Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра математического анализа и моделирования

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Основной образовательной программы по специальности 010501.65 – Прикладная математика и информатика

Благовещенск 2012

УМКД разработан канд. тех. наук, доцентом Труфановой Татьяной Вениаминовной

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры
Протокол заседания кафедры от «___» _____ 2012_ г. №___
Зав. кафедрой _____ / В.В.Сельвинский /

УТВЕРЖДЕН
Протокол заседания УМСС 010501.65 – Прикладная математика и информатика
от «___» _____ 2012_ г. №___
Председатель УМСС _____ / В.В.Сельвинский /

СОДЕРЖАНИЕ

1 Рабочая программа учебной дисциплины 4
1.1 Цели и задачи освоения дисциплины 4
1.2 Место дисциплины в структуре ООП ВПО 4
1.3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины
1.4 Структура и содержание дисциплины «Динамика твердого тела» 4
1.5 Содержание разделов и тем дисциплины 5
1.6 Самостоятельная работа 7
1.7 Образовательные технологии 8
1.8 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 8
1.9 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Динамика твердого тела» 9
1.10 Материально-техническое обеспечение дисциплины 10
1.11. Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине 10

2 Краткое изложение программного материала 10
3 Методические указания 26
3.1 Методические указания к практическим и лабораторным занятиям 27
3.2 Методические указания по самостоятельной работе студентов 30
4 Контроль знаний 36
4.1 Текущий контроль знаний 36
4.2 Итоговый контроль 39
5 Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе 40

1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью и задачами дисциплины являются знакомство с методами исследования математических моделей различных процессов и явлений естествознания, изучение основных методов решения возникающих при этом математических задач, выяснение смысла полученного решения.

1.2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина "Динамика твердого тела" излагается на базе математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, в тесной связи с теорией функций комплексного переменного и с основами вариационного исчисления.

Дисциплина "Динамика твердого тела" включена в рабочий учебный план специальности в цикл факультативных дисциплин (ФТД.4).

1.3. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина " Динамика твердого тела " вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений и решения (аналитического и численного) получающихся при этом математических задач. Студент должен свободно ориентироваться в основных разделах дисциплины, что включает:

основные законы динамики, дифференциальные уравнения движения и их интегрирование; инерционные и геометрические характеристики твердых тел и механической системы, теорию сил как меру механического взаимодействия между телами, методы исследования простейших механических систем.

1.4.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ Динамика твердого тела

Общая трудоемкость дисциплины составляет __116__ часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лек.	Прак. зан.	Сам. раб.	
1	Кинематика точки и твердого тела	8	1-3	8	4	6	Контрольная работа, устный опрос
2	Динамика материальной точки и механической системы	8	3-9	14	8	10	Контрольная работа, устный опрос, рейтинговая оценка
3	Динамика твердого тела	8	10 - 13	12	6	8	Контрольная работа, устный опрос, рейтинговая оценка, экзамен

4	Аналитическая механика	8	13 - 16	14	14	12	Контрольная работа, устный опрос
				48	32	36	

1.5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

Раздел 1. Кинематика точки и твердого тела

Лекция 1. Введение в кинематику. Система отсчета. Закон движения. Основные задачи кинематики. Кинематика точки. Три способа задания движения точки: векторный, координатный, естественный. Скорость точки. Определение величины и направления скорости при координатном способе задания движения точки.

Ускорение точки. Определение величины и направления ускорения при координатном способе задания движения точки. Оси естественного трехгранника. Определение скорости и ускорения точки при естественном способе задания движения. Касательное и нормальное ускорения точки. Радиус кривизны траектории в данной точке.

Лекция 2. Кинематика твердого тела. Поступательное движение твердого тела. Теорема о траекториях, скоростях и ускорениях точек твердого тела при поступательном движении. Закон поступательного движения твердого тела.

Вращательное движение твердого тела. Угол поворота тела. Закон вращательного движения твердого тела. Угловая скорость тела. Угловое ускорение тела. Частные случаи вращательного движения твердого тела.

Определение скоростей и ускорений точек вращающегося твердого тела. Векторы угловой скорости и углового ускорения. Выражение скоростей и ускорений точек тела через векторы угловой скорости и углового ускорения.

Лекция 3. Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела. Закон плоского движения твердого тела. Определение скоростей точек тела при плоском движении. Теорема о проекциях скоростей точек твердого тела. Мгновенный центр скоростей (МЦС).

Частные случаи определения МЦС. Определение скоростей точек тела с помощью МЦС. Подвижная и неподвижная центроиды. Определение ускорений точек твердого тела при плоском движении.

Лекция 4. Движение твердого тела с неподвижной точкой (сферическое движение). Углы Эйлера. Закон сферического движения твердого тела. Мгновенная ось вращения. Векторы угловой скорости и углового ускорения.

Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при сферическом движении.

Общий случай движения свободного твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела в общем случае движения.

Раздел 2. Динамика материальной точки и механической системы

Лекция 5. Динамика. Основные понятия и определения: инертность, масса, сила, материальная точка. Силы, зависящие от времени, от положения и скорости точки приложения силы. Задачи динамики.

Лекция 6. Динамика материальной точки. Законы динамики Галилея – Ньютона. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на декартовы и естественные оси. Начальные условия.

Лекция 7. Динамика относительного движения материальной точки. Переносная и кориолисова силы инерции. Частные случаи относительного движения. Случай относительного покоя. Принцип относительности классической механики.

Лекция 8. Динамика механической системы материальных точек. Силы внешние и внутренние. Главный вектор и главный момент внутренних сил. Масса и центр масс механической системы.

Лекция 9. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс. Количество движения механической системы. Импульс силы.

Лекция 10. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения.

Лекция 11. Момент инерции. Момент инерции механической системы относительно оси. Теорема о моментах инерции относительно параллельных осей.

Раздел 3. Динамика твердого тела

Лекция 12. Моменты инерции простейших тел (тонкий однородный стержень, тонкое круглое кольцо, однородный круглый диск). Центробежные моменты инерции. Тензор инерции.

Лекция 13. Момент инерции твердого тела относительно оси произвольного направления. Эллипсоид инерции. Главные оси и главные моменты инерции твердого тела.

Лекция 14. Кинетический момент. Момент количества движения материальной точки. Кинетический момент механической системы относительно неподвижной точки, относительно центра масс, относительно произвольного центра.

Лекция 15. Кинетический момент вращающегося твердого тела. Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения кинетического момента.

Лекция 16. Дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела. Дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.

Лекция 17. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела.

Раздел 4. Аналитическая механика

Лекция 18. Кинетическая энергия. Кинетическая энергия материальной точки и механической системы. Теорема Кенига. Кинетическая энергия твердого тела при различных случаях движения.

Лекция 19. Работа. Элементарная работа силы. Работа силы на конечном перемещении ее точки приложения. Примеры вычисления работ некоторых сил (сила тяжести материальной точки и твердого тела, сила упругости, реакция поверхности, вращающий момент, сопротивление качению).

Лекция 20. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы. – 2 час.

Лекция 21. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Сила инерции материальной точки. Главный вектор и главный момент сил инерции механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела при различных случаях движения.

Лекция 22. Связи и их классификация (стационарные, геометрические, голономные).

Возможное перемещение материальной точки и механической системы. Элементарная работа силы на возможном перемещении. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений.

Лекция 23. Общее уравнение динамики. Принцип Даламбера – Лагранжа.

Лекция 24. Обобщенные координаты механической системы. Число степеней свободы. Обобщенные силы. Уравнения движения механической системы в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа II рода.

5.2. Практические (лабораторные/семинарские) занятия.

Занятие 1. Определение величины и направления скорости и ускорения точки при координатном способе задания движения точки.

Занятие 2.Определение скорости и ускорения точки при естественном способе задания движения. Касательное и нормальное ускорения точки.

Занятие 3.Поступательное и вращательное движение твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек вращающегося твердого тела.

Занятие 4.Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела. Определение скоростей точек тела с помощью МЦС.

Занятие 5.Определение ускорений точек твердого тела при плоском движении.

Занятие 6.Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при сферическом движении.

Занятие 7. Динамика. Решение первой основной задачи динамики материальной точки.

Занятие 8. Решение второй основной задачи динамики материальной точки. Начальные условия.

Занятие 9. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения.

Занятие 10.Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения кинетического момента. Дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела.

Занятие 11.Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки.

Занятие 12.Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы.

Занятие 13.Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы.– 2 час.

Занятие 14.Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

Занятие 15.Уравнения Лагранжа II рода.

Занятие 16 Контрольная работа.

1.6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоёмкость в часах
1	1	Индивидуальное задание №1. Кинематика точки.	4
2	1	Индивидуальное задание №2. Вращательное движение твердого тела.	4
3	1	Индивидуальное задание №3. Плоское движение твердого тела.	4
4	1	Индивидуальное задание №4. Движение	4

		твердого тела вокруг неподвижной точки.	
5	2	Индивидуальное задание №5. Динамика материальной точки.	5
6	2	Индивидуальное задание №6. Кинетическая энергия механической системы.	5
7	3	Индивидуальное задание №7. Общее уравнение динамики.	5
8	4	Индивидуальное задание №8. Уравнения Лагранжа.	5
			36

1.7.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции: традиционное и проблемное изложение теоретического материала, текущий устный опрос, коллоквиумы, использование интерактивных обучающих мультимедиа средств; практические занятия: интерактивные методы решения задач, мозговой штурм, использование наглядных средств, контрольные работы; консультации, самостоятельная работа.

1.8.ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В течение семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому занятию, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В течение семестра предусмотрены индивидуальные задания (8) и контрольная работа. По окончании курса предусмотрен зачет.

Вопросы к зачету

1. Динамика. Основные понятия и определения.
2. Законы динамики Галилея – Ньютона.
3. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на декартовы и естественные оси. Начальные условия.
4. Динамика относительного движения материальной точки.
5. Теорема о движении центра масс.
6. Количество движения механической системы. Импульс силы.
7. Момент инерции. Теорема о моментах инерции относительно параллельных осей.
8. Центробежные моменты инерции. Тензор инерции.
9. Момент инерции твердого тела относительно оси произвольного направления.
10. Эллипсоид инерции. Главные оси и главные моменты инерции твердого тела.
11. Кинетический момент. Кинетический момент вращающегося твердого тела.
12. Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения кинетического момента.
13. Дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела. Дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
14. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела.
15. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки.
16. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела.
17. Кинетическая энергия материальной точки и механической системы. Теорема Кенига.

18. Кинетическая энергия твердого тела при различных случаях движения.
19. Работа. Элементарная работа силы. Работа силы на конечном перемещении ее точки приложения.
20. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы.
21. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы.
22. Возможное перемещение материальной точки и механической системы.
23. Элементарная работа силы на возможном перемещении. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений.
24. Общее уравнение динамики. Принцип Даламбера – Лагранжа.
25. Обобщенные координаты механической системы. Число степеней свободы. Обобщенные силы.
26. Уравнения движения механической системы в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа II рода.

1.9.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ Динамика твердого тела

Основная литература:

1.9.1. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики : учеб. пособие: В 2 т: Рек. Мин. обр. РФ, Т. 1 , Т. 2 : Статика и кинематика.- 6-изд., испр. : Динамика.- 5-е изд., испр./ Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. -СПб.: Лань, 2004. -730 с.:а-рис.

1.9.2. Павлов, Владимир Егорович. Теоретическая механика [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Павлов, Ф. А. Доронин. - М. : Академия, 2009. - 314 с. - (Высшее проф. образование. Строительство). - Библиогр. : с. 308. - ISBN 978-5-7695-2834-7 (в пер.)

1.9.3. Ольховский, Игорь Иванович. Курс теоретической механики для физиков [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / И.И. Ольховский. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 575 с. : рис. - Библиогр. : с. 565 . - Предм. указ. : с. 567 . - ISBN 978-5-8114-0857-3 (в пер.)

Дополнительная литература:

1.9.4. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб.: рек. Мин. обр. РФ/ С.М.Тарг. – М.: Высш. шк., 2006. - 416 с.

1.9.5. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике : учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ/ И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. -40-е изд., стер.. -СПб.: Лань, 2003. - 448 с.:а-рис.

1.9.6. Динамика твердого тела : факультатив : учеб. – метод. комплекс для спец. 010501.65 – прикладная математика и информатика / АмГУ, ФМиИ; сост. В.В.Сельвинский.- Благовещенск: Изд. АмГУ, 2007.-33 с

1.9.7. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : Учеб. пособие: Доп. Мин. обр. СССР/ Ред. А.А. Яблонский. -11-е изд., стер.. -М.: Интеграл-Пресс, 2004. - 382 с.

1.9.8. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: Статика. Кинематика. Динамика : учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ/ А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. -11-е изд., стер.8-е изд. стер.9-е изд., стер.. -СПб.: Лань, 2004,2001,2002. -765 с.:а-рис.

1.9.9. Мехатроника, автоматизация, управление [Текст] : Теорет. и прикладной научно-техн. журн. - Выходит ежемесячно. - ISSN 1684-6427.

1.9.10. Сельвинский, В. В. Динамика контактного взаимодействия твердых тел [Текст] : моногр. / В. В. Сельвинский. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 164 с. - Библиогр. : с. 157. - ISBN 978-5-93493-136-1

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	краткая характеристика
1	http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-pde.htm	Учебно-образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF-файлы учебников по теме: Теоретическая механика
2	http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/lpde.htm	Учебно-образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF-файлы учебников по теме: Динамика твердого тела

1.10.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Динамика твердого тела» входит в теоретический цикл фундаментальных дисциплин и не требует специального лабораторного оборудования.

Материальное обеспечение дисциплины предполагает наличие учебных аудиторий для проведения лекционных и практических занятий с возможностью использования мультимедийных средств.

1.11. РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Проводится в соответствии с положением о балльно-рейтинговой системе оценки знаний студентов АмГУ и положением кафедры МАиМ по дисциплине.
Система оценки в баллах

№	Вид работы	Норма	Максимальное кол-во баллов
	8-ой семестр		
1	Посещение занятий	0,25 балла/2часа ауд.зан.	20 баллов
2	Индивидуальное задание № 1	0-5 баллов	5 баллов
3	Индивидуальное задание № 2	0-5 баллов	5 баллов
4	Индивидуальное задание № 3	0-5 баллов	5 баллов
5	Индивидуальное задание № 4	0-5 баллов	5 баллов
6	Индивидуальное задание № 5	0-5 баллов	5 баллов
7	Индивидуальное задание № 6	0-5 баллов	5 баллов
8	Индивидуальное задание № 7	0-5 баллов	5 баллов
9	Индивидуальное задание № 8	0-5 баллов	5 баллов
10	Зачет	0 – 40 баллов	40 баллов
	Всего за семестр	0-100 баллов	100 баллов

2 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

Семестр обучения: 8

Лекция 1. Введение в кинематику. Система отсчета. Закон движения. Основные задачи кинематики. Кинематика точки. Три способа задания движения точки: векторный, координатный, естественный. Скорость точки. Определение величины и направления скорости при координатном способе задания движения точки.

Ускорение точки. Определение величины и направления ускорения при координатном способе задания движения точки. Оси естественного трехгранника. Определение скорости и

ускорения точки при естественном способе задания движения. Касательное и нормальное ускорения точки. Радиус кривизны траектории в данной точке.

Краткое содержание: Введем основные определения теоретической механики: что называется теоретической механикой, на какие разделы делится теоретическая механика. Раздел кинематики. Механическое движение. Система отсчета. Простое и сложное движение. Теоретическая механика – это наука, в которой изучаются механические движения вещественных форм материальных объектов.

Теоретическую механику называют еще классической механикой или механикой Ньютона.

Механическое движение – это перемещение материальных объектов в пространстве с течением времени без рассмотрения физических свойств этих объектов и их изменения в процессе движения.

Введение в кинематику. Кинематика точки. Понятие траектории. Способы задания движения: векторный, координатный и естественный. Скорость точки при различных способах задания движения.

Кинематикой называется раздел теоретической механики, в котором изучаются движения материальных объектов, таких как точка и твердое тело, без рассмотрения причин, вызывающих или изменяющих это движение.

В курсе теоретической механики кинематика делится на кинематику точки и кинематику твердого тела.

Такое изучение движения материальных объектов не требует учета материальных характеристик этих объектов - массы, моментов инерции и пр.

В кинематике точки рассматриваются характеристики движения точки, такие, как скорость и ускорение и методы их определения при различных способах задания движения.

Векторный способ.

Будем рассматривать случай декартовой прямоугольной системы координат. Движение точки относительно рассматриваемой системы отсчета задано, если известен радиус-вектор $\bar{r} = \bar{r}(t)$ этой точки как функция времени, т.е.

$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

Векторный способ обычно применяется для теоретического изложения кинематики точки.

Координатный способ.

Движение точки можно изучать, используя любую систему координат. Рассмотрим случай декартовой прямоугольной системы координат.

Движение точки задано, если известны координаты точки, как непрерывные, дважды дифференцируемые функции времени, т.е. $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$

Уравнения движения есть также уравнения траектории точки в параметрической форме. Параметром является время t.

$$\bar{r}(t) = x(t) \cdot \bar{i} + y(t) \cdot \bar{j} + z(t) \cdot \bar{k}$$

Уравнения траектории в координатной форме получаются путем исключением параметра t. Получаются уравнения двух поверхностей $\Phi_1(x, y) = 0$, $\Phi_2(x, y) = 0$. Пересечение этих поверхностей дает кривую в пространстве – траекторию точки.

Естественный способ задания движения.

При естественном способе задания движения задаются траектория точки и закон движения точки по траектории. Движение точки рассматривается относительно фиксированной системы отсчета.

Для задания закона движения точки по траектории необходимо выбрать на траектории точку О, принимаемую за начало отсчета. Кроме того, необходимо задать начало отсчета времени.

$s = f(t)$ - закон движения точки по траектории. Функция $s = f(t)$ должна быть непрерывной и дважды дифференцируемой.

От задания движения в декартовых координатах можно перейти к его заданию естественным способом. Закон движения точки по траектории в дифференциальной форме через декартовы координаты выражается в виде

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

и после интегрирования - в конечной форме

$$s = \int_0^t \sqrt{f_1'(t)^2 + f_2'(t)^2 + f_3'(t)^2}\, dt$$

если $x = f_1(t)$ $y = f_2(t)$ $z = f_3(t)$

Естественные координаты. Обозначается s.

а) Положение точки на траектории определяет естественная координата. Поэтому должно быть дано: траектория, масштаб на траектории, начало отсчета на траектории, положительное направление на траектории.

б) Закон движения. $s = s(t)$.

в) Скорость $v = \dfrac{ds}{dt} = \dot{s}$ или $\vec{v} = \dfrac{ds}{dt}\vec{\tau} = \dot{s}\vec{\tau}$, где $\vec{\tau}$ - орт касательной.

г) Орты естественных координат. Естественный трехгранник. При естественном описании берется три орта $\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b}$. $|\vec{\tau}| = |\vec{n}| = |\vec{b}| = 1$, причем $\vec{\tau} \perp \vec{n} \perp \vec{b}$. $\vec{n}$ - орт нормали, $\vec{b}$ - орт бинормали, $\vec{\tau}$ - орт касательной. Вектора $\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b}$ образуют правую тройку векторов, как $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Удобство естественных координат состоит в том, что при движении материальной точки естественный трехгранник двигается вместе с ней по траектории.

д) Ускорение в естественных координатах. $\vec{a} = \underbrace{\ddot{s}\vec{\tau}}_{a_\tau} + \underbrace{\dot{s}^2\vec{n}}_{a_n}$. $a_\tau = \dot{v}$, $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$, $a_b = 0$.

е) Физический смысл $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$. $\vec{a}_\tau$ направлено по касательной к траектории, т.е. по линии скорости, а поэтому меняет скорость по величине, по модулю. $\vec{a}_n$ направлено по нормали $\vec{n}$ к центру траектории, поэтому изменяет скорость по направлению.

ё) Частные случаи движения.

1) $a_n = 0,\ a_\tau = 0$ - равномерное прямолинейное.

2) $a_n = 0,\ a_\tau > 0$ - ускоренное прямолинейное.

3) $a_n = 0,\ a_\tau < 0$ - замедленное прямолинейное.

4) $a_n > 0,\ a_\tau = 0$ - криволинейное, с постоянной по модулю скоростью.

5) $a_n > 0,\ a_\tau > 0$ - криволинейное ускоренное.

6) $a_n > 0,\ a_\tau < 0$ - криволинейное замедленное.

Цель лекций состоит в том, чтобы дать основные определения раздела кинематика и основные способы задания движения точки.

Ключевые вопросы. 1) Что называется кинематикой? 2) На какие разделы делится кинематика? 3) Способы задания движения точки. 4). Что должно быть известно при естественном способе задания движения точки? 5). При каких условиях значение дуговой координаты точки в некоторый момент времени равно пути, пройденному точкой за промежуток от начального до данного момента времени?5) Как по уравнениям движения точки в координатной форме определить ее траекторию? 6). Как направлена средняя скорость точки за некоторый промежуток времени? 7). Чему равен вектор скорости точки в данный момент вре-

мени, и какое направление он имеет? 8). Как определяются проекции скорости точки на неподвижные оси декартовых координат? 9). Приведите определения соприкасающейся, спрямляющей и нормальной плоскостей. 10) Чему равна проекция скорости точки на касательную к ее траектории? 11). В какой плоскости расположено ускорение точки и чему равны его проекции на естественные координаты оси? 12). Что характеризует собой касательное и как оно направлено по отношению к вектору скорости? 13). Что характеризует собой нормальное ускорение точки и как оно направлено по отношению к скорости точки? 14). При каком движении касательное ускорение точки равно нулю? 15). При каком движении нормальное ускорение точки равно нулю?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 2. Кинематика твердого тела. Поступательное движение твердого тела. Теорема о траекториях, скоростях и ускорениях точек твердого тела при поступательном движении. Закон поступательного движения твердого тела.

Вращательное движение твердого тела. Угол поворота тела. Закон вращательного движения твердого тела. Угловая скорость тела. Угловое ускорение тела. Частные случаи вращательного движения твердого тела.

Определение скоростей и ускорений точек вращающегося твердого тела. Векторы угловой скорости и углового ускорения. Выражение скоростей и ускорений точек тела через векторы угловой скорости и углового ускорения.

Краткое пояснение.

Числом степеней свободы твердого тела называется число независимых параметров, которые однозначно определяют положение тела в пространстве относительно рассматриваемой системы отсчета.

Поступательным движением твёрдого тела называется такое его движение, при котором любая прямая, жёстко скреплённая с телом, остаётся параллельной своему первоначальному положению в каждый момент времени.

Теорема. При поступательном движении твёрдого тела траектории, скорости и ускорения всех точек твердого тела одинаковы.

Поступательное движение твёрдого тела полностью характеризуется движением одной любой его точки.

Твёрдое тело при поступательном движении имеет три степени свободы.

Для задания движения твердого тела в декартовой системе координат достаточно знать координаты $x(t),\ y(t),\ z(t)$ любой его точки.

Функции $x(t),\ y(t),\ z(t)$ называются уравнениями поступательного движения твердого тела.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. При этом также остаются неподвижными все точки тела, расположенные на прямой, проходящей через его неподвижные точки. Эта прямая называется осью вращения тела.

Положение тела относительно выбранной системы отсчета однозначно определяется в любой момент времени, если задано уравнение $\varphi = f(t)$, где $f(t)$ - любая дважды дифференцируемая функция времени. Это уравнение называется уравнением вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси.

У тела, совершающего вращение вокруг неподвижной оси, одна степень свободы, так как его положение определяется заданием только одного параметра – угла φ.

Угол φ считается положительным, если он откладывается против часовой стрелки, и отрицательным – в противоположном направлении. Траектории точек тела при его вращении вокруг неподвижной оси являются окружностями, расположенными в плоскостях перпендикулярных оси вращения.

Для характеристики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси введём понятия угловой скорости и углового ускорения.

Алгебраической угловой скоростью тела в какой-либо момент времени называется первая производная по времени от угла поворота в этот момент, то есть $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$.

Угловая скорость является положительной величиной при вращении тела против часовой стрелки, так как угол поворота возрастает с течением времени, и отрицательной – при вращении тела по часовой стрелке, потому что угол поворота при этом убывает.

Алгебраическим угловым ускорением тела называется первая производная по времени от угловой скорости, то есть вторая производная от угла поворота т.е. $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\omega}{dt^2}$

Введем понятия векторов угловой скорости и углового ускорения тела.

$\overline{\omega} = \omega \cdot \overline{k}$ и $\overline{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \overline{k}$, где $\overline{k}$ - единичный вектор оси вращения. Векторы $\overline{\omega}$ и $\overline{\varepsilon}$ можно изображать в любых точках оси вращения, они являются скользящими векторами.

Равномерное вращение

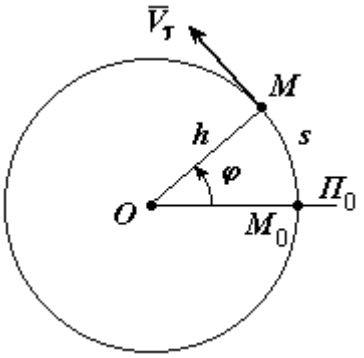
Вращение называется равномерным, если его угловая скорость постоянна, т.е. $\omega = const$.

Равнопеременное вращение

Вращение называется равноускоренным, если его угловое ускорение постоянно и больше нуля, т.е. $\varepsilon = const > 0$.

Вращение называется равнозамедленным, если его угловое ускорение постоянно и меньше нуля, т.е. $\varepsilon = const < 0$.

Рассмотрим какою-нибудь точку *M* твердого тела, находящуюся на расстоянии *h* от оси вращения. При вращении твердого тела точка *M* будет описывать окружность радиуса *h*, плоскость которой перпендикулярна оси вращения, а центр О лежит на самой оси. Если за время *dt* происходит элементарный поворот тела на угол $d\varphi$, то точка *M* при этом совершает вдоль своей траектории элементарное перемещение $ds = h \cdot d\varphi$.



Тогда алгебраическая скорость будет равна

$$v_\tau = \frac{ds}{dt} = h \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{или} \quad v_\tau = h \cdot \omega$$

Скорость точки равна $\overline{v} = v_\tau \cdot \overline{\tau}$. Скорость $\overline{v}$ в отличие от угловой скорости тела называют иногда еще линейной или окружной скоростью.

Модуль скорости равен

$$v = h \cdot |\omega| .$$

Величины скоростей точек тела, при его вращении вокруг неподвижной оси, пропорциональны кратчайшим расстояниям от этих точек до оси.

Ускорение точки раскладываем на касательную и нормальную составляющие, т.е.

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n .$$

Касательное и нормальное ускорения вычисляются по формулам

$$a_\tau = \ddot{s} = h \cdot \ddot{\varphi} = h \cdot \varepsilon , \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{h^2 \cdot \omega^2}{h} = h \cdot \omega^2 .$$

Таким образом $a_\tau = h \cdot \varepsilon$, $a_n = h \cdot \omega^2$ и модуль ускорения вычисляется по формуле

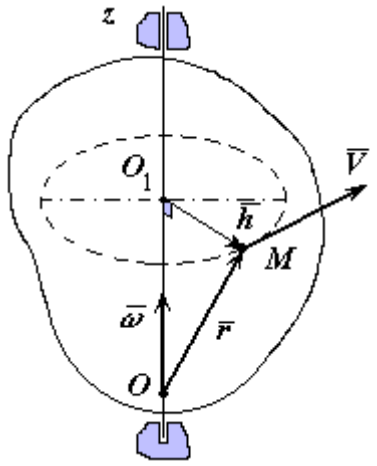
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = h \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .$$

Касательные, нормальные и полные ускорения точек тела, при его вращении вокруг неподвижной оси, как и скорости, так же пропорциональны кратчайшим расстояниям от этих точек до оси. Нормальное ускорение направлено по радиусу окружности к оси вращения. Направление касательного ускорения зависит от знака углового ускорения.

Скорость точки по модулю и направлению можно представить векторным произведением

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r} ,$$

где $\bar{r}$ - радиус-вектор точки М, проведенный из произвольной точки оси вращения Oz.



Это выражение называется векторной формулой Эйлера.

Цель лекции. Ввести понятие поступательного движения твердого тела. Сформулировать основную теорему о поступательном движении твердого тела. Дать понятие вращательного движения твердого тела. Ввести основные кинематические характеристики вращательного движения, а также движение отдельной точки этого тела.

Ключевые вопросы. 1)Перечислите основные виды движений твердого тела. 2. Что определяет число степеней свободы твердого тела? 3. Какое движение твердого тела называется поступательным, и какими свойствами оно обладает? 4. Запишите уравнения поступательного движения. 5. Сформулируйте теорему о поступательном движении. 6. Какое движение твердого тела называется вращением вокруг неподвижной оси и как оно осуществляется? 7. Записать закон вращательного движения вокруг неподвижной оси? 8. По каким формулам определяются модули угловой скорости и углового ускорения вращающегося твердого тела? 9. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения при вращении тела вокруг неподвижной оси? 10. Выведите формулы модулей скорости и ускорения точек

твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. 11. Запишите в векторном виде выражения линейной скорости, касательного и нормального ускорений при вращательном движении?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 3. Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела. Закон плоского движения твердого тела. Определение скоростей точек тела при плоском движении. Теорема о проекциях скоростей точек твердого тела. Мгновенный центр скоростей (МЦС).

Частные случаи определения МЦС. Определение скоростей точек тела с помощью МЦС. Подвижная и неподвижная центроиды. Определение ускорений точек твердого тела при плоском движении.

План лекции. Плоским (плоскопараллельным) движением называется такое движение, при котором каждая точка тела двигается в одной и той же плоскости, параллельной некоторой неподвижной плоскости, т.е. каждая точка тела двигается в одной и той же плоскости и все эти плоскости параллельны между собой.

Плоским движением является вращательное движение вокруг неподвижной оси, т.к. все точки тела двигаются в параллельных плоскостях.

Разложение плоского движения на поступательное и вращательное.

Теорема. Всякое плоское движение твердого тела можно представить как совокупность двух движений: поступательного вместе с полюсом и вращательного вокруг этого полюса.

Независимость угловой скорости и углового ускорения от выбора полюса.

Независимо от того какую точку тела выбрать за полюс, во всех случаях отличие будет составлять только поступательное перемещение, т.к. поступательные перемещения производятся в направлении перемещения полюса. Но во всех случаях угловое перемещение вокруг полюса оказывается одинаковым. Т.к. угловой поворот одинаковый, то угловая скорость одна и та же, и угловое ускорение одно и то же, следовательно, за полюс можно выбрать любую точку тела.

Число степеней свободы.

При плоском движении достаточно двух линейных координат и одной угловой для описания поворота. Следовательно, плоское движение имеет три степени свободы.

Уравнения движения.

Три степени свободы, следовательно, три уравнения движения: $x_p = x_p(t)$, $y_p = y_p(t)$, $\varphi_p = \varphi_p(t)$, p - полюс, произвольная точка тела.

Скорости точек при плоском движении.

Общий случай.

Т.к. плоское движение можно представить как совокупность поступательного движения со скоростью полюса и вращательного вокруг этого полюса, то скорость любой точки складывается векторно из скорости полюса и вращательной скорости вокруг этого полюса. $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \underbrace{\vec{v}_{AB}}_{[\vec{\omega}_{AB}\overline{AB}]}$. Хотя за полюс можно брать любую точку, но при вычислениях удобно брать точку, скорость которой известна.

Теорема о проекциях.

Проекции скоростей двух точек твердого тела при плоском движении на прямую, соединяющую эти точки, равны по величине и знаку: $v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta$.

Чтобы вычислить скорость по теореме о проекциях надо знать скорость одной из точек и углы наклона скоростей в полюсе и в искомой точке.

Вычисление скоростей через МЦС.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка, скорость которой в данный момент равна нулю. $\vec{v}_P = 0$.

Т.к. скорость МЦС известна, то МЦС берут за полюс при вычислении скоростей. Тогда $\vec{v}_A = \underbrace{\vec{v}_P}_{0} + \underbrace{\vec{v}_{PA}}_{[\vec{\omega}_{PA}\overline{PA}]}$. Для всех точек одного и того же звена, т.е. одного и того же твердого тела, все угловые скорости равны $\vec{\omega}_{PA} = \vec{\omega}_{PB} = ...$, т.к. $\vec{\omega}$ тела не зависит от выбора полюса и одинакова для всех точек тела. $\vec{v}_A = \omega\, PA,\ \vec{v}_B = \omega\, PB, ...$

Чтобы вычислить скорость точек с помощью МЦС надо знать угловое ускорение и расстояние от точки до МЦС.

Вычисление угловой скорости через МЦС.

Чтобы вычислить угловую скорость через МЦС надо знать скорость какой-либо точки и расстояние от нее до МЦС. $\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} = ...$. Направить ω дугой вокруг МЦС в сторону известного направления скорости любой из точек.

Знание МЦС позволяет нарисовать скорости во всех точках колеса. Метод МЦС показывает, что плоское движение является мгновенно вращательным вокруг МЦС, т.к. скорость через МЦС находится по правилам вычисления скоростей по формулам вращательного движения линейных скоростей. Эти формулы скоростей точек через МЦС характеризуют поле скоростей твердого тела при плоском движении.

Ускорения точек при плоском движении.

При вычислении ускорений метод МЦС не применяется, он применяется только при вычислении скоростей. Поэтому за полюс не берут МЦС при вычислении ускорений. За полюс при вычислении ускорений берется точка, ускорение которой известно.

Т.к. движение плоское, то ускорение любой точки тела можно составить как векторную сумму ускорения поступательного движения и ускорений вращательного движения. $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}^n_{AB}}_{\omega^2_{AB}AB} + \underbrace{\vec{a}^\tau_{AB}}_{\varepsilon_{AB}AB}$.

Определение ускорения $\vec{a}_B$ методом проектирования.

Этот метод применяется в том случае, если точка B двигается по прямой линии. Тогда известно направление ускорения точки B и можно проектировать, чтобы найти модуль. Точка A полюс и ускорение $\vec{a}_A$ известно. При прямолинейном движении нет нормального ускорения и может быть ускорение только тангенсальным, т.е. направленным по скорости или против скорости. По определению ускорения через полюс $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}^n_{AB}}_{\omega^2_{AB}AB} + \underbrace{\vec{a}^\tau_{AB}}_{\varepsilon_{AB}AB}$, почленно проектируем это равенство на перпендикуляр к $\vec{a}^\tau_{AB}$, чтобы оно исчезло из уравнения. $-|a_B|\cos\beta = +a_A\cos\alpha + |a^n_{AB}| + 0$. «Минус» означает, что $\vec{a}_B$ направленно противоположно обозначенному на чертеже.

Определение углового ускорения ε_{AB} методом проектирования.

Чтобы знать ε_{AB} надо знать $\vec{a}^\tau_{AB}$, тогда $\varepsilon_{AB} = \frac{|\vec{a}^\tau_{AB}|}{AB}$. Из $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}^n_{AB}}_{\omega^2_{AB}AB} + \underbrace{\vec{a}^\tau_{AB}}_{\varepsilon_{AB}AB}$ определяем $\vec{a}^\tau_{AB}$, почленно спроектировав это равенство на $\vec{a}^\tau_{AB}$.

Определение ускорения $\vec{a}_C$ по известным $\vec{\omega}_{AB}$ и $\vec{\varepsilon}_{AB}$.

Если точка C находится на звене AB, то $\varepsilon_{AB} = \varepsilon_{AC}$ и $\omega_{AB} = \omega_{AC}$, т.к. AB и AC относятся к одному звену. Берем точку A за полюс, тогда $\vec{a}_C = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}^n_{AC}}_{\omega^2_{AC}AC} + \underbrace{\vec{a}^\tau_{AC}}_{\varepsilon_{AC}AC}$, проектируем на оси x, y, находим a_{Cx} и a_{Cy}. Отсюда $|a_C| = \sqrt{a^2_{Cx} + a^2_{Cy}}$.

Вычисление ускорений через МЦУ.

Мгновенный центр ускорений (МЦУ) – точка, ускорение в которой в данный момент равно нулю. $a_Q = 0$.

Т.к. ускорение точки Q равно нулю, т.е. известно, то ее берут за полюс. Тогда ускорение других точек: $a_A = \underbrace{a_Q}_{0} + \underbrace{a^n_{QA}}_{\omega^2 QA} + \underbrace{a^\tau_{QA}}_{\varepsilon QA}$, $a_B = \underbrace{a_Q}_{0} + \underbrace{a^n_{QB}}_{\omega^2 QB} + \underbrace{a^\tau_{QB}}_{\varepsilon QB}, \ldots$ Отсюда получаем: $\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} = \frac{|a_A|}{QA} = \frac{|a_B|}{QB} = \ldots$. Ускорения всех точек прямо пропорциональны их расстояниям до МЦУ, отношения модулей ускорений к их расстояниям до МЦУ есть величина одинаковая для всех точек и равна $\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$, ускорения различных точек направлены под одним углом μ к их расстояниям до МЦУ, $tg\mu = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$.

Цель лекции: Ввести понятие плоскопараллельного движения твердого тела. Научить студентов определять скорости и ускорения любой точки тела, совершающего плоскопараллельное движение.

Ключевые вопросы : 1. Какое движение твердого тела называется плоским? 2. Приведите примеры звеньев механизмов, совершающих плоское движение. 3. Зависят ли поступательное перемещение плоской фигуры и ее поворот от выбора полюса? 4. Из каких простых движений складывается плоское движение твердого тела? 5. Покажите, что проекции скоростей точек неизменяемого отрезка на ось, совпадающую с этим отрезком, равны между собой. 6. Какую точку плоской фигуры называют мгновенным центром скоростей? В чем заключается физический смысл МЦС? Приведите основные случаи определения положения МЦС? 7. Как определяется величина и направление скорости произвольной точки тела при известном положении мгновенного центра скоростей и угловой скорости? 8. Что представляет собой распределение скоростей точек плоской фигуры в данный момент? 9. Как построить центр поворота плоской фигуры, зная ее начальное и конечное положения? 10. Что представляют собой неподвижная и подвижная центроиды и что происходит с центроидами при действительном движении плоской фигуры? 11. Как определяется ускорение любой точки плоской фигуры?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 4. Движение твердого тела с неподвижной точкой (сферическое движение). Углы Эйлера. Закон сферического движения твердого тела. Мгновенная ось вращения. Векторы угловой скорости и углового ускорения.

Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при сферическом движении.

Общий случай движения свободного твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела в общем случае движения.

План лекции. **Определение.**

Движение тела называется сферическим, если одна точка тела неподвижна, а все остальные движутся вокруг нее по сферическим поверхностям.

Число степеней свободы.

Свободное твердое тело имеет шесть степеней свободы (три поступательных и три вращательных). При сферическом движении одна точка закреплена, но одна точка имеет три степени свободы, следовательно, одна точка отнимает у тела три степени свободы, т.е. остается три степени свободы. Очевидно, что закрепленная точка при сферическом движении запрещает двигаться поступательно, т.к. при поступательном движении перемещение всех точек тела одинаковы по величине и направлению, но закрепленная точка не движется, следовательно, нет поступательного движения, и остается только три независимых вращения вокруг оси.

Углы Эйлера.

Углы Эйлера – это углы φ, ψ, θ. Эти углы взяты Эйлером для движения гироскопа, годятся для любого сферического движения. Эти углы показывают ориентацию тела в любой момент времени по отношению к неподвижной точке.

Для изображения этих углов надо две системы отсчета, неподвижную и подвижную, связанную с телом. x, y, z - условно неподвижная система, x', y', z' - подвижная система отсчета (связана с телом).

Угол φ называется углом ротации (т.е. собственного вращения гироскопа), φ находится в плоскости x', y', z'. Угол ψ находится в плоскости xoy и называется углом прецессии (т.е. вращения оси гироскопа вокруг вертикали). Угол θ называется углом нутации (т.е. отклонение оси собственного вращения от вертикали), т.е. нутацию легко наблюдать при вращении юлы, угол θ не остается постоянным после начала движения, он увеличивается от 0 до 90°, и в конце юла падает.

Уравнения движения.

При сферическом движении нет поступательности, т.е. имеются только вращательные движения, т.е. движения связаны с изменением углов Эйлера. Сферическое движение может быть описано тремя независимыми координатами, причем угловыми, т.к. нет поступательных движений. Причем роль угловых координат могут выполнять углы Эйлера φ, ψ, θ. При движении они меняются, т.е. зависят от времени: $\varphi = \varphi(t), \psi = \psi(t), \theta = \theta(t)$.

Теорема Эйлера – Даламбера.

Всякое перемещение абсолютно твердого тела при сферическом движении можно осуществить только одним поворотом вокруг оси конечного вращения, проходящей через неподвижную точку.

Угловая скорость и угловое ускорение.

Направлена по мгновенной оси вращения, которая проходит через неподвижную точку, $\vec{\omega}$.

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}$. В отличие от вращательного движения мгновенная ось вращения не закреплена, поэтому угловая скорость может изменяться и по величине и по направлению, т.е. угловое ускорение имеет две составляющих: нормальную и тангенсальную, $\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_\tau + \vec{\varepsilon}_n$.

Линейная скорость и ускорение точек.

Т.к. движение вокруг неподвижной точки является мгновенно вращательным вокруг оси мгновенного вращения, то линейная скорость при таком движении: $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$. Для произвольной точки тела M: $|v_M| = |\omega|\rho_1$, где ρ_1 длина перпендикуляра от точки M до оси мгновенного вращения.

Линейное ускорение – первая производная по времени от линейной скорости. $|\vec{a}_M^\tau| = |\vec{\varepsilon}|\rho_1$, $|\vec{a}_M^n| = \vec{\omega}^2\rho_1$.

Аксоиды.

Бывают неподвижные и подвижные.

Неподвижным аксоидом называется геометрическое место мгновенных осей вращения в неподвижной системе отсчета.

Подвижным аксоидом называется геометрическое место мгновенных осей вращения в подвижной системе отсчета.

Мгновенной осью вращения называется прямая, все точки которой неподвижны в данный момент времени, или прямая, скорости всех точек которой равны нулю в данный момент времени.

Кинематические уравнения Эйлера.

При сферическом движении вокруг неподвижной точки координатами являются угловые координаты, т.е. три угла Эйлера φ, ψ, θ. Но угловая скорость - это первая производная по времени от угла поворота. Значит угловая скорость состоит из трех составляющих, зависит от $\dot{\varphi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$. $\vec{\omega} = \dot{\varphi}\vec{k}' + \dot{\psi}\vec{k} + \dot{\theta}\vec{n}$. Кинематическими уравнениями Эйлера являются проекции угловой скорости на подвижные и неподвижные оси. Найдем их.

$$\omega_{x'} = \dot{\varphi} + \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi, \quad \omega_{y'} = \dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi, \quad \omega_{z'} = \dot{\psi}\cos\theta$$

$$\omega_x = \dot{\varphi}\sin\theta\sin\psi + \dot{\theta}\sin\psi, \quad \omega_y = \dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi + \dot{\theta}\sin\psi, \quad \omega_z = \dot{\varphi}\cos\theta + \dot{\psi},$$

соответственно.

Цель лекции: Дать понятие сферического движения твердого тела и вывести формулы для определения кинематических характеристик для всего тела и для каждой точки тела.

Ключевые вопросы: 1 . Сколько степеней свободы имеет твердое тело, совершающее сферическое движение? 2. Укажите, вокруг какой оси будет вращаться тело, если изменяется только или угол прецессии, или только угол собственного вращения, или угол нутации? 3. По какой формуле определятся скорость любой точки тела, совершающего сферическое движение? 4. Что называется мгновенной осью вращения? 5. Как распределяются скорости точек тела, имеющего одну неподвижную точку, относительно мгновенной оси вращения? 6. Что называется вектором углового ускорения твердого тела при сферическом движении? 7. Как направлен вектор углового ускорения при сферическом движении? 8. По какой формуле определяется ускорение любой точки тела, совершающего сферическое движение?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 5. Динамика. Основные понятия и определения: инертность, масса, сила, материальная точка. Силы, зависящие от времени, от положения и скорости точки приложения силы. Задачи динамики.

План лекции. Введение в динамику. Законы и аксиомы динамики материальной точки. Основное уравнение динамики. Дифференциальные и естественные уравнения движения. Две основные задачи динамики. Примеры решения прямой задачи динамики

координаты; цилиндрические координаты; полярные координаты.

Цель лекции Ввести студентов в раздел динамики. Ознакомить студентов с основными законами и принципами механики.

Ключевые вопросы. 1) Сформулировать законы Ньютона. 2) Дать определение ИСО.3) Сформулировать принцип относительности Галилея. 4) Сформулировать основные задачи динамики.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 6. Динамика материальной точки. Законы динамики Галилея – Ньютона. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на декартовы и естественные оси. Начальные условия.

План лекции. Решение обратной задачи динамики. Общие указания к решению обратной задачи динамики. Примеры решения обратной задачи динамики. Движение тела, брошенного под углом к горизонту, без учета сопротивления воздуха.

Цель лекции: Научить студентов решать дифференциальные уравнения движения материальной точки.

Ключевые вопросы: 1) Как составлять дифференциальное уравнение динамики материальной точки в векторном виде и в проекциях. 2) Использование начальных условий для определения постоянных интегрирования.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 7. Динамика относительного движения материальной точки. Переносная и кориолисова силы инерции. Частные случаи относительного движения. Случай относительного покоя. Принцип относительности классической механики.

План лекции. Относительное движение материальной точки. Силы инерции. Частные случаи движения для различных видов переносного движения. Влияние вращения Земли на равновесие и движение тел.

Цель лекции: Дать представление о движении материальной точки относительно подвижной системы координат. Ввести понятие сил инерции.

Ключевые вопросы: 1) Записать формулу относительного движения точки. 2) Пользуясь формулой переносной силы инерции ввести понятие веса тела на земле. 3) Записать формулу для кориолисовой силы инерции 4) Частные случаи движения точки относительно подвижной системы отсчета.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 8-9. Динамика механической системы материальных точек. Силы внешние и внутренние. Главный вектор и главный момент внутренних сил. Масса и центр масс механической системы. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс. Количество движения механической системы. Импульс силы.

План лекции. Динамика механической системы. Механическая система. Внешние и внутренние силы. Центр масс системы. Теорема о движении центра масс. Законы сохранения. Пример решения задачи на использование теоремы о движении центра масс. Импульс силы. Количество движения. Теорема об изменении количества движения. Законы сохранения. Теорема Эйлера. Пример решения задачи на использование теоремы об изменении количества движения.

Цель лекции: Научить студентов определять параметры движения с помощью теоремы о движении центра масс и теоремы об изменении количества движения. Научиться применять закон сохранения движения центра масс и количества движения к решению практических задач.

Ключевые вопросы: 1.Что называют материальной системой, неизменяемой материальной системой? 2.Какие силы называют внешними силами, внутренними силами? 3.Чему равны главный вектор, главный момент, работа внутренних сил? 4.Что называют центром масс механической системы? 5.Как определяются координаты центра масс системы? 6.Может ли центр масс твердого тела находится вне этого тела? 7.Запишите формулу для определения координат центра масс в трехмерном пространстве. 8.Сформулируйте теорему о движении центра масс системы. 9.Сформулируйте закон сохранения движения центра масс системы. 10. В каких случаях центр масс системы движется равномерно и прямолинейно. Что называется количеством движения точки? 11. Что называется элементарным импульсом силы? 12. Как определяется импульс силы за конечный промежуток времени? 13. Как формулируется теорема об изменении количества движения точки в дифференциальной форме? 14.Как формулируется теорема об изменении количества движения в конечной форме? 15. Как определить количество движения системы? 16.Сформулируйте закон сохранения количества движения системы.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 10-11 Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения. Момент инерции. Момент инерции механической системы относительно оси. Теорема о моментах инерции относительно параллельных осей.

План лекции. Момент количества движения. Теорема об изменении момента количества движения.

Кинетический момент твердого тела. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела. Пример решения задачи на использование теоремы об изменении момента количества движения системы. Законы сохранения кинетического момента.

Цель лекции: Научить определять параметры движения с помощью теоремы об изменении кинетического момента. Научиться применять закон сохранения кинетического момента.

Ключевые вопросы: 1. Что называется моментом количества движения точки? 2. Что называется главным моментом количества движения системы (кинетическим моментом системы)? 3. Как определяется кинетический момент системы относительно неподвижной оси? 4. Чему равен кинетический момент твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси? 5. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетического момента относительно полюса. 6. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетического момента относительно оси. 7. Сформулируйте закон сохранения кинетического момента системы. 8. В каких случаях кинетический момент системы относительно точки и относительно оси остается постоянным?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 12-13. Моменты инерции простейших тел (тонкий однородный стержень, тонкое круглое кольцо, однородный круглый диск). Центробежные моменты инерции. Тензор инерции. Момент инерции твердого тела относительно оси произвольного направления. Эллипсоид инерции. Главные оси и главные моменты инерции твердого тела.

План лекции. Моменты инерции материальной точки относительно полюса, оси и плоскости. Моменты инерции системы материальных точек, относительно полюса, оси и плоскости. Моменты инерции абсолютно твердого тела относительно полюса, оси и плоскости. Моменты инерции однородных тел. Радиус инерции. Физический смысл моментов инерции. Осевые моменты инерции в декартовых координатах. Полярный момент инерции в декартовых координатах. Связь между осевыми и полярным моментами инерции. Центробежные моменты инерции. Главные оси инерции. Теорема Гюйгенса – Штейнера (теорема о моментах инерции относительно параллельных осей). Момент инерции относительно оси любого направления. Тензор инерции. Эллипсоид инерции и его физический смысл.

Цель лекции: Познакомить студентов с моментами инерции твердого тела и основными теоремами о моментах инерции, имеющих важное значение в динамике твердого тела.

1. Ключевые вопросы: 1) Момент инерции относительно полюса, оси и плоскости. 2) Осевые и центробежные моменты инерции, их математические выражения. 3) Радиус инерции и его физический смысл. 4) Моменты инерции относительно параллельных осей. 5)Эллипсоид инерции. 6)Главные оси инерции и их свойства.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 14-15. Кинетический момент. Момент количества движения материальной точки. Кинетический момент механической системы относительно неподвижной точки, относительно центра масс, относительно произвольного центра. Кинетический момент вращающегося твердого тела. Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения кинетического момента.

План лекции. Момент количества движения. Теорема об изменении момента количества движения.

Кинетический момент твердого тела. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела. Пример решения задачи на использование теоремы об изменении момента количества движения системы.

Законы сохранения кинетического момента.

Цель лекции: Научить определять параметры движения с помощью теоремы об изменении кинетического момента. Научиться применять закон сохранения кинетического момента.

Ключевые вопросы: 1. Что называется моментом количества движения точки? 2. Что называется главным моментом количества движения системы (кинетическим моментом сис-

темы)? 3. Как определяется кинетический момент системы относительно неподвижной оси? 4. Чему равен кинетический момент твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси? 5. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетического момента относительно полюса. 6. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетического момента относительно оси. 7. Сформулируйте закон сохранения кинетического момента системы. 8. В каких случаях кинетический момент системы относительно точки и относительно оси остается постоянным?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 16-17. Дифференциальные уравнения поступательного, вращательного, плоского движения твердого тела.

План лекции. Дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела.

Ключевые вопросы: 1. Записать дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела. 2. Записать дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела. 3.Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 18-20. Кинетическая энергия. Кинетическая энергия материальной точки и механической системы. Теорема Кенига. Кинетическая энергия твердого тела при различных случаях движения. Работа. Элементарная работа силы. Работа силы на конечном перемещении ее точки приложения. Примеры вычисления работ некоторых сил (сила тяжести материальной точки и твердого тела, сила упругости, реакция поверхности, вращающий момент, сопротивление качению). Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы.

План лекции Работа, мощность силы. Кинетическая энергия. Теоремы об изменении кинетической энергии для материальной точки и системы. Пример решения задач на использование теоремы об изменении кинетической энергии материальной точки.

Пример решения задач на использование теоремы об изменении кинетической энергии системы. Потенциальное силовое поле. Силовая функция. Потенциальная энергия системы. Закон сохранения механической энергии.

Цель лекции: Научить студентов вычислять работу сил и моментов. Применять теорему об изменении кинетической энергии для вычисления кинематических характеристик системы.

Ключевые вопросы: 1.Как определить кинетическую энергию абсолютно твердого тела при поступательном движении, вращении вокруг неподвижной оси, плоском движении тела и сферическом движении? 2. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетической энергии точки в дифференциальной форме. 3. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетической энергии точки в конечной форме. 4. Для какой системы изменения кинетической энергии не зависят от внутренних сил? 5. Понятие работы силы. Как определяется работа силы тяжести, силы упругости, силы трения скольжения, момента трения качения. 6. Что называется силовым полем? 7.Какое силовое поле называется потенциальным? Чему равна работа сил, действующих на точки системы в потенциальном поле, на замкнутом перемещении? Сформулируйте и запишите закон сохранения полной механической энергии.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 21. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Сила инерции материальной точки. Главный вектор и главный момент сил инерции механи-

ческой системы. Главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела при различных случаях движения.

План лекции Аналитическая механика. Обобщенные координаты. Уравнения связей. Возможные перемещения. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений. Примеры использования принципа возможных перемещений при определении реакций связей. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Приведение сил инерции точек при поступательном и вращательном движениях твердого тела.

Пример приведения сил инерции при вращательном движении тела. Приведение сил инерции точек при плоском движении твердого тела. Определение динамических реакций подшипников при вращении твердого тела. Сила инерции.

Сила инерции – произведение массы тела на ускорение с обратным знаком $\vec{F}_\upsilon^{ин} = -m_\upsilon \vec{a}_\upsilon$. «Минус» означает, что сила направлена против ускорения, это фиктивная сила.

Принцип Даламбера для механической системы.

По второму закону Ньютона для υ-той точки $m_\upsilon \vec{a}_\upsilon = \vec{F}_\upsilon^e + \vec{F}_\upsilon^i$. $\vec{F}_\upsilon^e + \vec{F}_\upsilon^i + \underbrace{\left(-m_\upsilon \vec{a}_\upsilon\right)}_{\vec{F}_\upsilon^{ин}} = 0$.

Умножим векторно слева на $\vec{r}_\upsilon$ $\left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^e\right] + \left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^i\right] + \left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^{ин}\right] = 0$. Суммируем векторно по υ эти равенства: $\sum\limits_\upsilon \vec{F}_\upsilon^e + \sum\limits_\upsilon \vec{F}_\upsilon^i + \sum\limits_\upsilon \vec{F}_\upsilon^{ин} = 0$, $\sum\limits_\upsilon \left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^e\right] + \sum\limits_\upsilon \left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^i\right] + \sum\limits_\upsilon \left[\vec{r}_\upsilon \vec{F}_\upsilon^{ин}\right] = 0$. Получаем

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_\upsilon^e + \sum \vec{F}_\upsilon^{ин} = 0 \\ \sum \vec{M}_\upsilon^e + \sum \vec{M}_\upsilon^{ин} = 0 \end{cases}.$$

Формулировка: Если механическая система не находится в равновесии, т.е. двигается с ускорением, то добавляя к действующим на нее внешним силам и внешним моментам не действующие на нее фиктивные силы инерции и их моменты, получим формально уравновешенную систему сил, для которой выполняются условия равновесия.

Цель лекции: Дать алгоритм решения задач динамики методами статики, путем введения сил инерции и применения принципа Даламбера.

Ключевые вопросы: 1)Записать формулу для вычисления силы инерции. 2) Сформулировать принцип Даламбера для материальной точки. 3)Сформулировать принцип Даламбера для механической системы. 4) Что называется главным моментом сил инерции?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 22. Связи и их классификация (стационарные, геометрические, голономные).

Возможное перемещение материальной точки и механической системы. Элементарная работа силы на возможном перемещении. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений.

Аналитические связи: односторонние и двухсторонние, кинематические и геометрические, стационарные и нестационарные, голономные и неголономные, идеальные и неидеальные. Вариация и дифференциал. Перемещения возможные и действительные. Виртуальная работа силы. Постулат идеальных связей. Принципы Лагранжа: принцип возможных перемещений, принцип возможных скоростей.

Действительные и возможные перемещения.

Действительными называются перемещения, происходящие под действием приложенных сил в пространстве и во времени.

Возможным называется любое бесконечно малое воображаемое перемещение, допускаемое в данный момент связями, опорами.

Виртуальная работа силы и момента силы.

Виртуальная работа – это работа на возможном перемещении.

Виртуальная работа силы – скалярное произведение этой силы на возможное перемещение ее точки приложения $\delta A(\vec{F}) = \vec{F}\delta\vec{r} = |\vec{F}||\delta\vec{r}|\cos(\angle\vec{F},\delta\vec{r})$. «Плюс», если сила направлена в сторону перемещения или под острым углом. «Минус», если сила направлена против перемещения или под тупым углом. «Ноль», если сила перпендикулярна перемещению или нет перемещения.

Виртуальная работа момента $\delta A = \pm M\delta\varphi$. «Плюс», если перемещение и момент одинаково направлены. «Минус», если перемещение и момент направлены в разные стороны. «Ноль», если момент равен нулю или нет виртуального поворота.

Постулат идеальных связей.

Связи называются идеальными, если алгебраическая сумма виртуальных работ всех сил реакции системы на любом возможном перемещении равна нулю. $\sum_{\upsilon}\vec{N}_{\upsilon}\delta\vec{r}_{\upsilon} = 0$.

Принцип возможных перемещений (Принцип Лагранжа).

Для равновесия механической системы, на которую наложены идеальные, голономные, удерживающие, стационарные связи, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма виртуальных работ всех активных сил системы на любом возможном перемещении была равна нулю $\sum\delta A(F^{akm}) = 0$

Доказательство. Необходимость: при равновесии выполняется необходимое условие равенства нулю суммы сил и суммы моментов, то для υ-той точки системы $\vec{F}_{\upsilon}^{akm} + \vec{N}_{\upsilon} = 0$, умножим скалярно на $\delta\vec{r}_{\upsilon}$ и просуммируем по всем точкам системы, используя что система с идеальными связями, получим искомое. Достаточность (от противного): дано $\sum\delta A(F^{akm}) = 0$, но система не в равновесии, следовательно, она движется с ускорением, если есть ускорение, то есть и сила и при начальных ненулевых условиях она направленная в сторону движения, т.е. виртуальная работа не равна нулю, противоречие. Получаем искомое.

Ключевые вопросы.1. Какие материальные системы называют свободными и несвободными?_2. Что называют аналитическими связями?_3. Какие связи называют геометрическими и кинематическими?_4. Какие связи называют стационарными и нестационарными?_5. Какие связи называют удерживающими и неудерживающими?_6. Какие связи называют голономными и неголономными? 7. Что называется возможным (виртуальным) перемещением? 8. Зависят ли виртуальные перемещения от действующих на материальную систему сил? 9. При каких связях одно из виртуальных перемещений материальной точки совпадает с ее действительным перемещением?_10. Как взаимосвязаны возможные и действительные перемещения системы? 11. Какие связи называют идеальными? 12. Сформулируйте принцип возможных перемещений.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 23. Общее уравнение динамики. Принцип Даламбера – Лагранжа.

План лекции Общее уравнение динамики. Пример решения задачи на применение общего уравнения динамики. Обобщенные силы.

Принцип Лагранжа – Даламбера.

Если механическая система двигается с ускорением, т.е. не находится в равновесии, то добавляя к действующим на нее активным силам и их моментам не действующие фиктивные силы и их моменты, получим формально уравновешенную систему сил, для которой можно применить принцип возможных перемещений $\sum\delta A^{акт} + \sum\delta A^{ин} = 0$.

Общее уравнение динамики $\sum_{\upsilon}(\vec{F}_{\upsilon}^{акт} - m_{\upsilon}\ddot{\vec{r}}_{\upsilon})\delta\vec{r}_{\upsilon} = 0$.

Цель лекции: Научить студентов составлять дифференциальные уравнения движения любой механической системы.

Ключевые вопросы: 1) Чему равен главный вектор сил инерции? 2.Чему равен главный момент сил инерции? 3.Силы инерции в частных случаях движения твёрдого тела: поступательного, вращательного вокруг оси, проходящей через центр масс, вокруг оси, не проходящей через центр масс, плоскопараллельного движения твёрдого тела. 4. Что такое число степеней свободы? 5. Какие принципы используются при получении общего уравнения динамики? 6. Как записывается общее уравнение динамики для системы, подчиненной голономным, стационарным, удерживающим и идеальным связям?

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

Лекция 24. Обобщенные координаты механической системы. Число степеней свободы. Обобщенные силы. Уравнения движения механической системы в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа II рода.

План лекции. Обобщенные координаты, скорости, силы, возможные перемещения. Уравнения Лагранжа 2- рода. Кинетический потенциал. Пример решения задачи на применение уравнения Лагранжа II рода. Уравнения Лагранжа в потенциальном поле. Циклические координаты.

Цель лекции Показать достоинства уравнений Лагранжа 2-го рода.

Ключевые вопросы: : 1) Что называется обобщенными координатами? 2) Что называется обобщенными силами? 3) Запишите уравнения Лагранжа II рода. 3) Какой физический смысл имеют уравнения Лагранжа II рода.4) Что называется функцией Лагранжа.5) Какой физический смысл имеет функция Лагранжа? 6) Запишите уравнения Лагранжа II рода для потенциальных систем. 7) Порядок составления уравнений Лагранжа II рода.

Ссылки на литературные источники:

1.9.1-1.9.4; 1.9.8-1.9.10.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для оптимальной организации изучения дисциплины студентам рекомендуется следовать следующим методическим указаниям.

Студенты очной формы обучения обязаны присутствовать на занятиях и выполнять все предусмотренные учебно-методическим комплексом дисциплины формы учебной работы; проходить промежуточный и итоговый контроль в виде защит индивидуальны и практических работ, аттестации в форме тестового контроля знаний; сдачи зачета в предлагаемой преподавателем форме.

Дисциплина «Динамика твердого тела» изучается студентами в 8 семестре обучения. 8 семестр включает 48 часов лекционных занятий, 32 часов практических занятий и заканчивается зачетом. На самостоятельную работу студентов отводится 48 часов.

Каждая лекция содержит необходимый объем теоретического материала, изучение которого предусмотрено государственным образовательным стандартом дисциплины, а также некоторые дополнительные главы, необходимые для дальнейшего изучения прикладных дисциплин. В дополнение к лекционному материалу, студентам рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.9.

Студенты в рамках аудиторных занятий должны, в целом, владеть понятийным аппаратом, основанном на ранее изученных дисциплинах, воспринимать теоретический материал основного содержания лекции, видеть причинно-логические связи в лекции, понимать алгоритм решения задач, приводимых в лекции. Для освоения темы каждой лекции на более глубоком уровне требуется дополнительная работа с теоретическим материалом в форме прочтения и изучения основной и дополнительной литературы, самостоятельной работы с лекцией.

Практические занятия направлены на закрепление теоретического материала на практическом уровне и предусматривают реализацию аналитических методов по вариантам индивидуальных заданий. Для выполнения индивидуальных заданий необходимо освоить теоретические основы соответствующего раздела, закрепить теорию на практических занятиях и

пользоваться методической литературой по данной теме. Каждое индивидуальное задание оформляется в соответствии с требованиями преподавателя и защищается на консультациях. При возникновении проблемных ситуаций в ходе решения практических задач (неясен алгоритм реализации метода, появились затруднения, связанные с решением данной задачи пр.) или освоения теоретического материала, преподавателем приветствуется любой диалог или дискуссия (возможно, с участием других студентов), направленные на решение проблемы, при необходимости отведения дополнительного и/или индивидуального времени – в рамках консультаций во внеаудиторное время.

3.1 Методические указания к практическим занятиям

Практические занятия направлены на закрепление теоретического материала на практическом уровне и предусматривают реализацию аналитических методов по вариантам индивидуальных заданий. Для выполнения индивидуальных заданий необходимо освоить теоретические основы соответствующего раздела, закрепить теорию на практических занятиях и пользоваться методической литературой по данной теме. Каждое индивидуальное задание оформляется в соответствии с требованиями преподавателя и защищается на консультациях.

Перед практическим занятием разобрать материал, изложенный на лекции и выполнить самостоятельную работу, предусмотренную рабочим планом. Для этого используются: конспект лекций, соответствующие разделы печатных и электронных учебников, ответы на вопросы для самоконтроля знаний. После практического занятия самостоятельно решить рекомендованные задачи на дом и индивидуальные задания.

Если у студента возникают вопросы по выполнению индивидуальных заданий или домашних заданий, то он может обратиться к преподавателю за консультацией, которая проводится один раз в неделю в заранее установленное время. Кроме этого по выполнению домашнего задания и освоению лекционного курса, вопросы желательно задавать и на практических и на теоретических занятиях.

Студент обязан проходить промежуточный и итоговый контроль в виде защит индивидуальных и практических работ, аттестации в форме тестового контроля знаний; сдачи зачета в предлагаемой преподавателем форме.

Практический курс предусматривает практические (в 8-семестрае) занятия по следующим темам (объем в часах – 2, отводимый на выполнение каждой работы).

Номера задач для аудиторных и домашних занятий из сборника 1.9.5.

<u>8-ой семестр</u>

<u>Занятие 1.</u> Определение величины и направления скорости и ускорения точки при координатном способе задания движения точки.

<u>Вопросы для подготовки:</u> 1) . Какие кинематические способы задания движения точки существуют, и в чем состоит каждый из этих способов? 2. Что называют траекторией движения точки? 3. Чем является траектория точки при векторном способе задания движения точки? 4.Что называется законом или уравнением движения точки по данной траектории? 5. Как по уравнениям движения точки в координатной форме определить ее траекторию?

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №10.2(1-5); 10.4(1-4); 10.7; 10.12; 11.2; 11.3; 11.12; 12.9; 12.14;

<u>Занятие 2.</u>Определение скорости и ускорения точки при естественном способе задания движения. Касательное и нормальное ускорения точки.

<u>Вопросы для подготовки.</u> 1) В какой плоскости расположено ускорение точки и чему равны его проекции на естественные координаты оси? 2. Что характеризует собой касательное и как оно направлено по отношению к вектору скорости? 3. Что характеризует собой нормальное ускорение точки и как оно направлено по отношению к скорости точки? 4. При каком движении касательное ускорение точки равно нулю? При каком движении

нормальное ускорение точки равно нулю? Напишите формулу для определения касательного ускорения точки и укажите, в каких случаях оно равно нулю.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №12.9; 12.14; 11.2; 11.3; 11.12; 12.9; 12.14; 12.16; 12.17; 12.21; №12.22; 12.23; 12.25; 12.27; 12.29.

Занятие 3.Поступательное и вращательное движение твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек вращающегося твердого тела.

Вопросы для подготовки: 1) Какое движение твердого тела называется поступательным, и какими свойствами оно обладает? 2. Запишите уравнения поступательного движения. 4. Какое движение твердого тела называется вращением вокруг неподвижной оси и как оно осуществляется? 5. Как записывается закон вращательного движения вокруг неподвижной оси? 6. По каким формулам определяются модули угловой скорости и углового ускорения вращающегося твердого тела? 7. Выведите формулы модулей скорости и ускорения точек твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. 8.Запишите уравнение равномерного поступательного движения твердого тела. 9. Какое вращение называется равномерным? 10. Какое вращение называется равнопеременным? 11. Запишите уравнения равномерного и равнопеременного вращательного движений твердого тела.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач № №№ 13.14, 13.15, 13.17, 13.18, 14.3, 14.4, 14.5.

Занятие 4-5.Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела. Определение скоростей точек тела с помощью МЦС. Определение ускорений точек твердого тела при плоском движении.

Вопросы для подготовки: 1) 1. Какое движение твердого тела называется плоским? 2. Приведите примеры звеньев механизмов, совершающих плоское движение 2. Покажите, что проекции скоростей точек неизменяемого отрезка на ось, совпадающую с этим отрезком, равны между собой. 3. Какую точку плоской фигуры называют мгновенным центром скоростей? В чем заключается физический смысл МЦС? Приведите основные случаи определения положения МЦС? 4. Как определяется величина и направление скорости произвольной точки тела при известном положении мгновенного центра скоростей и угловой скорости? 5. Как определяется ускорение любой точки плоской фигуры? 6. Почему проекция ускорения любой точки плоской фигуры на ось, проходящую через эту точку из полюса, не может быть больше проекции ускорения полюса на эту ось?7. Что представляет собой картина распределения ускорений точек плоской фигуры в данный момент времени в трех случаях:

1) $\omega \neq 0$, $\varepsilon \neq 0$;

2) $\omega \neq 0$, $\varepsilon = 0$;

3) $\omega = 0$, $\varepsilon \neq 0$?

8. Как производят определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев плоского механизма?

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №15.3; 16.15; 16.17; 16.31; 16.33; 16.34; 16.35; №18.9; 18.11; 18.13; 18.23; 18.26; 18.28;18.37.

Занятие 6.Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при сферическом движении.

Вопросы для подготовки: 1 Какое движение точки является сложным (составным)? 2 .Что такое относительная, переносная и абсолютная траектории? 3.Какая скорость (ускорение) является относительной? Приведите примеры. 4. Какая скорость (ускорение) называется переносной? Приведите примеры. 5. Что такое абсолютная скорость и ускорение? Приведите примеры. 6.Теорема о сложении скоростей. 7.Теорема о сложении ускорений. 8.Какое ускорение называется Кориолисовым? Как определяется его величина и направление. 9.В каких случаях ускорение Кориолиса обращается в нуль?

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №22.5; 22.14; 22.15;22.17; 23.7; 23.12; 23.18; 23.27; 23.47; 23.49.

Занятие 7-8. Динамика. Решение первой основной задачи динамики материальной точки. Решение второй основной задачи динамики материальной точки. Начальные условия.
Вопросы для подготовки: 1) Основные понятия динамики. 2.Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. 3.Основные законы динамики точки. 4.Дифференциальные уравнения движения материальной точки. 5.Две основные задачи динамки и алгоритм их решения. 6.Начальные условия и их использование для определения постоянных интегрирования.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №№ 26.1; 26.5; 26.9; 26.10; 26.11; 26.15; 26.16; 27.1; 27.2; 27.7; 27.15; 27.19; 27.30; 27.31; 27.32; 27.46;

Занятие 9. Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения.

Вопросы для подготовки: 1) Механическая система. Силы внешние и внутренние. Массасистемы. Центр масс. 2.Теорема о движении центра масс. Закон сохранения движения центра масс. 3.Количество движения точки и механической системы. Импульс силы. 4.Выражение количества движения системы через скорость центра масс. 5.Теорема об изменении количества движения системы в дифференциальной и интегральной форме. 6Закон сохранения количества движения.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №28.3; 28.4; 28.9; 35.4;35.5; 35.10; 35.11; 35.17; 35.18; 35.19; 35.20; 35.21. 36.3; 36.4; 36.5;36.8; 36.9; 36.11; 28.4; 28.8;

Занятие 10-11.Теорема об изменении кинетического момента. Закон сохранения кинетического момента. Дифференциальные уравнения вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки.

Вопросы для подготовки: 1) Момент количества движения материальной точки и механической системы. 2. Кинетический момент механической системы относительно полюса. 3. Кинетический момент механической системы относительно неподвижной оси. Кинетический момент абсолютно твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. 4. Теорема об изменении кинетического момента механической системы. 5. Закон сохранения кинетического момента системы.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач№37.4; 37.5; 37.12; 37.26; 37.28; 37.43;37.50; 37.52; 37.57; 37.58;

Занятие 12.Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы.

Вопросы для подготовки. 1) Частные случаи определения кинетической энергии твердого тела. 2.Работа постоянной силы на прямолинейном пути.3.Работа силы, зависящей от координат точки. 4.Работа сил тяжести, действующих на систему. 5.Работа и мощность сил, приложенных к вращающемуся телу. 6.Работа и мощность сил, приложенных к телу при плоском движении. 7.Понятие о мощности и формулы для ее определения. 8.Теорема об изменении кинетической энергии изменяемых и неизменяемых систем. 9.Потенциальное силовое поле. Работа сил потенциального поля. 10.Понятие о потенциальной энергии. 11.Закон сохранения механической энергии. 12) Уравнение вращательного движения твердого тела. 13) Записать дифференциальные уравнения плоского движения тела. 14) Две задачи динамики плоского движения тела.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №38.2; 38.4; 38.12; 38.15; 38.20; 38.24; 38.27; 38.30; 38.39; 38.45; 38.51; 37.4; 37.12; 37.43; 37.52; 47.3; 47.7; 47.9; 47.11; 47.12. №39.1; 39.6; 39.11; 39.16; 39.18; 39.20; 39.21.

Занятие 13.Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы.– 2 час.

Вопросы для подготовки. 1) Силы инерции и моменты сил инерции, частные случаи приведения сил инерции. Метод кинетостатики. 2. Принцип Даламбера для точки 3. Принцип Даламбера для механической системы.

4. Определение работы, совершаемой силами инерции, при различных видах движения твердого тела.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №41.3; 41.10; 41.16; 41.17; 42.8; 46.10; 46.21; 46.22; 46.27; 47.1; 47.9; 47.11; 47.15;

Занятие 14.Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

Вопросы для подготовки. 1 Принципы механики, используемые при выводе общего уравнения механики. 2) Принцип Даламбера – Лагранжа. 3) Общее уравнение динамики.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №47.1; 47.3; 47.4;47.5; 47.6; 47.9; 47.11; 47.12; 47.15 47.21; 47.24.

Занятие 15. Уравнения Лагранжа II рода.

Вопросы для подготовки: 1)Обобщенные координаты.2)Методы определения обобщенных сил.3) Уравнения Лагранжа II рода. 3)Функция Лагранжа. 4)Достоинства уравнений Лагранжа II рода.

Практические занятия и самостоятельная работа включает в себя решение задач №48.2; 48.3; 48.4; 48.6; 48.7; 48.11; 48.21; 48.26; 48.27; 48.28; 48.35; 48.36; 48.37; 48.39; 48.48

Занятие 16 Контрольная работа.

Практическая часть курса методически поддержана пособиями, указанными в п.1.9.6; 1.9.7. В учебном пособии 1.9.7 приводятся варианты индивидуальных заданий по всем разделам изучаемой дисциплины. В этом пособии даны необходимые для решения индивидуальных заданий теоретические сведения по каждой теме задания, по каждой теме решено задание, которое демонстрирует алгоритм. Решение задач сопровождается разъяснением используемых методов и понятий.

Кроме методического пособия, студентам рекомендуется использовать также основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.9, при этом обращая внимание на практические аспекты использования алгоритмов и реализацию методов.

Индивидуальное задание (типовой расчет) выполняется строго в соответствии с выданным преподавателем заданием и вариантом. Оформлять работу следует четко и аккуратно. Основные правила оформления работ: титульный лист содержит: ФИО, №группы, курс, дисциплина, тема расчета и т. д. Типовой расчет считается выполненным **с** дифференцированной оценкой, если:

1) работа выполнена полностью и в соответствии с заданием;

2) студент отвечает на основные теоретические вопросы по соответствующему разделу;

3) работа оформлена в соответствии с указанными требованиями.

Сроки сдачи работ ограничены отведенным на выполнение практикума аудиторным временем – 32 часа. практический занятий в 8 семестре. Рекомендуется выполнять и сдавать на проверку индивидуальные задания по мере изложения лекционного материала и практического и выдачи заданий преподавателем. Необходимым условием допуска студента на зачет является сдача всех практических и индивидуальных работ соответственно.

3.2 Методические указания по самостоятельной работе студентов

Объем самостоятельной работы студентов определяется учебным планом.

На самостоятельную работу студента по дисциплине «Динамика твердого тела» отводится 36 часов.

В качестве самостоятельной работы по дисциплине «Динамика твердого тела» студентам предлагается выполнять индивидуальные задания по разделам дисциплины; заниматься подготовкой к контрольным работам, выполнять индивидуальные домашние задания по всем темам практических занятий; заниматься подготовкой к зачету.

Для промежуточного контроля приобретенных практических навыков предусмотрены индивидуальные задания (по вариантам).

Для промежуточного контроля усвоения теоретического материала предусмотрены коллоквиумы, которые проводятся по различным разделам дисциплины по вопросам к зачету.

Индивидуальные задания.

Индивидуальное задание №1. Кинематика точки.
Индивидуальное задание №2. Вращательное движение твердого тела.
Индивидуальное задание №3. Плоское движение твердого тела.
Индивидуальное задание №4. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки.
Индивидуальное задание №5. Динамика материальной точки.
Индивидуальное задание №6. Кинетическая энергия механической системы.
Индивидуальное задание №7. Общее уравнение динамики.
Индивидуальное задание №8. Уравнения Лагранжа.

Все индивидуальные задания берутся из сборника п.1.9.7.

Все задачи для домашних заданий берутся из сборника п.1.9.5.

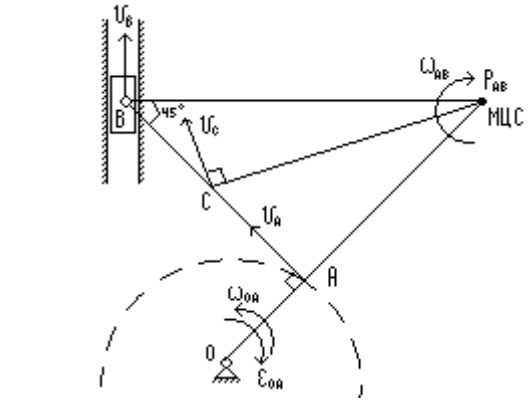
В качестве учебно-методического пособия по самостоятельной работе студентов используются конспекты лекций и пособие 1.9.6. Для подготовки к зачету используются лекции и перечисленные в рабочей программе учебники из основной и дополнительной литературы (1.9.1-1.9.4.).

Ниже предлагается подробное решение задач, которые помогут студентам готовиться и к контрольным работам и к выполнению домашних и индивидуальны заданий.

Пример выполнения курсового задания К3.

Условие $OA = 20$ (см); $\omega_{OA} = 10$ (с$^{-1}$); $AB = 100$ (см); $AC = 50$ (см); $\varepsilon_{OA} = 10$ (с$^{-2}$).

Определить: v_B ,v_C ,ω_{AB} ,ε_{AB} ,a_B ,a_C



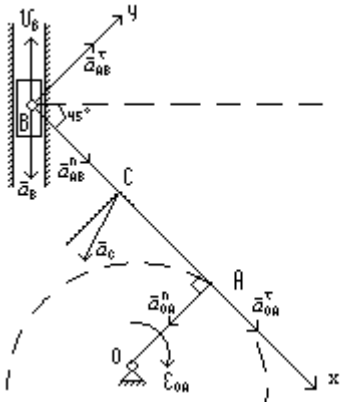


Рис.1 Рис.2

1. Скорости (Рис.1)

1) Звено OA (вращается со скоростью ω_{OA})

$v_A = \underbrace{\omega_{OA}}_{10}\underbrace{OA}_{20} = 200$ (см/с), $v_A = 200$ (см/с)

2) Звено AB. Точка B движется с ползуном вверх, т.е. v_B - вверх.

По теореме о проекциях на AB $v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$, $\alpha = 0$ (v_A проецируем на AB), $\beta = 45^o$ (v_B проецируем на AB)

$v_B \underbrace{\cos 45^o}_{\sqrt{2}/2} = v_A \underbrace{\cos 0}_{1}$, $v_B = \dfrac{2v_A}{\sqrt{2}} = v_A\sqrt{2} = 200\sqrt{2}$ (см/с)

3) Определяем угловую скорость ω_{AB}

$\omega_{AB} = \dfrac{v_A}{PA} = \dfrac{200}{100} = 2$ (c^{-1})

4) Определение v_C.

$v_C \perp PC$ в сторону ω_{AB}

$v_C = \omega_{AB} \underbrace{PC}_{\sqrt{PA^2+AC^2}} = 2\sqrt{100^2+50^2} = 100\sqrt{5}$ (см/с).

2. Ускорения (Рис.2).

1) Звено OA (вращается со скоростью ω_{OA} и с ускорением ε_{OA}). Точка O - полюс.

$\bar{a}_A = \underbrace{\bar{a}_O}_{0} + \underbrace{\bar{a}^n_{OA}}_{\omega^2_{OA}OA} + \underbrace{\bar{a}^\tau_{OA}}_{\varepsilon_{OA}OA}$

$\bar{a}^n_{OA}$ направлено к полюсу O. $\bar{a}^\tau_{OA}$ перпендикулярно OA в сторону действия ε_{OA}.

$a^n_{OA} = \omega^2_{OA}OA = 10^2 * 20 = 2000$ ($см/с^2$)

$a^\tau_{OA} = \varepsilon_{OA}OA = 10 * 20 = 200$ ($см/с^2$)

2) Звено AB. Точка A - полюс.

$\vec{a}_B = \underbrace{\vec{a}_A}_{\vec{a}^\tau_{OA}+\vec{a}^n_{OA}} + \underbrace{\vec{a}^n_{AB}}_{\omega^2_{AB}AB} + \underbrace{\vec{a}^\tau_{AB}}_{\varepsilon_{AB}AB}$ (*)

$\vec{a}^n_{AB}$ направлено к полюсу A по звену AB.

$\vec{a}^\tau_{AB} \perp AB$.

Проецируем почленно на перпендикуляр к $\vec{a}^\tau_{AB}$, т.е. на x.

$a_B \cos 45^o = 0 + a^\tau_{OA} + a^n_{AB} + 0$, $a_B = \dfrac{600*2}{\sqrt{2}} = 600\sqrt{2}$ ($см/с^2$).

«+» означает, что $\vec{a}_B$ направлено так, как указано на чертеже.

3) Звено AB. Определяем $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^\tau_{AB}}{AB}$, т.е. определяем a^τ_{AB}. Проецируем почленно (*) на ось y.

$-a_B \sin 45^o = -a^n_{OA} + 0 + 0 + a^\tau_{AB}$

$a^\tau_{AB} = 1400$ ($см/с^2$), $\varepsilon_{AB} = \dfrac{1400}{100} = 14$ (c^{-2})

4) Звено AB. Определяем $\vec{a}_C$. Точка A - полюс.

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{\,n}_{OA} + \vec{a}^{\,\tau}_{OA} + \underbrace{\vec{a}^{\,n}_{AC}}_{\omega^2_{AB}AC} + \underbrace{\vec{a}^{\,\tau}_{AC}}_{\varepsilon_{AB}AC}.$$

Проецируем почленно на оси x, y.

$$a_{Cx} = 0 + a^{\tau}_{OA} + a^{n}_{AC} + 0 = 200 + 200 = 400$$

$$a_{Cy} = -a^{n}_{OA} + 0 + 0 + a^{\tau}_{AC} = -2000 + 700 = -1300$$

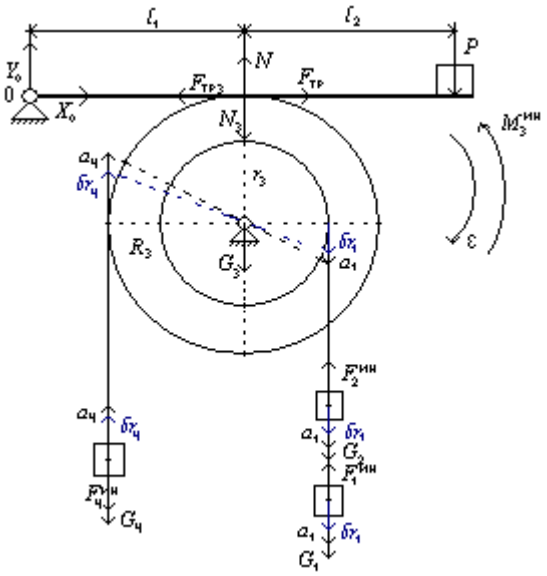
$$a_C = \sqrt{a^2_{Cx} + a^2_{Cy}} = \sqrt{400^2 + 1300^2} = 100\sqrt{185} \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

Таблица ответов

v_B, см/с	v_C, см/с	ω_{AB}, с$^{-1}$	ε_{AB}, с$^{-2}$	a_B, см/с^2	a_C, см/с^2
$200\sqrt{2}$	$100\sqrt{5}$	2	14	$600\sqrt{2}$	$100\sqrt{185}$

2.Пример выполнения курсового задания Д19.

Дан вес всех тел $G_k = m_k g$, радиусы тел R_k, r_k, радиусы инерции i_{kx}.
Определить ускорения грузов и силы натяжения тех нитей, к которым прикреплены грузы.



1) Равновесие колодки под действием сил: $X_0, Y_0, P, N, F_{тр}$.

$\sum_i M_{oi} = 0$ (для колодки). $\underbrace{M_o(X_o)}_{0,\cap} + \underbrace{M_o(Y_o)}_{0,\cap} + \underbrace{M_o(F_{тр})}_{0,\cap} + \underbrace{M_o(N)}_{+Nl_1} + \underbrace{M_o(P)}_{-P(l_1+l_2)} = 0$, нашли N.

$F_{тр} = fN$, $|F_{тр}| = |F_{тр3}| = fN$, $|N_3| = N$.

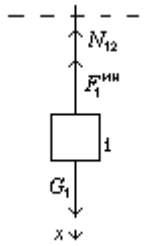
2) По принципу Лагранжа – Даламбера для всей системы колодка неподвижна, значит все ее силы не двигаются, следовательно, работа всех этих сил равна нулю.

$$\sum \delta A + \sum \delta A^{ин} = 0.$$

$$\underbrace{\delta A(G_1)}_{+G_1\delta r_1} + \underbrace{\delta A(G_2)}_{+G_2\delta r_1} + \underbrace{\delta A(G_3)}_{0} + \underbrace{\delta A(G_4)}_{-G_4 \underbrace{\delta r_4}_{\frac{\delta r_1 R_3}{r_3}}} + \underbrace{\delta A(F_1^{ин})}_{-\underbrace{|F_1^{ин}|}_{\frac{G_1}{g}a_1}\delta r_1} + \underbrace{\delta A(F_2^{ин})}_{-\underbrace{|F_2^{ин}|}_{\frac{G_2}{g}a_1}\delta r_1} + \underbrace{\delta A(N)}_{0,\perp} + \underbrace{\delta A(F_{тр3})}_{-F_{тр3}\underbrace{\delta r_4}_{\frac{\delta r_1 R_3}{r_3}}} + \underbrace{\delta A(F_4^{ин})}_{-\underbrace{|F_4^{ин}|}_{\frac{G_4}{g}\underbrace{a_4}_{\frac{a_1 R_3}{r_3}}}\underbrace{\delta r_4}_{\frac{\delta r_1 R_3}{r_3}}} + \underbrace{\delta A(M_3^{ин})}_{-\underbrace{|M_3^{ин}|}_{\underbrace{I_3}_{m_3 i^2_{3x}}\underbrace{\varepsilon_3}_{\frac{a_1}{r_3}}}\underbrace{\delta\varphi_3}_{\frac{\delta r_1}{r_3}}} = 0$$

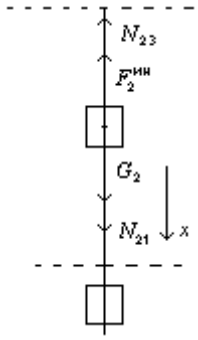
Сократим на δr_1 и найдем a_1.

3) По принципу Даламбера для тела 1.



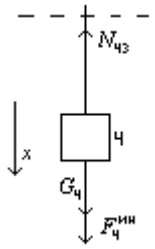
$\sum F_{kx} = 0$, $G_1 - \underbrace{\left|F_1^{ин}\right|}_{\frac{G_1}{g}a_1} - N_{12} = 0$, нашли N_{12}.

4) По принципу Даламбера для тела 2.



$\sum F_{kx} = 0$, $G_2 - \underbrace{\left|F_2^{ин}\right|}_{\frac{G_2}{g}a_1} + \underbrace{\left|N_{21}\right|}_{|N_{12}|} - N_{23} = 0$, нашли N_{23}

5) По принципу Даламбера для тела 4.



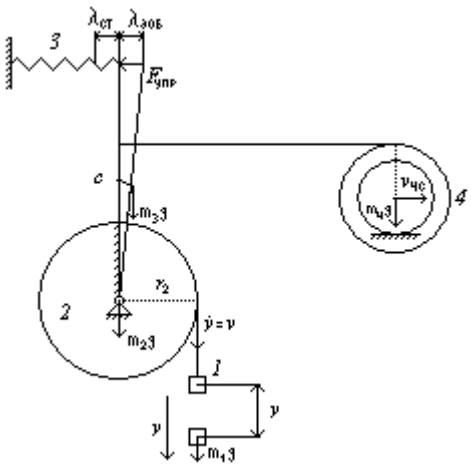
$\sum F_{kx} = 0$, $G_4 - \underbrace{\left|F_4^{ин}\right|}_{\frac{G_4}{g}\underbrace{a_4}_{\frac{a_1 R_3}{r_3}}} - N_{43} = 0$, нашли N_{43}.

3.Пример выполнения курсового задания Д23.

Найти закон колебаний системы с одной степенью свободы в виде $y = A\sin(kt + \alpha)$, α - в радианах, y, A - в сантиметрах, k - в с$^{-1}$.

На рисунке изображено положение равновесия.

Для тела 1 ось y вниз.



1) выбор обобщенных координат. Одна степень свободы, следовательно, одна обобщенная координата y. Начало координат оси y в положении статического покоя груза 1, ось $\boldsymbol{y}$ направлена вниз.

2) Определяем кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий каждого из входящих в нее тел.

$$T = \sum T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \underbrace{v_1^2}_{\dot{y}^2},\ T_2 = \frac{1}{2} \underbrace{I_2}_{\frac{m_2 r_2^2}{2}} \underbrace{\omega_2^2}_{\left(\frac{\dot{y}}{r_2}\right)^2},\ T_3 = \frac{1}{2} \underbrace{I_3}_{\frac{m_2 l^2}{3}} \underbrace{\omega_2^2}_{\left(\frac{\dot{y}}{r_2}\right)^2},\ T_4 = \frac{1}{2} m_4 \underbrace{v_{4c}^2}_{\left(\frac{\dot{y}}{r_2}\frac{2}{3}\frac{lr_4}{(R_4+r_4)}\right)^2} + \frac{1}{2} \underbrace{I_{4c}}_{m_4 i_{4x}^2} \underbrace{\omega_4^2}_{\left(\frac{v_{4c}}{r_4}\right)^2}.$$

$$T = B\dot{y}^2.$$

3) Определяем потенциальную энергию системы, как работу по переходу из отклоненного состояния в состояние равновесия.

$$\Pi = \Pi(m_1 g) + \Pi(m_2 g) + \Pi(m_3 g) + \Pi(m_4 g) + \Pi(F_{упр}).$$

$$\Pi(m_1 g) = A(m_1 g) = -m_1 g \Delta h_1 = -m_1 g y.$$

$$\Pi(m_2 g) = A(m_2 g) = m_2 g \underbrace{\Delta h_{2c}}_{0} = 0.$$

$$\Pi(m_3 g) = A(m_3 g) = -m_3 g \Delta h_{3c} = -m_3 g \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \underbrace{\cos\varphi}_{1-\frac{\varphi^2}{2}} \right) = -\frac{m_3 g l \varphi^2}{4},\ \varphi = \varphi_3 = \frac{y}{r_2}.$$

$$\Pi(m_4 g) = A(m_4 g) = m_4 g \underbrace{\Delta h_{4c}}_{0} = 0.$$

$$\Pi(F_{упр}) = A(F_{упр}) = \frac{c}{2}(\underbrace{\lambda_1^2}_{\lambda_{ст}+\lambda_{об}} - \underbrace{\lambda_2^2}_{\lambda_{ст}}) = \frac{c}{2}(\underbrace{\lambda_{об}^2}_{\left(\frac{yl}{r_2}\right)^2} + 2\lambda_{ст} \underbrace{\lambda_{об}}_{\frac{yl}{r_2}}).$$

$$\Pi = \sum \Pi_i = Dy^2 + Ey.$$

По теореме Дирихле (необходимое условие экстремума) $\left.\frac{\partial \Pi}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = 2Dy + E \Rightarrow E = 0 \Rightarrow \Pi = Dy^2.$$

4) Функция Лагранжа $L = T - \Pi = B\dot{y}^2 - Dy^2$.

5) Уравнение Лагранжа $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0,\ 2B\ddot{y} + 2Dy = 0$.

$$\ddot{y}+\underbrace{\frac{D}{B}}_{k}y=0.$$

Ответ $y(t)=A\sin(kt+\alpha)$, где $A=\sqrt{y_0^2+\left(\frac{\dot{y}_0}{k}\right)^2}$,

$$\alpha=arctg\frac{ky_0}{\dot{y}_0},$$

$$\tau=\frac{2\pi}{k}.$$

Контроль над выполнением самостоятельной работы осуществляется проведением аудиторных контрольных работ, проведением коллоквиумов по некоторым разделам дисциплины, проверкой и защитой индивидуальных работ проведением итогового зачета по дисциплине.

4. Контроль знаний.

4.1 Текущий контроль знаний

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и для промежуточной аттестации: зачетная система оценки знаний учащихся. (Пункт рабочей программы 1.11)

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения практических занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего раздела, а также проверки домашних задач, проверкой контрольных работ. Промежуточный контроль осуществляется три раза в семестр в виде контрольных точек при анализе оценок и посещаемости студента. Приведем примеры аудиторных контрольных работ по двум разделам изучаемой дисциплины.

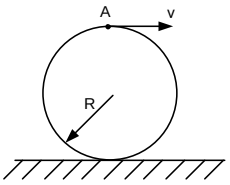
Варианты контрольных заданий

Контрольные работы

8семестр: **Тема «Плоскопараллельное движение»**

---

1. Диск радиуса **R** катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Скорость точки **A** равна **v**.



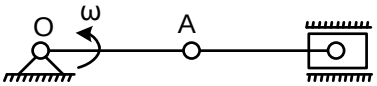
Угловая скорость **ω** вращения диска равна …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\frac{v}{\sqrt{2}R}$; 2) $\frac{v}{R}$; 3) $\frac{v}{1,5R}$; 4) $\frac{v}{2R}$; 5) $\frac{2v}{R}$.

---

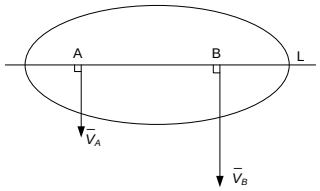
2. Кривошипно-ползунный механизм занимает положение, изображенное на рисунке. Угловая скорость кривошипа **ω** = 12 рад/с; **OA** = 0,2 м; **AB** = 0,6 м.



Угловая скорость шатуна **AB** равна … (рад/с).

---

3. Скорости двух точек A и B плоской фигуры направлены, как указано на рисунке.



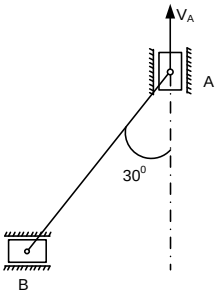
Мгновенный центр скоростей фигуры …

Варианты ответов:

1.Находится на прямой L справа от точки B; 2.Находится на прямой L слева от точки A;
3. Находится на прямой L между точками A и B; 4. Находится на бесконечном удалении;

---

4. Муфты A и B, скользящие вдоль прямолинейных направляющих, соединены стержнем AB = 20 см. Скорость муфты A - V_A=40 см/с.



Угловая скорость стержня AB - ω_{AB} равна … c^{-1}.

Варианты ответов:

1) 2; 2) $\sqrt{2}$; 3) 4; 4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; 5) $2\sqrt{2}$;

Для заключительной аттестации студентов в конце семестра обучения проводится контрольное тестирование по вариантам (которое является составной частью зачета по практической части курса).

<u>Пример теста</u>

Тестовые задания по проверке остаточных знаний по дисциплине

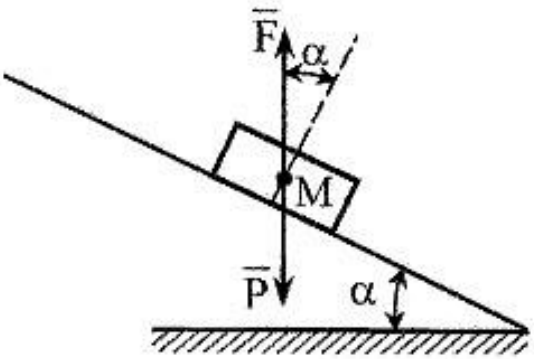
«Динамика твердого тела»»

ВАРИАНТ 1

1. Равновесие тел изучает	1) динамика 2) статика	3) кинематика 4) кинетика
2. Родоначальником классической механики является	1) Лагранж 2) Гамильтон	3) Ньютон 4) Галилей
3. Автором аналитической механики является	1) Гамильтон 2) Якоби	3) Лагранж 4) Эйлер
4. МЦС лежит на пересечении	1) скоростей 2) перпендикуляров к скоростям	3) ускорений 4) перпендикуляров к ускорениям
5. МЦС требуется знать для вычисления	1) траектории 2) ускорений	3) скоростей 4) сил реакций
6. Качение катка по прямой без скольжения является движением	1) поступательным 2) вращательным	3) плоским 4) сферическим
7. Момент инерции однородного сплошного цилиндра массы m радиуса R относительно его оси симметрии равен	1) $\frac{mR}{2}$ 2) mR^2	3) $\frac{mR^2}{3}$ 4) $\frac{mR^2}{2}$

8. Кинетическая энергия математического маятника массы m длины l в обобщенных координатах равна	1) $\frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2}$ 2) $ml\varphi^2$	3) $\frac{1}{4}ml^2\dot{\varphi}^2$ 4) $\frac{1}{3}ml\dot{\varphi}^2$
	2) $ml^2\dot{\varphi}^2$	4) $\frac{1}{2}mgl\varphi^2$

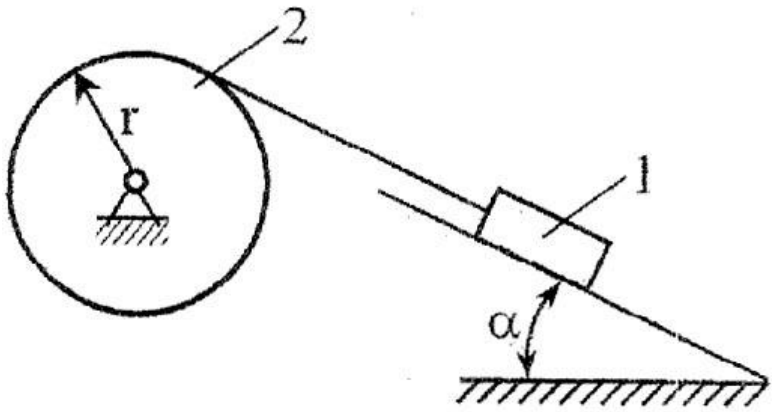
Тема «Динамика материальной точки»



Материальная точка M весом P = mg движется вниз по наклонной плоскости из состояния покоя. На точку действует сила F = 0,5mg. Коэффициент трения скольжения равен *f*.

№ п/п	ОПРЕДЕЛИТЬ:		ВАРИАНТЫ ОТВЕТА:
1	УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ	1	$\ddot{x}$ = g(sinα + fcosα)/2
		2	$\ddot{x}$ = g(sinα - fcosα)/2
		3	$\ddot{x}$ = g(fcosα - sinα)/4
		4	$\ddot{x}$ = g(sinα - fcosα)
2	ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ТОЧКИ	1	$\dot{x}$ = gt(sinα + fcosα)/2
		2	$\dot{x}$ = gt(sinα - fcosα)
		3	$\dot{x}$ = gt(sinα - fcosα)/2
		4	$\dot{x}$ = gt(fcosα - sinα)/2
3	ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ	1	x = gt^2(sinα - fcosα)/4
		2	x = gt^2(fcosα - sinα)/4
		3	x = gt^2(sinα - fcosα)/2
		4	x = gt^2(sinα + fcosα)/4
4	КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТОЧКИ В ФУНКЦИИ ОТ ВРЕМЕНИ	1	T= $Pgt^2(\sin\alpha - f\cos\alpha)^2/8$
		2	T= $Pgt^2(f\cos\alpha - \sin\alpha)^2/4$
		3	T= $Pgt^2(\sin\alpha + f\cos\alpha)^2/8$
		4	T= Pgt^2(sinα - fcosα)/4
5	КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ	1	Q = Pt(sinα + fcosα)/2
		2	Q = Pt(sinα - fcosα)/2
		3	Q = Pt(fcosα - sinα)/2
		4	Q = Pt(sinα - fcosα)/4
6	ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТОЧКУ	1	R^e= P(fcosα - sinα)/2
		2	R^e= P(sinα - fcosα)
		3	R^e= P(sinα + fcosα)/2
		4	R^e= P(sinα - fcosα)/2

Тема «Динамика механической системы»



Груз 1 весом P посредством невесомой нерастяжимой нити приводит в движение блок 2 весом 2P радиуса r. Коэффициент трения скольжения груза 1 – f. Блок 2 -однородный цилиндр. Трением, на оси блока пренебречь. Угол наклона плоскости движения груза к горизонту - α. В начальный момент система находилась в состоянии покоя.

№ п/п	ОПРЕДЕЛИТЬ:		ВАРИАНТЫ ОТВЕТА:
1	УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ БЛОКА	1	$\omega = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)/2rt$
		2	$\omega = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t/2r$
		3	$\omega = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t/r$
		4	$\omega = g(\cos\alpha - f\sin\alpha)t/2r$
2	КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ	1	$Q = P(\cos\alpha - f\sin\alpha)t/2$
		2	$Q = 3P(\sin\alpha - f\cos\alpha)t/2$
		3	$Q = 3P(\sin\alpha - f\cos\alpha)t$
		4	$Q = P(\sin\alpha - f\cos\alpha)t/2$
3	ВЕРТИКАЛЬНУЮ СОСТАВЛЯЮЩУЮ ДАВЛЕНИЯ БЛОКА НА ОПОРУ О	1	$N_B = 2P + P(\sin\alpha - f\cos\alpha)/2$
		2	$N_B = 3P - P\cos^2\alpha$
		3	$N_B = 2P + P(\sin\alpha - f\cos\alpha)\cos\alpha/2$
		4	$N_B = 2P + P(\sin\alpha - f\cos\alpha)\sin\alpha/2$
4	ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ К БЛОКУ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ О	1	$M_2 = Pr(\sin\alpha - f\cos\alpha)/2$
		2	$M_2 = Pr(\cos\alpha - f\sin\alpha)/2$
		3	$M_2 = 0$
		4	$M_2 = Pr(\sin\alpha - f\cos\alpha)$
5	КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ СИСТЕМЫ В ФУНКЦИИ ОТ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ S ГРУЗА ВДОЛЬ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ	1	$T = PS(\cos\alpha - f\sin\alpha)$
		2	$T = PS(1 - f)$
		3	$T = PS(\sin\alpha - f\cos\alpha)$
		4	$T = 3PS(\sin\alpha - f\cos\alpha)/2$
6	РАБОТУ, ЗАТРАЧЕННУЮ НА ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ГРУЗА S ВДОЛЬ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ	1	$A_1 = PS(\sin\alpha - f\cos\alpha)$
		2	$A_1 = PS(\sin\alpha - f\cos\alpha)/2$
		3	$A_1 = PS\cos\alpha$
		4	$A_1 = PS(\cos\alpha - f\sin\alpha)/2$

4.2 Итоговый контроль знаний

Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде зачета. Необходимым условием допуска на зачет является сдача всех практических и расчетных работ.

Вопросы к зачету приведены в рабочей программе пункт 1.8.

5 Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

При преподавании дисциплины «Динамика твердого тела» используются следующие инновационные технологии и методы: применение мультимедийного проектора при чтении лекций, использование ресурсов сети Internet и электронных учебников при самостоятельной работе студентов, дискуссии в обсуждении проблемных ситуаций.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, используются на лекциях и практических занятиях.