

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»**

Кафедра информационных и управляющих систем

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Основной образовательной программы направления подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика»

Благовещенск 2012 г.

УМКД разработан канд. техн. наук, доцентом Чепак Ларисой Владимировной

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от «__» _____ 201_ г. №__

Зав. кафедрой _____ / А.В. Бушманов /

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМС направления подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика»

от «__» _____ 201_ г. №__

Председатель УМСС _____ / В.В. Еремина /

СОДЕРЖАНИЕ

1	Рабочая программа учебной дисциплины	4
1.1	Цели и задачи освоения дисциплины	4
1.2	Место дисциплины в структуре ООП ВПО	4
1.3	Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	4
1.4	Структура и содержание дисциплины	4
1.5	Содержание разделов и тем дисциплины	5
1.6	Самостоятельная работа	6
1.7	Матрица компетенций	7
1.8	Образовательные технологии	7
1.9	Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	7
1.10	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	8
1.11	Материально-техническое обеспечение дисциплины	9
1.12	Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине	9
2	Краткое изложение программного материала	9
3	Методические указания	14
3.1	Методические указания по изучению дисциплины	14
3.2	Методические указания к практическим занятиям	15
3.3	Методические указания по самостоятельной работе студентов	16
4	Контроль знаний	17
4.1	Текущий контроль знаний	17
4.2	Итоговый контроль	18
5	Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе	19

1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – сформировать математическое мышление, изучить фундаментальные основы теории дифференциальных и разностных уравнений, выработать практические навыки решения дифференциальных и разностных уравнений.

Задачи дисциплины:

- изучить методы решения дифференциальных и разностных уравнений;
- сформировать устойчивые навыки практического использования базовых методик решения дифференциальных и разностных уравнений.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина относится к базовой части дисциплин математического и естественно-научного цикла Б.2.Б.9 Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика» (степень «бакалавр»).

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, приобретенные в результате освоения дисциплин базовой части математического и естественно-научного цикла (Б.2) Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика» (степень «бакалавр»): математический анализ, линейная алгебра.

Знания, умения и навыки, приобретенные в результате освоения данной дисциплины необходимы для освоения дисциплин базовой и вариативной частей математического и естественно-научного (Б.2) и профессионального (Б.3) циклов Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика» (степень «бакалавр»).

1.3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- 1) Знать: дифференциальные и разностные уравнения.
- 2) Уметь: применять математические методы теории дифференциальных и разностных уравнений для исследования объектов профессиональной деятельности
- 3) Владеть: навыками решения дифференциальных и разностных уравнений.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующую профессиональную компетенцию:

использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования (ПК-20).

1.4 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4.5 зачетных единиц, 162 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость в часах				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
				Лек	Пр	Лаб	Сам	
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	2	1	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			2	0	2	0	2	Проверка домашнего задания

			3	2	2	0	8	Проверка домашнего задания, контрольная работа
2	Дифференциальные уравнения порядка выше первого	2	4	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			5	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			6	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			7	2	2	0	10	Проверка домашнего задания, контрольная работа
3	Системы дифференциальных уравнений	2	8	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			9	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			10	0	2	0	18	Проверка домашнего задания, расчетно-графическая работа
4	Линейные разностные уравнения	2	11	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			12	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			13	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			14	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			15	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
5	Системы разностных уравнений	2	16	0	2	0	2	Проверка домашнего задания
			17	2	2	0	2	Проверка домашнего задания
			18	0	2	0	8	Проверка домашнего задания, контрольная работа
6	Всего по разделам	2	1-18	18	36	0	72	Экзамен

1.5 Содержание разделов и тем дисциплины

1.5.1 Лекции

1.5.1.1 Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Тема 1. Введение. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Тема 2. Линейные уравнения первого порядка и уравнения в полных дифференциалах.

1.5.1.2 Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого

Тема 1. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

Тема 2. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера. Линейные неоднородные уравнения.

1.5.1.3 Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений

Тема 1. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений.

1.5.1.4 Раздел 4. Линейные разностные уравнения

Тема 1. Линейные разностные уравнения первого порядка. Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n .

Тема 2. Методы решения линейных разностных уравнений порядка n .

Тема 3. Линейные разностные стационарные уравнения и линейные разностные неоднородные стационарные уравнения.

1.5.1.5 Раздел 5. Системы разностных уравнений

Тема 1. Нормальные линейные системы разностных уравнений. Линейные стационарные системы разностных уравнений.

1.5.2 Практические занятия

1.5.2.1 Практическое занятие 1. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых. Уравнения с разделяющимися переменными.

1.5.2.2 Практическое занятие 2. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.

1.5.2.3 Практическое занятие 3. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

1.5.2.4 Практическое занятие 4. Уравнения, допускающие понижение порядка.

1.5.2.5 Практическое занятие 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

1.5.2.6 Практическое занятие 6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

1.5.2.7 Практическое занятие 7. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

1.5.2.8 Практическое занятие 8. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

1.5.2.9 Практическое занятие 9. Линейные системы с постоянными коэффициентами.

1.5.2.10 Практическое занятие 10. Решение линейных систем дифференциальных уравнений, не приведенных к нормальному виду.

1.5.2.11 Практическое занятие 11. Линейные разностные уравнения первого порядка.

1.5.2.12 Практическое занятие 12. Метод вариации постоянной

1.5.2.13 Практическое занятие 13. Разностная задача Коши.

1.5.2.14 Практическое занятие 14. Линейные однородные разностные стационарные уравнения.

1.5.2.15 Практическое занятие 15. Линейные неоднородные разностные стационарные уравнения.

1.5.2.16 Практическое занятие 16. Разностная задача Коши.

1.5.2.17 Практическое занятие 17. Линейные однородные стационарные системы разностных уравнений.

1.5.2.18 Практическое занятие 18. Линейные неоднородные стационарные системы разностных уравнений.

1.6 Самостоятельная работа

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	Выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе	12
2	Дифференциальные уравнения порядка выше пер-	Выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе	16

	вого		
3	Системы дифференциальных уравнений	Выполнение домашних заданий, выполнение расчетно-графической работы	22
4	Линейные разностные уравнения	Выполнение домашних заданий	10
5	Системы разностных уравнений	Выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	12

1.7 Матрица компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Компетенции	Общее кол-во компетенций
		ПК20	
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	+	1
2	Дифференциальные уравнения порядка выше первого	+	1
3	Системы дифференциальных уравнений	+	1
4	Линейные разностные уравнения	+	1
5	Системы разностных уравнений	+	1

1.8 Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий при изучении дисциплины используются мультимедийные лекции, на практических занятиях применяется коллективное обсуждение возможности применения того или иного метода для решения задачи. С целью текущего контроля знаний на практических занятиях проводятся контрольные работы. Студентам предлагается осуществлять взаимную проверку результатов выполнения данных контрольных работ с обсуждением оценок, выставляемых студентами. Удельный вес занятий, проводимых в интерактивной форме согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика» (степень «бакалавр») должен составлять не менее 10.8 часов аудиторных занятий:

№ п/п	Раздел дисциплины	Форма (вид) образовательных технологий	Количество часов
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	Мультимедийные лекции	4
		Контрольная работа	2
2	Дифференциальные уравнения порядка выше первого	Мультимедийные лекции	4
		Контрольная работа	2
3	Системы дифференциальных уравнений	Мультимедийные лекции	2
4	Линейные разностные уравнения	Мультимедийные лекции	6
5	Системы разностных уравнений	Мультимедийные лекции	2
		Контрольная работа	2
6	Всего по разделам		24

1.9 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

1.9.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

1.9.1.1 Индивидуальные задания для контрольных работ

1.9.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену:

1.9.2.1 Основные понятия дифференциальных уравнений.

1.9.2.2 Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.

1.9.2.3 Уравнения с разделяющимися переменными.

- 1.9.2.4 Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
 - 1.9.2.5 Линейные уравнения первого порядка.
 - 1.9.2.6 Уравнения в полных дифференциалах.
 - 1.9.2.7 Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
 - 1.9.2.8 Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.
 - 1.9.2.9 Дифференциальные уравнения порядка выше первого.
 - 1.9.2.10 Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка.
 - 1.9.2.11 Простейшие случаи понижения порядка.
 - 1.9.2.12 Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
 - 1.9.2.13 Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
 - 1.9.2.14 Уравнения Эйлера.
 - 1.9.2.15 Линейные неоднородные уравнения.
 - 1.9.2.16 Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
 - 1.9.2.17 Системы дифференциальных уравнений.
 - 1.9.2.18 Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
 - 1.9.2.19 Системы линейных дифференциальных уравнений.
 - 1.9.2.20 Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
 - 1.9.2.21 Линейные разностные уравнения первого порядка.
 - 1.9.2.22 Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n .
 - 1.9.2.23 Методы решения линейных разностных уравнений порядка n .
 - 1.9.2.24 Линейные разностные стационарные уравнения.
 - 1.9.2.25 Линейные разностные неоднородные стационарные уравнения.
 - 1.9.2.26 Нормальные линейные системы разностных уравнений.
 - 1.9.2.27 Линейные стационарные системы разностных уравнений.
 - 1.9.2.28 Нелинейные разностные уравнения и системы.
- 1.9.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
- 1.9.3.1 Карточки с заданиями для выполнения контрольных и расчетно-графических работ.

1.10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1.10.1 Егоров А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями: [учеб.] / А. И. Егоров. - М. : Физматлит, 2005. - 384 с.

1.10.2 Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / М.В. Федорюк. - М.: ЛИБРОКОМ, 2009. - 447 с.

б) дополнительная литература:

1.10.3 Каменский Г. А. Лекции по теории функций комплексного переменного, операционному исчислению и теории разностных уравнений: учеб. пособие: доп. Мин. обр. РФ / Г. А. Каменский. - М. : Высш. шк., 2008. - 157 с.

1.10.4 Пантелеев А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учеб. пособие. Рек. УМО вузов РФ / Пантелеев А.В., Якимова А.С., Босов А.В. - М. : Высш. шк., 2001. - 376 с.

1.10.5 Романко В. К. Разностные уравнения: учеб. пособие: рек. УМО / В. К. Романко. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2006. - 112 с.

1.10.6 Труфанова Т. В. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учеб. пособие: рек. ДВ РУМЦ / Т. В. Труфанова, Е. М. Салмашова, В. А. Труфанов - Благовещенск:

Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006. - 160 с.

1.10.7 Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов - Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2005. - 176 с.

1.10.8 Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационные исчисления: учеб.: доп. Мин. обр. РФ / Эльсгольц Л.Э. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 319 с.

в) периодические издания:

1.10.9 Дифференциальные уравнения.

1.10.10 Известия РАН. Серия математическая.

1.10.10 Успехи математических наук.

г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1.10.11 Microsoft Power Point

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знаний.
2	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт. Удобный поиск по разделам, отдельным темам, ключевым словам.
3	http://www.biblioclub.ru	Электронная библиотечная система «Университетская библиотека – online»: специализируется на учебных материалах для ВУЗов по научно-гуманитарной тематике, а также содержит материалы по точным и естественным наукам.

1.11 Материально-техническое обеспечение дисциплины

1.11.1 Лекционная аудитория, оборудованная мультимедийными средствами

1.11.2 Аудитория, оборудованная доской.

1.12 Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине

Семестровый модуль дисциплины						
№ п/п	Раздел дисциплины	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное кол-во баллов	Посещение, активность на занятиях	Максимальное кол-во баллов за модуль
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	Контрольная работа № 1	1-3	8	3	11
2	Дифференциальные уравнения порядка выше первого	Контрольная работа № 2	4-7	10	4	14
3	Системы дифференциальных уравнений	Расчетно-графическая работа	8-10	19	3	22
4	Линейные разностные уравнения	Контрольная работа № 3	11-15	0	5	5
5	Системы разностных уравнений		16-18	5	3	8
6	Промежуточная аттестация	Экзамен	1-18	40	0	40
Итого						100

2 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

2.1 Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Лекция 1: Введение. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно произ-

водной. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

План:

1. Основные понятия и определения.
2. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Цели, задачи: Ввести основные понятия и определения курса, указать место дисциплины в цикле естественно-научных дисциплин. Ознакомить студентов со структурой курса, содержанием практических занятий, требованиями Федерального государственного образовательного стандарта. Рекомендовать основную и дополнительную литературу, дать методические указания по изучению дисциплины и организации самостоятельной работы студентов, ознакомить студентов с формами текущего и итогового контроля по дисциплине.

Ключевые вопросы: 1) Понятие дифференциального уравнения. 2) Основная задача теории дифференциальных уравнений. 3) Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. 4) Понятие порядка дифференциального уравнения. 5) Понятие решения дифференциального уравнения. 6) Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной. 7) Понятие поля направлений. 8) Понятие интегральной кривой. 9) Понятие изоклины. 10) Вид уравнения с разделенными переменными. 11) Понятие общего интеграла дифференциального уравнения. 12) Вид уравнения с разделяющимися переменными. 13) Метод решения уравнения вида $\frac{dy}{dx} = f(ax+by)$. 14) Решение однородного дифференциального уравнения вида $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$. 15) решение уравнения вида

$$\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right).$$

Ссылки на литературные источники:

1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10

Лекция 2: Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.

План:

1. Метод вариации постоянной.
2. Уравнение Бернулли.
3. Уравнение Риккати.
4. Уравнения в полных дифференциалах.

Цели, задачи: Ознакомить студентов с линейными дифференциальными уравнениями и уравнениями, которые заменой переменных приводятся к линейным уравнениям первого порядка. Научить применять метод вариации постоянной для решения линейных уравнений первого порядка. Рассмотреть уравнения Бернулли и Риккати и ввести замену переменных, которая позволяет свести эти уравнения к линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Ввести понятие и основные методы решения уравнений в полных дифференциалах.

Ключевые вопросы: 1) Понятие линейного дифференциального уравнения первого порядка. 2) Поясните суть метода вариации постоянной. 3) Вид уравнения Бернулли. 4) Метод решения уравнения Бернулли. 5) Вид уравнения Риккати. 6) Метод решения уравнения Риккати. 7) Вид уравнений в полных дифференциалах. 8) Первый метод решения уравнений в полных дифференциалах. 9) Второй метод решения уравнений в полных дифференциалах. 10) Понятие интегрирующего множителя.

Ссылки на литературные источники:

1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10

2.2 Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.

Лекция 3: Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

План:

1. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка.

2. Простейшие случаи понижения порядка.

3. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

Цели, задачи: Познакомить студентов с теоремой существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка. Рассмотреть основные типы и методы решения дифференциальных уравнений n -го порядка, допускающих понижение порядка. Изучить вид линейного дифференциального уравнения n -го порядка.

Ключевые вопросы: 1) Вид дифференциального уравнения n -го порядка. 2) Сформулируйте условия теоремы существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка. 3) Понятие общего решения дифференциального уравнения n -го порядка. 4) Решение уравнения, не содержащего искомой функции и ее производных до порядка $k - 1$ включительно. 5) Решение уравнения, не содержащего независимого переменного. 6) Решение уравнения, левая часть которого является производной некоторого дифференциального выражения $(n - 1)$ -го порядка $\Phi(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$. 7) Решение уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, однородного относительно аргументов $y, y', y'', \dots, y^{(n)}$. 8) Понятие линейного дифференциального уравнения n -го порядка.

Ссылки на литературные источники:

1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10

Лекция 4: Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера. Линейные неоднородные уравнения.

План:

1. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Уравнения Эйлера.

3. Линейные неоднородные уравнения.

4. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Цели, задачи: Разъяснить студентам основные методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка и уравнений Эйлера. Закрепить изучаемый материал практическими примерами. Ввести понятие линейного неоднородного уравнения. Рассмотреть методы решения линейных неоднородных уравнений.

Ключевые вопросы: 1) Понятие линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка. 2) Понятие линейного дифференциального оператора. 3) Свойства линейного дифференциального оператора. 4) Понятие линейно зависимых функций. 5) Понятие определителя Вронского. 6) Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка. 7) Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка. 8) Вид линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. 9) Понятие и правило получения характеристического уравнения. 10) Вид общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения действительны и различны. 11) Вид общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения действительны и кратны. 12) Вид общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения комплексны и различны. 13) Вид общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения комплексны и кратны. 14) Вид уравнения Эйлера. 15) Метод решения уравнения Эйлера. 16) Понятие линейного неоднородного уравнения. 17) Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. 18) Метод вариации произвольных постоянных для решения линейного неоднородного уравнения. 19) Вид линейного неоднородного

уравнения с постоянными коэффициентами. 20) Частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами, если правая часть уравнения является многочленом степени s . 21) Частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами, если правая часть уравнения имеет вид $e^{px}(A_0x^s + A_1x^{s-1} + \dots + A_s)$. 22) Частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами, если правая часть уравнения имеет вид $e^{px}[P_s(x)\cos qx + Q_s(x)\sin qx]$.

Ссылки на литературные источники:

1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10

2.3 Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений.

Лекция 5: Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений.

План:

1. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.

2. Нахождение интегрируемых комбинаций.

3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

4. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Цели, задачи: Познакомить студентов с системами дифференциальных уравнений. Рассмотреть методы решения систем дифференциальных уравнений: сведением к одному уравнению более высокого порядка и нахождением интегрируемых комбинаций. Ввести понятия систем линейных дифференциальных уравнений и систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Рассмотреть методы нахождения общих решений таких систем.

Ключевые вопросы: 1) Теорема существования и единственности решения системы дифференциальных уравнений. 2) Понятие решения системы дифференциальных уравнений. 3) Метод интегрирования системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. 4) Суть процесса исключения из системы уравнений всех неизвестных функций, кроме одной. 5) Понятие интегрируемой комбинации. 6) Метод нахождения интегрируемых комбинаций. 7) Понятие первого интеграла системы дифференциальных уравнений. 8) Понятие линейной системы дифференциальных уравнений. 9) Понятие линейного оператора. 10) Понятие линейной однородной системы дифференциальных уравнений. 11) Теорема об общем решении линейной системы дифференциальных уравнений. 12) Метод вариации произвольных постоянных. 13) Понятие системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. 14) Понятие характеристического уравнения для системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Ссылки на литературные источники:

1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10

2.4 Раздел 4. Линейные разностные уравнения.

Лекция 6: Линейные разностные уравнения первого порядка. Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n .

План:

1. Линейные разностные уравнения первого порядка.

2. Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n .

Цели, задачи: Дать студентам общие понятия разностных уравнений. Рассмотреть метод вариации произвольной постоянной для решения линейных разностных уравнений первого порядка.

Ключевые вопросы: 1) Понятие линейного разностного уравнения первого порядка. 2) Понятие линейного однородного разностного уравнения первого порядка. 3) Понятие решение разностного уравнения. 4) Понятие графика решения разностного уравнения. 5) Метод вариации постоянной. 6) Формула общего решения линейного неоднородного разностного

уравнения первого порядка. 7) Понятие разностной задачи Коши. 8) Понятие линейного разностного уравнения порядка n . 9) Теорема о разностной задаче Коши. 10) Принцип суперпозиции для линейных разностных уравнений. 11) Понятие линейно зависимых дискретных функций. 12) Понятие фундаментальной системы решений разностного уравнения. 13) Понятие общего решения разностного уравнения.

Ссылки на литературные источники:

1.10.3, 1.10.5.

Лекция 7: Методы решения линейных разностных уравнений порядка n .

План:

1. Метод вариации постоянных.

2. Операционный метод решения линейных разностных уравнений порядка n .

Цели, задачи: Рассмотреть основные методы решения линейных разностных уравнений порядка n и научить студентов применять эти методы решения на практике.

Ключевые вопросы: 1) Метод вариации постоянных для нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения $y_{k+n} + a_{1k}y_{k+n-1} + \dots + a_{nk}y_k = f_k$. 2) Операционный метод решения линейных разностных уравнений порядка n . 3) Преобразование Лорана. 4) Теорема о свертке.

Ссылки на литературные источники:

1.10.3, 1.10.5.

Лекция 8: Линейные разностные стационарные уравнения и линейные разностные неоднородные стационарные уравнения.

План:

1. Линейные разностные стационарные уравнения.

2. Линейные разностные неоднородные стационарные уравнения.

Цели, задачи: Дать студентам общие понятия линейных разностных стационарных уравнений. Рассмотреть метод решения линейных разностных стационарных однородных и неоднородных уравнений.

Ключевые вопросы: 1) Понятие линейного разностного стационарного уравнения n -го порядка. 2) Понятие характеристического уравнения для линейного разностного однородного стационарного уравнения. 3) Фундаментальная система решений линейного разностного однородного стационарного уравнения, если корни характеристического уравнений действительны и различны. 4) Фундаментальная система решений линейного разностного однородного стационарного уравнения, если корни характеристического уравнений действительные и кратные. 5) Фундаментальная система решений линейного разностного однородного стационарного уравнения, если корни характеристического уравнений комплексные и различные. 6) Фундаментальная система решений линейного разностного однородного стационарного уравнения, если корни характеристического уравнений комплексные и кратные. 7) Частное решение линейного разностного неоднородного стационарного уравнения, если правая часть этого уравнения имеет вид $f_k = P_s(k) \mu^k$, где $P_s(k)$ – заданный многочлен степени s с вещественными коэффициентами, а μ – заданное вещественное число. 8) Частное решение линейного разностного неоднородного стационарного уравнения, если правая часть этого уравнения имеет вид $f_k = P_s(k) \mu^k$, где $P_s(k)$ – заданный многочлен степени s с вещественными коэффициентами, а μ – корень характеристического уравнения кратности m . 9) Частное решение линейного разностного неоднородного стационарного уравнения, если правая часть этого уравнения имеет вид $f_k = |\lambda|^k [P_s(k) \cos k\alpha + Q_s(k) \sin k\alpha]$, где $P_s(k)$ и $Q_s(k)$ – заданные многочлены степени не больше s с вещественными коэффициентами. 10) Частное решение линейного разностного неоднородного стационарного уравнения, если правая часть этого уравнения имеет вид $f_k = |\lambda|^k [P_s(k) \cos k\alpha + Q_s(k) \sin k\alpha]$, где $P_s(k)$ и $Q_s(k)$ – заданные многочлены степени не больше s с вещественными коэффициентами, $\lambda = |\lambda|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ является корнем кратности m характеристического уравнения. 11) Теорема Пуанкаре – Перрона.

Ссылки на литературные источники:

1.10.3, 1.10.5.

2.5 Раздел 5. Системы разностных уравнений

Лекция 9: Нормальные линейные системы разностных уравнений. Линейные стационарные системы разностных уравнений.

План:

1. Нормальные линейные системы разностных уравнений.
2. Линейные стационарные системы разностных уравнений.

Цели, задачи: Дать студентам общие понятия систем линейных разностных уравнений.

Ключевые вопросы: 1) Понятие нормальной линейной системы разностных уравнений n -го порядка. 2) Векторно-матричная форма записи нормальной линейной системы разностных уравнений. 3) Понятие линейной однородной системы разностных уравнений. 4) Решение нормальной линейной системы разностных уравнений. 5) Теорема о решении разностной задачи Коши. 6) Фундаментальная система решений нормальной линейной системы разностных уравнений. 7) Метод вариации постоянных для нормальной линейной системы разностных уравнений. 8) Понятие линейной стационарной системы разностных уравнений. 9) Теорема об общем решении линейной стационарной системы разностных уравнений. 10) Теорема Жордана. 11) Общее решение линейной однородной стационарной системы разностных уравнений, если собственные числа матрицы коэффициентов системы действительны и различны. 12) Общее решение линейной однородной стационарной системы разностных уравнений, если собственные числа матрицы коэффициентов системы действительны и кратны. 13) Общее решение линейной однородной стационарной системы разностных уравнений, если собственные числа матрицы коэффициентов системы комплексные.

Ссылки на литературные источники:

1.10.3, 1.10.5.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

3.1 Методические указания по изучению дисциплины

Для оптимальной организации изучения дисциплины студентам рекомендуется следовать следующим методическим указаниям.

Студенты обязаны присутствовать на занятиях и выполнять все предусмотренные учебно-методическим комплексом дисциплины формы учебной работы; проходить промежуточный и итоговый контроль в виде выполнения домашних заданий, контрольных работ, расчетно-графической работы; сдачи экзамена в предлагаемой преподавателем форме.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» изучается студентами в 2 семестре обучения. Курс предусматривает 18 часов лекционных занятий, 36 часов практических занятий и заканчивается экзаменом. На самостоятельную работу студентов отводится 72 часа.

Изучение теоретической части курса предусматривает рассмотрение следующих разделов (в скобках указан объем, затрачиваемый на изучение раздела в часах).

Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Тема 1. Введение. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. (2 часа)

Тема 2. Линейные уравнения первого порядка и уравнения в полных дифференциалах. (2 часа)

Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого

Тема 1. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. (2 часа)

Тема 2. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера. Линейные неоднородные уравнения. (2 часа)

Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений

Тема 1. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Системы линейных дифференциальных уравне-

ний. (2 часа)

Раздел 4. Линейные разностные уравнения

Тема 1. Линейные разностные уравнения первого порядка. Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n . (2 часа)

Тема 2. Методы решения линейных разностных уравнений порядка n . (2 часа)

Тема 3. Линейные разностные стационарные уравнения и линейные разностные неоднородные стационарные уравнения. (2 часа)

1.5.1.5 Раздел 5. Системы разностных уравнений

Тема 1. Нормальные линейные системы разностных уравнений. Линейные стационарные системы разностных уравнений. (2 часа)

Каждая лекция содержит необходимый объем теоретического материала, изучение которого предусмотрено федеральным государственным образовательным стандартом дисциплины. В дополнение к лекционному материалу, студентам рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.10.

Студенты в рамках аудиторных занятий должны, в целом, владеть понятийным аппаратом, основанном на ранее изученных дисциплинах, воспринимать теоретический материал основного содержания лекции, видеть причинно-логические связи в лекции, понимать схему решения примеров, приводимых в лекции. Для освоения темы каждой лекции на более глубоком уровне требуется дополнительная работа с теоретическим материалом в форме прочтения основной и дополнительной литературы, самостоятельной работы с лекцией.

Практические занятия направлены на усвоение теоретического материала на практическом уровне и предусматривают получение навыков решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений. С целью закрепления навыков решения уравнений, студентам предлагается самостоятельно выполнять домашние задания.

3.2 Методические указания к практическим занятиям

Курс предусматривает практические занятия по следующим темам (в скобках указан объем в часах, отводимый на выполнение каждой работы).

Практические занятия:

Практическое занятие 1. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых. Уравнения с разделяющимися переменными. (2 часа)

Практическое занятие 2. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. (2 часа)

Практическое занятие 3. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Контрольная работа. (2 часа)

Практическое занятие 4. Уравнения, допускающие понижение порядка. (2 часа)

Практическое занятие 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. (2 часа)

Практическое занятие 6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. (2 часа)

Практическое занятие 7. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. (2 часа)

Практическое занятие 8. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Контрольная работа. (2 часа).

Практическое занятие 9. Линейные системы с постоянными коэффициентами. (2 часа)

Практическое занятие 10. Решение линейных систем дифференциальных уравнений, не приведенных к нормальному виду. (2 часа)

Практическое занятие 11. Линейные разностные уравнения первого порядка. (2 часа)

Практическое занятие 12. Метод вариации постоянной. (2 часа)

Практическое занятие 13. Разностная задача Коши. (2 часа)

Практическое занятие 14. Линейные однородные разностные стационарные уравнения. (2 часа)

Практическое занятие 15. Линейные неоднородные разностные стационарные уравнения. (2 часа)

Практическое занятие 16. Разностная задача Коши. (2 часа)

Практическое занятие 17. Линейные однородные стационарные системы разностных уравнений. (2 часа)

Практическое занятие 18. Линейные неоднородные стационарные системы разностных уравнений. Контрольная работа. (2 часа)

3.3 Методические указания по самостоятельной работе студентов

На самостоятельную работу студента по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения» отводится 72 часа.

Схема самостоятельной работы студентов, перечень тем, рекомендации по работе с литературой, рекомендации по подготовке к аттестации:

Неделя семестра	Тема и/или форма самостоятельной работы, рекомендация по работе с литературой	Кол-во часов, отведенных на самостоятельную работу
1-3	Дифференциальные уравнения первого порядка. Самостоятельная работа по подготовке к практическим работам, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе. Рекомендуется использование лекций по этой теме, литературных источников 1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10, указанных в перечне основной и дополнительной литературы; интернет-ресурсов http://www.iqlib.ru , http://www.exponenta.ru , http://www.biblio club.ru , периодических изданий 1.10.11 – 1.10.13	12
4-7	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Самостоятельная работа по подготовке к практическим работам, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе. Рекомендуется использование лекций по этой теме, литературных источников 1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10, указанных в перечне основной и дополнительной литературы; интернет-ресурсов http://www.iqlib.ru , http://www.exponenta.ru , http://www.biblio club.ru , периодических изданий 1.10.11 – 1.10.13	16
8-10	Системы дифференциальных уравнений. Самостоятельная работа по подготовке к практическим работам, выполнение домашних заданий, выполнение расчетно-графической работы. Рекомендуется использование лекций по этой теме, литературных источников 1.10.1, 1.10.2, 1.10.4, 1.10.6 – 1.10.10, указанных в перечне основной и дополнительной литературы; интернет-ресурсов http://www.iqlib.ru , http://www.exponenta.ru , http://www.biblio club.ru , периодических изданий 1.10.11 – 1.10.13	22
11-15	Линейные разностные уравнения. Самостоятельная работа по подготовке к практическим работам, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе. Рекомендуется использование лекций по этой теме, литературных источников 1.10.3, 1.10.5, указанных в перечне литературы; интернет-ресурсов http://www.iqlib.ru , http://www.exponenta.ru ,	22

	http://www.biblio club.ru , периодических изданий 1.10.11 – 1.10.13	
16-18	Системы разностных уравнений. Самостоятельная работа по подготовке к практическим работам, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольной работе. Рекомендуется использование лекций по этой теме, литературных источников 1.10.3, 1.10.5, указанных в перечне литературы; интернет-ресурсов http://www.iqlib.ru , http://www.exponenta.ru , http://www.biblio club.ru , периодических изданий 1.10.11 – 1.10.13	12

4 КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

4.1 Текущий контроль знаний

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и для промежуточной аттестации: зачетная система оценки знаний учащихся.

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения практических занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего занятия, а также проверки выполнения домашних заданий. Промежуточный контроль осуществляется четыре раза в семестр в виде контрольных работ, расчетно-графической работой, которая включает в себя задания по всем темам, изучаемым в течение семестра.

Задания контрольных работ и расчетно-графической работы:

Контрольная работа № 1

Решить уравнения:

- $y^2 + x^2 y' = 0, y(-1) = 1,$
- $y - xy' = y \ln \frac{x}{y},$
- $y' - y \cot x = \sin x,$
- $(2x + ye^{xy})dx + (1 + xe^{xy})dy = 0,$
- $y = x(y')^2 + (y')^2.$

Контрольная работа № 2

Решить уравнения:

- $y''' = 60x^2,$
- $(y''x - y')y' = x^3,$
- $x^2 y y'' - 2x^2 (y')^2 + xy y' = 0,$
- $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x},$
- $y''' - y'' = 2xe^x + 1.$

Расчетно-графическая работа

Вариант № 1

Решить уравнения и систему уравнений:

- $(x + 4y)y' = 2x + 3y - 5.$
- $(2x^2 y^3 - 1)y dx + (4x^2 y^3 - 1)x dy = 0.$
- $e^x dx - (1 + e^x)y dy = 0.$
- $x^2 y'' + x^3 y' = y'^2.$
- $y' + y \cos x = e^{-\sin x}.$
- $xy' = y + x\sqrt{1 + (y')^2}.$

$$7. y''' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x.$$

$$8. y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}.$$

$$9. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y \end{cases}.$$

$$10. y = \frac{3}{2}xy' + e^{y'}$$

Контрольная работа № 3

1. Решить линейное разностное уравнение первого порядка: $y_{k+1} - \frac{k+2}{k+1}y_k = \frac{2}{k+3}$.

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y_{k+1} + 2y_k = 3k^2 + 2k - 2.$$

3. Методом вариации постоянной решить уравнение: $y_{k+1} = y_k + \frac{1}{(3k+4)(3k+1)}$.

4. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение:

$$y_{k+2} + y_{k+1} - 2y_k = 0.$$

5. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x_{k+1} = 10x_k - 6y_k, \\ y_{k+1} = 18x_k - 11y_k. \end{cases}$$

4.2 Итоговый контроль знаний

Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде экзамена.

Экзамен сдается в конце второго семестра. Форма сдачи экзамена – устная. Необходимым условием допуска на зачет является сдача расчетно-графической работы. В предлагаемый билет входят два теоретических вопроса и одна задача. Студент должен дать развернутые ответы на оба вопроса и решить задачу.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Основные понятия дифференциальных уравнений.
2. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
5. Линейные уравнения первого порядка.
6. Уравнения в полных дифференциалах.
7. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
8. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.
9. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.
10. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения n -го порядка.
11. Простейшие случаи понижения порядка.
12. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
13. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
14. Уравнения Эйлера.
15. Линейные неоднородные уравнения.
16. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.

17. Системы дифференциальных уравнений.
18. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
19. Системы линейных дифференциальных уравнений.
20. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
21. Линейные разностные уравнения первого порядка.
22. Общие свойства линейных разностных уравнений порядка n .
23. Методы решения линейных разностных уравнений порядка n .
24. Линейные разностные стационарные уравнения.
25. Линейные разностные неоднородные стационарные уравнения.
26. Нормальные линейные системы разностных уравнений.
27. Линейные стационарные системы разностных уравнений.
28. Нелинейные разностные уравнения и системы.

Пример экзаменационного билета:

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ	
Утверждено на заседании кафедры «__» _____ 20__ Заведующий кафедрой Утверждаю: _____	Кафедра ИУС Факультет МиИ Курс I Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения»
Экзаменационный билет № 1	
1. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. 2. Линейные разностные уравнения первого порядка. 3. Решить уравнение: $(\cos x - x \sin x)ydx + (x \cos x - 2y)dy = 0$.	

5 ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

При преподавании дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» используются следующие инновационные технологии: применение мультимедийного проектора при чтении лекций, использование ресурсов сети Internet при самостоятельной работе студентов, дискуссии в обсуждении проблемных ситуаций при решении задач.