

Министерство образования и науки Российской Федерации  
«Амурский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ОМИИ  
\_\_\_\_\_ Г.В. Литовка  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»**

*для направления подготовки  
031800.62 – Религиоведение*

Составитель: О.А. Лебедь, старший преподаватель

Благовещенск, 2012

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного университета*

**О.А. Лебедь**

**Учебно-методический комплекс дисциплины «Математика и информатика» для направления подготовки 032300.62 – Регионоведение. – Благовещенск: АмГУ, 2012. – 100с.**

© Амурский государственный университет, 2012

© Кафедра общей математики и информатики, 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

I. Рабочая программа.....	4
1. Цели и задачи учебной дисциплины «Математика и информатика», ее место в учебном процессе....	4
2. Содержание учебной дисциплины «Математика и информатика».....	4
3. Учебно-методические материалы.....	14
4. Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине .....	18
II. Методические рекомендации профессорско-преподавательскому составу .....	16
1. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.....	16
2. Методические рекомендации по проведению практических и лабораторных занятий.....	16
3. Методические рекомендации по организации контроля знаний студентов.....	17
III. Конспекты лекций .....	17
IV. Методические указания по выполнению лабораторных и практических занятий.....	75
V. Методические указания по выполнению домашних заданий.....	75
VI. Перечень программных продуктов, используемых при преподавании дисциплины .....	75
VII. Комплект заданий для лабораторных работ.....	75
VIII. Комплект заданий для практических занятий .....	83
IX. Комплект домашних заданий .....	87
X. Комплект заданий для контрольных работ.....	89
XI. Зачетные задания .....	96
XII. Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава.....	100

## **I. Рабочая программа**

### **1. Цели и задачи учебной дисциплины «Математика и информатика», ее место в учебном процессе**

#### **1.1. Цели преподавания учебной дисциплины «Математика и информатика»:**

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- привитие навыков использования математических методов в практической деятельности;
- развитие навыков математического мышления у специалистов гуманитарного профиля, необходимых для обработки информации и использования математических моделей в компьютерных технологиях;
- обучение студентов основам программирования и работы с ЭВМ;
- обучение теоретическим основам и практическим навыкам проектирования и реализации программ на современных ЭВМ.

#### **1.2. Задачи изучения дисциплины:**

- на примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики, ее роль в развитии других наук;
- научить студентов приемам исследования и решения, математически формализованных задач;
- выработать умения анализировать полученные результаты, привить навыки самостоятельного изучения литературы по математике.
- углубить знания студентов по основному аппаратному обеспечению и периферийным устройствам компьютера;
- научить студентов решать задачи, возникающие в процессе сопровождения и эксплуатации программных средств;
- освоить современные методы и средства программирования, этапы разработки программного обеспечения;

#### **1.3. Перечень учебных курсов, освоение которых необходимо для изучения дисциплины «Математика и информатика»**

Для успешного усвоения курса необходимы знания курсов «Математика» и «Информатика» в объеме средней общеобразовательной школы.

#### **1.4. После изучения дисциплины студенты должны знать и уметь использовать:**

- уметь логически мыслить;
- уметь оперировать с абстрактными объектами;
- уметь грамотно употреблять математические понятия и символы для выражения качественных и количественных отношений;
- владеть навыками компьютерной обработки данных и методами информационного поиска;
- владеть статистическими методами обработки информации;
- уметь работать с различными типами текстовых редакторов.

#### **2. Содержание учебной дисциплины «Математика и информатика»**

##### **2.1. Согласно государственному стандарту общих математических и естественных дисциплин студент должен изучить:**

- геометрия Евклида как первая естественнонаучная теория;
- аксиоматический метод;
- основные этапы становления современной математики;
- структура современной математики;
- основные черты математического мышления;
- математические доказательства;
- элементы, множества, отношения, отображения;
- числа, конечные и бесконечные множества, основные структуры на множестве;
- комбинаторика;

- неевклидовы геометрии, геометрия микро- и макромира;
- основные идеи математического анализа, дифференциальные уравнения;
- общая постановка задачи о принятии решения;
- математические методы в целенаправленной деятельности;
- математика случайного, элементы теории вероятностей;
- основные понятия математической статистики;
- математические методы проверки гипотез;
- роль математики в гуманитарных науках;
- основные понятия и методы теории информации и кодирования;
- аппаратные программные средства персональных ЭВМ, предназначенные для обработки информации.

## **2.2. Пояснительная записка**

Программа курса математики и информатики составлена в объеме, необходимом для изучения общенаучных гуманитарных и специальных дисциплин, развития навыков математического мышления для специальностей гуманитарного профиля, необходимого для обработки информации и использования математических моделей в компьютерной технике.

## **2.3. Темы дисциплины и их содержание.**

### **1. Аксиоматический метод.**

Аксиома. Теорема. Математическое доказательство. Назначение аксиоматического метода. Основные структуры. Составные структуры.

### **2. Алгебра множеств.**

Множество. Элементы множества. Числа, конечные и бесконечные множества. Способы задания множеств. Отношения между множествами. Операции над множествами. Декартово произведение множеств.

### **3. Алгебра логики.**

Высказывания. Виды высказываний. Логические операции над высказываниями. Основные черты математического мышления. Формулы алгебры логики. Вычисление их значений.

### **4. Элементы теории вероятности.**

Роль случайного в жизни. Предмет теории вероятности, основные понятия: случайное, достоверное, невозможное, совместное, несовместное, равновозможное, зависимое, независимое, противоположные события. Элементы комбинаторики. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема повторных испытаний Бернулли. Дискретная случайная величина и закон распределения ее вероятностей. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Нормальный закон распределения вероятностей.

### **5. Основные понятия математической статистики.**

Предмет математической статистики. Понятия генеральной и выборочной совокупности. Вариационные ряды. Числовые характеристики вариационного ряда. Точечные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез.

### **6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

Производная функции, ее геометрический смысл. Правило нахождения производной. Таблица производных. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

### **7. Приложение производной к исследованию функции.**

Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точка перегиба, асимптоты графика функции, примеры построения графиков функции.

### **8. Неопределенный и определенный интегралы.**

Первообразная и неопределенный интеграл, его свойства. Методы интегрирования. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Методы интегрирования. Приложения интегралов к решению задачи.

### **9. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям и некоторые общие понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные и однородные уравнения. Уравнения высших порядков, допускающих понижение. Линейные однородные дифференциальные уравнения.

### **10. Числовые ряды.**

Последовательности и их свойства. Предел последовательности: бесконечно малые последовательности, бесконечно большие последовательности. Предел функции: определение предела, операции над пределами функций, Основные понятия числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.

### **11. Информатизация общества: современное представление информации и ее измерение.**

Информатика как наука. Этапы развития информатики. Основные направления в информатике. Построение информационного общества. Общие характеристики процесса сбора, хранения, обработки и передачи информации. Основные направления информатики. Информационные системы и технологии.

### **12. Системы счисления.**

Понятие системы счисления. Классификация систем счисления. Двоичная система счисления. Правила перевода из десятичной в двоичную систему, из двоичной в десятичную систему счисления. Системы счисления, родственные двоичной (восьмеричная, шестнадцатеричная).

### **13. Аппаратное обеспечение ПК.**

Основные блоки персонального компьютера и их назначение. Запоминающие устройства и их применение. Основные внешние устройства персонального компьютера: принтер, сканер, модем, графопостроитель, дигитайзер, манипуляторы и их назначение. Логические основы ЭВМ.

### **14. Программное обеспечение ПК.**

Системное программное обеспечение: базовое программное обеспечение, сервисное программное обеспечение. Понятие операционной системы, классификация операционных систем, примеры используемых операционных систем. Прикладное программное обеспечение. Текстовые редакторы: классификация текстовых редакторов, их основные функции. Основы работы с программами Блокнот, WordPad, Microsoft Word. Технология работы в электронной таблице Excel: адресация ячеек, форматирование ячеек; размещение в ячейках текста, формул, функций; графический анализ данных: построение графиков и диаграмм. Электронные презентации. Компьютерная графика: основные характеристики растровых, векторных редакторов, редакторов трехмерной графики. Базы данных: структура базы данных; модели базы данных; система управления базами данных Access.

### **15. Алгоритмизация и программирование.**

Определение исходных данных. Выбор метода решения. Понятие алгоритма. Основные конструкции алгоритмов. Понятие программы. Этапы и методы разработки программ. Отладка и тестирование программ. Языки и системы программирования.

## 2.4. Распределение учебного времени.

### 2.4.1. Распределение часов на лекционные занятия

Тема	Кол-во часов
<b>1 семестр</b>	
Роль математики в гуманитарных науках. Аксиоматический метод. Алгебра множеств	2
Алгебра логики	2
Элементы комбинаторики	2
Элементы теории вероятностей	6
Основные понятия математической статистики	6
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	4
Приложение производной к исследованию функции	2
Неопределенный и определенный интегралы	6
Обыкновенные дифференциальные уравнения	4
Числовые ряды	2
<b>ВСЕГО</b>	<b>36</b>

<b>2 семестр</b>	
Информатизация общества: современное представление информации и ее измерение	2
Системы счисления	2
Аппаратное обеспечение персонального компьютера	2
Программное обеспечение персонального компьютера	6
Алгоритмизация и программирование	4
<b>ВСЕГО</b>	<b>16</b>

### 2.4.2. Распределение часов на практические занятия

Тема занятия	Кол-во часов
Аксиоматический метод. Алгебра множеств	4
Алгебра логики	2
Элементы комбинаторики	4
Элементы теории вероятностей	4
Основные понятия математической статистики	6
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	4
Приложение производной к исследованию функции	2
Неопределенный и определенный интегралы	4
Обыкновенные дифференциальные уравнения	4
Числовые ряды	2
<b>ВСЕГО</b>	<b>36</b>

### 2.4.3. Распределение часов на лабораторные занятия

<b>2 семестр</b>	
Тема	Кол-во часов
Операционная система Windows	4
Единицы измерения информации. Системы счисления	4
Текстовый редактор Microsoft Word	10
Электронная таблица Microsoft Excel	10

Компьютерная презентация Power Point	6
Система управления базами данных Access	8
Алгоритмизация и программирование	6
<b>ВСЕГО</b>	<b>48</b>

### 2.5. Вопросы для самостоятельной работы

Тема	Кол-во часов
Особенности изучения математики. Основные этапы становления современной математики	4
Структура современной математики	2
Геометрия Евклида как первая естественнонаучная теория	6
Неевклидовы геометрии, геометрия микро- и макромира	4
Формулы комбинаторики (с повторением)	2
Законы распределения вероятностей дискретных случайных величин	8
Методы обработки экспериментальных данных	10
Статистическая оценка выборки	6
Проверка статистических гипотез	6
Метод наименьших квадратов. Уравнение регрессии	5
Тенденция развития ЭВМ	2
Кодирование информации	6
Поколения и виды ЭВМ. История развития и перспективы	4
Роль информации в современном обществе	2
Задачи и роль специалиста в информационном обществе	8
Компьютерные вирусы и способы защиты от них	10
Перспективы применения новых информационных технологий в профессиональной деятельности	9
Прикладное программное обеспечение	10
Основные понятия и методы теории информации и кодирования	10
<b>ВСЕГО</b>	<b>114</b>

### 2.6. Перечень промежуточных форм контроля знаний

Результативность работы обеспечивается системой контроля, которая при очной форме обучения включает опрос студентов на практических и лабораторных занятиях, контрольные работы, самостоятельную работу во внеучебное время, выполнение задания на практических занятиях, выполнение лабораторных работ, проведение зачета.

По данному курсу предполагается оценка знаний по каждой теме практического занятия и лабораторной работы с использованием тестов, контрольных заданий, контрольных вопросов. Для оценки знаний по темам самостоятельной работы выполняются индивидуальные домашние задания.

#### 2.6.1. Примерные варианты контрольных и тестовых работ

##### 1. Аксиоматический метод. Алгебра множеств

1. Даны множества:  $A = \{2; 3; 4; 7; 8; 9\}$ ,  $B = \{1; 3; 5; 6; 7; 10\}$ ,  $C = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ .

Найти: а)  $A \cup B \cup C$ ;                      б)  $B \cap C$ ;                      в)  $B \setminus C$ .

2. Множества А и В являются подмножествами множества Е. Указать штриховкой множества:

$A \cup B$ ,  $\overline{B} \cap E$ .



3. Из 220 студентов 163 играют в футбол, 175 – в баскетбол, 24 не играют в эти игры. Сколько студентов одновременно играют в баскетбол и футбол?

4. Используя рисунок, запишите:

а) разность множеств  $B$  и  $A$ ;

б) объединение множеств  $E$  и  $A$ ;

в) пересечение  $\bar{B}$  и  $A$ .

5. Чем является высказывание (определением, теоремой, аксиомой)?

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

## 2. Алгебра логики

1. Дать определение дизъюнкции.

2. Записать логическую структуру сложного высказывания:

*Если завтра выпадет снег, мы пойдем в лес на лыжах и возьмем с собой собаку.*

3. По заданному логическому выражению построить **таблицу истинности**:  $A$  или не ( $\bar{B}$  и  $C$ ).

4. Найти  $\bar{A} \wedge B$ ;  $\bar{A} \vee B$ ;  $(\bar{A} \wedge \bar{B})$ ;  $(\bar{A} \vee \bar{B})$  если  $A = 1$ ,  $B = 0$ .

5. По предложенной схеме найти  $X$ , если  $A = 1$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ :

## 3. Комбинаторика

1. Сколько существует способов составления списка из 6 кандидатов для выбора на руководящую должность.

2. Руководство фирмы может обратиться в 6 туристических агентств с просьбой об организации для своих сотрудников 3 различных туристических поездок. Сколько существует способов распределения 3 заявок между 6 агентствами, если каждое агентство может получить не более одной заявки?

3. Сколько различных «слов», состоящих из трех букв, можно образовать из букв слова ВЕСНА?

4. На 8 вакантных мест по определенной специальности претендуют 14 безработных, состоящих на учете в службе занятости. Сколько возможно комбинаций выбора 8 из 14 безработных?

## 4. Случайные события

1. В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее наудачу вынимают (без возврата) 2 шара. Какова вероятность того, что они оба будут разных цветов.

2. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата втрое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 80% деталей отличного качества, а второй – 52%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена вторым автоматом.

3. 25% телевизоров, имеющихся в магазине, изготовлены на первом заводе, 15% – на втором, остальные – на третьем заводе. Вероятности того, что телевизоры, изготовленные на этих заводах, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, равны 0,96, 0,84, 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что купленный наудачу телевизор выдержит гарантийный срок работы.

4. Два стрелка независимо друг от друга стреляют в цель. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6; вторым – 0,7. Какова вероятность того, что хотя бы один попадет.

5. В среднем 40% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 8 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано менее 3-х пакетов.

### 5. Случайные величины

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	1	2	3
P	0,5	0,4	0,1

Найти: а)  $M(X)$ ,  $\sigma(X)$ ; б)  $F(x)$  и построить график функции  $F(x)$ .

2. Независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законами распределения

X	2	4	5
P	0,1	0,3	0,6

Y	7	9
P	0,8	0,2

Найти:  $M(X \cdot Y)$ ,  $D(2)$ ,  $D(X + Y)$ ,  $M(4X)$ .

3. Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5. Необходимо:

- составить закон распределения общего числа попаданий;
- построить многоугольник распределения.

### 6. Математическая статистика

1. Предположим, что на некотором предприятии собраны данные о числе дней, пропущенных работниками по болезни

Число дней, пропущенных в текущем месяце	0	1	2	3	4	5
Число работников	10	17	25	28	30	27

Постройте полигон распределения частот. Найдите среднее число пропущенных дней, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

2. По статистическому распределению выборки найдите её объём:

$X_i$	1	2	3
$n_i$	2	5	6

3. Найти число вариантов  $X_i = 3$  в выборке извлечённой из генеральной совокупности, если её объём  $n=60$ .

$X_i$	1	2	3	4
$n_i$	5	20	?	8

### 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

- Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$  в точке  $M(1; -1)$ .
- Построить график функции  $y = x^2 - 6x + 12$
- Найти производные функций:

$$y = 2^{4x} \sin \frac{x}{2} + x^2 \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$y = \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\sqrt{\cos 5x}} + e^{\sqrt{\ln x}}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x^2}} + 5^{\operatorname{ctg}(x^2+3x)} e^{\sqrt{\cos 3x}}$$

$$y^2 + 4xy^3 - x^2 = 0$$

$$\sin(2x + 3y) = x$$

## 8. Приложение производной к исследованию функции

1. Исследовать на возрастание и убывание функцию  $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3$ .

2. Найти интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$ .

3. Найти экстремумы функции  $y = 2x^3 - 3x^2$ .

4. Исследовать функцию  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  и построить ее график.

## 9. Неопределенный и определенный интегралы

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\text{a) } \int \frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{x}} dx; \quad \text{b) } \int \frac{dx}{1-10x}; \quad \text{c) } \int \sin \frac{x}{5} dx; \quad \text{d) } \int \frac{\ln x + 1}{x} dx; \quad \text{e) } \int x \cdot e^{2x} dx$$

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\text{a) } \int_3^4 \frac{x^2 + 3}{x - 2} dx; \quad \text{b) } \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x + 4}}; \quad \text{c) } \int_0^4 (1 + e^{\frac{x}{4}}) dx$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж:  $y = -x^2$ ,  $x + y + 2 = 0$ .

4. Вычислить объем тела образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$

## 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение уравнения  $(1 + y^2) \cdot y' = xy$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка  $xy' + x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$ ,  $xy' - 2y = x^3$

3. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения:  $y''' - 6y'' + 13y' = 0$

4. Найти частное решение уравнения  $y''' = x \cdot e^{-x}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .

## 11. Единицы измерения информации и системы счисления

1. Максимальное количество книг (каждая объемом 200 страниц, на каждой странице 60 строк, 80 символов в строке), полностью размещенных на лазерном диске емкостью 600 Мбайт, равно:

a) 655; b) 6005; c) 63; d) 10.

2. Объем текстовой информации в сообщении на 40 страницах (на странице 40 строк по 80 символов в строке) равен:

a) 1 Мбайт; b) 120 Кбайт; c) 12 Кбайт; d) 125 Кбайт.

3. 1 Кбайт равен:

a) 1000 бит; b) 1000 байт; c) 1024 бит; d) 1024 байт.

4. Максимальное количество страниц книги (32 строки по 64 символа), которое поместиться в файле объемом 640 Кбайт, равно:

a) 320; b) 640; c) 160; d) 540

5. Двоичное число  $101_2$  в десятичной системе счисления равно:

a)  $6_{10}$ ; b)  $5_{10}$ ; c)  $11_{10}$ ; d)  $10_{10}$ .

6. Числа в двоичной системе счисления имеют вид  $100_2$  и  $101_2$ . Тогда их сумма в двоичной системе счисления равна:

a)  $1101_2$ ; b)  $1001_2$ ; c)  $1011_2$ ; d)  $1111_2$ .

## 12. Операционная система Windows

1. Укажите верное перечисление всех видов меню:

a) главное меню, ниспадающее меню, системное меню, меню кнопки Пуск;

b) контекстное меню, системное меню, строка меню, меню объекта;

c) системное меню, главное меню, строка меню, контекстное меню.

2. Что такое окно?

а) это прямоугольная область экрана, в которой выполняется программа или выводится содержимое папки;

б) это все пространство Рабочего стола;

с) это часть экрана, в которой выводятся диски, папки, сети.

3. Проводник Windows предназначен для:

а) для восстановления удаленной информации на компьютере;

б) для ввода текстовой информации;

с) для просмотра структуры папок и данных, и работы с ними.

4. Что такое программа Поиск:

а) программа осуществляет быстрый поиск папок и файлов на компьютере;

б) программа осуществляет поиск и удаление файлов на компьютере;

с) программа не осуществляет поиск на компьютере.

5. Windows поддерживает интерфейс:

а) программный;

б) текстовый;

с) графический.

6. Что содержит системное меню?

а) содержит команды для сохранения и удаления объектов;

б) содержит команды присущие только для данного объекта;

с) содержит команды для изменения размеров окна.

### 13. Табличный процессор Microsoft Word

1. Включить (или выключить) режим вывода на экран непечатаемых символов позволяет кнопка:



2. Вставка в текст символа © выполняется командой меню:

а) Правка → Специальная вставка;

б) Вставка → Специальные символы;

с) Вставка → Надпись.

3. Какой вид списка изображен на рисунке?

а) маркированные;

б) нумерованный;

с) многоуровневый

4. Текстовый редактор – это:

а) программа для создания текстовых документов и работы с ними;

б) программа для создания таблиц и работы с ними;

с) программа для передачи файлов с компьютера на компьютер;

5. Можно ли установить разное оформление для различных ячеек таблицы?

а) нет, все ячейки должны иметь одинаковое оформление;

б) да, но только для смежных ячеек;

с) да, для любых ячеек;

д) да, но только для таблиц, импортированных из Excel.

6. Страницы документа пронумерованы. Можно ли начать нумерацию новой страницы с начала:

а) можно, для этого достаточно добавить разрыв страницы;

б) можно, если новая страница начинается с нового раздела;

с) нельзя, нумерация страниц в документе должна идти последовательно.

### 14. Электронная таблица Excel

1. Можно ли с помощью автозаполнения заполнить ячейки таким образом?

а) нельзя;

б) можно, если удерживать клавишу Ctrl во время заполнения;

с) можно, если удерживать клавишу Alt во время заполнения.

2. Почему не отображаются столбцы В и С?

а) столбцы удалены;

- b) столбцы скрыты;
- c) столбцы сгруппированы.

3. Дан фрагмент электронной таблицы Microsoft Excel:

	A	B
1	0	=ЕСЛИ (A1>1; A2; A3)
2	3	=ЕСЛИ (A2>2; 1; 3)
3	4	=СУММ(B1:B2)

Значение ячейки B3 равно ... a) 5; b) 3; c) 4.

4. Формулу =B3\*\$A\$1, хранящуюся в ячейке C3, необходимо скопировать в ячейку C4.

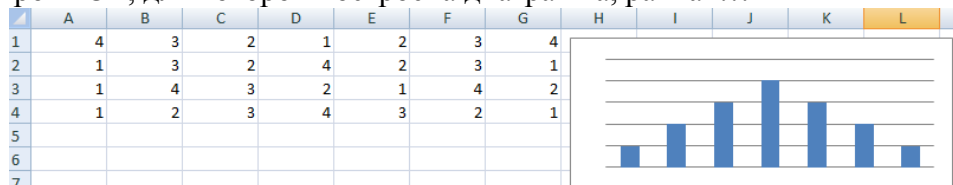
Правильная запись формулы, которая будет храниться в ячейке C4 после копирования, имеет вид:

- a) =B3\*\$A\$1;
- b) =B4\*\$A\$1;
- c) =B3\*\$A\$2.

5. Формат записи логической функции ЕСЛИ имеет вид:

- a) ЕСЛИ (диапазон ячеек; критерий);
- b) ЕСЛИ (логическое значение 1; логическое значение 2);
- c) ЕСЛИ (лог\_выражение; значение\_если\_истина; значение\_если\_ложь).

6. Номер строки ЭТ, для которой построена диаграмма, равна ...



- a) 1; b) 4; c) 2; d) 3.

7. В результате использования функции в ячейке D1 появилось число, равное 9. В ячейке D1 записана функция ...

- a) СЧЕТ;
- b) МАКС;
- c) СУММ;
- d) СРЗНАЧ.

### 15. Электронные презентации PowerPoint

1. Запустить программу MS PowerPoint.
2. На первом слайде ввести произвольный заголовок.
3. Вставить несколько слайдов разных типов и произвольно заполнить их текстовой информацией и изображениями.
4. Применить на выбор оформление слайдов.
5. В одном из слайдов сменить фон на другой цвет и сменить способ заливки на градиентный (произвольно); в другом слайде в качестве способа заливки выбрать текстуру по выбору.
6. Продублировать один из слайдов и изменить его содержание.
7. Добавить слайд и вставить в него диаграмму.
8. Добавить эффекты анимации в слайды. Для каждого слайда назначить смену слайда.
9. Сделать настройку времени для презентации.

### 16. Аппаратное обеспечение персонального компьютера

1. Архитектура компьютера – это:
  - a) техническое описание деталей устройств компьютера;
  - b) описание устройств для ввода-вывода информации;
  - c) описание программного обеспечения для работы компьютера;
  - d) описание устройства и принципов работы компьютера, достаточное для понимания пользователя.
2. Первая аналитическая машина была изобретена:
  - a) Ч. Беббидж; b) В. Шиккард; c) Ж. Жаккард; d) Б. Паскаль.
3. Плоттер – это устройства для:

- a) вывода любой информации на бумагу;
- b) для сканирования изображения с листа бумаги в компьютер;
- c) для ввода в компьютер информации;
- d) для вывода графической информации большего размера на бумагу.

4. Постоянное запоминающее устройство служит для:

- a) хранения программ начальной загрузки компьютера и тестирования его узлов;
- b) хранения программ пользователя во время работы;
- c) записи особо ценных прикладных программ;
- d) хранения постоянно используемых программ.

5. Шина данных предназначена:

- a) для передачи обрабатываемой информации;
- b) для передачи управляющих сигналов;
- c) для передачи адреса памяти или внешних устройств, к которым обращается процессор;
- d) для преобразования информации, поступающей от процессора, в соответствующие сигналы,

управляющие работой устройств.

### **17. СУБД Access**

1. База данных – это:

a) специальным образом организованная и хранящаяся на внешнем носителе совокупность взаимосвязанных данных о некотором объекте;

- b) совокупность программ для хранения и обработки больших массивов информации;
- c) интерфейс, поддерживающий наполнение и манипулирование данными;
- d) определенная совокупность информации.

2. В иерархической базе данных совокупность данных и связей между ними описывается:

- a) таблицей;
- b) сетевой схемой;
- c) древовидной структурой;
- d) совокупностью таблиц.

3. Наиболее точным аналогом реляционной базы данных может служить:

- a) неупорядоченное множество данных;
- b) вектор;
- c) генеалогическое дерево;
- d) двумерная таблица.

4. Представлена таблица базы данных «Кадры». При поиске по условию (ГОД РОЖДЕНИЯ > 1956 и ОКЛАД < 5000) будут найдены фамилии:

- a) Иванов, Петров, Трофимов;
- b) Трофимов, Сидоров;
- c) Трофимов;
- d) Иванов, Петров, Трофимов, Скворцов.

5. Запрос – это:

- a) окно конструктора;
- b) связанная таблица;
- c) главная таблица;
- d) средство отбора данных

### **18. Алгоритмы и языки программирования**

1. Фрагмент алгоритма изображен в

виде блок-схемы, найти значение переменной

F при A=3, B=3, C=1.

2. Дана блок-схема:

После выполнения данного алгоритма переменной  $p$  присвоится значение ...

3. Задан фрагмент алгоритма:

1) если  $a < b$ , то  $c = b - a$ , иначе  $c = 2 * (a - b)$ ;

2)  $d = 0$ ;

3) пока  $c > a$  выполнить действия  $d = d + 1$ ,  $c = c - 1$ .

В результате выполнения данного алгоритма с начальными значениями  $a = 9$ ,  $b = 3$ , переменные  $c$  и  $d$  примут значения...

### 2.6.2. Перечень промежуточных форм контроля знаний студентов

#### Порядок проведения зачета

1. Студент допускается к зачету при условии:

– наличия всех выполненных практических или лабораторных работ (сданных ранее на занятиях или предъявленных на зачетном занятии);

– зачетных контрольных (проверочных) работ;

2. В случае наличия не зачетных контрольных работ студент выполняет их непосредственно перед началом зачета (или на последнем плановом занятии в семестре) под контролем преподавателя.

3. Зачет состоит из практической и теоретической частей.

– *Зачет по практической части* состоит из практических заданий, выполняемых в тетради (математика) и на персональном компьютере (информатика). Затраты времени на выполнение практической части не должны превышать 20-30 минут.

– *Зачет по теоретической части* состоит из ответов на 3 вопроса из вышеприведенного списка, номера которых задаются преподавателем.

4. В случае удовлетворительного ответа на большинство теоретических вопросов (не менее 2-х), зачет считается сданным полностью. Иначе студенту предлагается ответить еще на 2 вопроса. Удовлетворительные ответы на большинство из общего количества заданных вопросов (общим числом 5:3 стартовых плюс 2 дополнительных) позволяют считать зачет сданным.

5. Если студент не смог успешно выполнить практическую часть, ему назначается дата перезачета и вся процедура повторяется заново. Если студент не сдал только теоретическую часть, то на перезачете он сдает именно ее, причем номера вопросов меняются.

6. На зачете разрешается пользоваться только справочными материалами.

7. Студенты, замеченные в использовании иных учебных пособий и (или) материалов, удаляются с зачета, и им назначается дата повторного перезачета.

#### Вопросы к зачету (1 семестр)

1. Математизация научного знания.
2. Язык математики, как особая форма общения.
3. Аксиоматический метод.
4. Формы мышления.
5. Высказывания. Виды высказываний.
6. Логические операции над высказываниями.
7. Формулы алгебры логики.
8. Алгебра множеств. Конечные и бесконечные множества.
9. Способы задания множеств.
10. Операции над множествами.
11. Декартово произведение множеств.
12. Формулы комбинаторики. Их применение при решении задач.
13. Формула полной вероятности, ее применение в ходе решения задач.
14. Роль случайного в жизни. Методы изучения этого явления.
15. Предмет теории вероятностей.

16. Классическое определение вероятности.
17. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
18. Противоположные события.
19. Зависимые и независимые события.
20. Дискретная случайная величина и закон распределения ее вероятностей.
21. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
22. Непрерывная случайная величина.
23. Функция распределения вероятности случайной величины.
24. Свойства математического ожидания и дисперсии.
25. Предмет математической статистики.
26. Понятия генеральной и выборочной совокупности. Построение полигона и гистограммы.
27. Вариационные ряды.
28. Числовые характеристики вариационного ряда.
29. Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез, виды ошибок при принятии гипотезы.
30. Понятие критерия проверки гипотезы.
31. Определение производной, геометрический смысл производной.
32. Основные правила дифференцирования функций.
33. Дифференцирование неявной функции.
34. Производные высших порядков функций заданных явно.
35. Производные высших порядков функций.
36. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
37. Дифференциалы различных порядков.
38. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
39. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума функции.
40. Достаточные условия существования экстремума функции.
41. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба графика функции. Достаточный признак выпуклости графика функции.
42. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
43. Свойства неопределенного интеграла.
44. Методы интегрирования: интегрирование заменой переменной; интегрирование по частям; интегрирование простейших рациональных дробей.
45. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Отыскание неопределенных коэффициентов.
46. Определение определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница.
47. Методы интегрирования.
48. Приложение определенного интеграла.
49. Дифференциальные уравнения 1 - го порядка. Основные понятия.
50. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.
51. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
52. Уравнение Бернулли.
53. Последовательности и их свойства.
54. Бесконечно малые последовательности, бесконечно большие последовательности.
55. Предел функции: определение предела, операции над пределами функций.
56. Числовые ряды с действительными членами.
57. Необходимое условие сходимости рядов.
58. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
59. Гармонический ряд.

#### Вопросы к зачету (2 семестр).

1. Понятие «информатика». Что изучает информатика?
2. Информационное общество.
3. Основные направления в информатике.
4. Понятие информации. Единицы измерения информации.



5. Общие характеристики процесса сбора, хранения, обработки и передачи информации.
6. История развития вычислительной техники, классификация ЭВМ.
7. Основное аппаратное обеспечение ПК. Характеристики компьютера.
8. Программное обеспечение ПК.
9. Классификация прикладных программ.
10. Понятие операционной системы. Функции операционной системы в ПК.
11. Сервисное программное обеспечение ПК
12. Файл, каталог, директория, ярлык.
13. Виды меню, типы окон в Windows.
14. Компьютерный вирус. Классы компьютерных вирусов. Антивирусные программные средства.
15. Текстовый редактор Word: назначение, возможности, основные понятия.
16. Электронная таблица Excel, назначение, возможности, основные понятия.
17. Базы данных. Модели базы данных. Системы управления базами данных.
18. Что включает в себя презентация (типы объектов, размещаемых на слайдах, слайды, заметки докладчика)?
19. Компьютерная графика (растровая, векторная, фрактальная).
20. Алгоритм. Свойства алгоритма. Способы представления алгоритма.
21. Классификация языков программирования. Этапы решения функциональных вычислительных задач.
22. Уровни языков программирования.
23. Программирование. Понятие языков программирования и их классификация. Компилятор, транслятор. Системы программирования.

### **3. Учебно-методические материалы.**

#### **3.1. Основная литература.**

1. Верещагин, Н.К. Начала теории множеств / Н.К. Верещагин, А.А. Шень. – М.: МЦНМО, 2002. – 128 с.
2. Турецкий, В.Я. Математика и информатика / В.Я. Турецкий. – М.: ИНФРА, 2006. – 560 с.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2006. – 479 с.
4. Информатика. Базовый курс: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Ред. С.В. Симонович. - СПб.: Питер, 2000, 2004, 2005, 2006. – 638 с.
5. Информатика: учеб.: рек. мин. обр. РФ / под ред. Н. В. Макаровой. – М.: Финансы и статистика, 2000, 2005, 2001. – 268 с.
6. Информатика: практикум по технологии работы на компьютере: рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. В. Макаровой. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 256 с.
7. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 4-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2006. — 608 с.

#### **3.2. Дополнительная литература**

1. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: Элиста, 2006. – 991 с.
2. Шипачев, В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. – М.: Высш. шк., 2005. – 479 с.
3. Гиляревский, Р. С. Основы информатики: курс лекций / Р.С. Гиляревский. – М.: Экзамен, 2003. – 320 с.
4. Ляхович, В. Ф. Основы информатики: учеб. пособие: рек. мин. обр. РФ / В.Ф. Ляхович, С.О. Крамаров. – Ростов н/Д: Феникс, 2003. – 700 с.
5. Иванов О.А. Практикум по элементарной математике: учеб. пособие / О.А.Иванов. – М.: Изд-во Моск. Центра непрерывного математического образования, 2001. – 320с.

### **4. Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине**

Рейтинговая система студента по дисциплине складывается из оценки за работу в семестре – максимально **60 баллов** и экзаменационной оценки – максимально **40 баллов**. Таким образом, максимально возможное количество баллов равно **100**.

Минимальное значение рейтинговой оценки, набранной студентом по результатам текущего контроля по всем видам занятий, при которой студент допускается к сдаче зачета, составляет **40 баллов**.

Если к моменту проведения зачета студент набирает 51 и более баллов, они могут быть выставлены ему в виде поощрения в ведомость и в зачетную книжку без процедуры принятия зачета. Устранение задолженности студента по отдельным контролируемым темам дисциплины может проходить в течение семестра в часы дополнительных занятий или консультаций, установленных в расписании по соответствующим видам занятий по данной дисциплине.

Раздел «МАТЕМАТИКА» (1 семестр)

Модуль	Название	Кол. баллов за модуль	Темы	Кол. баллов за тему	Виды работ
1	Основные математические структуры	10	Лекционный контроль	3	сам. работа
			Аксиоматический метод	4	
			Множества, Логика		
			Комбинаторика	3	
2	Теория вероятностей	14	Лекционный контроль	4	сам. работа, контр. работа
			Случайные события	5	
			Случайные величины	5	
3	Математическая статистика	14	Вариационный ряд	5	сам. работа, контр. работа
			Точечные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез	9	
4	Математический анализ	22	Лекционный контроль	2	сам. работа, контр. работа
			Понятие функции и ее свойства	5	
			Дифференциальное исчисление функции одной переменной		
			Приложение производной к исследованию функций	4	
			Неопределенный и определенный интегралы	5	
			Понятие дифференциального уравнения	4	
			Числовые ряды	2	
<b>Зачет</b>		<b>40</b>			
<b>Итого</b>		<b>100</b>			

Раздел «ИНФОРМАТИКА» (2 семестр)

Модуль	Название	Баллы за	Темы	Баллы за тему	Виды работ
--------	----------	----------	------	---------------	------------

		модуль			
1	Информация, Система счисления, Логические основы ЭВМ	11	Информация	3	тест
			Системы счисления	3	
			Логические основы ЭВМ	5	конт. раб.
2	Аппаратное обеспечение	5	Аппаратное обеспечение	5	тест
3	Программное обеспечение	29	Windows	8	лаб. раб., тест
			Текстовый редактор Word	7	лаб. раб., тест
			Электронная таблица Excel	10	лаб. раб., тест.
			Компьютерная презентация PowerPoint	4	лаб. раб., тест
4	Базы данных	5		5	тест
5	Алгоритмы, языки программирования	10		10	тест
	<b>Экзамен</b>	<b>40</b>			
	<b>Итого</b>	<b>100</b>			

## II. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ

### 1. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.

Лекция - традиционно ведущая форма обучения в вузе. Ее основная дидактическая цель - формирование ориентировочной основы для последующего усвоения студентами учебными материалами. Будучи главным звеном дидактического цикла обучения, она выполняет научные, воспитательные и мировоззренческие функции.

Содержание лекции устанавливается на основе учебной программы данной дисциплины. Каждая лекция требует такого построения, чтобы студенты могли конспектировать ее в виде четко ограниченных, последовательных и взаимосвязанных положений.

Как правило, лекция состоит из трех основных частей: введения, изложения содержательной части и заключения.

На очном лекционном занятии вводной части определяются минимальные знания, умения и навыки, подлежащие усвоению в ходе изучения темы курса. В основной части рассматривается большой объем материала – обзорного характера. В заключительной части лекции излагается постановка типовых задач темы, решение которых подробно будет рассмотрено на лабораторных занятиях.

Лектор не может не считаться с общим уровнем подготовки и развитием студентов, но в то же время ему не следует ориентироваться как на слабо подготовленных студентов, так и на особо одаренных студентов.

В лекционных курсах необходимо последовательно, от лекции к лекции повышать уровень научного изложения и наблюдать, чтобы лекции были посильны и интересны большинству студентов. Наряду с учебной информацией лекция организует и направляет самостоятельную работу студентов, вызывает потребность дополнительного приобретения знаний путем самообразования.

### 2. Методические рекомендации по проведению практических и лабораторных занятий

При подготовке к практическим и лабораторным занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в учебно-методической карте дисциплины «Математика и информатика».

Практические занятия целесообразно начинать с проверки знания и понимания студентами теоретического материала и умения применять эти знания для решения типовых задач.

Основной блок практического занятия составляет решение задач, поскольку истинное качество усвоения информации достигается именно в процессе формирования умений ее востребовать и применять. Задачи должны различаться по степени обобщенности действий и по виду самостоятельной деятельности, выполняемой студентами.

Организация процесса решения задач на практических занятиях должна обеспечивать самостоятельность студентов, основанная на индивидуальном и дифференцированном подходе, когда

каждый студент работает в оптимальном для него темпе. Однако некоторые виды работ целесообразно организовывать, объединяя студентов в малые группы. В конце занятия обязательным является подведение итогов работы.

Выполнение лабораторной работы целесообразно разделить на несколько этапов:

- Формулировка и обоснование цели работы;
- Определение теоретического аппарата, применительного к данной теме;
- Выполнение заданий;
- Анализ результата;
- Выводы.

### **3. Методические рекомендации по организации контроля знаний студентов**

В Университете качество освоения образовательных программ оценивается путем осуществления текущего контроля успеваемости, проведения промежуточных аттестаций и итогового контроля по окончании семестра.

На первом занятии до сведения студентов доводятся требования и критерии оценки знаний по дисциплине.

Целью текущего контроля успеваемости является оценка качества освоения студентами образовательных программ в течение всего периода обучения. К главной задаче текущего контроля относится повышение мотивации студентов к регулярной учебной работе, самостоятельной работе, углублению знаний, дифференциации итоговой оценки знаний.

Текущий контроль успеваемости осуществляется систематически и, как правило, преподавателем, ведущим лабораторные занятия. Формами текущего контроля являются письменные опросы, автоматизированное тестирование, аудиторские контрольные работы, отчеты по лабораторным работам, домашние задания. В течение семестра преподавателем должно быть проведено не менее 7-ми контрольных проверок знаний по каждому студенту из учебной группы.

Результаты текущего контроля служат основанием для прохождения студентом промежуточной аттестации.

Итоговый контроль (зачет) по дисциплине «Математика и информатика» преследует цель оценить работу студентов за курс, полученные теоретические знания, их прочность, развитие творческого мышления, навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Во время проведения итогового контроля студентам не разрешается пользоваться вспомогательными материалами.

## **III. КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ**

### **1 семестр**

#### **Тема 1. Основные математические структуры.**

##### **Множества. Числовые множества**

##### **§1. Основные понятия и обозначения**

Одним из важнейших понятий в математике является понятие «**множества**». Под **множеством** мы будем понимать совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-либо признаку. Например: множество студентов института, множество всех натуральных чисел, множество корней уравнения  $x^2+2x+6=0$  и т.д. Обозначаются множества прописными буквами A, B, C, D и т.д. Объекты, из которых состоит данное множество, называют его элементами и обозначаются строчными буквами a, b, c и т.д.

Запись  $x \in M$  означает, что x является элементом множества M. Говорят, что множество A является **подмножеством** множества M (запись:  $A \subset M$ ), если все элементы A являются элементами M.

Множества A и B **равны** (запись:  $A=B$ ), если они содержат одни и те же элементы (другими словами  $A \subset B$  и  $B \subset A$ ). **Пустое** множество  $\emptyset$  не содержит ни одного элемента и является подмножеством любого множества.

##### **§2. Операции над множествами**

**Объединение**  $A \cup B$  состоит из элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B. Запись:  $A \cup B = \{x / x \in A \text{ или } x \in B\}$ .

Примеры объединения множеств приведены на рис. 1.1.

**Пересечение**  $A \cap B$  двух множеств  $A$  и  $B$  состоит из элементов, которые принадлежат обоим множествам  $A$  и  $B$ . Запись:  $A \cap B = \{x / x \in A \text{ и } x \in B\}$ .

Примеры пересечения множеств приведены на рис. 1.2.

$$A \cap B = C$$

$$A \cap B = \emptyset$$

Два множества, пересечение которых есть пустое множество, называются **непересекающимися**.

**Разность**  $A \setminus B$  состоит из элементов, которые принадлежат  $A$ , но не принадлежат  $B$ . Запись:  $A \setminus B = \{x / x \in A, x \notin B\}$ .

Примеры разности множеств приведены на рис. 1.3.

a)  $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$

b)  $A \setminus B = \emptyset$ , так как  $A \subset B$

c)  $A \setminus B = A$ , так как  $A \cap B = \emptyset$

Часто ограничиваются рассмотрением всевозможных подмножеств одного и того же множества, которое называется **основным** или **универсальным** множеством.

Множество элементов основного множества  $E$ , не принадлежащих множеству  $A$ , называется дополнением множества  $A$  до множества  $E$  или просто дополнением и обозначается  $\bar{A}$ . Тогда  $A \cup \bar{A} = E$  и  $A \cap \bar{A} = \emptyset$ .

Для любых подмножеств  $A$  и  $B$  основного множества  $E$  справедливы равенства:  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ ,  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .

Проиллюстрируем равенство  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ :

Заштриховано объединение множеств  $A$  и  $B$ , не заштриховано дополнение этого множества ( $\overline{A \cup B}$ ).

Множество  $\bar{A}$  заштриховано горизонтально, множество  $\bar{B}$  - вертикально, двойной штриховкой покрыто их пересечение  $\bar{A} \cap \bar{B}$ .

Для конечного множества  $A$  через  $m(A)$  обозначим число его элементов. Число элементов пустого множества, равно нулю. Для любых конечных множеств  $A$  и  $B$  справедливо равенство  $m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$ .

Если  $m(A \cap B) = 0$  - множества  $A$  и  $B$  не пересекаются  $\Rightarrow m(A \cup B) = m(A) + m(B)$

**Пример 1.** Дано  $A = \{1, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 8\}$ .

Объединение множеств:  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ .

Пересечение множеств:  $A \cap B = \{4, 5\}$ .

Разность множеств:  $B \setminus A = \{2, 3, 8\}$ .

**Пример 2.** Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, оценку ниже пяти получили 180 человек, а выдержали этот экзамен 210 абитуриентов. Сколько человек получили оценки 3 и 4?

**Решение:**

$A$  – множество абитуриентов, выдержавших экзамен ( $m(A) = 210$ ),

$B$  – множество абитуриентов, получивших оценки ниже 5 ( $m(B) = 180$ ).

$m(A \cup B) = 250$

$C$  – множество абитуриентов, получившие оценки 3 и 4 ( $C = A \cap B$ ).

$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B) \Rightarrow m(A \cap B) = m(A) + m(B) - m(A \cup B)$

$m(A \cap B) = 210 + 180 - 250 = 390 - 250 = 140$

**Ответ:** 140 абитуриентов получили оценки 3 и 4.

**Пример 3.** На юридическом факультете учатся 1400 студентов. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 – на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 студентов. Сколько студентов умеют кататься и на лыжах и на коньках?

**Решение:**  $E$  – множество студентов юридического факультета;  $A$  – множество студентов, умеющих кататься на лыжах;  $B$  – множество студентов, умеющих кататься на коньках.

$\overline{A \cap B}$  – множество студентов, которые не умеют кататься ни на лыжах, ни на коньках.

$m(\overline{A \cap B}) = 60$ ; так как по формуле  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow m(\overline{A \cap B}) = 60$

$m(A \cup B) = m(E) - m(\overline{A \cap B}) = 1400 - 60 = 1340$

$m(A) = 1250$ ,  $m(B) = 952$

$m(A \cap B) = m(A) + m(B) - m(A \cup B)$ ;  $m(A \cap B) = 1250 + 952 - 1340 = 2202 - 1340 = 862$

**Ответ:** Умеют кататься и на лыжах и на коньках 862 студента.

### §3. Числовые множества

Множества, элементами которых являются числа, называются *числовыми множествами*.

Примерами числовых множеств являются:

$N = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$  – множество натуральных чисел;

$Z_0 = \{0; 1; 2; \dots; n; \dots\}$  – множество целых неотрицательных чисел;

$Z = \{0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm n; \dots\}$  – множество целых чисел;

$Q = \left\{ \frac{m}{n} ; m \in Z, n \in N \right\}$  – множество рациональных чисел;

$R$  – множество действительных чисел.

Между этими множествами существует соотношение:

$$N \subset Z_0 \subset Z \subset Q \subset R$$

### §4. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Комбинаторика происходит от латинского слова «combinatio» — соединение. Группы, составленные из каких-либо предметов (безразлично каких, например, букв, цветных шаров, кубиков, чисел и т. п.), называются соединениями (комбинациями). Предметы, из которых состоят соединения, называются элементами.

Различают три типа соединений: размещения, перестановки и сочетания.

**Размещениями** из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, из которых каждое

содержит  $m$  элементов, взятых из числа данных  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо лишь порядком их расположения.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Понятие факториала: Произведение  $n$  натуральных чисел от 1 до  $n$  обозначается сокращенно  $n!$ , т. е.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$  (читается:  $n$  факториал).

Например:  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ .

Считается, что  $0! = 1$ ,  $1! = 1$ .

Очевидно, что  $A_n^1 = n$  (при  $m = 1$ ) и  $A_n^0 = 1$  (при  $m = 0$ ).

### Пример 1.

Сколькими способами 4 юноши могут пригласить четырех из шести девушек на танец?

**Решение:** два юноши не могут одновременно пригласить одну и ту же девушку. И варианты, при которых одни и те же девушки танцуют, с разными юношами считаются, разными, поэтому:

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{720}{2} = 360$$

Возможно 360 вариантов.

**Сочетаниями** из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, из которых каждое содержит  $m$  элементов, взятых из числа данных  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

Число сочетаний из  $n$  элементов по  $m$  в каждом обозначается символом  $C_n^m$  и вычисляется так:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n^m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

### Пример 2.

Правление коммерческого банка выбирает из 10 кандидатов 3 человек на *одинаковые* должности (все 10 кандидатов имеют равные шансы). Сколько всевозможных групп по 3 человека можно составить из 10 кандидатов?

**Решение:** Состав различных групп должен отличаться, по крайней мере, хотя бы одним кандидатом и порядок выбора кандидата не имеет значения, следовательно, этот вид соединений представляет собой сочетания. По условию задачи  $n = 10$ ,

$$m = 3. \text{ Получаем } C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

Ответ. Можно составить 120 групп из 3 человек по 10.

**Перестановками** из  $n$  элементов называются такие соединения, из которых каждое содержит все  $n$  элементов и которые отличаются друг от друга лишь порядком расположения элементов.

$$P_n = n!$$

### Пример 3.

Студент ежедневно просматривает 6 журналов. Если порядок просмотра журналов случаен то, сколько существует способов его осуществления?

**Решение:** Способы просмотра журналов различаются только порядком, так как число, а значит, и состав журналов при каждом способе неизменны. Следовательно, при решении этой задачи необходимо рассчитать число перестановок.

По условию задачи  $n = 6$ . Следовательно,  $P_n = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ .

Ответ. Можно просмотреть журналы 720 способами.

## **Тема 2. Вероятность: случайные события и случайные величины.**

### **Глава 1. Случайные события**

#### **§ 1. Элементы теории вероятности. Основные понятия. Определение вероятности.**

Теория вероятностей – это наука о случайных событиях. **Случайными** называются события, которые могут произойти или не произойти в результате некоторого испытания.

**Испытание** (*опыт, эксперимент*) — это процесс, включающий определенные условия и приводящий к одному из нескольких возможных исходов. Исходом опыта может быть результат наблюдения или событие.

**Например,** испытание – бросание игральной кости, случайное событие – выпадение четверки.

Каждому случайному событию  $A$  можно поставить в соответствие число  $P(A)$ , которое назовем вероятностью.

**Достоверным** называется событие, которое обязательно произойдет в результате испытания.

**Например**, если в урне содержатся только белые шары, то извлечение из нее белого шара есть событие достоверное.

**Невозможным** называется событие, которое не может произойти в результате данного испытания.

**Например**, извлечение черного шара из урны с белыми шарами есть событие невозможное.

Достоверные и невозможные события, вообще говоря, не являются случайными.

Несколько событий называются **совместными**, если в результате эксперимента наступление одного из них не исключает появления других.

**Например**, при бросании 3 монет выпадение цифры на одной не исключает появления цифр на других монетах.

Несколько событий называются **несовместными** в данном опыте, если появление одного из них исключает появление других.

**Например**, брошена монета, появление «герба» исключает появление «решки».

Несколько событий называются **равновозможными**, если в результате испытания ни одно из них не имеет объективно большую возможность появления, чем другие. **Например**, при бросании игральной кости появление каждой из ее граней — события равновозможные.

Два события  $A$  и  $\bar{A}$  называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно произойдет.

Например, монету бросают один раз. Событие  $A$  – выпадение «герба», событие  $\bar{A}$  – выпадение «решки». События  $A$  и  $\bar{A}$  противоположны.

Два события называются **независимыми**, если вероятность одного из них не зависит от появления или не появления другого, в противном случае называются **зависимыми**.

**Например**, бросают две игральные кости. Событие  $A$  – появление «двойки» на первой кости. Событие  $B$  – появление «двойки» на второй кости. Тогда события  $A$  и  $B$  независимы.

## § 2. Классическое определение вероятности

**Вероятностью появления события  $A$**  называют отношение числа исходов, благоприятствующих наступлению этого события, к общему числу всех единственно возможных и несовместных элементарных исходов.

Обозначим число благоприятствующих событию  $A$  исходов через  $m$ , а число всех исходов —  $n$ :

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Из определения вероятности вытекают следующие **свойства**:

- 1) Вероятность любого события заключена между нулем и единицей ( $0 \leq P(A) \leq 1$ ).
- 2) Вероятность достоверного события равна единице (так как достоверное событие происходит при любом испытании).
- 3) Вероятность невозможного события равна нулю (так как невозможное событие не имеет благоприятных исходов).

**Пример 1.** Абонент, набирая номер, забыл последние 3 цифры. Помня лишь то, что они различны, набирает их на удачу. Какова вероятность угадать номер. **Решение:** Число различных трехзначных номеров с неповторяющимися цифрами равно  $A_{10}^3$ . Из них верным является только один вариант. По

$$\text{формуле классической вероятности } P(A) = \frac{m}{n} \quad m = 1 \quad n = A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720 \quad P(A) = \frac{1}{720}.$$

**Пример 2.** Монета подбрасывается два раза. Найти вероятность того, что выпадут и решка и орел.

**Решение:** Испытание – двукратное подбрасывание монеты.

События:  $O$  – выпадение орла,  $P$  – выпадение решки.

Всего может быть четыре исхода:  $OO$ ,  $PP$ ,  $OP$ ,  $PO$ , поэтому,  $n=4$ .

Событие  $A$ , состоящее в выпадении и орла и решки имеет два благоприятных исхода:  $PO$  и  $OP$ .

**Пример 3.** В урне 12 шаров: 3 белых, 4 черных и 5 красных. Какова вероятность вынуть из урны черный шар?



Решение: А - вынули черный шар.  $n=12$ ;  $m=4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

### § 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей

**Сумма двух событий А и В (А+В)** есть событие, состоящее в появлении хотя бы одного из событий А или В.

**Произведением двух событий А и В (А·В)** есть событие, состоящее в одновременном появлении событий А и В.

**Теорема сложения вероятностей.**

1. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В равно сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B)=P(A) + P(B)$ .

2. Вероятность суммы двух совместных событий А и В равно сумме вероятностей этих событий без вероятности их произведения:

$$P(A+B)=P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$

**Теорема умножения вероятностей.**

1. Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей этих событий: то  $P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$ .

2. Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое уже наступило:  $P(A \cdot B)=P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A)$ .

**Следствия:**

1.  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ , (вероятность противоположного события).

2. Сумма вероятностей событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  образующих полную группу равна единице:  $(P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1)$ .

**Пример 4.** Опыт состоит в случайном извлечении карты из колоды в 52 карты. Чему равна вероятность того, что это будет **или** туз, **или** карта масти трэф?

**Решение:**

Определим события: А – «Извлечение туза», В – «Извлечение карты трэфовой масти». Вероятность извлечения туза из колоды карт  $P(A) = 4/52$ ; вероятность извлечения карты трэфовой масти –  $P(B) = 13/52$ ; вероятность их пересечения – извлечение трэфового туза –  $P(AB) = 1/52$ .

События А и В — совместные, поскольку в колоде есть трэфовый туз.

Вероятность суммы совместных событий А и В:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13.$$

**Пример 5.** В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее последовательно вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что 2-й шар окажется белым при условии, что первый шар был черным?

**Решение:** А-1-й шар черный, В- 2-й шар белый. События А и В совместные, зависимые.

$$P(A) = \frac{7}{9}, \quad P_A(B) = \frac{2}{8}; \quad P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) \Rightarrow P(A \cdot B) = \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{7}{36}.$$

**Пример 6.** Одна карта вынимается из колоды игральных карт (52). Какова вероятность того, что это будет карта валет или дама?

**Решение:** А - карта валет; В – карта дама.  $P(A) = \frac{4}{52}, \quad P(B) = \frac{4}{52}$ .

События: А и В - несовместные  $\Rightarrow P(A + B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$ .

**Пример 7.** В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров, во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара белые.

**Решение:** А-появление белого шара в 1-м ящике; В- появление белого шара в 2-м ящике. События А и В – совместные, независимые.

$$P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}; \quad P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}.$$

**Теорема:** Вероятность появления хотя бы одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимых в совокупности, вычисляется по формуле:

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n).$$

**Пример 8.** Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,6; второй – 0,9; третий – 0,5. Найти вероятность того, что студентом будут сданы:

- только второй экзамен;
- только один экзамен;
- хотя бы один.

**Решение:** а) Обозначим события:  $A_1$  – студент сдаст 1-ый экзамен;  $A_2$  – студент сдаст 2-ой экзамен;  $A_3$  – студент сдаст 3-ий экзамен.

$$P(A_1) = 0,6; \quad P(A_2) = 0,9; \quad P(A_3) = 0,5.$$

$$P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_1) = 1 - 0,6 = 0,4; \quad P(\bar{A}_2) = 1 - P(A_2) = 1 - 0,9 = 0,1; \quad P(\bar{A}_3) = 1 - P(A_3) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

$B$  – студент сдаст только второй экзамен из 3-х, т.е. студент сдаст второй экзамен, и не сдаст первый и третий экзамен.

$$P(B) = P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,5 = 0,18.$$

б)  $C$  – студент сдаст один экзамен из трех (произойдет, если студент сдаст только первый экзамен из 3-х, или только второй, или только третий).

$$P(C) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) =$$

$$= 0,6 \cdot 0,1 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 0,03 + 0,18 + 0,02 = 0,23$$

в)  $D$  – студент сдаст хотя бы один экзамен («не менее одного» экзамена).

$$P(D) = 1 - P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = 1 - 0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 0,98.$$

#### § 4. Формула полной вероятности

Пусть несовместные события  $H_1, H_2, \dots, H_n$  образуют полную группу. Тогда для любого события  $A$  имеет место формула полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A)$$

События  $H_1, H_2, \dots, H_n$  называют гипотезами, так как заранее неизвестно какое из этих событий наступит.

**Пример 9.** В сборочный цех завода поступает 40% деталей из 1 цеха и 60% - из 2 цеха. В первом цехе производится 90% стандартных деталей, а во втором – 95%. Найти вероятность того, что наудачу взятая сборщиком деталь окажется стандартной.

**Решение:**

Событие  $A$  – взятая наудачу деталь стандартна.

$H_1$  – деталь изготовлена 1-ым цехом;

$H_2$  – деталь изготовлена 2-ым цехом;

События  $H_1$  и  $H_2$  образуют полную группу,  $P(H_1) = \frac{40}{100} = 0,4$ ;  $P(H_2) = \frac{60}{100} = 0,6$ .

$$P_{H_1}(A) = \frac{90}{100} = 0,9; \quad P_{H_2}(A) = \frac{95}{100} = 0,95.$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) = 0,4 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,95 = 0,93.$$

#### § 5. Формула Байеса

Пусть события  $H_1, H_2, \dots, H_n$  образуют полную группу событий. Тогда условная вероятность события

$H_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ) при условии, что событие  $A$  произошло, задается формулой

$$P_A(H_k) = \frac{P(H_k) \cdot P_{H_k}(A)}{P(A)}, \quad \text{где } P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A) \text{ - формула полной}$$

вероятности.

**Пример 10.** В сборочный цех завода поступает 40% деталей из 1 цеха и 60% - из 2 цеха. В первом цехе производится 90% стандартных деталей, а во втором – 95%. Найти вероятность того, что эта стандартная деталь изготовлена 2-ым цехом.

**Решение:**

Событие  $A$  – взятая наудачу деталь стандартна.

$H_1$  – деталь изготовлена 1-ым цехом;

$H_2$  – деталь изготовлена 2-ым цехом;

События  $H_1$  и  $H_2$  образуют полную группу,  $P(H_1) = \frac{40}{100} = 0,4$ ;  $P(H_2) = \frac{60}{100} = 0,6$ .

$$P_{H_1}(A) = \frac{90}{100} = 0,9; \quad P_{H_2}(A) = \frac{95}{100} = 0,95.$$

Определим вероятность гипотезы  $H_2$  при условии, что событие  $A$  уже произошло:

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)}{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,95}{0,4 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,95} = \frac{0,6 \cdot 0,95}{0,93} = \frac{19}{31} \approx 0,613.$$

### § 6. Формула Бернулли

Если производится  $n$  независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна  $p$ , а вероятность его не появления равна  $q=1-p$ , то вероятность того, что событие  $A$  произойдет  $m$  раз определяется формулой Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

В ряде случаев требуется определить вероятности появления события  $A$  менее  $m$  раз ( $x < m$ ), более  $m$  раз ( $x > m$ ), не менее  $m$  раз ( $x \geq m$ ), не более  $m$  раз ( $x \leq m$ ), хотя бы один раз ( $x \geq 1$ ).

Случаи:

- $P(x < m) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(m-1)$
- $P(x > m) = P_n(m+1) + P_n(m+2) + \dots + P_n(n)$
- $P(x \geq m) = P_n(m) + P_n(m+1) + \dots + P_n(n)$
- $P(x \leq m) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(m)$
- $P(x \geq 1) = 1 - P_n(0)$

**Пример 13.** Четыре покупателя приехали на оптовый склад. Вероятность того, что каждому из этих покупателей потребуются холодильник марки «А» равна 0,4. Найти вероятность того, что холодильник потребуются:

- двум покупателям;
- не более, чем трем покупателям;
- хотя бы одному покупателю.

Решение:  $p = 0,4$ ,  $q = 1 - p = 1 - 0,4 = 0,6$ ,  $n = 4$ .

а)  $m=2$

$$P_4(2) = C_4^2 \cdot p^2 \cdot q^{4-2} = \frac{4!}{2!2!} \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^2 = \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 0,16 \cdot 0,36 = 0,3456.$$

б)  $m \leq 3$

$$P(m \leq 3) = P_4(0) + P_4(1) + P_4(2) + P_4(3) = 1 - P_4(4) = 1 - C_4^4 \cdot p^4 \cdot q^{4-4} = 1 - \frac{4!}{4!0!} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^0 = 1 - 0,4^4 = 0,9744$$

в)  $m \geq 1$

$$P(m \geq 1) = 1 - P_4(0) = 1 - C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^{4-0} = 1 - \frac{4!}{0!4!} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^4 = 1 - 0,6^4 = 0,8704.$$

## Глава 2. Случайные величины

### §1. Дискретные случайные величины

Случайной называют величину  $X$ , которая в результате испытания примет то или иное возможное значение  $x$ , наперед не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

**Например**, число родившихся мальчиков среди пяти новорожденных есть случайная величина, которая может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4, 5.

**Дискретной случайной величиной** называется случайная величина, принимающая отдельные друг от друга значения, которые можно перенумеровать.

**Например:** число бракованных изделий в партии; число вызовов, поступивших на телефонную станцию в течение некоторого промежутка времени и т.д.

Дискретная случайная величина определена, если известны все ее значения и соответствующие им вероятности.

Всякое соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующие им вероятностями называют **законом распределения дискретной случайной величины**. Простейшим способом задания дискретной случайной величины – таблица, которая называется **рядом распределения**.

<b>X</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_n$
<b>P</b>	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\dots$	$p_n$

$$, \text{ где } \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Графическое изображение ряда распределения называется **многоугольником распределения**. Дискретная случайная величина может быть задана **функцией распределения**.

**Функцией распределения** случайной величины  $X$  называется функция  $F(x)$ , выражающая вероятность того, что  $X$  примет значение, меньше, чем  $x$ :  $F(x) = P(X < x)$ .

Функция распределения обладает следующими свойствами:

- $0 \leq F(x) \leq 1$ .
- $F(x)$ -неубывающая функция, т.е.  $F(x_2) \geq F(x_1)$ , если  $x_2 > x_1$ .
- $F(-\infty) = 0$ ,  $F(+\infty) = 1$ .
- $F(x)$ -непрерывна слева в любой точке  $x$ , т.е.  $F(x-0) = F(x)$ ,  $x \in R$ .
- $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$ .

**Числовые характеристики случайных величин:** математическое ожидание (среднее значение случайной величины), дисперсия и среднее квадратическое отклонение (величина разброса возможных значений случайной величины вокруг среднего).

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины  $X$  называют сумму произведений всех ее возможных значений на соответствующие им вероятности  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ .

**Свойства:**

- Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:  $M(C) = C$ .
- Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:  $M(CX) = C \cdot M(X)$ .
- Математическое ожидание произведения 2-х независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий:  $M(X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y)$ .
- Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий:  $M(X + Y) = M(X) + M(Y)$ .

**Дисперсией** дискретной случайной величины  $X$  называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ .

**Свойства:**

- Дисперсия постоянной величины  $C$  равна нулю:  $D(C) = 0$ .
- Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат:  $D(CX) = C^2 \cdot D(X)$ .
- Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:  $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ .
- Дисперсия разности двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:  $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$ .

**Средним квадратическим отклонением** дискретной случайной величины  $X$  называют корень квадратный из дисперсии  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ .

**Пример 1.** В результате проведенных испытаний установлено распределение дискретной случайной величины  $x$ :

<b>X</b>	2	3	10	12
<b>P</b>	0,1	0,4	0,5	0,2

Найти:

- а)  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $M(4 \cdot X)$ ,  $D(3 \cdot X)$

б) построить многоугольник распределения

**Решение:**

а) Найдем  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ ,  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

$$M(X) = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,5 + 12 \cdot 0,2 = 0,2 + 1,2 + 5 + 2,4 = 8,8$$

$$M(X^2) = 2^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,4 + 10^2 \cdot 0,5 + 12^2 \cdot 0,2 = 0,4 + 3,6 + 50 + 28,8 = 82,8$$

$$D(X) = 82,8 - (8,8)^2 = 82,8 - 77,44 = 5,36$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{5,36} \approx 2,315$$

$$M(4 \cdot X) = 4 \cdot 8,8 = 35,2$$

$$D(3 \cdot X) = 9 \cdot 5,36 = 48,24$$

б) Многоугольник распределения

**Пример 2.** В результате проведенных испытаний установлено распределение дискретной случайной величины  $X$ :

X	54	56	58	60
P	0,2	0,4	0,3	0,1

Найти:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ . Составить функцию  $F(x)$ , построить ее график.

Решение:

Найдем  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$

$$M(X) = 54 \cdot 0,2 + 56 \cdot 0,4 + 58 \cdot 0,3 + 60 \cdot 0,1 = 56,6$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

$$D(X) = 54^2 \cdot 0,2 + 56^2 \cdot 0,4 + 58^2 \cdot 0,3 + 60^2 \cdot 0,1 - (56,6)^2 = 3,24$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \Rightarrow \sigma(X) = 1,8$$

Так как  $F(x) = P(X < x)$ , находим:

при  $x \leq 54$   $F(x) = P(X < x) = 0$ ;

при  $54 < x \leq 56$   $F(x) = P(X = 54) = 0,2$ ;

при  $56 < x \leq 58$   $F(x) = P(X = 54) + P(X = 56) = 0,2 + 0,4 = 0,6$ ;

при  $58 < x \leq 60$   $F(x) = P(X = 54) + P(X = 56) + P(X = 58) = 0,2 + 0,4 + 0,3 = 0,9$ ;

при  $x > 60$   $F(x) = P(X = 54) + P(X = 56) + P(X = 58) + P(X = 60) = 0,2 + 0,4 + 0,3 + 0,1 = 1$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 54 \\ 0,2, & \text{при } 54 < x \leq 56 \\ 0,6, & \text{при } 56 < x \leq 58 \\ 0,9, & \text{при } 58 < x \leq 60 \\ 1, & \text{при } x > 60 \end{cases} \text{-функция распределения случайной величины.}$$

Построим график этой функции.

## §2. Основные законы распределения дискретных случайных величин

### 1. Биномиальный закон распределения.

Дискретная случайная величина  $X$  имеет биномиальный закон распределения, если принимает значения  $0, 1, \dots, m, \dots, n$  с вероятностями  $P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ , где  $0 < p < 1$ ,  $q = 1 - p$ ,  $m = 0, 1 \dots n$ .

Математическое ожидание:  $M(X) = n \cdot p$

Дисперсия:  $D(X) = npq$

**2. Геометрическое распределение.** Дискретная случайная величина  $X$  имеет геометрическое распределение, если она принимает значения  $0, 1, \dots, m, \dots$  (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями  $P_n(m) = p \cdot q^{m-1}$ , где  $0 < p < 1$ ,

$q = 1 - p$ ,  $m = 1, 2 \dots$ .

$X = m$  – число  $m$  испытаний, проводимых по схеме Бернулли, с вероятностью  $p$  наступления события в каждом испытании до первого положительного исхода.

Математическое ожидание:  $M(X) = \frac{1}{p}$

Дисперсия:  $D(X) = \frac{q}{p^2}$

## § 3. Нормальный закон распределения вероятностей

**Непрерывной** называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка. Число всевозможных значений непрерывной случайной величины бесконечно.

Непрерывная случайная величина называется распределенной по **нормальному закону**, если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

График плотности нормального распределения называют **нормальной кривой (кривой Гаусса)**.

При всех значениях  $x$  функция принимает положительные значения, т.е. нормальная кривая расположена над осью  $OX$ .

*Замечание.* Таким образом, нормальное распределение определяется двумя параметрами:

$a$  – математическое ожидание;  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение нормального распределения.

По нормальному закону:  $M(X) = a$ ,  $D(X) = \sigma^2$

#### ***Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой.***

1. Если  $\sigma = const$  и изменяется параметр  $a$  – это не приводит к изменению формы нормальной кривой, а приводит к ее сдвигу вдоль оси  $OX$ : вправо, если  $a$  возрастает, и влево, если  $a$  убывает.

2. Если  $a = const$  и меняется параметр  $\sigma$ , то меняется ордината кривой:

- а) при увеличении  $\sigma$  кривая распределения становится более плоской, растягиваясь вдоль оси абсцисс;
- б) при уменьшении  $\sigma$  кривая распределения вытягивается вверх, одновременно сжимаясь с боков.

#### ***Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.***

Найдем вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на заданный интервал:

$$p(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

Пример. Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = 3$ ,  $\sigma = 2$ . Найти вероятность того, что она примет значение из интервала (4, 8).

Решение.

$$p(4 < x < 8) = F(8) - F(4) = \Phi\left(\frac{8-3}{2}\right) - \Phi\left(\frac{4-3}{2}\right) = \Phi(2,5) - \Phi(0,5) = 0,9938 - 0,6915 = 0,3023.$$

### **Тема 3. Математическая статистика**

Математическая статистика – это наука о случайных явлениях. Под явлением понимается любой подлежащий изучению объект независимо от его конкретного содержания. Математическая статистика занимается математическим описанием случайных явлений, т.е. построением вероятностных моделей, а также проверкой их пригодности. Поэтому выделяют 2 раздела: описательную статистику и статистику «проверяющую» (статистическую проверку гипотез). Понятия и методы описательной статистики создаются в теории вероятностей, а понятия и методы статистической проверки гипотез создаются в специальных теориях, либо в приложениях теории вероятностей к конкретным наукам.

#### ***§ 1. Понятие вариационного ряда. Виды вариационных рядов***

Совокупность предметов или явлений, объединенных каким – либо общим признаком или свойством качественного или количественного характера, называется **объектом наблюдения**.

Всякий объект статистического наблюдения состоит из отдельных элементов – **единиц наблюдения**.

Результаты статистического наблюдения представляют собой числовую информацию – **данные**.

**Статистические данные** – это сведения о том, какие значения принял интересующий исследователя признак в статистической совокупности. Признаки бывают количественные или качественные.

**Количественным** называется признак значения, которого выражаются числами.

**Качественным** называется признак, характеризующийся некоторым свойством или состоянием элементов совокупности. **Статистическая совокупность** называется генеральной, если исследованию подлежат все элементы совокупности.

Часть элементов генеральной совокупности, подлежащая исследованию, называется **выборочной совокупностью (выборкой)**. Она извлекается из генеральной совокупности случайно, так чтобы каждый из  $n$  элементов выборки имел равные шансы быть отобранным.

Значения признака, которые при переходе от одного элемента совокупности к другому изменяются (варьируют), называются вариантами и обычно обозначаются малыми латинскими буквами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Ряд значений признака (вариантов), расположенных в порядке возрастания или убывания с соответствующими им весами, называется **вариационным рядом** (рядом распределения).

В качестве весов выступают частоты или частости.

Частота ( $m_i$ ) показывает, сколько раз встречается тот или иной вариант (значение признака) в статистической совокупности.

Частость или относительная частота ( $w_i$ ) показывает, какая часть единиц совокупности имеет тот или иной вариант. Частость рассчитывается как отношение частоты того или иного варианта к сумме всех частот ряда ( $w_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$ ). Сумма всех частостей равна 1.

$$w_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Вариационные ряды бывают дискретными и интервальными.

**Дискретные вариационные ряды** строят в том случае, если значения изучаемого признака могут отличаться друг от друга не менее чем на некоторую конечную величину. В дискретных вариационных рядах задаются точные значения признака.

*Общий вид дискретного вариационного ряда:*

Значения признака ( $x_i$ )	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
Частоты ( $m_i$ )	$m_1$	$m_2$	...	$m_n$

**Интервальные вариационные ряды** строят в том случае, если значения изучаемого признака могут отличаться друг от друга на сколь угодно малую величину. Значения признака в них задаются в виде интервалов.

*Общий вид интервального вариационного ряда:*

Значения признака ( $x_i$ )	$a_1-a_2$	$a_2-a_3$	...	$a_{n-1}-a_n$
Частоты ( $m_i$ )	$m_1$	$m_2$	...	$m_n$

В интервальных вариационных рядах в каждом интервале выделяют верхнюю и нижнюю границы. Разность между верхней и нижней границами интервала называется интервальной разностью или длиной интервала.

Если интервал имеет обе границы, то его называют закрытым.

Первый и последний интервалы могут быть открытыми, т.е. иметь только одну границу. Часто открытые интервалы приходится условно закрывать.

В интервальном вариационном ряде могут встречаться интервалы разной длины. Если интервалы в вариационном ряде имеют одинаковую длину, их называют равновеликими, в противном случае – неравновеликими.

При построении интервального вариационного ряда часто встает проблема выбора величины интервалов (интервальной разности). Для определения оптимальной величины интервалов (если строится ряд с равными интервалами) применяют формулу Стёрджесса:

$k = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,2 \cdot \lg n}$ , где  $n$  – число единиц совокупности;  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значения вариантов ряда.

Для характеристики вариационного ряда наряду с частотами и частостями используются накопленные частоты и частости. Накопленные частоты показывают, сколько единиц совокупности (какая их часть) не превышает заданного значения (варианта)  $x$ .

Дискретный вариационный ряд графически можно представить с помощью полигона распределения частот или частостей.



Интервальные вариационные ряды графически можно представить с помощью гистограммы, т.е. столбчатой диаграммы.

При ее построении по оси абсцисс откладываются значения изучаемого признака (границы интервалов). Если интервалы одинаковой величины, по оси ординат можно откладывать частоты или частоты. Если интервалы имеют разную величину, по оси ординат необходимо откладывать значения абсолютной или относительной плотности распределения.

Абсолютная плотность – отношение частоты интервала к его величине ( $f(a)_i = \frac{m_i}{k_i}$ ).

Абсолютная плотность показывает, сколько единиц совокупности приходится на единицу интервала.

Относительная плотность – отношение частоты интервала к его величине ( $f(o)_i = \frac{w_i}{k_i}$ ).

Относительная плотность показывает, какая часть единиц совокупности приходится на единицу интервала.

Дискретные и интервальные ряды графически можно представить в виде кумуляты и огивы. При построении кумуляты по данным дискретного ряда по оси абсцисс откладываются значения признака (варианты), а по оси ординат – накопленные частоты или частоты. На пересечении значений признака и соответствующих им накопленных частот строятся точки, которые в свою очередь соединяются отрезками или кривой. Получающаяся таким образом ломанная (кривая) называется кумулятой.

Огива строится аналогично кумуляте с той лишь разницей, что на оси абсцисс наносятся точки, соответствующие накопленным частотам (частостям), а по оси ординат – значение признака (варианты).

### **§ 2. Числовые характеристики вариационного ряда**

Одной из основных числовых характеристик ряда распределения (вариационного ряда) является средняя арифметическая.

Существует 2 формулы расчета средней арифметической:

- а) простая – используют, когда данные наблюдения не сведены в вариационный ряд либо все частоты равны единице или одинаковы.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ где } x_i - i\text{-е значение признака, } n - \text{объем ряда (число наблюдений)}.$$

b) взвешенная – используют, если частоты отличны друг от друга.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot m_i}{\sum_{i=1}^k m_i}, \text{ где } x_i - i\text{-е значение признака, } m_i - \text{частота } i\text{-го значения признака, } k - \text{число его}$$

значений (вариантов).

Колеблемость изучаемого признака можно охарактеризовать с помощью различных показателей вариации. К числу основных показателей вариации относятся: дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Дисперсию можно рассчитать по простой и взвешенной формулам:

$$\text{a) простая} - D(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{b) взвешенная} - D(X) = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot m_i}{\sum_{i=1}^k m_i}$$

Среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

### §3. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность), доверительный интервал

При выборке малого объема точечная оценка может значительно отличаться от оцениваемого параметра, что приводит к грубым ошибкам. Поэтому в таком случае лучше пользоваться *интервальными оценками*, то есть указывать интервал, в который с заданной вероятностью попадает истинное значение оцениваемого параметра. Разумеется, чем меньше длина этого интервала, тем точнее оценка параметра. Поэтому, если для оценки  $\Theta^*$  некоторого параметра  $\Theta$  справедливо неравенство  $|\Theta^* - \Theta| < \delta$ , число  $\delta > 0$  характеризует **точность оценки** (чем меньше  $\delta$ , тем точнее оценка). Но статистические методы позволяют говорить только о том, что это неравенство выполняется с некоторой вероятностью.

**Надежностью (доверительной вероятностью)** оценки  $\Theta^*$  параметра  $\Theta$  называется вероятность  $\gamma$  того, что выполняется неравенство  $|\Theta^* - \Theta| < \delta$ . Если заменить это неравенство двойным неравенством  $-\delta < \Theta^* - \Theta < \delta$ , то получим:

$$p(\Theta^* - \delta < \Theta < \Theta^* + \delta) = \gamma.$$

Таким образом,  $\gamma$  есть вероятность того, что  $\Theta$  попадает в интервал  $(\Theta^* - \delta, \Theta^* + \delta)$ .

**Доверительным** называется интервал, в который попадает неизвестный параметр с заданной надежностью  $\gamma$ .

#### Построение доверительных интервалов

1. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.

Пусть исследуемая случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с известным средним квадратическим  $\sigma$ , и требуется по значению выборочного среднего  $\bar{x}_B$  оценить ее математическое ожидание  $a$ . Будем рассматривать выборочное среднее  $\bar{x}_B$  как случайную величину  $\bar{X}$ , а значения вариант выборки  $x_1, x_2, \dots, x_n$  как одинаково распределенные независимые случайные величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , каждая из которых имеет математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое

отклонение  $\sigma$ . При этом  $M(\bar{X}) = a$ ,  $\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  (используем свойства математического ожидания и дисперсии суммы независимых случайных величин). Оценим вероятность выполнения неравенства  $|\bar{X} - a| < \delta$ . Применим формулу для вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал:

$$p(|X - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

Тогда, с учетом того, что  $\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ,  $p(|\bar{X} - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) = 2\Phi(t)$ , где  $t = \frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}$ . Отсюда

$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$ , и предыдущее равенство можно переписать так:

$$p\left(\bar{x}_B - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_B + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 2\Phi(t) = \gamma. \quad (3.1)$$

Итак, значение математического ожидания  $a$  с вероятностью (надежностью)  $\gamma$  попадает в интервал  $\left(\bar{x}_B - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x}_B + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ , где значение  $t$  определяется из таблиц для функции Лапласа так, чтобы выполнялось равенство  $2\Phi(t) = \gamma$ .

**Пример 1.** Найдем доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины, если объем выборки  $n = 49$ ,  $\bar{x}_B = 2,8$ ,  $\sigma = 1,4$ , а доверительная вероятность  $\gamma = 0,9$ .

**Решение:**

Определим  $t$ , при котором  $\Phi(t) = 0,9:2 = 0,45$ ;  $t = 1,645$ . Тогда

$$2,8 - \frac{1,645 \cdot 1,4}{\sqrt{49}} < a < 2,8 + \frac{1,645 \cdot 1,4}{\sqrt{14}}, \text{ или } 2,471 < a < 3,129. \text{ Найден доверительный интервал, в который}$$

попадает  $a$  с надежностью  $0,9$ .

2. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.

Если известно, что исследуемая случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с неизвестным средним квадратическим отклонением, то для поиска доверительного интервала для ее математического ожидания построим новую случайную величину

$$T = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, \quad (3.2) \quad , \text{ где } \bar{x}_B - \text{ выборочное среднее, } s - \text{ исправленная}$$

дисперсия,  $n$  – объем выборки. Эта случайная величина, возможные значения которой будем обозначать  $t$ , имеет распределение Стьюдента с  $k = n - 1$  степенями свободы.

Поскольку плотность распределения Стьюдента  $s(t, n) = B_n \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}$ , где  $B_n = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1)}\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$ ,

явным образом не зависит от  $a$  и  $\sigma$ , можно задать вероятность ее попадания в некоторый интервал  $(-t_\gamma,$

$t_\gamma)$ , учитывая четность плотности распределения, следующим образом:  $p\left(\left|\frac{\bar{x}_B - a}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right| < t_\gamma\right) = 2\int_0^{t_\gamma} s(t, n) dt = \gamma$ .

Отсюда получаем:

$$p\left(\bar{x}_B - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_B + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}\right) = \gamma. \quad (3.3)$$

Таким образом, получен доверительный интервал для  $a$ , где  $t_\gamma$  можно найти по соответствующей таблице при заданных  $n$  и  $\gamma$ .

**Пример 2.** Пусть объем выборки  $n = 25$ ,  $\bar{x}_B = 3$ ,  $s = 1,5$ . Найдем доверительный интервал для  $a$  при  $\gamma = 0,99$ .

**Решение:** Из таблицы находим, что  $t_\gamma (n = 25, \gamma = 0,99) = 2,797$ . Тогда  $3 - \frac{2,797 \cdot 1,5}{\sqrt{25}} < a < 3 + \frac{2,797 \cdot 1,5}{\sqrt{25}}$ ,

или  $2,161 < a < 3,839$  – доверительный интервал, в который попадает  $a$  с вероятностью 0,99.

3. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.

Будем искать для среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины доверительный интервал вида  $(s - \delta, s + \delta)$ , где  $s$  – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение, а для  $\delta$  выполняется условие:  $p(|\sigma - s| < \delta) = \gamma$ .

Запишем это неравенство в виде:  $s\left(1 - \frac{\delta}{s}\right) < \sigma < s\left(1 + \frac{\delta}{s}\right)$  или, обозначив  $q = \frac{\delta}{s}$ ,

$$s(1 - q) < \sigma < s(1 + q). \quad (3.4) \quad \text{Рассмотрим}$$

случайную величину  $\chi$ , определяемую по формуле  $\chi = \frac{s}{\sigma} \sqrt{n-1}$ , которая распределена по закону «хи-квадрат» с  $n-1$  степенями свободы. Плотность ее распределения

$$R(\chi, n) = \frac{\chi^{n-2} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{n-3}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

не зависит от оцениваемого параметра  $\sigma$ , а зависит только от объема выборки  $n$ . Преобразуем неравенство (3.4) так, чтобы оно приняло вид  $\chi_1 < \chi < \chi_2$ . Вероятность выполнения этого неравенства

равна доверительной вероятности  $\gamma$ , следовательно,  $\int_{\chi_1}^{\chi_2} R(\chi, n) d\chi = \gamma$ . Предположим, что  $q < 1$ , тогда

неравенство (3.4) можно записать так:

$$\frac{1}{s(1+q)} < \frac{1}{\sigma} < \frac{1}{s(1-q)}, \text{ или, после умножения на } s\sqrt{n-1}, \quad \frac{\sqrt{n-1}}{1+q} < \frac{s\sqrt{n-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{n-1}}{1-q}. \text{ Следовательно,}$$

$$\frac{\sqrt{n-1}}{1+q} < \chi < \frac{\sqrt{n-1}}{1-q}. \text{ Тогда } \int_{\frac{\sqrt{n-1}}{1+q}}^{\frac{\sqrt{n-1}}{1-q}} R(\chi, n) d\chi = \gamma.$$

Существуют таблицы для распределения «хи - квадрат», из которых можно найти  $q$  по заданным  $n$  и  $\gamma$ , не решая этого уравнения. Таким образом, вычислив по выборке значение  $s$  и определив по таблице значение  $q$ , можно найти доверительный интервал (3.4), в который значение  $\sigma$  попадает с заданной вероятностью  $\gamma$ .

**Замечание:** Если  $q > 1$ , то с учетом условия  $\sigma > 0$  доверительный интервал для  $\sigma$  будет иметь границы  $0 < \sigma < s(1+q)$ .

$$(3.5)$$

**Пример 3.**

Пусть  $n = 20$ ,  $s = 1,3$ . Найдем доверительный интервал для  $\sigma$  при заданной надежности  $\gamma = 0,95$ .

**Решение:** Из соответствующей таблицы находим  $q (n = 20, \gamma = 0,95) = 0,37$ . Следовательно, границы доверительного интервала:  $1,3(1-0,37) = 0,819$  и  $1,3(1+0,37) = 1,781$ . Итак,  $0,819 < \sigma < 1,781$  с вероятностью 0,95.

#### §4. Проверка статистических гипотез

В процессе статистического анализа иногда бывает необходимо сформулировать и проверить предположения (гипотезы) относительно величины независимых параметров или закона распределения изучаемой генеральной совокупности (совокупностей). Такие предположения называются **статистическими гипотезами**.

Сопоставление высказанной гипотезы относительно генеральной совокупности с имеющимися выборочными данными, сопровождаемое количественной оценкой степени достоверности получаемого вывода и осуществляемое с помощью того или иного статистического критерия, называется проверкой статистических гипотез.

Статистические гипотезы подразделяются на нулевые и альтернативные.

Выдвинутая гипотеза называется **нулевой (основной)**. Ее принято обозначать  $H_0$ . Обычно нулевая гипотеза – это гипотеза об отсутствии различий.

По отношению к высказанной нулевой гипотезе всегда можно сформулировать **альтернативную (конкурирующую)**, противоречащую ей. Альтернативную гипотезу принято обозначать  $H_1$ .

**Простой** называют гипотезу, содержащую только одно предположение, **сложной** – гипотезу, состоящую из конечного или бесконечного числа простых гипотез.

**Пример 1.** Пусть  $H_0$  заключается в том, что математическое ожидание генеральной совокупности  $a = 3$ . Тогда возможные варианты  $H_1$ : а)  $a \neq 3$ ; б)  $a > 3$ ; в)  $a < 3$ .

**Пример 2.** Для показательного распределения гипотеза  $H_0: \lambda = 2$  – простая,  $H_0: \lambda > 2$  – сложная, состоящая из бесконечного числа простых (вида  $\lambda = c$ , где  $c$  – любое число, большее 2).

**Цель статистической проверки гипотез** состоит в том, чтобы на основании выборочных данных принять решение о справедливости основной гипотезы  $H_0$ .

Так как проверка статистических гипотез осуществляется на основании выборочных данных, то такое решение неизбежно сопровождается некоторой, хотя возможно и очень малой, ошибкой.

Ошибка, состоящая в том, что мы отклонили нулевую гипотезу, в то время как она верна, называется **ошибкой 1-го рода**, а ее вероятность — **уровнем значимости** и обозначают  $\alpha$ .

Ошибка, состоящая в том, что мы отклонили нулевую гипотезу, в то время как она ошибочна, называется **ошибкой 2-го рода**, а ее вероятность обозначают  $\beta$ .

Вероятность  $1 - \beta$  называют **мощностью критерия**.

При фиксированном объеме выборки можно выбрать по своему усмотрению величину вероятности только одной из ошибок  $\alpha$  или  $\beta$ . Увеличение вероятности одной из них приводит к снижению другой.

Принято задавать вероятность ошибки 1-го рода  $\alpha$  — **уровень значимости**. Как правило, пользуются некоторыми стандартными значениями уровня значимости  $\alpha$ : 0,1; 0,05; 0,025; 0,01; 0,005; 0,001. Тогда, очевидно, из двух критериев, характеризующихся одной и той же вероятностью  $\alpha$  (отклонить правильную в действительности гипотезу  $H_0$ ), следует принять тот, которому соответствует меньшая ошибка 2-го рода  $\beta$ , т.е. большая мощность. Снижения вероятностей обеих ошибок  $\alpha$  и  $\beta$  можно добиться путем увеличения объема выборки.

Проверка статистических гипотез осуществляется с помощью **статистического критерия** (назовем его в общем виде  $K$ ), являющего функцией от результатов наблюдения.

**Статистический критерий** – это правило (формула), по которому определяется мера расхождения результатов выборочного наблюдения с высказанной гипотезой  $H_0$ .

Значение критерия, рассчитываемое по специальным правилам на основании выборочных данных, называется наблюдаемым значением критерия ( $K_{\text{набл}}$ ).

Значения критерия, разделяющие совокупность значений критерия на **область допустимых значений** (наиболее правдоподобных в отношении нулевой гипотезы  $H_0$ ) и **критическую область** (область значений, менее правдоподобных в отношении нулевой гипотезы  $H_0$ ), определяемые на заданном уровне значимости  $\alpha$  по таблицам распределения случайной величины  $K$ , выбранной в качестве критерия, называются **критическими точками** ( $K_{\text{кр}}$ ).

**Областью допустимых значений** (областью принятия нулевой гипотезы  $H_0$ ) называют совокупность значений критерия  $K$ , при которых нулевая гипотеза  $H_0$  не отклоняется.

**Критической областью** называют совокупность значений критерия  $K$ , при которых нулевая гипотеза  $H_0$  отклоняется в пользу конкурирующей  $H_1$ .

Различают **одностороннюю** (правостороннюю или левостороннюю) и **двустороннюю критические области**.

Если конкурирующая гипотеза – правосторонняя, например,  $H_1: a > a_0$ , то и критическая область – **правосторонняя**.

При правосторонней конкурирующей гипотезе критическая точка ( $K_{кр.п}$ ) принимает положительные значения.

Если конкурирующая гипотеза – левосторонняя, например,  $H_1: a < a_0$ , то и критическая область – левосторонняя.

При левосторонней конкурирующей гипотезе критическая точка принимает отрицательные значения ( $K_{кр.л}$ ).

Если конкурирующая гипотеза – двусторонняя, например,  $H_1: a \neq a_0$ , то и критическая область – двусторонняя.

При двусторонней конкурирующей гипотезе определяются 2 критические точки ( $K_{кр.л}$  и  $K_{кр.п}$ ).

Основной принцип проверки статистических гипотез состоит в следующем:

□ если наблюдаемое значение критерия ( $K_{набл}$ ) принадлежит критической области, то нулевая гипотеза  $H_0$  отклоняется в пользу конкурирующей  $H_1$ ;

□ если наблюдаемое значение критерия ( $K_{набл}$ ) принадлежит области допустимых значений, то нулевую гипотезу  $H_0$  нельзя отклонить.

Можно принять решение относительно нулевой гипотезы  $H_0$  путем сравнения наблюдаемого ( $K_{набл}$ ) и критического значений критерия ( $K_{кр}$ ).

#### **Критерий для проверки гипотезы о вероятности события**

Пусть проведено  $n$  независимых испытаний ( $n$  – достаточно большое число), в каждом из которых некоторое событие  $A$  появляется с одной и той же, но неизвестной вероятностью  $p$ , и найдена относительная частота  $\frac{m}{n}$  появлений  $A$  в этой серии испытаний. Проверим при заданном уровне значимости  $\alpha$  нулевую гипотезу  $H_0$ , состоящую в том, что вероятность  $p$  равна некоторому значению  $p_0$ .

Примем в качестве статистического критерия случайную величину

$$U = \frac{\left(\frac{M}{n} - p_0\right)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0q_0}}, \quad (4.1)$$

имеющую нормальное распределение с параметрами  $M(U) = 0$ ,  $\sigma(U) = 1$  (то есть нормированную). Здесь  $q_0 = 1 - p_0$ . При достаточно большом  $n$  относительную частоту можно приближенно считать нормально распределенной с математическим ожиданием  $p$  и средним квадратическим отклонением  $\sqrt{\frac{pq}{n}}$ .

Критическая область строится в зависимости от вида конкурирующей гипотезы.

1) Если  $H_0: p = p_0$ , а  $H_1: p \neq p_0$ , то критическую область нужно построить так, чтобы вероятность попадания критерия в эту область равнялась заданному уровню значимости  $\alpha$ . При этом наибольшая

мощность критерия достигается тогда, когда критическая область состоит из двух интервалов, вероятность попадания в каждый из которых равна  $\frac{\alpha}{2}$ . Поскольку  $U$  симметрична относительно оси  $Oy$ , вероятность ее попадания в интервалы  $(-\infty; 0)$  и  $(0; +\infty)$  равна 0,5, следовательно, критическая область тоже должна быть симметрична относительно  $Oy$ . Поэтому  $u_{кр}$  определяется по таблице значений функции Лапласа из условия  $\Phi(u_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2}$ , а критическая область имеет вид  $(-\infty; -u_{кр}) \cup (u_{кр}; +\infty)$ .

Далее нужно вычислить наблюдаемое значение критерия:

$$U_{набл} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0q_0}}. \quad (4.2)$$

Если  $|U_{набл}| < u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается.

Если  $|U_{набл}| > u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

2) Если конкурирующая гипотеза  $H_1: p > p_0$ , то критическая область определяется неравенством  $U > u_{кр}$ , то есть является правосторонней, причем  $p(U > u_{кр}) = \alpha$ . Тогда  $p(0 < U < u_{кр}) = \frac{1}{2} - \alpha = \frac{1-2\alpha}{2}$ .

Следовательно,  $u_{кр}$  можно найти по таблице значений функции Лапласа из условия, что  $\Phi(u_{кр}) = \frac{1-2\alpha}{2}$ .

Вычислим наблюдаемое значение критерия по формуле (4.2).

Если  $U_{набл} < u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается.

Если  $U_{набл} > u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

3) Для конкурирующей гипотезы  $H_1: p < p_0$  критическая область является левосторонней и задается неравенством  $U < -u_{кр}$ , где  $u_{кр}$  вычисляется так же, как в предыдущем случае.

Если  $U_{набл} > -u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается.

Если  $U_{набл} < -u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

**Пример.** Пусть проведено 50 независимых испытаний, и относительная частота появления события  $A$  оказалась равной 0,12. Проверим при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  нулевую гипотезу  $H_0: p = 0,1$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: p > 0,1$ .

**Решение:** Найдем  $U_{набл} = \frac{(0,12 - 0,1)\sqrt{50}}{\sqrt{0,1 \cdot 0,9}} = 0,471$ . Критическая область является правосторонней, а  $u_{кр}$

находим из равенства  $\Phi(u_{кр}) = \frac{1-2 \cdot 0,01}{2} = 0,49$ .

Из таблицы значений функции Лапласа определяем  $u_{кр} = 2,33$ .

Итак,  $U_{набл} < u_{кр}$ , и гипотеза о том, что  $p = 0,1$ , принимается.

### Критерий для проверки гипотезы о математическом ожидании

Пусть генеральная совокупность  $X$  имеет нормальное распределение, и требуется проверить предположение о том, что ее математическое ожидание равно некоторому числу  $a_0$ .

Рассмотрим 2 возможности.

1) Известна дисперсия  $\sigma^2$  генеральной совокупности. Тогда по выборке объема  $n$  найдем выборочное среднее  $\bar{x}_B$  и проверим нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = a_0$ .

Учитывая, что выборочное среднее  $\bar{X}$  является несмещенной оценкой  $M(X)$ , то есть  $M(\bar{X}) = M(X)$ , можно записать нулевую гипотезу так:  $M(\bar{X}) = a_0$ . Для ее проверки выберем критерий

$$U = \frac{\bar{X} - a_0}{\sigma(\bar{X})} = \frac{(\bar{X} - a_0)\sqrt{n}}{\sigma}. \quad (4.3)$$

Это случайная величина, имеющая нормальное распределение, причем, если нулевая гипотеза справедлива, то  $M(U) = 0$ ,  $\sigma(U) = 1$ .

Выберем критическую область в зависимости от вида конкурирующей гипотезы:

□ если  $H_1: M(\bar{X}) \neq a_0$ , то  $u_{кр}: \Phi(u_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2}$ , критическая область двусторонняя,  $U_{набл} = \frac{(\bar{x} - a_0)\sqrt{n}}{\sigma}$ , и, если  $|U_{набл}| < u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается; если  $|U_{набл}| > u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

□ если  $H_1: M(\bar{X}) > a_0$ , то  $u_{кр}: \Phi(u_{кр}) = \frac{1-2\alpha}{2}$ , критическая область правосторонняя, и, если  $U_{набл} < u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается; если  $U_{набл} > u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

□ если  $H_1: M(\bar{X}) < a_0$ , то  $u_{кр}: \Phi(u_{кр}) = \frac{1-2\alpha}{2}$ , критическая область левосторонняя, и, если  $U_{набл} > -u_{кр}$ , то нулевая гипотеза принимается; если  $U_{набл} < -u_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

2) Дисперсия генеральной совокупности неизвестна.

В этом случае выберем в качестве критерия случайную величину

$$T = \frac{(\bar{X} - a_0)\sqrt{n}}{S}, \quad (4.4)$$

где  $S$  – исправленное среднее квадратическое отклонение. Такая случайная величина имеет распределение Стьюдента с  $k = n - 1$  степенями свободы. Предварительно вычислим наблюдаемое значение критерия:

$$T_{набл} = \frac{(\bar{x}_B - a_0)\sqrt{n}}{S} \quad (4.5)$$

□ если  $H_1: M(\bar{X}) \neq a_0$ , то критическая точка  $t_{двуст.кр.}$  находится по таблице критических точек распределения Стьюдента по известным  $\alpha$  и  $k = n - 1$ .

Если  $|T_{набл}| < t_{двуст.кр.}$ , то нулевая гипотеза принимается.

Если  $|T_{набл}| > t_{двуст.кр.}$ , то нулевая гипотеза отвергается.

□ если  $H_1: M(\bar{X}) > a_0$ , то по соответствующей таблице находят  $t_{правост.кр.}(\alpha, k)$  – критическую точку правосторонней критической области. Нулевая гипотеза принимается, если  $T_{набл} < t_{правост.кр.}$ .

□ при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(\bar{X}) < a_0$  критическая область является левосторонней, и нулевая гипотеза принимается при условии

$T_{набл} > -t_{правост.кр.}$ . Если  $T_{набл} < -t_{правост.кр.}$ , то нулевую гипотезу отвергают.

### Критерий для проверки гипотезы о сравнении двух дисперсий

Пусть имеются две нормально распределенные генеральные совокупности  $X$  и  $Y$ . Из них извлечены независимые выборки объемов соответственно  $n_1$  и  $n_2$ , по которым вычислены исправленные выборочные дисперсии  $s_X^2$  и  $s_Y^2$ . Требуется при заданном уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве дисперсий рассматриваемых генеральных совокупностей. Учитывая несмещенность исправленных выборочных дисперсий, можно записать нулевую гипотезу так:

$$H_0: M(s_X^2) = M(s_Y^2). \quad (4.6)$$

*Замечание.* Конечно, исправленные дисперсии, вычисленные по выборкам, обычно оказываются различными. При проверке гипотезы выясняется, является ли это различие незначимым и обусловленным случайными причинами (в случае принятия нулевой гипотезы) или оно является следствием того, что сами генеральные дисперсии различны.

В качестве критерия примем случайную величину  $F = \frac{S_\sigma^2}{S_M^2}$  – отношение большей выборочной

дисперсии к меньшей. Она имеет распределение Фишера - Снедекора со степенями свободы  $k_1 = n_1 - 1$  и  $k_2 = n_2 - 1$ , где  $n_1$  – объем выборки, по которой вычислена большая исправленная дисперсия, а  $n_2$  – объем второй выборки.

Рассмотрим два вида конкурирующих гипотез:

□ пусть  $H_1: D(X) > D(Y)$ . Наблюдаемым значением критерия будет отношение большей из

исправленных дисперсий к меньшей:  $F_{набл} = \frac{s_\sigma^2}{s_M^2}$ . По таблице критических точек распределения



Фишера - Снедекора можно найти критическую точку  $F_{набл}(\alpha; k_1; k_2)$ . При  $F_{набл} < F_{кр}$  нулевая гипотеза принимается, при  $F_{набл} > F_{кр}$  отвергается.

□ если  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ , то критическая область является двусторонней и определяется неравенствами  $F < F_1, F > F_2$ , где  $p(F < F_1) = p(F > F_2) = \alpha/2$ . При этом достаточно найти правую критическую точку  $F_2 = F_{кр}(\frac{\alpha}{2}, k_1, k_2)$ . Тогда при  $F_{набл} < F_{кр}$  нулевая гипотеза принимается, при  $F_{набл} > F_{кр}$  отвергается.

### Критерий Пирсона

Достоинством критерия Пирсона является его универсальность: с его помощью можно проверять гипотезы о различных законах распределения.

Проверка гипотезы о нормальном распределении.

Пусть получена выборка достаточно большого объема  $n$  с большим количеством различных значений вариант. Для удобства ее обработки, разделим интервал от наименьшего до наибольшего из значений вариант на  $s$  равных частей и будем считать, что значения вариант, попавших в каждый интервал, приближенно равны числу, задающему середину интервала.

Подсчитав число вариант, попавших в каждый интервал, составим так называемую сгруппированную выборку:

варианты	$x_1$	$x_2$	...	$x_s$
частоты	$n_1$	$n_2$	...	$n_s$

где  $x_i$  – значения середин интервалов, а  $n_i$  – число вариант, попавших в  $i$ -й интервал (эмпирические частоты).

По полученным данным можно вычислить выборочное среднее  $\bar{x}_B$  и выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_B$ . Проверим предположение, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с параметрами  $M(X) = \bar{x}_B, D(X) = \sigma_B^2$ . Тогда можно найти количество чисел из выборки объема  $n$ , которое должно оказаться в каждом интервале при этом предположении (то есть теоретические частоты). Для этого по таблице значений функции Лапласа найдем вероятность попадания в  $i$ -й интервал:

$$p_i = \Phi\left(\frac{b_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right) - \Phi\left(\frac{a_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right),$$

где  $a_i$  и  $b_i$  - границы  $i$ -го интервала. Умножив полученные вероятности на объем выборки  $n$ , найдем теоретические частоты:  $n'_i = n \cdot p_i$ . Наша цель – сравнить эмпирические и теоретические частоты, которые, конечно, отличаются друг от друга, и выяснить, являются ли эти различия несущественными, не опровергающими гипотезу о нормальном распределении исследуемой случайной величины, или они настолько велики, что противоречат этой гипотезе. Для этого используется критерий в виде случайной величины

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}.$$

Смысл ее очевиден: суммируются части, которые квадраты отклонений эмпирических частот от теоретических составляют от соответствующих теоретических частот. Можно доказать, что вне зависимости от реального закона распределения генеральной совокупности закон распределения случайной величины при  $n \rightarrow \infty$  стремится к закону распределения  $\chi^2$  с числом степеней свободы  $k = s - 1 - r$ , где  $r$  – число параметров предполагаемого распределения, оцененных по данным выборки. Нормальное распределение характеризуется двумя параметрами, поэтому  $k = s - 3$ . Для выбранного критерия строится правосторонняя критическая область, определяемая условием  $p(\chi^2 > \chi_{кр}^2(\alpha, k)) = \alpha$ , где  $\alpha$  – уровень значимости. Следовательно, критическая область задается неравенством  $\chi^2 > \chi_{кр}^2(\alpha, k)$ , а область принятия гипотезы -  $\chi^2 < \chi_{кр}^2(\alpha, k)$ .

Итак, для проверки нулевой гипотезы  $H_0$ : генеральная совокупность распределена нормально – нужно вычислить по выборке наблюдаемое значение критерия:  $\chi_{набл}^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ , а по таблице

критических точек распределения  $\chi^2$  найти критическую точку  $\chi_{кр}^2(\alpha, k)$ , используя известные значения  $\alpha$  и  $k = s - 3$ . Если  $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$  - нулевую гипотезу принимают, при  $\chi_{набл}^2 > \chi_{кр}^2$  ее отвергают.

### Производная функции

Производная функции – одно из важнейших понятий математического анализа, позволяющее решать широкий круг задач из различных областей научного знания. Например, понятия скорость и ускорения на языке математики представляются с помощью производных.

Производные также находят применение в юридической теории и практике. Предположим, что определена конкретная зависимость изменения количества экономических преступлений в регионе от времени. При изучении этой зависимости представляет большой интерес определение периодов роста и спада количества отдельных видов преступлений в разные месяцы. Это явление получило название – «сезонная волна». Определить ее появление и тенденцию развития можно визуально с помощью графиков. Однако для разработки мероприятий по предотвращению преступлений и принятия действенных управленческих решений по оптимальному использованию сил и средств в условиях сезонной волны необходимо обладать сведениями о том, с какой скоростью происходит спад или нарастание волны в конкретный период времени. В этом случае используют понятие производной.

**Определение:** Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к 0. Т.е.

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Функция  $y = f(x)$ , имеющая производную в каждой точке интервала  $(a; b)$ , называется **дифференцируемой**. Нахождение производной называется **дифференцированием** функции.

### Основные правила дифференцирования

Пусть  $C$  - постоянная,  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  - функции имеющие производные.

Тогда:

$$C' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

### Формулы дифференцирования основных функций

1. $(x^m)' = mx^{m-1}$	8. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
2. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	9. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
3. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4. $(e^x)' = e^x$	11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $(a^x)' = a^x \ln a$	12. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
6. $(\sin x)' = \cos x$	13. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
7. $(\cos x)' = -\sin x$	14. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

**Пример 1.** Найти производную функции  $y = 2x^5 + x^{-2} + 3x^3 + x + 1$

**Решение:**

$$\begin{aligned} y' &= (2x^5 + x^{-2} + 3x^3 + x + 1)' = (2x^5)' + (x^{-2})' + (3x^3)' + (x)' + (1)' = 2(x^5)' - 2x^{-3} + 3(x^3)' + 1 + 0 = \\ &= 10x^4 - 2x^{-3} + 9x^2 + 1 \end{aligned}$$

**Пример 2.** Найти производную функции  $y = \ln(2x + 5)$

**Решение:**

$$y' = (\ln(2x + 5))' = \frac{1}{(2x + 5)} (2x + 5)' = \frac{2}{(2x + 5)}$$

**Пример 3.** Найти производную функции  $y = \frac{x^2 + x}{x^3 - 3}$

**Решение:**

$$y' = \left( \frac{x^2 + x}{x^3 - 3} \right)' = \frac{(x^2 + x)'(x^3 - 3) - (x^2 + x)(x^3 - 3)'}{(x^3 - 3)^2} = \frac{(2x + 1)(x^3 - 3) - (x^2 + x)3x^2}{(x^3 - 3)^2} = \frac{-x^4 - 2x^3 - 6x - 3}{(x^3 - 3)^2}$$

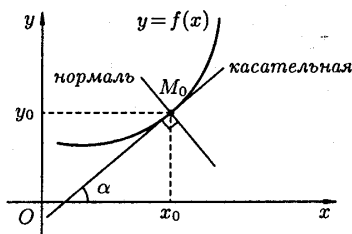
**Пример 4.** Найти производную функции  $y = e^x \cos 2x$

**Решение:**

$$y' = (e^x)' \cos 2x + e^x (\cos 2x)' = e^x \cos 2x + e^x (-2 \sin 2x) = e^x (\cos 2x - 2 \sin 2x)$$

### Геометрический смысл производной

Пусть функция  $y = f(x)$  имеет производную в точке  $x_0$  (рис.1). Тогда существует касательная к графику этой функции в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , уравнение которой имеет вид  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ . При этом  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между положительным направлением оси  $Ox$  и касательной к оси  $Ox$ .



**Рисунок 1**

Прямая, проходящая через точку касания, перпендикулярно касательной, называется нормалью к кривой и имеет уравнение

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0).$$

Если  $f'(x_0) = 0$  (т.е. касательная горизонтальна), то нормаль вертикальна и имеет уравнение  $x = x_0$ .

Пусть даны две пересекающиеся в точке  $M_0(x_0; y_0)$  кривые  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$ , причем обе функции имеют производные в точке  $x_0$ . Тогда углом между этими кривыми называется угол между касательными к ним, проведенными в точке  $M_0$ . Угол находится по формуле:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_2'(x_0) - f_1'(x_0)}{1 + f_1'(x_0) \cdot f_2'(x_0)}.$$

**Пример 3.** Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = \frac{3-x}{2x-3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

**Решение:** Вычислим значение функции в точке  $x_0 = 2$ ;  $y_0 = \frac{3-2}{2 \cdot 2 - 3} = 1$ .

Производная функции

$$y' = \left( \frac{3-x}{2x-3} \right)' = \frac{(3-x)' \cdot (2x-3) - (3-x) \cdot (2x-3)'}{(2x-3)^2} = \frac{-1 \cdot (2x-3) - 2 \cdot (3-x)}{(2x-3)^2} = \frac{-3}{(2x-3)^2}.$$

Значение производной в точке  $x_0 = 2$ :  $y'(2) = \frac{-3}{(2 \cdot 2 - 3)^2} = -3$ .

Уравнение касательной имеет вид:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \Rightarrow y - 1 = -3 \cdot (x - 2) \text{ или } y + 3x - 7 = 0.$$

Уравнение нормали:  $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - x - 1 = 0$ .

Производная используется для исследования функции.

Функция  $f(x)$  называется возрастающей на интервале  $(a, b)$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из указанного интервала, удовлетворяющих неравенству  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство  $f(x_1) < f(x_2)$ .

Функция  $f(x)$  называется убывающей на интервале  $(a, b)$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из указанного интервала, удовлетворяющих неравенству  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство  $f(x_1) > f(x_2)$ .

Признаки возрастания и убывания функции.

1) Если  $f'(x_0) > 0$ , то функция  $f(x)$  возрастает в точке  $x_0$ .

2) Если  $f'(x_0) < 0$ , то функция  $f(x)$  убывает в точке  $x_0$ .

Определение: Точка  $x_0$  называется точкой максимума функции  $y=f(x)$ , если существует такая  $\delta$  – окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ .

Определение: Точка  $x_0$  называется точкой минимума функции  $y=f(x)$ , если существует такая  $\delta$  – окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) > f(x_0)$ .

Максимум или минимум функции называется экстремумом функции. Точка максимума или минимума функции называется точкой ее экстремума.

Необходимое условие экстремума. Если функция  $f(x)$  в точке  $x_0$ , имеет экстремум, то  $f'(x_0) = 0$ , либо не существует.

Точки, в которых  $f'(x) = 0$  или  $f'(x)$  не существует, называются критическими точками. Точка  $x_0$ , в которой  $f'(x_0) = 0$  называется стационарной точкой. Не всякая критическая точка является точкой экстремума.

Достаточные условия экстремума.

1) Пусть функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ , и дифференцируема в некоторой ее окрестности. Тогда, если  $f'(x)$  меняет знак при переходе через точку  $x_0$ , то  $x_0$  - точка экстремума (если с «+» на «-» - максимум, если же с «-» на «+» - минимум).

2) Пусть функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  производные первого и второго порядка. Тогда, если  $f'(x) = 0$ ,  $f''(x) \neq 0$ , то  $x_0$  - точка экстремума. В частности, если  $f'(x) = 0$ ,  $f''(x) < 0$ , то  $x_0$  - точка максимума, а если  $f'(x) = 0$ ,  $f''(x) > 0$ , то  $x_0$  - точка минимума.

Для нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке  $[a, b]$  нужно из значений функции на границах отрезка и в критических точках, принадлежащих этому отрезку, выбрать наибольшее (наименьшее).

Определение: График дифференцируемой функции  $y = f(x)$  называется выпуклым на интервале  $(a, b)$ , если он расположен ниже касательной, проведенной в любой точке этого интервала (рис. 2-а).

Определение: График дифференцируемой функции  $y = f(x)$  называется **вогнутым** на интервале  $(a, b)$ , если он расположен выше касательной, проведенной в любой точке этого интервала (рис. 2-б).

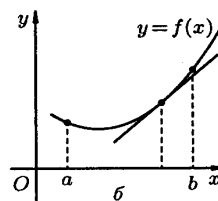
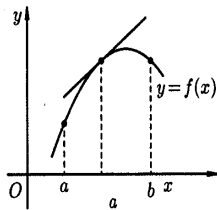


Рисунок 2

Если при переходе через точку  $x_0$  функция меняет направление выпуклости, то эта точка называется точкой перегиба (рис. 3).

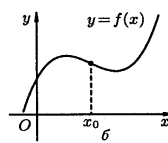
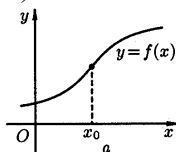


Рисунок 3

Теорема: Если функция  $y = f(x)$  во всех точках интервала  $(a, b)$  имеет отрицательную вторую производную, т.е.  $f''(x) < 0$ , то график функции является выпуклым в этом интервале. Если же  $f''(x) > 0$  для любого  $x \in (a, b)$  - график функции вогнутый.

Теорема (достаточное условие существования точек перегиба).

Если вторая производная  $f''(x)$  при переходе через точку  $x_0$ , в которой она равна нулю или не существует, меняет знак, то точка графика с абсциссой  $x_0$  есть точка перегиба.

#### Построение графиков функции

- 1) Найти область определения функции.
- 2) Исследовать функцию на четность, нечетность.
- 3) Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
- 4) Найти интервалы возрастания и убывания функции и ее экстремумы.
- 5) Найти интервалы выпуклости и вогнутости кривой и точки ее перегиба.
- 6) Построить график.

Пример. Построить с исследованием график функции  $y(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$

Решение:  $y(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$

1)  $D(y) = \mathbb{R}$

2)  $y(-x) = -x^4 + 2x^2 + 3$  -четная функция.

3)  $y' = -4x^3 + 4x \Rightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Rightarrow -4x(x-1)(x+1) = 0$

Критические точки: 0; 1; -1.

$x$	$-\infty < x < -1$	-1	$-1 < x < 0$	0	$-\infty < x < -1$	1	$-\infty < x < -1$
$y'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$y(x)$		4		3		4	
		max		min		max	

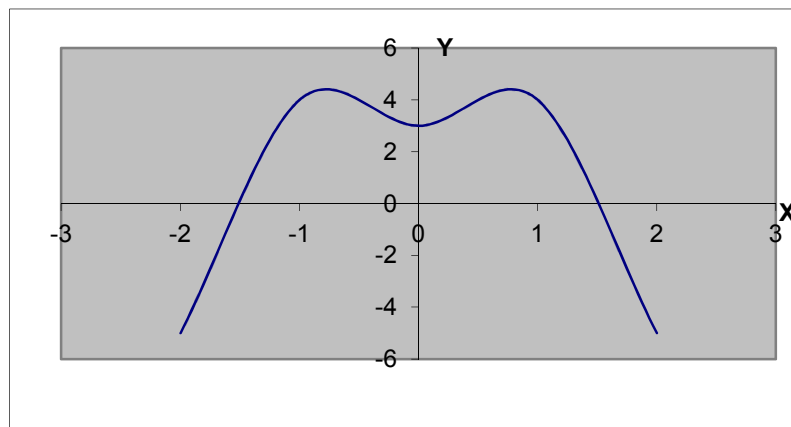
$y_{\max} = y(-1) = 4$ ;  $y_{\max} = y(1) = 4$ ;  $y_{\min} = y(0) = 3$

4)  $y'' = (-4x^3 + 4x)' = -12x^2 + 4 \Rightarrow -12x^2 + 4 = 0 \Rightarrow -12\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0$

$x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x$	$-\infty < x < -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \infty$
$y''(x)$	-		+		-
$y(x)$	$\cap$	$\frac{22}{9}$	$\cup$	$\frac{22}{9}$	$\cap$
		Точка перегиба		Точка перегиба	

5) Построение графика.



#### Неопределенный и определенный интегралы

Функция  $F(x)$  называется первообразной функции  $f(x)$  на интервале  $(a; b)$ , если для любого  $x \in (a; b)$  выполняется равенство  $F'(x) = f(x)$  или  $dF(x) = f(x)dx$ .

Если функция  $f(x)$  имеет первообразную  $F(x)$ , то она имеет бесконечное множество первообразных, причем все первообразные содержатся в выражении  $F(x) + C$ , где  $C$  - постоянная. Неопределенным интегралом от функции  $f(x)$  называется совокупность всех ее первообразных. Обозначение:  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , где  $f(x)$  - подынтегральная функция,  $f(x)dx$  - подынтегральное выражение,  $x$  - переменная интегрирования,  $\int$  - знак неопределенного интеграла.

Операция нахождения неопределенного интеграла от функции называется интегрированием этой функции.

### Таблица основных интегралов

1. $\int dx = x + C$	9. $\int \cos x dx = \sin x + C$
2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \text{ при } n \neq -1$	10. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$
3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \text{ } a \neq 1$	11. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
4. $\int e^x dx = e^x + C$	12. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$
5. $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	13. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
6. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	14. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$
7. $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left  tg \frac{x}{2} \right  + C$	15. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	16. $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left  tg \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right  + C$

### Правила интегрирования

- $\left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$
- $d \left( \int f(x) dx \right) = f(x) dx$
- $\int dF(x) = F(x) + C$
- $\int af(x) dx = a \int f(x) dx, \text{ где } a - \text{ постоянная.}$
- $\int [f_1(x) \pm f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx$

### Основные методы интегрирования.

1. Метод непосредственного интегрирования - это метод, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств неопределенного интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

**Пример 1.** Найти интеграл  $\int (2x^4 - 5x^2 + 9x - 7) dx$

Решение:

$$\int (2x^4 - 5x^2 + 9x - 7 \cdot \cos x) dx = 2 \int x^4 dx - 5 \int x^2 dx + 9 \int x dx - 7 \int \cos x dx = 2 \cdot \frac{x^5}{5} - 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 9 \cdot \frac{x^2}{2} - 7 \sin x + C = \frac{2}{5} \cdot x^5 - \frac{5}{3} \cdot x^3 + \frac{9}{2} \cdot x^2 - 7 \sin x + C$$

2. Метод замены переменной. Замена переменной в неопределенной интеграле производится с помощью подстановки  $x = \varphi(t)$ , где  $\varphi(t)$  - монотонная, непрерывно дифференцируемая функция от новой переменной  $t$ . Формула имеет вид:  $\int f(x) dx = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt$

$$\text{Пример 2. } \int \frac{xdx}{\sqrt{8+x^2}} = \left. \begin{array}{l} 8+x^2=t \\ dt=2xdx \\ xdx=\frac{dt}{2} \end{array} \right| = \int \frac{dt}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C = \sqrt{t} + C = \sqrt{8+x^2} + C$$

3. Метод интегрирования по частям.

Формула имеет вид:  $\int udv = uv - \int vdu$

При этом за  $u$  берется такая функция, которая при дифференцировании упрощается, а за  $dv$  - та часть подынтегрального выражения, интеграл от которой известен или может быть найден.

**Пример 3.**

$$\int x \cdot \sin x dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \sin x dx \quad v = \int \sin x dx = -\cos x \end{array} \right| = -x \cdot \cos x - \int -\cos x dx = -x \cdot \cos x + \int \cos x dx =$$

$$= -x \cdot \cos x + \sin x + C$$

4. Интегрирование элементарных дробей. Интегрирование рациональных функций

**Элементарными** называются дроби следующих четырех типов:

$$\text{I. } \frac{1}{ax+b}; \quad \text{II. } \frac{1}{(ax+b)^m}; \quad \text{III. } \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}; \quad \text{IV. } \frac{Mx+N}{(ax^2+bx+c)^n}$$

$m, n$  – натуральные числа ( $m \geq 2, n \geq 2$ ) и  $b^2 - 4ac < 0$ .

Первые два типа интегралов от элементарных дробей довольно просто приводятся к табличным подстановкой  $t = ax + b$ .

$$\text{I. } \int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{a} \ln|t| + C = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C.$$

$$\text{II. } \int \frac{dx}{(ax+b)^m} = \frac{1}{a} \int \frac{dt}{t^m} = -\frac{1}{a(m-1)t^{m-1}} + C = -\frac{1}{a(m-1)(ax+b)^{m-1}} + C;$$

Примеры:

$$\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx = \int \frac{84x-24}{36x^2-60x+48} dx = \int \frac{84x-24}{(6x-5)^2+23} dx = \left. \begin{array}{l} u = 6x-5; \quad du = 6dx; \\ x = \frac{u+5}{6}; \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{1}{6} \int \frac{14u+70-24}{u^2+23} du = \frac{7}{3} \int \frac{udu}{u^2+23} + \frac{23}{3} \int \frac{du}{u^2+23} = \frac{7}{6} \ln(u^2+23) + \frac{23}{3\sqrt{23}} \operatorname{arctg} \frac{u}{\sqrt{23}} + C =$$

$$= \frac{7}{6} \ln|36x^2-60x+48| + \frac{\sqrt{23}}{3} \operatorname{arctg} \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C.$$

$$\int \frac{5x-3}{x^2+6x-40} dx = \int \frac{5x-3}{(x+3)^2-49} dx = \left. \begin{array}{l} u = x+3; \quad du = dx; \\ x = u-3; \end{array} \right\} = \int \frac{5u-15-3}{u^2-49} du = 5 \int \frac{udu}{u^2-49} -$$

$$- 18 \int \frac{du}{u^2-49} = \frac{5}{2} \ln|u^2-49| - \frac{18}{14} \ln \left| \frac{u-7}{u+7} \right| + C = \frac{5}{2} \ln|x^2+6x-40| - \frac{9}{7} \ln \left| \frac{x-4}{x+10} \right| + C.$$

Интегрирование рациональных функций.

Для того, чтобы проинтегрировать рациональную дробь необходимо разложить ее на элементарные дроби.

**Теорема:** Если  $R(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$  - правильная рациональная дробь, знаменатель  $P(x)$  которой

представлен в виде произведения линейных и квадратичных множителей (отметим, что любой многочлен с действительными коэффициентами может быть представлен в таком виде:  $P(x) = (x-a)^\alpha \dots (x-b)^\beta (x^2+px+q)^\lambda \dots (x^2+rx+s)^\mu$ ), то эта дробь может быть разложена на элементарные по следующей схеме:

$$\frac{Q(x)}{P(x)} = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{A_\alpha}{(x-a)^\alpha} + \dots + \frac{B_1}{(x-b)} + \frac{B_2}{(x-b)^2} + \dots + \frac{B_\beta}{(x-b)^\beta} + \frac{M_1x + N_1}{x^2 + px + q} + \frac{M_2x + N_2}{(x^2 + px + q)^2} + \dots + \frac{M_\lambda x + N_\lambda}{(x^2 + px + q)^\lambda} + \dots + \frac{R_1x + S_1}{x^2 + rx + s} + \frac{R_2x + S_2}{(x^2 + rx + s)^2} + \dots + \frac{R_\mu x + S_\mu}{(x^2 + rx + s)^\mu}$$

где  $A_i, B_i, M_i, N_i, R_i, S_i$  – некоторые постоянные величины.

При интегрировании рациональных дробей прибегают к разложению исходной дроби на элементарные. Для нахождения величин  $A_i, B_i, M_i, N_i, R_i, S_i$  применяют так называемый **метод неопределенных коэффициентов**, суть которого состоит в том, что для того, чтобы два многочлена были тождественно равны, необходимо и достаточно, чтобы были равны коэффициенты при одинаковых степенях  $x$ .

**Формула Ньютона-Лейбница:** 
$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

**Пример 4.** 
$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

Свойства определенного интеграла

1) 
$$\int_a^b Af(x)dx = A \int_a^b f(x)dx;$$

2) 
$$\int_a^b (f_1(x) \pm f_2(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx \pm \int_a^b f_2(x)dx$$

3) 
$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

4) Если  $f(x) \leq \varphi(x)$  на отрезке  $[a, b]$   $a < b$ , то 
$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b \varphi(x)dx$$

5) Если  $m$  и  $M$  – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ , то: 
$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a).$$

Замена переменных в определенных интегралах

Пусть задан интеграл  $\int_a^b f(x)dx$ , где  $f(x)$  – непрерывная функция на отрезке  $[a, b]$ . Введем новую

переменную в соответствии с формулой  $x = \varphi(t)$ .

Тогда если

1)  $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$

2)  $\varphi(t)$  и  $\varphi'(t)$  непрерывны на отрезке  $[\alpha, \beta]$

3)  $f(\varphi(t))$  определена на отрезке  $[\alpha, \beta]$ , то 
$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$$

Тогда 
$$\int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = F[\varphi(t)] \Big|_\alpha^\beta = F[\varphi(\beta)] - F[\varphi(\alpha)] = F(b) - F(a)$$

Пример.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \left\{ \begin{array}{l} x = \sin t; \\ \alpha = 0; \beta = \pi/2 \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{2} \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin \pi = \frac{\pi}{4}.$$



При замене переменной в определенном интеграле следует помнить о том, что вводимая функция должна быть непрерывна на отрезке интегрирования.

#### Интегрирование по частям

Если функции  $u = \varphi(x)$  и  $v = \psi(x)$  непрерывны на отрезке  $[a, b]$ , а также непрерывны на этом отрезке их производные, то справедлива формула интегрирования по частям:

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

### Дифференциальные уравнения

Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее независимые переменные, их функции и производные (или дифференциалы) этой функции.

Если дифференциальное уравнение имеет одну независимую переменную, то оно называется обыкновенным дифференциальным уравнением, если же независимых переменных две или более, то такое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением в частных производных.

Наивысший порядок производных, входящих в уравнение, называется порядком дифференциального уравнения.

#### Пример.

$x^3 y' + 8y - x + 5 = 0$  - обыкновенное дифференциальное уравнение 1 - го порядка. В общем виде записывается  $F(x, y, y') = 0$ .

$x \frac{d^2 y}{dx^2} + xy \frac{dy}{dx} + x^2 = y$  - обыкновенное дифференциальное уравнение 2 - го порядка. В общем виде записывается  $F(x, y, y', y'') = 0$

$y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  - дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка.

Общим решением дифференциального уравнения называется такая дифференцируемая функция  $y = \varphi(x, C)$ , которая при подстановке в исходное уравнение вместо неизвестной функции обращает уравнение в тождество.

#### Свойства общего решения.

1) Т.к. постоянная  $C$  - произвольная величина, то вообще говоря дифференциальное уравнение имеет бесконечное множество решений.

2) При каких-либо начальных условиях  $x = x_0, y(x_0) = y_0$  существует такое значение  $C = C_0$ , при котором решением дифференциального уравнения является функция  $y = \varphi(x, C_0)$ .

Решение вида  $y = \varphi(x, C_0)$  называется **частным решением** дифференциального уравнения.

**Интегралом** дифференциального уравнения называется любое уравнение, не содержащее производных, для которого данное дифференциальное уравнение является следствием.

Пример. Найти общее решение дифференциального уравнения  $xy' + y = 0$ .

Общее решение дифференциального уравнения ищется с помощью интегрирования левой и правой частей уравнения, которое предварительно преобразовано следующим образом:

$$x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$x dy = -y dx$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$$

Теперь интегрируем:

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\ln y = -\ln x + C_0$$

$$\ln y + \ln x = C_0$$

$$\ln xy = C_0$$

$$xy = e^{C_0} = C$$

$y = \frac{C}{x}$  - это общее решение исходного дифференциального уравнения.

Если, заданы некоторые начальные условия:  $x_0 = 1; y_0 = 2$ , тогда имеем  $2 = \frac{C}{1}; C = 2$ ;

При подстановке полученного значения постоянной в общее решение получаем частное решение при заданных начальных условиях (решение задачи Коши).  $y = \frac{2}{x}$ .

### Дифференциальные уравнения первого порядка

Дифференциальным уравнением первого порядка называется соотношение, связывающее функцию, ее первую производную и независимую переменную, т.е. соотношение вида:

$$F(x, y, y') = 0$$

Если такое соотношение преобразовать к виду  $y' = f(x, y)$  то это дифференциальное уравнение первого порядка будет называться уравнением, разрешенным относительно производной.

Преобразуем такое выражение далее:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y); \quad dy = f(x, y)dx; \quad f(x, y)dx - dy = 0;$$

Функцию  $f(x, y)$  представим в виде:  $f(x, y) = -\frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$ ,  $Q(x, y) \neq 0$ ; тогда при подстановке в

полученное выше уравнение имеем:

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0 \text{ это дифференциальная форма уравнения первого порядка.}$$

### Уравнения с разделяющимися переменными

Дифференциальное уравнение  $y' = f(x, y)$  называется **уравнением с разделяющимися переменными**, если его можно записать в виде  $y' = \alpha(x)\beta(y)$ .

Такое уравнение можно представить также в виде:

$$y' - \alpha(x)\beta(y) = 0; \quad dy - \alpha(x)\beta(y)dx = 0; \quad \frac{dy}{\beta(y)} - \alpha(x)dx = 0 \text{ при } \beta(y) \neq 0;$$

Перейдем к новым обозначениям  $\alpha(x) = -X(x); \frac{1}{\beta(y)} = Y(y)$ ;

$$\text{Получаем: } X(x)dx + Y(y)dy = 0; \quad \int X(x)dx + \int Y(y)dy = C$$

После нахождения соответствующих интегралов получается общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

Если заданы начальные условия, то при их подстановке в общее решение находится постоянная величина  $C$ , а, соответственно, и частное решение.

Пример. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $yy' = \frac{-2x}{\cos y}$ ,

$$y \cos y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$y \cos y dy = -2x dx$$

$$\int y \cos y dy = -2 \int x dx$$

Интеграл, стоящий в левой части, берется по частям :

$$\int y \cos y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = y; \quad dv = \cos y dy; \\ du = dy; \quad v = \sin y \end{array} \right\} = y \sin y - \int \sin y dy = y \sin y + \cos y$$

$$y \sin y + \cos y = -x^2 + C$$

$$y \sin y + \cos y + x^2 + C = 0$$

Пример. Найти решение дифференциального уравнения  $\frac{y}{y'} = \ln y$  при условии  $y(2) = 1$ .

$$\frac{y dx}{dy} = \ln y, \quad dx = \frac{\ln y dy}{y}, \quad \int dx = \int \frac{\ln y dy}{y}, \quad x + C = \int \ln y d(\ln y), \quad x + C = \frac{\ln^2 y}{2}$$

при  $y(2) = 1$  получаем  $2 + C = \frac{\ln^2 1}{2}$ ;  $\Rightarrow 2 + C = 0$ ;  $\Rightarrow C = -2$ ;

Итого:  $2(x-2) = \ln^2 y$ ; или  $y = e^{\pm\sqrt{2x-4}}$  - частное решение;

Пример. Решить уравнение  $y' = x(y^2 + 1)$ .

$$\frac{dy}{y^2 + 1} = dx; \quad \int \frac{dy}{y^2 + 1} = \int dx;$$

$$\arctgy = \frac{x^2}{2} + C; \quad y = \operatorname{tg}\left(\frac{x^2}{2} + C\right);$$

Определение. Дифференциальное уравнение вида  $y' = f(x, y)$  называется **однородным**, если его правая часть  $f(x, y)$  есть однородная функция нулевого измерения относительно своих аргументов.

Любое уравнение вида  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$  является однородным, если функции  $P(x, y)$  и  $Q(x, y)$  – однородные функции одинакового измерения.

Решение любого однородного уравнения основано на приведении этого уравнения к уравнению с разделяющимися переменными.

Рассмотрим однородное уравнение  $y' = f(x, y)$ .

Т.к. функция  $f(x, y)$  – однородная нулевого измерения, то можно записать:

$$f(tx, ty) = f(x, y).$$

Т.к. параметр  $t$  вообще говоря произвольный, предположим, что  $t = \frac{1}{x}$ . Получаем:  $f(x, y) = f\left(1, \frac{y}{x}\right)$

Правая часть полученного равенства зависит фактически только от одного аргумента  $u = \frac{y}{x}$ , т.е.

$$f(x, y) = \varphi\left(\frac{y}{x}\right) = \varphi(u);$$

Исходное дифференциальное уравнение таким образом можно записать в виде:  $y' = \varphi(u)$

Далее заменяем  $y = ux$ ,  $y' = u'x + ux'$ .

$$u'x + ux' = \varphi(u); \quad u'x + u = \varphi(u); \quad u' = \frac{\varphi(u) - u}{x};$$

таким образом, получили уравнение с разделяющимися переменными относительно неизвестной функции  $u$ .

$$\frac{du}{\varphi(u) - u} = \frac{dx}{x}; \quad \int \frac{du}{\varphi(u) - u} = \int \frac{dx}{x} + C;$$

Далее, заменив вспомогательную функцию  $u$  на ее выражение через  $x$  и  $y$  и найдя интегралы, получим общее решение однородного дифференциального уравнения.

Пример. Решить уравнение  $y' = \frac{y}{x}\left(\ln \frac{y}{x} + 1\right)$ .

Введем вспомогательную функцию  $u$ .

$$u = \frac{y}{x}; \quad y = ux; \quad y' = u'x + u.$$

Отметим, что введенная нами функция  $u$  всегда положительна, т.к. в противном случае теряет смысл исходное дифференциальное уравнение, содержащее  $\ln u = \ln \frac{y}{x}$ .

Подставляем в исходное уравнение:

$$u'x + u = u(\ln u + 1); \quad u'x + u = u \ln u + u; \quad u'x = u \ln u;$$

Разделяем переменные:  $\frac{du}{u \ln u} = \frac{dx}{x}$ ;  $\int \frac{du}{u \ln u} = \int \frac{dx}{x}$ ;

Интегрируя, получаем:  $\ln|\ln u| = \ln|x| + C$ ;  $\ln u = Cx$ ;  $u = e^{Cx}$ ;

Переходя от вспомогательной функции обратно к функции  $y$ , получаем общее решение:  $y = xe^{Cx}$ .

### Линейные уравнения

Дифференциальное уравнение называется **линейным** относительно неизвестной функции и ее производной, если оно может быть записано в виде:  $y' + P(x)y = Q(x)$ ,

при этом, если правая часть  $Q(x)$  равна нулю, то такое уравнение называется **линейным однородным** дифференциальным уравнением, если правая часть  $Q(x)$  не равна нулю, то такое уравнение называется **линейным неоднородным** дифференциальным уравнением.

$P(x)$  и  $Q(x)$ - функции непрерывные на некотором промежутке  $a < x < b$ .

### Линейные однородные дифференциальные уравнения

Рассмотрим методы нахождения общего решения линейного однородного дифференциального уравнения первого порядка вида:  $y' + P(x)y = 0$ .

Для этого типа дифференциальных уравнений разделение переменных не представляет сложностей.

$$\frac{dy}{y} = -P(x)dx, \quad \ln|y| = -\int P(x)dx + \ln|C|; \quad \ln\left|\frac{y}{C}\right| = -\int P(x)dx;$$

Общее решение:  $y = Ce^{-\int P(x)dx}$

### Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

Для интегрирования линейных неоднородных уравнений ( $Q(x) \neq 0$ ) применяются в основном два метода: метод Бернулли и метод Лагранжа.

#### Метод Бернулли.

Суть метода заключается в том, что искомая функция представляется в виде произведения двух функций  $y = uv$ .

При этом очевидно, что  $y' = u \cdot \frac{dv}{dx} + v \cdot \frac{du}{dx}$  - дифференцирование по частям.

### Числовые ряды

Сумма членов бесконечной числовой последовательности  $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$  называется **числовым рядом**.

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

При этом числа  $u_1, u_2, \dots$  будем называть членами ряда, а  $u_n$  – общим членом ряда.

Суммы  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum_{k=1}^n u_k$ ,  $n = 1, 2, \dots$  называются **частными (частичными)**

суммами ряда.

Ряд  $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$  называется **сходящимся**, если сходится последовательность его частных сумм. **Сумма сходящегося ряда** – предел последовательности его частных сумм.

$$\lim S_n = S, \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

Если последовательность частных сумм ряда расходится, т.е. не имеет предела, или имеет бесконечный предел, то ряд называется **расходящимся** и ему не ставят в соответствие никакой суммы.

#### Свойства рядов.

1) Сходимость или расходимость ряда не нарушится если изменить, отбросить или добавить конечное число членов ряда.

2) Рассмотрим два ряда  $\sum u_n$  и  $\sum Cu_n$ , где  $C$  – постоянное число.

**Теорема.** Если ряд  $\sum u_n$  сходится и его сумма равна  $S$ , то ряд  $\sum Cu_n$  тоже сходится, и его сумма равна  $CS$ . ( $C \neq 0$ )

Рассмотрим два ряда  $\sum u_n$  и  $\sum v_n$ . **Суммой** или **разностью** этих рядов будет называться ряд  $\sum (u_n \pm v_n)$ , где элементы получены в результате сложения (вычитания) исходных элементов с одинаковыми номерами.

**Теорема.** Если ряды  $\sum u_n$  и  $\sum v_n$  сходятся и их суммы равны соответственно  $S$  и  $\sigma$ , то ряд  $\sum (u_n \pm v_n)$  тоже сходится и его сумма равна  $S + \sigma$ .

$$\sum (u_n + v_n) = \sum u_n + \sum v_n = S + \sigma$$

Разность двух сходящихся рядов также будет сходящимся рядом.

Сумма сходящегося и расходящегося рядов будет расходящимся рядом.

О сумме двух расходящихся рядов общего утверждения сделать нельзя.

При изучении рядов решают в основном две задачи: исследование на сходимость и нахождение суммы ряда.

### Необходимые и достаточные условия сходимости ряда

1) Если ряд  $\sum u_n$  сходится, то необходимо, чтобы общий член  $u_n$  стремился к нулю. Однако, это условие не является достаточным. Можно говорить только о том, что если общий член не стремится к нулю, то ряд точно расходится. Например, так называемый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  является расходящимся, хотя его общий член и стремится к нулю.

**Пример.** Исследовать сходимость ряда  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{3n-1} + \dots$

Найдем  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{3} \neq 0$  - необходимый признак сходимости не выполняется, значит,

ряд расходится.

2) Если ряд сходится, то последовательность его частных сумм ограничена.

Однако, этот признак также не является достаточным.

Например, ряд  $1-1+1-1+1-1+ \dots + (-1)^{n+1} + \dots$  расходится, т.к. расходится последовательность его частных сумм в силу того, что

$$S_n = \begin{cases} 0, & \text{при четных } n \\ 1, & \text{при нечетных } n \end{cases}$$

Однако, при этом последовательность частных сумм ограничена, т.к.  $|S_n| < 2$  при любом  $n$ .

### Признак сравнения рядов с неотрицательными членами.

Пусть даны два ряда  $\sum u_n$  и  $\sum v_n$  при  $u_n, v_n \geq 0$ .

**Теорема.** Если  $u_n \leq v_n$  при любом  $n$ , то из сходимости ряда  $\sum v_n$  следует сходимость ряда  $\sum u_n$ , а из расходимости ряда  $\sum u_n$  следует расходимость ряда  $\sum v_n$ .

**Пример.** Исследовать на сходимость ряд  $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \dots + \frac{1}{\ln n} + \dots$

Т.к.  $\frac{1}{\ln n} > \frac{1}{n}$ , а гармонический ряд  $\sum \frac{1}{n}$  расходится, то расходится и ряд  $\sum \frac{1}{\ln n}$ .

**Пример.** Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ .

Т.к.  $\frac{1}{n2^n} < \frac{1}{2^n}$ , а ряд  $\sum \frac{1}{2^n}$  сходится (как убывающая геометрическая прогрессия), то ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$  тоже сходится.

Также используется следующий признак сходимости:

**Теорема.** Если  $u_n > 0$ ,  $v_n > 0$  и существует предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = h$ , где  $h$  – число, отличное от нуля,

то ряды  $\sum u_n$  и  $\sum v_n$  ведут одинаково в смысле сходимости.

### Признак Даламбера

Если для ряда  $\sum u_n$  с положительными членами существует такое число  $q < 1$ , что для всех достаточно больших  $n$  выполняется неравенство  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq q$ , то ряд  $\sum u_n$  сходится, если же для всех достаточно больших  $n$  выполняется условие  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ , то ряд  $\sum u_n$  расходится.

### Предельный признак Даламбера

Предельный признак Даламбера является следствием из приведенного выше признака Даламбера.

Если существует предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \rho$ , то при  $\rho < 1$  ряд сходится, а при  $\rho > 1$  – расходится. Если  $\rho = 1$ , то на вопрос о сходимости ответить нельзя.

Пример. Определить сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ .

$$u_n = \frac{n}{2^n}; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} < 1$$

Вывод: ряд сходится.

Пример. Определить сходимость ряда  $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$

$$u_n = \frac{1}{n!}; \quad u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 < 1 \quad \text{Вывод: ряд сходится.}$$

### Признак Коши

Если для ряда  $\sum u_n$  с неотрицательными членами существует такое число  $q < 1$ , что для всех достаточно больших  $n$  выполняется неравенство  $\sqrt[n]{u_n} \leq q$ , то ряд  $\sum u_n$  сходится, если же для всех достаточно больших  $n$  выполняется неравенство  $\sqrt[n]{u_n} \geq 1$ , то ряд  $\sum u_n$  расходится.

Следствие. Если существует предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \rho$ , то при  $\rho < 1$  ряд сходится, а при  $\rho > 1$  ряд расходится.

Пример. Определить сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 5} \right)^n$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{2}{3} < 1. \quad \text{Вывод: ряд сходится.}$$

### Интегральный признак Коши

Если  $\varphi(x)$  – непрерывная положительная функция, убывающая на промежутке  $[1; \infty)$ , то ряд  $\varphi(1) + \varphi(2) + \dots + \varphi(n) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi(n)$  и несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} \varphi(x) dx$  одинаковы в смысле сходимости.

Пример. Ряд  $1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \dots + \frac{1}{n^\alpha} + \dots$  сходится при  $\alpha > 1$  и расходится  $\alpha \leq 1$  т.к. соответствующий несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$  сходится при  $\alpha > 1$  и расходится  $\alpha \leq 1$ . Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  называется **общегармоническим** рядом.

**Следствие.** Если  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  – непрерывные функции на интервале  $(a, b]$  и  $\lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = h, \quad h \neq 0,$

то интегралы  $\int_a^b f(x)dx$  и  $\int_a^b \varphi(x)dx$  ведут себя одинаково в смысле сходимости.

## 2 семестр

### Тема 1. Основы работы с ОС Windows

#### Основные характеристики и история создания

Первая графическая многооконная операционная оболочка появилась в 1986 г. После своего возникновения она пережила ряд модификаций. В 1991 г. вышла версия операционной среды Windows 3.1, чуть позднее вышла версия 3.11. Дальнейший ряд Windows-продуктов привел к появлению операционных систем Windows 95/ 98/2000 и т.д.

Основными характеристическими чертами операционной системы Windows 95 являются:

**1. Единый графический пользовательский интерфейс**, который составляют рабочий стол, окна, панель задач и другие графические объекты (кнопки, пиктограммы, списки и т.п.).

**2. Интегрированная операционная система**, ядро которой загружается в момент включения компьютера, активизирует графический интерфейс пользователя и обеспечивает полную совместимость с операционной системой MS-DOS.

**3. Объектно-ориентированная система.**

**4. Программная совместимость** обеспечение полной независимости программ от аппаратной части компьютера.

**5. Вытесняющая многозадачность** - свойство операционной системы самостоятельно в зависимости от внутренней ситуации передавать или забирать управление у того или иного приложения, не позволяющее одному приложению занять все аппаратные ресурсы.

**6. 32-разрядная операционная система**, поддерживающая 16-разрядные приложения без всякой их модификации.

**7. Многопоточность** - свойство операционной системы выполнять операции одновременно над потоками нескольких 32-битовых приложений.

**8. Сетевые возможности.** Хотя ОС Windows предназначена для управления автономным компьютером, но также содержит все необходимые средства для создания небольшой локальной одноранговой сети, имеет средства для интеграции компьютера во всемирную сеть: использование электронной почты и других средств коммуникации.

**9. Средства обмена данными между приложениями:** буфер обмена (Clipboard), технологии DDE (Dynamic Data Exchange), OLE (Object Linking and Embedding).

**10. Интерфейс мультимедиа**, включает в себя лазерный проигрыватель (CD-плеер), обеспечивает поддержку видеодисков, видеомагнитофонов и т.п.

**11. Поддержка длинных имен** файлов и папок (до 255 символов).

**12. Использование технологии Plug and Play** ("включи и работай") позволяет осуществлять функции распознавания новых устройств для их установки и настройки, при этом обеспечивает динамическое изменение конфигурации системы и автоматического уведомления об этом программных приложений.

**13. Реализация принципа WYSIWYG -What You See Is What You Get** ("что видишь, то и получаешь"). Принцип реализуется при выводе на печать информации, полностью соответствующей изображению на экране.

**14. Технология AutoPlay** позволяет автоматически озвучивать работу с Windows при установленных средствах мультимедиа.

**15. Режим MouseKeys** позволяет все действия с мышью выполнять через клавиатуру).

По сравнению с Windows 95, Windows 98 включает средства, позволяющие компьютеру работать быстрее без добавления нового оборудования. В состав Windows 98 входит ряд программ, совместное применение которых повышает производительность компьютера:

1) Служебные программы позволяют быстрее выполнять программы, проверять жесткий диск на наличие ошибок и освобождать место на диске, обеспечивать бесперебойную работу системы.

Проверка диска запускается автоматически после неверного выключения ОС.

2) *Обозреватель Интернета* Internet Explorer делает ряд функций доступными с рабочего стола Windows: каналы Web- узлов на рабочем столе, возможности поиска в Интернет, панели обозревателя.

Главными новыми технологическими решениями, реализованных в Windows 2000, являются расширение сетевых возможностей и усовершенствование функций защиты информации в сетях.

### **Основные элементы графического интерфейса Windows**

Задача интерфейса сделать доступным и понятным для пользователя.

**Рабочий стол** – все пространство экрана в среде Windows с расположенными на нем графическими объектами.

Вдоль одной из границ (в нижней части) рабочего стола находится *панель задач*. **Панель задач** – позволяет легко получить доступ ко всем открытым и работающим программам.

Панель задач содержит:

- a) кнопку *ПУСК - главное меню*;
- b) доступ ко всем открытым приложениям;
- c) пиктограммы специальных "фоновых" приложений - часы, индикатор текущей раскладки клавиатуры и др.

**Главное меню** предназначено для быстрого запуска программ, поиска файлов, обеспечения доступа к справке, вызов панели управления для настройки компьютера и др.

Пункты главного меню:

1. *Программы* - запуск программ (содержит в себе подпункты *Автозагрузка* и *Стандартные*. *Автозагрузка* содержит перечисленные программы и документы. *Стандартные* содержит в себе стандартный набор прикладных программ Windows (служебные программы, игры, элементарные текстовый редактор Блокнот, графический редактор Paint, калькулятор и т.д.);

2. *Документы* содержит 15 последних открывавшихся документов;

3. *Настройка* позволяет настраивать: панель задач, панель управления;

4. *Найти* позволяет осуществлять поиск документов;

5. *Справка* выводит справку по работе с Windows;

6. *Завершение работы* необходим для корректного завершения работы с Windows, перезагрузки компьютера, перезагрузки с выходом в режим MS-DOS.

Основными объектами являются файлы, папки и ярлыки.

**Папка** – поименованный участок внешней памяти, хранит информацию о вложенных в нее папках и файлах.

Значком называют графический объект, соответствующий папке, программе, документу, сетевому устройству или компьютеру. Значок объекта (пиктограмма, иконка) – графическое представление в свернутом виде. Двойной щелчок позволяет запустить (открыть) соответствующее этому значку приложение.

**Ярлык** – маленький файл – указатель, с помощью которого можно получить доступ к документу или программе.

С этими объектами можно проделывать следующие операции: создавать, переименовывать, удалять, копировать, перемещать.

### **Структура окна в Windows**

**Окно** — прямоугольная область экрана, в которой может отображаться приложение, документ или сообщение.

Любое окно может быть представлено в виде:

- a) свернутое на панель задач (минимизировано),
- b) нормальное (окно с обрамление),
- c) полноэкранный (распахнутое на весь экран).

#### **Элементы окна:**

1) **Границы** - рамки, ограничивающие окно с 4-х сторон.

2) **Заголовок** - располагается под верхней границей окна, содержит название окна.

3) **Значок системного меню** – находится слева от заголовка окна, содержит список команд управления окном (восстановить, переместить, размер, свернуть, развернуть, закрыть).

4) **Кнопка закрыть окно**

5) **Кнопка свернуть**



## 6) Кнопка восстановить/развернуть

7) **Строка меню** – располагается под заголовком окна, обеспечивает быстрый доступ к большинству команд данного приложения.

8) **Панель инструментов** – содержит значки и кнопки, предназначенные для быстрого доступа к наиболее часто используемым командам приложения.

9) **Рабочая область** – внутренняя область окна, в которой могут располагаться содержимое документов, папок и т.п.

10) **Полоса прокрутки** - вертикальная или горизонтальная полоса серого цвета, появляется в тех окнах, содержимое которых не помещается в окно целиком, служит для прокручивания и листания содержимого окна.

11) **Строка состояния** - находится у нижнего края окна и содержит информацию о режимах работы приложения.

### **Виды окон:**

**Активное окно** - окно приложения, реагирующее в данный момент на действия пользователя. Заголовок активного окна отличается по цвету.

**Окна приложений** представляют собой интерфейсы работающих приложений. Главным свойством окон приложений является то, что они могут перекрывать друг друга и являются независимыми, т.е. не подчинены никакому другому окну.

**Окна документов** находятся внутри окон приложений и предназначены они для документов, а не для программ, всегда остаются в пределах окна своего приложения.

**Диалоговое окно** – небольшой прямоугольник на экране, содержащий текстовое сообщение с вопросом и варианты ответов.

### **Обмен данными между приложениями**

1) **Буфер обмена** - это специальным образом организованное динамическое пространство оперативной памяти для временного размещения данных и сведения, к какому программному приложению они относятся. Для занесения информации в буфер обмена и ее извлечения имеются команды копировать, вырезать, вставить.

2) **Технология DDE - динамический обмен данными** устанавливает связь между фрагментами одного документа, а также между документами различных приложений.

3) **Технология OLE -связывание и встраивание объектов.** Технология OLE опирается на связь, установленную между документом и приложением, а также на механизм, разработанный для связи приложений.

### **Файловая система**

Файловая система - это совокупность именованных наборов данных и программ на внешних носителях, структуру и организацию которых поддерживает операционная система. Структура файловой системы определяет удобство работы, скорость доступа к файлам и т.д.

Различие между файловыми системами заключается, в основном, в способах распределения пространства между файлами на диске и организации на диске служебных областей.

**Файл** – поименованная область внешней памяти, совокупность записываемых данных.

Каждый файл имеет свое собственное имя. Полное имя файла состоит из 2-х частей: имени и расширения (тип). Имя от расширения отделяется точкой.

Где ИМЯ это набор символов латинского алфавита, цифр и специальных символов. Расширение – это удобная характеристика файла, по которой, можно узнать какая информация хранится в файле.

Тип файла используется для классификации, определения принадлежности к какой-то группе с общими свойствами.

Тип	Назначение
ARJ	Архивный файл
BAT	Командный файл
COM	Командный системный файл, исполняемый файл
DAT	Файл данных
DOC	Файл документов (текстовый) Word
EXE	Исполняемый файл
PAS	Программа на языке Паскаль
SYS	Файлы, расширяющие возможности операционной системы

TXT	Текстовый файл
XLS	Электронная таблица Excel
BMP	Графический редактор (Paint)

### Каждый файл имеет свои характеристики:

- ✓ Имя
- ✓ Расширение
- ✓ Размер
- ✓ Дату и время создания
- ✓ Атрибуты (архивный, только для чтения, скрытый).

В файловых системах Windows можно присваивать файлам имена, содержащие до 256 символов, а в расширении 3 символа.

### Выделение группы объектов

#### Соседних

Удерживая клавишу

*SHIFT*

#### Смежных

*CTRL*

Большинство приложений Windows придерживаются **следующих дополнительных соглашений**:

- 1) если команда изображается **серым цветом**, значит, она недоступна.
- 2) если команда отмечена **«галочкой»** - некоторая функция команды включена (активизирована).
- 3) если команда помечена справа **стрелочкой** – ее выбор выведет на экран подменю.
- 4) если после команды следует **многоточие** - ее выбор приведет к появлению на экране диалогового окна.
- 5) если перед командой расположен **кружок** – данная команда обозначает режим программы, действующий в данный момент.

### Специальные папки рабочего стола.

**Мой компьютер** отражает содержание всего компьютера целиком, позволяет просмотреть содержимое находящихся на компьютере дисков, доступ к панели управления, сетевому окружению.

**Корзина** - специальная папка, предназначенная для временного хранения удаленных файлов, папок, ярлыков. Она позволяет восстановить объекты, удаленные по ошибке.

**Портфель** - системная папка, которая используется для согласования копий документов, обрабатываемых в различных компьютерах.

**Сетевое окружение** – специальная папка, которая используется для просмотра содержимого дисков у компьютеров, подключенных к локальной сети, и выполнения различных операций на них.

### Программа Проводник

Проводник Windows предназначен для просмотра структуры папок и данных. Окно Проводника делится на 2 области. Правая похожа на окно папки и функционирует точно также, в левой области выводится структура пространства имен Windows. Здесь показано дерево каталогов локальных жестких дисков и все остальные, подключенные к компьютеру ресурсы – дисководы и устройства чтения компакт-дисков, системные папки и сетевые серверы. Структура обеспечивает доступ к принтерам, компьютерам, подключенным к локальной сети, Панели управления и Корзине.

#### 4 режима просмотра:

крупные значки; мелкие значки; список; таблица.

Строка меню (команда Вид), панель инструментов, контекстное меню.

Для сортировки файлов по имени, по типу, по дате и размеру, необходимо в контекстном меню выбрать команду упорядочить значки.

Левая область Проводника обладает **3 важными свойствами**:

- 1) существенно облегчает переход между папками;
- 2) позволяет быстро просмотреть структуру папок;
- 3) дает возможность перемещать и копировать файлы.

«+» - папка содержит вложенные папки, и их структура может быть показана (скрыть структуру папок);

«-» - папка содержит вложенные папки, и их структура показана (показывать).

### Программа Поиск

Программа Поиск представляет собой мощное средство для поиска любой информации на компьютере. Содержит 3 вкладки:

1. Имя и размещение
2. Дата изменения – указать временные данные файла.
3. Дополнительно – дополнительные характеристики объекта (строка текста из документа, или размер файла и т.д.).

Шаблон (маска) – использование вместо имени файла символов \* и ?. Символ \* - обозначает любое количество символов; символ ? – один произвольный символ или его отсутствие в имени или расширении имени файла.

Например: имя файла состоит из четырех произвольных символов, а расширение – txt -???? .txt

При использовании имен файлов необходимо указывать адрес или путь к файлу. Путь к файлу называется цепочка символов, начиная с имени дисководов, корневого каталога и последующих подкаталогов вплоть до каталога, содержащего необходимый файл.

**Имя дисководов** - это одна из букв латинского алфавита.

A: и B: - гибкие диски, C: D: и т.д. - жесткие диски.

На каждом диске имеется один главный или **КОРНЕВОЙ** каталог. Каталоги, входящие в корневой каталог называются **ПОДКАТАЛОГАМИ**.

### **Организация файловой системы**

Принцип организации файловой системы — табличный.

Поверхность жесткого диска рассматривается как трехмерная матрица, измерениями которой являются номера *поверхности, цилиндра* и *сектора*. *Цилиндры* - совокупность всех дорожек, принадлежащих разным поверхностям и находящихся на равном удалении от оси вращения. Данные о том, в каком месте диска записан тот или иной файл, хранятся в системной области диска в специальных *таблицах размещения файлов* (FAT-таблицах). FAT - таблица существует в двух экземплярах, идентичность которых регулярно контролируется средствами операционной системы.

*Наименьшей физической единицей хранения данных является сектор*. Размер сектора равен 512 байт. Так как размер FAT- таблицы ограничен, то для дисков, размер которых превышает 32 Мбайт, обеспечить адресацию к каждому отдельному сектору не представляется возможным. Следовательно, группы секторов условно объединяются в кластеры. *Кластер является наименьшей единицей адресации к данным*. Размер кластера не фиксирован и зависит от емкости диска.

Операционные системы MS-DOS, Windows 95, Windows NT реализуют 16-разрядные поля в таблицах размещения файлов. Такая файловая система называется FAT 16. Она позволяет разместить в FAT-таблицах не более  $2^{16}$  записей о местоположении единиц хранения данных и, соответственно, для дисков объемом от 1 до 2 Гбайт длина кластера составляет 32 Кбайт (64 сектора).

**ФС VFAT (Virtual FAT)**, реализованная в Windows NT 3.5, Windows 95 – это файловая система **FAT**, включающая поддержку длинных имен файлов. VFAT использует ту же самую схему распределения дискового пространства, что и файловая система FAT.

**ФС FAT32** – усовершенствованная версия файловой системы VFAT. Главные отличия от предыдущих версий FAT:

- блок начальной загрузки на разделах с FAT32 был увеличен до 2 секторов и включает в себя резервную копию загрузочного сектора, что позволяет системе быть более устойчивой к возможным сбоям на диске.
- объем, занимаемый таблицей размещения файлов, увеличился, поскольку теперь каждая запись в ней занимает 32 байта, и общее число кластеров на разделе FAT32 больше, чем на разделах FAT.
- соответственно, выросло и количество зарезервированных секторов.

**ФС NTFS (New Technology File System)** - наиболее предпочтительная файловая система при работе с ОС Windows NT (Windows 2000 и XP также являются NT системами), поскольку она была специально разработана для данной системы. В NTFS значительно расширены возможности по управлению доступом к отдельным файлам и каталогам, введено большое число атрибутов, реализована отказоустойчивость, средства динамического сжатия файлов. NTFS позволяет использовать имена файлов длиной до 255 символов, при этом она использует тот же алгоритм для генерации короткого имени, что и VFAT. NTFS обладает возможностью самостоятельного восстановления в случае сбоя ОС или оборудования, так что дисковый том остается доступным, а структура каталогов не нарушается. NTFS позволяет хранить файлы размером до  $2^{64}$  байт и располагает встроенным средством уплотнения файлов в реальном времени.

**Тема 2. Стандартное программное обеспечение профессиональной деятельности.**

### **Программное обеспечение ПК**

## Классификация программного обеспечения (ПО)

Программное обеспечение – совокупность программ обработки данных.

Программа – упорядоченная последовательность команд (инструкций) компьютера для решения задачи.

Программный продукт - комплекс взаимосвязанных программ для решения определенной задачи массового спроса, подготовленный к реализации как любой вид промышленной продукции.

Интегрированное программное обеспечение — набор нескольких программных продуктов, функционально дополняющих друг друга, поддерживающих единые информационные технологии, реализованные на общей вычислительной и операционной платформе.

Программное обеспечение можно классифицировать по разным признакам. Рассмотрим классификацию по сфере (области) использования программного обеспечения:

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### ИНСТРУМЕНТАРИЙ ТЕХНОЛОГИЙ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

#### СИСТЕМНОЕ ПО

#### ПРИКЛАДНОЕ ПО

#### Системное программное обеспечение

Системное программное обеспечение - совокупность программ и программных комплексов для обеспечения работы компьютера и компьютерных сетей.

#### СИСТЕМНОЕ ПО

#### БАЗОВОЕ ПО

Операционная система  
Операционная оболочка  
Сетевая операционная система

#### СЕРВИСНОЕ ПО

Программы диагностики работоспособности компьютера  
Антивирусные программы  
Программы обслуживания дисков  
Программы архивации данных  
Программы обслуживания сети

**Базовое программное обеспечение** – минимальный набор программных средств, обеспечивающих работу компьютера.

**Сервисное программное обеспечение (программы-утилиты)** – программы и программные комплексы, которые расширяют возможности базового программного обеспечения и организуют более удобную среду работы пользователя.

#### БАЗОВОЕ ПО

1. **Операционная система** - совокупность программ, предназначенных для управления ресурсами ЭВМ, организации диалога пользователя с ЭВМ, исполнения программ пользователя.

Операционная система обеспечивает несколько видов взаимодействия (интерфейса):

- интерфейс пользователя (взаимодействие между пользователем и программно-аппаратными средствами компьютера);
- аппаратно-программный интерфейс (взаимодействие между программным и аппаратным обеспечением);
- программный интерфейс (взаимодействие между разными видами программного обеспечения).

Программы, работающие под управлением операционной системы, называют **приложениями**.

Классификация ОС (по признакам):

1) По реализации интерфейса.

Неграфические (текстовые)  
(MS DOS)

главный элемент интерфейса: командная строка.  
Основное устройство управления: клавиатура.

Графические ОС реализуют более сложный тип интерфейса.

Основное устройство управления: клавиатура, мышь или другие манипуляторы.

Работа в графической ОС основана на взаимодействии активных и пассивных экранных элементов управления. В качестве активного элемента управления выступает указатель мыши, в качестве пассивных элементов управления выступают экранные кнопки, значки, переключатели, флажки, списки, меню и многое другое.

2) Поддержка многозадачности.

Однозадачные операционные системы (Ms-Dos) в данный момент выполняется одна задача.

Многозадачность допускает параллельное выполнение нескольких приложений.

3) Поддержка многопользовательского режима.

В зависимости от числа пользователей, одновременно работающих с ОС, ОС делятся на однопользовательские (Ms DOS, ранние версии OS/2) и многопользовательские (Unix, Windows NT). Многопользовательские ОС позволяют нескольким пользователям разделять вычислительные ресурсы одного компьютера.

4) Поддержка переносимости (непереносимые и переносимые на другие типы компьютеров);

5) Поддержка работы в сетях (несетевые и сетевые).

2. **Операционные оболочки** - специальные программы, предназначенные для облегчения взаимодействия пользователя с операционной системой.

Наиболее популярные операционные оболочки:

Norton Commander; Volkov Commander; Dos Navigator; Far Manager и др.

3. **Сетевые операционные системы** – комплекс программ, обеспечивающий обработку, передачу и хранение данных в сетях.

## СЕРВИСНОЕ ПО

1. **Программы диагностики работоспособности компьютера и обслуживания дисков (служебные программы).**

1) Форматирование диска (Format) – разбиение диска на дорожки и сектора. В процессе форматирования происходит деление на кластеры. Размер кластера определяется файловой системой FAT. В Windows 98/2000 используется FAT32.

2) Дефрагментация диска (Disk Defragments) – процедура по переносу информации из одних кластеров в другие, в результате которой доступ к любой информации будет более быстрым.

3) Проверка диска (Scandisk) – программа обнаружения ошибок, связанных со сбоями в процессе записи на диск.

Исправить ошибки можно с помощью служебной программы проверки диска. Ее запуск осуществляется командами **Пуск→Программы→Стандартные→Служебные→Проверка→Диска**.

4) Корзина - восстановление удаленных файлов.

5) Очистка диска – программа освобождает место на диске путем удаления временных файлов (в корзине, из Интернета, для быстрого просмотра).

6) Сведения о ресурсах (Sistem Information) – параметры аппаратного обеспечения; программная среда; программа отображает неполадки компьютера, но не устраняет их.

2. **Программы архивирования данных.**

Предназначены для архивации, упаковки файлов путем сжатия хранимой в них информации.

Архивация (упаковка) – помещение (загрузка) исходных файлов в архивный файл в сжатом или несжатом виде.

Цели сжатия файлов:

- обеспечение более компактного размещения информации на диске;
- сокращение времени и стоимости передачи информации по каналам связи в сетях;
- упрощение переноса файлов с одного диска на другой;
- защита информации от несанкционированного доступа;
- защита от заражения вирусами.

Хорошо сжимаются графические и текстовые файлы. Слабо сжимаются файлы исполняемых программ.

Большие по объему файлы могут быть размещены на нескольких дисках (томах). Такие архивы называют многотомными. Создавая архив из нескольких томов, можно записать каждую на отдельную дискетку. Программы – архиваторы позволяют создавать и самораспаковывающие архивы. Такой архив получил название SFX- архив. Архивы такого типа создаются в форме .EXE-файла.

Расархивация (распаковка) – процесс восстановления файлов из архива точно в таком виде, какой они имели до загрузки в архив. При распаковке файлы извлекаются из архива и помещаются на диск или в оперативную память.

Наиболее распространенные программы – архиваторы: WinRAR и WinZIP.

### 3. Антивирусные программы.

Компьютерным вирусом называется специально написанная программа, способная самопроизвольно «заражать» другие программы и осуществлять разрушительные и другие негативные воздействия.

Компьютерные вирусы обладают способностью самопроизвольно присоединяться к другим программам, создавать свои копии, внедрять их в файлы, системные области компьютера и в вычислительные сети с целью нарушения работы программ, порчи файлов и каталогов, создания всевозможных помех в работе на компьютере.

Признаки появления вирусов:

- прекращение работы или неправильная работа программы;
- невозможность загрузки операционной системы;
- увеличение размера файлов;
- исчезновение файлов и каталогов или искажение их содержимого;
- увеличение размера свободной памяти;
- подача непредусмотренных звуковых сигналов.

#### Классификация вирусов

1. По среде обитания:

- сетевые – распространяются по компьютерным сетям;
- файловые – внедряются в файлы с расширением .com, .exe;
- загрузочные – внедряются в загрузочный сектор диска или в сектор, содержащий программу загрузки системного диска;
- файлово – загрузочные – заражают как файлы, так и загрузочные сектора;

2. По способу заражения:

- резидентные – оставляет в оперативной памяти свою резидентную часть, которая потом перехватывает обращение операционной системы к объектам заражения и внедряется в них;
- нерезидентные – не заражают память компьютера и являются активными ограниченное время;

3. По степени воздействия:

- неопасные – не мешают работе компьютера, но уменьшают объем свободной памяти и памяти на дисках;
- опасные – могут привести к различным нарушениям в работе компьютера;
- очень опасные – приводят к потере программ, уничтожению данных, стиранию информации в системных областях диска;

4. По особенности алгоритмов:

паразитические – изменяют содержимое файлов и секторов диска, могут быть легко обнаружены;

репликаторы – распространяются по компьютерным сетям, вычисляя адреса сетевых компьютеров, и записывают по этим адресам свои копии;

невидимки – трудно обнаружить и обезвредить, так как они перехватывают обращение операционной системы к пораженным файлам и секторам диска и подставляют вместо своего тела незараженные участки диска;

мутанты – наиболее трудно обнаруживаемые, содержат алгоритм шифровки-расшифровки, благодаря которым создают копии, непохожие друг на друга;

тройские – не способны к самораспространению, но очень опасны, так как, маскируясь под полезную программу, разрушают загрузочный сектор и файловую систему дисков.

**Антивирусная программа** – это программа, предназначенная для обнаружения, удаления и защиты от компьютерных вирусов.

#### Антивирусные программы

1. Детекторы - осуществляют поиск характерной для конкретного вируса последовательности байтов в оперативной памяти и в файлах и при обнаружении выдают соответствующее сообщение.
2. Доктора - находят зараженные вирусами файлы и «лечат» их, т. е. удаляют из файла тело программы вируса, возвращая файлы в исходное состояние.
3. Ревизоры – запоминают исходное состояние программ, каталогов и системных областей диска до заражения вирусом, а затем периодически или по желанию пользователя сравнивают текущее состояние с исходным.
4. Фильтры - предназначены для обнаружения подозрительных действий при работе компьютера.

5. Вакцины – резидентные программы, предотвращающие заражение файлов.

### ПРИКЛАДНОЕ ПО

Данный класс программных средств наиболее представлен, что обусловлено прежде всего широким применением средств компьютерной техники во всех сферах деятельности человека, созданием автоматизированных информационных систем различных предметных областей.

#### 1. Текстовые редакторы.

Основные функции текстовых редакторов заключаются в автоматизации ввода и редактирования текстовых данных.

В отличие от текстовых редакторов, текстовые процессоры позволяют не только вводить и редактировать текст, но и форматировать его, т.е. оформлять. Соответственно, к основным средствам текстовых процессоров относятся средства обеспечения взаимодействия текста, графики, таблиц и других объектов.

Рассмотрим один из текстовых процессоров – **MS Word**, который является приложением Windows.

Структура окна Word типична для приложений Windows. В не входят элементы, необходимые для редактирования и форматирования текстов. В программе присутствует две панели инструментов – Стандартная и Форматирование.

#### Режимы отображения документа Word на экране

- |                         |                             |
|-------------------------|-----------------------------|
| 1. Обычный              | 5. Главный документ         |
| 2. Разметка страницы    | 6. Во весь экран            |
| 3. Структура            | 7. Предварительный просмотр |
| 4. Электронный документ |                             |

Переключение основных режимов отображения документа на экране производится с помощью команд меню **ВИД**.

#### Основные приемы работы в Word

##### 1. Форматирование страниц.

При форматировании страниц задают отступы и ориентацию бумаги. Для этого необходимо выбрать *Файл* → *Параметры страницы*. В окне *Параметры страницы* задаются поля (отступы) страницы и ориентация (книжная или альбомная).

Для введения нумерации страниц в создаваемом документе необходимо выбрать *Вставка* → *Номера страниц*. В появившемся окне *Номера страниц* задается формат номеров страниц. Номера страниц проставляются в колонтитулах.

*Колонтитулы* представляют собой одну или несколько строк, помещаемых в начале или конце каждой страницы документа.

Расстановка колонтитулов: *Вид* → *Колонтитулы*.

Можно установить колонтитулы (*Файл* → *Параметры страницы* → *Источник бумаги*):

- для первой страницы;
- для четных и нечетных страниц.

##### 2. Форматирование шрифта (*Формат* → *Шрифт*).

В появившемся окне *Шрифт* задаются:

- размер (14 пт – деловой документ, 12 пт – документ Internet, 8 пт - газета);
- название (Times New Roman, Arial и др.);
- интервал между буквами (уплотненный, обычный, разреженный);
- цвет;
- параметры (жирный, курсив, подчеркнутый и др.);
- анимация для вводимого текста.

##### 3. Форматирование абзаца (*Формат* → *Абзац*).

В появившемся окне *Абзац* задаются:

- отступы слева, справа;
- отступ для первой строки;
- межстрочный интервал;
- выравнивание текста (по ширине, по центру, по краям).

#### 2. Графические редакторы.

Графические редакторы – обширный класс программ, предназначенных для создания и обработки графических изображений.

Компьютерная графика - раздел информатики, предметом которого является работа на компьютере с графическими изображениями (рисунками, чертежами, фотографиями и т. д).

**Типы:**

1. Растровая графика – графика, состоящая из прямоугольной сетки точек, называемой растром. Каждая точка раstra (пиксель) представлена единственным параметром - цветом.

*Пиксель* - это цветное пятно, которое может принимать различные оттенки. Любое изображение вне зависимости от его сложности - это всего лишь совокупность пикселей.

*Характеристики растровых изображений*

- Получаются с помощью сканеров из фотографических изображений, с помощью цифровых камер.
- Обеспечивают максимальную реалистичность изображения.
- Занимают много памяти.
- Качество зависит от размера.

2. Векторная графика.

Векторное графическое изображение представляется в виде набора линий. Каждая линия описывается как единичный математический объект с помощью уравнения, которое представляется с помощью нескольких числовых параметров. Поэтому объем данных, необходимых для хранения векторных изображений, существенно меньше, чем растровых.

3. Фрактальная графика - предназначена для автоматической генерации изображений путем математических расчетов. Создание фрактальной художественной композиции состоит не в рисовании или оформлении, а в программировании. Изображение строится по уравнению.

Простейшим фрактальным объектом является фрактальный треугольник.

**3. Системы управления базами данных (СУБД).**

**4. Электронные таблицы.**

*Электронная таблица (ЭТ)* - компьютерный эквивалент обычной таблицы, в ячейках которой записаны данные различных типов: тексты, даты, формулы, числа.

Для управления ЭТ используется *табличный процессор*.

Файл Excel называется рабочей книгой, состоящей из рабочих листов.

Рабочая область ЭТ состоит из *строк* и *столбцов*, имеющих свои имена. Имена строк - это их номера. Нумерация строк начинается с 1 и заканчивается максимальным числом, установленным для данной программы. Имена столбцов - это буквы латинского алфавита сначала от А до Z, затем от AA до AZ, BA до BZ и т. д.

Пересечение строки и столбца образует ячейку таблицы, имеющую свой адрес. Сочетание буквы, обозначающей столбец и номера строки называется адресом (ссылкой на ячейку).

*Блок ячеек* - группа последовательных ячеек, может состоять из одной ячейки, строки (или ее части), столбца (или его части), а также последовательности строк или столбцов (или их частей). Адрес блока ячеек задается указанием ссылок первой и последней его ячеек, между которыми ставится разделительный символ - двоеточие <:>

Панель управления	Команды главного меню									
	Вспомогательная область управления									
	Строка ввода									
Рабочее поле		A	B	C	D	E	F	G	H	Столбец
	1									Строка
	2									
	3									Ячейка G3
	4									
	5									Блок ячеек D4:F5
...										
	Строка подсказки									

Блок используемых ячеек может быть указан двумя путями:

- непосредственным набором с клавиатуры начального и конечного адресов ячеек, формирующих диапазон;
- либо выделением соответствующей части таблицы при помощи клавиш управления курсором.

*Активной* называется *ячейка ЭТ*, в которой в данный момент находится курсор.



В каждую ячейку ЭТ можно ввести данные следующих типов:

1. Символьные (текстовые) данные – включают в себя любую последовательность символов, которая может включать в себя алфавитные, числовые и специальные символы.
2. Числовые данные – с ними производятся математические операции.
3. Формулы – включают ряд арифметических, логических и прочих действий, производимых с данными из других ячеек.
4. Функции – частный случай формулы. Различают статистические, математические, логические и т.д.
5. даты.

В рамках одной и той же ЭТ можно использовать различные форматы представления числовых данных (*Формат* → *Ячейки* → *Число*).

Программа Excel рассматривает содержимое ячейки как формулу, если оно начинается со знака равенства (=).

Ссылки делятся на:

- a) Относительные;
- b) Абсолютные;
- c) Смешанные.

*Относительная ссылка* – ссылка, которая изменяется автоматически при копировании и перемещении формулы в другую ячейку.

*Абсолютная ссылка* – это не изменяющийся при копировании и перемещении формулы адрес ячейки, содержащий исходное данное.

Для указания абсолютной адресации вводится символ \$ (F4).

Пример. \$B\$5.

*Смешанная ссылка* указывается, если при копировании или перемещении не меняется номер строки или наименование столбца. При этом символ \$ ставится перед номером строки, а во втором - перед наименованием столбца.

Пример. B\$1; D\$15.

При абсолютной адресации копируемая формула не изменяется.

Пример: В ячейку C2 записана формула = A\$2 - C\$1. Перенести эту формулу в ячейки D3, E4.

	A	B	C	D	E
1					
2			=A\$2-C\$1		
3				=A\$3-D\$1	
4					=A\$4-E\$1

Функция представляет собой программу с уникальным именем, для которой пользователь должен задать конкретные значения аргументов, стоящих в скобках после ее имени.

Рассмотрим синтаксис наиболее используемых функций.

1. *Логические функции* – предназначены для проверки выполнения условия или для проверки нескольких условий.

**ЕСЛИ** используется для условной проверки значений и формул.

Синтаксис:

ЕСЛИ (лог\_выражение; значение\_если\_истина; значение\_если\_ложь)

**И** возвращает значение ИСТИНА, если все аргументы имеют значение ИСТИНА; возвращает значение ЛОЖЬ, если хотя бы один аргумент имеет значение ЛОЖЬ.

Синтаксис: И (логическое\_значение 1, логическое\_значение 2,...)

**ИЛИ** возвращает значение ИСТИНА, если хотя бы один из аргументов имеет значение ИСТИНА; возвращает значение ЛОЖЬ, если все аргументы имеют значение ЛОЖЬ.

Синтаксис: ИЛИ (логическое\_значение 1, логическое\_значение 2,...)

**НЕ** заменяет логическое значение аргумента на противоположное. Функция НЕ используется в тех случаях, когда необходимо иметь уверенность в том, что значение не равно некоторой конкретной величине.

Синтаксис: НЕ (логическое\_значение)

2. *Статистические функции* – позволяют выполнять статистический анализ диапазонов данных.

**СРЗНАЧ** – среднее арифметическое значение своих аргументов.

Синтаксис: СРЗНАЧ (число 1; число 2;...)

**СЧЕТ** – подсчитывает количество чисел в заданной выборке.

Синтаксис: СЧЕТ (значение 1; значение 2;...)

**МАКС** – возвращает наибольшее значение из набора значений.

Синтаксис: МАКС (число 1; число 2;...)

**МИН** – возвращает наименьшее значение из набора значений.

Синтаксис: МИН (число 1; число 2;...)

**СЧЕТЕСЛИ** – подсчитывает количество значений при заданном условии.

Синтаксис: СЧЕТЕСЛИ (диапазон, условие)

3. *Арифметические и тригонометрические функции.*

Арифметические и тригонометрические функции позволяют производить простые и сложные математические вычисления.

**СУММ** – суммирует все числа в интервале ячеек.

Синтаксис: СУММ (число 1; число 2;...).

**ABS** – Возвращает абсолютное значение числа или формулы.

Синтаксис: ABS (число)

**LN** – Возвращает натуральный логарифм (аргумент  $\geq 0$ ).

Синтаксис: LN(число)

**ФАКТР** – Вычисляет факториал числа (аргумент  $\geq 0$ ).

Синтаксис: ФАКТР (число)

**ПРОИЗВЕД** – Возвращает произведение аргументов.

Синтаксис: ПРОИЗВЕД (число 1; число 2...)

**КОРЕНЬ** – Возвращает квадратный корень из числа.

Синтаксис: КОРЕНЬ (число)

### Построение диаграмм

Диаграмма – графически представленная зависимость одной величины от другой. С помощью диаграмм взаимосвязь между данными становится более наглядной.

На графиках и диаграммах легко просматривается тенденция к изменению.

Диаграммы создаются с помощью Мастера.

2 способа:

1. Вставка → Диаграмма

2. С помощью панели инструментов



Тип диаграмм:

1. Стандартные

а) Гистограммы – используются для сравнения отдельных величин или их изменений в течение некоторого периода времени.

б) Линейчатые диаграммы – похожи на гистограммы, повернуты на  $90^\circ$  по часовой стрелке.

с) Графики – отображают зависимость данных от величины, которая меняется с постоянным шагом.

д) Круговые диаграммы – отображают соотношения частей и целого.

е) Точечные диаграммы – демонстрирует тенденцию изменения данных при неравных интервалах измерения, отложенных по оси категории и т.д.

2. Нестандартные – основаны на стандартных, имеют улучшения в форматировании и отображении (трубчатая, конусы, цветные графики и т.д.).

Два вида диаграмм:

Внедренная диаграмма – создается на рабочем листе рядом с таблицами данных и используется при создании отчетов;

Диаграммы на отдельных листах.

### 5. Системы автоматического проектирования.

Программы этого класса предназначены для автоматизации проектно-конструкторских работ, связанных с разработкой чертежей, схем, диаграмм, графическим моделированием и

конструированием, созданием библиотеки стандартных элементов чертежей и их многократным использованием, созданием демонстрационных иллюстраций и мультфильмов.

#### **6. Системы автоматизированного управления.**

Системы автоматизированного управления включают в себя программные продукты:

- автоматизированного бухгалтерского учета;
- управления финансовой деятельности;
- управления персоналом (кадровый учет);
- управления материальными запасами;
- управления производством;
- банковские информационные системы и т.п.

#### **7. Офисные приложения.**

Данный класс программных продуктов охватывает программы, обеспечивающие организационное управление деятельностью офиса: элементарные текстовые редакторы; органайзеры; автоматизированный перевод документов; средства проверки орфографии и распознавания текста; электронная почта.

#### **8. Экспертные системы.**

Предназначены для анализа данных, содержащихся в банках знаний, и выдачи рекомендаций по запросу пользователя, такие системы применяют в тех случаях, когда исходные данные хорошо формализуются, но для принятия решения требуются обширные специальные знания. Характерными областями использования экспертных систем являются юриспруденция, медицина, фармакология, химия.

#### **9. Редакторы HTML (Web- редакторы).**

Это особый класс редакторов, объединяющий в себе свойства текстовых и графических редакторов. Они предназначены для создания и редактирования так называемых Web – документов. Программы этого класса эффективно используют для подготовки электронных документов и мультимедийных изданий.

#### **10. Программные средства мультимедиа.**

Этот класс программных продуктов является относительно новым. Основное назначение программных продуктов мультимедиа - создание и использование аудио- и видеoinформации для расширения информационного пространства пользователя.

#### **11. Системы видеомонтажа.**

Системы видеомонтажа предназначены для цифровой обработки видеоматериалов, их монтажа, создания видеоэффектов, устранения дефектов, наложения звука, титров и субтитров.

#### **12. Компьютерная обработка звука. Музыкальные редакторы.**

Компьютерная обработка звука ориентирована на систему цифровой записи. Музыкальные редакторы позволяют обрабатывать звук, записанный на звуковой носитель; реставрировать старые записи с помощью встраиваемых приложений; осуществлять нотную запись; создавать многоканальную запись; подготавливать звуковые файлы к публикации в Интернет.

#### **13. Обучающие программы.**

Обучающие программы предназначены для самостоятельного изучения данной темы, широко используются в заочном или дистанционном образовании.

### **Тема 3. ИНСТРУМЕНТАРИЙ ТЕХНОЛОГИИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Это совокупность программ и программных комплексов, обеспечивающих технологию разработки, отладки и внедрения создаваемых программных продуктов.

Инструментарий технологии программирования обеспечивает процесс разработки программ и включает специализированные программные продукты, которые являются инструментальными средствами разработчика. Программные продукты данного класса поддерживают все технологические этапы процесса проектирования, программирования (кодирования), отладки и тестирования создаваемых программ. Пользователями технологии программирования являются системные и прикладные программисты.

Инструментарий технологии программирования включают в себя следующие классы:

- средства для создания приложений (языки и системы программирования);
- средства для создания информационных систем (CASE – технологии – программный комплекс, автоматизирующий весь технологический процесс анализа, проектирования, разработки и сопровождения сложных программных систем).

## Алгоритмизация и программирование.

### Понятие алгоритма, его свойства, способы представления

**Алгоритм** - понятное и точное предписание, определяющее процесс перехода данных к результату.


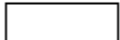
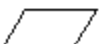


#### Свойства алгоритма:

- дискретность* – алгоритм должен быть разбит на конкретные действия, выполнив один шаг, приступает к исполнению следующего;
- понятность* – точное понятие команды;
- определенность* – исполнитель алгоритма не должен сомневаться в следующем шаге;
- результативность* – по завершении выполнения алгоритма должен быть получен результат;
- массовость* – алгоритм решения задачи разрабатывается в общем виде, т.е. он должен быть применим для класса задач, различающихся лишь исходными данными.

#### Способы представления алгоритма:

- словесный;
- математическая формула;
- табличный;
- графический.

*Блок-схема представляет графический способ алгоритма.* Для записи блок-схемы используются следующие обозначения:

-  - начало (конец) алгоритма
-  - команды (действия)
-  - ввод (вывод) данных
-  - условие
-  - направление, указание следующего действия действий

#### Основные базовые структуры алгоритма

- линейная структура** – алгоритмическая структура, в которой команды выполняются последовательно;
- разветвляющаяся структура (ветвление)** – это алгоритмическая структура, в которой проверяется некоторое условие и в зависимости от результатов проверки выполняется то или иное действие;
- циклическая структура (цикл)** – это алгоритмическая структура, содержащая повторяющиеся команды.

#### Операции отношения. Логические операции

Выражения можно сравнивать при помощи операции отношения:

- = *равно;*
- <> *неравно;*
- < *меньше;*
- > *больше;*
- <= *меньше или равно;*
- >= *больше или равно.*

Сложные логические выражения составляются с использованием логических операций:

**Not** – логическое НЕ;

**And** – логическое И;

**Or** – логическое ИЛИ;

**Xor** – исключительное ИЛИ

#### Языки и системы программирования

**Язык программирования** - формальный язык для описания алгоритма решения задачи на компьютере.

#### Уровни языков программирования

Языки программирования бывают двух уровней: низкого и высокого уровня.

*Языки программирования низкого уровня* близки к машинному коду и ориентированы на конкретные команды процессора.

Языком самого низкого уровня является *язык ассемблера*, который просто представляет каждую команду машинного кода, но не в виде чисел, а с помощью символьных условных обозначений, называемых *мнемоникой*. Каждой модели процессора соответствует свой язык ассемблера.

*Языки программирования высокого уровня* значительно ближе и понятнее человеку, для описания алгоритма используется привычная для него форма. Особенности конкретных компьютерных архитектур (аппаратных средств) в них не учитываются, поэтому создаваемые тексты программ легко переносимы на другие платформы, имеющие программу перевода данного языка в машинный код.

### **Обзор языков программирования высокого уровня**

**Fortran (Фортран)** – это компилируемый язык, созданный в 50-е гг. Этот язык появился первым после языка ассемблера, поэтому удобство создания программы не так хорошо реализовано, как возможность получения эффективного машинного кода. В 2000 г. выпущен Фортран F2k.

**Cobol (Кобол)** – компилируемый язык, разработанный в начале 60-х гг. для применения в экономической области и решения бизнес - задач. Отличается большой «многословностью» □ его операторы иногда выглядят как обычные английские фразы.

**Algol (Алгол)** – компилируемый язык, созданный в 1960 г. Он был призван заменить Фортран, но из-за более сложной структуры не получил широкого распространения.

**Pascal (Паскаль)** – создан в конце 70-х гг. Во многом напоминает Алгол, но в нем ужесточены требования к структуре программы, за счет чего структура стала более наглядной и простой. Паскаль удобен для получения азов программирования, но также успешно применяется при создании крупных проектов.

**Basic (Бейсик)** – создавался в 60-х гг. в качестве учебного языка и очень прост в изучении. Для него имеются интерпретаторы и компиляторы.

**C (Си)** – создан в лаборатории Bell и первоначально планировался для замены ассемблера. Имеет возможность создавать эффективные и компактные программы, в то же время не зависит от конкретного типа процессора. Си во многом похож на Паскаль и имеет дополнительные средства для прямой работы с памятью. В 1980 г. создано объектно-ориентированное расширение языка Си – C<sup>++</sup>(Си<sup>++</sup>).

### **Системы программирования**

Для написания программы на языке программирования необходимо иметь на компьютере установленную соответствующую систему программирования.

**Системы программирования** - хорошо интегрированная система, включающая в себя как минимум:

- специализированный текстовый редактор (для написания текста программы);
- компилятор для перевода текста программы в машинный код;
- библиотека функций (подключенные модули);
- редактор связей для связывания модулей (файлов с исходными текстами) и стандартных функций, находящихся в библиотеках;
- исполнимый код это – законченная программа с расширением .COM или .EXE, которую можно запустить на любом компьютере, где установлена операционная система, для которой эта программа создавалась;
- справочную систему;
- отладчик, который позволяет анализировать работу программы во время ее выполнения по шагам.

### **Тема 4. Базы данных.**

База данных (БД) – это поименованная совокупность структурированных данных, относящихся к определенной предметной области (БД в деканате о студентах, БД в библиотеке по книгам).

Система управления базами данных (СУБД)- это комплекс программных и языковых средств, необходимых для создания баз данных, поддержания их в актуальном состоянии и организации поиска в них необходимой информации.

Основными функциями системы управления базами данных являются:

- создание структуры базы данных;
- предоставление средств для ее заполнения или импорта данных из другой базы;
- обеспечение возможности доступа к данным;
- предоставление средств поиска, фильтрации, запросов данных.

### **Классификация БД:**

1. по технологии обработки данных

- а) централизованная база данных хранится в памяти одной вычислительной системы;

б) распределенная база данных состоит из нескольких, возможно пересекающихся или даже дублирующих друг друга частей, хранимых в различных ЭВМ вычислительной сети.

2. по способу доступа к данным

- а) с локальным доступом
- б) с удаленным (сетевым) доступом
- с) файл – сервер
- д) клиент – сервер

### Структурные элементы базы данных:

1. **Поле** – элементарная единица логической организации данных, которая соответствует неделимой единице информации - реквизиту. Для описания поля используются следующие характеристики:

*Имя*, например. Фамилия, Имя, отчество, Дата рождения;

*Тип*, например, символьный, числовой, календарный;

*Длина*, например, 15 байт;

*Точность* для числовых данных, например для десятичного знака для отображения дробной части числа.

*Типы данных:*

- числовые поля,
- поля даты и времени,
- текстовые поля;
- логические поля;
- поле текстовых примечаний.

2. **Запись** – совокупность логически связанных полей. Экземпляр записи - отдельная реализация записи, содержащая конкретные значения ее полей.

3. **Таблица** – совокупность экземпляров записей одной структуры.

В структуре записи таблицы указываются поля, значения которых являются *ключами*:

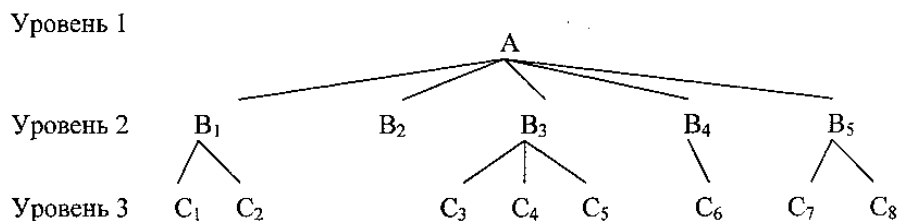
- первичными* (ПК), которые идентифицируют экземпляр записи;
- вторичными* (ВК), выполняют роль поисковых или группировочных признаков (по значению вторичного ключа можно найти несколько записей).

### Виды моделей данных

**Модель данных** - совокупность структур данных и операций их обработки.

1. *Иерархическая модель данных.*

Представляет собой совокупность элементов, связанных между собой по определенным правилам. Объекты, связанные иерархическими отношениями, образуют ориентированный граф (перевернутое дерево).

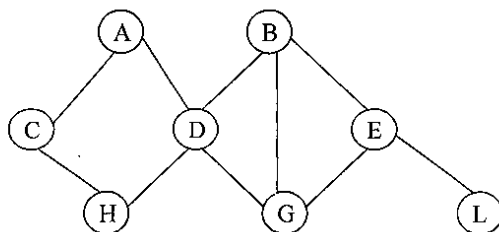


Основные понятия иерархической структуры: уровень, элемент (узел), связь.

Узел - это совокупность атрибутов данных, описывающих некоторый объект (на схеме - вершины графа). Каждый узел на более низком уровне может быть связан только с одним узлом, находящемся на более высоком уровне.

2. *Сетевая модель данных.*

Объекты в сетевой модели связаны разнородно, т. е. при тех же основных понятиях (уровень, узел, связь) каждый элемент может быть связан с любым другим элементом.



### 3. Реляционная модель данных.

Эта модель ориентированна на организацию данных в виде двумерных таблиц. Каждая реляционная таблица представляет собой двумерный массив и обладает следующими свойствами:

- ✓ каждый элемент таблицы - один элемент данных;
- ✓ все столбцы в таблице однородные, т. е. все элементы в столбце имеют одинаковый тип (числовой, символьный и т.д.) и длину;
- ✓ каждый столбец имеет уникальное имя;
- ✓ одинаковые строки в столбце отсутствуют;
- ✓ порядок следования строк и столбцов может быть произвольным.

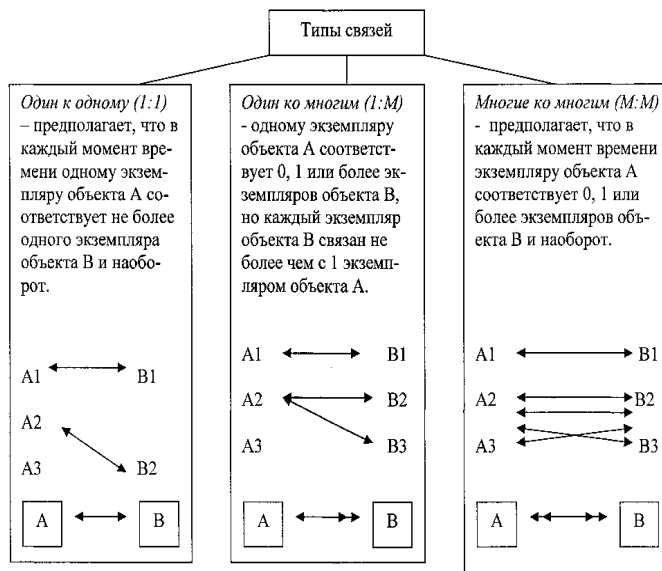
Реляционной таблицей можно представить информацию о студентах, обучающихся в вузе.

№ личного дела	Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Группа
15456	Петров	Олег	Васильевич	01.02.1986	562
15547	Сидоров	Андрей	Михайлович	02.12.1990	561
15678	Серга	Анна	Николаевна	12.05.1988	641

Отношения представлены в виде *таблиц*, строки которых соответствуют – *записям*, а столбцы атрибутам отношений, *полями*.

Поле, каждое значение которого однозначно определяет соответствующую запись, называется *простым ключом* (ключевым полем). Если записи однозначно определяются значениями нескольких полей, то такая таблица базы данных имеет *составной ключ*. В примере ключевым полем таблицы является «№ личного дела».

Чтобы связать две реляционные таблицы, необходимо ключ первой таблицы ввести в состав ключа второй таблицы (возможно совпадение ключей); в противном случае нужно ввести в структуру первой таблицы внешний ключ - ключ второй таблицы.



### Построение БД в Ms-Excel

Электронные таблицы Ms-Excel часто используют для введения простейших баз данных. В таких базах данных производят сортировку и фильтрацию данных. Единственным требованием, которому должны удовлетворять обрабатываемые таблицы, является однородность всех входящих в нее строк.

*Сортировка* - это упорядочение данных по возрастанию или по убыванию. Параметры сортировки задают командой *Данные* → *Сортировка*. При этом открывается диалоговое окно

*Сортировка диапазона.* В нем можно выбрать от одного до трех полей сортировки, а также задать порядок сортировки по каждому полю.

При *фильтрации* базы отображаются только записи, обладающие нужными свойствами. Простейшее средство фильтрации - автофильтр. Он запускается командой *Данные*→ *Фильтр* → *Автофильтр*. Чтобы создать произвольный фильтр, следует в раскрывшемся списке выбрать пункт *Другие*. Диалоговое окно *Пользовательский автофильтр* позволяет задать более сложное условие фильтрации по данному полю. Команда *Данные* → *Фильтр* → *Отобразить все* позволяет отобразить все записи.

К реляционной модели данных относится Ms-Access. В Access можно работать в следующих режимах:

- режим таблиц* (можно использовать буфер обмена, фильтрацию данных, копирование полей и строк таблицы, перенос таблицы в другие базы данных);
- режим конструктора* (определяет свойство объекта базы данных);
- режим запроса* (простой, с параметром, перекрестный);
- режим отчета* (используется для создания автоотчета, построения диаграмм);
- режим макроса* (создание кнопки).

## **Тема 5. Информатика. Информатика как наука. Информатика.**

**Информатика** – это наука, изучающая все аспекты получения, хранения, переработки, передачи и использования информации.

Информатика - это область человеческой деятельности, связанная с процессами преобразования информации с помощью компьютеров и их взаимодействием со средой применения.

*Главная функция* информатики заключается в разработке методов и средств преобразования информации и их использовании в организации технологического процесса переработки информации.

Информатика стала развиваться в середине 20-го века, когда появились специальные устройства – компьютеры.

Слово «Информатика» образовалось из 2-х французских слов INFORmation (информация) autoMATICUE (автоматика). Первоначально в научный обиход оно вошло во Франции в 60-е годы для обозначения автоматической переработки информации в широкой области научной и производственной деятельности человека.

**Основная задача** информатики заключается в определении общих закономерностей, в соответствии, с которыми происходит создание научной информации, ее преобразование, передача и использование в различных сферах деятельности человека.

Таким образом, **задачами информатики** являются:

1. Исследование информационных процессов любой природы.
2. Разработка информационной техники и создание новейшей технологии переработки информации на базе полученных результатов исследования информационных процессов.
3. Решение научных и инженерных проблем создания, внедрения и обеспечения эффективного использования компьютерной техники и технологии во всех сферах общественной жизни.

### **Основные направления информатики:**

1. *Теоретическая информатика* – математическая дисциплина, которая использует методы математики для построения и изучения моделей обработки, передачи и использования информации.

2. *Кибернетика* – это наука об общих принципах управления в различных системах: технических, биологических, социальных и др.

3. *Программирование* – создание новых языков программирования.

4. *Искусственный интеллект* – это направление определяет стратегическое направление развития информатики. Основная цель работы в этой области – стремление проникнуть в тайны творческой деятельности людей и их способности к овладению науками, знаниями и умениями.

5. *Информационные системы* – это взаимосвязанная совокупность средств, методов и персонала, используемых для хранения, обработки и выдачи информации в интересах достижения поставленной цели.

6. *Вычислительная техника* – представляет собой самостоятельное направление исследований.

7. *Информатика в обществе* – в информационном обществе огромную роль играет система распространения, хранения и обработки информации, поэтому возникает информационная среда, которая обеспечивает доступ ко всей необходимой информации, накопленной человеком.



8. *Информатика в природе* – изучение информационных процессов, протекающих в биологических системах, и использование накопленных знаний при организации и управлении природными системами и создании технических средств.

### **Этапы развития информатики:**

1. *Ручной* – с 50-х годов до н. э. Абак – первый счетный прибор, отличительной особенностью которого является вычисление по разрядам. Были открыты логарифмы и созданы логические таблицы. Это послужило шагом в развитии вычислительных систем ручного этапа. Следующий вычислительный инструмент – логическая линейка.

2. *Механический* – с середины 17 века. Развитие механики стало предпосылкой создания вычислительных устройств и приборов. Первая механическая машина была описана в 1623 г. Шикардом и была выполнена в единственном экземпляре. Следующая вычислительная машина была придумана Паскалем в 1642 г. И выпущена 50 экземпляров. В ней использовалась более сложная система переноса разрядов. В 1874 г. Ученым Орднером была изобретена новая модель арифмометра, в основе которой лежало зубчатое колесо.

3. *Электромеханический* – предпосылками создания новых машин явилась необходимость проведения массовых расчетов. Первый счетно-аналитический комплекс был создан в США в 1887 г., в основу которого входило множество различных арифмометров.

4. *Электронный* – с 40-х гг. 20 века. Было изобретено электронное реле, поэтому появилась реальная возможность к созданию быстродействующей электронно-вычислительной техники.

### **Информация - данные - знания**

Роль информатики в развитии общества чрезвычайно велика. С ней связано начало революции в области накопления, передачи и обработки информации. Эта революция, следующая за революциями в овладении веществом и энергией, затрагивает и коренным образом преобразует не только сферу материального производства, но и интеллектуальную, духовную сферы жизни.

В основе термина «*информация*» лежит латинское «*information*», что означает *сведения, разъяснения, изложение*.

В слово «*информация*» вкладывается различный смысл в науке, технике и в повседневных ситуациях. В обычной жизни информацией называют любые сведения, которые кого-либо интересуют. «Информировать» в этом смысле означает «сообщить нечто, неизвестное раньше».

Интуитивно понятный для всех термин «*информация*» не имеет общепринятой трактовки в научной литературе, и в разных сферах применения можно найти разные определения.

**Информация** – сведения об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают имеющуюся о них степень неопределенности, неполноты знаний. *Данные* — еще один термин, который используется применительно к обработке информации. Он означает представление информации в виде, пригодном для конкретной обработки. Данные при использовании компьютерной техники — это последовательность символов (букв, цифр), понятных компьютеру и предназначенных для ввода, редактирования, хранения, тиражирования, анализа, принятия решения и т.д.

*Знания* — термин, характеризующий данные, полученные из других данных путем логических рассуждений.

### **Свойства информации**

Многообразие информационных процессов связано с разнообразием свойств информации. Рассмотрим основные свойства информации:

- достоверность;
- полнота;
- доступность;
- актуальность;
- ценность;
- своевременность и т.д.

Информация *достоверна*, если она отражает истинное положение дел.

*Полнота* информации означает ее достаточность для понимания и принятия решений. Как неполная, так избыточная информация обычно ведет к возникновению ошибок.

Информация должна быть *доступной*, т.е. выраженной понятным для потребителя образом.

*Точность* информации определяется степенью ее близости к реальному описанию состояния объекта, процесса и т.д.

Информация должна быть *своевременной*. Одинаково нежелательны как преждевременная подача информации (когда она еще не может быть усвоена), так и ее задержка.

*Ценность* информации зависит от того, насколько она важна для потребителя в данный момент. Информация обладает *живучестью*, если сохраняет свое качество с течением времени.

*Защищенность* информации означает, что к ней закрыт доступ со стороны посторонних потребителей.

Информацию можно обрабатывать самыми разными способами – ее можно:

создавать;	собирать;
обрабатывать;	искать;
передавать;	преобразовывать;
принимать;	измерять;
делить на части;	комбинировать;
использовать;	разрушать и т.д.
упрощать;	

Все эти процессы, связанные с операциями над информацией, называются *информационными процессами*.

### **Передача, обработка и хранение информации.**

Информация всегда связана с материальным носителем (диски, кассеты, бумажные носители, человек, негатив и т. д.), а ее передача с затратами энергии. Закодированное сообщение приобретает вид сигналов - носителей информации, которые текут по каналам связи. При выходе из канала связи сигналы должны обрести вновь общепонятный вид в декодирующем устройстве. (Примеры: фонарик, телефон, живой нерв, компьютер).

При кодировании могут ставиться разные цели и применяться различные методы. Наиболее распространенные цели кодирования - экономность (уменьшение избыточности сообщения); надежность (защита от случайных искажений); сохранность (защита от нежелательного доступа к информации); удобство физической реализации; удобство восприятия.

Эти цели часто противоречат друг другу. Экономные сообщения могут оказаться ненадежными, так как не содержат лишних символов, и искажение любого символа может изменить смысл сообщения. Обычная запись чисел цифрами экономнее и удобнее для вычислений, чем запись словами, однако изменение или удаление одной цифры изменяет величину числа. Подробно исследует проблемы разумного сочетания экономности и надежности при передаче информации теория кодирования.

Однако, одну и ту же информацию можно хранить в различном материальном виде (на бумаге, магнитной ленте, магнитном диске, оптическом диске) и передавать с различными энергетическими затратами (по телефону, по почте, с курьером). Последствия переданной информации совершенно не зависят от физических затрат на их передачу. Например, легкое нажатие кнопки опускает тяжелый театральный занавес или взрывает большое здание, красный свет светофора останавливает поезд, а неожиданное неприятное известие может вызвать инфаркт. Поэтому, информационные процессы не сводимы к физическим, и информация, наряду с материей и энергией является одной из фундаментальных сущностей окружающего нас мира.

Информация передается в двух формах:

1. *Дискретная* – последовательность символов, характеризующая прерывистую, изменяющуюся величину.
2. *Аналоговая* – непрерывная форма представления информации.

Математическое понятие информация связано с ее измерением. В теории информации принят энтропийный подход, который учитывает ценность информации, содержащейся в сообщении для его получателя. Количество информации в сообщении определяется тем, насколько уменьшается эта мера после получения сообщения. Например, тривиальное сообщение, т.е. сообщение о том, что получателю и без того известно, не изменяет ожидаемых вероятностей и не несет для него никакой информации. Сообщение несет полную информацию, если оно снимает всю неопределенность. В этом случае количество информации в нем равно исходной энтропии (мера беспорядка, неопределенности в системе).

В технике используется более простой метод измерения информации. Применяются две стандартные единицы измерения: бит и байт. Бит - это один символ двоичного алфавита. Байт - это

один символ, который можно представить восьмиразрядным двоичным кодом. Возможные состояния (намагничено/размагничено) бита, принято обозначать нулем и единицей.

1 байт = 8 бит

1 Килобайт (Кб) - 1024 байт =  $2^{10}$  байт,

1 Мегабайт (Мб) = 1024 Кб =  $2^{20}$  байт,

1 Гигабайт (Гб) = 1024 Мб =  $2^{30}$  байт,

1 Терабайт (Тб) = 1024 Гб =  $2^{40}$  байт,

1 Петабайт (Пб) = 1024 Тб =  $2^{50}$  байт.

Компьютер может обрабатывать информацию, представленную в числовой форме, вся другая информация (текстовая, графическая, звуковая) должна быть преобразована в числовую форму. Кодировка данных осуществляется посредством систем счисления (двоичная, 16-ричная). Ввод чисел в компьютер и вывод их для чтения человеком может осуществляться в привычной десятичной форме - все необходимые преобразования выполняют специальные программы.

#### **IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

Задачей преподавателя при проведении лабораторных работ является грамотное и доступное разъяснение принципов и правил проведения работ, побуждение студентов к самостоятельной работе, определения места информатики в дальнейшей профессиональной работе будущего специалиста.

Цель лабораторной работы – научить студентов самостоятельно производить необходимые действия для достижения необходимого результата.

Прежде чем приступить к выполнению лабораторной работы, студенту необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, соответствующим данной теме.

Выполнение лабораторной работы целесообразно разделить на несколько этапов:

- Формулировка и обоснование цели работы;
- Определение теоретического аппарата, применительного к данной теме;
- Выполнение заданий;
- Анализ результата;
- Выводы.

#### **V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ**

В последние годы отмечается тенденция снижения аудиторной нагрузки и увеличению доли самостоятельной подготовки студентов. Самостоятельная работа студентов отражает степень познания материала, глубины знаний, освоение умений и способность применения усвоенного материала. Студент учится, когда работает сам – решает задачи, самостоятельно составляет математическую модель объекта или явления, применяет известный теоретический материал, использует аппарат математики.

Развить творческие способности помогут задания, требующие нестандартных решений, постановки новых проблем и поиск путей их выполнения, то есть когда студент сталкивается с задачами, на которые у него нет готовых ответов. В такой ситуации он вынужден сам искать пути решения, размышлять, самостоятельно добывать знания.

Большую роль играет четкое и полное изложение преподавателем теоретического материала, необходимого для каждого конкретного задания, наблюдение за ходом выполнения работы, своевременной помощи в преодолении трудностей, исправлении ошибок, подведении итогов, анализе общей оценки результатов.

В случае домашней работы, роль преподавателя ограничивается общими разъяснениями, возможно, демонстрацией похожих заданий, предостережения от типичных ошибок. Для успешной домашней работы студент должен быть обеспечен методическим материалом.

Если правильно разделить материал на небольшие модули, охватывающие отдельные темы, по каждому разделу предложить отдельное методическое пособие, то выполнение домашней работы существенно упростится, а значит, увеличится и эффективность усвоения знаний.

#### **VI. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ**

Наименование	Год выпуска, разработчик	Примечание
Microsoft Office	2000, Microsoft	Пакет прикладных программ
WinZip	2004	Архиватор
WinRAR 3.2	2004	Архиватор

#### **VII. КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

##### **2 семестр**

#### **Тема. Операционная система WINDOWS**

Задания к лабораторной работе:

1. На диске С создайте папку Вашей группы. Создайте в ней собственную папку. В качестве имени папки введите свою фамилию.
2. В своей папке с помощью контекстного меню создайте две подпапки: **PRIEMNIK** и **ISTOK**.
3. Создайте в папке **ISTOK** текстовый файл **АРХИВ** с текстом: **Архивный файл** – это специальным образом организованный файл, содержащий в себе один или несколько файлов в сжатом или несжатом виде и ...
4. Откройте документ **АРХИВ** и допишите текст: служебную информацию об именах файлов, дате и времени их создания или модификации, размерах и т.д.
5. Сохраните документ, как **АРХИВ 1** в папке **ISTOK**.
6. Скопируйте файл **АРХИВ** в папку **PRIEMNIK**.
7. В папке **PRIEMNIK** создайте графический файл **Risunok.bmp**.
8. Создайте в своей папке файл **POISK** с текстом: **Разархивация (распаковка)** – процесс восстановления файлов их архива точно в таком виде, какой они имели до загрузки в архив.
9. Скопируйте папку **ISTOK** на диск С.
10. Переименуйте папку **ISTOK**, находящуюся на диске С.
11. Создайте ярлык для файла **АРХИВ**. Переместите ярлык на Рабочий стол. Смените значок ярлыка.
12. С помощью программы – архиватора WinZip создайте архив всех файлов, находящихся в папке **ISTOK**.
13. Создайте копию архивного файла под другим именем на диске А.
14. Переместите папку **PRIEMNIK** на диск А.
15. Распакуйте, архив на диске А. Переместите файлы в свою папку с номером группы.
16. С помощью программы – архиватора WinRar создайте архив файла **POISK**, и поместите в папку **ISTOK**.
17. Отчитайтесь по проделанной работе преподавателю.

### Программа Поиск

#### Задание:

1. Найдите файлы по имени и типу.
  - \* ????.exe
  - \* W\*.TXT
  - \* Все файлы с именем не более чем из трех символов.
  - \* Все файлы с расширением exe.
  - \* Все файлы с именем, начинающимся с ab и состоящим не более чем из пяти символов.
  - \* Все файлы, начинающиеся с символа А, имеющие в расширении три символа, последний символ Т.
  - \* Все файлы созданные в программе Paint.
  - \* Все файлы, начинающиеся с буквы О.
  - \* Графический файл, начинающийся на букву Т.

Сколько найдено файлов в каждом из случаев, какого они типа, в каких программах созданы.

2. Найдите файлы созданные сегодня, вчера, за последнюю неделю.

3. Отчитайтесь по проделанной работе преподавателю.

### Программа Проводник. Панель управления.

#### Задание:

1. Запустите программу Проводник.
2. Измените Вид правой панели с помощью меню, а затем Панели инструментов на: мелкие значки; крупные значки; таблицу; список.
3. Пользуясь панелью инструментов, откройте все папки, содержащие вложенные папки; переходя по уровням, проследите, как меняется содержимое правой панели.
4. Создайте в папке **PRIEMNIK** папку с именем **GROUP**.
5. Переименуйте **GROUP** в **GROUP1**.
6. Скопируйте папку **GROUP1** на диск С.
7. Откройте папку **ISTOK**.
8. Отсортируйте файлы по имени, размеру, дате.
9. Очистите список документов в Главном меню.
10. Создайте новый подпункт Главного меню, с именем *Графический растровый редактор*.
11. Установите для мыши шлейф.
12. Включите заставку:
  - МЕТАМОРФОЗЫ, параметры – пружина, клетка, время – 1 минута.
  - ОБЪЕМНЫЙ ТЕКСТ, текст «», параметры по желанию.
  - Выберите цветовую гамму оформления ель, клен, пустыня, стандартная.

### **Тема. Табличный процессор WORD**

#### Задания к лабораторной работе:

### ОСНОВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ WORD

Команда **Файл/Параметры страницы** задает размер бумаги, ориентацию, отступы, размер колонтитулов.

Различают логическую и физическую страницы. Физическая страница (или размер бумаги) обычно имеет стандартный размер. Логическая страница образуется на поле физической за вычетом отступов.

**Формат/Шрифт** задает размер, цвет, имя шрифта, расстояние между буквами.

## Задание 1

Создайте следующий текст:

*Математическое моделирование (численное исследование)*

Существует два класса методов моделирования – физическое и математическое. В работе рассматривается математическое моделирование. Методы математического моделирования распадаются на три большие группы:

- 1) *аналитические;*
- 2) *численные;*
- 3) *комплексные.*

Методы разных групп различаются типами, способами и сложностью математического аппарата, используемого для решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), описывающих физический процесс.

С появлением электронных вычислительных машин широко доступным стало непосредственное применение разнообразных численных методов для решения ДУЧП с целью правильного и точного моделирования задач механики и гидравлики.

Задание:

- Заголовков выровнен по центру, шрифт - Courier New, 12пт, курсив;
- Сделать первую букву абзаца («С») – *буквицей*;
- Основной текст – шрифт Times New Roman, 14пт интервал: межстрочный – полуторный, цвет – синий;
- Первый абзац выровнен по левому краю, второй - по ширине, третий – по правому краю;
- Установите в одном из абзацев *разреженный* текст (4 пт), в другом – *уплотненный* (1 пт);
- Нумерованный список – шрифт Monotype Corsiva, полужирный, курсив;
- Анимация последней строки – мерцание;
- Выделите слово «моделирование». Переведите его в нижний индекс, а слово «процесс» – в верхний индекс.
- Заменить слово «задач» на «пример», используя, пункт меню Правка.

## Задание 2

Задание: Создайте следующую таблицу:

- текст таблицы – шрифт 14пт; заливка первой строки таблицы – серый 15%;
- заливка первого столбца - желтый цвет;
- двойное обрамление всей таблицы, объедините соответствующие ячейки;
- обратите внимание на обрамление всей таблицы и некоторых ее ячеек;

Отчет о доходах и расходах предприятия «Восход»

Показатель	месяц		
	Июнь	Июль	Август
Валовая выручка	150,16	169,95	198,82
Налог на добавленную стоимость			
Выручка от реализации			
Затраты на производство продукции	90,86	120,99	157,16
В том числе: Заработная плата	600	600	600
Арендная плата	2,5	2,5	2,5
Аренда оборудования	1,5	1,5	1,5
Валовая прибыль			
Облагаемый доход			
Налог на доход предприятия			
Чистый доход предприятия			

Ввести формулу для расчета:

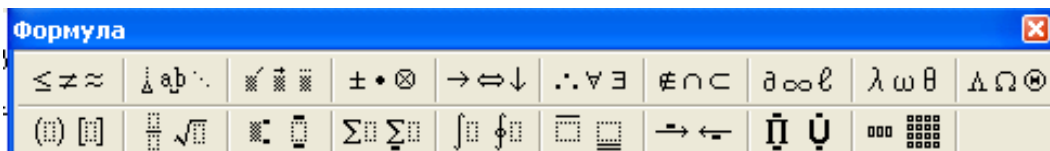
- Налога на добавленную стоимость (НДС): Валовая выручка \* коэффициент НДС (20%);
- Выручка от реализации: Валовая выручка – НДС;
- Валовая прибыль: Выручка от реализации – Затраты на производство продукции;
- Облагаемый доход: сумма валовой прибыли и заработной платы;

- Налог на доход предприятия: 22% от облагаемого дохода;
- Чистый доход предприятия: валовая прибыль – налог на доход предприятия.

### Задание 3

Создайте приведенные ниже формулы:

(редактор формул вызывается командой Вставка/Объект/Equation или значком на панели инструментов



$$a) B_z = \frac{\mu_0 I r_0^2}{2} \left[ \frac{1}{(z^2 + r_0^2)^{3/2}} + \frac{1}{((z - d)^2 + r_0^2)^{3/2}} \right]$$

$$b) \omega = \sqrt{\frac{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^{-2})^{x^2}}{\int_0^x \frac{\sin t}{1 + \cos^2 t} dt}} \cdot \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{n^2}$$

Задание:

Скопировать таблицу на третью страницу.

Пронумеровать страницы документа: выравнивание от центра, внизу.

Задать колонтитул:

- для первой страницы «Данный документ подготовлен в редакторе Word»;
- для четной страницы «ФИО»;
- для нечетной страницы «Документ создан ... (вставить текущую дату)».

### Задание 4

Различают три вида списков (Формат/Список): маркированный, нумерованный, многоуровневый.

Команда Вставка/Символ позволяет писать:

- греческие буквы Symbol  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$
- графические знаки Webdings

Создайте следующий список, соблюдая все элементы форматирования:

- Заголовки выровнены по центру, размер шрифта (18пт), полужирный, курсив.
- Маркированный список - размер шрифта (14пт), курсив, цвет шрифта коричневый, выровнен по левому краю.
- Нумерованный список - размер шрифта (12пт), курсив, цвет шрифта сиреневый, подчеркнутый, выровнен по центру.
- Нумерованный список - размер шрифта (16пт), курсив, цвет шрифт синий, контур, выровнен по правому краю.
- Маркированный список - размер шрифта (14пт), курсив, цвет шрифта фиолетовый, выровнен по левому краю, двойное зачеркивание.

Многоуровневый список - размер шрифта (18пт), курсив, цвет шрифта зеленый, выровнен по левому краю.

### **Системы счисления:**

- *Понятие системы счисления*
- *Непозиционные системы счисления*
- *Позиционные системы счисления*





### **Базовая структура персонального компьютера:**

- i. Элементы системного блока*
- ii. Микропроцессор*
- iii. Блок питания*
- iv. Контроллеры*

### **Компьютерные сети:**

- a) Локальные компьютерные сети*
- b) Глобальные компьютерные сети*

### **Работа в сети:**

- ~~ *Электронная почта*~~
- ~~ *Почтовые серверы – файлы почтой*~~
- ~~ *World Wide Web – паутина, которая соединяет*~~
- ~~ *Работа с FTP*~~

### **Массивы и пользовательские типы данных:**

- a.1.1.1.1. Одномерные массивы*
- a.1.1.1.2. Двумерные массивы*
- a.1.1.1.3. Символьные массивы*

### **Задание 5**

Используя, **Автофигуры** и **WordArt** создайте следующие объекты.

### **Задание 6**

Оформите фрагмент стихотворения по образцу:

**Октябрь уж наступил,  
Уж роща отряхнет  
Последние листья  
С нагих своих ветвей.**

**Дохнул осенний хлад,  
Дорога промерзает,  
Журча, еще бежит  
За мельницу ручей.**

### **Тема. Электронная таблица EXCEL**

#### Задания к лабораторной работе:

Запустите программу **Microsoft Excel**

### **Задание 1**

1. Назовите **Лист 1** – “**Прайс** – лист фирмы «Альфа»”.

Заполните на листе следующую таблицу

Прайс-лист					
Наименование товара	Цена за штуку, руб.	Количество, штук	Скидка	Стоимость без скидки	Стоимость со скидкой
Телевизор	7650	8	3%		
Магнитофон	4500	12	0%		
Компьютер	31000	5	0%		
Принтер	6100	5	2%		
Сканер	3200	2	0%		
Дискета	15	570	5%		
Телефон Sony	6400	15	15%		
Монитор LG	7800	25	5%		
Итого:					

а) Выделите заголовки столбцов жирным шрифтом, наименование товара выделить шрифтом синего цвета.

б) Выделите с помощью условного форматирования в таблице те товары, стоимость которых превышает 8000 рублей.

## 2. Автозаполнение

Введите следующую таблицу, используя **маркер автозаполнения**. Установите ширину столбцов, чтобы был виден весь текст.

Ведомость				
1	сентябрь	зачет	хорошо	45
2	октябрь	экзамен	удовлетворительно	48
3	ноябрь	зачет	отлично	51
4	декабрь	экзамен	неудовлетворительно	54
5	январь	зачет	хорошо	57
6	февраль	экзамен	удовлетворительно	60
7	март	зачет	отлично	63

3. **Автозамена**. Вызовите команду **Сервис** → **Автозамена**. Убедитесь, что отмечена галочкой опция «заменять при вводе». В поле **Заменить**: введите **ФА**, а в поле **На**: введите **фирма «Альфа»**. Чтобы получить результат, выделите, любую пустую ячейку, введите **ФА**, и нажмите клавишу **Enter**.

## Задание 2

Создайте прейскурант для пересчета цен товаров в рублях на доллары в соответствии с текущим курсом доллара.

Прейскурант		
<b>Курс пересчета</b>	1 у.е.	
<b>Наименование товара</b>	<b>Цена (руб.)</b>	<b>Цена (у.е)</b>
дискета		
клавиатура		
...		

- Лист 2 переименуйте в Задание 2.
- Заполните таблицу данными: Наименование товара (10), цена, курс доллара.
- Рассчитайте «Цена (у.е)», используя в формуле абсолютную ссылку.
- Задайте форматирование таблицы.
- Добавьте одну строку для заголовка. Придумайте заголовок для таблицы.

## Задание 3

Рабочий лист должен содержать сводную ведомость студенческих оценок по итогам сессии. Если экзамены сданы без троек, то соответствующая ячейка таблицы должна подсвечиваться зеленым цветом, если у студента остались задолженности – красным.

1. Выберите новый рабочий лист и переименуйте его как «Ведомость».

2. В первую строку введите:



Ф.И.О	Математика	Информатика	История	Средний балл	Стипендия	Доплата
<b>1-10</b>						

3. Заполните таблицу. Экзаменационные оценки должны изменяться от 2 до 5 баллов.

4. Значение фиксированной доплаты – 200р.

5. Посчитайте средний балл каждого студента.

6. Найдите стипендию: если студент имеет средний балл больше или равный 4, то стипендия равна 500 руб. + фиксированная доплата, иначе 100 руб. + фиксированная доплата.

7. В конце ведомости посчитайте количество 5, 4, 3, 2 по каждому предмету (функция СЧЕТЕСЛИ).

8. Вычислите средний балл группы.

9. Задайте условное форматирование для студентов: (Формат → Условное форматирование). Если оценка больше 3, то фон ячейки – светло-зеленый; а если оценка меньше или равна 3, то фон ячейки – красный.

10. По данным ведомости построить гистограмму.

11. Для предмета «Информатика» построить круговую диаграмму.

#### Задание 4

**Постройте точечную диаграмму функций:**

- $y=x^2$  и  $y=x^3$  в интервале от -4 до 4 с шагом 0,1;
- $y=\arctg(x)$  в интервале от -3 до 3 с шагом 0,5;
- $y=\sqrt{x}$  в интервале от 0 до 4 с шагом 0,2;
- $y=\cos(x)$  в интервале от 0 до 6,3 с шагом 0,1;
- $y=2x^2-2$  в интервале от -10 до 10 с шагом 0,4;
- $y=\sin x \cdot \cos^2 x$  в интервале от 0 до  $\pi$  с шагом 0,1;

#### Задание 5

**В ячейках A1, B1 и C1 поместите 3 произвольных числа.**

Если сумма этих чисел превышает их произведение, то в ячейку D1 выведите абсолютное значение разности содержимого этих ячеек, в противном случае – корень из их произведения.

Если модуль разности этих чисел превышает 20, то в ячейку D2 выведите их среднее арифметическое, в противном случае – их произведения.

Если модуль их суммы меньше либо равен их среднему арифметическому, то в ячейку D3 выведите их среднее геометрическое, в противном случае – сумму квадратов этих чисел.

Если среднее арифметическое первых двух чисел больше третьего, то в ячейку D4 выведите слово «Больше», иначе «Меньше».

Если их среднее арифметическое превышает их разность, то в ячейку D5 выведите их среднее геометрическое, в противном случае – абсолютное значение их суммы.

#### Задание 6

1. Ученики сдают зачет, который предусматривает систему оценивания «зачет» и «незачет». Оценка «зачет» ставится, если из 10 вопросов ученики, верно, ответили больше чем на половину вопросов, т.е. на 6, в противном случае ставится оценка «незачет». Надо автоматизировать процесс выставления зачета.

	А	В	...	К	Л	М
1	Фамилия	Вопрос 1	...	Вопрос 10	Общая сумма	Зачет/незачет
2			...			
3			...			
4			...			
5			...			
6			...			

2. Пять абонентов звонят из города А в город Б. Если телефонный междугородный звонок был произведен в выходные дни (суббота, воскресенье), или в праздничные дни, или в будние дни с 20 часов вечера до 8 часов утра, то он рассчитывается по льготному тарифу со скидкой 50%, во все оставшееся время льготы нет. Подсчитать, сколько каждый из абонентов должен заплатить за переговоры.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Полный тариф	9	Льготный тариф (руб.)	4,5			

	(руб. за мин)		за мин)				
2	Фамилия	Дата переговоров	День недели	Праздник	Время начала переговоров	Длительность переговоров	Оплата
3	Зверева	1.05	среда	да	12	7	
4	Сомов	12.07	четверг	нет	21	6	
5	Котова	13.09	пятница	нет	4	10	
6	Ильин	17.09	вторник	нет	11	20	
7	Яцков	14.10	суббота	нет	18	15	
8	Львов	15.10	воскресенье	нет	22	3	

3. Покупатель магазина получает скидку 3%, если у него есть дисконтная карта или если общая стоимость его покупки превышает 5000 рублей. Определить, сколько заплатили покупатели за свои покупки.

4. Ввести в ячейки значения X: 10,16, ..., (15). Определить истинно ли данное выражение для каждого значения X:  $X > 40$ ,  $0 < X < 51$ .

5. Определить остаток от деления на 5, 9, 11 следующих значений: 49, 51, 103, 1028, 1354.

### Задание 7

**Работа с электронной таблицей как с базой данных**

**Задание 1.** Заполните таблицу, содержащую информацию о планетах солнечной системы.

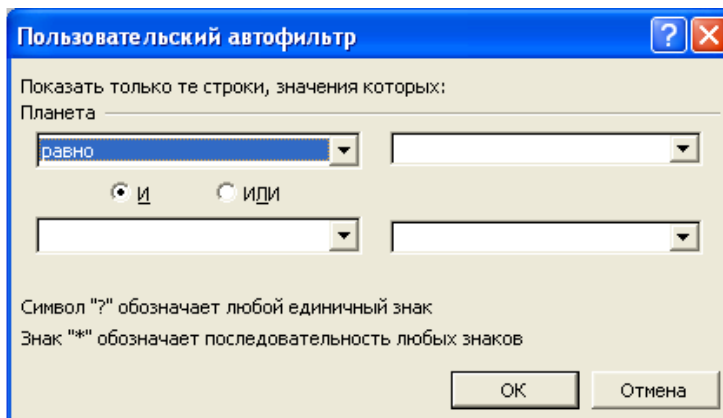
	A	B	C	D	E	F
1	Планеты солнечной системы					
2	Планета	Период год	Расстояние, млн. км	Диаметр, тыс. км	Масса $10^{24}$ км	Спутники
3	Солнце	0	0	13929	2000000	0
4	Венера	0,615	108	12,1	4,86	0
5	Меркурий	0,241	58	4,9	0,32	0
6	Земля	1	150	12,8	6	1
7	Марс	1,881	288	6,8	0,51	2
8	Юпитер	11,86	778	142,6	1906,98	16
9	Сатурн	29,46	1428	120,2	570,9	17
10	Уран	84,01	2869	49	87,24	14
11	Нептун	164,8	4496	50,2	103,38	2
12	Плутон	247,7	5900	2,8	0,1	1

### Фильтрация данных

Команды **ДАННЫЕ** → **ФИЛЬТР** позволяют выделять (фильтровать) нужные записи. Фильтрация возможна как через автоматический фильтр **АВТОФИЛЬТР**, так и через **РАСШИРЕННЫЙ** - ручной.

#### Автофильтр

При использовании Автофильтра необходимо поместить курсор в область, содержащую базу данных или выделить ее. Затем нужно выполнить команды: **ДАННЫЕ** → **ФИЛЬТР** → **АВТОФИЛЬТР**. На именах полей появятся кнопки с изображением стрелок вниз. Нажимая на кнопки, можно задавать критерии фильтрации. Для одного поля могут быть заданы два условия одновременно, связанные логическим **И** или **ИЛИ**.



**Задание 2.** С использованием Автофильтра осуществить поиск:

1. планет, начинающихся на букву "С" или букву "Ю" с массой менее  $600 \cdot 10^{24}$  кг.
2. осуществите поиск планет, имеющих экваториальный диаметр менее 50 тыс. км и массу менее  $4 \cdot 10^{24}$  кг;
3. осуществите поиск планет, находящихся от Солнца на расстоянии не менее 100 млн. км, имеющих массу в диапазоне от  $3 \cdot 10^{24}$  до  $500 \cdot 10^{24}$  кг, а также не более 2 спутников.

### Сортировка данных

Для выполнения сортировки необходимо выделить область базы данных.

Необходимо указать метод сортировки: по возрастанию или по убыванию. После указанных действий база будет упорядочена. Символьные поля упорядочиваются в алфавитном порядке.

- Отсортируйте данные в таблице в порядке убывания количества спутников.
- Отсортируйте данные в таблице в алфавитном порядке названий планет.
- Отсортируйте данные в порядке возрастания их расстояния от Солнца.

## ХИИ. КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### 1 семестр

**Тема 1.** Основные математические структуры.

1. Даны два множества:  $A = \{x \mid x > 2\} = (2; +\infty)$ ,  $B = \{x \mid x < 3\} = (-\infty; 3)$ . Найти:  $A \cup B$ ,

$A \cap B$ .

2. Даны множества:  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ ,  $B = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ,  $D = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ ,  $C = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ .

Найти: 1)  $A \cup B \cup C \cup D$ ;

2)  $A \cap B \cap C \cap D$ ;

3)  $(A \cup B) \cap (C \cup D)$ ;

4)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

3. Решите задачу: Из 220 студентов 163 играют в футбол, 175 – в баскетбол, 24 не играют в эти игры. Сколько студентов одновременно играют в баскетбол и футбол?

4. Множества  $A$  и  $B$  являются подмножествами множества  $E$ . Указать штриховкой множества:

a)  $A \cup \bar{B}$ ,  $\overline{A \cup B}$

b)  $\overline{A \cup B}$ ,  $\overline{A \cap B}$

5. Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили на выбор 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

6. Сколькими способами можно расставить на книжной полке десятитомник произведений Д. Лондона, располагая их в произвольном порядке.

7. В группе 15 студентов - 5 из них, выйдя из аудитории на перерыв, стоят вместе и беседуют. Порядок, в котором они стоят несуществен. Сколько в данном случае возможно комбинаций?

8. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз.

9. Четыре человека случайно отбираются из 10 согласившихся участвовать в интервью для выяснения их отношения к продукции фирмы по производству питания. Сколько существует различных способов составления таких групп?

10. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

11. Составить различные сочетания по два из элементов множества  $A = \{3; 4; 5\}$  и подсчитать их число.

12. Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивно класса для участия в эстафете надо составить три команды, каждая из которых состоит из мальчика и девочки. Сколькими способами это можно сделать?
13. Владимир хочет пригласить в гости троих из семи своих лучших друзей. Сколькими способами он может выбрать приглашенных?
14. В цветочном киоске 7 видов цветов. Сколькими разными способами можно составить букет, содержащий три цветка?
15. В комнате имеется 7 стульев. Сколькими способами можно разместить на них 7 гостей?

## Тема 2. Вероятность.

### Случайные события:

1. На 5 карточках разрезной азбуки изображены буквы Е, Е, Л, П, П. Ребенок случайным образом выкладывает их в ряд. Какова вероятность того, что у него получится слово «ПЕПЕЛ»?
2. В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее наудачу вынимают (без возврата) 2 шара. Какова вероятность того, что они оба будут разных цветов.
3. На складе имеется 15 кинескопов, причем 10 из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, что среди 5 взятых наудачу кинескопов окажутся 3 кинескопа Львовского завода.
4. В урне 6 белых, 5 черных и 4 красных шара. Найти вероятность того, что при первом испытании появится красный шар, при втором белый, при третьем черный шар.
5. Из колоды в 52 карты вынимается одна карта. Какова вероятность того, что будет вынута карта черви или шестерка?
6. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Чему равна вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей три окажутся стандартными.
7. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели для каждого стрелка равна соответственно 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что:
- только один стрелок поразит цель;
  - только два стрелка поразят цель;
  - все три стрелка поразят цель;
  - хотя бы один стрелок поразит цель.
8. В среднем 20% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене:
- будет продано менее 2-х пакетов;
  - будет продано не более 2-х пакетов;
  - будет продано хотя бы два пакета;
  - ровно два пакета.
9. На елочный базар поступают елки с трех лесхозов, причем первый лесхоз поставил 50% елок, 2-й - 30%; 3-й - 20%. Среди елок 1-го лесхоза 10% голубых, 2-го - 20%, 3-го - 30%. Куплена одна елка. Она оказалась голубой. Какова вероятность, что она поставлена 2-м лесхозом?
10. Имеются 4 урны. В первой урне 1 белый и 1 черный шар, во второй - 2 белых и 3 черных шара, в третьей - 3 белых и 5 черных шара, в четвертой - 4 белых и 7 черных шара:  $P(B_1) = \frac{1}{10}$ ,  $P(B_2) = \frac{1}{5}$ ,  $P(B_3) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B_4) = \frac{2}{5}$ . Выбирают наугад одну из урн и вынимают из нее шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
11. В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.
12. В студенческой группе (12 девушек и 8 юношей) разыгрываются 5 зарубежных путевок. Какова вероятность того, что путевки получают 3 девушки и 2 юноши?
13. Ведутся поиски четырех преступников. Каждый из них независимо от других может быть обнаружен в течение суток с вероятностью 0,5. Какова вероятность того, что в течение суток будет обнаружен хотя бы один преступник?
14. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная = 0,8; а второго - 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) - стандартная.

15. На 10-ти одинаковых карточках написаны буквы А,А,А,Т,Т,М,М,И,Е,К. Карточки перемешивают и раскладывают наугад в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «математика».

**Случайные величины:**

1. Монета бросается три раза. Случайная величина  $X$  – число выпавших гербов. Найти:

- ряд распределения;
- построить многоугольник распределения;
- функцию распределения.

2. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.

3. Вероятность попадания в цель при стрельбе из орудия равна 0,6. Найти математическое ожидание общего числа попаданий, если будет произведено 10 выстрелов.

4. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	1	2	3	4
P	0,08	0,40	0,32	0,2

Найти:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

5. В результате проведенных испытаний установлено распределение дискретной случайной величины  $X$ :

X	54	56	58	60
P	0,2	0,4	0,3	0,1

Найти:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $M(2X)$ ,  $D(4X)$ . Составить функцию  $F(x)$ , построить ее график.

**Тема 3. Математическая статистика.**

1. Имеются данные о годовой мощности предприятий цементной промышленности в 1996г.

Предприятия с годовой мощностью, тыс.т.	Количество предприятий
До 500	27
500 – 1000	11
1000 – 2000	8
2000 – 3000	8
Свыше 3000	2

Найти:

- построить гистограмму, кумуляту;
- рассчитать среднюю мощность предприятий;
- дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

2. Число пассажиров компании «Донские авиалинии» одного из рейсов на рейсах между Ростовом и Москвой за 30 дней между апрелем и маем текущего года составило 128, 121, 134, 118, 123, 109, 120, 116, 125, 128, 121, 129, 130, 131, 127, 119, 114, 124, 110, 126, 134, 125, 128, 123, 128, 133, 132, 136, 134, 129. Составить вариационный ряд. Чему равно среднее число пассажиров в рейсе? Рассчитайте дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

3. Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 3$ . Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания  $a$  при  $\bar{x} = 4,1$ , если объем выборки  $n=36$  и задана надежность оценки  $\gamma = 0,95$ .

4. По 15 равноточным измерениям найдено среднее квадратическое отклонение  $s=0,12$ . Найти точность измерений с надежностью 0,99.

5. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочной средней равна  $\delta = 0,3$ , если известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1,2$  нормально распределенной генеральной совокупности.

6. По данным выборки объема  $n=16$  из генеральной совокупности найдено среднее квадратическое отклонение  $s=1$  нормально распределенного количественного признака. Найти достоверный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,95.

7. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1=11$  и  $n_2=14$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $S_X^2 = 0,76$  и

$S_y^2 = 0,38$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X)=D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X)>D(Y)$ .

8. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 5,2$  извлечена выборка объема  $n=100$  и по ней найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 27,56$ . Требуется при уровне значимости  $0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: a=a_0=26$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a \neq 26$ .

9. При выборке объема  $n=16$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочная средняя  $\bar{x} = 118,2$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s=3,6$ . Требуется при уровне значимости  $0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: a=a_0=120$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: a < a_0 = 120$ .

10. По 100 независимым испытаниям найдена относительная частота  $\frac{m}{n} = 0,14$ . При уровне значимости  $0,05$  требуется проверить нулевую гипотезу  $H_0: p=p_0=0,20$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: p \neq 0,20$ .

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Вычислить производную:

a)  $y = 5 \sin x + 3 \cos x$

b)  $y = 5 + 7 \cos(x^2 + 5x)$

c)  $y = 5(\operatorname{tg} x - x)$

d)  $y = 2^{x^2}$

e)  $y = x^2 e^x$

f)  $y = x^4 \operatorname{arctg} x$

g)  $y = \frac{\arcsin x}{x}$

h)  $y = (5x^3 + 4)^5$

i)  $y = \sin^6 \frac{x}{5}$

j)  $y = \ln(x^2 + 5x - 6)$

k)  $y = \sqrt{1 - 3x^2}$

l)  $y = \frac{7}{x^3}$

m)  $y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$

n)  $y = x^2 \operatorname{arctg} x + \ln 5x - \arccos 2x$

g)  $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^4$

2. Составить уравнение касательной и нормали к кривым в указанных точках:

a)  $y = 2x^3 - 4x^2 - 5x - 3, x_0 = 2$ ; b)  $y = \frac{2x+3}{2x-1}, x_0 = 0$ ; c)  $y = \ln(1+x), x_0 = 0$

3. Найти угол между кривыми: a)  $y = x^2 + 5x - 1$  и  $y = x^2 + 4$ ; b)  $y = x^3$  и  $y = \frac{1}{x^2}$

4. Исследовать функцию и построить график:  $y = \frac{3x^3}{x^2 - 9}$

### Тема 4. Неопределенный и определенный интегралы

1. Вычислить:

1.  $\int \frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{x}} dx$

2.  $\int \frac{dx}{1-10x}$

3.  $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$

4.  $\int 7^{x^3+4} \cdot x^2 dx$

5.  $\int \sin \frac{x}{5} dx$

6.  $\int \frac{\ln x + 1}{x} dx$

7.  $\int x \cdot e^{2x} dx$

8.  $\int \frac{x dx}{\cos^2(4-3x^2)}$

9.  $\int x^2 \sin 9x dx$

2. Вычислить определенный интеграл:

a)  $\int_0^2 x e^{2x} dx$

b)  $\int_{-1}^1 5^{2x} dx$

c)  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж:  $y=4x^2$ ,  $y=x^2-2x$ .

### Тема 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Решить дифференциальное уравнение:

$$x^2 \cdot y' + y = 0$$

$$(x^2 \cdot y - y)y' + xy^2 = 0$$

$$x \cdot y \cdot y' = 1 - x^2$$

$$y \cdot y' = \frac{1 - 2x}{y}$$

$$y' \cdot \operatorname{tg} x - y = a$$

$$\ln(\cos y)dx + x \cdot \operatorname{tg} y dy = 0$$

$$(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения:  $y' = x \cdot (y + 1)$ ,  $y(1) = 0$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения:  $x \cdot y' = \frac{y}{\ln x}$ ,  $x_0 = e$ ,  $y_0 = 1$

### Тема 6. Числовые ряды

Определить сходимость числовых рядов:

1).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 + 1}$ ;

2).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5 + 1}$ ;

3).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 - 2n}$ ;

4).  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^n$ ;

5).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n-1}$ ;

6).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4-3n}$ ;

7).  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^n}$ ;

8).  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n+1}$ ;

## IX. КОМПЛЕКТ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Тема 1. Основные математические структуры.

1. Даны числовые множества:  $A = (2; +\infty)$ ,  $B = (-\infty; 3)$ . Найти  $A \setminus B$ .

2. Решите задачи:

а)  $A$  – множество целых чисел,  $B$  – множество чисел кратных двум,  $C$  – множество чисел, делящихся на 10. Верно ли, что  $B \cap D = C$ ,  $B \cup D = A$ ,  $C \subset B \subset A$ .

б) В группе из 40 студентов 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько студентов умеют плавать и играть в шахматы?

3. Определить множества значений  $x$ , удовлетворяющих следующим условиям:

а)  $(x^2 + 1) \leq 17$

б)  $x^2 - 2x + 7 > 0$

4. Найти  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \cap B \cap C$ ,  $(A \cup B) \cap C$  и изобразить эти множества на координатной прямой:

а)  $A = [0; 3]$ ,  $B = (1; 5)$ ,  $C = (-2; 0]$

б)  $A = (-\infty; 1]$ ,  $B = [1; +\infty)$ ,  $C = (0; 1)$

5. В группе 25 студентов, 7 из них на перерыве отправились в буфет. Сколько всевозможных способов можно составить из 25 по 7?

6. Сколькими способами можно выбрать один цветок из корзины, в которой имеется 12 гвоздик, 15 роз и 7 хризантем.

7. Сколькими способами 3 награды (за I, II, III места) могут быть распределены между 10 участниками соревнований?

8. Составить различные перестановки из элементов множества  $A = \{5; 8; 9\}$ .

9. Из 20 рабочих нужно выделить 6 для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать.

10. Согласно древнему обычаю, самый главный праздник в Брюкове – День Брюквы, проводится за счет средств городского бюджета и празднуется столько дней, сколько депутатов проголосует за то, чтобы праздник состоялся. Из десяти депутатов «за» проголосовали семь. Каково число всех возможных вариантов голосования?

11. Выпишите все перестановки из букв a, b, c.

12. На трех карточках написаны буквы Р, А, К. Сколько различных слов можно составить, если словом считается любой набор из двух букв? Запишите эти слова.

13. На окружности выбрано 7 точек. Сколько можно построить треугольников с вершинами в этих точках?

**Тема 2. Вероятность.**

**Случайные события:**

1. В магазин поступило 30 новых цветных телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. На удачу отбирается 1 телевизор для продажи. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?

2. Слово «керамит» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 4 карточки. Какова вероятность того, что эти 4 карточки составят слово «река»?

3. Брошены 2 игральные кости. Найти вероятность следующих событий:

- Сумма выпавших очков равна 7;
- Сумма выпавших очков равна 5, а произведение 4.

4. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченных номерами 1-10. Наудачу извлечены 6 деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей окажутся:

- Деталь №1,
- Детали №1 и №2.

5. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины?

6. В торговую фирму поставляют телевизоры тремя фирмами в соотношении 3:2:3. Телевизоры, поступающие от этих фирм, не требуют ремонта в течение гарантийного срока 96%; 92%; 94%. Найти вероятность того, что купленный наудачу телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

7. Детали, изготавливаемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым - 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

**Случайные величины:**

1. В доме 3 лифта. Вероятность выхода из строя каждого из них равна 0,7. Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа вышедших из строя лифтов в течение дня. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ . Составить функцию  $F(x)$ , построить ее график.

2. Найти дисперсию случайной величины  $X$ , которая задана следующим законом распределения:

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

3. Производятся 10 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события равна 0,7. Найти дисперсию случайной величины  $X$  – числа появлений события в этих испытаниях.

**Тема 3. Математическая статистика.**

1. Имеются выборочные данные о числе сделок, заключенных брокерскими фирмами и конторами города в течение месяца.

Число заключенных сделок	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90
Число брокерских фирм и контор	20	18	12	5

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднее число заключенных сделок, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

2. Имеются выборочные данные о стоимости потребительской корзины из 19 основных продуктов по городам Ростовской области.

Стоимость потребительской корзины, тыс. руб.	196	208	216	222	227	240
Число городов области	2	3	4	4	5	7

Постройте полигон распределения частот. Найдите среднюю стоимость потребительской корзины в выборке, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.



3. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 5$ , выборочная средняя  $\bar{x} = 14$  и объем выборки  $n=25$ .

4. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней  $\delta = 0,2$ , если известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности  $\sigma = 1,2$ .

5. По данным выборки объема  $n=10$  из генеральной совокупности найдено среднее квадратическое отклонение  $s=5,1$  нормально распределенного количественного признака. Найти достоверный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,999.

**Тема 4. Неопределенный и определенный интегралы**

1. Вычислить неопределенный интеграл:

a)  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$

d)  $\int \frac{2x dx}{x^2 + 5}$

b)  $\int \frac{\cos x dx}{\sin^4 x}$

e)  $\int \arcsin 4x dx$

c)  $\int \sqrt{5 - 2x} dx$

2. Найти площадь фигуры ограниченной линиями:  $x = \sqrt{y}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 4$

3. Вычислить определенный интеграл:

a)  $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{x+10}{x+2} dx$

c)  $\int_1^3 x^2 \ln(x) dx$

**Тема 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

1. Найти общее решение уравнения:  $(1 + y^2) \cdot y' = xy$

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' = \frac{x+8y}{8x+y}$ ,  $xy' + x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанному начальному условию:  $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 8x$ ,  $y(0) = 1$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка:  $y'' \cdot \operatorname{tg} x = y' + 1$

### **X. КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

**Тема 1. Основные математические структуры.**

#### **Вариант 1**

1. Даны множества:  $A = \{2; 3; 4; 7; 8; 9\}$ ,  $B = \{1; 3; 5; 6; 7; 10\}$ ,  $C = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ . Найти: 1)  $A \cup B \cup C$ ;  
2)  $B \cap C$ ; 3)  $A \setminus B$ .

2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз.

3. У сборщика имеется 3 конусных и 6 эллиптических валиков. Сколькими способами он может выбрать один валик?

4. Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.

5. На 8 вакантных мест по определенной специальности претендуют 14 безработных, состоящих на учете в службе занятости. Сколько возможно комбинаций выбора 8 из 14 безработных?

#### **Вариант 2**

1. Даны множества:  $B = \{2; 4; 5; 6; 7; 8; 10\}$ ,  $D = \{1; 3; 4; 5; 6\}$ ,  $C = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ . Найти: 1)  $B \cap C \cap D$ ; 2)  $C \cup D$ ; 3)  $B \setminus D$ .

2. Имеется 5 билетов денежно-вещевой лотереи, 6 билетов спортлото и 10 билетов автоматолотереи. Сколькими способами можно выбрать один билет из спортлото или автоматолотереи?
3. Сколькими способами можно выбрать 3-х кандидатов на одну должность из 12 кандидатов на эту должность?
4. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?
5. Для доступа в компьютерную сеть операторы необходимо набрать пароль из 5 цифр. Сколько всевозможных комбинаций он может составить для набора пароля при условии, что цифры не повторяются?

## **Тема 2. Вероятность.**

### **Случайные события:**

#### **Вариант 1**

1. Что называется испытанием и событием? Приведите примеры.
2. Какое событие называется случайным? Приведите примеры.
3. Какое событие называют невозможным? Приведите примеры.
4. Запишите формулы для вычисления: размещения, сочетания, перестановки без повторения.
5. В урне 4 белых, 5 красных и 3 черных шара. Из урны извлекается один шар. Какова вероятность того, что он будет красным или черным.
6. У сборщика имеется 5 конусных и 8 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков - конусный, а второй - эллиптический.
7. Опыт состоит в случайном извлечении карты из колоды в 52 карты. Чему равна вероятность того, что это будет или валет или карта масти трэф?
8. Два стрелка независимо друг от друга стреляют в цель. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8; вторым – 0,7. Какова вероятность того, что: а) оба попадут в цель; б) хотя бы один попадет.

#### **Вариант 2**

1. Какое событие называется достоверным? Приведите примеры.
2. Какое событие называется совместным? Приведите примеры.
3. Какие события называются несовместными? Приведите примеры.
4. Дайте определение классической вероятности события.
5. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели для каждого стрелка равна соответственно 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что: а) только один стрелок поразит цель; б) все три стрелка поразят цель.
6. В урне 4 белых и 5 черных шара. Из нее вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые. Рассмотреть выборку: с возвращением.
7. В группе 8 человек, говорящих только на немецком языке, и 6 человек – только на финском. Какова вероятность того, что из двух наудачу выбранных людей оба говорят на одном языке.
8. В урне 4 белых и 4 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при первом испытании (событие А), а при втором извлечен черный шар (событие В).

### **Формулы (полной вероятности, Бернулли, Байеса)**

#### **Вариант 1**

1. Теорема сложений для совместных событий.
2. Теорема умножений для независимых событий.
3. В среднем 30% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано менее 3-х пакетов.
4. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.
5. 45% телевизоров, имеющихся в магазине, изготовлены на первом заводе, 15% – на втором, остальные – на третьем заводе. Вероятности того, что телевизоры, изготовленные на этих заводах, не

потребуется ремонта в течение гарантийного срока, равны 0,96, 0,84, 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что купленный наудачу телевизор выдержит гарантийный срок работы.

### Вариант 2

1. Теорема сложений для несовместных событий.
2. Теорема умножений для зависимых событий.
3. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Чему равна вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей три окажутся стандартными.
4. Завод выпускает за три декады месяца соответственно 20%, 30%, 50% задания, причем вероятности брака соответственно составляют 0,01; 0,012; 0,015. Найти вероятность того, что изделие выпущено в первой декаде, если в нем обнаружен дефект.
5. На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,25% брака, 2-й – 0,40%, 3-й – 0,60%. Какова вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 2000, со 2-го – 1500 и с 3-го – 1300 деталей?

### Случайные величины:

#### Вариант 1

1. Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5.

Необходимо:

- а) составить закон распределения общего числа попаданий;
  - б) построить многоугольник распределения;
  - в) найти интегральную функцию  $F(x)$ ;
  - г) построить график функции  $F(x)$ ;
2. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	1	2	3
P	0,5	0,4	0,1

Найти:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $M(2 \cdot X)$ ,  $\sigma(X)$ .

#### Вариант 2

1. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа мальчиков в семье из 4 детей.

Необходимо:

- а) построить многоугольник распределения;
  - б) найти интегральную функцию  $F(x)$ ;
  - в) построить график функции  $F(x)$ ;
2. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	2	3	4	5
P	0,3	0,4	0,2	0,1

Найти:  $M(X)$ ,  $M(\frac{2}{3} \cdot X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

### Тема 3. Математическая статистика

#### Вариант 1

1. Предположим, что на некотором предприятии собраны данные о числе дней, пропущенных работниками по болезни.

Число дней, пропущенных в текущем месяце	0	1	2	3	4	5
Число работников	10	17	25	28	30	27

Постройте полигон распределения частот. Найдите среднее число пропущенных дней, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

2. Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема  $n=16$  найдены выборочная средняя  $\bar{x} = 20,2$  и среднее квадратическое отклонение  $s=0,8$ . Оценить неизвестное математическое ожидание при помощи доверительного интервала с надежностью 0,95.

3. По данным выборки объема  $n=50$  из генеральной совокупности найдено среднее квадратическое отклонение  $s=14$  нормально распределенного количественного признака. Найти достоверный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,999.

## Вариант 2

1. Постройте гистограмму частот, найдите среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для данных о дневной выручке в магазине электроники.

Выручка, у.е.	0 – 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500	500 – 600	600 – 700
Число дн.	3	5	9	14	8	3

2. По данным девяти независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений  $\bar{x} = 42,319$  и среднее квадратическое отклонение  $s = 5$ . Оценить математическое ожидание (при неизвестном  $\sigma$ ) при помощи доверительного интервала с надежностью  $\gamma = 0,95$ .

3. Произведено 12 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем среднее квадратическое отклонение  $s$  случайных ошибок измерений оказалось равным 0,6. Найти точность прибора с надежностью 0,99. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

**Тема 4.** Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$  в точке  $M(1; -1)$ .

2. Построить график функции  $y = x^2 - 6x + 12$

3. Найти производные функций:

a)  $y = 2^{4x} \sin \frac{x}{2} + x^2 \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

c)  $y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x^2}} + 5^{\operatorname{ctg}(x^2+3x)} e^{\sqrt{\cos 3x}}$

b)  $y = \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\sqrt{\cos 5x}} + e^{\sqrt{\ln x}}$

d)  $\operatorname{arctg} y = x^2 y$

e)  $y^2 + 4xy^3 - x^2 = 0$

## XI. ТЕСТЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ

**Тема. Операционная система WINDOWS**

### Вариант 1

1. Windows – это ...

- a) оболочка операционной системы;
- b) драйвер;
- c) операционная система.

2. Укажите верное перечисление всех видов меню:

- a) главное меню, выпадающее меню, системное меню, меню кнопки Пуск;
- b) контекстное меню, системное меню, строка меню, меню объекта;
- c) системное меню, главное меню, строка меню, контекстное меню

3. Ярлык – это ...

- a) программа;
- b) объект;
- c) указатель на объект.

4. Проводник Windows предназначен для:

- a) для восстановления удаленной информации на компьютере;
- b) для ввода текстовой информации;
- c) для просмотра структуры папок и данных, и работы с ними.

5. Панелью инструментов называется:

- a) панель, содержащая значки и кнопки, предназначенные для открытия выпадающего меню;
- b) панель, содержащая значки и кнопки, предназначенные для быстрого доступа к наиболее часто используемым командам приложения;
- c) панель, содержащая значки и кнопки, предназначенные для использования команд отсутствующих во всех видах меню.

6. Папка – это:

- a) место для хранения программ, документов, дополнительных папок;
- b) поименованная область на диске для хранения информации;
- c) локальные сетевые диски и диски сетевых серверов.

7.К стандартным программам Windows относятся...

- a) Калькулятор, Word, Paint, Блокнот;
- b) Калькулятор, Блокнот, WordPad, Paint;
- c) Paint, Excel, Блокнот, Калькулятор.

8.Что такое операционная система:

- a) это устройство, содержащее в себе самые важные части компьютера;
- b) это программа, позволяющая вводить в компьютер изображения;
- c) это самая главная программа для компьютера, которая загружается при его включении.

9.Какие функции выполняет строка меню:

- a) обеспечивает доступ к большинству команд данного приложения;
- b) обеспечивает доступ к папкам и дискам на компьютере;
- c) нет такой строки.

10. Какие из указанных имен файлов записаны, верно:

- a) f#doc, dd.com, s&l.txt;
- b) f/.bat, res\*.xls, s??.sys;
- c) ss.bmp, awe.exe, rr.txt

## Вариант № 2

1.Файл – это ...

- a) информация, хранящаяся на магнитном диске;
- b) поименованная область на магнитном диске, где хранится информация;
- c) таблица кодов символов.

2.Какой интерфейс использует Windows:

- a) текстовый;
- b) программный;
- c) графический.

3.Что такое программа Поиск:

- a) программа осуществляет быстрый поиск папок и файлов на компьютере;
- b) программа осуществляет поиск и удаление файлов на компьютере;
- c) программа не осуществляет поиск на компьютере.

4.Главное меню предназначено для ...

- a) быстрого запуска программ, поиска файлов, обеспечения доступа к справке;
- b) просмотра структуры папок и файлов;
- c) создания и удаления папок и файлов.

5.Что означает знак «+» слева от названия папки в проводнике:

- a) объект содержит вложенные папки;
- b) объект пуст;
- c) объект не содержит вложенные файлы и папки.

6.Диалоговое окно – это ...

- a) это окно, в котором выводятся диски, папки;
- b) прямоугольник на экране, содержащий текстовое сообщение с вопросами и варианты ответов;
- c) это окно, в котором выводится информация о названии документа

7.Что выводится в левой области проводника:

- a) выводится содержимое всех файлов;
- b) структура пространства имен Windows;
- c) выводится название текущего приложения

8.Рабочий стол – это...

- a) полоса внизу экрана;
- b) все пространство экрана в среде Windows с расположенными на ней графическими объектами;
- c) все пространство экрана в среде Windows с расположенными на ней графическими и цифровыми объектами.

9. Как запустить программу Поиск:

- a) Пуск → Программы → Поиск;
- b) Пуск → Программы → Стандартные → Поиск;
- c) Пуск → Поиск.

10. Что содержит системное меню:

- a) содержит команды для сохранения и удаления объектов;
- b) содержит команды присущие только для данного объекта;
- c) содержит команды для изменения размеров окна.

### Тема. Табличный процессор WORD

#### Вариант 1

1. Включить (или выключить) режим вывода на экран непечатаемых символов позволяет кнопка:

2. Включить (или выключить) режим вывода на экран непечатаемых символов позволяет кнопка:

- a) 
- b) 
- c) 

2. Вставка в текст символа © выполняется командой меню:

- b) Правка → Специальная вставка;
- c) Правка → Найти;
- d) Вставка → Символ;
- e) Вставка → Надпись;

3. Объект Microsoft Equation - это:

- a) анимированное изображение;
- b) графический редактор;
- c) редактор диаграмм;
- d) редактор формул;

4. Вставить объект WordArt позволяет кнопка:

- a) 
- b) 
- c) 

5. Колонтитул - это:

- a) оформление текста в несколько колонок;
- b) подпись под рисунком;
- c) пояснительный текст в конце документа;
- d) текст на полях, повторяющийся на разных страницах документа;

6. Как можно добавить страницу с альбомной ориентацией в документ с книжной ориентацией страниц.

- a) Достаточно выделить страницу и в параметрах страницы установить нужную ориентацию страницы;
- b) Страница должна начинаться с нового раздела;
- c) Нельзя использовать в одном документе страницы с разной ориентацией.

7. Для отмены ввода значения в ячейку нужно нажать ...

- a) Клавишу Enter;
- b) Клавишу Delete;
- c) Клавишу Esc.

8. Текстовый редактор – это:

- a) Программа для создания текстовых документов и работы с ними;
- b) Программа для создания таблиц и работы с ними;
- c) Программа для передачи файлов с компьютера на компьютер;

#### Вариант 2

1. Для задания межстрочного интервала на панели нужно выбрать кнопку ...

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 3

2. Страницы документа пронумерованы. Можно ли начать нумерацию новой страницы с начала.

- a) Можно, если новая страница начинается с нового раздела;
- b) Можно, для этого достаточно добавить разрыв страницы;

- c) Нельзя, нумерация страниц в документе должна идти последовательно.
3. Для удаления таблицы из документа, можно:
- Выбрать в меню Таблица → Удалить → Таблица;
  - Выделить таблицу и вырезать ее в буфер обмена;
  - Оба варианта верны.
4. Какой вид имеет документ?
- Обычный;
  - Веб – документ;
  - Разметка страницы;
  - структура.
5. Что обозначают непечатаемые знаки, показанные на рисунке?
- Начало нового абзаца;
  - Окончание предложения;
  - Отступы на странице документа.
6. Пункт меню «Вид» редактора Word содержит команду:
- Вырезать;
  - Разметка страницы;
  - Предварительный просмотр;
7. Как влияет изменение масштаба отображения документа на печать документа?
- никак не влияет;
  - требует изменения размеров страницы;
  - увеличивает размер рисунков при печати;
  - увеличивает размер шрифта при печати;
8. Можно ли установить разное оформление для различных ячеек таблицы?
- Нет, все ячейки должны иметь одинаковое оформление;
  - Да, но только для смежных ячеек;
  - Да, для любых ячеек;
  - Да, но только для таблиц, импортированных из Excel.

### Тема. Электронная таблица EXCEL

#### Вариант 1

1. Можно ли с помощью автозаполнения заполнить ячейки таким образом?

	A	B	C	D
1		1		
2			1	
3				1
4				
5				
6				
7				

- Не нельзя;
- Можно, если удерживать клавишу Ctrl во время заполнения;
- Можно, если удерживать клавишу Alt во время заполнения;

	A	B	C
1			
2			
3			
4			
5			
6			

2. Чтобы выделить ячейки, как показано на рисунке, нужно ...
- Удерживая клавишу Alt выделить мышкой каждую из ячеек;
  - Удерживая клавишу Ctrl выделить мышкой каждую из ячеек;
  - Выделить, таким образом, ячейки нельзя.
3. При выполнении специальной вставки можно выполнить следующие арифметические действия.
- Сложить;
  - Вычесть;
  - Умножить;
  - Разделить;
  - Все перечисленные действия.
4. Почему не отображаются столбцы B и C?
- Столбцы удалены;
  - Столбцы скрыты;
  - Столбцы сгруппированы.

5.Какая из ссылок является абсолютной?

- a) C22 b) \$A\$2 c) D\$3

6.Почему в ячейке A3 не вычислена формула?

	A	D
1		1
2		2
3	СРЗНАЧ(A1:A2)	
4		
5		

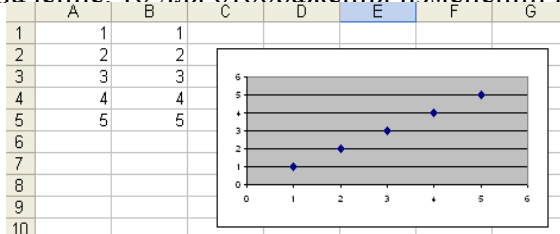
- a) Есть ошибка в формуле; b) В ячейке задан текстовый формат; c) В ячейке выбран формат даты.

### Вариант 2

1.Можно ли скопировать данные с защищенного листа?

- a) Да, можно; b) Нет, нельзя; c) Можно, только если ячейки незащищены.

2.Если в ячейке A4 изменить значение, то для отображения изменений на диаграмме



- a) Нужно будет построить новую диаграмму;  
 b) Диаграмма будет автоматически перестроена;  
 c) Нужно будет снова указать исходные данные диаграммы.
- 3.Какое действие с данными выполнено на листе?

- a) На листе произведена сортировка;  
 b) На листе произведена фильтрация;  
 c) На листе произведена группировка.

4.Если выполнить перетаскивание ячейки B5 в ячейку C5, то в ячейке C5 будет ...

- a) Значение 530;  
 b) Формула = СУММ (C2:C4);  
 c) Формула = СУММ (B2:B4).

5.Если скопировать ячейку F3 в ячейку в F7 то в ячейке будет

	A	B	C	D	E	F
1		январь		февраль		
2	План	количество	стоимость	количество	стоимость	итого
3	1	100	100	200	130	36000
4	2	150	50	100	20	
5	3	185	60	200	120	

- a) Формула = B7\*C7+D7\*E7; b) Формула =B3\*C3+D3\*E3; c) Значение 36000.

## XI. ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

### 1 семестр

1. Заданы множества  $A=\{1,2,3\}$  и  $B=\{1,2,3,4,5\}$ , тогда для них верным утверждением будет ...

- a) «множества A и B равны»;  
 b) «множество A включает множество B»;  
 c) «множество A есть подмножество множества B»;

2. Пусть A и B – множества, изображенные на рисунке:

Тогда объединением этих множеств является ...

- a) A; b) B; c) A∪B

3. Отношение задано неравенством:  $x + 3y \leq 0$ , тогда данному отношению принадлежит следующая пара чисел ...

- a) (2;2) b) (-1;1) c) (0;0)

4. Количество перестановок букв в слове «Excel» равно ...



- a) 120    b) 100    c) 24
5. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из четырех цифр: 1, 2, 3, 4, если все цифры в числе различные?
- a) 12    b) 24    c) 4
6. Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков более трех, равна ...
- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{1}{2}$                       c) 1
7. Для посева берут семена из двух пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,6, а во втором 0,8. Вероятность того, что оба они прорастут, равна ...
- a) 0,48    b) 1,4    c) 0,9
8. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$X$	-1	4
$P$	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание  $M(X)$  случайной величины равно ...

- a) 2                      b) 2,1                      c) 1
9. Вероятность наступления некоторого события не может быть равна ...
- a) 1                      b) 0                      c) 2
10. По статистическому распределению выборки установите ее объем ...

$x_i$	1	2	3
$n_i$	2	4	5

- a) 13                      b) 11                      c) 40
11. Средняя выборочная вариационного ряда 1, 2, 3, 3, 4, 5 равна ...
- a) 3,6    b) 3    c) 6

12. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=60$ , полигон частот которой имеет вид:

Тогда число вариант  $x_i = 3$  в выборке равно ...

- a) 26                      b) 25                      c) 60
13. График плотности распределения вероятностей для нормального закона изображен на рисунке ...

- a)    b)

14. Если основная гипотеза имеет вид  $H_0: a = 20$ , то конкурирующей может быть гипотеза ...

- a)  $H_1: a = 21$                       b)  $H_1: a > 20$                       c)  $H_1: a \geq 10$

15. В урне находится шесть шаров: три белых и три черных. Событие  $A$  – «вынули белый шар», событие  $B$  – «вынули черный шар». Если опыт состоит в выборе только одного шара, то для этих событий неверным будет утверждение ...

- a) «событие  $A$  невозможное»;                      b) «события  $A$  и  $B$  несовместны»;
- c) «вероятность события  $B$  равна  $\frac{1}{2}$ »;                      d) «события  $A$  и  $B$  равновероятны».

16. Победитель соревнований награждается призом (событие  $A$ ), денежной премией (событие  $B$ ), медалью (событие  $C$ ). Что представляет собой событие  $A+B$ ?

- a) состоит в награждении победителя или призом, или премией, или и тем и другим;
- b) состоит в награждении победителя одновременно призом, денежной премией;
- c) состоит в награждении победителя или призом, или премией.

17. Формула вида  $P(A) = \sum P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)$  называется:

- a) формулой Лапласа;                      b) формулой Байеса;
- c) формулой Бернулли;                      d) формулой полной вероятности.

18. Из 35 экзаменационных билетов, пронумерованных целыми числами от 1 до 35, наудачу извлекают один. Какова вероятность того, что номер вытянутого билета есть число, кратное трем.

- a)  $\frac{11}{35}$ ;    b)  $\frac{10}{35}$ ;    c)  $\frac{3}{35}$ ;    d)  $\frac{9}{35}$ .

19. Случайные величины  $X$  и  $Y$  – независимы.  $D(x)=6$ ,  $D(y)=3$ . Значение  $D(2x+3y)$  равно:

- a) 38;    b) 51;    c) 21;    d) 26.

20. Для определения вероятности появления события менее  $m$  раз, используется следующая формула:

- a)  $P_n(x < m) = P_n(1) + \dots + P_n(m-1)$  ;  
b)  $P_n(x < m) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(m)$  ;  
c)  $P_n(x < m) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(m-1)$  .

21. Верным равенством является ...

- a)  $(1-x)' = -x$ ;    b)  $(x^{-1})' = -x^{-2}$ ;    c)  $(x^{-1})' = x^{-2}$ ;    d)  $(x^{-1})' = -x^{-2}$

22. В точке  $x=0,1$  имеет разрыв следующая функция ...

- a)  $y = \frac{2}{10x-1}$ ;    b)  $y = \frac{2}{10x+1}$ ;    c)  $y = 10x-1$

23. Среди данных уравнений выберите два, которые являются дифференциальными:

- a)  $(2-x) \cdot y' + (3+x) \cdot y = 0$ ;    b)  $(2-x) - (3+x) \cdot y = 0$ ;    c)  $xdt = tdx$ ;    d)  $\sin^3 x + xy = 1$ .

24. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, равна

- a) 3,2;    b) 3,5;    c) 3;    d) 2,5

25. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{2x+5}$  имеет следующее решение ...

- a)  $2 \cdot \ln|2x+5| + C$     b)  $\frac{1}{2} \cdot \ln|2x+5| + C$     c)  $\frac{1}{2}(2x+5)^2 + C$

### 2 семестр

1. Сигнал будет дискретным в случае:

- a) когда источник вырабатывает непрерывное сообщение;  
b) когда параметр сигнала принимает последовательное во времени конечное число значений;  
c) когда передается с помощью волны;  
d) когда источником посылается всего один бит/с.

2. Система счисления – это:

- a) подстановка чисел вместо букв;    b) способ перестановки чисел;  
c) принятый способ записи чисел и сопоставления этим записям реальных значений чисел;  
d) правила исчисления чисел.

3. Кто изобрел «Аналитическую машину»:

- a) Кант;    b) Бэббидж;    c) Нортон;    d) Нейман.

4. Информация на диске наносится вдоль:

- a) дорожек;    b) секторов;    c) кластеров;    d) цилиндров

5. Устройство для вывода на бумагу чертежей и рисунков называется:

- a) принтером;    b) плоттером;    c) сканером;    d) струйным принтером.

6. В рулетке общее количество лунок равно 32. Какое количество информации мы получаем в сообщении об остановке шарика в одной из лунок?

- a) 8 бит;    b) 5 бит;    c) 1 бит;    d) 2 бит.

7. Какие функции выполняет операционная система?

- a) обеспечение организации и хранения файлов;  
b) подключения устройств ввода/вывода;  
c) организация обмена данными между компьютером и различными периферийными устройствами;  
d) организация диалога с пользователем, управл. управления аппаратурой и ресурсами компьютера.

8. Классы программных продуктов:

- а) системное программное обеспечение, пакеты прикладных программ, инструментарий технологии программирования;
- б) программы обслуживания сети, сервисное программное обеспечение, текстовые и графические редакторы;
- в) базовое программное обеспечение, программные средства мультимедиа, системы искусственного интеллекта.

9. Переведите число в  $50_{10}$  в шестнадцатеричную систему счисления ...

10. На входе логической схемы

при  $F=0$  невозможна следующая комбинация сигналов (A, B, C):

а) (0;0;1) б) (0;1;1) в) (1;0;1) г) (1;1;0) д) (1;0;0)

11. Представлен фрагмент электронной таблицы, содержащий числа и формулы. После указанного действия необходимо определить результат (значение или формулу) в указанной ячейке.

таблица				действия		искомое	варианты		
	B	C	D	вставки	строки	значение в ячейке D6	40 25 32 17 9		
2	5	2	1	между	второй				
3	6	8	3	и	третьей				
4	8	3	4	строками					
5			=СУММ(B2: D4)						

Укажите, какое значение будет получено в ячейке B4 ...

12. Укажите верное перечисление всех видов меню в Windows:

- а) главное меню, ниспадающее меню, системное меню, меню кнопки ПУСК;
- б) контекстное меню, системное меню, строка меню, меню объекта;
- в) системное меню, главное меню, строка меню, контекстное меню.

13. Выберите версию операционной системы, которая не имеет графического интерфейса:

- а) WINDOWS 95      б) MS DOS      в) UNIX

14. Минимальным элементом растрового изображения является ...

- а) ячейка      б) точка (пиксель)      в) растр

15. К основным объектам СУБД MS ACCESS не относятся ...

- а) бланки      б) таблицы      в) запросы

Служебными программами являются ...

16. Масштаб отображения листа формата А-4, равный 50% означает, что ...

- а) размер листа на экране больше реального размера в 2 раза
- б) при печати, по умолчанию печатается две страницы
- в) размер листа на экране меньше реального размера в 2 раза

17. Язык программирования низкого уровня:

- а) АССЕМБЛЕР      б) СИ++      в) ПАСКАЛЬ

18. Дана блок – схема (рис.1):

Тогда значение переменной с равно ...

- а)21      б)13      в)34

рис.1

19. Логическим высказыванием называется ...

- а) повествовательное предложение, истинность или ложность которого можно оценить;
- б) любое вопросительное предложение русского языка;
- в) любое повествовательное предложение русского языка;
- г) любое восклицательное предложение русского языка.

20. Выберите вариант, в котором объемы памяти расположены в порядке возрастания:

- а) 10 бит, 2 байта, 20 бит, 1 Кбайт, 1010 байт
- б) 10 бит, 2 байта, 20 бит, 1010 байт, 1 Кбайт
- в) 10 бит, 20 бит, 2 байта, 1010 байт, 1 Кбайт

d) 10 бит, 20 бит, 2 байта, 1 Кбайт, 1010 байт

21. Программа—это ...

- a) упорядоченная последовательность команд компьютера для решения поставленной задачи;
- b) совокупность функций, с помощью которых достигается решение поставленной задачи;
- c) система точно сформулированных правил, определяющая процесс решения задачи.

22. Основные типы моделей данных:

- a) логический, физический;
- b) иерархический, эмпирический, физический;
- c) сетевой, иерархический, реляционный;
- d) реляционный, физический, логический

***XII. КАРТА ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ КАДРАМИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОГО СОСТАВА***

Ф.И.О. должность	Ученая степень и ученое звание	Вид занятия	Специальность
Лебедь О.А, старший преподаватель	–	Лекция	032300.62 – Регионоведение
Лебедь О.А, старший преподаватель	–	Практические занятия	032300.62 – Регионоведение
Лебедь О.А, старший преподаватель	–	Лабораторная работа	032300.62 – Регионоведение