. Б. К. Чемоданова. -М.: Машиностроение, 1971.
- Дополнительная:
- 3.1.7. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. - М.: Наука, 1986.
  - 3.1.8. 8. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. - М.: Высшая школа, 1979.
  - 3.1.9. Нетушил А. В. Теория автоматического управления. - М.: Высшая школа, 1976.
  - 3.1.10. Справочник по теории автоматического управления/Под ред. А. А. Красовского. - М.: Наука, 1987.
  - 3.1.11. Алексаков Г. Н., Гаврилин В. В., Федоров В. А. Персональный аналоговый компьютер. - М.: Энергоатомиздат, 1992.
  - 3.1.12. Остром К. Введение в стохастическую теорию управления. - М.: Мир, 1973.
  - 3.1.13. Красовский Н. Н. Управление динамической системой. - М.: Наука, 1985.
  - 3.1.14. Ройтенберг Я. Н. Автоматическое управление. - М.: Наука, 1978.

Учебно-методические пособия:  
 3.1.15. Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, АмГУ. 2002. 92 с.

4. Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины\*

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Форма контроля
			Практические	Лабораторные		Содержание	Часы	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2.2.1	-	2.3.1	3.1.1, 3.1.4, 3.1.5, 3.1.6	2.5	10	злр
2	2	2.2.2		2.3.2				злр
3				2.3.3				злр
4								злр
5								злр
6	3	2.2.3		2.3.4				злр
7				2.3.5				злр, сб
8								2.3.6
9	4	2.2.4		2.3.7				3.1.1, 3.1.2, 3.1.4, 3.1.5
10			2.3.8	злр				
11				2.3.9	злр			
12					злр			
13	2.3.10		злр, зргр					
14			злр					
15								
16								
17								
18								

Принятые сокращения:

защита отчета о выполнении лабораторной работы – злр; собеседование по результатам самостоятельной работы студентов – сб; защита расчетно-графической работы – зргр;

### 3. ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Содержание	Объем в часах	Сроки и форма контроля
3.1. Тема: Математические модели элементов непрерывных систем управления.		
3.1.1. Манипулятор, центробежный маятник, ресивер, гидравлический сервомотор.	15 час.	Собеседование (8 неделя)
3.1.2. Длинный бьеф, печь сжигания (окисления) серы, двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, асинхронный двухфазный двигатель, электронная упругая поляризация диэлектриков.	15 час.	Собеседование (9 неделя)

## 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### Математические модели элементов непрерывных систем

Рассмотрим дифференциальные уравнения и запишем передаточные функции некоторых динамических элементов различных систем, математические модели которых допускают линеаризацию.

#### 1.3.1. Манипулятор

Манипуляционный робот (*манипулятор*) – это устройство, воспроизводящее ряд функций, аналогичных функциям рук человека. Манипулятор состоит из звеньев, соединенных между собой определенным образом. Одно звено является основанием (*база*), относительно которого осуществляется отсчет перемещения и ориентация исполнительного органа манипулятора. Группа звеньев, соединяющих его с основанием, образует кинематическую цепь манипулятора. Два соседних звена составляют кинематическую пару, число степеней свободы которой определяется числом независимых движений одного звена пары относительно другого. В большинстве случаев звенья манипулятора образуют кинематические пары пятого класса (число степеней свободы такого манипулятора равно числу звеньев), в которых относительно движение звеньев определяется одним параметром – углом поворота или перемещением. В первом случае имеет место пара вращательного типа, а во втором – поступательного.

На рис. 1.10 приведена схема простейшего двухзвенного манипулятора, перемещающего захватное устройство  $C$  в плоскости из точки  $A$  в точку  $B$ , при

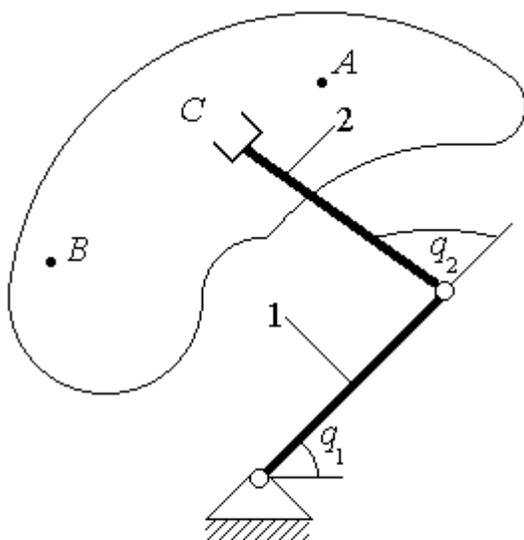


Рис. 1.10. Схема двухзвенного манипуляционного робота.

нулевых начальных и конечных скоростях. Кинематическая цепь манипулятора состоит из звеньев 1 и 2, образующих с основанием и между собой две кинематические пары вращательного типа. Положение захвата на плоскости и конфигурация механизма полностью определяются двумя независимыми углами  $q_1 = q_1(t)$  и  $q_2 = q_2(t)$ , называемыми обобщенными координатами. Исполнительным органом манипулятора является двухзвенный механизм, движения звеньев которого взаимосвязаны, причем каждая степень свободы имеет автономную систему следящего электропривода. При позиционном управлении манипулятором обычно изменяют положение его исполнительного органа.

Движение манипулятора, изображенного на рис. 1.10, поскольку он является динамическим элементом с конечным числом степеней свободы и обладающим запасом кинетической энергии, может быть описано системой дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода.

Если через  $q'_1 = q'_1(t)$  и  $q'_2 = q'_2(t)$  обозначить производные обобщенных координат манипулятора, то соответствующая система дифференциальных уравнений запишется в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_K}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} = Q_i, \quad i=1,2, \quad (1.34)$$

где  $E_K$  – кинетическая энергия манипулятора;  $Q_i$  – обобщенные силы.

В общем случае обобщенные силы:

$$Q_i = \frac{\partial E_{II}}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial q'_i} + f_i(t), \quad i=1,2, \quad (1.35)$$

где  $E_{II}$  – потенциальная энергия манипулятора;  $R$  – функция рассеяния энергии;  $f_i(t)$  – внешние силы, приложенные к манипулятору.

Кинетическая энергия  $E_K$  представляет собой квадратичную положительно определенную форму от обобщенных скоростей

$$E_K = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 m_{i,j} q'_i q'_j. \quad (1.36)$$

Потенциальная энергия  $E_{II}$  является некоторой функцией обобщенных координат системы. Функция рассеяния, или диссипативная функция  $R$  характеризует собой скорость рассеяния энергии в манипуляторе и зависит от обобщенных скоростей. Обобщенные диссипативные силы

$$Q_{R_i} = \frac{\partial R}{\partial q'_i} \quad (1.37)$$

можно определить по формуле

$$Q_{R_i} = -k_i f(q'_i) \frac{|q'_i|}{q'_i}, \quad (1.38)$$

где функция  $f(x'_i) = 1$  – в случае сухого трения и  $f(x'_i) = x'_i$  – в случае вязкого трения. Из формулы (1.38) следует, что диссипативная сила направлена противоположно вектору скорости  $x'_i$  и равна либо постоянной величине (в случае сухого трения), либо пропорциональна скорости  $x'_i$  (в случае вязкого трения). Диссипативная функция в соответствии с (1.37) и (1.38) принимает вид

$$R = \sum_{i=1}^2 k_i \int_0^{q'_i} f_i(u) du. \quad (1.39)$$

Можно показать, что уравнения Лагранжа второго рода, описывающие движение двухзвенного манипулятора, являются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка, которые без учета моментов трения в шарнирах и веса груза имеют вид

$$\begin{cases} a_{11} \frac{d^2 q_1(t)}{dt^2} + a_{12} \frac{d^2 q_2(t)}{dt^2} = M_1, \\ a_{21} \frac{d^2 q_1(t)}{dt^2} + a_{22} \frac{d^2 q_2(t)}{dt^2} = M_2, \end{cases} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= m_1 l_1^2 + J_1 + 4m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 \cos q_2 + a_{22}, \quad a_{22} = m_2 l_2^2 + J_2, \\ a_{12} &= 2m_2 l_1 l_2 \cos q_2 + a_{22}, \quad a_{21} = a_{12}, \quad J_1 = m_1 l_1^2 / 3, \quad J_2 = m_2 l_2^2 / 3, \\ M_1 &= 2m_2 l_1 l_2 (q_2')^2 \sin q_2 + 4m_2 l_1 l_2 q_1' q_2' \sin q_2 + M_{ДВ1} i_1 + \\ &+ M_{P11} + M_{P21}, \quad M_2 = M_{ДВ2} i_2 + M_{P22} - 2m_2 l_1 l_2 (q_2')^2 \sin q_2, \\ M_{P11} &= -P_1 l_1 \cos q_1, \quad M_{P21} = -P_2 (2l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)), \\ M_{P22} &= -P_2 l_2 \cos(q_1 + q_2), \end{aligned} \quad (1.41)$$

где нелинейные коэффициенты  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$  и  $a_{22}$  являются функциями обобщенных координат  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$  и их производных. В уравнениях (1.40), (1.41) были приняты следующие обозначения:  $m_1$  и  $m_2$  – массы 1-го и 2-го звеньев;  $2l_1$ ,  $2l_2$  – длины звеньев;  $J_1$ ,  $J_2$  – моменты инерции звеньев;  $M_{ДВ1}$ ,  $M_{ДВ2}$  – моменты, создаваемые двигателями;  $M_{P11}$ ,  $M_{P21}$  – моменты, создаваемые в 1-м шарнире весом звеньев;  $M_{P22}$  – моменты, создаваемые в 2-м шарнире весом 2-го звена.

В практике проектирования систем управления манипуляторами достаточно широкое распространение получил метод, основанный на использовании так называемой *выделенной следящей системы* (механическая передача "плюс" электропривод), т.е. системы с одной степенью свободы, когда явление взаимодействия систем не учитывается. Рассмотрим еще одну математическую модель манипулятора, но более простую – в виде системы с одной степенью свободы, отражая некоторые специфические особенности работы манипуляторов при упругих механических передачах.

Обычно для передачи движения от исполнительного двигателя к нагрузке, по соответствующей степени подвижности, используется механическая передача, которая может обладать существенными особенностями: упругостями, люфтами, переменными сухими и вязкими трениями и т.п. Например, механическая передача является упругой, если соответствующая степень подвижности удалена от моторного блока, т.е. когда исполнительный двигатель не komponуется непосредственно на каждой степени свободы и передача движений осуществляется при помощи валиков, тросов или карданных передач. Каждый из этих элементов обладает существенными упругими деформациями. В силу этого механическую передачу нельзя рассматривать как некоторую статическую нагрузку, действующую на валу исполнительного двигателя, поскольку в ней протекают динамические процессы. Следовательно, механическая передача с действующими силами представляет собой отдельный элемент выделенной следящей системы.

Принципиальная схема механической передачи с упругой деформацией кинематической передачи, при наличии вязкого трения на валу нагрузки, пока-

зана на рис. 1.11, где используются следующие обозначения:  $J$  – момент инерции ротора кинематической передачи;  $M_{ДВ}$  – момент, развиваемый двигателем;  $M_{ДВ}$  – передаваемый нагрузке крутящий момент;  $J_H$  – момент инерции нагрузки и кинематической передачи;  $q_{ДВ}$  – угол поворота вала двигателя;  $q_H$  – угол поворота вала нагрузки;  $g$  – величина упругой деформации в кинематической передаче;  $r$  – коэффициент упругости кинематической передачи;  $c$  – коэффициент, учитывающий потери на деформацию;  $i_P$  – передаточное редуктора;  $M_{ВН}$  – внешний нагрузочный момент;  $M_C$  – момент вязкого сопротивления движению вала нагрузки;  $M_{СТ}$  – статический момент, определяемый весом перемещаемого груза и весом кинематических звеньев исполнительного органа ( $M_{СТ}$  нелинейным образом зависит от углов поворота каждой степени свободы).

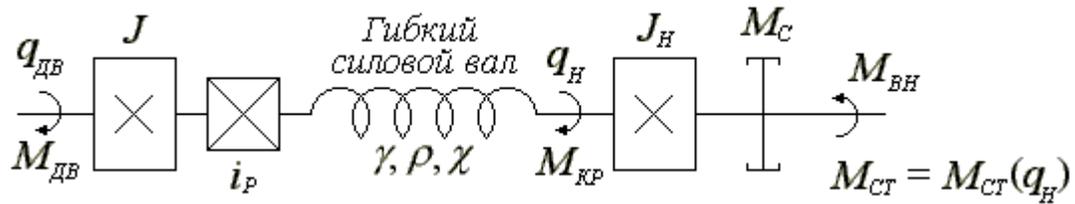


Рис. 1.11. Схема упругой механической передачи манипулятора.

В общем случае силы и моменты, передаваемые от одной сосредоточенной массы к другой, являются нелинейными функциями упругой деформации. Если же рассматривается некоторый квазистационарный режим работы манипулятора, то изменение упругой деформации гибкого вала от крутящего момента можно описать линейным уравнением

$$m c \frac{dg(t)}{dt} + m c g(t) = M_{КР}(t), \quad (1.42)$$

где  $m$  – коэффициент, характеризующий относительное уменьшение жесткости гибкого вала при кручении. Кроме того, изменение упругой деформации  $g(t)$  описывается соотношением

$$g(t) = \frac{q_{ДВ}(t)}{i_P} - q_H(t). \quad (1.43)$$

Поскольку уравнение равновесия моментов на валу нагрузки имеет вид

$$M_{КР} = M_{ДВ} + M_C + M_{ВН} + M_{СТ}, \quad M_{ДВ} = J_H \frac{d^2 q_H(t)}{dt^2}, \quad M_C = f_{ВТ} \frac{dq_H(t)}{dt}, \quad (1.44)$$

где  $f_{ВТ}$  – коэффициент вязкого трения на валу нагрузки, то с учетом соотношений (1.42) и (1.43) уравнение (1.44) можно представить в виде

$$\begin{aligned} J_H \frac{d^2 q_H(t)}{dt^2} + (f_{ВТ} + m c) \frac{dq_H(t)}{dt} + m r q_H(t) = \\ = \frac{m c}{i_P} \frac{dq_{ДВ}(t)}{dt} + \frac{m r}{i_P} q_{ДВ}(t) - M_{ВН} - M_{СТ}. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Допустим, что внешнее возмущение отсутствует  $M_{BH} = 0$ , а статический момент описывается равенством  $M_{CT} = K_{CT} q_H$ ,  $K_{CT} = \text{const}$ , тогда уравнение манипулятора (1.45) можно записать в первой форме записи

$$T_1 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = K \left( T_3 \frac{du(t)}{dt} + u(t) \right) \quad (1.46)$$

используя, аналогично уравнению (1.10), следующие обозначения:

$$x(t) = q_H(t), \quad u(t) = q_{ДВ}(t),$$

$$T_1 = \frac{J_H}{K_{CT} + mr}, \quad T_2 = \frac{f_{BT} + mc}{K_{CT} + mr}, \quad T_3 = \frac{c}{r},$$

$$K = \frac{mr}{i_p(K_{CT} + mr)}.$$

Во второй форме записи (при нулевых начальных условиях) уравнение манипулятора (1.46) будет иметь вид

$$x(s) = \frac{K(T_3 s + 1)}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} u(s). \quad (1.47)$$

### 1.3.2. Центробежный маятник

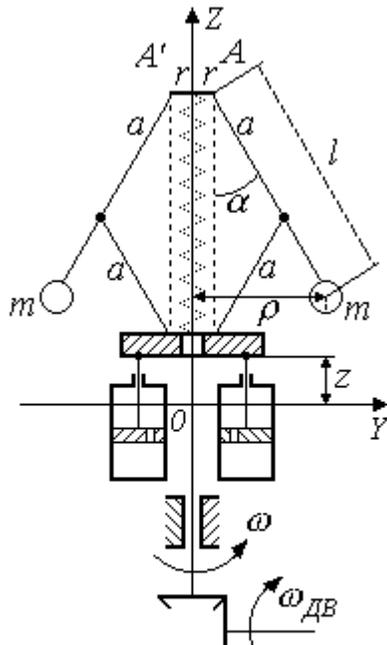


Рис. 1.12. Схема центробежного маятника.

Центробежный маятник применяется как чувствительный элемент (*датчик*) некоторых систем управления. Схема маятника изображена на рис. 1.12, где входной величиной является угловая скорость  $w = w(t)$ , а выходной – перемещение  $z = z(t)$  платформы.

При увеличении скорости вращения шары под действием центробежной силы расходятся и перемещают платформу. На платформу воздействуют также сила упругости пружины, сила демпфирования и силы инерции.

Введем обозначения:  $c$  – коэффициент жесткости пружины;  $k$  – коэффициент вязкого трения;  $m$  – масса шара;  $M$  – масса частей, участвующих в поступательном движении вдоль оси  $OZ$ ;  $w$  – угловая скорость вала;  $f_0$  – сила предварительного поджатия пружины.

Для составления дифференциального уравнения центробежного маятника воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода (1.34).

В качестве обобщенной координаты  $z_i$  выберем выходную координату – перемещение платформы  $z$ . Найдем выражение для кинетической энергии  $E_K$ , потенциальной  $E_K$  и диссипативной функции  $R$  центробежного маятника. Из

рис. 1.12 видно, что расстояния  $r$  и  $z$  определяются по формулам

$$r = r + l \sin a, \quad z = 2a(1 - \cos a).$$

Кинетическая энергия системы описывается соотношением

$$E_K = E_{K_1} + E_{K_2} + E_{K_3},$$

где  $E_{K_1}$  – кинетическая энергия шаров во вращательном движении вокруг оси  $OZ$ ;  $E_{K_2}$  – кинетическая энергия шаров во вращательном движении вокруг точек  $A$  и  $A'$ ;  $E_{K_3}$  – кинетическая энергия масс в поступательном движении вдоль оси  $OZ$ . Имеем:

$$\begin{aligned} E_{K_1} &= \frac{2mw^2 r^2}{2} = mw^2 (r + l \sin a)^2 = \\ &= mw^2 \left( r + \frac{1}{2a} \sqrt{z(4a - z)} \right)^2, \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$E_{K_2} = \frac{2ml^2 (a')^2}{2} = \frac{ml^2 (z')^2}{z(4a - z)}, \quad (1.49)$$

$$E_{K_3} = \frac{M(z')^2}{2}. \quad (1.50)$$

Потенциальная энергия маятника определяется суммой

$$E_{II} = E_{II_1} + E_{II_2} + E_{II_3},$$

где  $E_{II_1}$  – потенциальная энергия масс, движущихся параллельно оси  $OZ$ ;  $E_{II_2}$  – потенциальная энергия шаров;  $E_{II_3}$  – потенциальная энергия пружины. В данном случае имеем:

$$E_{II_1} = Mgz,$$

$$E_{II_2} = 2mgl(1 - \cos a) = \frac{mglz}{a}, \quad (1.51)$$

$$E_{II_3} = f_0 z + \frac{cz^2}{2}.$$

Найдем обобщенную диссипативную силу  $Q_R$ . Благодаря наличию гидравлического демпфера сила сухого трения по сравнению с силой вязкого трения мала, ею можно пренебречь. Согласно формуле (1.38) получаем

$$Q_R = \frac{\partial R}{\partial z'} = -kz'. \quad (1.52)$$

Вычислим значения отдельных слагаемых, входящих в уравнение Лагранжа (1.34):

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_K}{\partial z'} &= \frac{2ml^2 z'}{z(4a - z)} + Mz', \quad \frac{\partial E_K}{\partial z} = \frac{mw^2 l(2a - z)}{a\sqrt{z(4a - z)}} \left( r + \frac{l}{2a} \sqrt{z(4a - z)} \right) - \frac{2ml^2 (z')^2 (2a - z)}{z^2 (4a - z)^2}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_K}{\partial z'} \right) &= Mz'' - \frac{2ml^2 (z')^2 (4a - 2z)}{z^2 (4a - z)^2} + \frac{2ml^2 z''}{z(4a - z)}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial E_{II}}{\partial z} = Mg + \frac{mgl}{a} + f_0 + cz$$

и тогда, подставляя полученные выражения в уравнение (1.34), найдем

$$\begin{aligned} & Mz'' - \frac{2ml^2(z')^2(4a-2z)}{z^2(4a-z)^2} + \frac{2ml^2z''}{z(4a-z)} - \\ & - \frac{mw^2l(2a-z)}{a\sqrt{z(4a-z)}} \left( r + \frac{l}{2a}\sqrt{z(4a-z)} \right) + \frac{2ml^2(z')^2(2a-z)}{z^2(4a-z)^2} = \\ & = -Mg - \frac{mgl}{a} - f_0 - cz - kz', \\ & z'' \left( M + \frac{2ml^2}{z(4a-z)} \right) - \frac{2ml^2(2a-z)}{z^2(4a-z)^2} (z')^2 + kz' + cz - \\ & - \frac{ml(2a-z)}{a\sqrt{z(4a-z)}} \left( r + \frac{l}{2a}\sqrt{z(4a-z)} \right) w^2 = -Mg - \frac{mgl}{a} - f_0. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f_1(z) &= M + \frac{2ml^2}{z(4a-z)}, \quad f_2(z) = \frac{2ml^2(2a-z)}{z^2(4a-z)^2}, \\ f_3(z, w) &= \frac{ml(2a-z)}{a\sqrt{z(4a-z)}} \left( r + \frac{l}{2a}\sqrt{z(4a-z)} \right) w^2, \end{aligned} \quad (1.54)$$

при  $r=0$

$$f_3(z, w) = \frac{ml^2(2a-z)}{2a^2} w^2. \quad (1.55)$$

С учетом принятых обозначений уравнение центробежного маятника запишется в виде

$$\begin{aligned} & f_1(z) \frac{d^2z}{dt^2} - f_2(z) \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + k \frac{dz}{dt} + cz - f_2(z, w) = \\ & = -Mg - \frac{mgl}{a} - f_0. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Уравнение (1.56) является нелинейным, ему в установившемся состоянии равновесия  $(z_0, w_0)$  соответствует уравнение

$$cz_0 - f_3(z_0, w_0) = -f_0 - Mg - \frac{mgl}{a}. \quad (1.57)$$

Если относительно состояния равновесия  $(z_0, w_0)$  ввести в рассмотрение малые колебания маятника вида

$$\Delta z = z - z_0, \quad \Delta w = w - w_0, \quad (1.58)$$

то в результате разложения в ряд Тейлора нелинейных функций (1.54) получим

$$\begin{aligned} f_1(z) &= f_1(z_0) + \left( \frac{\partial f_1}{\partial z} \right)_0 \Delta z + F_1(\Delta z), \quad f_2(z) = f_2(z_0) + \left( \frac{\partial f_2}{\partial z} \right)_0 \Delta z + F_2(\Delta z), \\ f_3(z, w) &= f_3(z_0, w_0) + \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0 \Delta z + \left( \frac{\partial f_3}{\partial w} \right)_0 \Delta w + F_3(\Delta z, \Delta w), \end{aligned} \quad (1.59)$$

где функции  $F_1(\Delta z)$ ,  $F_2(\Delta z)$ ,  $F_3(\Delta z, \Delta w)$  имеют более высокий порядок малости по сравнению со значениями  $\Delta z$  и  $\Delta w$ . Учитывая соотношения (1.57) – (1.59), уравнение (1.56) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} f_1(z_0) \frac{d^2 \Delta z}{dt^2} + k \frac{d \Delta z}{dt} + \left( c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0 \right) \Delta z = \\ = \left( \frac{\partial f_3}{\partial w} \right)_0 \Delta w + F_4(\Delta z, \Delta z', \Delta z'', \Delta w), \end{aligned} \quad (1.60)$$

где функция

$$\begin{aligned} F_4(\Delta z, \Delta z', \Delta z'', \Delta w) = F_3(\Delta z, \Delta w) + F_2(\Delta z)(\Delta z')^2 + \\ + \left( \frac{\partial f_2}{\partial z} \right)_0 \Delta z (\Delta z')^2 + f_2(z_0)(\Delta z')^2 - F_1(\Delta z) \Delta z'' - \left( \frac{\partial f_1}{\partial z} \right)_0 \Delta z \Delta z'' \end{aligned} \quad (1.61)$$

имеет более высокий порядок малости по сравнению с  $\Delta z$ ,  $\Delta z'$ ,  $\Delta z''$  и  $\Delta w$ . Опуская из рассмотрения функцию (1.61), уравнение колебаний маятника (1.60) в отклонениях от состояния равновесия ( $z_0$ ,  $w_0$ ) запишем в первой форме записи, вида:

$$T_1 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = Ku(t), \quad (1.62)$$

где, с учетом соотношений (1.54), введены следующие обозначения:

$$x(t) = \Delta z, \quad u(t) = \Delta w,$$

$$\begin{aligned} T_1 = \frac{f_1(z_0)}{c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0} = \frac{M + \frac{2ml^2}{z_0(4a - z_0)}}{c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0}, \\ \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0 = -\frac{mlw_0^2}{a} \left( \frac{4a^2 r}{\sqrt[3]{z_0(4a - z_0)}} + \frac{l}{2a} \right) \\ T_2 = \frac{k}{c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0}, \\ K = \frac{\left( \frac{\partial f_3}{\partial w} \right)_0}{c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0} = \frac{\frac{2ml(2a - z_0)}{a\sqrt{z_0(4a - z_0)}} \left( r + \frac{l}{2a} \sqrt{z_0(4a - z_0)} \right) w_0}{c - \left( \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)_0}. \end{aligned}$$

Во второй форме записи и при нулевых начальных условиях уравнение колебаний маятника (1.62) будет иметь вид

$$x(s) = \frac{K}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} u(s). \quad (1.63)$$

### 1.3.3. Ресивер

Общий вид ресивера показан на рис. 1.13. Рассмотрим принцип его действия. На входе и выходе ресивера установлены заслонки 1 и 2, соответственно с сечениями  $S_1$  и  $S_2$ . Газ от компрессора под давлением  $P_1$ , большим критического, поступает через сечение  $S_1$  в ресивер объема  $V$ , в котором устанавливается давление  $P$ . В этом случае истечение газа через сечение  $S_1$  является сверхкритическим. Одновременно газ через сечение  $S_2$  поступает к потребителю под давлением  $P_2$ , которое меньше критического. При этом истечение через  $S_2$  будет докритическим. В ресивере при  $P_1^*, P_2^* = const, S_1^*, S_2^* = const$  имеет место установившейся режим  $P = P^* = const$ .

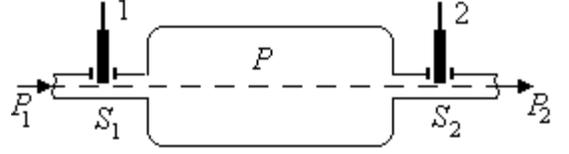


Рис. 1.13. Общий вид ресивера.

В соответствии с законами гидротермодинамики уравнение динамики ресивера (при постоянной температуре газа) имеет вид

$$\frac{V}{RQ_A} \frac{dP}{dt} = G_1 - G_2, \quad (1.64)$$

где  $R$  – постоянная Клайперона;  $Q_A$  – абсолютная температура газа;  $G_1$  и  $G_2$  – весовые расходы газа через сечения  $S_1$  и  $S_2$ .

При сверхкритическом истечении газа через сечение  $S_1$  весовой расход определяется по формуле

$$G_1 = mS_1 \sqrt{\frac{2gk_0}{k_0 + 1} \left( \frac{2}{k_0 + 1} \right)^{\frac{2}{k_0 - 1}} \frac{P_1}{V_1}}, \quad (1.65)$$

здесь  $m$  – коэффициент расхода через сечение  $S_1$ ;  $k_0$  – показатель адиабаты газа;  $V_1$  – удельный (отнесенный к массе) объем газа в сечении  $S_1$ . Учитывая соотношение  $V_1 P_1 = RQ_A$ , уравнение (1.65) можно представить в виде

$$G_1 = \frac{mK_1 P_1}{\sqrt{RQ_A}} S_1, \quad K_1 = \sqrt{\frac{2gk_0}{k_0 + 1} \left( \frac{2}{k_0 + 1} \right)^{\frac{2}{k_0 - 1}}}. \quad (1.66)$$

Для докритического истечения газа через сечение  $S_2$  весовой расход определяется выражением

$$G_2 = mS_2 \sqrt{\frac{2gk_0}{k_0 - 1} \left( \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\frac{2}{k_0}} - \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\frac{k_0 + 1}{k_0}} \right) \frac{P}{V}}, \quad (1.67)$$

которое более компактно можно переписать следующим образом:

$$G_2 = \frac{mK_2}{\sqrt{RQ_A}} S_2 \sqrt{P(P - P_2)}, \quad K_2 = \sqrt{\frac{2gk_0}{k_0 - 1} \frac{P}{P - P_2} \left( \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\frac{2}{k_0}} - \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\frac{k_0 + 1}{k_0}} \right)}. \quad (1.68)$$

Коэффициент  $K_2$  в уравнении (1.68), в отличие от  $K_1$  из соотношения (1.66), за-

висит от  $P$  и в общем случае является переменным, однако при небольших вариациях  $P$  значение коэффициента  $K_2$  можно считать квазистационарным, т.е.  $K_2 \approx const$ , что хорошо согласуется с практикой.

Подставляя выражения (1.66), (1.68) в уравнение (1.64), получаем

$$\frac{V}{RQ_A} \frac{dP}{dt} = \frac{mK_1 P_1}{\sqrt{RQ_A}} S_1 - \frac{mK_2}{\sqrt{RQ_A}} S_2 \sqrt{P(P - P_2)}. \quad (1.69)$$

Уравнение (1.69) нелинейное, но при  $P_1, P_2 = const$  и неподвижном положении задвижек  $S_1^*, S_2^* = const$  в ресивере возникает установившийся режим  $P^* = const$ , поэтому если ввести в рассмотрение малые отклонения

$$\Delta S_1 = S_1 - S_1^*, \quad \Delta S_2 = S_2 - S_2^*, \quad \Delta P = P - P^*, \quad (1.70)$$

то можно линеаризовать уравнение (1.69) и представить его в виде

$$\begin{aligned} \frac{V}{RQ_A} \frac{d\Delta P}{dt} = & \frac{mK_1 P_1}{\sqrt{RQ_A}} S_1^* - \frac{mK_2}{\sqrt{RQ_A}} S_2^* \sqrt{P^*(P^* - P_2)} + \\ & + \frac{mK_1 P_1}{\sqrt{RQ_A}} \Delta S_1 - \left( \frac{mK_2}{\sqrt{RQ_A}} \sqrt{P^*(P^* - P_2)} \right) \Delta S_2 - \\ & - \frac{mK_2}{2\sqrt{RQ_A}} S_2^* \left( \sqrt{\frac{P^* - P_2}{P^*}} + \sqrt{\frac{P^*}{P^* - P_2}} \right) \Delta P. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Поскольку установившийся режим в ресивере описывается уравнением

$$\frac{mK_1 P_1}{\sqrt{RQ_A}} S_1^* = \frac{mK_2}{\sqrt{RQ_A}} S_2^* \sqrt{P^*(P^* - P_2)}, \quad (1.72)$$

то, вычитая уравнение (1.72) из уравнения (1.71), можно получить следующее уравнение динамики ресивера в отклонениях:

$$\begin{aligned} \frac{VP^*}{RQ_A} \frac{d\Delta P}{dt} + \frac{mK_2 S_2^* P^* (2P^* - P_2) \Delta P}{2\sqrt{RQ_A} P^* (P^* - P_2) P^*} = \\ = \frac{mK_1 P_1 S_1^*}{\sqrt{RQ_A}} \frac{\Delta S_1}{S_1^*} - \left( \frac{mK_2 S_2^*}{\sqrt{RQ_A}} \sqrt{P^*(P^* - P_2)} \right) \frac{\Delta S_2}{S_2^*}. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} x = \frac{\Delta P}{P^*}, \quad u_1 = \frac{\Delta S_1}{S_1^*}, \quad u_2 = \frac{\Delta S_2}{S_2^*}, \quad T_0 = \frac{\frac{VP^*}{RQ_A}}{\frac{mK_2 S_2^* P^* (2P^* - P_2)}{2\sqrt{RQ_A} P^* (P^* - P_2)}}, \\ K_1 = \frac{\frac{mK_1 P_1 S_1^*}{\sqrt{RQ_A}}}{\frac{mK_2 S_2^* P^* (2P^* - P_2)}{2\sqrt{RQ_A} P^* (P^* - P_2)}}, \quad K_2 = -\frac{\frac{mK_2 S_2^*}{\sqrt{RQ_A}} \sqrt{P^*(P^* - P_2)}}{\frac{mK_2 S_2^* P^* (2P^* - P_2)}{2\sqrt{RQ_A} P^* (P^* - P_2)}}, \end{aligned}$$

тогда уравнение (1.73), записанное в первой форме записи, можно представить в виде

$$T_0 \frac{dx}{dt} + x = K_1 u_1 + K_2 u_2. \quad (1.74)$$

Отметим, что уравнение (1.74) записано относительно двух входных воздействий, если же, например, со стороны компрессора положение заслонки 1 во времени не изменяется, т.е.  $\Delta S_1 = 0$ ,  $u_1 = 0$ , то в этом случае получим

$$T_0 \frac{dx}{dt} + x = K_2 u_2. \quad (1.75)$$

Во второй форме записи уравнение (1.74) имеет вид

$$x(s) = \frac{K_1}{T_0 s + 1} u_1(s) + \frac{K_2}{T_0 s + 1} u_2(s). \quad (1.76)$$

#### 1.3.4. Гидравлический сервомотор

Схема гидравлического сервомотора с поступательно движущимся поршнем изображена на рис. 1. 14а, где  $z_M$ ,  $z_3$  – перемещения поршня сервомотора и золотника;  $P_H$ ,  $P_B$  – давления масла в полостях сервомотора (здесь и далее индексы  $H$  и  $B$  указывают соответственно на положения *нижнее* и *верхнее*);  $P_{II}$ ,  $P_A = const$  – давления масла от источника питания и на сливе, причем  $P_A = 0$ .

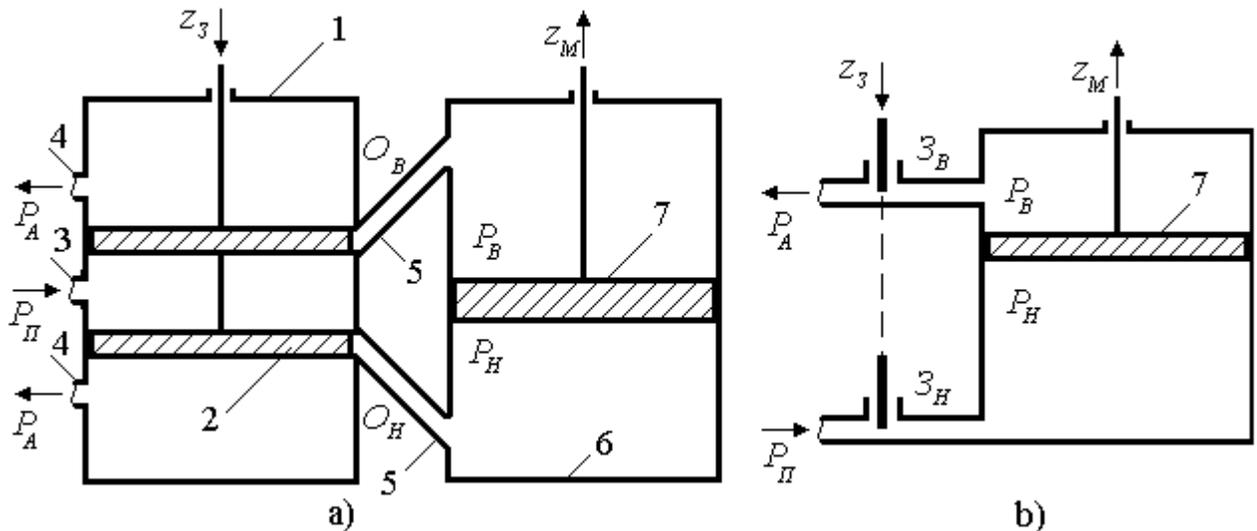


Рис. 1.14. Исходная и эквивалентная схемы гидравлического сервомотора.

Рассмотрим принцип действия сервомотора с золотниковым управлением. К цилиндрическому золотнику 1 (см. рис. 1.14а) по трубе 3 от источника питания подается масло под давлением. Подвижная часть золотника может перемещаться вверх и вниз. Золотник состоит из двойного поршня, выполненного так, что в среднем положении он закрывает одновременно оба окна  $O_B$  и  $O_H$ , соединяющих через каналы 5 золотник с цилиндром 6 сервомотора. При смещении поршня золотника вниз от своего нейтрального положения нижняя полость цилиндра сервомотора соединяется через золотник с напорной трубой 3, а верхняя – со сливной трубой 4. Благодаря наличию разности давлений, образующихся

по обе стороны поршня 7, последний будет двигаться вверх. При перемещении поршня золотника вверх относительно нейтрального положения поршень получает обратное направление движения.

Составим уравнение динамики сервомотора при движении поршня 7 вверх (см. рис. 1.14b), где золотник заменен задвижками  $Z_B$  и  $Z_H$ , жестко связанными между собой.

Уравнения гидравлики, описывающие расход масла  $Q_H$ , протекающего через дросселируемое отверстие (задвижка  $Z_H$ ) и  $Q_B$ , вытекающего через сливное отверстие (задвижка  $Z_B$ ), имеют вид

$$Q_H = mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g}(P_{II} - P_H)}, \quad Q_B = mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g} P_B}, \quad (1.77)$$

где  $m$  – коэффициент расхода при полностью открытых отверстиях;  $b$  – ширина отверстия;  $z_3$  – перемещение задвижки;  $g$  – плотность масла. Из уравнений (1.77) следует, что при  $Q_H^* = Q_B^*$ , т.е. в установившемся режиме, между давлениями установится соотношение

$$P_{II} - P_H^* = P_B^*. \quad (1.78)$$

Запишем уравнения расхода масла в сервомоторе для нижней и верхней полостей

$$Q_H = Q_M + Q_{CH}, \quad Q_B = Q_M - Q_{CB}, \quad (1.79)$$

где  $Q_M$  – расход, затрачиваемый на перемещение поршня сервомотора;  $Q_{CH}$ ,  $Q_{CB}$  – количества масла, расходуемые на сжатие (*расширение*). Тогда уравнения (1.77) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_M + Q_{CH} &= mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g}(P_{II} - P_H)}, \\ Q_M - Q_{CB} &= mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g} P_B}. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Расход масла через гидравлический цилиндр  $Q_M$  определяется формулой

$$Q_M = Sz' = S \frac{dz_M}{dt}, \quad (1.81)$$

где  $S$  – площадь цилиндра;  $z'$  – скорость перемещения поршня.

Определим явный вид выражений, описывающих изменение расходов  $Q_{CH}$  и  $Q_{CB}$ . Для этого, во-первых, введем в рассмотрение коэффициент объемного сжатия

$$b = \frac{\Delta V / V}{\Delta P}, \quad (1.82)$$

здесь  $\Delta V / V$  – относительное уменьшение объема масла при увеличении давления на величину  $\Delta P$ ; во-вторых, рассмотрим количество сжатой жидкости

$$Q_C = \frac{\Delta V}{\Delta t}; \quad (1.83)$$

в-третьих, учитывая равенство (1.82) и вычисляя предел при  $\Delta t \rightarrow 0$ , запишем

уравнение (1.83) в виде

$$Q_C = Vb \frac{dP}{dt}. \quad (1.84)$$

Динамику изменения расходов  $Q_{CH}$  и  $Q_{CB}$ , опираясь на выражение (1.84), опишем следующим образом:

$$Q_{CH} = V_H b \frac{dP_H}{dt}, \quad Q_{CB} = V_B b \frac{dP_B}{dt},$$

что с учетом соотношения (1.81) позволяет представить уравнения (1.80) в виде

$$\begin{aligned} S \frac{dz_M}{dt} + V_H b \frac{dP_H}{dt} &= mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g}} (P_{II} - P_H), \\ S \frac{dz_M}{dt} - V_B b \frac{dP_B}{dt} &= mbz_3 \sqrt{\frac{2g}{g}} P_B. \end{aligned} \quad (1.85)$$

Уравнения (1.85) являются нелинейными, поэтому осуществим их линеаризацию, т.е. ограничимся только первыми членами разложения нелинейных функций в ряд Тейлора, рассматривая следующие отклонения переменных в установившемся режиме

$$\Delta P_H = P_H - P_H^*, \quad \Delta P_B = P_B - P_B^*, \quad \Delta Q_H = Q_H - Q_H^*, \quad \Delta Q_B = Q_B - Q_B^*, \quad \Delta z_3 = z_3 - z_3^*,$$

который опишем в соответствии с уравнениями (1.77) в виде

$$Q_H^* = mbz_3^* \sqrt{\frac{2g}{g}} (P_{II} - P_H^*), \quad Q_B^* = mbz_3^* \sqrt{\frac{2g}{g}} P_B^*. \quad (1.86)$$

Исключив слагаемые  $Q_H^*$  и  $Q_B^*$  при линеаризации уравнений (1.85) соответственно в первом и втором уравнениях, получим следующие уравнения в отклонениях:

$$\begin{aligned} S \frac{dz_M}{dt} + V_H b \frac{dP_H}{dt} &= \\ &= \left( mb \sqrt{\frac{2g}{g}} (P_{II} - P_H^*) \right) \Delta z_3 - \left( mbz_3^* \sqrt{\frac{2g}{g}} (P_{II} - P_H^*) \right) \Delta P_H, \end{aligned} \quad (1.87)$$

$$\begin{aligned} S \frac{dz_M}{dt} - V_B b \frac{dP_B}{dt} &= \\ &= \left( mb \sqrt{\frac{2g}{g}} P_B^* \right) \Delta z_3 + \left( mbz_3^* \sqrt{\frac{2g}{g}} \right) \Delta P_B. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Если предположить, что поршень находится в среднем положении, т.е.  $V_B = V_H = V$ , то с учетом равенства (1.78) для уравнений (1.87) и (1.88), в результате суммирования их левых и правых частей, получим одно уравнение вида

$$\begin{aligned} 2S \frac{d\Delta z_M}{dt} - Vb \frac{d(\Delta P_H - \Delta P_B)}{dt} &= \\ &= \left( 2mb \sqrt{\frac{2g}{g}} \right) \Delta z_3 - \left( mbz_3^* \sqrt{\frac{2g}{g}} \right) (\Delta P_H - \Delta P_B). \end{aligned} \quad (1.89)$$

Уравнение расходов (1.89) можно дополнить уравнением движения

поршня сервомотора

$$m \frac{d^2 \Delta z_M}{dt^2} = S(\Delta P_H - \Delta P_B), \quad (1.90)$$

где  $m$  – масса поршня, штока и других движущихся частей.

Объединение двух уравнений (1.89), (1.90) и исключение промежуточной переменной  $(\Delta P_H - \Delta P_B)$  позволяет записать уравнение гидравлического сервомотора следующим образом:

$$\frac{mVb}{2S^2} \frac{d^3 \Delta z_M}{dt^3} + \left( mbz_3^* \frac{m}{S^2} \sqrt{\frac{g}{gP_B^*}} \right) \frac{d^2 \Delta z_M}{dt^2} + \frac{d \Delta z_M}{dt} = \left( \frac{mb}{S} \sqrt{\frac{2gP_B^*}{g}} \right) \Delta z_3, \quad (1.91)$$

которое с учетом обозначений

$$x = \Delta z_M, \quad u = \Delta z_3, \quad T = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{mVb}{2}}, \quad z = mbz_3^* \frac{m}{S^2} \sqrt{\frac{g}{gP_B^*}}, \quad K = \frac{mb}{S} \sqrt{\frac{2gP_B^*}{g}},$$

где  $T$  – постоянная времени;  $\zeta$  – коэффициент затухания,  $0 \leq \zeta < 1$ ;  $K$  – коэффициент передачи гидравлического сервомотора, можно представить в первой форме записи

$$T^2 \frac{d^3 x}{dt^3} + 2zT \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = Ku. \quad (1.92)$$

Во второй форме записи уравнение (1.92) имеет вид

$$x(s) = \frac{K}{s(T^2 s^2 + 2zTs + 1)} u(s). \quad (1.93)$$

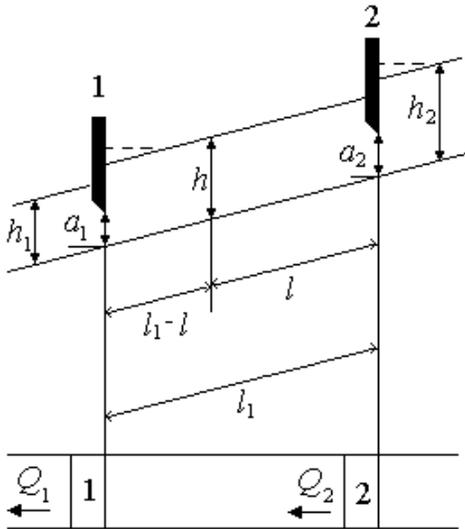


Рис. 1.15. Длинный бьеф ирригационной системы.

### 1.3.5. Длинный бьеф

Ирригационные каналы имеют большое количество модификаций. Схема некоторого участка оросительной сети в виде длинного бьефа – типового ирригационного объекта показана на рис. 1.15.

Для построения математической модели фрагмента или участка оросительной сети обычно используется уравнение Сен-Венана, описывающее неустановившееся движение воды в канале с помощью дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа

$$J \frac{\partial h_0}{\partial l} = \frac{1}{2g} \frac{\partial v_0^2}{\partial l} + \frac{1}{2g} \frac{\partial v_0}{\partial t} + \frac{v_0^2}{C_0^2 R}, \quad \frac{\partial w_0}{\partial t} + \frac{\partial Q_0}{\partial l} = 0, \quad (1.94)$$

где  $R$  – гидравлический радиус;  $C_0$  – коэффициент Шези;  $h_0$  – глубина воды в канале;  $w_0$  – живое сечение потока воды в канале;  $Q_0$  – расход воды;  $v_0$  – средняя скорость воды;  $J$  – уклон канала;  $l$  – пространственная координата.

Используя известные результаты, на основании теории волн малой ампли-

туда можно получить линейное приближение уравнений Сен-Венана, т.е. для выражений (1.94) можно записать следующие линеаризованные уравнения в отклонениях от некоторого установившегося режима

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta h}{\partial l} + \frac{1}{g} \frac{\partial \Delta v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial \Delta v}{\partial l} + 2J \frac{\Delta v}{v} + J \left( \frac{2B}{w} - \frac{c}{h} \right) \Delta h = 0, \\ B \frac{\partial \Delta h}{\partial t} + w \frac{\partial \Delta v}{\partial l} + vB \frac{\partial \Delta h}{\partial l} = 0, \end{aligned} \quad (1.95)$$

где  $B$  – ширина потока поверху;  $c$  – смоченный периметр русла канала.

Уравнения (1.95) описывают неустановившееся движение воды в канале без перегородивающих сооружений, но при их наличии необходимо учитывать граничные условия. Заметим, не вдаваясь в физическую сущность, что для верхнего и нижнего створов канала граничные условия можно определить по соответствующим формулам, обычно представленным в виде стандартных таблиц.

Кроме того, уравнения (1.95) можно свести к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям с сосредоточенным запаздыванием по управляющему воздействию – относительному открытию затвора, перегородивающего сооружения:  $u = \Delta a/a$ .

Известно, что закон относительного изменения глубины наполнения  $x = \Delta h/h$  в любом створе канала (изображенного на рис. 1.15 и представляющего собой в частном случае бьеф значительной протяженности, где обычно пренебрегают влиянием всех отраженных волн, за исключением первой) можно записать в изображениях Лапласа следующим образом:

$$\begin{aligned} x(s) = \left( \frac{L_1 s + K_1}{T_1 s + 1} (u(s) + x_2(s)) - \frac{L_2 s + K_2}{T_2 s + 1} x_0 \right) \times \\ \times \left( 1 - \frac{L_3 s + K_3}{T_3 s + 1} e^{-t_2 s} \right) e^{-t_1 s} + x_0, \end{aligned} \quad (1.96)$$

здесь  $x_2 = \Delta h_2/h_2$ ;  $u = \Delta a_2/a_2$  – относительное открытие затвора гидротехнического сооружения;  $x_0$  – начальное значение  $x$ ;  $T_i, L_i, i=1, 2, 3$  – постоянные времени объекта;  $K_i$  – коэффициенты передачи объекта;  $t_1, t_2 = const$  – временные запаздывания. Структурная схема модели (1.96) представлена на рис. 1.16.

Уравнение (1.96) может иметь и более простой вид. В частности, если ниже лежащее сооружение отсутствует или находится на таком расстоянии  $l_1 \gg l_1 - l$ , что можно пренебречь и первой отраженной волной, то уравнение изменения глубины наполнения в створе наблюдения будет следующим:

$$x(s) = \frac{L_1 s + K_1}{T_1 s + 1} e^{-t_1 s} (u(s) + x_2(s)) - \left( \frac{L_2 s + K_2}{T_2 s + 1} e^{-t_1 s} - 1 \right) x_0,$$

а при нулевых начальных условиях  $x_0 = 0$  получит вид

$$x(s) = \frac{L_1 s + K_1}{T_1 s + 1} e^{-t_1 s} u(s) + \frac{L_1 s + K_1}{T_1 s + 1} e^{-t_1 s} x_2(s). \quad (1.97)$$

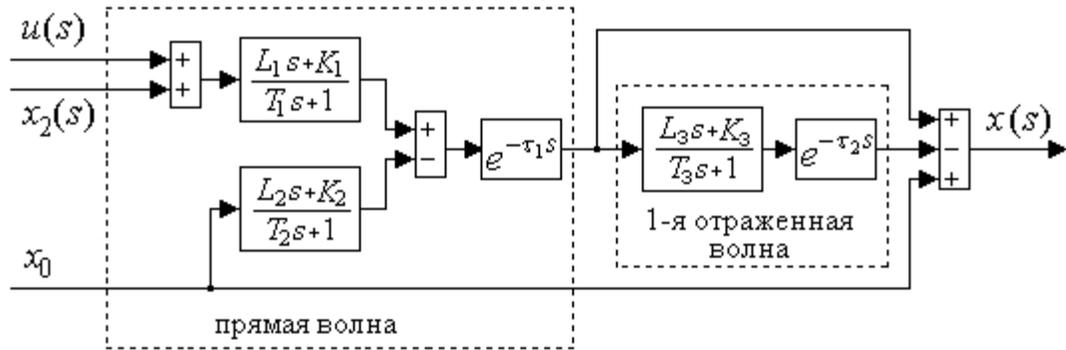


Рис. 1.16. Структурная схема модели длинного бьефа (1.96).

Если же уровень верхнего бьефа во времени является квазистационарным  $\Delta h_2 \cong 0$ , например, – случай, когда верхним бьефом служит водохранилище, то уравнение (1.97) станет еще более простым

$$x(s) = \frac{L_1 s + K_1}{T_1 s + 1} e^{-t_1 s} u(s). \quad (1.98)$$

В первой форме записи соотношению (1.98) соответствует уравнение

$$T_1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = L_1 \frac{du(t - t_1)}{dt} + K_1 u(t - t_1). \quad (1.99)$$

### 1.3.5. Печь сжигания (окисления) серы

На рис. 1.17а представлена технологическая схема процесса получения сернистого ангидрида, основанного на окислении природной серы в форсуночных печах.

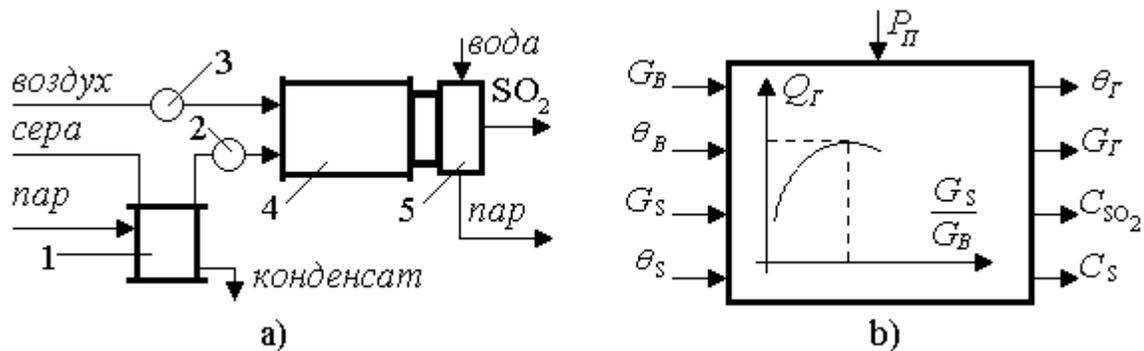


Рис. 1.17. Технологическая (а) и структурная (б) схемы процесса окисления серы.

Предварительно расплавленная сера из сборника 1 насосом 2 подается на форсунки, расположенные в торцевой части печи 4. Сюда же подводится основное количество воздуха, необходимого для окисления серы. С помощью вентилятора 3 дополнительный воздух из атмосферы вводится через патрубок в стенке цилиндрической печи. Образовавшийся сернистый ангидрид поступает в котел-утилизатор 5, где теплота газа используется для получения перегретого пара. Разрежение в печи создается воздуходувками, расположенными в конце тех-

нологической линии производства серной кислоты.

Если рассматривать печь в виде структурной схемы, представленной на рис. 1.17b, то в ней обычно выделяют:

*выходные координаты:*  $q_{\Gamma}$  и  $G_{\Gamma}$  – температура и расход газа печи;  $C_{\text{SO}_2}$  – концентрация  $\text{SO}_2$  в газе;  $C_S$  – концентрация серы в газе в результате проскока негоревшей серы на выход печи;

*входные воздействия:*  $q_B$ ,  $G_B$  – температура и расход воздуха;  $q_S$ ,  $G_S$  – температура и расход серы;

*возмущающее воздействие:*  $P_{\Pi}$  – разрежение в печи (возмущающее воздействие).

При построении математической модели в качестве выходной переменной примем температуру в зоне реакции и рассмотрим тепловой баланс печи сжигания серы.

Статические свойства печи сжигания серы. В установившемся режиме, соответствующем равенству приходящей, уходящей и рассеиваемой теплоты в печи, справедливо равенство

$$\sum_i Q_i = Q_S + Q_B + Q_P - Q_{\Gamma} - Q_{\text{пот}} = 0, \quad (1.100)$$

где  $Q_S$ ,  $Q_B$  – теплота, вносимая соответственно серой и воздухом;  $Q_P$  – теплота реакции;  $Q_{\text{пот}}$  – потери теплоты в окружающую среду. Уравнение теплового баланса печи является одновременно и уравнением статики.

Теплота, *приносимая с поступающей средой*, определяется соотношением

$$Q_S = q_1 + q_2 + q_3, \\ q_1 = G_S c_{S_{\text{тв}}} q_{S1}, \quad q_2 = G_S c_{S_{\text{ж}}} q_{S2}, \quad q_3 = G_S c_{S_{\text{пл}}}, \\ q_{S1} = q_{S_{\text{пл}}} - q_{\text{SO}_2}, \quad q_{S2} = q_{S_{\text{тв}}} - q_{S_{\text{пл}}},$$

или

$$Q_S = G_S (c_{S_{\text{тв}}} q_{S1} + c_{S_{\text{ж}}} q_{S2} + c_{S_{\text{пл}}}), \quad (1.101)$$

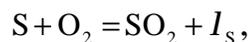
где  $q_1$  – теплота нагревания твердой серы от  $q_{\text{SO}_2}$  (начальная температура) до  $q_{S_{\text{пл}}}$  (температура плавления);  $q_2$  – теплота нагревания жидкой серы от  $q_{S_{\text{пл}}}$  до  $q_{S_{\text{тв}}}$  (температура максимальной вязкости);  $q_3$  – теплота плавления серы;  $c_{S_{\text{тв}}}$ ,  $c_{S_{\text{ж}}}$  – удельная теплоемкость твердой и жидкой серы;  $c_{S_{\text{пл}}}$  – удельная теплота плавления серы.

Теплота, *приносимая воздухом*, поступающим в печь, описывается уравнением

$$Q_B = G_B c_B q_B, \quad (1.102)$$

где  $c_B$  – теплоемкость воздуха.

Поскольку реакция окисления серы экзотермическая, то количество теплоты, *выделяемой за счет теплового эффекта реакции*, определяется выражением



где  $I_S$  – количество тепла, выделяемого при сжигании одной массовой единицы серы (теплота сгорания серы). Если пренебречь незначительным проскоком серы на выход печи, то количество теплоты, *выделяемой в ходе реакции окисления*, определяется соотношением

$$Q_P = G_S I_S. \quad (1.103)$$

Теплота, *уносимая из печи реакционным газом*, определяется выражением

$$Q_G = G_G c_G q_G. \quad (1.104)$$

Будем полагать, что *потери теплоты* пропорциональны ее притоку

$$Q_{nom} = b_{nom} (Q_S + Q_B + Q_P), \quad (1.105)$$

где  $b_{nom}$  – коэффициент теплопотерь.

На основании (1.200) – (1.205) имеем

$$(1 - b_{nom}) [G_S (c_{Sme} q_{S1} + c_{Sжс} q_{S2} + c_{Snl} + I_S) + G_B c_B q_B] - G_G c_G q_G = 0. \quad (1.106)$$

Уравнение (1.106) определяет взаимосвязь основных параметров процесса в установившемся режиме, при  $G_G = G_B$  его можно переписать в виде

$$q_G = \frac{(1 - b_{nom})}{c_G} \left[ \frac{G_S}{G_B} (c_{Sme} q_{S1} + c_{Sжс} q_{S2} + c_{Snl} + I_S) + c_B q_B \right]. \quad (1.107)$$

Таким образом, статическая характеристика печи сжигания серы (1.107) по основному каналу имеет вид

$$q_G = f \left( \frac{G_S}{G_B} \right) \quad (1.108)$$

номинальный участок которой является относительно линейным.

Динамические свойства печи сжигания серы. Приращение температуры в зоне реакции прямо пропорционально приращениям входящей и уходящей теплоты и обратно пропорционально тепловой емкости реакционной зоны печи

$$\frac{d\Delta q_G}{dt} = \frac{1}{A_{II}} (\Delta Q_S + \Delta Q_B + \Delta Q_P - \Delta Q_G - \Delta Q_{noo}), \quad (1.109)$$

где  $A_{II}$  – тепловая емкость реакционной зоны печи.

Примем ряд следующих допущений: составы продуктов на входе в печь постоянны; температура уходящего реакционного газа равна температуре в зоне реакции; температура наружной стенки и теплоотдача от наружной стенки в окружающую среду постоянны ввиду низкой теплопроводности печи; состав газа в печи равен составу реакционного газа, в соответствии с этим, согласно формулам (1.101) – (1.105), приращения  $\Delta Q_i$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Delta Q_S &= (c_{Sme} q_{S1} + c_{Sжс} q_{S2} + c_{Snl}) \Delta G_S, \\ \Delta Q_B &= c_B q_B \Delta G_B = 0, \quad \Delta q_P = I_S \Delta G_S, \\ \Delta Q_G &= c_G G_G \Delta q_G, \\ \Delta Q_{nom} &= b_{nom} (c_{Sme} q_{S1} + c_{Sжс} q_{S2} + c_{Snl}) \Delta G_S. \end{aligned} \quad (1.110)$$

В первой форме записи, с учетом соотношений (1.110), уравнение (1.109) можно записать следующим образом:

$$T \frac{dx}{dt} + x = Ku, \quad (1.111)$$

$$x = \Delta q_r, \quad u = \Delta G_s, \quad T = \frac{A_{II}}{c_r G_r}, \quad K = \frac{(1 - b_{nom})}{c_r G_r} (c_{S_{m6}} q_{S1} + c_{S_{жс}} q_{S2} + c_{S_{nl}} + I_s). \quad (1.112)$$

Следует отметить, что исполнительный механизм по технологическим соображениям расположен на некотором удалении от форсунок, подающих серу в печь. В связи с этим в основном канале управления "расход серы – температура газа" возникает так называемое транспортное запаздывание  $t$ , т.е. реальный процесс описывается уравнением

$$T \frac{dx}{dt} + x = Ku(t - t), \quad (1.113)$$

которому во второй форме записи соответствует уравнение

$$x(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-ts} u(s). \quad (1.114)$$

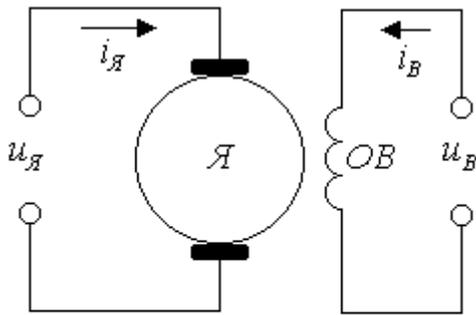


Рис. 1.18. Схема двигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

где  $w$  – угловая скорость вращения вала двигателя;  $J$  – момент инерции движущихся частей, приведенный к валу двигателя.

Пусть

$$M_D = M_D(w, u_Я), \quad M_C = M_C(w, t),$$

т.е. вращающий момент  $M_D$  зависит от угловой скорости  $w$  и напряжения  $u_Я$ , приложенного к якору, а момент сопротивления  $M_C$  зависит от угловой скорости  $w$  и времени  $t$ . Эти зависимости обычно задаются аналитически или в виде графиков и определяются типом двигателя, характером нагрузки и т.д. Типичные механические характеристики электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением, отражающие зависимость  $M_D$  от  $w$ , приведены на

### 1.3.7. Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением

На рис. 1.18 схематически показан двигатель постоянного тока с независимым возбуждением. В соответствии со вторым законом Ньютона для вращательного движения уравнение моментов на валу двигателя:

$$J \frac{dw}{dt} = M_D - M_C, \quad (1.115)$$

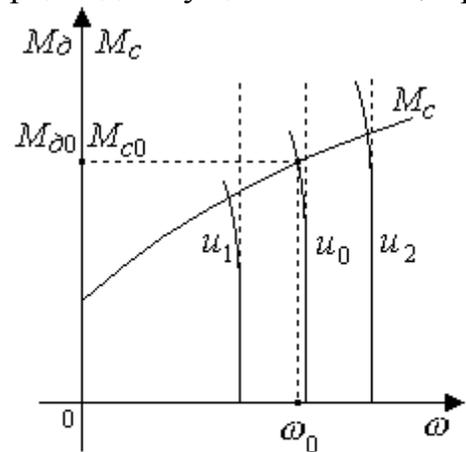


Рис. 1.19. Механические характеристики двигателя.

рис. 1.19, где также показана и характеристика  $M_C$ . Поскольку вращающий момент  $M_D$  и момент сопротивления  $M_C$  являются нелинейными функциями скорости вращения  $w$ , то и уравнение (1.115) – нелинейное.

Для линеаризации уравнения (1.115) перейдем к уравнению в отклонениях от установившегося режима, параметры которого –  $w_0$  и  $u_0$  – определяются из графиков, приведенных на рис. 1.19, при выполнении условия

$$M_{D0} = M_{C0}. \quad (1.116)$$

Разложим нелинейные функции  $M_D = M_D(w, u_{Я})$  и  $M_C = M_C(w, t)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $(w_0, u_0)$ . Если в этих разложениях отбросить члены высшего порядка малости относительно приращений  $\Delta w$  и  $\Delta t$ , то с учетом соотношения  $w' = \Delta w'$  уравнение (1.115) в относительных единицах получит следующий линеаризованный вид:

$$J w_H \frac{d\left(\frac{\Delta w}{w_H}\right)}{dt} + w_H \left( \left( \frac{\partial M_C}{\partial w} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_D}{\partial w} \right)_0 \right) \frac{\Delta w}{w_H} = u_{Я \max} \left( \frac{\partial M_D}{\partial u} \right)_0 \frac{\Delta u_{Я}}{u_{Я \max}} - \Delta M_C, \quad (1.117)$$

где  $\Delta M_C = \Delta M_C(t)$  – приращение, учитывающее зависимость момента сопротивления от времени. Введем в рассмотрение обозначения:

$$T = \frac{J}{\left( \left( \frac{\partial M_C}{\partial w} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_D}{\partial w} \right)_0 \right)}, \quad K = \frac{u_{Я \max} \left( \frac{\partial M_D}{\partial u} \right)_0}{w_H \left( \left( \frac{\partial M_C}{\partial w} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_D}{\partial w} \right)_0 \right)}, \quad (1.118)$$

$$f(t) = - \frac{\Delta M_C}{w_H \left( \left( \frac{\partial M_C}{\partial w} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_D}{\partial w} \right)_0 \right)}, \quad x = \frac{\Delta w}{w_H}, \quad u = \frac{\Delta u_{Я}}{u_{Я \max}},$$

где  $w_H$  – номинальное значение  $w$ ;  $u_{Я \max}$  – максимальное значение  $u_{Я}$ . Пусть  $f(t) = 0$ , тогда уравнение (1.117) будет иметь следующий вид:

$$T \frac{dx}{dt} + x = Ku. \quad (1.119)$$

Если в качестве выходной величины двигателя рассматривать угол поворота  $\bar{x}$ , а не скорость  $x$ , то, учитывая равенство  $x = \bar{x}'$ , уравнение (1.119) можно представить в виде

$$T \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + \frac{d \bar{x}}{dt} = Ku. \quad (1.120)$$

Во второй форме записи уравнения (1.119) и (1.120) имеют вид

$$x(s) = \frac{K}{Ts + 1} u(s), \quad (1.121)$$

$$\bar{x}(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} u(s). \quad (1.122)$$

### 1.3.8. Асинхронный двухфазный двигатель

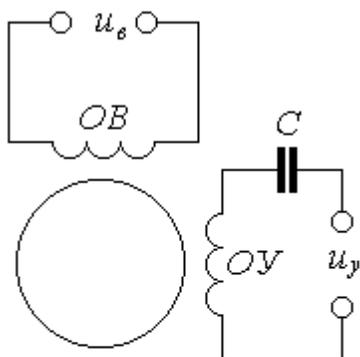


Рис. 1.20. Схема асинхронного двухфазного двигателя.

Асинхронный двухфазный двигатель представляет собой электрическую машину переменного тока. В пазах статора двигателя располагаются две обмотки таким образом, что их магнитные поля взаимно перпендикулярны. Одна обмотка подключается к источнику переменного тока с постоянным напряжением и называется *обмоткой возбуждения*, а другая обмотка подключается к источнику переменного тока с изменяющимся напряжением и называется *обмоткой управления*. Ротор двигателя представляет собой полый тонкостенный металлический стакан.

Схема асинхронного двухфазного двигателя показана на рис. 1.20. Емкость  $C$  служит для создания сдвига по фазе в  $90^\circ$  между напряжением в обмотке возбуждения  $u_в$  и обмотке управления  $u_у$ , необходимого для создания вращающегося магнитного поля.

Уравнение моментов на валу асинхронного двухфазного двигателя имеет вид уравнения (1.115), где  $M_д = M_д(u_у, w)$  – вращающий момент;  $M_с$  – момент сопротивления;  $J$  – момент инерции вращающихся частей, приведенный к валу двигателя.

Механические характеристики асинхронного двухфазного двигателя, приведенные на рис. 1.21, являются нелинейными. Ли-

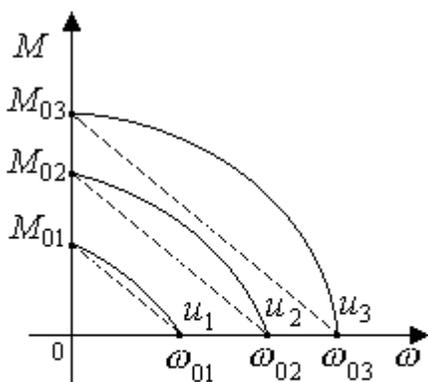


Рис. 1.21. Механические характеристики двигателя.

неаризацию нелинейностей произведем путем их замены параллельными секущими<sup>1</sup>. Уравнение секущих опишем следующим образом:

$$M_д = M_{д0} - k_1 w, \quad (1.123)$$

где  $k_1$  – коэффициент, зависящий от вида механической характеристики, – например, пусть

$$M_{д0} = k_2 u_у. \quad (1.124)$$

С учетом выражений (1.123) и (1.124) уравнение (1.115) получит вид

$$T \frac{dx}{dt} + x = Ku + f(t), \quad (1.125)$$

$$x = w, \quad u = u_у, \quad T = \frac{J}{k_1}, \quad K = \frac{k_2}{k_1}, \quad f(t) = \frac{M_с}{k_1}.$$

Уравнение (1.125) при  $f(t) = 0$  и во второй форме записи будет полностью идентично выражению (1.121).

<sup>1</sup> Метод секущих (альтернатива разложению в ряд Тейлора) позволяет получить хорошее приближение секущей прямой к кривой не только в окрестности установившегося состояния, но и в некоторой области возможных режимов работы линеаризуемого элемента.

### 1.3.9. Электронная упругая поляризация диэлектрика

Традиционные модели. Известно, что существуют следующие виды процесса поляризации диэлектриков:

смещение электронных оболочек относительно атомных ядер (упругая *электронная* поляризация);

смещение положительных ионов относительно отрицательных (упругая *ионная* поляризация);

ориентация в электрическом поле полярных молекул, обладающих собственным дипольным моментом (упругая *дипольная* поляризация);

неравномерность распределения заряда в диэлектрике, вызванная тепловым движением частиц (релаксационная *электронная, ионная* и *дипольная* поляризации).

Количественной мерой результата поляризации материала служит его поляризованность –  $P$ , которую можно описать выражением:

$$P = E \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l;i} a_{l;i}, \quad (1.126)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля внутри диэлектрика;  $l$  и  $i$  – индексы вида поляризационного процесса и разновидности участвующей в нем частицы ( $H$  – количество видов,  $K_l$  – число разновидностей);  $n_{l;i}$  и  $a_{l;i}$  – концентрации и поляризуемости частиц каждой разновидности.

Для вычисления диэлектрической проницаемости материала –  $\epsilon$  традиционно используются соотношения, связывающие  $\epsilon$  с поляризуемостями частиц, составляющих диэлектрик.

Во-первых, это формула Борна:

$$\epsilon = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l;i} a_{l;i}, \quad (1.127)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная. При выводе этой формулы предполагается, что  $E$  определяется напряженностью среднего макроскопического поля  $E_{cp}$  в материале:

$$E = E_{cp} = E_0 - E_1 = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}, \quad (1.128)$$

где  $E_0$  – напряженность внешнего поля;  $E_1$  – напряженность деполяризующего поля, обусловливаемого наведенными поверхностными зарядами. Действительно, если в выражении (1.128) осуществить замену  $E_0 = \epsilon E$ , то в результате преобразований получим соотношение:

$$E_{cp} = \frac{P}{\epsilon_0(\epsilon - 1)}, \quad (1.129)$$

из которого, с учетом выражения (1.126), будет следовать соотношение (1.127).

Формула (1.127) обычно применяется для вычисления диэлектрической проницаемости газов, а при ее расчетах для конденсированных диэлектриков

используется формула Клаузиуса-Мосотти:

$$\frac{e-1}{e+2} = \frac{1}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{a}_{l,i}. \quad (1.130)$$

Здесь, согласно модели Лоренца, величина  $E$  определяется в отличие от выражения (1.128) не только напряженностью среднего макроскопического поля, но и напряженностями внутренних полей

$$E = E_{cp} + E_2 + E_3, \quad (1.131)$$

где  $E_2$  – напряженность поля, создаваемого поляризованными молекулами, окружающими сферу Лоренца, а  $E_3$  – напряженность поля, образованного молекулами, находящимися внутри сферы. Значения напряженностей  $E_2$  и  $E_3$  определяются следующим образом:

$$E_2 = \frac{P}{3e_0}, \quad E_3 = 0. \quad (1.132)$$

Из выражения (1.131), с учетом (1.126), (1.129), (1.132), можно записать соотношение

$$E = \frac{P}{e_0(e-1)} + \frac{P}{3e_0} = \left( \frac{E}{e_0(e-1)} + \frac{E}{3e_0} \right) \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{a}_{l,i}, \quad (1.133)$$

из которого непосредственно вытекает формула Клаузиуса-Мосотти.

При исследовании частотных характеристик материала его диэлектрическую проницаемость принято рассматривать как комплексную функцию  $e(j\omega)$ , т.е. формулы (1.127) и (1.131) принимают вид функциональных зависимостей:

$$e(j\omega) = 1 + \frac{1}{e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{a}_{l,i}(j\omega), \quad (1.134)$$

$$\frac{e(j\omega)-1}{e(j\omega)+2} = \frac{1}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{a}_{l,i}(j\omega), \quad (1.135)$$

где  $\mathbf{a}_{h,k}(j\omega)$  – так называемые комплексные поляризуемости частиц вида:

$$\mathbf{a}_{h,k}(j\omega) = \text{Re } \mathbf{a}_{h,k}(j\omega) + j \text{Im } \mathbf{a}_{h,k}(j\omega),$$

$$\text{Re } \mathbf{a}_{h,k}(j\omega) = \frac{q_{h,k}^2}{m_{h,k}} \frac{w_{0h,k}^2 - w^2}{(w_{0h,k}^2 - w^2)^2 + 4b_{h,k}^2 w^2}, \quad (1.136)$$

$$\text{Im } \mathbf{a}_{h,k}(j\omega) = -\frac{q_{h,k}^2}{m_{h,k}} \frac{j2b_{h,k} w}{(w_{0h,k}^2 - w^2)^2 + 4b_{h,k}^2 w^2}.$$

При получении этих функций используется математическое описание процесса поляризации, в котором участвует отдельно взятая заряженная частица, входящая в состав диэлектрика, помещенного в слабое переменное электрическое поле с напряженностью  $E_0(t)$  и представляющее собой обыкновенное линейное дифференциальное уравнение. При этом для набора *электронных* и *ионных* видов поляризации математическая модель будет следующей:

$$\frac{d^2 \mathbf{m}_{h,k}(t)}{dt^2} + 2b_{h,k} \frac{d\mathbf{m}_{h,k}(t)}{dt} + w_{0h,k}^2 \mathbf{m}_{h,k}(t) = \frac{q_{h,k}^2}{m_{h,k}} E_0(t), \quad (1.137)$$

где  $h$  и  $k$  - соответственно индексы вида поляризованного процесса и разновидности участвующей в нем частицы;  $\mathbf{m}_{h;k}(t)$  - индуцированный дипольный момент частицы;  $w_{0h;k}$  и  $b_{h;k}$  - собственная частота и коэффициент затухания колебаний частицы;  $q_{h;k}$  и  $m_{h;k}$  - ее заряд и масса.

Уравнение (1.137) справедливо и для набора *дипольных* видов поляризации, но вместо числовых параметров  $m_{h;k}$  и  $q_{h;k}$  в этих случаях появляются другие коэффициенты:  $J_{h;k}$  - момент инерции диполя относительно оси вращения и произведения  $\mathbf{m}_{0h;k} \cdot \sin b_{h;k}$ , где  $\mathbf{m}_{0h;k}$  - собственный электрический момент полярной молекулы;  $b_{h;k}$  - угол между направлением  $\mathbf{m}_{0h;k}$  и направлением внешнего поля в начальный момент времени.

Кибернетическая модель. Как уже отмечалось, напряженность поля в диэлектрике  $E$  определяется как напряженностями внешнего и деполаризующего полей ( $E_0$  и  $E_1$ ), так и напряженностями внутренних полей ( $E_2$  и  $E_3$ ). Однако в отличие от выражения (1.131), где использовалось описание поля с напряженностью  $E_{cp}$ , напряженность поля внутри диэлектрика  $E$ , подобно известным результатам, можно записать в виде:

$$E = E_0 - E_1 + E_2 + E_3 = E_0 - \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{m}_{l,i}, \quad (1.138)$$

где  $\mathbf{m}_{l,i} = a_{l,i} E$  - индуцированный дипольный момент частицы ( $i$ -й разновидности;  $l$ -го вида поляризованного процесса).

Кроме того, при составлении математической модели процесса поляризации диэлектрика будем учитывать как напряженность внешнего поля  $E_0(t)$ , так и напряженности других действующих полей. Применительно к уравнению вида (1.137) это означает, что для его правой части справедлива замена  $E_0(t) \rightarrow E(t)$ , приводящая к следующей математической модели:

$$\frac{d^2 \mathbf{m}_{h;k}(t)}{dt^2} + 2b_{h;k} \frac{d\mathbf{m}_{h;k}(t)}{dt} + w_{0h;k}^2 \mathbf{m}_{h;k}(t) = \frac{q_{h;k}^2}{m_{h;k}} E(t), \quad (1.139)$$

где напряженность  $E(t)$ , подобно (1.138), описывается выражением

$$E(t) = E_0(t) - \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{m}_{l,i}(t). \quad (1.140)$$

Тогда с целью построения обобщенной модели процесса поляризации диэлектрика, в результате объединения набора соотношений типа (1.139), описывающих все виды поляризации, и выражения (1.140) можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \mathbf{m}_{h;k}(t)}{dt^2} + 2b_{h;k} \frac{d\mathbf{m}_{h;k}(t)}{dt} + w_{0h;k}^2 \mathbf{m}_{h;k}(t) = \\ & = \frac{q_{h;k}^2}{m_{h;k}} \left( E_0(t) - \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} \mathbf{m}_{l,i}(t) \right), \quad h = \overline{1, H}, \quad k = \overline{1, K_l}. \end{aligned} \quad (1.141)$$

С позиции технической кибернетики, уравнения (1.141) представляют собой математическую модель некоторой замкнутой линейной системы управле-

ния с отрицательной обратной связью. Для построения структурной схемы процесса поляризации диэлектрика (рис. 1.22) уравнения (1.139), (1.140) запишем в изображениях и преобразуем к виду:

$$E(s) = E_0(s) - \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} m_{l,i}(s), \quad m_{h,k}(s) = a_{h,k}(s)E(s),$$

$$a_{h,k}(s) = \frac{q_{h,k}^2 / m_{h,k}}{s^2 + 2b_{h,k}s + w_{0h,k}^2}, \quad h = \overline{1, H}, \quad k = \overline{1, K_l}.$$
(1.142)

Важно отметить, что для системы (1.142) можно записать так называемое уравнение *кибернетической связи* типа "выход-вход" между напряжениями внутреннего и внешнего полей, а именно:

$$E(s) = W(s)E_0(s), \quad W(s) = \frac{1}{1 + \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} a_{l,i}(s)},$$
(1.143)

где  $W(s)$  – передаточная функция "связи". Однако что при исследовании свойств диэлектриков соотношение (1.143) и ему подобные в физике не применяются, здесь общепринято использовать функцию  $e(s)$  – комплексную диэлектрическую проницаемость материала, обратную функции  $W(s)$ , т.е. функциональную зависимость вида

$$e(s) = 1 + \frac{2}{3e_0} \sum_{l=1}^H \sum_{i=1}^{K_l} n_{l,i} a_{l,i}(s).$$
(1.144)

## 5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ, УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т1.: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егунова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т2.: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егунова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т3.: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. *Н.Д. Егунова*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
4. Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с.
5. Еремин Е.Л. Динамические модели и S-моделирование систем. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2003. 337.
6. Теория автоматического управления. Ч.1 / Под ред. А.А.Воронова. М.: Высшая школа, 1977. 304 с.
7. Теория автоматического управления. Ч.2 / Под ред. А.А.Воронова. М.: Высшая школа, 1986. 504 с.
8. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 767 с.
9. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1989. 447 с.

## 6. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

### Лекция 1. Управление и информатика.

В 1948 году Норберт Винер опубликовал свою книгу «Кибернетика или связь в животном и машине». Этот год и принято считать датой рождения кибернетики – науки об управлении. В переводе с греческого кибернетика – искусство управлять. Таким образом, кибернетика – область человеческого знания, благополучно соединяющая в себе искусство и науку управления сложными системами, не только техническими, а и любыми биологическими, административными и социальными. Техническая кибернетика объединяет в себе научные направления, которые решают задачу автоматизации технологических процессов. Непосредственной предшественницей технической кибернетики и кибернетики вообще, является теория автоматического управления, которая имеет дело с относительно простыми объектами и управляющими системами, описываемыми системой дифференциальных или разностных уравнений.

Существует огромное число автоматических систем, выполняющих те или иные функции по управлению самыми разнообразными процессами во всех областях техники. Все эти и подобные автоматические системы можно разделить на 2 больших класса.

I класс – автоматы, выполняющие определенного рода операцию – включение освещения, билетный автомат, станок-автомат, автомат переключения скоростей, различные роботы и ряд других технических устройств. II класс – системы автоматического управления (САУ), которые в течение достаточно длительного времени поддерживают или изменяют требуемым образом какие-либо физические величины (скорость движения или координаты движущегося объекта, давление, температуру, электрическое напряжение и т.п.) в том или ином управляемом процессе.

Цель курса основ теории управления (ОТУ) – изучение автоматических систем второго класса, которые, в свою очередь, делятся на разомкнутые и замкнутые автоматические системы. Очевидно, разомкнутые системы являются полуавтоматическими, так человек наблюдая непосредственно за управляемым объектом или используя показания контрольно-измерительных устройств «вручную» изменяет величину от источника воздействия. Очевидно, система становится полностью автоматической или просто – автоматической, если сигнал от контрольно-измерительного устройства поступит на некоторое устройство, которое по результатам измерения будет само непосредственно формировать сигнал от источника воздействия. В этом случае осуществляется замыкание выхода управляемого объекта на его вход.

Сравнивая разомкнутые и замкнутые системы регулирования, отметим, что характерным для разомкнутой системы является то, что процесс работы системы непосредственно не зависит от результата воздействия на управляемый объект. Характерной особенностью замкнутой автоматической системы является то, что все звенья системы находятся в полной взаимной зависимости, и воздействие на управляемый объект определяется как функция от значения задатчика и значения контролируемой физической величины. Во многих случаях замкнутые системы управления позволяют увеличить точность и быстродействие в системе по сравнению с разомкнутыми системами.

Различают САУ и по задачам управления: От вида и способа формирования этого сигнала в значительной степени зависит способ построения регулятора. В зависимости от вида  $Y^{зад}(t)$  принято классифицировать САУ по задачам управления: системы стабилизации, отличаются тем, что  $u^{зад} = const$ ; системы программного управления.  $y^{зад}(t) = u^{зад}(t)$  - является функцией времени и заранее известна; системы следящие.  $y^{зад}(t)$  - заранее неизвестно.

## Лекция 2. Общие принципы системной организации.

САУ состоит из двух основных частей: объекта управления (ОУ) и регулятора. Однако это разделение достаточно условное. ОУ представляет из себя “нечто”, в котором должны быть явно выражены одна или несколько входных и одна или несколько выходных величин. Так же на объект действуют помехи.  $u(t)=(u_1(t).....u_m(t))^T$  - входное, управляющее воздействие  $y(t)=(y_1(t).....y_n(t))^T$  - выходное сигнал, состояние объекта  $\xi(t)=(\xi_1(t).....\xi_k(t))^T$  - вектор помех. Для поддержания заданного режима функционирования объекта, который выражается в заданном поведении выходных величин  $y$ , осуществляется управление входными величинами  $u$ , в соответствии с некоторым алгоритмом управления, построенным в соответствии с принципами управления. Устройство, вырабатывающее управление, называют регулятором.

Принципы управления (регулирования):

1. Принцип разомкнутого регулирования.

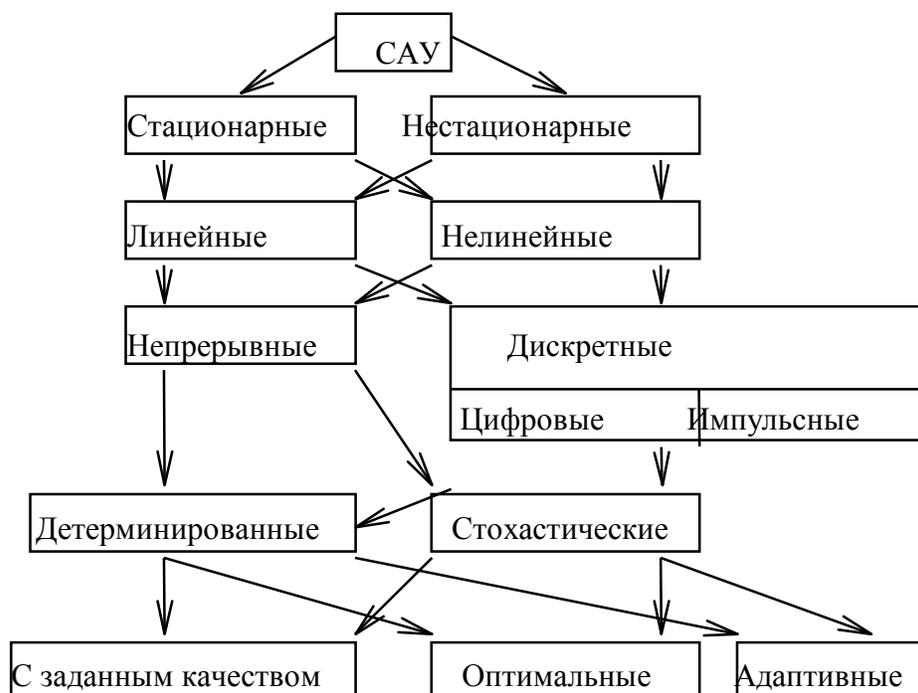
Иначе говоря, принцип планового управления. Работает достаточно успешно при наличии двух условий: достаточно информации о свойствах объекта и неизменности этих свойств в процессе работы; незначительность или полное отсутствие помех.

2. Принцип компенсации (управления по возмущению). Предложен Понселе (1829 г.). Принимаются меры к изучению или вычислению возмущающего воздействия  $\xi$ . Регулятор  $P_2$  компенсирует помехи. Качество работы этой системы выше качества системы работающей по принципу 1. Главный недостаток этого принципа - необходимость измерения или априорного задания возмущения (например, его математической модели).

3. Принцип замкнутого управления (управления с обратной связью, управления по отклонению). Предложен Чикалевым (1874 г.) Этот принцип является наиболее общим, но и наиболее дорогим.

Если задача заключается в управлении объектом при наличии возмущающих воздействий, неточности задания математической модели объекта, погрешности измерений и повышенных требованиях к точности, то принцип применяется управления по отклонению.

Методов исследования САУ много и имеется следующая их классификация, учитывающая способы математического описания.



По виду уравнений САУ.

По характеру передачи сигнала.

По характеру процессов в системе.

По критерию качества.

### Лекция 3. Математическое моделирование процессов в автоматических системах.

Динамические системы разнообразны по своему назначению, принципу действия и конструктивному исполнению.

Первым примером САУ является регулятор Ползунова-Уатта (1764-65 г.г.), предназначенный для автоматического регулирования-поддержания давления в паровом котле.

Задача сводится к поддержанию постоянной скорости вращения.

С принципами работы этого регулятора связана работа И.А. Вышнеградского “Регуляторы парового действия” (1876 г.), основными тезисами которой являются:

1. Увеличение массы шаров вредно влияет на устойчивость.
2. Уменьшение трения вредно влияет на устойчивость.
3. Уменьшение момента нагрузки маховика вредно влияет на устойчивость.
4. Уменьшение неравномерности хода вредно влияет на устойчивость.

Развитие техники: повышение мощности машин, совершенствование обработки металла, увеличения рабочей скорости, стремление уменьшить неравномерность хода, - приводило к ухудшению работы парового регулятора. Вышнеградский в своей работе объяснил, почему улучшение параметров машины ухудшает её работу. Инженерам в то время это было совершенно неясно и никак не укладывалось в стандартные схемы.

В 1892 г. А.М. Ляпунов написал работу “Общие задачи об устойчивости движения”, в которой обосновал общий подход к исследованию устойчивости движения, из этого результаты Вышнеградского вытекали, как частный случай

Поведение систем может описываться обыкновенными дифференциальными уравнениями, дифференциальными уравнениями в частных производных, уравнениями в прямых или обратных разностях и т.д.

Рассмотрим методику составления уравнений непрерывных динамических систем с сосредоточенными параметрами, динамика которых описывается *обыкновенными дифференциальными уравнениями*.

Модели непрерывных систем с сосредоточенными параметрами. Большинство динамических систем – это совокупность взаимодействующих между собой подсистем (фрагментов) и отдельных элементов, определенным образом соединенных друг с другом. Начальным этапом при составлении дифференциальных уравнений является *разделение (декомпозиция) системы* на отдельные элементы и составление их дифференциальных уравнений.

Математические модели элементов системы в виде дифференциальных уравнений и уравнений связей между ними описывают процессы в динамической системе, т.е. изменение во времени всех ее физических координат. Зная уравнения элементов и уравнения связей динамической системы, можно построить ее структурную схему.

*Структурная схема* динамической системы отражает геометрию системы и характеризует как состав ее элементов, так и связи между ними. На структурной схеме системы указывают пути и направления передачи информации (сигналов).

Состояние системы, а также входящих в нее элементов описывается определенным числом независимых координат, часть которых доступна измерению: например, для электрических систем – это ток, напряжение, мощность; для механических систем – угол поворота, перемещение, скорость и т.д.

Для описания взаимодействия системы с внешней средой, а также подсистемы с другими подсистемами на входе и выходе выбирают соответствующие векторные координаты (входные и выходные). Будем пока полагать, что координаты, или переменные динамической системы – скалярные функции времени, пусть входная величина  $g(t)$ , а выходная  $z(t)$ .

## Лекция 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

При составлении математического описания динамической системы основной задачей является получение дифференциальных уравнений ее отдельных элементов. Рассмотрим общий вид произвольного элемента динамической системы, на входе которого подается два типа внешних воздействий, один из которых будем называть задающим воздействием  $g(t)$ , а другой – возмущающим  $j(t)$ .

Составление уравнений отдельных элементов системы опирается на те физические законы, которые характеризуют их природу и поведение.

Для технических систем – это законы механики, электротехники, гидравлики, теплотехники и т.п. Уравнения динамики каждого элемента и всей системы в целом являются дифференциальными, при составлении которых стремятся, с одной стороны, наиболее точно, полно и подробно описать поведение, а с другой, учитывая сложность таких уравнений, – найти компромисс между усложнением дифференциальных уравнений и упрощением исследования свойств системы при решении этих уравнений.

Если в динамической системе возникает *установившийся режим (стабилизация)*, то это ее состояние характеризуется зависимостью значений выходной величины от входной в виде так называемой *статической характеристики*.

Эти характеристики могут быть получены из дифференциальных уравнений при  $t \rightarrow \infty$ . Для примера рассмотрим дифференциальное уравнение элемента системы (см. рис. 1.1), динамику которого опишем выражением

$$F\left(\frac{d^2 z(t)}{dt^2}, \frac{dz(t)}{dt}, z(t), g(t)\right) = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right) \quad (1.1)$$

где  $F(\cdot)$ ,  $f(\cdot)$  – некоторые функции переменных  $g(t)$ ,  $z(t)$  и  $j(t)$ , а также производных от  $z(t)$  и  $j(t)$ . В этом случае статическая характеристика (здесь в неявном виде) будет описываться уравнением

$$F(0, 0, z_0, g_0) = f(0, j_0), \quad (1.2)$$

где  $z_0, g_0, j_0 = const$ .

Если функции  $F(\cdot)$ ,  $f(\cdot)$  нелинейные, в частном случае – линейные, то и элемент (1.1) соответственно – *нелинейный* или *линейный*. Из-за нелинейности большинства статических характеристик уравнения динамических систем являются нелинейными.

Упрощение анализа динамической системы чаще всего состоит в приближенной замене нелинейных дифференциальных уравнений на линейные уравнения, решения которых с достаточной степенью точности совпадают с решениями нелинейных уравнений. Такая *линеаризация* нелинейного уравнения производится относительно некоторого установившегося состояния.

Если нелинейность элемента системы вызвана его статической характеристикой, пусть для примера  $z = y(g)$ , то линеаризация характеристики сводится к ее замене на линейную функцию  $z = ag + b$ . Аналитически такая замена осуществляется за счет разложения в ряд Тейлора функции  $z = y(g)$  в окрестности *стационарной точки*, соответствующей установившемуся состоянию при отбрасывании всех членов ряда, содержащих отклонения входной величины  $\Delta g$  в степени выше первой. Геометрически это означает замену кривой  $z = y(g)$  касательной, проведенной к кривой в стационарной точке  $(z_0, g_0)$ , как это показано на рис. 1.2, т.е. в точке установившегося режима.

В других случаях линеаризацию можно осуществить путем проведения секущей, мало отличающейся от функции  $z = y(g)$  в заданном диапазоне изменения входной величины.

## Лекция 5. Способы линеаризации. Линейные дифференциальные уравнения

Такие нелинейные характеристики, т.е. линеаризуемые в любой стационарной точке с требуемым диапазоном изменения входной величины в ее окрестности, называют *несущественными* нелинейностями; наряду с ними имеются нелинейные статические характеристики, которые такой линеаризации не поддаются – *существенные нелинейности*. Например к существенным нелинейностям относятся: а) – элемент с зоной нечувствительности; б) – релейный элемент с гистерезисом; с) – элемент с люфтом.

С помощью разложения в ряд Тейлора выполним линеаризацию для уравнений (1.1) и (1.2). Введем в рассмотрение отклонения входной и выходной переменных от установившегося состояния:

$$\begin{aligned} \Delta g(t) &= g(t) - g_0, \quad \Delta z(t) = z(t) - z_0, \\ \frac{d\Delta z(t)}{dt} &= \frac{dz(t)}{dt} = z'(t), \quad \frac{d^2\Delta z(t)}{dt^2} = \frac{d^2z(t)}{dt^2} = z''(t). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Разложим левую часть выражения (1.1) в ряд Тейлора относительно состояния  $(0, 0, z_0, g_0)$ :

$$\begin{aligned} F\left(\frac{d^2z(t)}{dt^2}, \frac{dz(t)}{dt}, z(t), g(t)\right) &= F(0, 0, z_0, g_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) + \\ &+ \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) + \text{ВЧР}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где аббревиатура ВЧР (*высшие члены разложения*) обозначает слагаемые, содержащие отклонения  $\Delta z(t)$ ,  $\Delta g(t)$  и производные от  $\Delta z(t)$  в степени выше первой. Частные производные в правой части уравнения (1.4) являются постоянными величинами, значения которых зависят от вида функций  $F(z''(t), z'(t), z(t), g(t))$  и координат стационарной точки  $(z_0, g_0)$ . Вычитая из уравнения (1.1) уравнение (1.2), с учетом равенства (1.4), можно записать следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) + \\ + \text{ВЧР} = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right) - f(0, j_0). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Предполагая, что отклонения (1.3) малы по величине, а функция  $F(z''(t), z'(t), z(t), g(t))$  в окрестности стационарной точки достаточно гладкая по всем аргументам, и отбрасывая в левой части уравнения (1.5) слагаемые ВЧР в силу их малости, получим уравнение вида

$$\left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 \Delta g(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z'}\right)_0 \Delta z'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial z''}\right)_0 \Delta z''(t) = f\left(\frac{dj(t)}{dt}, j(t)\right) - f(0, j_0). \quad (1.6)$$

Таким образом, уравнение (1.6) – это *линейная модель* нелинейного уравнения (1.1), записанная в малых отклонениях относительно заданного установившегося состояния динамической системы.

В стандартной *первой форме записи* принято дифференциальное уравнение элемента системы представлять так, чтобы выходная координата и все ее производные находились в левой части уравнения (причем сама выходная переменная входила бы в уравнение с коэффициентом, равным единице), а все входные переменные располагались в правой части уравнения. В соответствии с этим правилом уравнение (1.6) можно привести к виду:

$$T_1 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = Ku(t) + f(t). \quad (1.9)$$

## Лекция 6. Передаточные функции.

Вторая форма записи уравнений на основе  $W(s)$ . *Передаточной функцией*  $W(s)$  называется отношение изображения выхода  $x(s)$  к изображению входа  $u(s)$ :

$$W(s) = \frac{x(s)}{u(s)} \quad (1.20)$$

при нулевых начальных условиях.

Применение  $L$ -преобразования, в частности к уравнению (1.10), позволяет записать соотношение

$$T_1 s^2 x(s) + T_2 s x(s) + x(s) = K u(s),$$

преобразование которого согласно определению  $W(s)$  дает следующий результат:

$$x(s) = W(s)u(s), \quad W(s) = \frac{K}{T_1 s^2 + T_2 s + 1}. \quad (1.21)$$

Если динамическая система подвержена действию нескольких входных сигналов – см. например, (1.9), то вторую форму записи такого уравнения можно представить в виде

$$x(s) = \frac{K}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} u(s) + \frac{1}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} f(s). \quad (1.22)$$

Понятие передаточной функции динамической системы весьма удобно при анализе так называемых *структурных схем*.

В тех случаях, когда существует возможность вычисления значений полюсов  $W(s)$  или корней знаменателя передаточной функции, называемого *характеристическим уравнением*, можно с помощью данных табл. 1.2 найти явный вид искомой функции. Действительно, пусть в динамической системе, описываемой уравнением (1.21), входной сигнал – единичная функция, т.е.  $u(t) = 1(t)$  (изображение которой имеет вид  $u(s) = 1/s$ : см. данные табл. 1.1 в первой строке). Поскольку для передаточной функции (1.21) из равенства  $T_1 s^2 + T_2 s + 1 = 0$  следует, что

$$s_{1,2} = \frac{-T_2 \pm \sqrt{T_2^2 - 4T_1}}{2T_1}, \quad (1.23)$$

то, переписав сомножитель  $W(s)u(s)$  эквивалентным образом, находим явный вид изображения выходного сигнала

$$x(s) = W(s)u(s) = \frac{K/T_1}{s(s-s_1)(s-s_2)}.$$

Тогда искомый оригинал, согласно данным табл. 1.2 (пятая строка), соответствующий изображению  $x(s)$ , будет описываться равенством

$$x(t) = \frac{K}{T_1} \left( \frac{1}{s_1(s_1-s_2)} e^{s_1 t} + \frac{1}{s_2(s_2-s_1)} e^{s_2 t} + \frac{1}{s_1 s_2} \right), \quad (1.24)$$

где вещественные или комплексные числа  $s_1$  и  $s_2$ , вычисляются по формулам (1.23). Кроме

того, учитывая значения  $s_1 - s_2 = -\frac{T_2}{T_1}$ ,  $s_1 s_2 = \frac{1}{T_1}$ ,

равенство (1.24) можно представить и следующим образом:

$$x(t) = K \left( -\frac{1}{T_2 s_1} e^{s_1 t} + \frac{1}{T_2 s_2} e^{s_2 t} + 1 \right) \quad (1.25)$$

## Лекция 7. Импульсная переходная функция. Переходная характеристика. Переходная матрица.

Как уже отмечалось, для анализа динамических систем их разбивают на отдельные элементы. Классификация динамических элементов обычно осуществляется по виду дифференциального уравнения. В элементах *позиционного (статического)* типа линейной зависимостью  $x(t) = Ku(t)$  связаны выходная и входная координаты в установившемся режиме. В элементах *интегрирующего* типа, при  $t \rightarrow \infty$  выходная и входная переменные связаны линейным уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ku(t), \text{ или } x(t) = K \int_0^t u(q) dq.$$

В элементах *дифференцирующего* типа аналогичная линейная связь имеет вид

$$x(t) = K \frac{du(t)}{dt}.$$

Динамические свойства элемента могут быть определены по его *переходной функции и функции веса*.

Переходная функция  $h(t)$  (*переходная характеристика*) представляет собой временной отклик или реакцию выхода элемента, при подаче на его вход *единичного сигнала*

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 1, & \forall t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (1.26)$$

который часто называют *единичной ступенью*, или *единичным скачком*. Предполагается, что единица имеет размерность физической величины на входе элемента.

Функция  $1(t)$  – весьма распространенный вид входного воздействия в динамических системах. К такому виду сводятся мгновенное изменение нагрузки электрического генератора, мгновенное возрастание момента нагрузки на валу двигателя, мгновенный поворот руля управления движущегося автомобиля и т.д.

Функция веса  $w(t)$  (*импульсная переходная характеристика*) является временной реакцией выхода элемента при подаче на его вход *единичного импульсного сигнала*

$$u(t) = d(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (1.27)$$

Основное свойство дельта-функции  $d(t)$  состоит в том, что она имеет единичную площадь:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d(t) dt = 1,$$

Характеристика  $w(t)$  в динамических системах является распространенным видом входного воздействия. К такому виду можно отнести, например, кратковременный удар нагрузки на валу двигателя, кратковременный ток короткого замыкания генератора (отключаемый плавкими предохранителями) и т.п.

Можно показать, что между функциями  $h(t)$  и  $w(t)$  существует связь вида

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Кроме того, передаточная функция связана с переходным процессом и импульсной переходной функцией элемента – прямым интегральным преобразованием Лапласа

$$W(s) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-st} dt = s \int_0^{\infty} h(t) e^{-st} dt. \quad (1.28)$$

## Лекция 8. Частотные характеристики.

Динамические свойства элемента в частотной области определяются его *частотной передаточной функцией*  $W(j\omega)$ , получаемой из функции  $W(s)$  путем замены  $s$  на  $j\omega$ , где  $j^2 = -1$ ,  $\omega \in R, -\infty \leq \omega \leq +\infty$ . Часто  $W(j\omega)$  называют *амплитудно-фазовой частотной характеристикой*, или *комплексным коэффициентом усиления*.

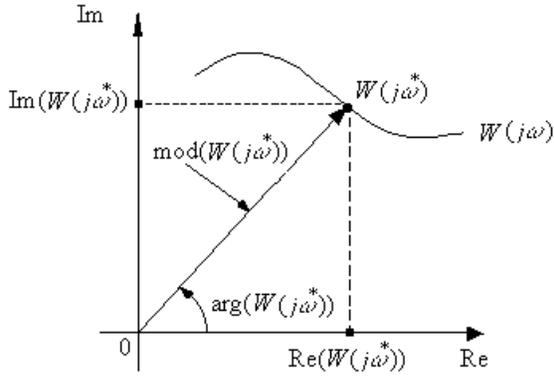


Рис. Комплексная плоскость  $W(j\omega)$ .

Поскольку в комплексной плоскости геометрический образ функции  $W(j\omega)$  см. рис., может описываться как в прямоугольных, так и в полярных координатах, то частотную передаточную функцию будем рассматривать в виде

$$W(j\omega) = \text{Re}(W(j\omega)) + j \text{Im}(W(j\omega)) = \text{mod}(W(j\omega))e^{j\arg(W(j\omega))}, \quad (1.29)$$

где введены обозначения:  $\text{Re}(W(j\omega)) = U(\omega)$  – вещественная частотная характеристика;  $\text{Im}(W(j\omega)) = V(\omega)$  – мнимая частотная характеристика;  $\text{mod}(W(j\omega)) = A(\omega)$  – амплитудная частотная характеристика;  $\arg(W(j\omega)) = j(\omega)$  – фазовая частотная характеристика.

В комплексной плоскости график векторной функции  $W(j\omega)$  – это *годограф* (геометрическое место конца вектора). Для пар характеристик  $(U(\omega), V(\omega))$  и  $(A(\omega), j(\omega))$  в любой фиксированной точке  $\omega = \omega^*$  (рис. 1.9) справедливы следующие формулы:

$$A(\omega^*) = \sqrt{U^2(\omega^*) + V^2(\omega^*)}, \quad j(\omega^*) = \arctg \frac{V(\omega^*)}{U(\omega^*)}, \quad (1.30)$$

$$U(\omega^*) = A(\omega^*) \cos j(\omega^*), \quad V(\omega^*) = A(\omega^*) \sin j(\omega^*).$$

Поскольку передаточная функция  $W(s)$  любой системы является дробно-рациональной функцией вида

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{r_0 s^m + r_1 s^{m-1} + \dots + r_{m-1} s + r_m}{q_0 s^n + q_1 s^{n-1} + \dots + q_{n-1} s + q_n}, \quad (1.31)$$

то в частотной области для нее справедливы, во-первых, соотношения (в прямоугольных координатах):

$$W(j\omega) = \frac{U_R(\omega) + jV_R(\omega)}{U_Q(\omega) + jV_Q(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega), \quad U(\omega) = \frac{U_R(\omega)U_Q(\omega) + V_R(\omega)V_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)},$$

$$V(\omega) = \frac{U_R(\omega)V_Q(\omega) - V_R(\omega)U_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)}, \quad U_R(\omega) = \text{Re}(R(j\omega)), \quad (1.32)$$

$$V_R(\omega) = \text{Im}(R(j\omega)), \quad U_Q(\omega) = \text{Re}(Q(j\omega)), \quad V_Q(\omega) = \text{Im}(Q(j\omega));$$

во-вторых, выражения (в полярных координатах):

$$W(j\omega) = \frac{A_R(\omega)e^{j\arg R(j\omega)}}{A_Q(\omega)e^{j\arg Q(j\omega)}} = A(\omega)e^{j\arg W(j\omega)}, \quad A(\omega) = \frac{A_R(\omega)}{A_Q(\omega)}, \quad j(\omega) = j_R(\omega) - j_Q(\omega), \quad (1.33)$$

$$A_R(\omega) = \text{mod}(R(j\omega)), \quad j_R(\omega) = \arg(R(j\omega)), \quad A_Q(\omega) = \text{mod}(Q(j\omega)), \quad j_Q(\omega) = \arg(Q(j\omega)).$$

## Лекция 9. Типовые динамические звенья. Группа позиционных звеньев.

В группу позиционных звеньев обычно включаются безынерционное, инерционные 1-го и 2-го порядков, колебательное. Все эти звенья в установившемся режиме описываются одинаковым уравнением вида

$$x(t) = ku(t), \quad k = \text{const}. \quad (4.1)$$

Безынерционное звено. Это звено часто называют статическим, усилительным, масштабным, пропорциональным и описывают уравнением вида (4.1). Примеры безынерционного звена: а) редуктор; б) делитель напряжения; в) электронный усилитель.

Согласно уравнению (4.1) передаточная функция имеет вид  $W(s) = k$ . Переходной процесс описывается уравнением  $h(t) = k1(t)$ , а импульсная переходная характеристика уравнением вида  $w(t) = kd(t)$ . Частотная передаточная функция описывается уравнением  $W(jw) = k$ , годограф которой имеет вид точки на комплексной плоскости. Представив частотную передаточную функцию вида как комплексное выражение, представленное соответственно в полярных и прямоугольных координатах, получим следующие частотные характеристики: амплитудную  $\text{mod}(W(jw)) = A(w) = k$ ; фазовую  $\arg(W(jw)) = \varphi(w) = 0$ ; вещественную  $\text{Re}(W(jw)) = U(w) = k$ ; мнимую  $\text{Im}(W(jw)) = V(w) = 0$ .

Инерционное звено 1-го порядка. Звено также называют аperiodическим 1-го порядка и описывают уравнением вида  $T \frac{dx}{dt} + x = ku$ ,  $T [c], k = \text{const} > 0$ . Примеры инерционного звена: а) резервуар с газом (ресивер); б) электрический двигатель; в)  $RC$  – цепочка; г) тепловой объект; е) резервуар с жидкостью. Передаточная функция звена имеет вид  $W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$ .

Уравнение связи вход-выход, согласно (4.12), будет следующим:  $x(s) = \frac{k/T}{s - s_1} u(s)$ , а переход-

ной процесс определится соотношением  $h(t) = L^{-1} \left[ \frac{k/T}{s(s - s_1)} \right] = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$ , из которого следует

уравнение импульсной переходной характеристики  $w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}$ . Частотная передаточная функция инерционного звена 1-го порядка имеет вид  $W(jw) = \frac{k}{1 + jwT}$ .

Частотную передаточную функцию (4.16) можно описать в полярных координатах  $A(w) = \frac{k}{\sqrt{1 + w^2 T^2}}$ ,  $\varphi(w) = -\text{arctg} wT$ , и в прямоугольных, используя соотношения вида

$U(w) = \frac{k}{1 + w^2 T^2}$ ,  $V(w) = \frac{-wkT}{1 + w^2 T^2}$ . Инерционное звено 2-го порядка описывается уравнением

$T_1^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + T_2 \frac{dx}{dt} + x = ku$ ,  $T_2^2 > 4T_1^2$ , где положительные числа  $k$  – коэффициент передачи;  $T_1^2$ ,

$T_2$  – постоянные времени, которому соответствует следующая передаточная функция

:  $W(s) = \frac{k}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}$ . Для колебательного звена имеют место те же математические модели,

но при выполнении параметрического условия вида  $T_2^2 < 4T_1^2$ .

## Лекция 10. Группа интегрирующих звеньев.

Группа интегрирующих звеньев. К этой группе звеньев обычно относят интегрирующее звено и интегрирующее звено с замедлением. Эти звенья в установившемся режиме описываются одним и тем же уравнением  $x(t) = k \int_0^t u(t) dt$ ,  $k = const$ .

Интегрирующее звено.

Звено иногда называют идеально интегрирующим, тем самым подчеркивая, что для любого момента времени его математической моделью является уравнение (4.43), которое можно переписать и в дифференциальной форме  $\frac{dx}{dt} = ku$  или  $T \frac{dx}{dt} = u$ , где  $T = \frac{1}{k}$  (с). Примеры физической реализации интегрирующего звена: а) интегратор на операционном усилителе; б) гидравлический демпфер, динамика которого (без учета инерции) описывается соотношением  $n = \frac{dx}{dt} = \frac{p}{K_s}$ , где  $K_s$  – коэффициент скоростного сопротивления. Передаточная

функция интегрирующего звена имеет вид  $W(s) = \frac{1}{Ts} = \frac{k}{s}$ , а переходной процесс и импульсная

переходная характеристика описываются соотношениями  $h(t) = L^{-1}\left[\frac{k}{s^2}\right] = kt$ ,  $w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = k$ . Частотная передаточная функция и частотные характери-

стики имеют вид:  $W(jw) = \frac{1}{jwT}$ ,  $A(w) = \frac{1}{wT}$ ,  $j(w) = -\frac{p}{2}$ ,  $U(w) = 0$ ,  $V(w) = -\frac{1}{wT}$ .

Интегрирующее звено с замедлением.

Звено описывается уравнением  $T \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = ku$ ,

где  $k$  (с<sup>-1</sup>) – коэффициент передачи;  $T$  (с) – постоянная времени. Примером интегрирующего звена с замедлением может служить двигатель постоянного тока (см. рис. 4.5) с математическим описанием (4.11), (4.12), т.е. без учета электромагнитной реакции якорной цепи, но в случае когда выходной величиной является не скорость, а угол поворота вала электродвигателя.

Передаточная функция определяется соотношениями

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)},$$

что соответствует:

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{k}{s^2(Ts + 1)}\right] = k\left[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})\right], \text{ и } w(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Частотные характеристики описываются уравнениями

$$W(jw) = \frac{k}{jw(1 + jwT)},$$

$$A(w) = \frac{k}{w(1 + w^2T^2)}, j(w) = -\frac{p}{2} - \text{arctg}wT,$$

$$U(w) = \frac{-kT}{1 + w^2T^2}, V(w) = \frac{-k}{w(1 + w^2T^2)}.$$

## Лекция 11. Группа дифференцирующих звеньев. Звено с запаздыванием.

Группа дифференцирующих звеньев. В состав этой группы звеньев обычно входят идеальное дифференцирующее и реально дифференцирующее звенья, описываемые в установившемся режиме уравнением

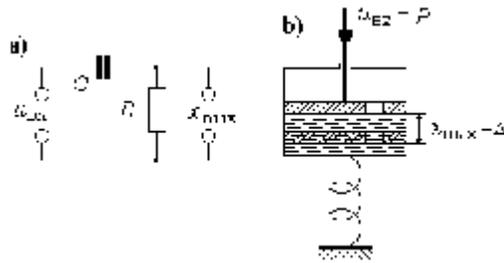
$$x(t) = k \frac{du(t)}{dt}, \quad k = const, \quad k (с).$$

Этим же уравнением описывается идеальное дифференцирующее звено, которому соответствует передаточная функция

$W(s) = ks$ . Переходной процесс в идеальном дифференцирующем звене описывается уравнением  $h(t) = kd(t)$ . Частотные характеристики описываются выражениями:  $W(j\omega) = j\omega k$ ,

$$A(\omega) = \omega k, \quad j(\omega) = \frac{p}{2}, \quad U(\omega) = 0, \quad V(\omega) = \omega k.$$

Реальное дифференцирующее звено показано на рисунке.



Это звено описывается уравнением  $T \frac{dx}{dt} + x = k \frac{du}{dt}$ , где постоянная времени  $T$  и коэффициент передачи  $k$  имеют размерность в секундах. Примеры: а)  $RC$ -цепочка; б) гидравлический демпфер с пружиной. Передаточная функция этого звена имеет вид  $W(s) = \frac{ks}{Ts + 1}$ ,

согласно которому определив корень характеристического можно записать уравнения переходного процесса и импульсной переходной характеристики следующим образом:

$$h(t) = L^{-1} \left[ \frac{sk/T}{s - s_1} \right] = L^{-1} \left[ \frac{k/T}{s - s_1} \right] = \frac{k}{T} e^{\frac{t}{T}}, \quad w(t) = -\frac{k}{T^2} e^{\frac{t}{T}}.$$

Частотная передаточная функция и частотные характеристики реального дифференцирующего звена, имеют следующее математическое описание:

$$W(j\omega) = \frac{j\omega k}{1 + j\omega T},$$

$$A(\omega) = \frac{\omega k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}, \quad j(\omega) = \frac{p}{2} - \arctg \omega T,$$

$$U(\omega) = \frac{\omega^2 k T}{1 + \omega^2 T^2}, \quad V(\omega) = \frac{\omega k}{1 + \omega^2 T^2}.$$

Звено с чистым или транспортным запаздыванием описывается уравнением

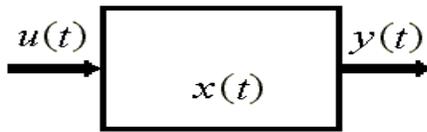
$$x(t) = u(t - t),$$

где  $t = const > 0$  – временное запаздывание.

Передаточная функция звена имеет вид  $W(s) = \exp(-st)$ , в соответствии с которым амплитудно-фазовая частотная характеристика будет следующей:

$$W(j\omega) = \exp(-j\omega t).$$

## Лекция 12. Модели систем в пространстве переменных состояния.



Пространство состояний. Множество  $X = \{x\}$  возможных значений состояния системы называется *пространством состояний*. В случае  $X = R^n$  состояние  $x = x(t)$  есть  $n$ -мерный вещественный вектор – *вектор состояния* (в частном случае – это *фазовый вектор*), элементы которого будем обозначать через  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Вектор, составленный из указанных элементов, обычно записывают следующим образом:  $x = x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ , где  $T$  – символ транспонирования. Если  $x$  – состояние системы,  $m(\cdot)$  – некоторое взаимно однозначное отображение пространства  $X$  в себя ( $m: X \rightarrow X$ ), то  $\bar{x} = m(x)$  также можно считать состоянием данной системы. Тогда состояние  $x$  можно определить различным, но взаимно однозначным образом. Например, если  $X = R^n$ , а  $T$  –  $n$ -мерная невырожденная матрица ( $\det T \neq 0$ ), то вектор  $\bar{x} = Tx$  также можно применять для описания состояния системы, поскольку  $x = T^{-1}\bar{x}$ , где  $T^{-1}$  – обратная матрица.

Описание динамической системы в нормальной форме. Уравнения состояния так называемых *конечномерных дифференциальных (непрерывных) систем* можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \geq t_0, \\ y(t) &= g(x(t), u(t), t), \end{aligned}$$

где  $f(\cdot)$ ,  $g(\cdot)$  – вектор-функции от векторных аргументов. Первое уравнение называют *уравнением состояния* или *эволюционным уравнением*, описывающим изменение состояния системы во времени  $t \in R$ , в соответствии с начальным условием  $x(t_0)$  и входным воздействием  $u(t)$ , а второе – уравнением выхода, устанавливающим статическую связь между значениями выхода и текущими значениями состояния и входа.

Уравнения линейных систем в пространстве состояний. Метод пространства состояний в качестве базовой математической модели системы (2.2), (2.3), когда функции  $f(\cdot)$ ,  $g(\cdot)$  линейны по  $x$ ,  $u$ , предполагает использование уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \geq t_0, \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned}$$

где  $x(t) \in R^n$ ;  $u(t) \in R^m$ ;  $y(t) \in R^k$ ; матрицы-функции  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$ ,  $D(t)$  соответствующего размера. Матрицы, входящие в эти уравнения обычно называют:  $A(t)$  – матрицей состояния системы,  $B(t)$  – матрицей управления,  $C(t)$  – матрицей выхода,  $D(t)$  – матрицей обхода системы. Эти системы часто называют *нормальными системами*, или *системами в нормальной форме Коши* следующего вида :

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \geq t_0, \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad D = 0. \end{aligned}$$

В тех случаях, когда в системе (переменные состояний совпадают с фазовыми, оказывается, что матрица  $A$  имеет специфическую форму записи – *форму Фробениуса*. Иногда матрицу Фробениуса называют *матрицей сопровождения*.

Наиболее распространенными приемами построения моделей динамических систем в переменных состояния являются приемы, основанные на *способах прямого, параллельного или последовательного программирования*.

### Лекция 13. Типовые соединения и передаточные функции систем.

Передаточные функции нормальных систем. Рассмотрим модель нормальной системы, записанную в пространстве состояний  $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ ,  $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ , где  $x(t) \in R^n$ ;  $u(t) \in R^m$ ;  $y(t) \in R^l$ . Перепишем уравнения системы в изображениях с помощью векторно-матричной передаточной функции системы. С этой целью выполним преобразование Лапласа и определим изображение вектора состояний  $x(s)$  в виде

$$x(s) = (sE - A)^{-1} Bu(s) = \frac{(sE - A)^+}{\det(sE - A)} Bu(s),$$

где  $(sE - A)^{-1}$  – обратная матрица;  $\det(sE - A)$  – детерминант матрицы;  $(sE - A)^+$  – присоединенная матрица к матрице  $(sE - A)$ ;  $E$  – единичная матрица соответствующего размера, в данном случае  $(n \times n)$ . Если соотношение записать в изображениях, то получим равенство

$$y(s) = (C(sE - A)^{-1} B + D) u(s) = W(s)u(s),$$

где  $W(s)$  – передаточная функция в виде матричного множителя, связывающего изображение по Лапласу выхода  $y(s)$  и входа  $u(s)$  при нулевом начальном состоянии  $x(0)$ . В строго реализуемых системах функция  $W(s)$  имеет более простой вид  $W(s) = C(sE - A)^{-1} B$ . Размер матрицы  $W(s)$  определяется выходом  $y(s)$  и входом  $u(s)$ , в рассматриваемом случае  $(l \times m)$ .

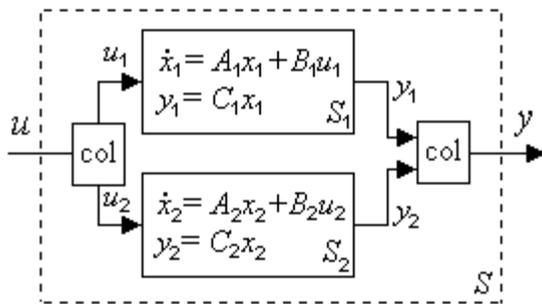
Уравнения состояний при типовом соединении систем. В ряде прикладных задач возникает необходимость в получении математического описания системы в пространстве состояний, состоящей из элементов (подсистем), соединенных между собой типовым образом – параллельно, последовательно или с помощью обратной связи. Иногда требуется иметь единое уравнение в качестве математической модели некоторой объединенной системы, т.е. описание нескольких независимых систем.

Объединение независимых систем. Рассмотрим простой случай, когда некоторая объединенная система  $S$  состоит из независимых систем  $S_i$ ,  $i=1, 2$ , описываемых уравнениями

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), \quad y_i(t) = C_i x_i(t),$$

где матрицы  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  имеют соответственно размеры  $(n_i \times n_i)$ ,  $(n_i \times n_i)$ ,  $(l_i \times m_i)$ .

Введем в рассмотрение составные (обобщенные) векторы: для переменных состояния системы  $x(t) = \text{col}\{x_1(t), x_2(t)\} \in R^{n_1+n_2}$ , для переменных входа  $u(t) = \text{col}\{u_1(t), u_2(t)\} \in R^{m_1+m_2}$ , переменных выхода  $y(t) = \text{col}\{y_1(t), y_2(t)\} \in R^{l_1+l_2}$ . Графический образ объединения систем  $S_i$  в одну показан на рисунке, математическое описание которого представляет собой систему уравнений  $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ ,  $y(t) = Cx(t)$ , где блочные матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  имеют структуру:  $A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}$  Параллельное соединение систем (подсистем). Принципиальное отличие параллельного соединения двух подсистем от объединения двух независимых систем состоит в том, что при параллельном соединении вход  $u(t) = u_1(t) = u_2(t)$  поступает на обе подсистемы одновременно, а выход этого соединения образуется как сумма  $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ .



Модель объединения независимых систем.

Объединение систем  $S_i$  в одну показан на рисунке, математическое описание которого представляет собой систему уравнений  $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ ,  $y(t) = Cx(t)$ , где блочные матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  имеют структуру:  $A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix}$  Параллельное соединение систем (подсистем). Принципиальное отличие параллельного соединения двух подсистем от объединения двух независимых систем состоит в том, что при параллельном соединении вход  $u(t) = u_1(t) = u_2(t)$  поступает на обе подсистемы одновременно, а выход этого соединения образуется как сумма  $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ .

## Лекция 14. Устойчивость САУ.

Устойчивость систем. Асимптотические свойства собственного движения и весовой матрицы линейной системы пусть нелинейное дифференциальное уравнение состояния имеет вид  $\dot{\mathbf{x}}(t) = F\{\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t\}$ . Пусть также  $\mathbf{u}_0(t)$  – некоторая заданная (номинальная) функция времени и  $\mathbf{x}_0(t_0)$  – некоторый номинальный вектор начальных условий. Решение  $\mathbf{x}_0(t)$  является устойчивым в смысле Ляпунова, если для любого  $t_0$  и для любого  $\epsilon > 0$  существует  $d(\epsilon, t_0) > 0$  такое, что при  $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_0(t_0)\| \leq d$ , удовлетворяется неравенство  $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\| \leq \epsilon$ .

Норма вектора  $\mathbf{x}$  в простейшем случае совпадает с его евклидовой длиной  $\|\mathbf{x}\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{1/2}$ .

Введение нормы в пространстве состояний дает возможность ввести понятие близости точек пространства. Устойчивость в смысле Ляпунова гарантирует, что состояние  $\mathbf{x}(t)$  не отклоняется далеко от «номинального» режима  $\mathbf{x}_0(t)$  при начальном состоянии  $\mathbf{x}(t_0)$ , достаточно близком к номинальному начальному состоянию  $\mathbf{x}_0(t_0)$ . Решение  $\mathbf{x}_0(t)$  называется асимптотически устойчивым, если оно устойчиво в смысле Ляпунова, и для любого  $t_0$  существует такое  $r(t_0)$ , что при  $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_0(t_0)\| \leq r$ , выполняется условие  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\| = 0$ . Решение  $\mathbf{x}_0(t)$  является асимптотически устойчивым в целом, если оно устойчиво по Ляпунову, и для любых  $t_0$  и  $\mathbf{x}(t_0)$   $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\| = 0$ . Применительно к нелинейным системам, вследствие сложности характерных для них явлений, обсуждается обычно устойчивость решений. В линейных системах ситуация проще, и в этом случае целесообразнее говорить об устойчивости уже не решения, а самой системы. Пусть дано уравнение системы  $\dot{\mathbf{x}}_C(t) = A(t)\mathbf{x}_C(t) + B(t)\mathbf{u}(t)$ , и для  $t_0$ ,  $\mathbf{x}_{C0}(t_0)$  и  $\mathbf{u}_0(t)$ , при  $t \geq t_0$  известно  $\mathbf{x}_{C0}(t)$ , то есть справедливо уравнение  $\dot{\mathbf{x}}_{C0}(t) = A(t)\mathbf{x}_{C0}(t) + B(t)\mathbf{u}_0(t)$ . Естественно, что при других начальных условиях  $\mathbf{x}_{C1}(t_0)$  решение  $\mathbf{x}_{C1}(t)$  будет другим  $\mathbf{x}_{C1}(t) = A(t)\mathbf{x}_{C1}(t) + B(t)\mathbf{u}_0(t)$ , которое можно привести к виду  $\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t)$ , при  $t = t_0$   $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t_0)$ . Таким образом, понятие устойчивости решения можно свести к понятию устойчивости линейной системы.

*Линейная система устойчива в определенном смысле (по Ляпунову, асимптотически, или асимптотически в целом), если тривиальное решение  $\mathbf{x}_0(t) \equiv 0$  устойчиво в этом смысле. Линейная система асимптотически устойчива тогда и только тогда, когда она асимптотически устойчива в целом.* Таким образом, исследование вопроса устойчивости решений линейной неавтономной системы сводится к исследованию решения соответствующего однородного дифференциального уравнения, которое определяется матрицей  $A(t)$  и имеет вид:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}(t_0); \quad \mathbf{y} = C(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{x}(t_0).$$

Рассмотрим два возможных случая. 1.  $\Phi(t, t_0)$  – ограниченная матрица в интервале  $[t_0, \infty)$ , то есть существует такое положительное число  $M$ , что  $|\Phi_{ij}(t, t_0)| \leq M$ ,  $t \geq t_0; i, j = \overline{1, n}$ . Тогда получаем, что  $\|\mathbf{x}(t)\| \leq n^2 M \max_i |x_i(t_0)|$ . 2. Переходная матрица удовлетворяет условию  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, t_0) = 0$ . При этом движение и сама система являются асимптотически устойчивыми.

## Лекция 15. Управляемость САУ.

Управляемость линейных стационарных систем. Непрерывная линейная система  $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$  является полностью управляемой тогда и только тогда, когда она может быть переведена из любого начального состояния  $\mathbf{x}(t_0)$  в произвольный момент времени  $t_0$  в любое конечное состояние  $\mathbf{x}(t_1)$  за конечное время  $t_1 - t_0$ . Примем начальные условия нулевыми:  $\mathbf{x}(t_0) = 0$ . Тогда, в соответствии с формулой Коши

$$\mathbf{x}(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} e^{A(t_1-t)} B\mathbf{u}(t) dt,$$

которое можно записать в виде

$$\mathbf{x}(t_1) = B \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{u}(t) dt + AB \int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t) \mathbf{u}(t) dt + A^2 B \int_{t_0}^{t_1} \frac{(t_1 - t)^2}{2!} \mathbf{u}(t) dt + \dots$$

Можно показать, что вектор  $\mathbf{x}(t_1)$  может рассматриваться как линейная комбинация векторов  $\mathbf{b}_{in}$ , являющихся вектор-столбцами матриц  $B, AB, A^2B, A^3B, \dots$ . Иначе говоря, конечное состояние  $\mathbf{x}(t_1)$  принадлежит линейному подпространству, порождаемому вектор-столбцами бесконечной последовательностью матриц  $B, AB, A^2B, A^3B, \dots$ .

В этой последовательности должна появиться матрица  $A^l B$ , все вектор-столбцы которой линейно зависят от вектор-столбцов предыдущих матриц  $B, AB, A^2B, \dots, A^{l-1}B$ . Такая матрица обязательно должна иметь место, так как в линейном  $n$ -мерном пространстве не может быть более чем  $n$  линейно-независимых векторов. Отсюда же следует, что  $l \leq n$ . Таким образом, можно записать  $A^l B = B\Lambda_0 + AB\Lambda_1 + \dots + A^{l-1}B\Lambda_{l-1}$ , где  $\Lambda_i$  - соответствующие диагональные матричные коэффициенты

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} I_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{i2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I_{in} \end{bmatrix}.$$

Очевидно, тем же свойством обладает и матрица  $A^{l+1}B$ , так как  $A^{l+1}B = AA^l B = AB\Lambda_0 + A^2B\Lambda_1 + \dots + A^{l-1}B\Lambda_{l-2} + A^l B\Lambda_{l-1}$ .

По индукции можно утверждать то же самое и для всех  $A^k B$  при  $k \geq l$ . Итак, конечное состояние  $\mathbf{x}(t_1)$  принадлежит линейному подпространству, порождаемому вектор-столбцами матриц  $B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B$  (здесь учтено, что  $l \leq n$ ). Если эти вектор-столбцы не порождают  $n$ -мерное пространство, то в такой системе можно достичь лишь тех состояний, которые принадлежат подпространству меньшей размерности.

Таким образом, критерий управляемости формулируется следующим образом:

*Система  $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$  полностью управляема тогда и только тогда, когда ранг матрицы управляемости*

$$U = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

*равен  $n$ , то есть полной размерности линейного пространства.*

*При этом говорят, что пара матриц  $\{A, B\}$  полностью управляема.*

## Лекция 16. Наблюдаемость САУ.

Наблюдаемость линейных стационарных систем. В ОТУ большую роль играет задача восстановления вектора состояния по результатам наблюдения за входом и выходом объекта. Непрерывная система

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = A\mathbf{X}(t) + B\mathbf{U}(t), \quad \mathbf{Y}(t) = C\mathbf{X}(t),$$

называется наблюдаемой, если вектор состояния  $\mathbf{X}(t_0)$  можно определить, зная  $\mathbf{Y}(t)$  на некотором интервале времени  $t = [t_0, t_1]$ . Если это справедливо для любого  $t_0$ , то система называется полностью наблюдаемой. Рассмотрим задачу наблюдаемости при  $\mathbf{U}(t) = 0$ . Тогда  $\mathbf{Y}(t) = Ce^{At}\mathbf{X}(0)$ . В развёрнутом виде - это система алгебраических уравнений

$$C_{11}x_1 + C_{12}x_2 + \dots + C_{1n}x_n = y_1(t_1) \dots \dots \dots C_{ny}x_1 + \dots + C_{ny,n}x_n = y_{ny}(t_n),$$

в качестве неизвестных в которой выступают координаты вектора состояния. В связи с тем, что, как правило,  $n_y < n$ , число уравнений оказывается меньше числа неизвестных, и решение невозможно. В соответствии с теоремой Кэли-Гамильтона каждая квадратная матрица удовлетворяет характеристическому уравнению:  $A^n + a_1A^{n-1} + \dots + a_{n-1}A + a_nE = 0$ . Поэтому матричная экспонента, являющаяся степенным рядом относительно матрицы  $A$ , может быть представлена в виде полинома степени  $n-1$ .

С учетом этого можно записать равенство:  $\mathbf{Y}(t) = \sum_{l=0}^{n-1} g_l(t) \cdot C \cdot A^l \mathbf{X}(0)$ , где  $g_l(t)$  соответствующие коэффициенты этого полинома. Для  $i$ -й составляющей вектора выхода соответственно будем иметь  $y_i(t) = \sum_{l=0}^{n-1} g_l(t)(CA^l)_i \mathbf{X}(0)$ . Здесь  $(CA^l)_i$  -  $i$ -я строка матрицы  $(CA^l)$ .

Если набор  $(CA^l)_i$  для  $i = 1, 2, \dots, n_y$ ;  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$  не содержит полного базиса, то есть  $n$  линейно независимых строк, иначе говоря - матрица имеет ранг, меньший, чем  $n$ , то в качестве ненулевого вектора начальных условий  $\mathbf{X}(0) \neq 0$  может быть выбран вектор, ортогональный всем строкам матрицы  $N$ . Тогда в соответствии с (3.3-5) получим, что  $\mathbf{Y}(t) = 0$  для всех  $t$ , т.е. система не наблюдаема. Теперь докажем, что если ранг матрицы  $N$  равен  $n$ , то  $\mathbf{X}(t_0)$  может быть определен с помощью конечного числа измерений вектора выхода  $\mathbf{Y}(t)$ . Обозначим  $\Gamma(t_k) = [g_0(t_k)E \ g_1(t_k)E \ \dots \ g_{n-1}(t_k)E]$ , где  $E$  - квадратная единичная матрица размером  $[n_y \times n_y]$ . Моменты измерения  $t_k$  выберем таким образом, чтобы для различных значений  $k$  элементы  $g_i(t_k)$  отличались друг от друга. С учетом введенного обозначения равенство (3.3-5) примет вид  $\mathbf{Y}(t_k) = \Gamma(t_k)N\mathbf{X}(0)$ . Известно, что ранг произведения любых двух матриц не превосходит ранга каждого из сомножителей. Ранг матрицы  $\Gamma(t_k)$  не превосходит числа ее строк  $n_y < n$ . Матрица  $\Gamma$  имеет  $n_y \times n$  строк. Моменты измерений должны быть выбраны таким образом, чтобы выполнялось условие  $\text{rank } \Gamma_R = n$ . Как было обусловлено, ранг матрицы  $N$  также равен  $n$ . Поэтому уравнение  $\Gamma_R \cdot N \cdot \mathbf{X}(0) = \mathbf{Y}_R$ , содержит  $n$  линейно независимых скалярных уравнений. Таким образом: *Линейная стационарная система вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда ранг матрицы*

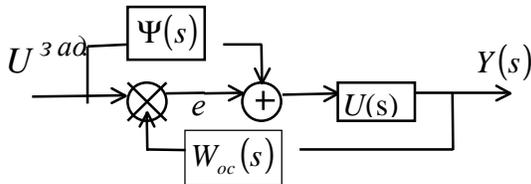
$$N = [C \ A^T C \ (A^T)^2 C \ \dots \ L \ (A^T)^{n-1} C]$$

наблюдаемости  $N$  равен  $n$ .

## Лекция 17. Инвариантность и чувствительность САУ.

Принцип инвариантности. Принцип комбинированного управления с обратной связью по отклонению и по возмущенному воздействию. Идея метода: помимо общего замыкания системы обратной связью и построения регулятора, дополнительно вводится в систему ветвь прохождения нежелательного сигнала, и коэффициент передачи в этой ветви подбирается так, чтобы повысить точность.

Попытаемся добавить в стандартную структуру системы дополнительную первичную функцию  $\Psi(p)$  так, чтобы сигнал ошибки вообще не зависел от задающего воздействия.



$$e(s) = W_e(s) \cdot U^{зад}(s) - \Psi(p) \frac{W W_{oc}}{1 + W W_f} \cdot U^{зад}(s);$$

$$e(s) \equiv 0 \Rightarrow \Psi(s) = \frac{1}{W(s)W_{oc}(s)}; \quad (*)$$

Можем обеспечить инвариантность  $e(s) \equiv 0 \quad \forall U^{зад}$

2) Требуется выяснить, как изменяется устойчивость при введении  $\Psi(s)$ .  $\Psi(s)$  не влияет на устойчивость.

Однако, и это основной недостаток принципа инвариантности, из формулы (\*) очевидно, что,

либо: физически не реализуемо  $W W_{oc}$ , а  $\Psi$  - реализуемо.

либо: наоборот.

Поэтому, в точности инвариантность реализовать невозможно, однако, взяв несколько первых членов разложения в ряд Тейлора :

$$\frac{1}{W(s)W_{oc}(s)} = a_0 + a_1 s^1 + \dots + a_k s^k;$$

Можно добиться сколь угодно большой точности заменой этих дифференцирующих звеньев на реальные дифференцирующие звенья.

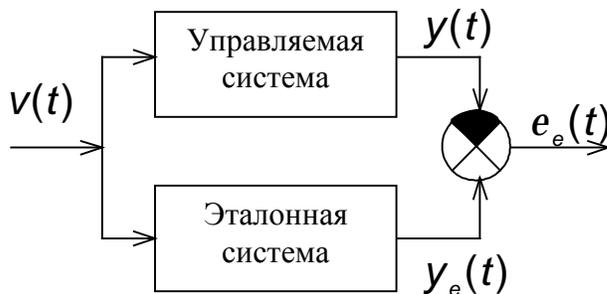
Таким образом введением производных от задающего воздействия можно с наперед заданной точностью решить задачу инвариантности.

Рассмотренные ранее способы повышения точности и устойчивости системы должны быть более строго сформулированы с целью, во-первых, уточнить показатели качества замкнутой системы, которые могут являться заданием на проектирование системы, во-вторых, систематизировать методы достижения данного качества. В системе может быть явно выделена неизменяемая часть и оставшаяся часть системы, в которую можно вносить коррективы. Неизменяемая часть системы ограничивает возможность получения данного качества в том смысле, что в изменяемой части системы иногда требуется вносить нереализуемые элементы. В любом случае, качество системы можно существенно повысить, однако эта задача существенно сложнее, чем задача моделирования и, вообще, анализа системы.

## Лекция 18. Методы анализа САУ. Качество процессов управления.

Качество процессов управления. Основные показатели качества. Устойчивость - это необходимое, но недостаточное условие эффективной работы системы. Комплекс требований, определяющих поведение системы в установившихся и переходных процессах отработки заданного воздействия, определяется понятием «качество процесса управления» или качество системы.

Качество работы системы проверяется по ее реакции на: дельта функцию  $d(t)$ ; единичную функцию  $1(t)$ ; гармонический сигнал  $A \cdot \sin w_H t$ ; случайные воздействия с заданными вероятностными характеристиками.



Сравнение управляемой системы с эталонной

Качество отработки типовых сигналов оценивают либо непосредственно по выходному сигналу  $y(t)$ , либо путем сравнения этого сигнала  $y(t)$  с реакцией некоторой эталонной системы, на рисунке  $e_e(t)$  - рассогласование, либо по ошибке воспроизведения командного сигнала

$$e_v(t) = v(t) - y(t).$$

К основным опоказателям качества относятся: установившаяся

ошибка:  $e_{ycm} = e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} (v(t) - y(t))$ ; время регулирования  $t_p$  - минимальное время, в течение которого переходный процесс перестает выходить за пределы заданной «трубки», т.е.

определяется из условия  $|e(t) - e_{ycm}| \leq \Delta$  при  $t \geq t_p$ , где  $\Delta$  - заранее заданное значение, определяемое требованиями к точности системы (обычно 2-5% от значения командного или выходного сигнала в установившемся режиме); максимальное перерегулирование  $S$  - наибольший выброс управляемого процесса относительно установившегося значения по отношению к разности  $e_{ycm}$  и  $e(0)$ ,  $S = \frac{|e_{max} - e_{ycm}|}{|e_{ycm} - e(0)|} 100\%$ ; число колебаний  $N$  - число пересечений значения  $e_{ycm}$  в интервале:  $0 \leq t \leq t_p$

Ошибки системы регулирования в установившихся режимах.

В общем случае разомкнутая система может быть представлена последовательным соединением объекта (неизменяемой части системы) с передаточной функцией  $W_{об}(s)$  и регулятора (корректирующего звена) с передаточной функцией  $W_{pez}(s)$ . Кроме того, учтем дополнительно возмущающее воздействие  $f(t)$ . С учетом этого передаточная функция разомкнутой системы  $W(s) = W_{pez}(s)W_{об}(s)$ . В соответствии с этой структурной схемой изображение по Лапласу от ошибки  $E(s)$  зависит как от командного сигнала, так и от возмущения:

$$E(s) = W_{ve}(s) \cdot V(s) + W_{fe}(s) \cdot F(s) = E_v(s) + E_f(s),$$

где  $W_{ne}(s) = \frac{1}{1+W(s)}$ ,  $W_{fe}(s) = \frac{-W_{об}(s)}{1+W(s)}$ .

## Лекция 19. Интегральные критерии качества.

При рассмотрении качества систем управления большое место занимает группа интегральных критериев качества. Они достаточно полно изложены в обширной литературе по теории автоматического регулирования и управления. Это – интегралы от координат вектора состояния, вектора управления, ошибки регулирования. Интегральные показатели, или критерии качества непосредственно выходят на синтез оптимального управления. При этом под оптимальностью понимается минимум какого-либо интегрального критерия. Наиболее простой из них – это интеграл от квадрата ошибки отработки командного сигнала на бесконечном интервале времени  $J_0 = \int_{t=0}^{\infty} e^2(t) dt$ . Однако, как показала практика, стремление к минимизации такого критерия приводит к чрезмерной колебательности переходных процессов. В связи с этим стали усложнять функционал. Так например, кроме квадрата ошибки с целью уменьшения выбросов в переходных процессах в функционал стали вводить квадрат от её

производной  $J_1 = \int_{t=0}^{\infty} (c_0 e^2(t) + c_1 \dot{e}^2(t)) dt$ . Кроме этого, оказалось полезным учитывать величину управляющего воздействия:  $J_2 = \int_{t=0}^{\infty} (c_0 e^2(t) + c_1 \dot{e}^2(t) + c_U u^2(t)) dt$ . Различные исполнения системы в некоторых случаях стало удобным сравнивать по величине соответствующих интегральных показателей. Такой анализ неизбежно стал перерастать в синтез оптимального управления с различными интегральными критериями. В одной из наиболее общих форм интегральные критерии, используемые в оптимальном синтезе, записывают в виде:  $J = \int_0^{\infty} (\dot{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{Q}_x \dot{\mathbf{x}}(t) + 2\dot{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{Q}_{xU} \dot{\mathbf{u}}(t) + \dot{\mathbf{u}}^T(t) \mathbf{Q}_U \dot{\mathbf{u}}(t)) dt$ . Возникло целое направление в теории

оптимальных систем – аналитическое конструирование регуляторов (АКР). Был разработан специальный математический аппарат, обеспечивающий расчёт управления, которое минимизирует функционал.

Однако, возникла очередная проблема, - проблема выбора значений элементов матриц  $\mathbf{Q}_x$ ,  $\mathbf{Q}_{xU}$ ,  $\mathbf{Q}_U$  в соответствующих квадратичных формах. Эту задачу в общем виде формализовать не удалось до сих пор. В то же время, при проектировании систем выявилась важная закономерность: эталонные процессы, к которым притягивается движение в системе, должны соответствовать структуре управляемого объекта. Это означает, что уравнения эталонной системы, отображённой на рис. 2.46, должны иметь такой же вид, как и уравнения объекта.

Рассмотрим способ формирования ошибки  $e_E$ , характеризующей отклонение некоторой конкретной системы от эталонной. Пусть эталонная система  $n$  однородных дифференциальных уравнений первого порядка приведена к одному дифференциальному уравнению  $n$ -го порядка:  $x_{\text{э}}^{(n)} + g_1 x_{\text{э}}^{(n-1)} + \dots + g_{n-1} x_{\text{э}}^{(1)} + g_n x_{\text{э}} = 0$ . В левую часть равенства вместо координаты  $x_{\text{э}}$  подставим одну из координат вектора состояния объекта. Скорее всего, при этом равенство нулю нарушится. Получаем уравнение невязки:  $x_{\text{об}}^{(n)} + g_1 x_{\text{об}}^{(n-1)} + \dots + g_{n-1} x_{\text{об}}^{(1)} + g_n x_{\text{об}} = e_E$ . Переменная  $e_E$  характеризует отклонение процессов объекта от эталонных. Она равна нулю на интервале времени  $t = [0, \infty)$  только лишь в том случае, когда процессы в объекте или в проектируемой системе полностью тождественны процессам в эталонной системе.

## Лекция 20. Методы синтеза САУ управления.

Синтез управления в многомерной системе. Задача разделения каналов. В предыдущих разделах, посвящённых синтезу, рассматривались объекты со скалярным управлением (входом) и скалярным выходом. На практике встречаются и более сложные объекты. Один из них был упомянут в разделе 2.2. Это смесительный бак, у него две входные величины – два входных потока с различными концентрациями растворённого вещества, и две выходные – концентрация и расход выходного потока. В качестве другого примера может быть взят объект, связанный с перемоткой некоторой полосы с одного рулона на другой. Для этого объекта выходные переменные – это натяжение и линейная скорость перемотки; входные – напряжения или токи приводных двигателей моталки и разматывателя. Наконец, самолёт. В качестве выходных переменных могут выступать углы тангажа, курса и крена; в качестве входных, управляющих, – угловые положения руля высоты, руля направления и элеронов.

Как правило, в таких объектах каждая выходная величина зависит от всех входных. В то же время, при синтезе управления такими объектами часто требуется обеспечить не только заданные динамические и статические свойства системы, но и независимое управление по каждой из выходных переменных.

Пусть уравнения объекта имеют вид  $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t)$ , где размерность вектора состояния  $[n \times 1]$ , вектор управления и вектор выхода имеют одинаковую размерность  $[p \times 1]$ . Такую же размерность имеет вектор командного сигнала  $\mathbf{v}$ , поступающий на вход системы. Требуется синтезировать управление  $\mathbf{u}$  такое, чтобы: 1)  $i$ -я составляющая вектора выхода  $y_i$  зависела только от  $i$ -й составляющей командного сигнала  $v_i$ ; 2) по каждому из каналов была обеспечена заданная динамика, иными словами, передаточная функция  $W_{v_i, y_i}(s) = \frac{Y_i(s)}{V_i(s)}$ , имеющая заданные полюсы; 3) для каждого из каналов был обеспечен заданный статический коэффициент передачи.

Разделение исходного объекта на подсистемы интеграторов. Представим уравнение выхода в виде  $\mathbf{y}^T = \mathbf{x}^T C^T = x^T C_1 \ C_2 \ \dots \ C_p$ , где  $C_i$  – столбцы транспонированной матрицы  $C$ . Тогда  $i$ -я координата вектора выхода  $y_i = C_i \mathbf{x}$ . Рассмотрим процедуру многократного дифференцирования координат вектора выхода:

$$\begin{aligned} y_i' &= C_i \dot{\mathbf{x}} = C_i A \mathbf{x} + C_i B \mathbf{u}; \\ y_i'' &= C_i A^2 \mathbf{x} + C_i A B \mathbf{u} + C_i B \dot{\mathbf{u}}; \\ y_i^{(3)} &= C_i A^3 \mathbf{x} + C_i A^2 B \mathbf{u} + C_i A B \dot{\mathbf{u}}^{(1)} + C_i B \dot{\mathbf{u}}^{(2)}; \\ &\text{LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL} \\ y_i^{(m)} &= C_i A^m \mathbf{x} + C_i A^{m-1} B \mathbf{u} + C_i A^{m-2} B \dot{\mathbf{u}}^{(1)} + \dots + C_i B \dot{\mathbf{u}}^{(m-1)} \end{aligned}$$

Сократим запись:  $y_i^{(m)} = C_i A^m \mathbf{x} + C_i A^{m-1} B \mathbf{u} + \sum_{n=1}^{m-1} C_i A^{m-1-n} B \dot{\mathbf{u}}^{(n)}$ .

Для каждой координаты найдем максимальное число дифференцирований, при котором еще не появляется производная вектора  $\mathbf{u}$ , то есть, найдем такие числа  $m_i$ , что

$$C_i A^{m_i-1} B \neq 0 \quad \text{и} \quad C_i A^{m_i-2} B = 0.$$

Таким образом, получим систему уравнений:

$$y_1^{(m_1)} = C_1 A^{m_1} \mathbf{x} + C_1 A^{m_1-1} B \mathbf{u}; \quad \text{LLLLLLLLLLLLLLLL} \quad y_p^{(m_p)} = C_p A^{m_p} \mathbf{x} + C_p A^{m_p-1} B \mathbf{u}.$$

## Лекция 21. Дискретные системы. Основные понятия.

Линейные импульсные системы автоматического управления. В непрерывных автоматических системах сигналы, несущие информацию об ошибке, а также другие сигналы представляли собой непрерывные функции времени.

Наряду с непрерывными способами передачи и преобразования сигналов, в настоящее время широко применяются дискретные способы, в которых используется та или иная дискретизация сигнала.

Дискретизация состоит в замене непрерывного сигнала теми или иными дискретными значениями и может осуществляться по времени, по уровню или по времени и уровню.

Дискретизация сигнала по времени, или квантование по времени, соответствует выделению значений сигнала в заранее фиксированные моменты времени. Обычно эти моменты времени отстоят друг от друга на постоянную величину  $T$ , называемую интервалом квантования по времени.

Дискретизация сигнала по уровню, или квантование по уровню, соответствует выделению значений сигнала при достижении им заранее фиксированных уровней. Эти фиксированные уровни сигнала обычно отстоят друг от друга на постоянную величину  $S$ , называемую интервалом квантования по уровню.

Дискретизация сигнала по времени и уровню, или квантование по времени и уровню, соответствует выделению в заранее фиксированные моменты времени значений сигнала, ближайших к заранее фиксированным уровням. Типичный пример квантования по времени – кинолента; по уровню – релейный элемент; по времени и уровню – ЦВМ.

В зависимости от типа квантования, которое используется в автоматических системах, а также в дискретных автоматических системах мы будем подразделять на три вида:

импульсные – если хотя бы одна величина, характеризующая состояние системы квантуется по времени;

релейные – если хотя бы одна величина квантуется по уровню;

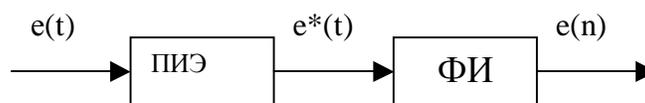
цифровые – если хотя бы одна из величин, характеризующих состояние системы квантуется и по времени и по уровню.

Импульсной системой будем называть такую систему, которая кроме звеньев, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, содержит импульсное звено.

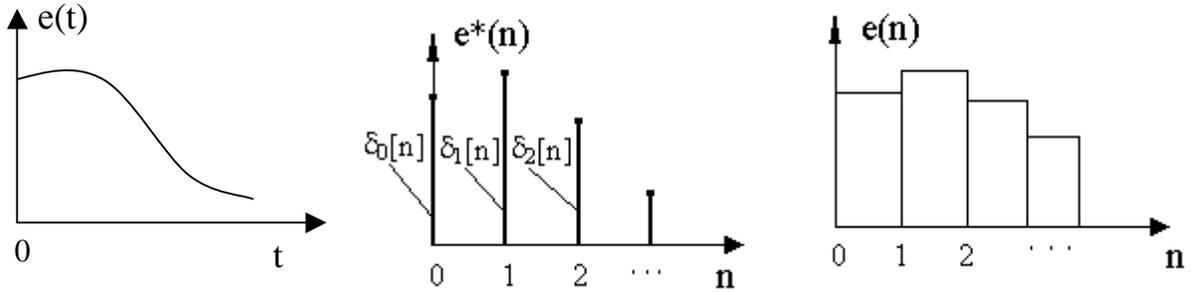
Импульсным будем называть такое звено, которое преобразует непрерывное управляющее или входное воздействие в модулированную последовательность импульсов равно отстоящих друг от друга.

Существует два основных типа импульсных автоматических систем, в которых модуляция сводится к изменению параметров импульсов, амплитуды или длительности (ширины): амплитудно-импульсные и широтно-импульсные системы.

Структура импульсного звена представлена на рисунке, где ПИЭ (простейший импульсный элемент) – на вход поступает непрерывный сигнал, а на выходе формируется последовательность  $\delta$ -функций. ФИ (экстраполятор) – формирователь импульсов.



## Лекция 22. Решетчатые функции. Теоремы Z-преобразований.



Последовательность  $\delta$ -функций называется решетчатой функцией. Функция времени, получаемая заменой непрерывной функции ее значениями в определенные дискретные моменты времени  $t=nT$ , где  $n$  – целое число,  $T$  – период повторения, получила название решетчатой функции, которая обычно обозначается  $f[nT]=f[n]=f(t)|_{t=nT}$ .

Введем понятие разностей:

$\Delta f[n]=f[n+1]-f[n]$  – прямая разность первого порядка,

$\nabla f[n]=f[n]-f[n-1]$  – обратная разность первого порядка,

$\Delta^2 f[n]=\Delta f[n+1]-\Delta f[n]=f[n+2]-2f[n+1]+f[n]$  – прямая разность второго порядка,

$\nabla^2 f[n]=\nabla f[n]-\nabla f[n-1]=f[n]-2f[n-1]+f[n-2]$  – обратная разность второго порядка.

Аналогом «непрерывных» интегралов являются суммы:  $S[n]=\sum_{m=0}^{n-1} f[m]$  – неполная

сумма,  $S_0[n]=S[n]+f[n]$  – полная сумма.

Аналогом «непрерывных» дифференциальных уравнений являются уравнения в прямых и обратных разностях:

$$b_0 \Delta^m y[n] + b_1 \Delta^{m-1} y[n] + \dots + b_{m-1} \Delta y[n] + b_m y[n] = f[n], \quad n=0, 1, 2, \dots,$$

$$b_0 y[n+m] + b_1^* y[n+m-1] + \dots + b_{m-1}^* y[n-1] + b_m y[n] = f[n], \quad n=0, 1, 2, \dots,$$

$$b_0 \nabla^m y[n] + b_1 \nabla^{m-1} y[n] + \dots + b_{m-1} \nabla y[n] + b_m y[n] = f[n], \quad n=0, 1, 2, \dots,$$

$$b_0 y[n] + b_1^* y[n-1] + \dots + b_{m-1}^* y[n-m-1] + b_m y[n-m] = f[n], \quad n=0, 1, 2, \dots.$$

Для уравнений в прямых и обратных разностях, используя аналог преобразования Лапласа, можно записать характеристическое уравнение  $b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_{m-1} z + b_m = 0$ , определив корни которого в виде  $z_i, i=1, 2, \dots, m$ .

Решение однородного разностного уравнения можно записать в виде

$$y[n] = \sum_{i=1}^m c_i z_i^n, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

Из соображений устойчивости  $c_i = \text{const}, |z_i| < 1$ . Аналогом преобразо-

ваний Лапласа является Z-преобразование:  $f(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-\omega t} f(t) dt \Rightarrow F(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-\omega n T}$ .

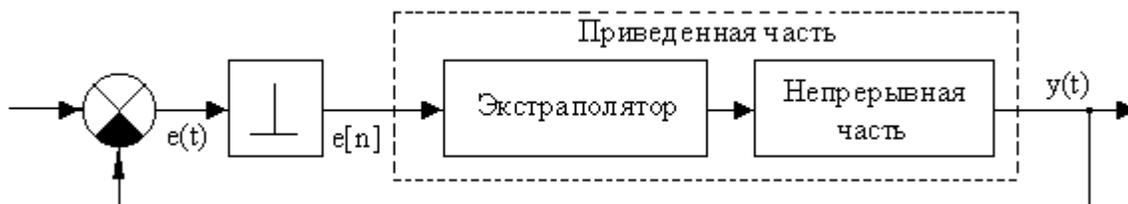
Если  $z = e^{bT}$ , то  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] z^{-n}$  – Z-преобразование. Для Z-преобразований справедливы следующие теоремы об изображениях: опережающей решетчатой функции: 1)

$Z(f[n+m]) = z^m f(z) - z^m \sum_{r=0}^{m-1} f[r] \cdot z^{-r}$ ; 2) запаздывающей решетчатой функции:  $Z(f[n-m]) = z^{-m} f(z)$ ; 3) прямой разности:  $Z(\Delta f[n]) = (z-1)f(z)$ ; 4) обратной разности:  $Z(\nabla f[n]) = \frac{z-1}{z} f(z)$ ;

5) неполной суммы:  $Z(S[n]) = \frac{1}{z-1} f(z)$ ; 6) полной суммы:  $Z(S_0[n]) = \frac{z}{z-1} f(z)$  и т.д.

## Лекция 23. Передаточные функции дискретных систем.

Рассмотрим импульсную систему, представленную на рисунке



Для приведенной части импульсной системы, состоящей из импульсного звена и непрерывной части вводится понятие приведенной части, в которую включают приведенную часть с экстраполятором. Для приведенной части определяют передаточную  $W_{np}(p)$  и весовую  $w_{np}(t)$ , что позволяет записать  $y_0(t) = w_{np}(t)e(0)$ ,  $y_1(t) = w_{np}(t-1)e(1)$ , ...,  $y_m(t) = w_{np}(t-m)e(m)$ .

$y(t) = \sum_{m=0}^n w_{np}(t-m)e(m) \mid t = nT, T = 1 \mid = \sum_{m=0}^n w_{np}(n-m)e(m)$ . Используя таблицу Z-преобразований имеем:  $y(z) = W_{np}(z)e(z)$ . Рассмотрим экстраполятор нулевого порядка вида:



$$W_{\mathcal{Z}}(s) = \int_0^T 1(t)e^{-st} dt = -\frac{1}{s} \int_0^T e^{-st} dt = -\frac{1}{s} (e^{-sT} - 1) = \frac{1}{s} \left(1 - \frac{1}{z}\right) = \frac{z-1}{sz}$$

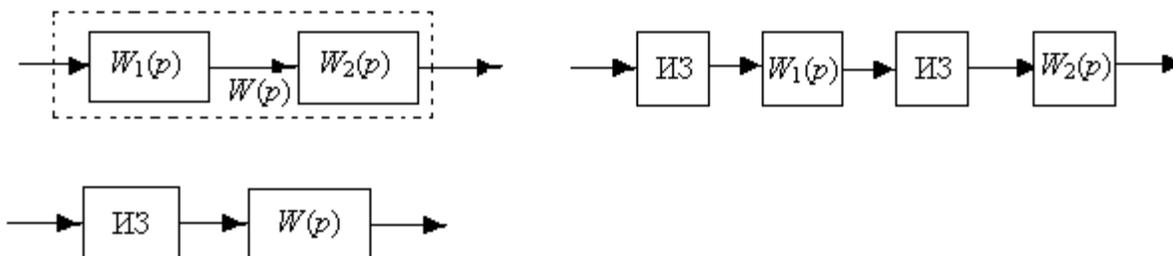
$$W_{np}(s) = W_{\mathcal{Z}}(s)W_{HЧ}(s) = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{W_{HЧ}(s)}{s}, \quad W_{np}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z\left(\frac{W_{HЧ}(s)}{s}\right)$$

Типовые соединения дискретной передаточной функции

1. Параллельное соединение: из  $\sum_{i=1}^2 W_i(s)$  следует  $\sum_{i=1}^2 W_i(z)$ .

2. Последовательное соединение: в общем случае из  $\prod_{i=1}^2 W_i(p)$  не следует  $\prod_{i=1}^2 W_i(z)$ ,

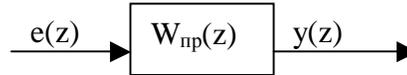
что и отражено на рис.



3. Системы с обратной связью:  $\Phi(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)}$ .

## Лекция 24. Частотные функции импульсных систем. Устойчивость ИСАУ.

Рассмотрим импульсную систему, схема которой представлена на рисунке



В передаточной функции приведенной части заменим  $z$  на  $e^{j\omega T}$ . Согласно графическому изображению годографа частотной передаточной функции, см. Рис. 33, ее можно записать в виде

$$W(e^{j\omega T}) = \text{mod}(W(e^{j\omega T})) \exp(j \arg(W(e^{j\omega T}))) = \text{Re}(W(e^{j\omega T})) + j \text{Im}(W(e^{j\omega T})).$$

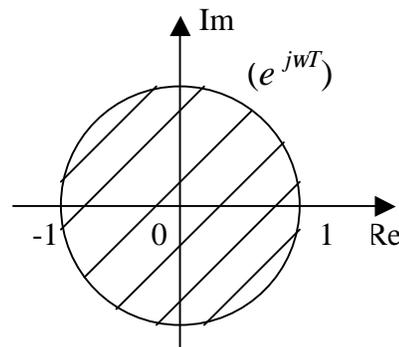
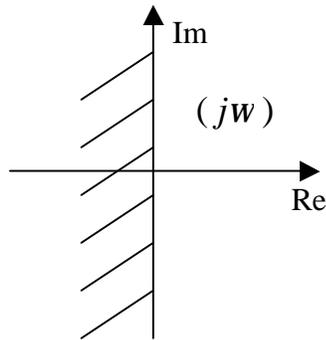
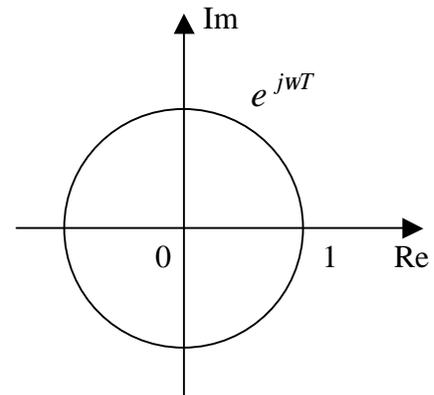
$$\omega = 0.5 \omega_c,$$

$$\omega_c = \frac{2p}{T_c}, \quad T_c - \text{период,}$$

$$\omega = 0, 2p, \dots$$

Устойчивость дискретных систем автоматического управления.

Необходимые и достаточные условия устойчивости непрерывных и дискретных систем представлены на рисунках.



Необходимое и достаточное условие устойчивости дискретных систем -  $|z_i| < 1$ , где  $z_i$  - корни характеристического уравнения  $W_{пр}(z)$ . Но данное условие не нашло широкого применения. Тогда для исследования устойчивости дискретных систем было предложено  $u$  - преобразование:

$$u = \frac{z-1}{z+1} = \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} = \frac{\cos \omega T + j \sin \omega T - 1}{\cos \omega T + j \sin \omega T + 1} = j \cdot \text{tg} \frac{\omega T}{2} = j \cdot l,$$

где  $l = \text{tg} \frac{\omega T}{2}$  - псевдочастота,

$$-\frac{p}{T} \leq \omega \leq \frac{p}{T} - \text{частотный диапазон.}$$

Таким образом, выполняя в  $W(z)$  замену параметра  $z$  на  $u$ , получаем передаточную функцию дискретной системы, для которой применим математический аппарат исследования передаточных функций непрерывных систем.

## Лекция 25. Дискретные модели непрерывных систем.

Постановка задачи дискретизации. Для динамической системы, непрерывная модель которой имеет вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad t \in R,$$

требуется получить эквивалентную систему разностных уравнений или модель вида

$$x[k+1] = Px[k] + Qu[k], \quad y[k] = \bar{C}x[k] + \bar{D}u[k], \quad k = 0, 1, \dots$$

Здесь под *эквивалентностью систем* понимается совпадение их реакций на одно и то же входное воздействие при соответствующих начальных условиях. Более того, при  $u[k] = u(t_k)$ , где  $t_k = kT_0$ ,  $T_0 = \text{const}$  – шаг дискретизации (период квантования), выполнено  $y[k] = y(t_k)$  – решения уравнений совпадают при  $t_k = kT_0$ .

Формулы перехода к разностным уравнениям. Рассмотрим задачу определения матриц  $P, Q, \bar{C}, \bar{D}$  в (2.82) по известным матрицам  $A, B, C, D$ , исходя из сформулированного выше требования эквивалентности систем по отношению к входному воздействию  $u(t)$ . Для простоты изложения ограничимся рассмотрением кусочно-постоянного процесса вида

$$u(t) = u(t_k) \quad \text{при} \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad t_k = kT_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

достаточно распространенного на практике, который формируется так называемым *фиксатором* или *экстраполятором нулевого порядка*. Известно, что решение этой задачи с использованием аппарата передаточных функций и  $z$ -преобразования (дискретного преобразования Лапласа) позволяет передаточную функцию дискретной модели  $W_D(z)$  записать следующим

образом:  $W(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}$ , где  $Z$  означает операцию  $z$ -преобразования переходной

функции исходной непрерывной системы. Для решения аналогичной задачи в рамках метода пространства состояний воспользуемся формулой Коши (2.80) и проинтегрируем первое уравнение из (2.81) на интервале  $[t_k, t_{k+1}]$ , полагая на нем  $u(t) = u(t_k)$ . При  $x_0 = x(t_k)$  получим

$$x(t_{k+1}) = e^{A(t_{k+1}-t_k)}x(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-u)}Bu(u)du = e^{AT_0}x(t_k) + \left( \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-u)}du \right)Bu(t_k).$$

Если ввести новую переменную  $q = t_{k+1} - u$ , то, вычисляя интеграл в круглых скобках из соотношения (2.84), при  $t_{k+1} - t_k = T_0$  получим

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-u)}du = \int_0^{T_0} e^{Aq}dq = A^{-1}(e^{AT_0} - E),$$

предполагая, что матрица  $A$  невырожденная.

Следовательно, можно записать

$$x(t_{k+1}) = e^{AT_0}x(t_k) + A^{-1}(e^{AT_0} - E)Bu(t_k), \quad \det A \neq 0,$$

а уравнение выхода, представить в виде  $y(t_k) = Cx(t_k) + Du(t_k)$ . Можно получить и соотношения  $P = e^{AT_0}$ ,  $Q = A^{-1}(P - E)B$ ,  $\bar{C} = C$ ,  $\bar{D} = D$ . Когда выполнен переход от (2.81) к (2.82), то с учетом соотношений (2.87) можно записать уравнения

$$x[k+1] = e^{AT_0}x[k] + A^{-1}(e^{AT_0} - E)Bu[k], \quad \det A \neq 0, \quad y[k] = Cx[k] + Du[k], \quad k = 0, 1, \dots,$$

которые с помощью  $z$ -преобразования и преобразований могут быть представлены следующим образом:

$$y(z) = W(z)u(z) = (C(zE - e^{AT_0})^{-1}A^{-1}(e^{AT_0} - E)B + D)u(z) = (C(zE - P)^{-1}Q + D)u(z), \quad \det A \neq 0.$$

## Лекция 26. Вычисление матричной экспоненты.

Методы вычисления матричной экспоненты  $e^{At}$  обычно подразделяют на *точные* и *приближенные*. Точные позволяют получить выражение для матричной экспоненты через скалярные аналитические функции, а приближенные – аппроксимировать ее с некоторой алгоритмической ошибкой, зависящей от способа аппроксимации и параметров алгоритма.

Точные методы. Рассмотрим аналитические выражения для матричной функции  $e^{At}$  в следующих частных случаях: матрица  $A$  диагональная с вещественными собственными значениями. Пусть  $A = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ,  $\text{Im } s_i = 0, i = 1, \dots, n$ . Непосредственным вычислением суммы ряда получаем

$$e^{At} = \text{diag}\{e^{s_1 t}, e^{s_2 t}, \dots, e^{s_n t}\},$$

где  $e^{s_i t}$  – скалярные экспоненты.

Матрица  $A$  блочно-диагональная с мнимыми собственными значениями.

Пусть  $A$  имеет собственные числа:  $s_{1,2} = a \pm jb, j^2 = -1$ , тогда ее можно представить как  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} = aE + \begin{bmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{bmatrix}$ , а матричную экспоненту в виде  $e^{At} = e^{aEt} e^{\begin{bmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{bmatrix} t}$ . Можно

показать, что это соотношение имеет вид  $e^{At} = e^{at} \begin{bmatrix} \cos bt & \sin bt \\ -\sin bt & \cos bt \end{bmatrix}$ . Матрица  $A$  имеет крат-

ные вещественные собственные значения. Пусть  $s_i = 0, i = 1, 2, 3$ , т.е. матрица  $A$  *нильпотент-*

*ная*  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , вычисляя степени которой получаем, что  $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A^3 = A^4 = \dots = 0$ .

Этот ряд точно выражается первыми тремя слагаемыми в виде

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & t & 0.5t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В случае отличных от нуля кратных вещественных собственных значений  $s_i = a, i = 1, 2, 3$  аналогично предыдущему получаем

$$e^{At} = e^{at} \begin{bmatrix} 1 & t & 0.5t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Если матрица  $A$  имеет произвольный вид, то всегда существует невырожденное преобразование с матрицей  $T$  такое, что подобная ей матрица  $\bar{A} = TAT^{-1}$  – жорданова. Тогда по свойству переходной матрицы получаем

$$e^{At} = T^{-1} e^{\bar{A}t} T.$$

Аналитические формулы для матричной экспоненты могут быть получены также на основе преобразования Лапласа. Этот способ основан на том, что резольвента  $R(s)$  постоянной матрицы  $A$  является изображением по Лапласу ее матричной экспоненты, т.е.

$$L(e^{At}) = (sE - A)^{-1},$$

причем элементы переходной матрицы можно найти с помощью таблиц обратного преобразования Лапласа.

## Лекция 27. Устойчивость дискретных моделей.

Процедура построения дискретных моделей непрерывных систем всегда сопровождается требованием о сохранении свойства устойчивости: *устойчивая непрерывная система должна приводить к устойчивой дискретной модели, а в случае неустойчивой исходной системы ее дискретная модель тоже должна получиться неустойчивой.*

Точный подход. Для точных методов перехода это требование выполнено, а для приближенных не всегда. Как известно, асимптотическая устойчивость линейных непрерывных систем имеет место, если корни характеристического многочлена (собственные числа) матрицы  $A$  в (2.81) имеют отрицательные вещественные части, т.е.

$$\operatorname{Re} s_i < 0 \text{ при } \det(s_i E - A) = 0, i = 1, \dots, n.$$

При этом дискретная система будет асимптотически устойчивой, если корни ее характеристического многочлена удовлетворяют условию

$$|z_i| < 1 \text{ при } \det(z_i E - P) = 0, i = 1, \dots, n.$$

Известно следующее утверждение: согласно точной формуле  $P = e^{AT_0}$ , следовательно, во-первых, собственные числа  $z_i$  матрицы  $P$  определяются соотношением  $z_i = e^{s_i T_0}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , во-вторых, при всех  $T_0 > 0$  выполнено  $\{\operatorname{Re} s_i < 0 \Leftrightarrow |z_i| < 1\}$ , в-третьих, свойства устойчивости систем эквивалентны.

Метод Эйлера. Согласно этому методу по (2.91) получаем равенство  $P = E + AT_0$ . Следовательно,  $z_i = 1 + s_i T_0$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Проверка условия устойчивости  $|z_i| < 1$  приводит к следующим неравенствам:

$$(a_i + 1)^2 + b_i^2 < 1, a_i = T_0 \operatorname{Re} s_i, b_i = T_0 \operatorname{Im} s_i, i = 1, \dots, n.$$

Это условие означает, что значения корней характеристического многочлена системы, умноженные на интервал квантования, должны находиться на комплексной плоскости внутри круга единичного радиуса с центром в точке  $(-1, j0)$ . Это эквивалентно неравенству

$$T_0 = 2 \min_i \frac{|\operatorname{Re} s_i|}{|s_i|^2}.$$

Область применения явного метода Эйлера существенно ограничивается малыми (относительно модулей собственных чисел системы) значениями  $T_0$ .

Неявный метод Эйлера. Согласно формуле  $P = (E - Aq)^{-1}$  имеем

$$z_i = \frac{1}{1 - s_i T_0}, i = 1, \dots, n,$$

следовательно, условие  $|z_i| < 1$  приводит к неравенствам

$$(a_i - 1)^2 + b_i^2 > 1, a_i = T_0 \operatorname{Re} s_i, b_i = T_0 \operatorname{Im} s_i, i = 1, \dots, n.$$

Данное условие означает, что корни характеристического многочлена системы, умноженные на интервал квантования, должны находиться на комплексной плоскости вне окружности единичного радиуса с центром в точке  $(1, j0)$ .

Из этого следует, что при такой аппроксимации для любой устойчивой непрерывной системы будет получена устойчивая дискретная модель при всех (а не только малых)  $T_0 > 0$ .

Следует отметить, что свойства устойчивости непрерывных и дискретных моделей не будут эквивалентными: устойчивые дискретные модели могут получиться и для неустойчивых исходных непрерывных систем.

Точность аппроксимации по этому методу невелика.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторный практикум, состоящий из одного вводного, двух аттестационных занятий и 8 лабораторных работ, хотя и затрагивает только часть основных разделов дисциплины учебной ОТУ, тем ни менее позволяет студентам получить достаточно полное представление о роли управления в технических системах, а также приобрести практические навыки, необходимые для решения ряда практических задач анализа и синтеза систем автоматического управления (САУ).

Лабораторные работы имеют различный уровень сложности и выполняются два, четыре и шесть часов. Каждая предполагает самостоятельную работу студентов по освоению лекций и теоретического материала, вынесенного на самостоятельное изучение. Текущий контроль знаний осуществляется путем опроса студентов перед началом лабораторного занятия по вопросам, перечень которых приведен в каждой лабораторной работе.

### ВВОДНОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАНЯТИЕ

**Тема.** Знакомство с интерфейсом, структурой и назначением программного комплекса "ТАУ"

**Цель.** Изучение базовых возможностей ППП "ТАУ"

**Задание.**

Запустите пакетный файл **tay.bat** из каталога **ТАУ** и выберите:\*

- 1) в главном меню программу **watt**. Используя Приложение 1 или электронную подсказку пакета **ТАУ**, ознакомьтесь с программой, предназначенной для исследования классической системы авторегулирования Уатта;
- 2) в главном меню программу **linsys**. Ознакомьтесь с программой, предназначенной для исследования линейных систем управления;
- 3) в главном меню программу **asympt**. Используя Приложение 2 или электронную подсказку пакета **ТАУ**, ознакомьтесь с программой, предназначенной для исследования асимптотических свойств линейных систем управления при увеличении коэффициента усиления;
- 4) в главном меню программу **control**. Используя Приложение 3 или электронную подсказку пакета **ТАУ**, ознакомьтесь с программой, предназначенной для исследования системы автоматического регулирования;
- 5) в главном меню программу **impuls**. Ознакомьтесь, используя электронную подсказку пакета **ТАУ**, с программой, предназначенной для исследования импульсной системы с цифровым регулятором;
- 6) в главном меню программу **mvacs**. Ознакомьтесь, используя электронную подсказку пакета **ТАУ**, с программой, предназначенной для исследования многосвязной системы регулирования. Ознакомьтесь, используя электронную подсказку, с другими программами пакета **ТАУ**.

---

\* Еремин Е.Л., Еремин И.Е., Ильина Л.В. Основы теории управления. Практикум на ПЭВМ. Благовещенск, Амурский гос. у-нт. 2002. 92 с., где в приложениях дано описание файлов: **Readme** (см. Приложение А) и ряда **Help**-ов (см. Приложение В).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

**Тема.** Исследование характеристик динамических звеньев 1-го порядка.

**Цель.** Имитационное моделирование и анализ динамических процессов в аperiodическом, реально-дифференцирующем, упругом и некоторых неустойчивых звеньях.

**Текущий контроль знаний.**

1. Дайте строгое определение передаточной функции.
2. Как получить передаточную функцию системы управления, если ее математическая модель представлена в виде дифференциального уравнения  $n$  - го порядка или системы  $n$  - дифференциальных уравнений первого порядка?
3. Какие вам известны временные характеристики систем управления?
4. Дайте определения этих характеристик, поясните их назначение.
5. Какие аналитические зависимости связывают передаточную функцию  $W(p)$  с переходным процессом  $h(t)$  и весовой функцией  $w(t)$ ?
6. Запишите передаточные функции и уравнения переходных процессов для следующих звеньев: аperiodического первого порядка, реально дифференцирующего и упругого (интегрирующего).
7. Приведите физические и технологические примеры аperiodического звена первого порядка и реально дифференцирующего звена.
8. Как по графику переходного процесса аperiodического звена первого порядка или реально дифференцирующего звена определить значения коэффициента передачи и постоянной времени?
9. Запишите уравнения переходных процессов для неустойчивых звеньев, описываемых передаточными функциями вида:

$$W(p) = \frac{K}{Tp - 1}, \quad W(p) = \frac{T_1 p}{T_2 p - 1}. \quad (1)$$

10. Каким образом, используя способ прямого программирования, можно получить описание системы управления в пространстве состояний, если ее исходная математическая модель задана в виде передаточной функции?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

**Тема.** Исследование характеристик динамических звеньев 2-го порядка и типовых соединений в линейных системах управления.

**Цель.** Имитационное моделирование и анализ переходных процессов в звеньях второго порядка и систем управления, построенных с помощью типовых соединений.

**Текущий контроль знаний.**

1. Какие вы знаете виды типовых соединений звеньев?

2. Для какого типового соединения введены понятия разомкнутой и замкнутой систем?

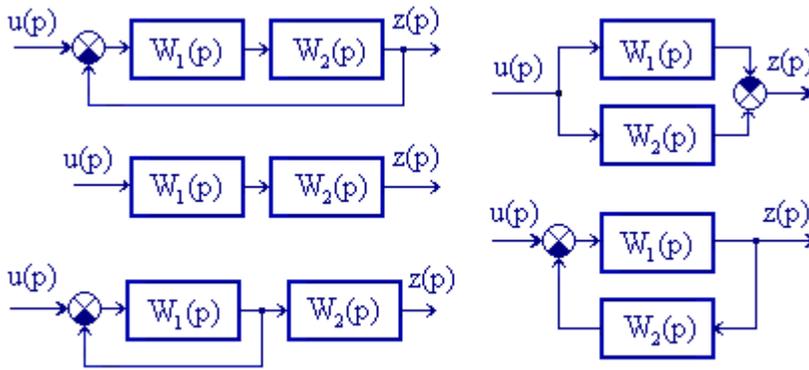


Рис. 2

3. Дайте характеристику виду переходных процессов в системах управления, структурные схемы которых показаны на рис.2, полагая, что передаточные функции элементов систем управления имеют вид:

$$W(p) = K, \quad W(p) = \frac{1}{Tp},$$

при необходимости, для каждой системы определите явный вид передаточной функции  $W(p)=z(p)/u(p)$  и воспользуйтесь этими результатами в своих рассуждениях.

4. Объясните, каким образом для динамического звена с передаточной функцией  $W(p)=W_1(p)W_2(p)$ , где ее составляющие определены в виде

$$W_1(p) = \frac{K_1}{T_1p + 1}, \quad W_2(p) = \frac{K_2}{T_2p + 1},$$

были получены структурные схемы в пространстве состояний, изображенные на рис. 3.

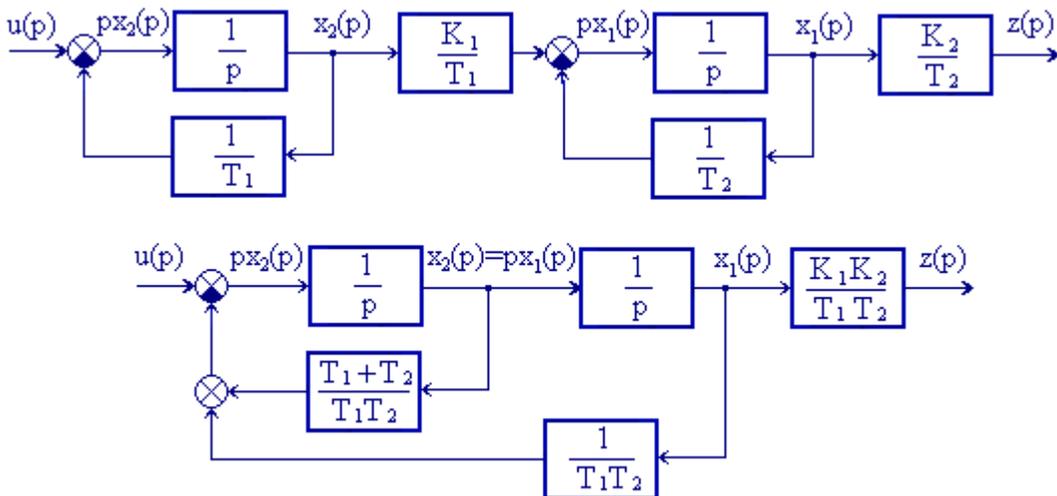


Рис. 3

5. Опишите передаточные функции и уравнения переходных процессов для следующих звеньев: апериодического второго порядка, колебательного и интегрирующего с замедлением. Приведите физические примеры таких звеньев.

6. По аналогии с какой из структурных схем показанных на рис.3, вы осуществляли бы моделирование системы управления в пространстве состояний, если бы ее передаточная функция имела вид:

$$W(p) = \frac{c_0 \prod_{j=1}^m (c_j p + 1)}{d_0 \prod_{j=1}^m (d_j p + 1)}, \quad W(p) = \frac{\sum_{j=0}^m a_j p^{m-j}}{\sum_{i=0}^n b_i p^{n-i}}.$$

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

**Тема.** Исследование частотных характеристик линейных систем управления.

**Цель.** Имитационное моделирование частотных характеристик типовых динамических звеньев систем автоматического управления и определение их параметров.

**Текущий контроль знаний.**

1. Что такое комплексный коэффициент усиления системы управления?
2. Какими типовыми характеристиками описываются частотные передаточные функции системы управления в прямоугольной системе координат и полярной?
3. Дайте определение амплитудно- и фазочастотной характеристик, а также запишите соответствующие им формулы на примере передаточной функции любой конкретной системы управления.
4. Как построить графики указанных выше частотных характеристик?
5. С какой целью в теории автоматического управления используют логарифмические частотные характеристики? В чем достоинство и каковы недостатки применения этих характеристик? (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).
6. Запишите явный вид функций  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ ,  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  для следующих типовых динамических звеньев: апериодического первого и второго порядков, реально-дифференцирующего и колебательного. Приведите графики этих характеристик.
7. Как определить характеристики  $\varphi(\omega)$  и  $L(\omega)$  системы управления, если она образована последовательным соединением звеньев с известными функциями  $\varphi_1(\omega)$ ,  $L_1(\omega)$ ,  $\varphi_2(\omega)$  и  $L_2(\omega)$ ? Поясните свой отчет на примере. (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).

### ПЕРВОЕ АТТЕСТАЦИОННОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАНЯТИЕ

**Цель.** Проверка знаний и навыков студентов по исследованию динамических свойств и характеристик линейных систем управления во временной и частотной областях.

*Замечание.* На аттестационное занятие студент должен предоставить для защиты отчеты по лабораторным работам №№ 1, 2, 3 в электронном или отпечатанном виде.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

**Тема.** Исследование устойчивости систем управления с обратной связью.

**Цель.** Проведение анализа устойчивости линейных замкнутых систем управления и исследование влияния значений коэффициентов их характеристических уравнений на вид переходных процессов в системе.

**Текущий контроль знаний.**

1. Сформулируйте необходимые и достаточные условия устойчивости линейной динамической системы управления.
2. Перечислите известные вам критерии устойчивости, применяемые при решении задач анализа и синтеза линейных систем управления.
3. Сформулируйте частотный критерий устойчивости Михайлова.
4. Сформулируйте алгебраический критерий устойчивости.
5. Приведите известные вам формулировки критерия устойчивости Найквиста.
6. В чем принципиальные различия частотных критериев устойчивости Михайлова и Найквиста между собой?
7. Как определяются запасы устойчивости системы управления по амплитуде и частоте?
8. Что такое критический коэффициент усиления?
9. Чем отличаются линейные условно устойчивые системы от абсолютно устойчивых систем?
10. Дайте качественную характеристику вида годографа разомкнутой системы с передаточной функцией вида

$$W(p) = \frac{K}{p^2(Tp + 1)}$$

и сделайте вывод об устойчивости замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью.

11. Обеспечивая устойчивость замкнутой системы управления (с помощью любого критерия устойчивости), запишите соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты разомкнутой  $W(p)$  при:

$$W_1(p) = \frac{K(T_1p + 1)}{p(T_2p + 1)},$$

$$W_2(p) = \frac{Kp}{T_1^2 p^2 - T_2 p + 1},$$

$$W_3(p) = \frac{K(T_1p - 1)}{T_2 p + 1}.$$

12. Определите критическое значение коэффициента усиления разомкнутой системы, если ее передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

13. Для системы управления четвертого порядка нарисуйте годографы Михайлова, которые соответствовали бы нахождению системы управления на трех различных границах устойчивости.
14. Какие из математических моделей системы управления:

$$\text{первая: } \begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1u(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2u(t), \end{cases}$$

$$\text{вторая: } T_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t),$$

$$\text{третья: } \begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + bu(t), \end{cases}$$

могут использоваться для исследования устойчивости системы при помощи прямого метода Ляпунова?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

**Тема.** Исследование статических и скоростных ошибок замкнутых систем.

**Цель.** Анализ установившихся ошибок статических и астатических систем управления в режимах стабилизации и слежения.

**Текущий контроль знаний.**

1. Чем отличается друг от друга статические и астатические системы, и от чего зависит порядок астатизма системы управления?
2. Докажите, что для замкнутой системы управления со статической  $W(p)$  величина установившейся ошибки в режиме стабилизации зависит от величины коэффициента усиления разомкнутой системы  $W(p)$ .
3. Докажите, что для замкнутой системы управления с астатической  $W(p)$  величина установившейся ошибки в режиме стабилизации стремится к нулю.
4. Докажите, что для замкнутой системы управления со статической  $W(p)$  величина установившейся ошибки в режиме слежения стремится в бесконечность.
5. Докажите, что для замкнутой системы управления с астатической  $W(p)$  величина установившейся ошибки в режиме слежения зависит от величины коэффициента усиления разомкнутой системы  $W(p)$ .

**Задание.**

При выполнении заданий пп. 1 и 2 используются исходные данные лабораторной работы № 4.

1. Для замкнутой системы управления показанной на рис. 4, со статической передаточной функцией разомкнутой системы  $W_{раз}(p) = R(p)W(p)$ , явный вид которой задан следующим образом:

$$W_{раз}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4^2 p^2 + 2IT_4 p + 1)}, \quad (13)$$

определите аналитически величину статической и скоростной ошибок при входных воздействиях

$$f(t) = 1(t),$$

$$f(t) = t. \text{ Полученные результаты подтвердите экспериментально.}$$

*Замечание.* Перед началом расчета необходимо убедиться в устойчивости замкнутой системы. При этом если замкнутая система окажется неустойчивой, то необходимо изменить значения заданных параметров. Предлагаемые изменения обосновать и использовать в последующих расчетах и при моделировании.

- Для той же замкнутой системы управления, но с астатической передаточной функцией разомкнутой системы  $W_{раз}(p) = R(p)W(p)$ , явный вид которой задан следующим образом:

$$W_{раз}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}, \quad (14)$$

повторите задание п.1.

- Докажите аналитически и покажите экспериментально, что за счет выбора в передаточной функции

$$W_{раз}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{p^2(T_3 p + 1)} \quad (15)$$

величины коэффициента усиления  $K$  и значений постоянных времени  $T_1$  и  $T_3$  в замкнутой системе можно обеспечить устойчивость при астатизме второго порядка  $W_{раз}(p)$ .

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

**Тема.** Исследование типовых законов регулирования для систем с запаздыванием по управлению.

**Цель.** Анализ качества работы замкнутых САУ с И, П, ПИ и ПИД регуляторами.

**Текущий контроль знаний.**

- Запишите передаточные функции И, П, ПИ и ПИД законов регулирования и постройте для них графики переходных процессов.
- Охарактеризуйте достоинства и недостатки каждого из типовых законов регулирования.
- Что означает (применительно к типовым регуляторам) понятие помехозащищенности?
- Какая связь существует между корректирующими звеньями и типовыми регуляторами?
- Что означает термин «параметр настройки регулятора»? Перечислите параметры настройки каждого из типовых регуляторов.
- Как выбор типа регулятора связан с устойчивостью разрабатываемой системы управления?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

**Тема.** Исследование влияния корректирующих звеньев на процессы управления в замкнутых системах.

**Цель.** Анализ частотных и временных характеристик последовательных корректирующих звеньев и синтез их алгоритмической структуры при разработке систем с заданными показателями качества управления.

**Текущий контроль знаний.**

8. Какие способы включения корректирующих звеньев в САУ вам известны?
9. Как рассчитать САУ с корректирующим звеном в обратной связи для случая, когда известно ее математическое описание с последовательным корректирующим звеном?
10. В чем отличие пассивной коррекции от активной? (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).
11. Почему типовые регуляторы (законы регулирования) можно считать простейшими корректирующими устройствами? (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).
12. Приведите примеры корректирующих звеньев. (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).
13. Как определить передаточную функцию последовательного корректирующего звена для случая, когда явный вид передаточных функций располагаемой и желаемой систем известен? (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).
14. Как определить передаточную функцию параллельного корректирующего звена по известной передаточной функции последовательного корректирующего звена? (*Вопрос раздела самостоятельной работы*).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

**Тема.** Исследование динамики нелинейных систем первого типа.

**Цель.** Анализ временных характеристик систем управления с нелинейностями типа: зоны насыщения; зоны насыщения с зоной нечувствительности; идеального реле; реле с зоной нечувствительности; реле с гистерезисом; реле с гистерезисом и зоной нечувствительности.

**Текущий контроль знаний.**

1. Какую систему управления принято называть нелинейной системой первого типа?
2. Запишите уравнения и нарисуйте графические образы следующих нелинейных элементов: зоны насыщения; зоны насыщения с зоной нечувствительности; идеального реле; реле с зоной нечувствительности; реле с гистерезисом; реле с гистерезисом и зоной нечувствительности.

## ВТОРОЕ АТТЕСТАЦИОННОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАНЯТИЕ

**Цель.** Проверка знаний и навыков студентов по АНАЛИЗУ И СИНТЕЗУ линейных и нелинейных систем автоматического управления.

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

### РАБОТА №1. НЕПРЕРЫВНЫЕ СИСТЕМЫ

Передаточные функции непрерывных систем управления. Понятие разомкнутой системы неразрывно связано с понятием замкнутой системы, поскольку первая получается из второй путем разрыва обратной связи; при этом важно, что обратную связь следует разрывать перед тем сумматором, относительно которого рассматривается вход исследуемой системы. Далее будем использовать следующие обозначения:  $\Phi(p)$  – передаточная функция замкнутой системы,  $W(p)$  – передаточная функция разомкнутой системы, в частности – см. структурную схему САУ на рис. 16.

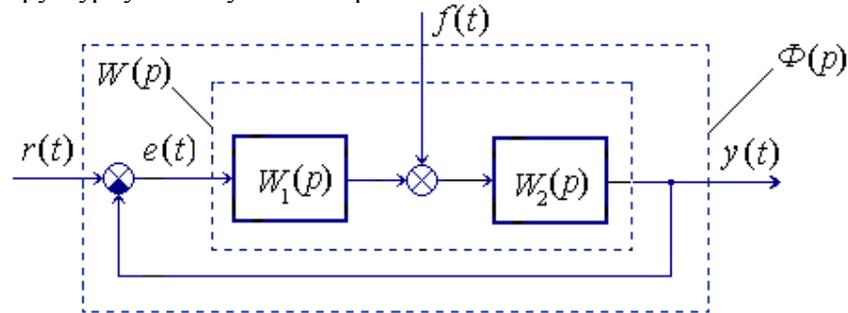


Рис. 16

Тогда, если  $f(t) = 0$ ,  $r(t) \neq 0$ , то передаточные функции "по выходу" в системе на рис. 16 получат вид соотношений

$$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}, \quad \Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}, \quad W_{np}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p), \quad W_{oc}(p) = 1, \quad \Phi(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)},$$

где нижние индексы ( $_{np}$ ) и ( $_{oc}$ ) – обозначение прямого и обратного каналов связи; для этой же структурной схемы передаточные функции "по ошибке" будут описываться выражениями:

$$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}, \quad \Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}, \quad W_{np}(p) = 1, \quad W_{oc}(p) = W_1(p)W_2(p), \quad \Phi_e(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

В свою очередь, если  $f(t) \neq 0$ ,  $r(t) = 0$ , то

$$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}, \quad \Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}, \quad W_{np}(p) = W_1(p), \quad W_{oc}(p) = -W_2(p), \quad \Phi_f(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)},$$

а также

$$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}, \quad \Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}, \quad W_{np}(p) = -W_2(p), \quad W_{oc}(p) = W_1(p), \quad \Phi_{ef}(p) = \frac{-W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

При этом уравнение связи в изображениях по Лапласу для выхода  $y(p)$  относительно входов  $r(p)$  и  $f(p)$  можно записать в виде

$$y(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} r(p) + \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} f(p),$$

а уравнение связи для ошибки  $e(p)$  следующим образом:

$$e(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} r(p) - \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)} f(p).$$

Частотные характеристики непрерывных систем получают на основе передаточной функции исследуемой системы. Для этого в  $W(p)$  осуществляется замена  $p \rightarrow j\omega$ , где  $j^2 = -1$ ,  $\omega \in \mathbb{R}$ ,  $-\infty < \omega < +\infty$ .

Согласно графическому изображению фрагмента годографа частотной передаточной функции  $W(j\omega)$  (см. рис. 17) ее можно записать в виде

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}(W(j\omega)) + j\operatorname{Im}(W(j\omega)) = \operatorname{mod}(W(j\omega)) \cdot e^{j\arg(W(j\omega))},$$

где в зависимости от системы координат применяются следующие обозначения:  $U(\omega) = \operatorname{Re}(W(j\omega))$  – вещественная частотная характеристика,  $V(\omega) = \operatorname{Im}(W(j\omega))$  – мнимая частотная характеристика,  $A(\omega) = \operatorname{mod}(W(j\omega))$  – амплитудно-частотная характеристика,  $\varphi(\omega) = \arg(W(j\omega))$  – фазо-частотная характеристика.

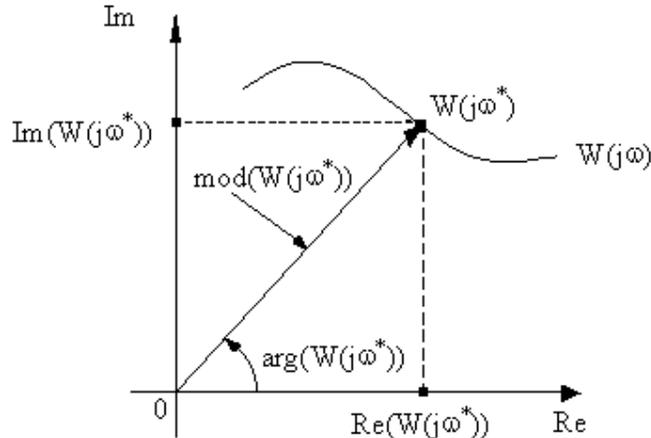


Рис. 17

Частотные критерии устойчивости непрерывных систем.

Критерий Михайлова. Критерий формулируется относительно годографа характеристического уравнения исследуемой системы, пусть имеющего следующее описание:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n, \quad a_i = \text{const}, \quad i = 0, \dots, n, \quad (22)$$

которое при замене  $p \rightarrow j\omega$  получает вид

$$D(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} j\omega + a_n.$$

Формулировка критерия Михайлова: чтобы система с характеристическим уравнением (22) была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы при  $\omega \in [0, +\infty)$  годограф Михайлова  $D(j\omega)$  начинался с положительного значения на вещественной оси и проходил последовательно  $n$  квадрантов против часовой стрелки, где  $n$  – порядок характеристического уравнения (22).

Критерий Найквиста. Критерий применяется для анализа устойчивости линейных замкнутых систем с единичной отрицательной обратной связью (см. рис. 18), при этом наиболее характерным обстоятельством является то, что об устойчивости замкнутой системы  $\Phi(p)$  судят по внешнему виду годографа разомкнутой системы  $W(j\omega)$ .

В связи с тем, что свойства полиномов  $R(p)$  и  $Q(p)$  могут быть различными, при формулировке критерия их свойства оговариваются.

Поэтому рассмотрим несколько определений.  $W(p)$  принято называть *минимально фазовой* тогда, когда все корни полинома  $R(p)$ , т.е. нули  $W(p)$ , лежат в левой полуплоскости.  $W(p)$  называется *гурвицевой*, если все корни полинома  $Q(p)$ , т.е. полюсы  $W(p)$ , лежат в левой полуплоскости. Первая формулировка критерия устойчивости Найквиста (для случая минимально фазовой гурвицевой  $W(p)$ ): для устойчивости замкнутой системы необхо-

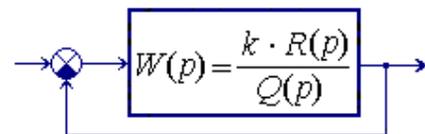


Рис. 18

димо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы  $W(j\omega)$  при изменении частоты  $\omega \in [0, +\infty)$  не охватывал точку с координатами  $(-1, j0)$ .

Вторая формулировка критерия устойчивости Найквиста (для случая минимально фазовой негурвицевой  $W(p)$ ): для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф разомкнутой системы  $W(j\omega)$  при изменении частоты  $\omega \in [0, +\infty)$  охватывал точку с координатами  $(-1, j0)$  против часовой стрелки  $m/2$  раз, где  $m$  – число корней полинома  $Q(p)$ , лежащих в правой полуплоскости.

## РАБОТА №2. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

Передаточные функции дискретных систем. Рассмотрим импульсную систему с одним импульсным элементом, структурная схема которой показана на рис. 26 и где выделена так называемая приведенная часть системы, объединяющая непрерывную часть совместно с экстраполятором.

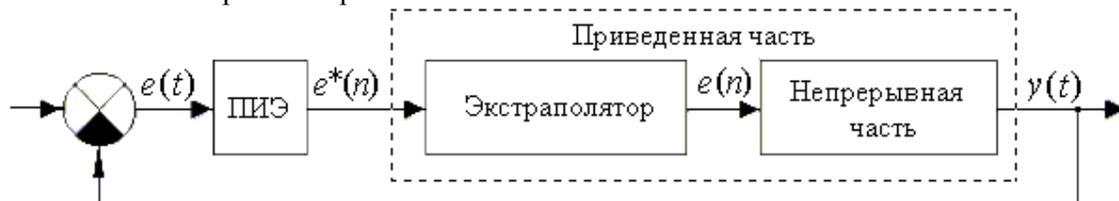


Рис. 26

Если для приведенной части системы ввести в рассмотрение весовую  $\omega_{np}(t)$  и передаточную  $W_{np}(p)$  функции (см. рис. 27), то можно найти и  $W_{np}(z)$ .

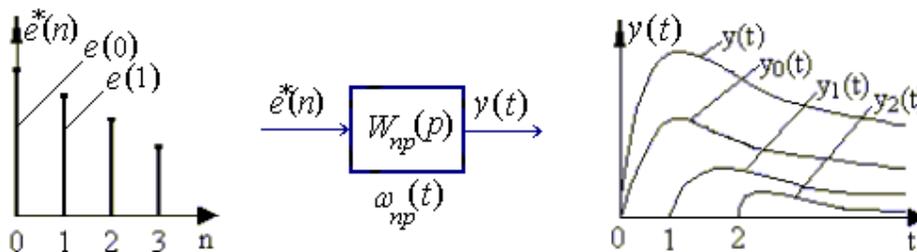


Рис. 27

Действительно, если реакцию приведенной части на составляющую входного сигнала  $e(0)$  записать в виде  $y_0(t) = \omega_{np}(t)e(0)$ , реакцию на составляющую  $e(1)$  как

$$y_1(t) = \omega_{np}(t-1)e(1), \dots,$$

и т.д. до  $m$ -й составляющей включительно, то получим выражение

$$y_m(t) = \omega_{np}(t-m)e(m).$$

Суммируя указанные реакции, находим реакцию выхода приведенной части, которую запишем в виде

$$y(t) = \sum_{m=0}^n w_{i0}(t-m)e(m).$$

Если же непрерывную часть рассматривать как импульсный фильтр, т.е. при  $t = nT$ ,  $T = 1$  фиксировать дискретные значения  $y(n)$ , то будем иметь выражение

$$y(n) = \sum_{m=0}^n w_{i0}(n-m)e(m),$$

Z-преобразование которого дает соотношение

$$y(z) = W_{np}(z)e(z),$$

где  $W_{np}(z)$  – дискретная передаточная функция приведенной части системы управления.

Рассмотрим получение передаточной функции экстраполятора нулевого порядка, т.е. фиксатора импульсов, который в течении всего такта продолжительностью Т удерживает величину  $e(n)$ ,  $n=0,1,2,\dots$ , что и отражено на рис. 28.

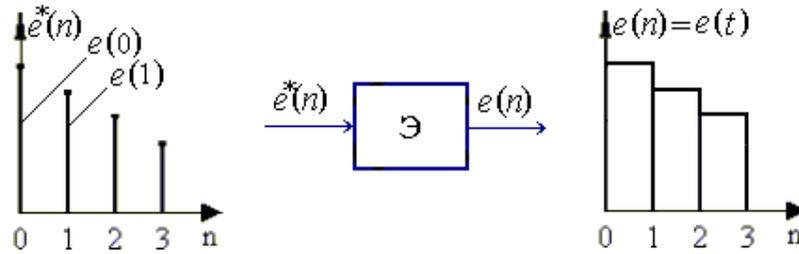


Рис. 28

Передаточную функцию экстраполятора определим следующим образом:

$$W_{\Xi}(p) = \int_0^T 1(t)e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} \int_0^T e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} (e^{-pT} - 1) = \frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{z}\right) = \frac{z-1}{pz},$$

это позволяет, учитывая последовательное соединение экстраполятора и непрерывной части, записать их общую передаточную функцию как для непрерывных систем

$$W_{np}(p) = W_{\Xi}(p)W_{HЧ}(p) = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{W_{HЧ}(p)}{p},$$

так и для дискретных

$$W_{np}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z\left(\frac{W_{HЧ}(p)}{p}\right) \quad (*)$$

Определение дискретной передаточной функции на основе  $Z(W_{HЧ}(p)/p)$ . В качестве примера рассмотрим нахождение передаточной функции приведенной части системы управления (см. структурную схему на рис. 26) для случая, когда фиксатором является экстраполятор нулевого порядка, а непрерывная часть имеет передаточную функцию вида

$$W_{HЧ}(p) = \frac{k_1}{1+T_1p} \cdot \frac{k_2}{1+T_2p} \cdot \frac{k_3(1+T_3p)}{p(1+T_4p)}.$$

Разложим выражение  $W_{HЧ}(p)/p$  на простые дроби согласно методу неопределенных коэффициентов:

$$\frac{W_{HЧ}(p)}{p} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{p} \cdot \left[ \frac{A}{p} + \frac{B}{1+T_1p} + \frac{C}{1+T_2p} + \frac{D}{1+T_4p} \right].$$

Можно показать, что значения коэффициентов А, В, С, D определяются следующим образом:

$$A=1, \quad C = \frac{T_2^2(T_2 - T_3)}{(T_1 - T_2)(T_2 - T_4)}, \quad B = \frac{-T_1^2(T_1 - T_3)}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_4)}, \quad D = \frac{T_4^2(T_3 - T_4)}{(T_4 - T_1)(T_4 - T_2)}.$$

Тогда из (\*) следует, что передаточная функция  $W_{np}(z)$  имеет вид

$$W_{np}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z\left( \frac{k_1 k_2 k_3}{p^2} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_1^2 (T_3 - T_1)}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_4)} \cdot \frac{1}{p(1+T_1p)} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_2^2 (T_2 - T_3)}{(T_1 - T_2)(T_2 - T_4)} \cdot \frac{1}{p(1+T_2p)} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_4^2 (T_3 - T_4)}{(T_4 - T_1)(T_4 - T_2)} \cdot \frac{1}{p(1+T_4p)} \right)$$

которую с помощью таблицы Z-преобразований можно привести к следующему выражению

$$W_{np}(z) = \frac{k_1 k_2 k_3 T}{z-1} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_1^2 (T_3 - T_1)}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_4)} \cdot \frac{1-d}{z-d} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_2^2 (T_2 - T_3)}{(T_1 - T_2)(T_2 - T_4)} \cdot \frac{1-\tilde{d}}{z-\tilde{d}} + \frac{k_1 k_2 k_3 T_4^2 (T_3 - T_4)}{(T_4 - T_1)(T_4 - T_2)} \cdot \frac{1-\bar{d}}{z-\bar{d}},$$

где  $T$  – период дискретизации,  $d = e^{\frac{T}{T_1}}$ ,  $\tilde{d} = e^{\frac{T}{T_2}}$ ,  $\bar{d} = e^{\frac{T}{T_4}}$ .

Типовые соединения в дискретных системах. Параллельное соединение звеньев. На рис. 29 изображены два фрагмента дискретных систем, которые имеют эквивалентное математическое описание в виде  $W(z) = \sum_{i=1}^2 W_i(z)$ .

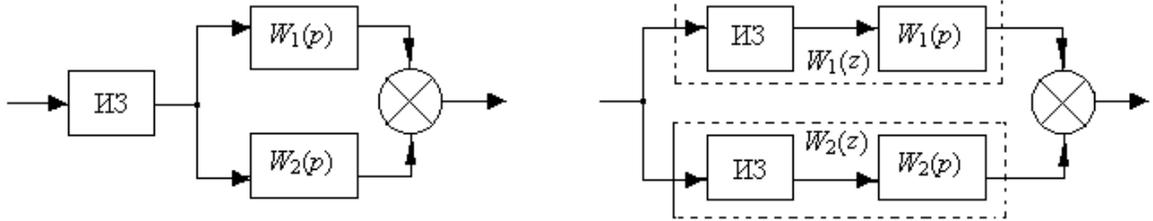


Рис. 29

Последовательное соединение звеньев. Для непрерывной системы, показанной на рис. 30а, ее дискретным эквивалентом является система, изображенная на рис. 30б, в отличие от дискретной системы, представленной на рис. 30с, что имеет место в силу того, что  $W'(z) \neq W''(z) = W_1(z)W_2(z)$ .

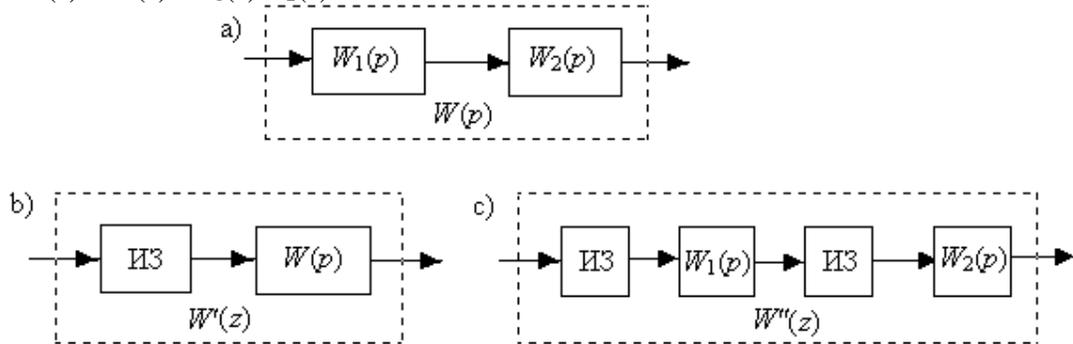


Рис. 30

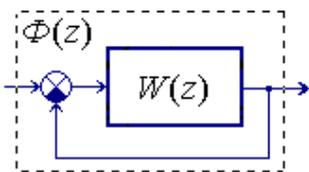


Рис. 31

Соединение звеньев с обратной связью. Как и в непрерывных системах, если определены дискретные передаточные функции прямого и обратного каналов связи, то передаточная функция замкнутой дискретной системы определяется без каких-либо отличий. Например, для системы, показанной на рис. 31, передаточная функция вход-выход будет иметь вид

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1 + W(z)}.$$

Частотная передаточная функция дискретных систем. Рассмотрим импульсную

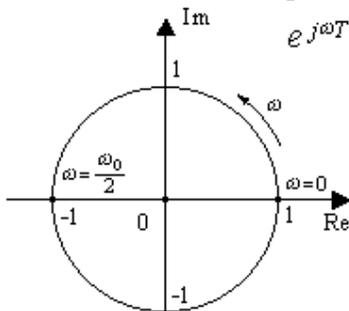


Рис. 33

систему управления с приведенной частью общего вида (см. рис. 32). В передаточной функции приведенной части выполним замену  $z$  на  $e^{j\omega T}$ . При этом очевидно, поскольку частотное соотношение  $e^{j\omega T}$  является периодической функцией (см. график на рис. 33), то при построении годографа  $W_{np}(e^{j\omega T})$  достаточно ограничиться изменением аргумента в следующем частотном диапазоне:

$$\omega = 0.5\omega_0,$$

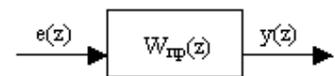


Рис. 32

$\omega_0 = \frac{2p}{T}$ , где  $T$  – период дискретизации.

Построение годографа  $W_{np}(e^{j\omega T})$  можно осуществлять как в полярных, так и прямоугольных координатах в силу справедливости следующих соотношений:

$$W_{np}(e^{j\omega T}) = \text{mod}(W(e^{j\omega T}))\exp(j \arg(W(e^{j\omega T}))) = \text{Re}(W(e^{j\omega T})) + j \text{Im}(W(e^{j\omega T})).$$

Устойчивость дискретных систем управления. При исследовании устойчивости дискретных систем управления используется  $Z$ -преобразование. Тогда, учитывая необходимые и достаточные условия устойчивости непрерывных систем – полюса передаточной функции исследуемой системы должны располагаться в левой полуплоскости комплексной плоскости корней ( $j\omega$ ), из соотношения  $z = e^{j\omega T}$  следует, что необходимые и достаточные условия устойчивости дискретных систем сводятся к требованию о расположении полюсов ее передаточной функции  $W(z)$  внутри круга единичного радиуса с центром в начале координат. Необходимые и достаточные условия устойчивости непрерывных и дискретных систем представлены на рис. 34а и 34б.

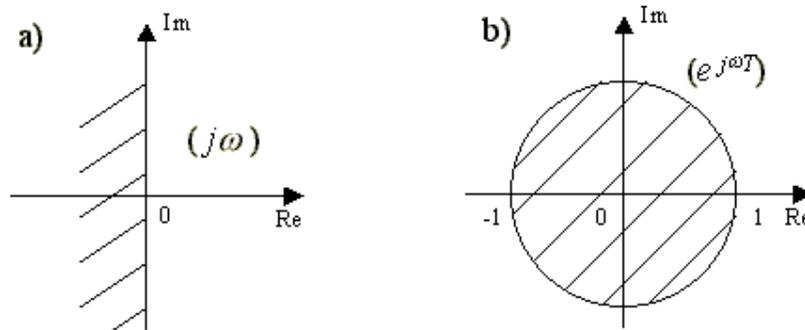


Рис. 34

Однако с практической точки зрения необходимое и достаточное условие устойчивости дискретных систем вида  $|z_i| < 1$ , где  $z_i$  – корни характеристического уравнения или полюса  $W(z)$ , не нашло широкого применения. При исследовании устойчивости дискретных систем обычно используется так называемое  $v$ -преобразование:

$$u = \frac{z-1}{z+1} = \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} = \frac{\cos \omega T + j \sin \omega T - 1}{\cos \omega T + j \sin \omega T + 1} = j \cdot \text{tg} \frac{\omega T}{2} = j \cdot l,$$

где  $l = \text{tg} \frac{\omega T}{2}$  – псевдочастота,  $-\frac{p}{T} \leq \omega \leq \frac{p}{T}$  – частотный диапазон.

С помощью этого преобразования, выполняя в  $W(z)$  замену параметра  $z$  на  $v$ , получаем передаточную функцию дискретной системы, для которой применим математический аппарат исследования передаточных функций непрерывных систем.

Замечание. Для определения устойчивости замкнутой импульсной системы возможно использование критерия Найквиста. Для этой цели можно применять передаточную функцию разомкнутой системы, полученную на основе  $Z$ -преобразования, так и на основе  $v$ -преобразования. И в том и в другом случае амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы не должна охватывать точку  $(-1, j0)$ .

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИКЕ ВЫПУСКНИКОВ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

Программный продукт – математический пакет MatLab.

Учебное пособие – Еремин Е.Л., Еремина В.В., Семичевская Н.П., Шевко Д.Г. Алгоритмы и S-модели гибридных систем адаптивного управления (практикум в среде SIMULINK). Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2005. 205 с.

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Информационные системы и технологии» и «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Книга посвящена вопросам синтеза и компьютерного моделирования систем управления с использованием математического пакета MATLAB и среды визуального моделирования SIMULINK. Предназначается студентам старших курсов высших учебных заведений, а также аспирантам и инженерам, специализирующимся в области проектирования систем управления.

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Программный комплекс теории автоматического управления (ТАУ).** Запуск программного комплекса ТАУ. Программы комплекса работают на IBM-совместимых ПК с адаптерами CGA (экран 640x200, черно-белый), EGA (экран 640x350, 16 цветов) и выше. Для работы нужна программа-драйвер **cga.bgi** и **egavga.bgi** (это драйверы адаптеров CGA и EGA/VGA, нужен один драйвер, соответствующий типу адаптера).

Для запуска программы используйте файл **tay.bat** (или наберите слово **tay** в командной строке, находясь, разумеется, в директории **ТАУ**).

Файл **tay.bat** вызывает программу-диспетчер (**menu.exe**), которая позволяет выбрать одну из программ: **watt** – классическая система авторегулирования Уатта, **linsys** – исследование линейных систем, **control** – система автоматического регулирования, **impuls** – импульсная САР с цифровым регулятором, **mvacs** – многосвязная система регулирования, **asympt** – асимптотические свойства линейных систем, **spectr** – спектральные свойства линейных систем, **anacon** – аналитическое конструирование регуляторов, **anacon2** – то же, несколько управляющих воздействий, **optim** – задача быстрогодействия, **optim2** – то же, несколько управляющих воздействий, **kalman** – управление в пространстве состояний, **servis** – корни многочленов (сервисные программы), **rlt** – обратное преобразование Лапласа.

Список программ выводится на экран не весь. Для продолжения просмотра списка нажмите [Page Down]. Двигая засветку, нужно выбрать строку и нажать [Enter]. Чтобы выйти из программы-меню, нажмите клавишу [F10]. Список программ комплекса программа-меню считывает из файла **program.lst**. Каждая строка этого файла содержит имя программы и краткий комментарий (по приведенному выше образцу).

*Замечание.* Программа **linsys** имеет отличный от всех программ комплекса ТАУ интерфейс. На нее не распространяются команды управления цветами и печатью.

### I. Изменение расцветки (для EGA/VGA)

Последняя строка в списке программ на экране – "Изменение расцветки". Программы, составляющие комплекс ТАУ, имеют единообразное графическое оформление, в котором пользователь может изменить цвета: основного фона, букв на основном фоне, фона засветки, букв засветки, фона на графике, первой линии на графике, второй линии на графике, курсора на графике.

Для изменения расцветки служит программа **color.exe**. Установленные цвета показываются в квадратах рядом с соответствующей строкой.

Чтобы изменить цвет, наведите засветку на соответствующую строку и нажимайте [Enter] до тех пор, пока в квадратике не появится нужный цвет. Вы можете выбрать один из двух готовых наборов цветов: стандартный вариант (устанавливается по умолчанию) и альтернативный вариант. Чтобы выйти из программы установки цветов без изменений, нажмите [Esc], чтобы выйти из нее с сохранением изменений, – нажмите [End].

Выбранные цвета запоминаются в файле установок **setup.dat**. Если первоначально этот файл отсутствует, он будет образован в процессе работы программы.

### Работа с графиками

Во всех случаях, когда на экране построен график, его можно сохранить в файле, нажав клавишу [F5]. О начале и об окончании создания графического файла сообщает звуковой сигнал.

Графические файлы получают названия **page01.prn**, **page02.prn** и т.д. до **page99.prn**. После выхода из программы можно вывести эти файлы на принтер, введя команду:

**copy /b pagexx.prn prn,**

где xx – соответствующий номер файла.

*Замечание.* Печать графиков рассчитана на монитор не ниже EGA и принтер типа Epson.

При этом для удобства работы в комплекс ТАУ для просмотра файлов типа **pagexx.prn** включена программа **prnview.exe** – вызов программы. В командной строке следует записать:

**prnview pagexx.prn,**

где xx – соответствующий номер файла, и нажать [Enter]. Для выхода из режима просмотра нажать [Esc]. В любой момент, когда программа ожидает нажатия клавиши, можно скопировать весь экран, нажав [F6]. Копирование производится в файл **pagexx.prn**, где xx – очередной номер.

Построение графиков в ТАУ сопровождается появлением меню, содержащим команды, которые позволяют изменять область построения графика и вызывать кросс-координату (курсор). Курсор перемещается по области графика посредством клавиш-стрелок.

Предусматривается две "скорости" перемещения курсора (для грубого и точного наведения). В нижней части области графика указываются текущие координаты курсора.

Если по горизонтальной оси графика откладывается время, то меню графика содержит команду "Продолжить".

В одних координатных осях строится не более двух графиков.

#### Вызов Help

Все программы комплекса, кроме сервисных, содержат **Help** (в программе **Linsys** он устроен иначе, чем в других программах).

Нажав клавишу [F1], можно вызвать для просмотра файл с расширением "hlp". Листать этот файл можно, используя клавиши [PageUp] и [PageDown]. Для окончания просмотра нажмите [Esc].

#### Дополнительные возможности

Из главного меню программ **control**, **impuls** и **kalman**, нажав клавишу [F2], можно вызвать сервисные подпрограммы.

#### II. Построение процесса регулирования

Построение процесса регулирования (т.е. расчет значений выходных координат как функций времени) во всех программах комплекса ТАУ, кроме **asympt** и **linsys**, производится посредством численного решения дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Шаг счета задается в файле setup.dat и его можно менять.

Запаздывание в программах **control** и **impuls** в процессе решения дифференциальных уравнений учитывается с помощью стека. В программах **mvacs** и **spectr** переход к дифференциальным уравнениям осуществляется от передаточных функций, в которых запаздывание заменено аппроксимацией Паде второго и четвертого порядка.

В программах **impuls** и **mvacs**, если исследуется импульсная система, цифровой регулятор заменяется разностным уравнением, дополняющим систему дифференциальных уравнений.

**Внимание!** В программе **asympt** переходный процесс строится посредством вычисления обратного преобразования Лапласа, т.к. эта программа специально разрабатывалась для решения линейных задач теории автоматического управления, связанных с малыми параметрами.

*Замечание.* В меню программ комплекса ТАУ названия "процесс регулирования", "процесс управления" и "переходный процесс" имеют совершенно одинаковый смысл.

### **О П И С А Н И Е   П Р О Г Р А М М Ы   W A T T**

#### **Классическая система авторегулирования Уатта**

Программа **watt** предназначена для использования в начале изучения курса ТАУ и затем при изучении раздела курса ТАУ "Нелинейные системы".

### Начало работы с программой

При запуске программы на экране появляется ГЛАВНОЕ МЕНЮ:

```
-----  
:  Г Л А В Н О Е  М Е Н Ю  :  
:  Модель системы      :  
:  Задание параметров  :  
:  Линеаризация системы :  
:  Фазовый портрет     :  
:  Процесс регулирования :  
:  Задача Вышнеградского :  
:  Выход из программы - F10 :  
-----
```

Программа состоит из трех частей.

**Первая часть** программы с помощью простейшей компьютерной анимации знакомит студента на примере классической системы авторегулирования, созданной Джеймсом Уаттом в конце XVIII в., с принципом отрицательной обратной связи. Из ГЛАВНОГО МЕНЮ программы она вызывается командой "Модель системы".

**Вторая часть** программы посвящена исследованию математической модели системы авторегулирования Уатта. С помощью этой части программы студент изучает следующие фундаментальные понятия: приведение системы дифференциальных уравнений к безразмерной форме с целью уменьшения числа независимых параметров; линеаризация системы в окрестности положения равновесия; сравнение свойств линеаризованной и исходной систем в окрестности положения равновесия.

Для описания системы авторегулирования Уатта принята простейшая нелинейная модель, базирующаяся на знаниях, полученных студентом в курсе теоретической механики (или в разделе "Механика" курса физики).

*Пояснение.* Важно подчеркнуть, что изучаемая модель только исторически связана с конкретной системой, сконструированной Д. Уаттом и давно канувшей в лету. Значение этой модели для теории автоматического регулирования связано с двумя причинами:

1. модель может и сегодня использоваться для описания динамики многих САР;
2. модель достаточно проста, но в то же время глубоко содержательна, что позволяет в процессе ее исследования понять многие фундаментальные закономерности.

Рассматриваемая модель описана в книге: Б. Хэссард и др. "Теория и приложения бифуркации рождения циклов" (М.: Изд-во «Мир», 1983, с.102), где приведены последние результаты по изучению этой модели.

Перейдем к описанию работы со второй частью программы **watt**. Студент начинает работу с ней с выбора команды ГЛАВНОГО МЕНЮ "Задание параметров". Программа записывает на экране исходную систему дифференциальных уравнений (модель системы) и формулы замены переменных, позволяющие уменьшить число независимых параметров модели до трех. Эти три параметра обозначены буквами

$q, K, a.$

В выражение для параметра  $q$  входит коэффициент вязкого трения, поэтому целесообразно изучить поведение системы в зависимости от величины параметра  $q$ .

По запросу программы студент задает значения параметров  $K$  и  $a$ . После этого программа производит следующие действия: определяет положение равновесия системы; затем записывает значения координат  $x_1, x_2, x_3$ , соответствующих положению равновесия, на экране; линеаризует систему в точке равновесия; определяет значение параметра  $q$ , при котором линеаризованная система (линейная модель) находится на границе устойчивости, и записывает это критическое значение  $q$  на экране. Если величина  $q$  меньше критического значения, то линеаризованная система неустойчива, а если больше, то устойчива.

Внизу экрана программа записывает под названием "Время регулирования" значение переменной  $t_1$ , до которого в дальнейшем при построении графиков будут проводиться

ся вычисления.

Все пять чисел ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $q$  и  $t_1$ ) можно изменять, о чем свидетельствует засветка, которая переводится из одной позиции в другую с помощью клавиш-стрелок. Чтобы изучить процесс, студент задает новые значения координат  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , т.е. выводит систему из положения равновесия.

Студент задает значение  $q$ :

сначала изучается случай, когда  $q$  больше критического значения (линейная модель устойчива), потом – когда  $q$  меньше критического (линейная модель неустойчива). После нажатия клавиши [End] программа возвращается в ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

Затем студент выбирает команду "Линеаризация системы". По этой команде программа записывает на экране полную информацию о линеаризованной системе. На экране также записаны введенные студентом значения параметров  $K$ ,  $a$  и  $q$ .

Внизу экрана находится запрос программы:

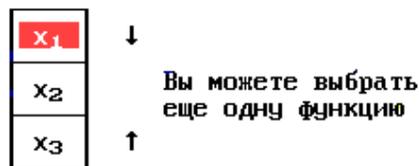
*"Нужно ли строить наряду с решением исходной системы решение линеаризованной?"*

Да

Нет

Студент выбирает ответ, перемещая засветку и нажимая клавишу [Enter], после чего программа возвращается в ГЛАВНОЕ МЕНЮ. Далее студент выбирает команду "Процесс регулирования". На экране появляется шаблон.

В одних осях программа может строить не более двух графиков. Поэтому если на



запрос студент ответил "Да", то можно указать на шаблоне только одну координату (обычно  $x_1$ ). Программа построит график ее изменения в соответствии с нелинейной моделью (синим цветом) и второй график – ее изменение в соответствии с линейной моделью (красным цветом).

Если на запрос студент ответил "Нет", то он может выбрать на шаблоне две функции.

Слева от построенного графика появляется меню:

```
-----  
: ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ :  
: Продолжить             :  
: Повторить              :  
: Выбор области         :  
: Курсор                 :  
: В главное меню       :  
-----
```

*Команда "Продолжить" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ.*

Как уже говорилось, процесс счета можно оборвать, нажав [Esc], тогда будет построена только часть кривой переходного процесса.

Если нажать [Enter] в позиции меню "Продолжить", рисование возобновится. Если же кривая была доведена до правой границы поля графика, которой соответствует время  $T$ , то будут построены кривые для интервала времени  $(T, 2T)$ , затем для интервала  $(2T, 3T)$  и т.д.

*Команда "Выбор области" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ.*

Этот пункт меню аналогичен пункту с одноименным названием, который описан выше. Здесь нужно задать координаты  $t_1, t_2, y_1, y_2$  новой области графика  $t_1, t_2$  – границы области по оси  $t$ ,  $y_1, y_2$  – границы по оси  $y$ .



Эта модель была впервые полностью исследована в работе акад. А.А. Андропова и А.Г. Майера в 1947 г. (А.А. Андронов, А.Г. Майер // Автоматика и телемеханика. 1947. №5. С.314-334).

Линеаризованная модель системы Уатта "паровая машина – центробежный регулятор" впервые была изучена в конце 70-х гг. прошлого века проф. И.А. Вышнеградским, поэтому задача изучения этой модели, даже с учетом сухого трения, получила, по предложению А.А. Андропова, название "Задача Вышнеградского".

После выбора студентом команды ГЛАВНОГО МЕНЮ "Задача Вышнеградского" программа записывает на экране систему дифференциальных уравнений – математическую модель системы Уатта в трактовке акад. А.А. Андропова. Система записана в нормированных безразмерных переменных (см. уже упомянутую статью А.А. Андропова и А.Г. Майера. Эта статья включена в книгу "Собрание трудов" А.А. Андропова, изд. АН СССР 1956, 250 с.).

В системе приняты следующие обозначения:

$x_1$  – перемещение муфты регулятора;

$x_3$  – изменение скорости вращения вала машины (величины  $x_1$  и  $x_3$  отсчитываются, естественно, от положения равновесия);

$A$  и  $B$  – постоянные коэффициенты, возникающие вследствие линеаризации в окрестности положения равновесия;

$C$  – величина, обусловленная эффектом сухого трения в регуляторе.

Ниже дифференциальных уравнений программа записывает меню:

```
-----  
: ЗАДАЧА ВЫШНЕГРАДСКОГО :  
: Задание параметров      :  
: Фазовый портрет        :  
: Процесс регулирования   :  
: Выход в главное меню   :  
-----
```

Процесс исследования системы с помощью команд меню ЗАДАЧА ВЫШНЕГРАДСКОГО не нуждается в описании, так как его команды работают точно так же, как одноименные команды описанного ранее ГЛАВНОГО МЕНЮ. Отметим только, что в этой задаче студент вводит значения трех параметров:  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

## О П И С А Н И Е П Р О Г Р А М М Ы A S Y M P

### Асимптотические свойства линейных систем при увеличении коэффициента усиления

Программа **asympt** предназначена для решения задач по разделу курса ТАУ "Асимптотические свойства линейных систем при увеличении коэффициента усиления". С помощью этой программы студент исследует динамические свойства системы авторегулирования, которые сохраняют устойчивость при неограниченном увеличении коэффициентов усиления регулятора.

Программа для выбранной структуры и заданных значений параметров передаточных функций вычисляет и строит:

графики весовой и переходной функции исходной и вырожденной систем (оба графика строятся в одних координатных осях);

графики амплитудно-частотных характеристик замкнутых систем (исходной и вырожденной), причем графики АЧХ исходной и вырожденной системы строятся в одних координатных осях;

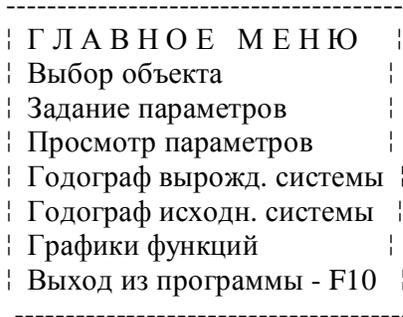
вычисляет аналитическое выражение для весовой и переходной функций исходной и вырожденной систем.

В процессе исследования системы студент строит корневой годограф вырожденной системы, который необходим для того, чтобы выбрать параметры и корневой годограф характеристического уравнения исходной системы по стремящемуся к бесконечности па-

параметру  $I$ . (Коэффициенты усиления регуляторов и постоянные времени знаменателей формирующих звеньев регуляторов являются функциями  $I$ ).

Начало работы с программой

При запуске программы на экране появляется ГЛАВНОЕ МЕНЮ:



Команда "Выбор объекта" ГЛАВНОГО МЕНЮ

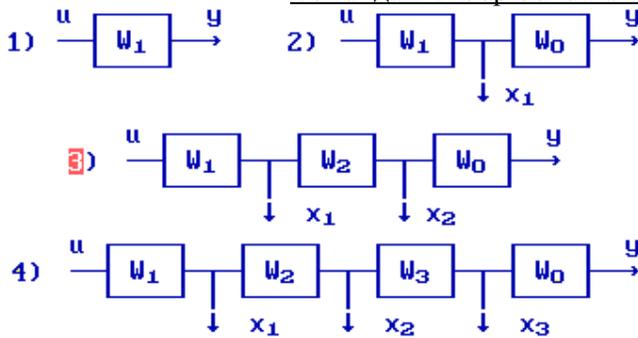


Рис. П.1

Студент начинает исследование с выбора команды "Выбор объекта". На экране появляются структурные схемы четырех классов объектов, показанных на рис. П.1, где передаточные функции:  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$ ,  $W_3(p)$  имеют вид

$$W_i(p) = \frac{a_{0i}p + a_{1i}}{b_{0i}p^3 + b_{1i}p^2 + b_{2i}p + b_{3i}},$$

$$i = 1, 2, 3,$$

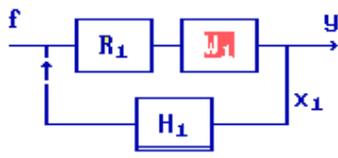
а передаточная функция  $W_0(p)$

представляет собой следующее выражение:

$$W_0(p) = \frac{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3}{b_0p^4 + b_1p^3 + b_2p^2 + b_3p + b_4} \exp(-tp).$$

Чтобы выбрать объект, студенту нужно навести засветку на номер схемы и нажать [Enter]. Выход без изменения прежнего выбора - [Esc].

Команда "Задание параметров" ГЛАВНОГО МЕНЮ



Вырожденная система

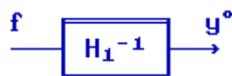


Рис. П.2

Далее студент выбирает команду ГЛАВНОГО МЕНЮ "Задание параметров". Эта команда вызывает на экран структурную схему системы авторегулирования, соответствующую выбранному объекту, и схему вырожденной системы, см. типовые варианты, представленные на рис. П.2 - П.5.

Понятие "вырожденная система" имеет смысл только в том случае, если исходная система сохраняет устойчивость при стремлении к бесконечности общего коэффициента усиления ее регуляторов.

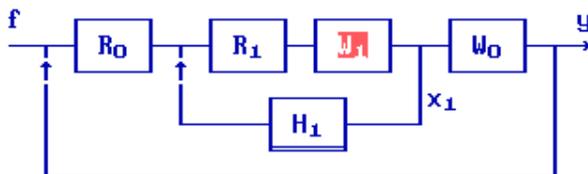


Рис. П.3

Напомним, что вырожденной (по отношению к исходной) называют систему, которая получается из исходной. Для этого осуществляется предельный переход – коэффициент усиления регулятора исходной системы устремляют к бесконечности.

На структурных схемах приняты следующие обозначения:

$y$  – выходной сигнал исходной системы,  
 $y^\circ$  – выходной сигнал вырожденной системы,  
 $f$  – задающее воздействие.

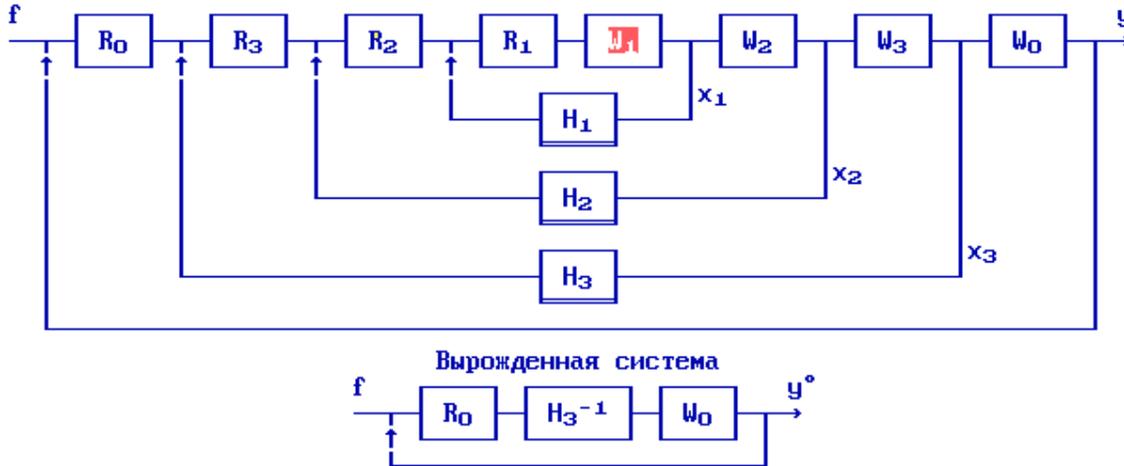


Рис.П.5

Передаточные функции звеньев регулятора  $R_1(p)$ ,  $R_2(p)$ ,  $R_3(p)$  имеют следующий вид:

$$R_i(p) = K_i * \frac{T_{3i}^2 p^2 + T_{4i} p + 1}{T_{1i}^2 p^2 + T_{2i} p + 1}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где  $K_i$  – коэффициент усиления, который может неограниченно увеличиваться.

Если постоянные времена  $T_{3i}$  и  $T_{4i}$ , задаются как обычные числа, то коэффициенты усиления регуляторов  $R_1(p)$ ,  $R_2(p)$ ,  $R_3(p)$  и "постоянные" времена  $T_{1i}$ ,  $T_{2i}$  являются степенными функциями параметра  $I$ , стремящегося к бесконечности:

$$K_i = c_i I^{n_i}, \quad T_{1i}^2 = c_{1i} + d_{1i} I^{-2}, \quad T_{2i} = c_{2i} + d_{2i} I^{-1},$$

где  $n_i$  – показатель степени.

Регулятор  $R_0(p)$  имеет вид:

$$R_0(p) = K * \frac{a_0 p^2 + a_1 p + 1}{b_0 p^2 + b_1 p + 1}.$$

Передаточные функции обратных связей  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  имеют вид:

$$H_i(p) = \frac{a_{0i} p + a_{1i}}{b_{0i} p + b_{1i}}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Чтобы задать параметры передаточной функции, нужно навести засветку на соответствующее место схемы и нажать [Enter], после чего в нижней части экрана появляются параметры, которые можно ввести или изменить. Заданные параметры запоминаются в файле **asympt.vrt** и автоматически вводятся при следующем расчете. Каждый раз запоминается только последний набор данных.

При редактировании числовых значений тех или иных параметров можно пользоваться клавишами-стрелками, цифрами 0,...,9, знаком "." (десятичная точка), клавишами "пробел" и "зачеркнуть" для стирания. Незаполненные позиции считаются нулями.

Конец редактирования и запоминание новых значений параметров – [End], выход без изменений – [Esc]. Выход из раздела "Задание параметров" также осуществляется нажатием [Esc].

*Замечание.* Если после вызова команды "Задание параметров" нажать клавишу с цифрой 2 или 4, то появится сообщение:

```
-----  
| Запоздывание аппроксимируется |  
| по формуле Паде n-го порядка  |  
-----
```

где  $n$  – соответственно 2 или 4. Базовое значение порядка – 4.

#### Метод выбора параметров

Параметры должны быть выбраны таким образом, чтобы системы авторегулирования, структурные схемы которых приведены на рисунках, были устойчивы при стремлении к бесконечности коэффициентов усиления регуляторов.

Выполнения этого требования можно добиться, только если передаточные функции звеньев объекта удовлетворяют определенным условиям.

Для передаточных функций  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$ ,  $W_3(p)$  должны выполняться условия: числитель не должен иметь отрицательных коэффициентов;

знаменатель должен иметь положительный старший коэффициент (в общем случае знаменатель может быть неустойчивым многочленом и иметь отрицательные коэффициенты, кроме старшего). **Внимание!** Когда в программу вводится информация и степень многочлена-знаменателя меньше трех, то коэффициент при  $p^3$  полагается равным нулю, а если степень многочлена-знаменателя равна единице, то полагаются равными нулю коэффициенты при  $p^3$  и  $p^2$ . Условие положительности относится к первому ненулевому коэффициенту.

Ограничения на передаточную функцию  $W_0(p)$  определяются условием, что вырожденная система должна быть устойчивой (практически требуется более сильное условие – переходный процесс в вырожденной системе должен удовлетворять стандартным требованиям к качеству).

Предположим, что передаточные функции звеньев объекта удовлетворяют приведенным выше условиям.

Перейдем к вопросу о выборе параметров регуляторов. Предварительно отметим, что параметры регулятора  $R_0(p)$ , не содержащего стремящегося к бесконечности коэффициента, выбирают из условия устойчивости вырожденной системы.

При решении проблемы выбора параметров регуляторов  $R_1(p)$ ,  $R_2(p)$  и  $R_3(p)$  выбирают показатели степени для функции  $I$  исходя из условий:

$$n_1=1, \\ n_1 > n_2 > n_3.$$

Для решения вопроса о форсирующих звеньях регуляторов обозначим разность между степенями знаменателя и числителя передаточных функций  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$  и  $W_3(p)$  через  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  соответственно. Для краткости опустим индекс при  $m$ , т.к. он совпадает с индексом регулятора, о котором идет речь.

Если число  $m=1$ , то форсирующее звено не включается в регулятор ( $T_3=0$ ,  $T_4=0$ ,  $c_1=0$ ,  $c_2=0$ ,  $d_1=0$ ,  $d_2=0$ ).

Если число  $m=2$ , то в регулятор включают форсирующее звено первого порядка ( $T_3=0$ ,  $c_2=0$ ,  $d_2=0$ ).

Если число  $m=3$ , то в регулятор включают форсирующее звено второго порядка.

Относительно передаточных функций в цепях обратных связей  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  и  $H_3(p)$  условимся, что степени числителя и знаменателя у них равны и отрицательных коэффициентов в этих передаточных функциях нет (их не может быть и по физическому смыслу задачи).

*Замечание.* Если ужесточить требования к передаточным функциям звеньев регулятора  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$  и  $W_3(p)$ , то можно не включать в регулятор форсирующие звенья при  $m=2$ , но тогда для устойчивости системы необходимо, чтобы были устойчивы так называемые вспомогательные уравнения.

Вопрос, какие числовые значения выбирать для параметров при сформулированных выше ограничениях, решается для каждой конкретной системы самостоятельно. Теория утверждает, что при приведенных выше условиях система будет устойчива при стремлении  $I$  к бесконечности, и только это.

Обоснование этих утверждений содержится в статье Л.Д. Лозинского, М.В. Меерова //Автоматика и телемеханика. 1986. №9. С.22-30; №10 С.46-55.

*Замечание.* Теория систем авторегулирования, устойчивых при неограниченном увеличении коэффициента усиления регуляторов, с 1947 г. разрабатывалась проф. М.В. Мееровым. Полученные им результаты изложены в монографии: "Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности" (М.: Наука, 1967).

#### Команда "Просмотр параметров" ГЛАВНОГО МЕНЮ

На экране то же изображение, что и в режиме ввода параметров, но без возможности редактирования. Параметры различных элементов схемы выводятся на экран последовательно при нажатии [Enter]. Выход из режима просмотра – [Esc].

#### Команда "Годограф исходной системы" ГЛАВНОГО МЕНЮ

При выборе этой команды на экране появляется запрос:

```
-----
|          Задайте параметр I          |
| Начальное значение... конечное... шаг... |
|-----|
```

Нужно задать начальное ( $I_1$ ) и конечное ( $I_2$ ) значения параметра, а также шаг изменения параметра ( $h$ ). Корни знаменателя передаточной функции замкнутой системы будут вычислены для заданного начального значения ( $I_1$ ), для параметров  $I = I_1 + n * h < I_2$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и для конечного значения  $I_2$ . Если число значений, определенное таким образом, превышает 800, то программа увеличивает шаг счета. После того как необходимые числа заданы, программа строит годограф.

Корни характеристического уравнения замкнутой системы для всех значений параметра отображаются на графике. На этом же графике (другим цветом) рисуются корни вырожденной системы.

Слева от годографа появляется меню второго уровня:

```
-----
| ГОДОГРАФ          |
| Выбор области    |
| Локатор          |
| Повторить        |
| В главное меню  |
|-----|
```

При выборе команды "Локатор" на графике возникает крест-курсор локатора. При движении курсора его координаты высвечиваются внизу экрана. Если навести курсор на корень (для этого нужно уменьшить скорость его движения, нажав клавишу [F2]), то локатор укажет значение параметра, соответствующее этому корню (или сообщит "Вырожденная система"). Если в тот момент, когда локатор указывает значение параметра, нажать [Enter], то появится следующее меню третьего уровня:

```
-----
| ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ |
| Весовая функция  |
| Переходная ф.   |
| АЧХ              |
| Таблица корней   |
| Возврат          |
|-----|
```

При выборе каждой из первых трех команд этого меню программа строит пару графиков (для исходной и вырожденной систем), и на экране появляется одно из следующих трех меню четвертого уровня:

ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ	ПЕРЕХОДНАЯ Ф.	АЧХ
Продолжить	Продолжить	Выбор области
Выбор области	Выбор области	Повторить
Аналитич. формула	Аналитич. формула	Курсор
Курсор	Курсор	В меню Графики
В меню Графики	В меню Графики	

Под изображением меню показано значение параметра  $I$ , для которого строятся графики. Из команд меню в пояснении нуждается только команда "Аналитич. формула". Выбрав эту команду из соответствующего меню, студент получает возможность узнать, "пролистывая" выведенный на экран текст, аналитические выражения весовой или переходной функции (в зависимости от названия меню) для исходной и вырожденной систем.

*Замечание.* Работая с командой ГЛАВНОГО МЕНЮ "Графики функций", нельзя узнать аналитические выражения для переходной и весовой функций, хотя с ее помощью можно построить графики соответствующих функций.

В случае выбора команды "Таблица корней" на экран будет выведена таблица, в которой приведены корни, а также коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции замкнутой системы. Чтобы сохранить эту таблицу в файле **asympt.dat** или распечатать ее на принтере, нажмите клавишу [F5].

Если локатор указывает "Вырожденная система", то при нажатии клавиши [Enter] программа вызывает таблицу, в которой приведены корни, а также коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции вырожденной системы (графики для вырожденной системы отдельно не строятся).

#### Команда "Годограф вырожденной системы" ГЛАВНОГО МЕНЮ

При выборе этой команды программа строит годограф по коэффициенту усиления  $K$  регулятора  $R_0(p)$ . Вначале на экране появляется шаблон:

Годограф В.С.

Задайте параметр $k$
Начальное значение... конечное... шаг...

После того как указанные величины заданы, программа рисует годограф, и слева появляется меню второго уровня:

ГОДОГРАФ В.С.
Выбор области
Локатор
Повторить
В главное меню

Студент вызывает команду "Локатор" и перемещает курсор локатора на некоторую позицию на траектории корней, точно так же, как это было описано ранее. Ниже меню ГОДОГРАФ В.С. появляется значение  $k$ , соответствующее корню, на котором находится локатор и надпись:

"Выбрать - [Enter]"

После нажатия клавиши [Enter] на экране появляется текстовая информация: значения корней и коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции вырожденной системы.

Обратим внимание, что построить графики характеристик вырожденной системы в этой ситуации нельзя. Для этой цели необходимо вернуться в ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

Команда "Графики функций" ГЛАВНОГО МЕНЮ

Эта команда вызывает меню второго уровня:

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ
Весовая функция
Переходная функция
Амплитудно-частотная хар-ка
В главное меню

Прежде чем построить график, программа запрашивает значение параметра  $I$ . После того как величина  $I$  будет указана, программа построит соответствующую пару графиков (для исходной и вырожденной систем). В левой половине экрана появляется одно из трех меню третьего уровня:

ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ	ПЕРЕХОДНАЯ Ф.	АЧХ
Продолжить	Продолжить	Выбор области
Выбор области	Выбор области	Повторить
Повторить	Повторить	Курсор
Курсор	Курсор	В меню Графики
В меню Графики	В меню Графики	

Существенное отличие меню ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ и ПЕРЕХОДНАЯ Ф. от одноименных меню четвертого уровня, описанных в разделе "Команда "Годограф исходной системы" ГЛАВНОГО МЕНЮ", состоит в том, что в них отсутствует команда "Аналитическая формула", она заменена командой "Повторить". Таким образом, просмотреть аналитическое выражение для весовой и переходной функций из этих меню нельзя. **Внимание!** Программа строит графики переходной функции, весовой функции и АЧХ исходной и вырожденной систем в независимости от того, является ли исходная система устойчивой при заданном по запросу программы значении  $I$ . Понятие "вырожденная система" теряет смысл, если исходная система неустойчива, но в программе не предусмотрены соответствующее предупреждение и блокировка.

**О П И С А Н И Е П Р О Г Р А М М Ы C O N T R O L**

**(Система автоматического регулирования)**

Программа **control.exe** является базовой программой пакета ТАУ. С ее помощью студент изучает важнейшие свойства систем авторегулирования.

**Раздел I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

Структурная схема САР

В начале работы с программой на экране появляется структурная схема системы автоматического регулирования, показанная на рис. П.6.

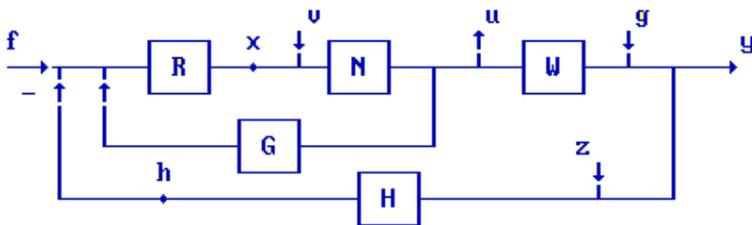


Рис. П.6

На схеме приняты следующие обозначения:  $W, R, G, H$  – линейные блоки, задаваемые передаточными функциями  $W(p), R(p), G(p), H(p)$  из библиотеки передаточных функций программы.  $N$  – блок, который при исследовании линейных систем является

"прозрачным", т.е. осуществляет тождественную передачу на выход поступающего на его вход сигнала. При изучении нелинейных систем блок  $N$  задается типовым нелинейным элементом – звеном из библиотеки нелинейных элементов программы. Буквы  $f, v, g, z$  – входные воздействия, задаваемые функциями  $f(t), v(t), g(t), z(t)$  из библиотеки сигналов программы;  $y$  – выходной сигнал;  $h, u, x$  – обозначение координат системы, доступных для измерения.

В процессе исследования можно построить графики функций  $y(t), f(t), g(t), z(t), h(t), u(t), x(t)$ .

Работа с программой начинается с диалога. Пользователю предлагается выбрать:

```

-----
| Установить базовый вариант |
| Повторить последний счет   |
-----

```

В первом случае будут установлены  $G = 0, H = 1, N = 1, f = 1; g, v, z = 0$ , а передаточные функции  $W(p)$  и  $R(p)$  нужно выбрать. Во втором случае все элементы схемы будут установлены как в предыдущем сеансе работы с программой (эти установки автоматически запоминаются). Следующий вопрос:

```

-----
| Оставить схему без изменения |
| Поменять местами блоки R и N |
-----

```

Этот вопрос имеет смысл только при изучении нелинейных систем, так как для линейных систем блок  $N$  "прозрачен".

По окончании диалога программа переходит в режим ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

#### Меню программы CONTROL

В каждый момент работы программы экран разделен на три части, одна из которых (по окончании определенного этапа вычислений) содержит текущее меню.

Нижняя строка экрана всегда содержит указание на очередное действие, которое нужно выполнить.

```

-----
a) | меню | схема |      б) | меню | график |
   |     |     |      |     |     |
   |     |     |      |     |     |
-----
   |     |     |      |     |     |
   |     |     |      |     |     |
-----

```

Выбор нужной команды из всех меню осуществляется одинаково: клавишами-стрелками наводим засветку на нужную позицию и нажимаем [Enter]. Если программа ожидает выбора из меню, то нажатие [Esc] приводит к возврату в предыдущее меню, а нажатие [F10] – к выходу из программы.

```

-----
| Г Л А В Н О Е М Е Н Ю |
| Формирование элементов схемы |
| Просмотр выбранных вариантов |
| Исследование замкнутой системы |
| Процесс регулирования |
| Поиск минимума |
| Выход из программы - [F10] |
-----

```

Выбор некоторых команд из ГЛАВНОГО МЕНЮ переводит программу в режим работы с меню второго уровня. Так, команда "Формирование элементов схемы" вызывает меню БИБЛИОТЕКА, имеющее подменю РЕДАКТИРОВАНИЕ:

БИБЛИОТЕКА	РЕДАКТИРОВАНИЕ
Тип функции	Добавить
Вариант коэф.	Заменить
Выбор	Удалить
Редактирование	Не запоминать
Возврат в схему	В главное меню
В главное меню	

Команда "Исследование замкнутой системы" вызывает меню второго уровня:

ИССЛЕДОВАНИЕ
Годограф
Найквист
Попов В.-М
АЧХ
Раус
В главное меню

Каждая из команд меню ИССЛЕДОВАНИЕ вызывает соответствующее меню третьего уровня:

ГОДОГРАФ	НАЙКВИСТ	РАУС
Выбор области	Выбор области	Повторить
Курсор	Курсор	В файл/на принт.
Повторить	Повторить	Таблица корней
Таблица корней	Процесс регулин	Процесс регулин.
Процесс регулирования	ЛАЧХ и ЛФЧХ	В меню исслед.
В меню исследования	В меню исслед.	

ПОПОВ В.-М	АЧХ
Выбор области	Выбор области
Курсор	Курсор
Повторить	Таблица корней
Найквист	Процесс регулирования
Процесс регулирования	В меню исследования
В меню исследования	

Команда "ЛАЧХ и ЛФЧХ" из меню НАЙКВИСТ, в свою очередь, вызывает подменю вида:

ЛАЧХ и ЛФЧХ
Курсор
Сдвиг ЛФЧХ
Таблица частот
Возврат

Команда ГЛАВНОГО МЕНЮ "Процесс регулирования" переводит программу в режим работы с меню:

```

-----
| ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ |
| Продолжить             |
| Выбор области         |
| Повторить              |
| Курсор                 |
| Возврат                |
-----

```

Важно отметить, что в режиме работы с меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ можно выйти не только из ГЛАВНОГО МЕНЮ, но и из всех пяти меню третьего уровня. Они все содержат команду "Процесс регулирования". Таким образом, управление программой связано с использованием достаточно сложной системы меню.

#### Численное и символьное задание параметров

Для исследования САР в программе предусмотрена возможность не только численного, но и символьного задания параметров.

Для этой цели используются буквы  $A$  и  $B$ . Любой параметр передаточной функции: коэффициент усиления, постоянная времени, коэффициент демпфирования в колебательном звене, величина запаздывания – может быть задан буквами  $A$  и  $B$ . Этими буквами может быть задан произвольный коэффициент в аналитическом выражении задающего или возмущающего воздействия или параметр нелинейного звена (типовой нелинейности). Символы  $A$  и  $B$  неравнозначны. Если в процессе исследования САР предполагается построить фрагмент корневого годографа по данному параметру, то он должен быть обозначен буквой  $A$ .

Подчеркнем, что фрагмент годографа программа вычисляет и рисует по любому параметру передаточной функции, включая время запаздывания.

При исследовании характеристического уравнения САР программа заменяет звено запаздывания аппроксимацией Паде 4-го порядка. Поэтому наличие в структурной схеме звена запаздывания приводит к повышению порядка характеристического многочлена на 4. **Внимание!** Максимальная степень характеристического уравнения 20.

#### Критерий Рауса

При исследовании по критерию Рауса устойчивости САР в зависимости от некоторого параметра этот параметр можно обозначить буквами  $A$  и  $B$ . В этой задаче они равноценны. Если по критерию Рауса исследуется устойчивость САР в зависимости от двух параметров, то один из них обозначают  $A$ , а другой  $B$ .

#### Поиск минимума

В задаче поиска минимума показателей качества САР в зависимости от значений ее параметров они обозначаются буквами  $A$  и  $B$ .

### **Раздел II. ИССЛЕДОВАНИЕ САР С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ control.exe**

#### Первые шаги

Начать изучение программы целесообразно со следующей несложной, но содержательной задачи.

Исследуем одноконтурную систему авторегулирования, состоящую из двух апериодических (однородных) звеньев, звена запаздывания и интегрирующего звена.

Пусть:  $W(p)=K_0 \cdot \exp(-t)/(T_1 p+1)(T_2 p+1)$ ,  $R(p)=K/p$ .

Для конкретности примем  $T_1=0.2$ ,  $T_2=0.5$ ,  $K_0=1$ .

Будем изучать свойства системы в зависимости от параметров  $K$  и  $t$ .

#### Формирование схемы

Когда мы начинаем работу с программой, то в диалоге, предшествующем появлению ГЛАВНОГО МЕНЮ, выбираем пункт "Установить базовый вариант".

В этом случае  $G(p)=0$ ,  $H(p)=1$ , задающее воздействие единичный скачок, возмущающие воздействия равны нулю, блок –  $N$  "прозрачен":  $N=1$ .

Требуется записать только передаточные функции  $W(p)$  и  $R(p)$ .

Для этого выбираем команду ГЛАВНОГО МЕНЮ "Формирование элементов схемы" (напоминаем, что выбрать команду - это значит подвести к ней засветку и нажать [Enter]). На одной из букв структурной схемы появляется засветка. Клавишами-стрелками переводим ее на букву  $W$  и нажимаем [Enter]. Слева от структурной схемы появляется меню БИБЛИОТЕКА, а в нижней половине экрана программа записывает передаточную функцию из библиотеки. Выбираем команду "Тип функции" из меню БИБЛИОТЕКА и нажимаем [Enter]. В нижней половине экрана появляется новая передаточная функция. Последовательно нажимая [Enter], мы пролистываем библиотеку, выбирая нужную передаточную функцию. **Внимание!** Библиотека передаточных функций "замкнута в кольцо". Последовательно нажимая [Enter], мы просматриваем ее всю и возвращаемся к той передаточной функции, с которой начали просмотр. Аналогично "замкнуты в кольцо" библиотеки сигналов и нелинейных звеньев.

Выбрав требуемую передаточную функцию из библиотеки, переходим к команде "Редактирование" из меню БИБЛИОТЕКА. В результате действия этой команды в той части экрана, где располагалось меню БИБЛИОТЕКА, появляется надпись, указывающая, какими клавишами можно пользоваться при записи параметров передаточной функции, а внизу экрана возникает засветка. Передвигая ее клавишами-стрелками, запишем соотношения:  $K=1, T_1=0.2, T_2=0.5, t=B$ .

Теперь надо нажать [End], после чего на экране появляется меню РЕДАКТИРОВАНИЕ. Выбираем из него команду "Заменить". После этого вновь появляется меню БИБЛИОТЕКА. Выбираем из него команду "Выбор". На экране появляется надпись:

Выбранный вариант!

Теперь программа запомнила  $W(p)$ , и мы переходим к команде "Возврат в схему". После вызова этой команды на одной из букв структурной схемы вновь появляется засветка.

Переводим засветку на букву  $R$ . Затем, полностью повторяя описанную ранее последовательность действий, выбираем передаточную функцию  $R(p)=K(Tp+1)/p$  и записываем  $K=A, T=0$ .

После того, как на экране появится надпись "Выбранный вариант!", возвращаемся в ГЛАВНОЕ МЕНЮ. С помощью команды ГЛАВНОГО МЕНЮ "Просмотр выбранных вариантов", последовательно нажимая [Enter], проверим, правильно ли заданы все параметры. Если обнаружится ошибка, то возвращаемся в ГЛАВНОЕ МЕНЮ и исправляем ее, вновь используя команду "Формирование элементов схемы".

Предположим, что просмотр не обнаружил ошибок. Переходим к команде ГЛАВНОГО МЕНЮ "Исследование замкнутой системы", которая вызывает меню ИССЛЕДОВАНИЕ. Начнем изучение свойств САР с приближенного построения области устойчивости в плоскости параметров  $K$  и  $t$ . Для этого выберем команду "Раус" в меню ИССЛЕДОВАНИЕ. Программа перейдет в режим исследования по критерию Рауса и запросит информацию по символам  $A$  и  $B$ : начальные значения, число шагов и величину шага. Задав, к примеру:

```

-----
| A=0 число шагов 7 шаг 1      |
| B=0 число шагов 7 шаг 0.2    |
-----

```

и нажав [End], мы получим в левой половине экрана таблицу, в которой указано число правых корней для каждой пары значений  $A$  и  $B$  с необходимыми комментариями (детально эта таблица будет описана в следующем разделе), а в левом углу экрана появится меню РАУС.

Перейдем к частотным методам исследования, запомнив для удобства работы предварительно фиксированную пару значений  $A$  и  $B$  из области устойчивости.

По команде "В меню исследования" меню РАУС вернемся в меню ИССЛЕДОВАНИЕ. В меню ИССЛЕДОВАНИЕ выберем команду "Найквист". Программа запросит, в



формулы (виды передаточных функций, нелинейных элементов или входных воздействий), которые записаны в библиотеке и могут быть использованы для задания элементов схемы. Воздействия задаются как функции времени, нелинейный элемент – функция входной координаты  $x$ . Под формулой, описывающей рассматриваемую функцию, выписаны значения ее параметров, взятые из таблицы вариантов коэффициентов. Если один из вариантов коэффициентов уже выбран для данного сеанса работы, то именно этот вариант и будет показан на экране с пометкой "выбранный вариант", иначе будет показан первый по порядку подходящий набор из таблицы вариантов. Если в таблице нет никакого набора значений для этой функции, то вместо значений будут пробелы.

#### Команда "Вариант коэффициентов" из меню БИБЛИОТЕКА

Нажимая [Enter] в этой позиции, мы "прокручиваем" все наборы коэффициентов для данной функции, запомненные в таблице вариантов на предыдущих сеансах работы с программой.

#### Команда "Выбор" меню БИБЛИОТЕКА

Если нажать [Enter] в этой позиции меню, то на экране над строкой со значениями коэффициентов появится надпись "выбранный вариант". Выбранная функция с указанным набором параметров будет использоваться при расчетах. Нельзя выбрать "пустой" вариант – с пробелами вместо значений.

Для всех передаточных функций (объекта, регулятора, обратных связей) общая библиотека функций. Выбор подходящей по смыслу функции предоставляется пользователю. Но перед началом счета программа проводит анализ и выдает предупреждения в следующих случаях:

1. порядок числителя передаточной функции больше порядка знаменателя;
2. порядок числителя объекта не ниже порядка знаменателя;
3. запаздывание в передаточной функции регулятора;
4. общий порядок системы (с учетом того, что запаздывание заменяется аппроксимацией Паде 4-го порядка) больше 20;
5. в качестве  $R$  и  $G$  выбраны неинерционные элементы с таким сочетанием параметров, при которых нельзя провести вычисления (эта ситуация исключена, если все параметры неотрицательны);
6. постоянная запаздывания (или какая-либо другая постоянная времени в определении функций) отрицательна.

Во всех случаях, когда выдается предупреждение, нажатие любой клавиши возвращает в ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

На выбор нелинейного элемента указывают буквы NL (nonlinear) на верхней рамке экрана. Если система линейная (выбрана функция  $N(x)=x$ ), этих букв нет. Если в выбранном наборе коэффициентов передаточной функции есть отрицательные числа, об этом сигнализируют буквы NG (negative) на верхней рамке экрана:

=====NG==NL=T=====

#### Команда "Редактирование" меню БИБЛИОТЕКА

При выборе этой позиции меню на первой цифре в строке параметров появляется засветка-курсор, которую можно передвигать клавишами-стрелками. Редактирование осуществляется в режиме перезаписи, т.е. цифра вводится в место, указываемое курсором, и забивает прежнее значение. Параметры задаются в формате с плавающей точкой. Допустимы отрицательные числа. Некоторым коэффициентам может быть присвоено не числовое, а символьное значение, обозначаемое буквами  $A$  или  $B$ . Числовое значение этим параметрам присваивается в ходе счета. При редактировании можно пользоваться клавишами "пробел" и [BackSpace] (стирание цифры в позиции курсора и сдвиг курсора влево). Для напоминания клавиши редактирования перечислены в левой части экрана.

Для окончания редактирования нажмите [End] или [Esc]. В последнем случае изменения параметров, если они сделаны, игнорируются и программа возвращается в меню БИБЛИОТЕКА. При нажатии [End] программа проверяет корректность ввода и, если

обнаружит ошибку, переводит курсор на это место и возле ошибочного числа помещает мигающий знак вопроса. Исправьте ошибку и снова нажмите [End]. Если набор правильный, то появляется меню

```
-----  
| РЕДАКТИРОВАНИЕ |  
|  Добавить      |  
|  Заменить     |  
|  Удалить      |  
|  Не запоминать |  
|  В главн. меню |  
-----
```

Пользователь должен указать, что делать с новым набором данных. Этот набор может быть ДОБАВЛЕН в таблицу вариантов, или он ЗАМЕНЯЕТ в таблице тот набор, редактированием которого этот новый вариант получен, или прежний набор будет УДАЛЕН из таблицы без замены (а новый набор пропадает), или результат редактирования будет просто проигнорирован. Перед тем, как добавить вариант, программа проверяет, не был ли он записан раньше. После выполнения одного из указанных действий программа возвращается в меню БИБЛИОТЕКА.

*Несколько замечаний.* Удалить вариант можно только через меню в РЕДАКТИРОВАНИЕ. Нельзя ни удалить, ни заменить базовый вариант. Если будет дана команда замены, то новый вариант добавляется в таблицу, а не заменяет прежний. Команда на удаление игнорируется.

Таблица рассчитана на 100 вариантов. При попытке добавить еще один вариант будет сообщение: "Нет места в таблице". Если редактируется выбранный вариант, то после замены или добавления новый вариант становится выбранным.

При выходе из раздела "Формирование элементов схемы" все изменения, если они сделаны, запоминаются на диске.

Команда ГЛАВНОГО МЕНЮ "Просмотр выбранных вариантов"

В процессе работы может возникнуть необходимость вспомнить, какие функции и какие их параметры выбраны для счета. Вход в указанную позицию ГЛАВНОГО МЕНЮ позволяют просмотреть на экране все эти данные. Нажатие [Enter] прокручивает на экране формулы для выбранных функций и значения их коэффициентов, [Esc] возвращает в ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

Команда ГЛАВНОГО МЕНЮ "Исследование замкнутой системы"

Для системы проверяется, все ли элементы схемы заданы. Если не все – выдается список элементов, которые должны быть выбраны, например:

"Выберите элементы  $R$   $W$ ";

если все элементы схемы выбраны, то появляется меню

```
-----  
| ИССЛЕДОВАНИЕ |  
|  Годограф     |  
|  Найквист     |  
|  Попов В.-М. |  
|  АЧХ         |  
|  Раус        |  
|  В главн. меню |  
-----
```

Команда "Годограф" из меню ИССЛЕДОВАНИЕ

При входе в пункты меню ИССЛЕДОВАНИЕ (кроме, конечно, пункта "В главное меню") появляется запрос на ввод буквенных коэффициентов  $A$  и  $B$  (если только они есть в числе заданных параметров):

Задайте параметры  $A, B$  для расчетов,  
число повторных расчетов (от 0 до 9) и шаг изменения параметра

-----  
| A = ..... число шагов . шаг ..... |  
B = .....

Это общий вид запроса, он может быть короче, если требуется задать только один из параметров  $A$  или  $B$ . Ввод числовых данных происходит, как описано в разделе "Редактирование".

Вычисления будут проведены при фиксированном значении  $B$  и при значениях  $A_0, \dots, A_n$ , где  $A_0=A$ , а следующие значения идут с указанным шагом  $dA$  ( $A_m=A+m*dA$ ,  $m=1, \dots, n$ ). Число  $n$  может принимать значения от 0 до 9, соответственно и варианты расчетов нумеруются от 0 до 9. Редактирование оканчивается нажатием [End] или [Esc]. Нажатие [Esc] возвращает в ГЛАВНОЕ МЕНЮ, а при нажатии [End] программа переходит к следующему этапу. Как уже говорилось, до начала счета программа анализирует введенные коэффициенты, в случае необходимости выдает предупреждение и возвращается в ГЛАВНОЕ МЕНЮ. Если степень характеристического многочлена замкнутой системы оказывается равной нулю, то происходит возврат без предупреждения. Если же введенные данные найдены удовлетворительными, программа вычисляет корни характеристических уравнений для вариантов  $m=0, \dots, n$ . Комплексные корни многочленов находятся методом совместных итераций по Берстоу и Ньютону с автоматическим выбором начального приближения. В этом и в ряде других случаев, когда счет может занять относительно долгое время, на экран выдается сообщение:

"Подождите, идет счет..."

Если в это время нажать [Esc], то счет будет прерван, а на экране будут отображены те данные, которые уже будут посчитаны к тому времени.

После окончания счета на экране появляется изображение комплексной плоскости, на которой кружками в масштабе нанесены корни характеристического уравнения, соответствующие заданным значениям  $A$ . При нажатии [Enter] возле каждого корня указывается номер шага. Если нажать [Esc], номера не проставляются. Поле графика корневого годографа, как и других графиков, представляет собой квадрат, разделенный по горизонтали и вертикали на 5 равных частей линиями, возле которых проставлены числа – координаты. Числа даются в записи с плавающей точкой с 2 (для крупных масштабов с 3) знаками после десятичной точки.

Ось абсцисс –  $\text{Re } p$ , ось ординат –  $\text{Im } p$ . Масштаб выбран так, чтобы все корни с  $\text{Im } p \geq 0$  поместились на графике.

#### Меню третьего уровня ГОДОГРАФ

-----  
| ГОДОГРАФ |  
| Выбор области |  
| Таблица корней |  
| Процесс регулир. |  
| Повторить |  
| Курсор |  
В меню исслед.

#### Команда "Выбор области" меню третьего уровня ГОДОГРАФ

При вызове этого пункта меню на экране (в левом нижнем углу) появляется запрос на задание диапазона изменения координат (по горизонтальной и вертикальной осям) для новой области графика:

Границы области  
по горизонтали от ... до ...  
по вертикали от ... до ...

Ввод чисел производится по уже описанным правилам редактирования, конец редактирования – [End], отмена изменения области – [Esc]. На графике будут отображена заданная область комплексной плоскости с корнями многочленов. Выбранная область запоминается и воспроизводится командой "Повторить".

#### Команда "Повторить" меню третьего уровня ГОДОГРАФ

Программа возвращается к той части, где запрашиваются значения коэффициентов  $A, B$ , причем в табличке будут проставлены ранее введенные значения. Можно изменить их, затем нажать [Enter] или [Esc]. При нажатии [Esc] значения параметров остаются прежними, и график будет построен по сохраненным данным. Если нажать [Enter], то счет будет проведен заново.

#### Команда "Курсор" меню третьего уровня ГОДОГРАФ

Для уточнения координат точек графика предусмотрено включение на экране курсора в виде крестика, который можно перемещать клавишами-стрелками. Координаты точки, на которую наведен курсор, показаны внизу экрана. Движение курсора имеет две скорости, меньшая из которых – сдвиг на один пиксел, большая – на  $1/20$  стороны графика. Скорости переключаются ключом F2. Выход из режима курсора – [Esc].

#### Команда "Таблица корней" меню третьего уровня ГОДОГРАФ

В этом разделе программы на экран выводятся: номер варианта и соответствующие значения  $A, B$ ; корни многочлена, отсортированные в порядке убывания  $\operatorname{Re} p$  (в два столбца); коэффициенты характеристического уравнения системы в порядке убывания степеней.

Нажимая [Enter], мы прокручиваем таблицу корней для вариантов  $0, \dots, n$ . Окончание просмотра – [Esc]. Таблицу можно записать в файл или распечатать на принтере. Текст подсказки на экране:

"Для записи данных в файл (на принтер) нажмите [F5]  
затем наберите имя файла (для принтера - prn)  
и нажмите [Enter] (отказ от записи - [Esc])"

При нажатии клавиши [F5] появляется рамка с надписью:  
"Введите имя файла".

Имя принтера prn. Окончание ввода – [Enter], отмена – [Esc]. При нажатии [Enter] действия программы зависят от того, выбран ли вывод в дисковый файл или на принтер. Файл ищется на диске. Если такого файла на диске нет, он создается и в него производится запись.

Если файл есть, но закрыт для записи, то выдается сообщение: "Нет доступа". Если файл есть и запись в него возможна, то выдается запрос: переписать содержимое файла или дописать данные в конце него. Запрос оформлен в виде меню. При выводе на принтер пользователя просят подтвердить, что принтер включен. **Внимание!** Попытка записи на невключенный принтер или дисковод приводит к зависанию программы.

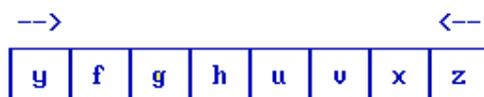
#### Команда "Процесс регулирования" меню третьего уровня ГОДОГРАФ

При выборе этого пункта меню в нижней строке экрана появляется запрос:

"Наберите номер варианта (от 0 до  $n$ ) и нажмите [Enter]",

в котором  $n$  - число вариантов. Если вариант только один ( $n=0$ ), то запрос не возникает, и программа сразу выходит на рисование переходного процесса. В противном случае нужно нажать клавишу с номером варианта (от 0 до 9) и затем [Enter].

Пользователю предлагается выбрать вторую функцию для отображения на графике (первая всегда  $u$ ) с помощью следующего шаблона.



Двигая засветку стрелками, выберите нужную букву и нажмите [Enter]. Можно оставить засветку на  $u$ , тогда будет рисоваться только одна эта функция. Координатная сетка

графика переходного процесса такая же, как для корневого годографа, только по осям отложены  $t$  и  $y$ . Если система линейная и устойчивая, то время регулирования выбирается по формуле  $T=3/a$ , где  $a$  – минимальное расстояние от корней до мнимой оси. В противном случае полагается  $T=10$ . Диапазон изменения по  $y$  выбран произвольным образом от  $-2$  до  $+3$ .

Кривые строятся по методу Рунге-Кутты 4-го порядка. Шаг счета задан в файле **setup.dat**, и его можно менять. Элементы схемы представляются системами дифференциальных уравнений, которые связаны входными и выходными воздействиями. Учет запаздывания обеспечивается запоминанием всех выходов на интервале запаздывания.

#### Меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

```

-----
| ПРОЦЕСС РЕГУЛИР. |
| Продолжить       |
| Выбор области   |
| Повторить       |
| Курсор          |
| Возврат         |
|                 |
-----

```

#### Команда "Продолжить" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

Как уже говорилось, процесс счета можно оборвать, нажав [Esc], тогда будет построена только часть кривой переходного процесса.

Если нажать [Enter] в позиции меню "Продолжить", рисование возобновится. Если же кривая была доведена до правой границы поля графика, которой соответствует время  $T$ , то будут построены кривые для интервала времени  $(T, 2T)$ , затем для интервала  $(2T, 3T)$  и т.д.

#### Команда "Выбор области" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

Этот пункт меню аналогичен пункту с одноименным названием, который описан выше. Здесь нужно задать координаты  $t_1, t_2, y_1, y_2$  новой области графика,  $t_1, t_2$  – границы области по оси  $t$ ,  $y_1, y_2$  – границы по оси  $y$ .

#### Команда "Повторить" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

Выполнение программы возвращается к тому месту, где требуется выбрать функцию, которая будет нарисована на графике.

#### Команда "Курсор" меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ

Этот пункт меню аналогичен пункту с одноименным названием, который описан выше.

#### Команда "Найквист" меню ИССЛЕДОВАНИЕ

При выборе этой команды пользователь должен ответить на два вопроса: в какой точке разомкнуть систему, в точке  $h$  или в  $x$ ; нужно ли задавать интервал частот.

В случае утвердительного ответа на второй вопрос нужно задать начальную частоту  $\omega$ , число точек (не считая начальную) и шаг. Затем, как и при выборе команды "ГОДОГРАФ", нужно задать значения буквенных коэффициентов, если такие есть. Задается только один вариант  $A=...$ ,  $B=...$ . После проверки всех функций на физическую реализуемость и на допустимость задачи по размерам строится амплитудно-фазовая характеристика. На осях графика откладываются значения характеристик:  $A(j\omega)=\text{Re } M(j\omega)$  и  $B(j\omega)=\text{Im } M(j\omega)$ , т.е. для передаточной функции разомкнутой системы вида

$$M(p) = \frac{H(p)R(p)W(p)}{1 + R(p)G(p)},$$

если система разомкнута в точке  $h$ , или  $M(p) = (H(p)W(p) + G(p))R(p)$ , если система разомкнута в точке  $x$ . Если числитель этой функции равен нулю, то об этом выдается сообщение, и программа возвращается в предыдущее меню. Кривая строится с постоянным

шагом, заданным в файле **setup.dat**, по параметру  $\ln w$ . Масштаб задается одинаковый по осям и таким образом, чтобы начальная точка кривой и точка -1 находились в пределах графика. На кривой отмечаются точки с заданной частотой, по заказу точки нумеруются.

Меню этого раздела

НАЙКВИСТ
Выбор области
Повторить
ЛАЧХ,ЛФЧХ
Процесс регулинр.
Курсор
В меню исслед.

Команда "Выбор области" меню НАЙКВИСТ

Работает так же, как одноименная команда меню ГОДОГРАФ, но с тем отличием, что, независимо от указанных пользователем границ области, масштаб по осям  $u, v$  (где  $u = \text{Re } \Phi, v = \text{Im } \Phi$ ) будет выбран одинаковым. Задание области запоминается и воспроизводится командой "Повторить" меню НАЙКВИСТ.

Команды этого меню "Повторить", "Процесс регулирования", "Курсор" работают так же, как одноименные команды ранее описанных меню. Здесь только одна пара значений  $A$  и  $B$ , то выход на построение переходного процесса происходит без запроса.

Команда "ЛАЧХ, ЛФЧХ" меню НАЙКВИСТ

Здесь на одном графике строятся две кривые:  $20 \log |\Phi(jw)|$  и  $\arg \Phi(jw)$ , причем по оси  $w$  логарифмический масштаб. Кривые строятся по частоте  $w$  в диапазоне четырех деkad от 0.01 до 100. По оси ординат величина  $20 \log |\Phi|$  может изменяться от -20 до 30, а фаза от  $+300^\circ$  до  $-360^\circ$ . Дойдя до значения  $-360^\circ$ , фаза сбрасывается до  $0^\circ$ . Этой команде соответствует подменю вида:

ЛАЧХ, ЛФЧХ
Курсор
Сдвиг ЛФЧХ
Таблица частот
Возврат

Команда "Курсор" меню ЛАЧХ, ЛФЧХ

Эта команда работает аналогично одноименной команде меню ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ, но внизу экрана выводятся три координаты (третья координата – фаза).

Команда "Сдвиг ЛФЧХ" меню ЛАЧХ, ЛФЧХ

Фазовая характеристика строится в диапазоне от  $+300^\circ$  до  $-360^\circ$ . В исходном состоянии на экране видна ось фазы с диапазоном значений от 0 до  $-360^\circ$ . Для просмотра положительных значений фазовой характеристики необходимо использовать команду "Сдвиг ЛФЧХ".

Команда "Таблица частот" меню ЛАЧХ, ЛФЧХ

Таблица частот выводится на экран в следующем виде:

критич. частота		$20 \lg  \Phi $		$\Phi$		частота среза		фаза
-----------------	--	-----------------	--	--------	--	---------------	--	------

Данные для таблицы вычисляются сначала грубо, одновременно с построением соответствующих кривых, затем уточняются по методу секущих.

Команда "Возврат" меню ЛАЧХ, ЛФЧХ

Выбор этой команды приводит к возвращению в меню НАЙКВИСТ.

Команда "Попов В.М." меню ИССЛЕДОВАНИЕ

При выборе этой команды меню порядок действий такой же, как и при выборе команды "Найквист", но на графике строится кривая Попова: на осях откладываются значения  $\operatorname{Re} M(w)$  и  $w \operatorname{Im} M(w)$ .

Меню раздела:

```

-----
| ПОПОВ В.-М. |
| Выбор области |
| Повторить |
| Найквист |
| Процесс регулir. |
| Курсор |
| В меню исслед. |
-----

```

Программа спрашивает, задать ли интервал частот. Если "Да", то тот же интервал будет на АФХ если воспользоваться командой "Найквист" меню В.М. Попов.

#### Команда "АЧХ" меню ИССЛЕДОВАНИЕ

По этой команде строится зависимость модуля передаточной функции замкнутой системы  $|\Phi(jw)|$  от  $w$ . Меню раздела:

```

-----
| АЧХ |
| Выбор области |
| Курсор |
| Таблица корней |
| Процесс регулir. |
| В меню исслед. |
-----

```

Пункты "Выбор области", "Курсор" и "Процесс регулирования" действуют так же, как одноименные пункты описанных выше меню.

#### Команда "Таблица корней" меню АЧХ

Таблица во многом похожа на таблицу, которая строится по одноименной команде меню ГОДОГРАФ. **Внимание!** На экран выдаются, кроме корней и коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы, также и корни и коэффициенты числителя и знаменателя разомкнутой системы. Эта таблица и описанная выше (в разделе ЛАЧХ, ЛФЧХ) таблица частот могут быть выданы в файл или на принтер, как описано в разделе ГОДОГРАФ.

#### Команда "Раус" меню ИССЛЕДОВАНИЕ

Здесь снова нужно задать значения  $A$  и  $B$ , но в отличие от раздела "ГОДОГРАФ" для обоих значений нужно задать число точек и размер шага:

```

-----
| A = ..... число шагов . шаг ..... |
| B = ..... число шагов . шаг ..... |
-----

```

Одна из этих строк может отсутствовать, если только один параметр задан буквой. Если буквенных параметров нет, то и запрос на ввод  $A$ ,  $B$  не появляется.

В левом верхнем углу экрана появляется меню вида:

```

-----
| РАУС |
| Повторить |
| В файл/на принт. |
| Таблица корней |
| Процесс регулir. |
| В меню исслед. |
-----

```

Строится квадратная таблица с двумя входами, по вертикали – варианты выбора параметра  $A$ , по горизонтали – выбора параметра  $B$ .

В таблице указано число неустойчивых корней, прочерк – отсутствие данных

$A \rightarrow 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9$

-----	
0	2 2 2 0 0
1	2 2 - 0 0
B 2	2 - 0 0 0
3	

На пересечении – количество неустойчивых корней характеристического многочлена при определенных значениях  $A$  и  $B$ . Это количество вычисляется по критерию Рауса. Корни  $p=0$  не учитываются.

Если же есть корни  $p=w$ , то схема вычислений не работает и в соответствующей строке таблицы ставится прочерк.

#### Команда "Процесс регулирования" меню РАУС

Чтобы выйти на построение переходного процесса, нужно нажать [Enter], находясь в соответствующей позиции меню. В ответ на запрос:

"Наберите номер варианта по  $A$  и  $B$  (две цифры) и нажмите [Enter]:"

нужно набрать на клавиатуре две цифры – номера варианта по  $A$  и  $B$ .

#### Команда "Процесс регулирования" ГЛАВНОГО МЕНЮ

Если вызвать команду "Процесс регулирования" из ГЛАВНОГО МЕНЮ, то сначала будет запрос на ввод пары значений  $A$  и  $B$ , а затем все происходит, как сказано в описании одноименной команды меню ГОДОГРАФ, с той только разницей, что по команде "Повторить" программа возвращается на этап, где задаются значения  $A$  и  $B$ .

#### Команда "Поиск минимума" ГЛАВНОГО МЕНЮ

Программа запрашивает диапазоны параметров  $A$  и  $B$ , для которых будут просчитаны величины ошибки  $e=f-y$  как функции времени.

Программа также запрашивает время регулирования. Если задать время, то все кривые будут строиться на этом временном интервале. Если же время не задавать (вместо ввода числа нужно нажать [Esc] или ввести число 0), то время регулирования оценивается по ближайшему к мнимой оси корню характеристического многочлена и будет разным для разных вариантов. В последнем случае процесс строится только для устойчивых систем (устойчивость берется с некоторым запасом). В обоих случаях длительность процесса ограничивается сверху числом 50.

Качество процесса оценивается по трем критериям:

- 1) Интеграл от модуля ошибки  $I_1$ .
- 2) Интеграл от квадрата ошибки  $I_2$ .
- 3) Время регулирования  $t_{\text{пер}}$ .

Если время регулирования задано пользователем, то качество процесса оценивается по первым двум критериям.

Перебор значений параметров производится в следующем порядке: при заданном значении  $A$  перебираются все значения  $B$ . Счет можно прервать, нажав [Esc].

После завершения счета на экран выдается сообщение о числе просчитанных вариантов, если счет был прерван, то сообщается, на каком варианте. Далее выдается наилучший вариант по каждому из критериев.

#### Дополнительные возможности

1. Из ГЛАВНОГО МЕНЮ, нажав клавишу [F2], можно вызвать две сервисные программы:

- нахождение корней многочлена;
- нахождение многочлена по его корням.

В первой программе нужно задать порядок многочлена (не более 20), а затем и его коэффициенты. Незаданные коэффициенты считаются нулевыми. Окончание ввода –

[End]. Если нет ошибок ввода (их место указывает мигающий знак ?), на экран выдаются корни многочлена.

Во второй программе надо задать корни многочлена. Для этой цели на экране отведено 20 мест для вещественных и 10 мест для комплексных корней. Незаполненное место рассматривается как отсутствие корня. У чисто мнимых корней достаточно заполнить только мнимую часть. Если у комплексного корня заполнена только действительная часть, то это число рассматривается как кратный действительный корень. По окончании ввода нажмите [End]. Если вы задали больше 20 корней, будет выдано предупреждение, в противном случае на экран выдаются порядок многочлена и его коэффициенты.

## 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

1. Межсессионная аттестация студентов проводится дважды в семестр на 7 и 13 неделях 5-го семестра.
2. Аттестационная оценка складывается из оценок, полученных аттестационных занятиях по лабораторным работам и собеседованиях:
  - 2.1. *Первое аттестационное занятие.* Проверка знаний и навыков студентов по исследованию динамических свойств и характеристик линейных систем управления во временной и частотной областях.
  - 2.2. *Второе аттестационное занятие.* Проверка знаний и навыков студентов по анализу и синтезу линейных и нелинейных систем автоматического управления.
  - 2.3. *Первое собеседование.* Математические модели манипулятора, центробежного маятника, ресивера, гидравлического сервомотора;
  - 2.4. *Второе собеседование.* Математические модели длинного бьефа, печи сжигания (окисления) серы, двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, асинхронного двухфазного двигателя
3. Организация аттестации студентов, проводится в соответствии с положением АмГУ о курсовых экзаменах и зачетах<sup>\*</sup>

---

\* 2.1. Организация аттестации студентов в университете по специальностям и направлениям высшего профессионального образования регламентируется рабочим учебным планом, расписанием учебных занятий и программами учебных дисциплин, утверждаемыми в установленном в университете порядке.

Контроль за качеством освоения образовательных программ осуществляется путем текущей внутрисеместровой аттестации, ректорской контрольной аттестации, промежуточной аттестации студентов в форме курсовых экзаменов и зачетов и итоговой аттестации выпускников.

2.2. Курсовые экзамены и зачеты проводятся по дисциплинам утвержденного учебного плана по соответствующим специальностям и направлениям высшего профессионального образования. Знания, умения и навыки обучающегося определяются оценками "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно", "зачтено" и "незачтено".

2.3. Студенты, обучающиеся по основным программам высшего профессионального образования, сдают в течение учебного года не более 10 экзаменов и 12 зачетов. В это число не входит аттестация по физической культуре и факультативным дисциплинам.

Студенты, обучающиеся в сокращенные сроки (по индивидуальным планам), в течение учебного года сдают не более 20 экзаменов и 24 зачетов.

2.4. Сроки проведения курсовых зачетов и экзаменов (экзаменационная сессия) и начало очередного учебного семестра устанавливаются графиком учебного процесса, утвержденным проректором по учебной работе.

Расписание экзаменов составляется в соответствии с графиком учебного процесса, утверждается проректором по учебно-научной работе и доводится до сведения преподавателей и студентов не позднее, чем за две недели до начала сессии. Расписание составляется таким образом, чтобы на подготовку к экзаменам по каждой дисциплине было отведено не менее 3 дней, исключая день предыдущего экзамена. По согласованию с деканами и заведующими соответствующих кафедр отдельные экзамены (зачеты) могут проводиться в течение семестра по завершении преподавания дисциплины.

## 12. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ И РГР

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Варианты.

Таблица 1

Номер варианта	Значения коэффициентов		
	$a_1$	$a_0=b_0$	$b_1$
<i>1</i>	2	3	4
1	0.3	1	0.4
2	0.4	1	0.8
3	0.5	1	1.1
4	0.6	1	1.3
5	1.7	1	3.5
6	1.8	1	3.4
<i>1</i>	2	3	4
7	1.9	1	3.8
8	2.1	1	4.2
9	2.2	1	4.3
10	2.3	1	4.8
11	3.5	1	6.8
12	4.5	1	8.6
13	4.7	1	9.8
14	4.2	1	8.6
15	4.1	1	8.0

**Задание.**

Запишите передаточную функцию упругого звена, если оно описывается уравнением:

$$b_1 \frac{dz}{dt} + b_0 z = a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u, \quad (2)$$

Для уравнения (2), применяя способ прямого программирования, запишите уравнения в пространстве состояний. Составьте схему моделирования звена в пространстве состояний. Значения коэффициентов

$$a_0; a_1; b_0; b_1 \quad (3)$$

задайте согласно варианту из табл. 1.\*

Запустите пакетный файл **tay.bat** из каталога **ТАУ** и выберите:

- программу **linsys** (в главном меню);
- пункт меню “**Разомкнутая система**” (в разделе “Исследование линейных систем регулирования”);

способ задания передаточной функции исследуемого объекта “**Ввод по коэффициентам**”.

Введите значения порядка числителя и порядка знаменателя передаточной функции (2), а также согласно (3) значения ее коэффициентов. В появившемся меню выберите пункт “**Исследовать систему**”. Получите и сохраните электронные копии графических изображений переходного процесса  $h(t)$  и весовой функции  $w(t)$ .

\* Номер варианта соответствует номеру подгруппы

*Замечание.* Напоминаем, что выбор рисунка (путем последовательного переключения) осуществляется клавишей **Tab**, а увеличение размера выбранного рисунка – с помощью клавиши **F5**.

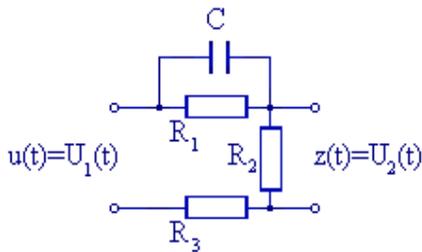
При подготовке к сохранению графических изображений  $h(t)$  и  $w(t)$  выберите соответствующие масштабы по осям координат (из соображений наглядности сохраняемых рисунков).

Повторите пп. 3-4, предварительно изменив в соотношениях (3) значение коэффициента  $a_1$  и выполнив необходимые расчеты при  $0.5a_1$ .  
Для передаточной функции упругого звена, представляющей собой выражение вида:

$$W(p) = K \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1},$$

определите значения параметров  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ , во-первых, исходя из соотношений (3), во-вторых, после замены  $a_1$  на значение  $0.5a_1$ .

Учитывая соотношения между значениями постоянных времени, а именно неравенства:  $T_1 > T_2$  и  $T_2 > T_1$ , объясните качественные отличия в поведении переходных процессов, которые были получены при выполнении пп. 3-6.



**Рис. 1**

Выведите передаточную функцию пассивной электрической цепи, показанной на рис. 1. Объясните, почему переходный процесс в данной электрической цепи должен соответствовать переходному процессу, который был получен при выполнении пп. 3-5.

Полагая в выражении (2) значение коэффициента  $a_0=0$ , исследуйте переходный процесс в реальном дифференцирующем звене, повторяя п. 1-5.

Как изменится график переходного процесса в дифференцирующем звене, если коэффициент  $b_0$

задан со значением со знаком минус?

Проверьте свои предположения экспериментально.

Полагая значения коэффициента  $a_1 = 0$ , исследуйте переходной процесс в апериодическом звене первого порядка, повторяя пп. 1-5.

При исследовании переходного процесса в апериодическом звене первого порядка получите семейство переходных функций, изменяя значение коэффициента  $b_1$  по следующей формуле:

$$b_1 = b_1(1+i), \quad i=1, 2, 3, 4.$$

*Замечание.* Все рисунки, полученные в п. 12, должны быть объединены в единых осях координат (наложены друг на друга), в связи с чем при построении графиков необходимо использовать общий масштаб.

Повторите п. 11 для случая, когда коэффициент  $b_0$  задан со знаком минус.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### Варианты.

Таблица 2

Номер варианта	Значения коэффициентов		
	$K_1$	$K_2$ (с <sup>-1</sup> )	$T_1$ (с)
<b><i>I</i></b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	2.1	25	4.2
2	2.2	10	4.3
3	2.3	15	4.8
4	3.5	20	6.8
5	4.5	25	8.6
6	4.7	15	9.8
7	4.2	20	8.6
8	4.1	25	8.0
9	0.3	10	0.4
10	0.4	15	0.8
11	0.5	20	1.1
12	0.6	25	1.3
13	1.7	10	3.5
14	1.8	15	3.4
15	1.9	20	3.8

### Задание.

Составьте схемы моделирования в пространстве состояний звеньев первого порядка, модели которых заданы передаточными функциями:

$$W_1(p) = \frac{K_1}{T_1 p + 1}, \quad W_2(p) = \frac{K_2}{p}, \quad (4)$$

с коэффициентами передачи и постоянными времени, взятыми согласно вашему варианту.

Повторите пп. 3-5 (см. задание к лабораторной работе №1) для звена с передаточной функцией вида  $W(p) = W_1(p) + W_2(p)$  для случая, когда ее составляющие описываются уравнениями (4).

*Замечание.* При выборе способа задания передаточной функции исследуемого объекта используйте процедуру **“Ввод по коэффициентам”**. Независимо от табличных данных здесь задайте значение  $K_2=1$ .

Повторите п. 2 для звена с передаточной функцией

$$W(p) = W_1(p)W_2(p).$$

*Замечание.* При выборе способа задания передаточной функции исследуемого объекта используйте процедуру **“Ввод по коэффициентам”**. Используйте табличное значение  $K_2$ . Попробуйте объяснить, почему в предыдущем пункте использовалось значение  $K_2=1$ .

Повторите предыдущий пункт, используя способ задания передаточной функции **“Ввод по коэффициентам”**. Сравните полученные результаты, и если они не будут совпадать, то дайте пояснения.

Повторите п. 2 для звена, модель которого описывается следующей передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \quad (5)$$

*Замечание.* Предполагая, что передаточная функция  $W_1(p)$  описывает объект управления, а  $W_2(p)$  – регулятор, выберите: во-первых, пункт меню **“Замкнутая система”** (шаблон “Исследование линейных систем регулирование”); во-вторых, при выборе способа задания передаточных функций  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  используйте процедуру **“Ввод по корням”**.

Определите полюса замкнутой системы, рассмотренной в п. 4, затем, если полюса будут комплексные, сделайте их вещественными; если же они вещественные, то – комплексными. Указанные изменения обеспечьте за счет значений коэффициента  $K_1$ . Повторите задание п. 4.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

#### Варианты.

*Таблица 3*

Номер варианта	Значения коэффициентов		
	$K$	$T_1$ (с)	$T_2$ (с)
1	2.1	0.25	0.42
2	2.2	0.10	0.43
3	2.3	0.15	0.48
4	3.5	0.20	0.68
5	4.5	0.25	0.86
6	4.7	0.15	0.98
7	4.2	0.20	0.84
8	4.1	0.25	0.48
9	0.3	0.12	0.34
10	0.4	0.15	0.83
11	0.5	0.22	0.11
12	0.6	0.25	0.13
13	1.7	0.11	0.35
14	1.8	0.15	0.34
15	1.9	0.28	0.38

### Задание.

Составьте в пространстве состояний схемы моделирования аperiodического звена 1-го

$$W(p) = \frac{K}{T_2 p + 1} \quad (6)$$

и колебательного звена

$$W(p) = \frac{K}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}. \quad (7)$$

Запустите пакетный файл **tay.bat** из каталога **ТАУ** и выберите:

программу **linsys** (в главном меню);

пункт меню **“Разомкнутая система”** (в разделе **“Исследование линейных систем регулирования”**);

способ задания передаточной функции исследуемого объекта **“Ввод по коэффициентам”**.

Введите значения порядка числителя и порядка знаменателя передаточной функции (6), а также согласно данным вашего варианта значения ее параметров. В появившемся меню выберите пункт **“Исследовать систему”**. Получите и сохраните электронную копию амплитудно-частотной характеристики, предварительно выбрав соответствующий масштаб.

*Замечание.* При выполнении пп. 3 и 4, независимо от табличных данных, задавайте значение  $K=1$ . Далее значение этого коэффициента должно быть табличным.

Повторите п. 3 для колебательного звена с передаточной функцией вида (7).

Повторите п. 3 для реально-дифференцирующего звена с передаточной функцией вида:

$$W(p) = \frac{Kp}{T_2 p + 1}.$$

Исследуется система управления, которая имеет структурную схему, представленную на рис. 4, где для удобства введены обозначения, принятые в ППП **“ТАУ”**

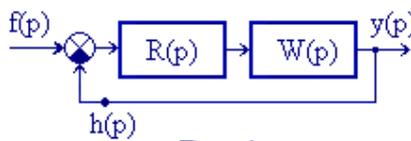


Рис. 4

– в частности, точка  $h$  – место разрыва обратной связи.

Передаточные функции имеют вид:

$$R(p) = \frac{1}{T_1 p + 1},$$

(8)

$$W(p) = \frac{K}{T_2 p + 1} \exp(-tp), \quad (9)$$

где  $K, T_1, T_2, t$  – данные из табл. 3: например,  $t=0$ .

Запустите из каталога **ТАУ** программу **control** и выберите:

пункт **“Установить базовый вариант”** и пункт **“Оставить схему без изменения”** (в диалоговом окне);

пункт **“Формирование элементов схемы”** (в главном меню).  
 Переместитесь по структурной схеме на функцию  $R$ , а затем выберите и введите:  
 пункт **"Тип функции"** (в меню «Библиотека») и выберите передаточную функцию вида (8);  
 пункт **"Редактирование"** и задайте нужное значение параметра  $K$ ;  
 пункт **"Заменить"** (в подменю «Редактирование»);  
 пункт **"Выбор"** (зафиксируйте ваш выбор - [Enter]);  
 пункт **"Возврат в схему"**.

Повторите п. 8 для функции  $W$ , с передаточной функцией (9), при  $t=0$ .

*Замечание.* На последнем шаге **"Возврат в схему"** введите пункт **"В главное меню"**.

Выберите:

пункт **"Исследовать систему"** (в главном меню);  
 пункт **"Найквист"**.

Получите и сохраните графические изображения: годографа  $W(j\omega)$ ; процесса регулирования для функций  $y(t)$  и  $f(t)$ ; ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Повторите пп.8 -10 для

$t=0.5T_2$ .

Охарактеризуйте отличие годографов, полученных в пп.10 и 11.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

### Варианты.

Таблица 4

Номер варианта	Значения коэффициентов					
	$I$	$K$	$T_1(c)$	$T_2(c)$	$T_3(c)$	$T_4(c)$
1	0.25	1.4	0.5	0.7	2.0	0.09
2	0.3	1.2	0.6	0.8	2.2	0.08
3	0.35	1.3	0.7	0.9	2.4	0.07
4	0.4	1.4	0.8	0.7	2.6	0.07
5	0.45	1.2	0.9	0.8	2.7	0.08
6	0.5	1.3	1.1	0.9	2.1	0.09
7	0.55	1.4	1.2	0.7	2.3	0.09
8	0.6	1.2	1.3	0.8	2.5	0.08
9	0.65	1.3	1.4	0.9	2.0	0.07
10	0.7	1.4	1.5	0.7	2.2	0.07
11	0.15	1.2	1.6	0.8	2.4	0.08
12	0.2	1.3	1.7	0.9	2.6	0.09
13	0.35	1.4	0.4	0.7	2.6	0.07
14	0.45	1.2	0.3	0.8	2.7	0.08
15	0.1	1.3	0.2	0.9	2.1	0.09

### Задание.

Для системы управления, структурная схема которой показана на рис. 4, используя программу **control**, выполните следующую программу работ:

Определите согласно данным вашего варианта, устойчивость замкнутой системы с помощью любого критерия устойчивости для случая, когда передаточные функции  $R(p)$  и  $W(p)$  имеют следующий явный вид:

$$R(p) = K, \quad (10)$$

$$W(p) = \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4^2 p^2 + 2IT_4 p + 1)}. \quad (11)$$

Теоретические результаты проверьте экспериментально и подтвердите документально соответствующими графическими изображениями.

Для системы с передаточными функциями (10), (11) при условии

$$T_1 = T_2 = 0$$

рассчитайте значение критического коэффициента усиления разомкнутой системы. В передаточной функции (10) выберите и задайте значения коэффициента усиления  $K$ , выполняя следующие условия:

$$K > K_{\text{крит}}, K = K_{\text{крит}}, K < K_{\text{крит}}.$$

Для всех значений коэффициента  $K$  постройте графики годографов разомкнутых систем и переходных процессов в замкнутых системах. Полученные результаты прокомментируйте.

Определите (численно или графически) величину запаса по фазе, используя данные предыдущего пункта, рассматривая следующие значения коэффициента  $K$ :

$$K = K_{\text{крит}}, K < K_{\text{крит}}.$$

В уравнении (10) замените пропорциональный регулятор на интегральный. Верните в уравнении (11) нулевое значение постоянной времени  $T_1$  на табличное. Определите значение  $K_{\text{крит}}$  и повторите пп. 1, 2 и п.3 для  $K < K_{\text{крит}}$ .

В уравнении (10) вернитесь к пропорциональному регулятору, увеличив его табличное значение в 10 раз. Измените в уравнении (11) значение параметра  $I$  на значение  $-I$ , а значения постоянных времени  $T_1$  и  $T_2$  пусть соответствуют табличным. Покажите теоретически и подтвердите экспериментально факт того, что в рассматриваемом случае система управления, показанная на рис. 4, является условно устойчивой.

Повторите п.4, но при значении

$$T_1 = 0.$$

Обоснуйте теоретически и подтвердите экспериментально факт того, что в этом случае при изменении коэффициента усиления разомкнутой системы  $K$  замкнутая система будет или условно устойчивой, или неустойчивой.

Повторите п.5 при условиях

$$T_1 = 0, T_2 = 0.$$

Докажите теоретически и подтвердите экспериментально факт того, что в этом случае замкнутая система будет неустойчивой всегда, т.е. при любом значении коэффициента усиления  $K$ .

В системе с передаточными функциями (10), (11) выполните замену  $W(p)$  вида (11) на передаточную функцию объекта с запаздыванием по управлению:

$$W(p) = \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4^2 p^2 + 2IT_4 p + 1)} \exp(-pt), \quad (12) \text{ где}$$

величину запаздывания задайте в соответствии с условием  $t=0.5T_4$ ,

а значения всех остальных параметров пусть соответствуют табличным данным.

Для разомкнутой системы вида (10), (12) покажите экспериментально, что при возрастании запаздывания  $t$  замкнутая система управления потеряет устойчивость. Определите в этой системе величину запаса устойчивости и попытайтесь определить аналитически критическое значение запаздывания -  $t_{\text{крит}}$ , превышение которого делает замкнутую систему управления неустойчивой.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

#### **Задание.**

При выполнении заданий пп. 1 и 2 используются исходные данные лабораторной работы № 4.

Для замкнутой системы управления показанной на рис. 4, со статической передаточной функцией разомкнутой системы

$W_{\text{раз}}(p) = R(p)W(p)$ , явный вид которой задан следующим образом:

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4^2 p^2 + 2IT_4 p + 1)}, \quad (13)$$

определите аналитически величину статической и скоростной ошибок при входных воздействиях

$$f(t) = 1(t),$$

$$f(t) = t. \text{ Полученные результаты подтвердите экспериментально.}$$

*Замечание.* Перед началом расчета необходимо убедиться в устойчивости замкнутой системы. При этом если замкнутая система окажется неустойчивой, то необходимо изменить значения заданных параметров. Предлагаемые изменения обосновать и использовать в последующих расчетах и при моделировании.

Для той же замкнутой системы управления, но с астатической передаточной функцией разомкнутой системы  $W_{\text{раз}}(p) = R(p)W(p)$ , явный вид которой задан следующим образом:

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}, \quad (14)$$

повторите задание п.1.

Докажите аналитически и покажите экспериментально, что за счет выбора в передаточной функции

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{K(T_1 p + 1)}{p^2(T_3 p + 1)} \quad (15)$$

величины коэффициента усиления  $K$  и значений постоянных времени  $T_1$  и  $T_2$  в замкнутой системе можно обеспечить устойчивость при астатизме второго порядка  $W_{раз}(p)$ .

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

**Варианты.**

*Таблица 5*

Номер варианта	Значения коэффициентов объекта регулирования		
	$t_0$ (с)	$T_0$ (с)	$K_0$
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	80	240	30
2	70	230	35
3	75	220	25
4	80	260	40
5	80	300	30
6	90	250	35
7	85	260	45
8	60	235	50
9	65	245	35
10	50	255	30
11	70	265	20
12	75	275	25
13	80	280	30
14	70	210	35
15	60	215	40

**Задание.**

Пусть в замкнутой системе управления передаточная функция объекта управления соответствует апериодическому звену 1-го порядка с запаздыванием, т.е. описывается уравнением  $W(p) = \frac{K_0}{T_0 p + 1} \exp(-t_0 p)$ ,

$$W(p) = \frac{K_0}{T_0 p + 1} \exp(-t_0 p),$$

а  $R(p)$  – передаточная функция типового П-регулятора. Для этой замкнутой системы управления, см. структурную схему на рис. 4, с передаточной функцией разомкнутой системы вида  $W_{раз}(p) = R(p)W(p)$ ,

используя исходные данные (табл. 5) и формулы расчета оптимальных значений параметров настройки регуляторов (табл. 6), требуется:

вычислить значения параметра настройки  $K_{II}$  для каждого типа переходных процессов, из указанных в табл. 6;

осуществить имитационное моделирование замкнутой системы управления с П-регулятором в соответствии с требованиями качества управления для каждого типа переходных процессов.

Повторить п.1 для случаев, когда в качестве регулятора используются И, ПИ и ПИД регуляторы.

Таблица 6

Тип регулятора	Требования к качеству переходного процесса		
	апериодический с min времени регулирования	с 20% перерегулированием	с min квадратичной площадью отклонения
П	$K_{II} = \frac{0.3T_0}{K_0 t_0}$	$K_{II} = \frac{0.7T_0}{K_0 t_0}$	$K_{II} = \frac{0.9T_0}{K_0 t_0}$
И	$T_{II} = 4.5K_0 T_0$	$T_{II} = 1.7K_0 T_0$	$T_{II} = 1.7K_0 t_0$
ПИ	$K_{II} = \frac{0.95T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = 0.8t_0 + 0.5T_0$	$K_{II} = \frac{0.7T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = t_0 + 0.3T_0$	$K_{II} = \frac{T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = t_0 + 0.35T_0$
ПИД	$K_{II} = \frac{0.95T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = 2.4t_0$ , $T_D = 0.4t_0$	$K_{II} = \frac{1.2T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = 2t_0$ , $T_D = 0.4t_0$	$K_{II} = \frac{1.4T_0}{K_0 t_0}$ , $T_{II} = 1.3t_0$ , $T_D = 0.5t_0$

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

**Варианты.**

Таблица 7

Номер варианта	Значения коэффициентов								
	$R_1$ (мом)	$R_2$ (мом)	$K_{исх}$	$K_{жел}$	$T_{1исх}$ (с)	$T_{2исх}$ (с)	$T_{3исх}$ (с)	$T_{4исх}$ (с)	$T_{4жел}$ (с)
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
1	2	3	1	30	3	5	10	20	2
2	3	4	2	30	4	6	12	30	3
3	4	5	3	2	5	7	13	32	4
4	2	1	4	30	6	10	23	28	4
5	1	2	3	40	2	5	10	20	1
6	3	4	2	50	3	6	12	30	2
7	4	3	1	40	4	17	13	32	3
8	2	4	2	30	5	10	23	28	4
9	4	1	3	20	4	15	10	20	2
10	3	2	4	30	5	16	12	30	3
11	2	3	3	40	6	7	13	32	4
12	1	4	2	50	7	10	23	28	5
13	2	3	1	40	5	7	13	32	3
14	3	2	2	30	6	10	23	28	4
15	2	1	3	30	7	15	10	20	2

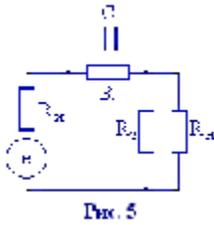


Рис. 5

### Задание.

Для пассивного дифференцирующего звена, схема которого дана на рис. 5, согласно данным вашего варианта выполните следующее:

выведите передаточную функцию последовательного корректирующего звена  $W_{1кор}(p)$ ;

запишите уравнения характеристик -  $A_{1кор}(w), j_{1кор}(w)$ ;

определите функциональную зависимость коэффициентов передаточной функции от следующих параметров:  $R_1, R_2$  и  $C=1$  Мкф, при  $R_1 \neq 0, R_2 \neq \inf, \inf$  - обозначение бесконечности;

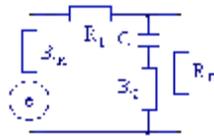


Рис. 6

рассчитайте значения коэффициентов  $W_{1кор}(p)$  и постройте ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Для пассивного корректирующего звена того же типа, см. схему на рис. 6, выполните следующее:

выведите передаточную функцию  $W_{2кор}(p)$ ;

запишите уравнения характеристик -  $A_{2кор}(w), j_{2кор}(w)$ ;

определите функциональную зависимость и значения коэффициентов передаточной функции  $W_{2кор}(p)$  от параметров:  $R_1, R_2$  и  $C=1$  Мкф.

Для системы управления, структурная схема которой показана на рис. 4, рассматриваются две передаточные функции разомкнутой системы:

во-первых, исходная передаточная функция, описываемая уравнениями вида:

$$W_{раз.исх}(p) = R_{исх}(p)W_{исх}(p), \quad (16)$$

$$R_{исх}(p) = 1, \quad (17)$$

$$W_{исх}(p) = K_{исх} \frac{(T_{1исх}p + 1)(T_{2исх}p + 1)}{(T_{3исх}p + 1)(T_{4исх}p + 1)^2}, \quad (18)$$

во-вторых, желаемая передаточная функция, которая сформирована следующим образом:

$$W_{раз.жел}(p) = R_{кор}(p)W_{исх}(p), \quad (19)$$

и описывается уравнением

$$W_{раз.жел}(p) = K_{жел} \frac{(T_{1исх}p + 1)(T_{2исх}p + 1)}{(T_{3исх}p + 1)(T_{4жел}p + 1)^2}. \quad (20)$$

Для разомкнутых систем исходной (16), (17), (18) и желаемой (18), (19), (20) требуется:

определить явный вид передаточной функции  $R_{жел}(p)$ ;

построить ЛАЧХ и ЛФЧХ исходной разомкнутой системы  $W_{раз.исх}(p)$ ;

построить ЛАЧХ и ЛФЧХ желаемой разомкнутой системы  $W_{раз.жел}(p)$ ;

построить ЛАЧХ и ЛФЧХ желаемой разомкнутой системы  $R_{жел}(p)$ .

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

### Варианты.

Таблица 8

Номер варианта	Значения коэффициентов объекта регулирования и нелинейности				
	$T_1$ (с)	$K$ (с <sup>-1</sup> )	$a$	$b$	$c$
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	1	9	0.4	0.8	1
2	1.5	13	0.5	1	1.2
3	2	14	0.6	1.3	1.4
4	2.5	7	0.5	1.2	1.6
5	3	6	0.4	1	1.8
6	3.5	15	0.5	1.1	2
7	4	16	0.6	1.5	1
8	4.5	5	0.5	1.3	1.2
9	5	4	0.4	1.7	1.4
10	5.5	17	0.5	1.8	1.6
11	6	18	0.6	1.4	1.8
12	6.5	8	0.5	1.3	2
13	7	10	0.4	1.2	1.2
14	7.5	19	0.5	1.4	1.6
15	8	20	0.6	1.9	2

### Задание.

Рассматривается нелинейная система управления первого типа (см. структуру на рис. 7)

с нелинейной частью  $N(x)$ , где отклонение  $x(t)=f(t)-y(t)$ , и линейной частью, описываемой передаточной функцией  $W_{раз}(p)=R(p)W(p)$ , явный вид

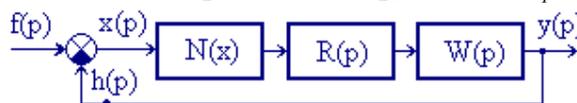


Рис. 7

которой задан при  $R(p)=1$  следующим образом:

$$W_{раз}(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)}. \quad (21)$$

Требуется найти реакцию нелинейной замкнутой системы управления на единичное входное воздействие для следующих типов нелинейных элементов:

нелинейный элемент с зоной насыщения (см. рис. 8);

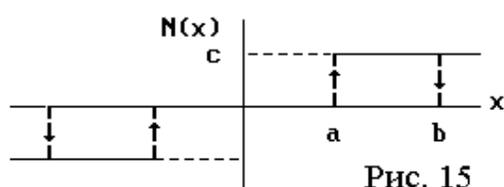
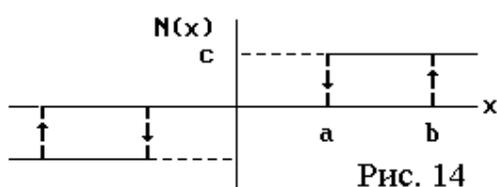
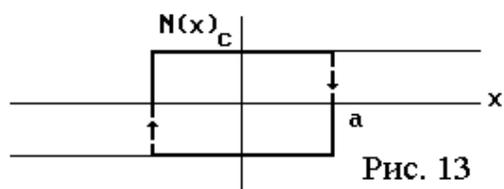
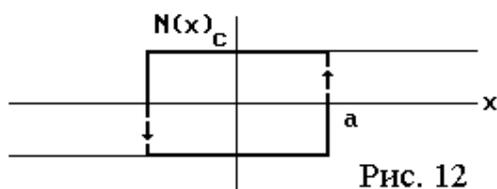
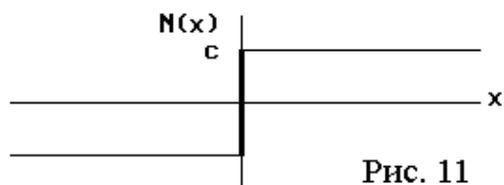
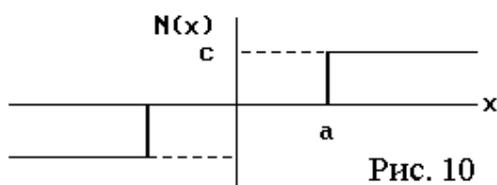
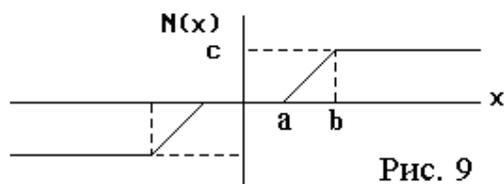
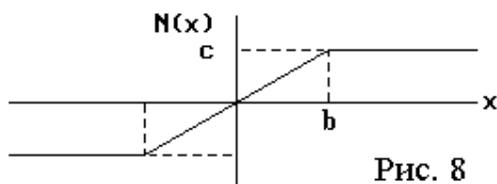
нелинейный элемент с зонами насыщения и нечувствительности (см. рис. 9);

релейный элемент с зоной насыщения (см. рис. 10);

идеальный релейный элемент (см. рис. 11);

реле с гистерезисом типа А (см. рис. 12) и типа Б (см. рис. 13);

реле с гистерезисом и зоной нечувствительности типа А (см. рис. 14) и типа Б (см. рис. 15).



## Расчетно-графическая работа №1. Непрерывные системы

### Задание

Согласно структурной схеме непрерывной САУ, изображенной на рис. 19, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 9, требуется:

- найти передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем;
- построить частотные характеристики;
- определить устойчивость замкнутой САУ.

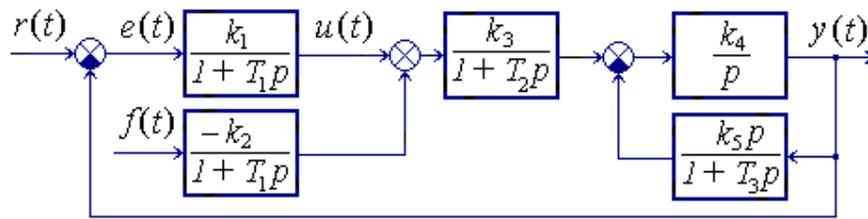


Рис. 19

Таблица 9

Номер варианта	Исходные данные и условия					
	Числовые параметры			Передаточные функции	Частотные характеристики	Критерий устойчивости
	(б/р)	(с <sup>-1</sup> )	(с)			
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
1	$k_1=1$ $k_2=1$ $k_3=0,8$	$k_4=12,5$	$k_5=2,5$ $T_1=0,17$ $T_2=0,01$ $T_3=0,18$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
2	$k_1=0,8$ $k_2=1,2$ $k_3=1,1$	$k_4=13$	$k_5=2,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
3	$k_1=1,1$ $k_2=1,1$ $k_3=0,7$	$k_4=11,5$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,01$ $T_3=0,16$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста
4	$k_1=1,2$ $k_2=1,4$ $k_3=0,9$	$k_4=12,5$	$k_5=3$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,13$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
5	$k_1=1$ $k_2=1$ $k_3=0,85$	$k_4=12$	$k_5=2$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,15$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
6	$k_1=1,2$ $k_2=1,2$ $k_3=0,95$	$k_4=13$	$k_5=3$ $T_1=0,15$ $T_2=0,02$ $T_3=0,16$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
7	$k_1=1,1$ $k_2=1,1$ $k_3=0,75$	$k_4=11$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,02$ $T_3=0,16$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста

1	2	3	4	5	6	7
8	$k_1=1,2$ $k_2=1,1$ $k_3=0,95$	$k_4=14$	$k_5=2,5$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
9	$k_1=1,25$ $k_2=1,4$ $k_3=0,85$	$k_4=12,2$	$k_5=2,5$ $T_1=0,12$ $T_2=0,02$ $T_3=0,16$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
10	$k_1=0,85$ $k_2=1,25$ $k_3=1,15$	$k_4=13,4$	$k_5=2,2$ $T_1=0,13$ $T_2=0,01$ $T_3=0,13$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
11	$k_1=1,15$ $k_2=1,12$ $k_3=0,73$	$k_4=11,2$	$k_5=3,9$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,17$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста
12	$k_1=1,25$ $k_2=1,43$ $k_3=0,87$	$k_4=12,9$	$k_5=3,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,01$ $T_3=0,15$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
13	$k_1=1,1$ $k_2=1,5$ $k_3=0,7$	$k_4=14$	$k_5=2$ $T_1=0,1$ $T_2=0,01$ $T_3=0,18$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
14	$k_1=0,95$ $k_2=1,5$ $k_3=1,5$	$k_4=12$	$k_5=3$ $T_1=0,2$ $T_2=0,01$ $T_3=0,1$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
15	$k_1=0,85$ $k_2=1,25$ $k_3=1,15$	$k_4=12$	$k_5=3,9$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,17$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
16	$k_1=1,05$ $k_2=1,12$ $k_3=0,73$	$k_4=13$	$k_5=3,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,01$ $T_3=0,15$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
17	$k_1=1,2$ $k_2=1,43$ $k_3=0,87$	$k_4=11$	$k_5=2$ $T_1=0,1$ $T_2=0,01$ $T_3=0,18$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста

1	2	3	4	5	6	7
18	$k_1=1$ $k_2=1,5$ $k_3=0,7$	$k_4=14$	$k_5=3$ $T_1=0,2$ $T_2=0,01$ $T_3=0,1$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
19	$k_1=0,95$ $k_2=1,5$ $k_3=1,5$	$k_4=12,2$	$k_5=2$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,15$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
20	$k_1=0,85$ $k_2=1,5$ $k_3=1,3$	$k_4=14$	$k_5=3$ $T_1=0,19$ $T_2=0,02$ $T_3=0,12$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
21	$k_1=1,1$ $k_2=1$ $k_3=0,8$	$k_4=11,2$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,02$ $T_3=0,16$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста
22	$k_1=0,9$ $k_2=1,2$ $k_3=1,1$	$k_4=12,9$	$k_5=2,5$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
23	$k_1=1,1$ $k_2=1,1$ $k_3=0,7$	$k_4=13$	$k_5=2,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Найквиста
24	$k_1=1,2$ $k_2=1,4$ $k_3=0,9$	$k_4=11,5$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,01$ $T_3=0,16$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Найквиста
25	$k_1=0,85$ $k_2=1,25$ $k_3=1,15$	$k_4=11$	$k_5=3,9$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,17$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
26	$k_1=1,05$ $k_2=1,02$ $k_3=0,63$	$k_4=14$	$k_5=3,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,01$ $T_3=0,15$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
27	$k_1=1,15$ $k_2=1,23$ $k_3=0,77$	$k_4=12$	$k_5=2$ $T_1=0,1$ $T_2=0,01$ $T_3=0,18$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Найквиста

1	2	3	4	5	6	7
28	$k_1=0,9$ $k_2=1,2$ $k_3=0,8$	$k_4=16$	$k_5=3$ $T_1=0,2$ $T_2=0,01$ $T_3=0,1$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
29	$k_1=1,2$ $k_2=1,14$ $k_3=0,68$	$k_4=13$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,02$ $T_3=0,16$	$W_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$ $\Phi_f(p) = \frac{y(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_f(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_f(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_f(j\omega)$	Михайлова
30	$k_1=1,05$ $k_2=1,6$ $k_3=0,75$	$k_4=12$	$k_5=2,5$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Михайлова
31	$k_1=1,15$ $k_2=1,12$ $k_3=0,73$	$k_4=14$	$k_5=2,5$ $T_1=0,17$ $T_2=0,01$ $T_3=0,18$	$W_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$ $\Phi_{ef}(p) = \frac{e(p)}{f(p)}$	$\text{mod } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_{ef}(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_{ef}(j\omega)$	Найквиста
32	$k_1=1,25$ $k_2=1,43$ $k_3=0,87$	$k_4=12,2$	$k_5=2,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Найквиста
33	$k_1=1,1$ $k_2=1,5$ $k_3=0,7$	$k_4=13,4$	$k_5=3,5$ $T_1=0,15$ $T_2=0,01$ $T_3=0,16$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Михайлова
34	$k_1=0,95$ $k_2=1,5$ $k_3=1,5$	$k_4=13$	$k_5=3$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,13$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Михайлова
35	$k_1=0,85$ $k_2=1,25$ $k_3=1,15$	$k_4=11$	$k_5=2$ $T_1=0,17$ $T_2=0,02$ $T_3=0,15$	$W_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$ $\Phi_e(p) = \frac{e(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi_e(j\omega)$ $\text{arg } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Re } \Phi_e(j\omega)$ $\text{Im } \Phi_e(j\omega)$	Найквиста
36	$k_1=0,9$ $k_2=1,2$ $k_3=0,8$	$k_4=16$	$k_5=2,4$ $T_1=0,16$ $T_2=0,02$ $T_3=0,14$	$W(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$ $\Phi(p) = \frac{y(p)}{r(p)}$	$\text{mod } \Phi(j\omega)$ $\text{arg } \Phi(j\omega)$ $\text{Re } \Phi(j\omega)$ $\text{Im } \Phi(j\omega)$	Найквиста

*Замечание.* Расчет и построение частотных характеристик, а также годографов Михайлова и Найквиста должны быть выполнены с использованием любого из математических ППП, в частности – *MATHEMATIKA*, *MAPLE*, *MATLAB* или *MATHCAD*. Примеры использования математических ППП приведены в приложениях С, D, E.

## Расчетно-графическая работа №2. Дискретные системы

### Задание

Согласно структурной схеме импульсной САУ с периодом дискретизации  $T=0.1$  [с] и экстраполятором нулевого порядка, изображенной на рис. 35, а также исходным данным и условиям, указанным в табл. 10, требуется:

найти дискретные передаточные функции разомкнутой  $W(z)$  и замкнутой  $\Phi(z)$  систем;

построить частотные характеристики  $\text{Re}(W(e^{j\omega T}))$  и  $\text{Im}(W(e^{j\omega T}))$ ;

определить устойчивость замкнутой САУ с помощью критерия Найквиста.

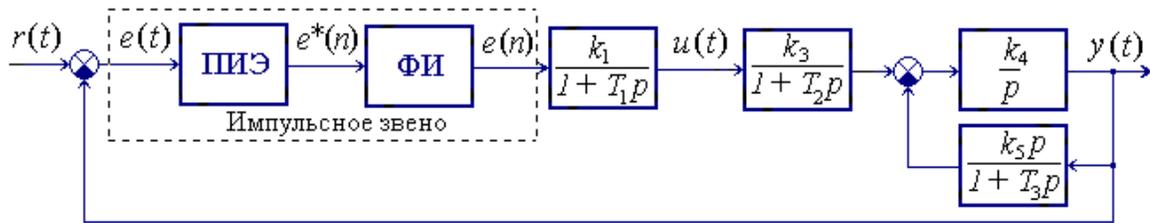


Рис. 35

Табл. 10

Номер варианта	Исходные данные и условия		
	Числовые параметры		
	(б/р)	(с <sup>-1</sup> )	(с)
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	$k_1=80; k_3=0,7$	$k_4=10$	$k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,18$
2	$k_1=70; k_3=0,6$	$k_4=11$	$k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,19$
3	$k_1=60; k_3=0,5$	$k_4=12$	$k_5=1; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,17$
4	$k_1=70; k_3=0,7$	$k_4=13$	$k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,28$
5	$k_1=80; k_3=0,6$	$k_4=12$	$k_5=2; T_1=0,16; T_2=0,01; T_3=0,29$
6	$k_1=70; k_3=0,5$	$k_4=10$	$k_5=1,5; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,27$
7	$k_1=60; k_3=0,8$	$k_4=11$	$k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,21$
8	$k_1=50; k_3=0,7$	$k_4=12$	$k_5=2; T_1=0,14; T_2=0,02; T_3=0,19$
9	$k_1=60; k_3=0,6$	$k_4=13$	$k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22$
10	$k_1=70; k_3=0,5$	$k_4=12$	$k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,18$
11	$k_1=80; k_3=0,8$	$k_4=10$	$k_5=1,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,19$
12	$k_1=70; k_3=0,7$	$k_4=12$	$k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2$
13	$k_1=60; k_3=0,6$	$k_4=11$	$k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,21$
14	$k_1=50; k_3=0,5$	$k_4=12$	$k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,22$
15	$k_1=60; k_3=0,8$	$k_4=13$	$k_5=2,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,17$
16	$k_1=70; k_3=0,7$	$k_4=13$	$k_5=2; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,18$
17	$k_1=80; k_3=0,6$	$k_4=12$	$k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,19$
18	$k_1=70; k_3=0,5$	$k_4=11$	$k_5=1,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2$

Продолжение табл. 10

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
19	$k_1=85; k_3=0,65$	$k_4=10$	$k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,1$
20	$k_1=65; k_3=0,55$	$k_4=10,5$	$k_5=1; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,2$
21	$k_1=85; k_3=0,75$	$k_4=9,5$	$k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,8$
22	$k_1=75; k_3=0,65$	$k_4=11,5$	$k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,9$
23	$k_1=65; k_3=0,55$	$k_4=12,5$	$k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,7$
24	$k_1=75; k_3=0,75$	$k_4=13,5$	$k_5=3,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,8$
25	$k_1=85; k_3=0,65$	$k_4=12,5$	$k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,01; T_3=0,9$
26	$k_1=75; k_3=0,55$	$k_4=10,5$	$k_5=1; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,7$
27	$k_1=65; k_3=0,85$	$k_4=11,5$	$k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2$
28	$k_1=55; k_3=0,75$	$k_4=12,5$	$k_5=2,5; T_1=0,14; T_2=0,02; T_3=0,1$
29	$k_1=65; k_3=0,65$	$k_4=13,5$	$k_5=3,5; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,2$
30	$k_1=75; k_3=0,55$	$k_4=12,5$	$k_5=2; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,1$
31	$k_1=85; k_3=0,85$	$k_4=10,5$	$k_5=1; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,1$
32	$k_1=75; k_3=0,75$	$k_4=12,5$	$k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2$
33	$k_1=65; k_3=0,65$	$k_4=11,5$	$k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,2$
34	$k_1=55; k_3=0,55$	$k_4=12,5$	$k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,2$
35	$k_1=65; k_3=0,85$	$k_4=13,5$	$k_5=2; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,1$
36	$k_1=75; k_3=0,75$	$k_4=13,5$	$k_5=2,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,1$
37	$k_1=85; k_3=0,65$	$k_4=12,5$	$k_5=3,5; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,1$
38	$k_1=75; k_3=0,55$	$k_4=11,5$	$k_5=2,5; T_1=0,13; T_2=0,01; T_3=0,2$
39	$k_1=85; k_3=0,75$	$k_4=10,5$	$k_5=2; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,1$
40	$k_1=50; k_3=0,7$	$k_4=10$	$k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22$
41	$k_1=60; k_3=0,6$	$k_4=10,5$	$k_5=2,5; T_1=0,16; T_2=0,02; T_3=0,18$
42	$k_1=70; k_3=0,5$	$k_4=9,5$	$k_5=1,5; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,19$
43	$k_1=80; k_3=0,8$	$k_4=11,5$	$k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,01; T_3=0,2$
44	$k_1=70; k_3=0,7$	$k_4=12,5$	$k_5=2; T_1=0,13; T_2=0,02; T_3=0,21$
45	$k_1=60; k_3=0,6$	$k_4=13,5$	$k_5=1,5; T_1=0,14; T_2=0,01; T_3=0,22$
46	$k_1=50; k_3=0,5$	$k_4=12,5$	$k_5=2,5; T_1=0,15; T_2=0,02; T_3=0,17$
47	$k_1=60; k_3=0,8$	$k_4=10,5$	$k_5=2; T_1=0,11; T_2=0,01; T_3=0,18$
48	$k_1=70; k_3=0,7$	$k_4=11,5$	$k_5=3; T_1=0,12; T_2=0,02; T_3=0,19$
49	$k_1=65; k_3=0,85$	$k_4=13,5$	$k_5=3; T_1=0,15; T_2=0,01; T_3=0,22$
50	$k_1=60; k_3=0,8$	$k_4=14$	$k_5=3; T_1=0,2; T_2=0,02; T_3=0,15$

### 13. ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тестовые задания по проверке остаточных знаний по дисциплине «ОТУ» для специальностей 230102, 230201  
 20 заданий  
 время тестирования – 40 минут

Утверждено на заседании  
 Кафедры ИУС  
 «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2006г.  
 Зав. Каф. \_\_\_\_\_ Бушманов А.В.

Инструкция: выберите из четырех предложенных вариантов правильный на ваш взгляд, и обведите его. Исправления в тесте **НЕ ДОПУСКАЮТСЯ!** Перед тем, как выбрать ответ, хорошо подумайте!

#### Вариант 1

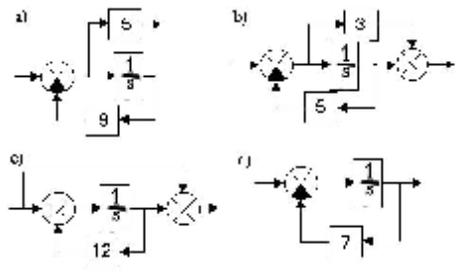
1. Укажите передаточную функцию реально дифференцирующего звена:

a) $W(p) = \frac{2p+1}{3p+8}$	b) $W(p) = \frac{3}{2p+7}$	c) $W(p) = \frac{p}{p+6}$	d) $W(p) = \frac{2p}{p^2+9}$
-------------------------------	----------------------------	---------------------------	------------------------------

2. Сигнал, обладающий свойством  $\int_{-\infty}^{\infty} d(t)dt = 1$  называется:

a) Дельта-функцией	b) функцией Дирака	c) весовой функцией	d) функция Ляпунова
--------------------	--------------------	---------------------	---------------------

3. Укажите структурную схему аperiodического звена первого порядка:



4. Укажите уравнение переходного процесса для звена:  $W(s) = \frac{T_1 s}{T_2 s + 1}$

a) $h(t) = T_1 \left( T_2 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$	b) $h(t) = \frac{T_1}{T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$	c) $h(t) = \frac{T_2}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$	d) $h(t) = 1 - e^{-\frac{T_1}{T_2} t}$
---	--	--	--

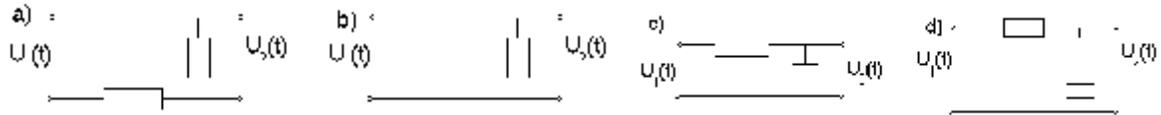
5. Интервалом времени от момента подачи единичной ступени на вход до момента, начиная с которого переходной процесс попадает в зону заданной точности и больше ее не покидает называется:

a) время настройки	b) время регулирования	c) время адаптации	d) время реакции
--------------------	------------------------	--------------------	------------------

6. Уравнение переходного процесса для интегрирующего звена с замедлением имеет вид

a) $h(t) = k \left[ 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right]$	b) $h(t) = k \left[ e^{-\frac{t}{T}} - 1 - t \right]$	c) $h(t) = k \left[ t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right]$	d) $h(t) = k \left[ 1 - T \cdot t - T e^{-\frac{t}{T}} \right]$
---	---	---	---

7. Укажите схему реально дифференцирующего звена

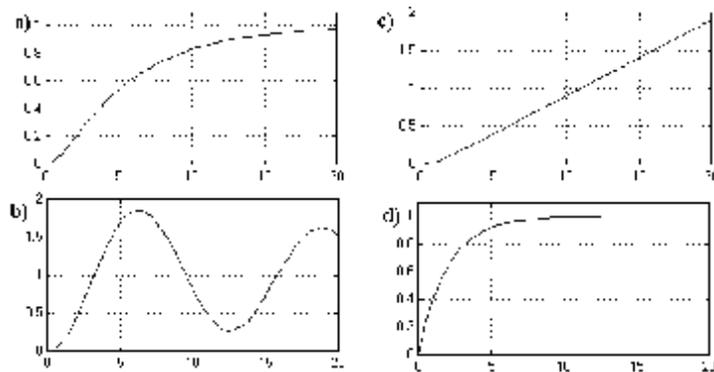


8. Если передаточная функция звена представлена уравнением

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}, \quad T_1^2 - 4T_2^2 < 0, \text{ то величина } \chi = \frac{T_1}{2T_2} \text{ называется}$$

a) степенью устойчивости	b) коэффициентом затухания	c) степенью затухания	d) собственной частотой колебаний
--------------------------	----------------------------	-----------------------	-----------------------------------

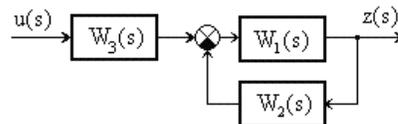
9. Укажите переходной процесс интегрирующего звена с замедлением



10. Переходной процесс колебательного звена имеет вид

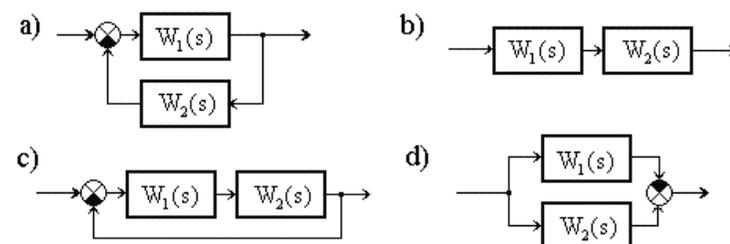
a) $h(t) = 1 + \frac{g}{x \cdot l} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(lt + j)$	b) $h(t) = k \cdot \left[ 1 - \frac{g}{x \cdot l} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(lt + j) \right]$	c) $h(t) = -\frac{g}{x \cdot l} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(lt - j)$	d) $h(t) = k + 1 + \frac{g}{x \cdot l} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(lt + j)$
---	--	--	---

11. Общая передаточная функция звена, представленного на рисунке, имеет вид

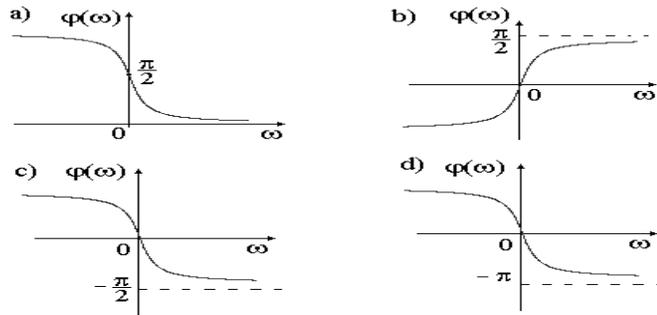


a) $W(s) = \frac{W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s)}{1 - W_1(s) \cdot W_2(s)}$	b) $W(s) = \frac{W_1(s) \cdot W_3(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s)}$	c) $W(s) = \frac{W_1(s) \cdot W_2(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s)}$	d) $W(s) = \frac{1 + W_1(s) \cdot W_2(s)}{W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s)}$
--	---	--	--

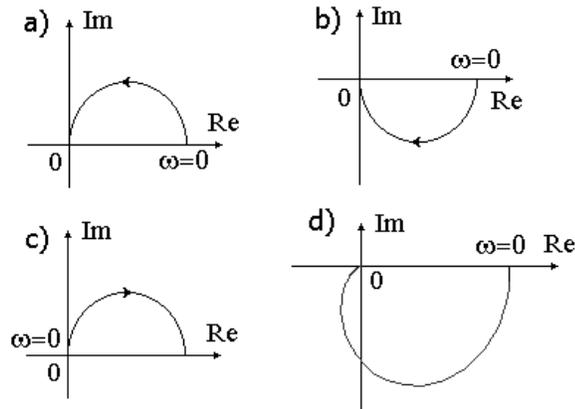
12. Укажите схему, на которой представлено параллельное соединение звеньев



13. Укажите график фазовой частотной характеристики апериодического звена первого порядка



14. Укажите годограф реально-дифференцирующего звена ( $\omega > 0$ )



15. Укажите уравнение, по которому можно вычислить фазовую частотную характеристику звена с передаточной функцией

$$W(j\omega) = k \cdot \frac{\operatorname{Re} Q(j\omega) + j \operatorname{Im} Q(j\omega)}{\operatorname{Re} R(j\omega) + j \operatorname{Im} R(j\omega)}$$

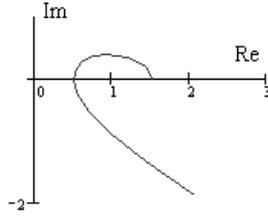
$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re} R(j\omega)}{\operatorname{Re} Q(j\omega)} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} R(j\omega)}{\operatorname{Im} Q(j\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} Q(j\omega)}{\operatorname{Re} Q(j\omega)} + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} R(j\omega)}{\operatorname{Re} R(j\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} Q(j\omega)}{\operatorname{Im} R(j\omega)} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re} Q(j\omega)}{\operatorname{Re} R(j\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} Q(j\omega)}{\operatorname{Re} Q(j\omega)} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} R(j\omega)}{\operatorname{Re} R(j\omega)}.$$

16. Если годограф Михайлова исследуемой системы имеет вид, представленный на рисунке

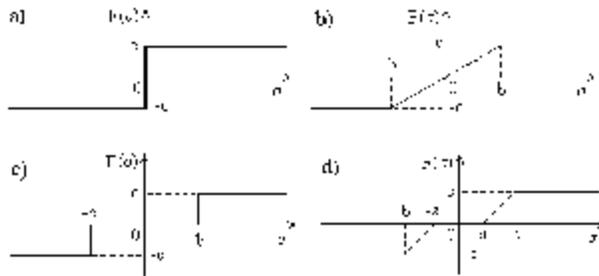


то система является

a) абсолютно устойчивой	b) устойчивой	c) неустойчивой	d) условно устойчивой
-------------------------	---------------	-----------------	-----------------------

17. Укажите, какой нелинейный элемент описывается уравнением

$$F(s) = \begin{cases} c, & s > b, \\ \frac{c}{b} \cdot s, & -b \leq s \leq b, \\ -c, & s < -b. \end{cases}$$



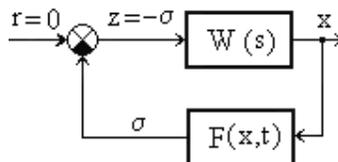
18. Если функция сохраняет один и тот же знак, но может обращаться в нуль не только в начале координат, но и в других точках области, то она в данной области является

a) знакоопределенной	b) знакопостоянной,	c) знакопеременной,	d) функцией Ляпунова
----------------------	---------------------	---------------------	----------------------

19. Если характеристическое уравнение исследуемой системы имеет вид  $D(p) = a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5$ , то укажите верную матрицу Рауса-Гурвица

a)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}$ , b)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_2 & a_5 \end{vmatrix}$ , c)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$ , d)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & a_1 & a_2 & a_5 \end{vmatrix}$

20. Укажите верное интегральное неравенство В.М. Попова, которое должно выполняться  $\forall t \geq 0$ , согласно критерию гиперустойчивости, чтобы нелинейная система, изображенная на рисунке, была асимптотически гиперустойчивой



$$a) h(0,t) = -\int_0^t z(s) \cdot x(s) ds > -g_0^2 = const,$$

$$b) h(0,t) = \int_0^t z(s)x(s)ds < -g_0^2 = const,$$

$$c) h(0,t) = -\int_0^t z(s)x(s)ds \geq -g_0^2 = const,$$

$$d) h(0,t) = -\int_{x(0)}^{x(t)} z(s)x(s)ds \geq g(t) .$$

Тестовые задания по проверке остаточных знаний по дисциплине «ОТУ» для специальностей 230102, 230201  
 20 заданий  
 время тестирования – 40 минут

Инструкция: выберите из четырех предложенных вариантов правильный на ваш взгляд, и обведите его. Исправления в тесте НЕ ДОПУСКАЮТСЯ! Перед тем, как выбрать ответ, хорошо подумайте!

Вариант 2

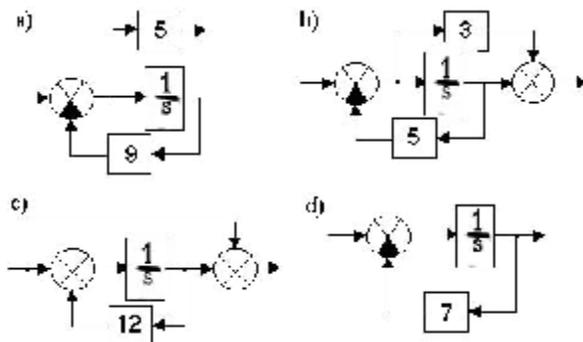
1. Укажите передаточную функцию апериодического звена первого порядка:

a) $W(p) = \frac{2p+1}{3p+8}$	b) $W(p) = \frac{3}{2p+7}$	c) $W(p) = \frac{p}{p+6}$	d) $W(p) = \frac{2p}{p^2+9}$
-------------------------------	----------------------------	---------------------------	------------------------------

2. Реакцией системы на единичную ступень называется:

a) Дельта-функция	b) Переходной процесс	c) передаточная функция	d) весовая функция
-------------------	-----------------------	-------------------------	--------------------

3. Укажите структурную схему реального диф. звена:



4. Укажите уравнение переходного процесса для звена:  $W(s) = \frac{k}{T_1 p + 1}$

a) $h(t) = T_1 \left( T_2 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$	b) $h(t) = \frac{T_1}{T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$	c) $h(t) = \frac{T_2}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$	d) $h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$
---	--	--	---

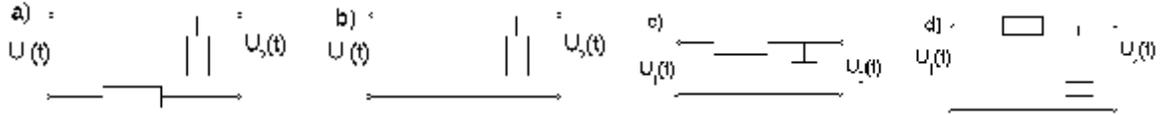
5. Интервалом времени от момента подачи единичной ступени на вход до момента, начиная с которого переходной процесс попадает в зону заданной точности и больше ее не покидает называется:

a) время настройки	b) время регулирования	c) время адаптации	d) время реакции
--------------------	------------------------	--------------------	------------------

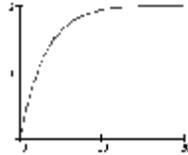
6. Уравнение переходного процесса для интегрирующего звена с замедлением имеет вид

a) $h(t) = k \left[ 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right]$	b) $h(t) = k \left[ e^{-\frac{t}{T}} - 1 - t \right]$	c) $h(t) = k \left[ t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right]$	d) $h(t) = k \left[ 1 - T \cdot t - T e^{-\frac{t}{T}} \right]$
---	---	---	---

7. Укажите схему аperiodического звена первого порядка

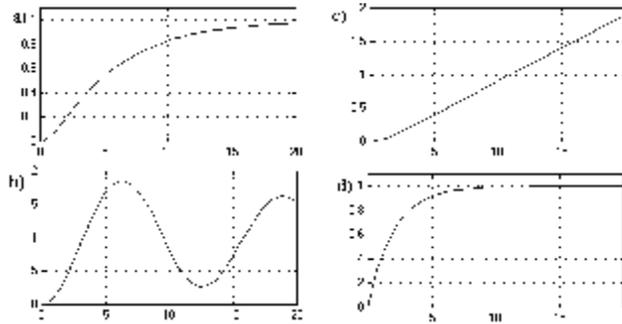


8. Весовая функция какого звена изображена рисунке?



a) колебательного	b) аperiodического первого порядка	c) аperiodического второго порядка	d) интегрирующего с замедлением
-------------------	------------------------------------	------------------------------------	---------------------------------

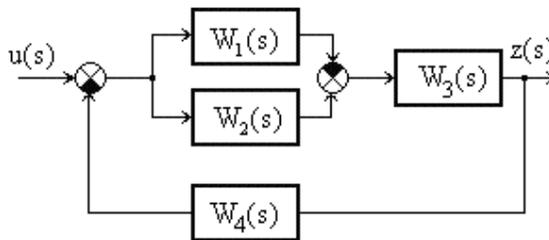
9. Укажите переходной процесс колебательного звена



10. Переходной процесс аperiodического звена второго порядка имеет вид

a) $h(t) = 1 + \frac{g}{x \cdot I} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(I t + j)$	b) $h(t) = k \cdot \left[ 1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} \right]$	c) $h(t) = -\frac{g}{x \cdot I} \cdot e^{-g \cdot t} \cdot \sin(I t - j)$	d) $h(t) = k \cdot \left[ 1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} \cdot e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} \cdot e^{-\frac{t}{T_4}} \right]$
--	--	---	--

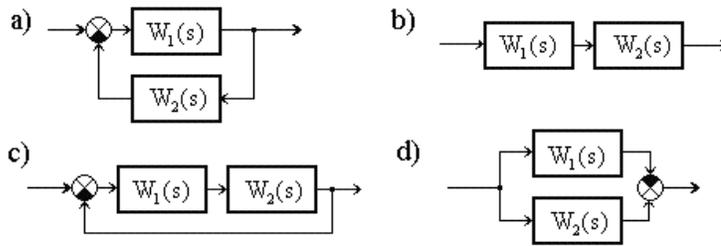
11. Общая передаточная функция звена, представленного на рисунке, имеет вид



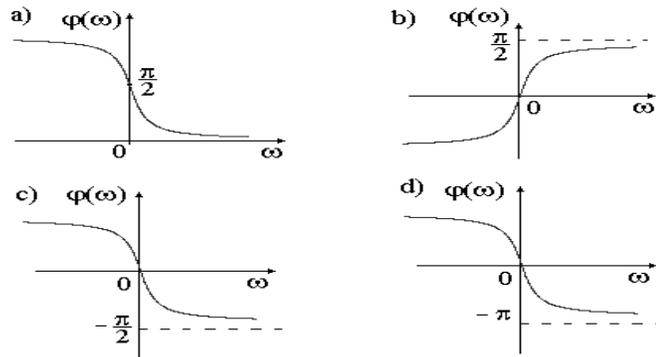
$$W(s) = \frac{W_1(s) - W_2(s) \cdot W_3(s)}{1 + (W_1(s) - W_2(s) \cdot W_3(s)) \cdot W_4(s)}, \quad \text{b) } W(s) = \frac{(W_2(s) - W_1(s)) \cdot W_3(s)}{1 + (-W_1(s) + W_2(s)) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s)},$$

$$\text{c) } W(s) = \frac{(W_1(s) - W_2(s)) \cdot W_3(s)}{1 + (W_1(s) - W_2(s)) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s)}, \quad \text{d) } W(s) = \frac{(W_2(s) - W_1(s)) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s)}{1 + (-W_1(s) + W_2(s)) \cdot W_3(s)}.$$

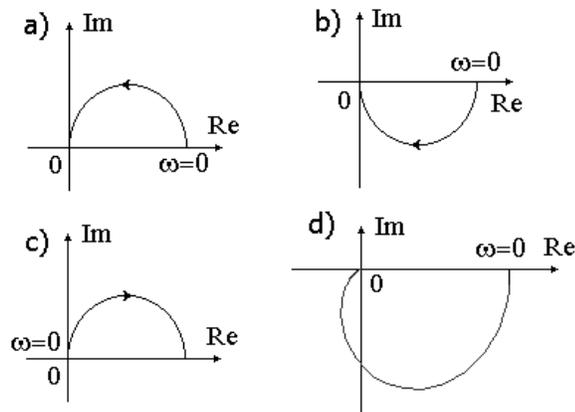
12. Укажите схему, на которой представлено соединение с итоговой передаточной функцией  $W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}$



13. Укажите график фазовой частотной характеристики аperiodического звена второго порядка



14. Укажите годограф колебательного звена ( $\omega > 0$ )



15. Укажите уравнение амплитудной частотной характеристики аperiodического звена 2-го порядка

$$W(s) = \frac{k}{(T_3s + 1)(T_4s + 1)}$$

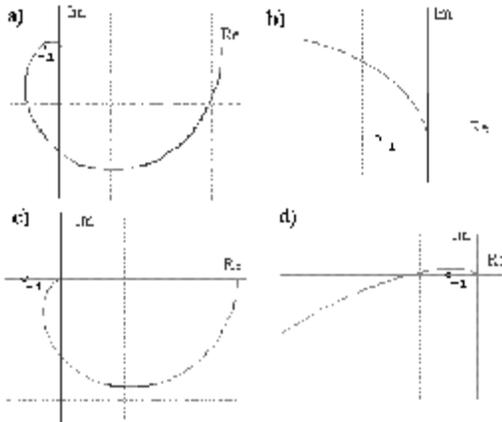
a)  $A(\omega) = \frac{k(1 - T_3^2 \omega^2)}{\sqrt{(1 - T_3^2 \omega^2)^2 + 4T_4^2 \omega^2}}$ ,

b)  $A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(T_3^2 \omega^2 + 1)(T_4^2 \omega^2 + 1)}}$ ,

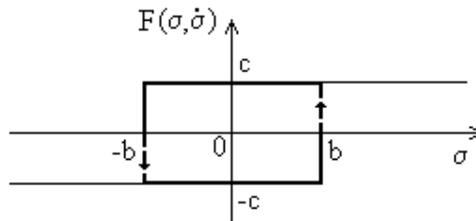
c)  $A(\omega) = \frac{kT_3T_4\omega}{\sqrt{(T_3^2 \omega^2 + 1)(T_4^2 \omega^2 + 1)}}$ ,

d)  $A(\omega) = \frac{k(T_3T_4 + 1)}{\sqrt{(T_3^2 \omega^2 + 1)(T_4^2 \omega^2 + 1)}}$ .

16. Укажите устойчивый годограф Найквиста



17. Укажите уравнение, которым описывается нелинейный элемент



a) 
$$F(s) = \begin{cases} c, & s > b, \\ \frac{c}{b} \cdot s, & -b \leq s \leq b, \\ -c, & s < -b. \end{cases}$$

b) 
$$F(s, \sigma) = \begin{cases} c, & s \geq b \text{ или } \{a < s < b, \sigma < 0\}, \\ 0, & -a \leq s \leq a \text{ или } \{a < s < b, \sigma > 0\} \text{ или } \{-b < s < -a, \sigma < 0\}, \\ -c, & s \leq -b \text{ или } \{-b < s < -a, \sigma > 0\}. \end{cases}$$

c) 
$$F(s, \sigma) = \begin{cases} c, & s \geq b \text{ или } \{-b < s \leq b, \sigma < 0\}, \\ -c, & s \leq -b \text{ или } \{-b < s \leq b, \sigma > 0\}. \end{cases}$$

d) 
$$F(s) = \begin{cases} c, & s > b, \\ \frac{c}{b-a} \cdot (s-a), & a \leq x \leq b, \\ 0, & -a < s < a, \\ \frac{c}{b-a} \cdot (s+a), & -b \leq x \leq -a, \\ -c, & s < -b. \end{cases}$$

18. Если функция сохраняет один и тот же знак, но может обращаться в нуль не только в начале координат, но и в других точках области, то она в данной области является

a) знакоопределенной	b) знакопостоянной,	c) знакопеременной,	d) функцией Ляпунова
----------------------	---------------------	---------------------	----------------------

19. Характеристическое уравнение исследуемой системы имеет вид

$D(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3$ . Если  $a_3 = 0$ , то исследуемая система:

a) устойчива,	b) находится на границе бесконечного корня	c) находится на аperiodической границе	d) находится на колебательной границе
---------------	--	--	---------------------------------------

20. Укажите верное неравенство, которому должна удовлетворять  $W(j\omega)$  – АФЧХ линейной части устойчивой нелинейной системы, согласно теореме об абсолютной устойчивости В.М. Попова

a)  $\operatorname{Re}[(1+k)W(j\omega)] + \frac{j\omega}{h} > 0,$

b)  $\operatorname{Re}[W(j\omega)] - \frac{(1+j\omega \cdot h)}{k} > 0,$

c)  $\frac{1}{k} \operatorname{Re}[(1+j\omega \cdot h)W(j\omega)] \leq 0,$

d)  $\operatorname{Re}[(1+j\omega \cdot h)W(j\omega)] + \frac{1}{k} > 0.$

## 14. КОМПЛЕКТ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

### АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

#### Экзаменационный билет № 1

1. Линеаризация в САУ. Первая форма записи.
2. Основные понятия и определения ДСАУ. Экстраполятор нулевого порядка.

### АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

#### Экзаменационный билет № 2

1. Интегральные преобразования Лапласа. Вторая форма записи.
2. Математические модели ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_» декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 3

1. Модели САУ в пространстве состояний.
2. Анализ устойчивости и качества ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_» декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 4

1. Классификация динамических звеньев САУ. Типовые временные характеристики.
2. Особенности НСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 5

1. Частотная передаточная функция САУ и ее характеристики.
2. Метод припасовывания и метод фазовой плоскости.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 6

1. Инерционное звено  $2^{\text{го}}$  порядка.
2. Прямой метод Ляпунова и его применение.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 7

1. Колебательное звено.
2. Критерий абсолютной устойчивости и его применение

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 8

1. Идеальное интегрирующее звено. Безынерционное звено.
2. Критерий гиперустойчивости и его применение.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 17

1. Критерий устойчивости Найквиста.
2. Основные понятия и определения ДСАУ. Экстраполятор нулевого порядка.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 18

1. Типовые регуляторы и коррекция САУ.
2. Математические модели ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 19

1. Прямые показатели качества. Оценка быстродействия и запаса устойчивости по  $h(t)$ .
2. Анализ устойчивости и качества ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 20

1. Оценка установившейся точности в режимах стабилизации и слежения.
2. Особенности НСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 21

1. Корневой и интегральные методы оценки качества САУ.
2. Метод приспособывания и метод фазовой плоскости.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 22

1. Оценка качества по виду  $P(\omega)$ .
2. Прямой метод Ляпунова и его применение.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 23

1. Частотный критерий оценки качества САУ.
2. Критерий абсолютной устойчивости и его применение

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 9

1. Интегрирующее звено с замедлением.
2. Основные понятия и определения ДСАУ. Экстраполятор нулевого порядка.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 10

1. Идеальное дифференцирующее звено.
2. Математические модели ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«27»декабря 2005 г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 11

1. Реальное дифференцирующее звено.
2. Анализ устойчивости и качества ДСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 12

1. Звено с чистым запаздыванием. Инерционное звено 1<sup>го</sup> порядка.
2. Особенности НСАУ.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 13

1. Структурные преобразования ЛСАУ. Типовые соединения и передаточные функции САУ.
2. Метод припасовывания и метод фазовой плоскости.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 14

1. Устойчивость САУ. Необходимые и достаточные условия устойчивости. Граница устойчивости и ее типы.
2. Прямой метод Ляпунова и его применение.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

### Экзаменационный билет № 15

1. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.
2. Критерий абсолютной устойчивости и его применение

# АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_»декабря 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ИУС  
Факультет МиИ  
Курс III  
Дисциплина ОТУ

## Экзаменационный билет № 16

1. Критерий устойчивости Михайлова.
2. Критерий гиперустойчивости и его применение.

## **15. КАРТА КАДРОВОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лектор – профессор, д-р техн. наук Еремин Евгений Леонидович

Руководитель лаб. работ – ассистент Доронин Алексей Николаевич