Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра математического анализа и моделирования

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Основной образовательной программы по специальности 010101 – Математика

Благовещенск 2011 г.

УМКД разработан канд. физ.-мат. наук, доцентом Масловской Анной Геннадьевной

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры
Протокол заседания кафедры от «___» _____ 201_ г. №___
Зав. кафедрой _____ / В.В.Сельвинский /

УТВЕРЖДЕН
Протокол заседания УМСС специальности 010101 – Математика
от «___» _____ 201_ г. №___
Председатель УМСС _____ / В.В.Сельвинский /

СОДЕРЖАНИЕ

1	Рабочая программа учебной дисциплины	4
1.1	Цели и задачи освоения дисциплины	4
1.2	Место дисциплины в структуре ООП ВПО	4
1.3	Структура и содержание дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование»	4
1.4	Содержание разделов и тем дисциплины	6
1.5	Самостоятельная работа	7
1.6	Образовательные технологии	8
1.7	Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	8
1.8	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование»	10
1.9	Материально-техническое обеспечение дисциплины	11
2	Краткое изложение программного материала	11
3	Методические указания	19
3.1	Методические указания по изучению дисциплины	19
3.2	Методические указания к практическим и лабораторным занятиям	20
3.3	Методические по самостоятельной работе студентов	22
4	Контроль знаний	24
4.1	Текущий контроль знаний	24
4.2	Итоговый контроль	28
5	Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе	30

1 Рабочая программа учебной дисциплины

1.1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическое и компьютерное моделирование» занимает важное место в системе прикладного математического образования. Целью преподавания дисциплины является изучение: фундаментальных основ теории моделирования, основных понятий компьютерной имитации, подходов к моделированию процессов и явлений в природе и обществе, а также освоение методов построения, классификации и анализа математических моделей проектируемых с помощью вычислительной техники систем.

По завершению курса обучаемые должны приобрести устойчивые навыки и умения, позволяющие выполнять формализацию описания исследуемой системы, необходимые математические преобразования ее модели, а также эффективно решать практические задачи моделирования процессов и явлений, анализировать характеристики проектируемых систем.

В результате освоения дисциплины студенты должны иметь четкое представление об основных классификациях математических моделей, о принципах моделирования, об основных этапах, технологиях построения модели, о возможностях программных реализаций с помощью инструментальных средств, об особенностях проведения вычислительных экспериментов. В процессе обучения студенты должны приобрести навыки решения прикладных задач с помощью сред визуального моделирования, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранной модели.

Данный курс базируется на ранее изученных дисциплинах: «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Численные методы», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Программирование», связан с дисциплинами: «Математическое моделирование», «Математическое моделирование сплошных сред» и дает основу для реализации изученных методов в виде программных алгоритмов в ходе курсового и дипломного проектирования.

1.2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина «Математическое и компьютерное моделирование» является дисциплиной, входящей в блок дисциплин для специальности 010101 – «Математика» по циклу: «Специальные дисциплины» – СД.Ф.7. Тематическое содержание курса государственным стандартом не ограничено.

1.3.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ »

Общая трудоемкость дисциплины составляет 164 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
1	Введение. Современное теории моделирования	9	1	Лекция (2 час.), практическая работа «Основные приемы работы с пакетом Matlab. Графика Matlab. Разработка интерфейса пользователя» (4 час.)	Устный опрос по теме практической работы, зачет практической работы
Часть I. Построение моделей. Основные вопросы методологии моделирования					
2	Свойства моделей и цели моделирова-	9	2	Лекция (4 час.), практическая работа «Статические модели. Обработка	Устный опрос по теме практической работы, зачет практической работы

	ния. Классификация математических моделей			экспериментальных данных» (4 час.), самостоятельная работа по темам практических занятий (5 час.)	
3	Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Принципы, этапы и методы построения моделей	9	3-4	Лекция (4 час.), практическая работа «Динамические модели, описываемые ОДУ (задачами Коши и краевыми задачами)» (4 час.), самостоятельная работа по темам практических занятий (5 час.)	Устный опрос по теме практической работы, зачет практической работы
4	Простейшие математические модели и основные принципы моделирования	9	4-5	Лекция (4 час.), практическая работа «Динамические модели, описываемые уравнениями в частных производных. Моделирование в PDE tool Matlab» (2 час.), самостоятельная работа по темам практических занятий (5 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ
5	Детерминированные модели	9	6-7	Лекция (6 час.), практическая работа «Моделирование физических процессов в Matlab» (8 час.), самостоятельная работа по темам практических занятий (5 час.), подготовка к тестированию (10 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ Контрольное тестирование
Часть II. Реализация алгоритмов и анализ моделей систем					
6	Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий	9	8	Лекция (4 час.), практическая работа «Оптимизационные модели. Решение прикладных задач с помощью Optimization toolbox Matlab» (2 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (10 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ
7	Моделирование в условиях неопределенности. Марковские случайные процессы.	9	9-10	Лекция (4 час.), практическая работа «Случайные процессы» (4 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (5 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ
8	Моделирование систем массового обслуживания	9	10-12	Лекция (8 час.), практическая работа «Марковские процессы и системы массового обслуживания» (8 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (8 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ
9	Моделирование с использованием имитационного подхода. Введение в теорию фракталов.	9	13-14	Лекция (4 час.), практическая работа «Модели простейших фракталов» (6 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (5 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ

10	Введение в теорию перколяции	9	14 - 15	Лекция (4 час.), практическая работа «Перколяция» (4 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (5 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ
11	Клеточные автоматы	9	16	Лекция (4 час.), практическая работа «Клеточные автоматы» (4 час.), самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (5 час.)	Устный опрос по темам практических работ, зачет практических работ Контрольное тестирование
					Экзамен

1.4. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Введение. Современное теории моделирования

Предмет теории моделирования. Моделирование как метод научного познания. Состояние и перспективы развития математического моделирования. Перспективы развития методов и средств моделирования систем в свете новых информационных технологий.

Тема 2. Свойства моделей и цели моделирования. Классификация математических моделей

Свойства моделей и цели моделирования. Классификация моделей систем. Материальное, идеальное, когнитивное, концептуальное и формальное моделирование. Классификационные признаки: сложность объектов моделирования, оператор модели, параметры модели, цели моделирования, методы реализации.

Тема 3. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Принципы, этапы и методы построения моделей

Этапы вычислительного эксперимента. Принципы построения математических моделей. Концептуальная и математическая постановка задачи моделирования. Методы построения вычислительного алгоритма. Реализация моделей в виде программы для ЭВМ. Проверка адекватности модели. Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования.

Тема 4. Простейшие математические модели и основные принципы математического моделирования

Фундаментальные законы природы. Законы сохранения энергии, материи, импульса. Вариационные принципы. Принцип Ферми. Применение аналогий при построении моделей. Модель Мальтуса. Иерархический подход к получению моделей. Модель многоступенчатой ракеты. Нелинейность математических моделей. Модель Ферхюльста.

Тема 5. Детерминированные модели.

Примеры статических и динамических моделей, реализуемых: уравнениями линейных и нелинейных уравнений и их систем, решение задач обработки экспериментальных данных, реализация моделей, описываемых ОДУ (задачами Коши и краевыми задачами), а также уравнениями в частных производных. Примеры физических, экономических, социальных систем.

Тема 6. Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий

Генераторы псевдослучайных чисел. Машинная генерация псевдослучайных последовательностей; проверка и улучшение качества последовательностей; моделирование случайных воздействий. Организация случайных блужданий. Методы Монте-Карло для решения различных задач. Модель броуновского движения.

Темы 7-8. Моделирование в условиях неопределенности. Марковские случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания

Марковские случайные процессы. Понятие о марковском процессе. Потоки событий. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Финальные вероятности состояний. Моделирование систем массового обслуживания. Задачи теории массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Схема гибели и размножения. Формула Литтла. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. *n*-Канальная СМО с отказами (задача Эрланга). Одноканальная СМО с неограниченной очередью. *n*-Канальная СМО с неограниченной очередью. Одноканальная СМО с ограниченной очередью.

Тема 9. Моделирование с использованием имитационного подхода. Введение в теорию фракталов.

Фракталы. Фракталы в математике. Размерности. Фракталы в природе.

Тема 10. Введение в теорию перколяции

Основы теории перколяции. Терминология, примеры. Модель диэлектрического пробоя.

Тема 11. Клеточные автоматы

Автомат. Клеточный автомат. Клеточное пространство. Игра-клеточный автомат «жизнь». Простейшие активные элементы. КА «нейронная сеть». КА для биологических систем.

При выполнении практических работ по данному курсу студенты должны продемонстрировать умение решать прикладные задачи, как с использованием возможностей математических прикладных программ, так и создавая собственные алгоритмы разработанных математических моделей. При прохождении практикума рекомендован ППП Scilab.

Практическая работа выполняется строго в соответствии с выданным преподавателем заданием и вариантом. Завершающим этапом выполнения работы является оформление отчета. Отчет содержит: титульный лист, лист задания, раздел, содержащий теоретические основы соответствующего раздела курса, включая расчетные формулы основного метода и расчет погрешности метода, раздел, содержащий описание программной реализации: листинг программного блока (описание интерфейса программы можно вынести в приложение), раздел, содержащий описание результатов, полученных с использованием возможностей ППП, список использованной литературы.

1.5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Самостоятельная работа – 68 часов. По данному курсу в рамках самостоятельной работы студента предполагается подготовка к устной защите проверочных работ, подготовка к контрольному тестированию, написание индивидуальных зачетных работ и разработка презентации к устной защите. Индивидуальной зачетной работой является расширенный вариант лабораторной работы по индивидуальной теме, предложенной преподавателем. Данная работа должная содержать математическую модель, ее теоретическое обоснование, алгоритм решения и программную реализацию в ППП Scilab (собственный программный блок и/или использование встроенных функций пакета), обязательным элементом является графический интерфейс пользователя. Работа должна отвечать требованиям, предъявляемым к оформлению курсовых работ, и содержать разделы 1-4, описанные ниже. Предложенная тематика может быть заменена на другую или модифицирована по согласованию с преподавателем.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ЗАЧЕТНЫХ РАБОТ

Оформлять работу следует четко и аккуратно, придерживаясь основных правил оформления отчетных работ:

1. Титульный лист (содержит: наименование вуза, кафедра, ФИО исполнителя, №группы, курс, дисциплина, тема лаб. работы, вариант, выполнил, проверил и т. д.), содержание, введение.

Основная часть.

2. Лист задания (содержит предложенное задание). Раздел, содержащий теоретические основы соответствующего раздела курса (включая подробный алгоритм основного метода).

3. Раздел, содержащий описание программной реализации. Листинг программного блока и описание интерфейса программы (если таковой имеется) можно вынести в приложение.

4. Заключение, список использованной литературы.

1.6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При преподавании дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование» используются как традиционные (лекция, лекция-семинар), так и инновационные технологии (применение мультимедийного проектора, применение рейтинговой системы оценки знаний студентов, семинар-дискуссия, «мозговой штурм», возможно использование ресурсов сети Internet и электронных учебников).

1.7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и для промежуточной аттестации: зачетная система оценки знаний учащихся.

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения практических занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего раздела, а также проверки отчетов по лабораторным работам и индивидуальным заданиям. Промежуточный контроль осуществляется два раза в семестр в виде анализа итоговых отчетов на аттестационные вопросы. Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде экзамена.

Экзамен сдается в конце семестра. Форма сдачи экзамена – устная. Необходимым условием допуска на экзамен является сдача всех лабораторных работ и индивидуальной зачетной работы. В предлагаемый билет входят два вопроса: основной и дополнительный. Студент должен дать развернутый ответ на основной вопрос, и краткий – на дополнительный. Развернутый ответ предполагает полное знание теории по данной части курса, свободную ориентацию в материале, краткий ответ – основных теоретических моментов: понятий и терминологии. При выполнении указанных требований ставится дифференцированная оценка.

Перечень теоретических вопросов к экзамену по курсу: «Математическое и компьютерное моделирование»:

РАЗДЕЛ 1

1. Введение. Предмет теории моделирования. Состояние и перспективы развития математического моделирования.
2. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Этапы вычислительного эксперимента. Пример.
3. Выбор модели. Классификация математических моделей. Примеры.
4. Принципы построения математических моделей. Методы построения вычислительного алгоритма
5. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на фундаментальных законах природы. Закон сохранения энергии. Закон сохранения импульса. Примеры.
6. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на фундаментальных законах природы. Закон сохранения материи. Пример. Модель радиоактивного распада.

7. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на вариационных принципах. Пример. Модели, демонстрирующие законы геометрической оптики.

8. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Применение аналогий при построении моделей. Модель Мальтуса.

9. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Иерархический подход к получению моделей. Модель многоступенчатой ракеты.

10. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Принцип нелинейности при построении математических моделей. Логистическая кривая.

РАЗДЕЛ 2

1. Статические модели. Примеры моделей, требующих решение задач аппроксимации. Интерполяция и экстраполяция. Обработка экспериментальных данных. Методы реализации моделей (Интерполяционные формулы и метод наименьших квадратов).

2. Динамические модели. Примеры моделей, реализуемые задачами Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (пример 1 –ОДУ (уравнения колебаний, радиоактивный распад, остывание нагретых тел, равновесная цена и др.), пример 2 – система ОДУ(модель развития эпидемии, модель Лотки-Вольтерра, модель Дуффинга и др.)). Численные схемы реализации начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Примеры моделей, описываемых краевыми задачами для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы приближенного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных эллиптического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения.

5. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных параболического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения.

6. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных гиперболического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения.

7. Моделирование случайных величин и случайных событий. Метод Монте-Карло. Пример приложения метода Монте-Карло. Пример реализации модели броуновского движения в Matlab.

8. Марковские случайные процессы. Понятие о марковском процессе. Потоки событий. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Финальные вероятности состояний.

9. Моделирование систем массового обслуживания. Задачи теории массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Схема гибели и размножения. Формула Литтла.

10. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. *n*-Канальная СМО с отказами (задача Эрланга).

11. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.

12. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. *n*-Канальная СМО с неограниченной очередью.

13. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. Одноканальная СМО с ограниченной очередью.

14. Фракталы. Классификация. Фракталы в математике.

15. Фракталы. Размерности.

16. Фракталы в природе. Примеры и алгоритмы построения фракталов.

17. Перколяция. Основные понятия и определения. Алгоритм Хошена-Копельмана маркировки кластеров.

18. Модели типа «клеточный автомат».

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов: основная и дополнительная литература, официальные ресурсы сети Internet, установленное в вузе программное обеспечение.

1.8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

а) Перечень обязательной (основной) литературы

8.1. Советов, Б. Я. Моделирование систем: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев, -М: Высшая школа, 2007, 2009. - 344 с.

б) Перечень дополнительной литературы

8.2. Бережная, Е. В. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие: рек. УМО вузов / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. - М. : Финансы и статистика, 2001, 2002, 2003. - 368 с.

8.3. Введение в математическое моделирование : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В. Н. Ашихмин [и др.] ; под ред. П. В. Трусова. - М. : Логос, 2007. - 439 с.

8.4. Васильков, Ю. В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова. - М. : Финансы и статистика, 2001, 2002, 2004. - 256 с.

8.5. Колесов, Ю. Б. Моделирование систем. Динамические и гибридные системы: учеб. пособие: рек. УМО / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. - СПб. : БХВ-Петербург, 2006. - 224 с.

8.6. Колесов, Ю. Б. Моделирование систем. Объектно - ориентированный подход: учеб. пособие: рек. УМО / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. - СПб. : БХВ-Петербург, 2006. - 186 с.

8.7. Колесов, Ю. Б. Моделирование систем: практикум по компьютерному моделированию : учеб. пособие : рек. УМО / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. - СПб. : БХВ-Петербург, 2007. - 338 с.

8.8. Лебедев, В. В. Математическое моделирование социально-экономических процессов / Лебедев В.В. - М. : Изограф, 1997. - 224с.

8.9. Мажукин, В. И. Математическое моделирование в экономике: учеб. пособие: Доп. Мин. обр. РФ / В.И. Мажукин, О.Н. Королева. - М. : Флинта : Моск. гуманитарный ун-т, 2004. [Кн. 1], Ч. I. Численные методы и вычислительные алгоритмы, Ч. II. Лабораторный практикум по численным методам и вычислительным алгоритмам. - 2004. - 231 с.

8.10. Масловская, А. Г. Методы вычислений: реализация алгоритмов в MATLAB: практикум / А. Г. Масловская , Т. К. Барабаш, Л. В. Чепак ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2010. - 204 с.

8.11. Масловская, А. Г. Основные принципы работы и конструирование интерфейса в MATLAB: практикум / А. Г. Масловская, А. В. Рыженко ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. - 103 с.

8.12. Масловская, А. Г. Компьютерное моделирование физических процессов: практикум / А. Г. Масловская, Е. В. Стукова, Л. В. Чепак, 2009. - 100 с.

8.13. Пащенко, Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем: в 2 ч.: учеб. пособие: рек. УМО / Ф. Ф. Пащенко. - М. : Финансы и статистика, 2006 – 2007. Ч. 1 : Математические основы моделирования систем. - 2006. - 328 с.

8.14. Пащенко, Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем: в 2 ч.: учеб. пособие: рек. УМО / Ф. Ф. Пащенко. - М. : Финансы и статистика, 2006 – 2007. Ч. 2 : Идентификация нелинейных систем. - 2007. - 288 с.

8.15. Самарский, А. А. Математическое моделирование: Идеи, методы, проблемы: моногр. / А.А. Самарский, А.П. Михайлов, - 2-е изд., испр. - М.: Москва: Физматлит, 2005. - 320 с.

8.16. Советов, Б. Я. Моделирование систем: практикум: учеб. пособие: доп. Мин. обр. РФ / Б. Я. Советов, Б. А. Яковлев. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 296 с.

в) Периодические издания

8.17. Журнал “Russian journal of numerical analysis and mathematical modeling”

8.18. Журнал «Математическое моделирование»

8.19. Журнал «Вычислительные технологии»

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	http://exponenta.ru/	Имеются ресурсы: Internet-класс по Высшей Математике; работа с примерами, решенными в средах ППП; банк решенных студенческих задач; обсуждение на форуме.

1.9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекции проводятся в стандартной аудитории (ауд.338[а]), оснащенной в соответствии с требованиями преподавания теоретических дисциплин, включая мультимедиа-проектор.

Лабораторные работы проводятся в компьютерном классе, рассчитанном на 10 посадочных рабочих мест пользователей (ауд. 327, 329), в котором установлен пакет прикладных программ Scilab 5.3.3 (свободно-распространяемое программное обеспечение).

2 Краткое изложение программного материала

Семестр обучения: 9

Лекция 1

Название темы: «Введение. Современное теории моделирования» (тема №1).

План лекции.

Предмет теории моделирования. Сущность ММ. Достоинства теории и эксперимента. Методология ММ. Этапы становления методологии математического и компьютерного моделирования.

Моделирование как метод научного познания. Вычислительный эксперимент.

Состояние и перспективы развития математического моделирования. Перспективы развития методов и средств моделирования систем в свете новых информационных технологий.

Цели, задачи: Ввести студентов в дисциплину «Математическое и компьютерное моделирование», обозначить структуру курса, содержание практического и лабораторного практикума по основным разделам дисциплины, озвучить междисциплинарные связи, правила организации аудиторной и самостоятельной работы студентов, дать методические рекомендации по изучению дисциплины, указать список основной и дополнительной литературы, рекомендуемой студентам, ознакомить студентов с формами текущего и итогового контроля по дисциплине.

Ключевые вопросы: 1) Обозначьте области применения математического и компьютерного моделирования? 2) В каких случаях прибегают к построению моделей и проведению вычислительных экспериментов? 3) Расскажите об основных этапах развития теории мате-

матического моделирования. 4) Приведите примеры классических математических моделей, известных Вам.

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.2-1.8.16, 1.8.17-1.8.19

Выводы по теме: Технические, экологические, экономические и иные системы, изучаемые современной наукой, больше не поддаются исследованию (в нужной полноте и точности) обычными теоретическими методами. Прямой натуральный эксперимент над ними долог, дорог, часто либо опасен, либо невозможен, цена ошибок и просчетов очень высока, поэтому ММ является неизбежной составляющей научно-технического прогресса.

Лекции 2-3

Название темы: «Свойства моделей и цели моделирования. Классификация математических моделей» (тема №2).

План лекции.

Место моделирования среди методов познания. Методология. Понятие «метод». Классификация методов научного познания. Определение модели. Роль аналогии и гипотезы в моделировании. Свойства моделей. Неполнота модели. Адекватность модели. Простота модели. Потенциальность модели. Цели моделирования.

Классификация моделей систем. Материальное, идеальное, когнитивное, концептуальное и формальное моделирование. Классификационные признаки: сложность объектов моделирования, оператор модели, параметры модели, цели моделирования, методы реализации.

Классификация по степени неопределенности. Классификация по степени абстрагирования от оригинала. Классификация по методам реализации.

Цели, задачи: дать обучающимся целостные и взаимосвязанные знания по теме «Свойства моделей и цели моделирования. Классификация математических моделей», обеспечить творческую работу студентов совместно с преподавателем.

Ключевые вопросы: 1) Какое место з0анимает теория моделирования среди других методов научного познания? 2) Дайте определение модели? 3) Каким общим свойством обладают все математические модели? 4) Какие типичные цели преследуют исследователи при использовании средств и методов математического моделирования?

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.8-1.8.9, 1.8.15

Выводы по теме: Понимание свойств математических моделей, целей, преследуемых при построении и реализации математических моделей, а также класса используемых моделей позволяют глубоко и всесторонне изучить объект исследования.

Лекции 4-5

Название темы: «Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Принципы, этапы и методы построения моделей» (тема №3).

План лекции.

Этапы вычислительного эксперимента. Технологией создания математических моделей. Триада «модель – алгоритм – программа». Принципы построения математических моделей.

Обследование объекта моделирования. Заказчик и исполнитель. Содержательная постановка задачи моделирования. Тщательное обследование объекта моделирования; сбор и проверка имеющихся экспериментальных данных об объектах-аналогах; аналитический обзор литературных источников, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей данного объекта; анализ и обобщение всего накопленного материала, разработка общего плана создания математической модели. Техническое задание на проектирование и разработку модели.

Концептуальная постановка задачи моделирования. Совокупность гипотез относительно свойств и поведения объекта моделирования.

Математическая постановка задачи моделирования. Оператор модели, классы моделей, наиболее распространенных типы задач (задача с начальными условиями, краевая, задача, задачи на собственные значения). Ряда обязательных проверок: контроль размерностей, контроль порядков, контроль характера зависимостей, контроль экстремальных ситуаций, контроль граничных условий, контроль физического смысла. контроль математической замкнутости. Понятие корректной математической модели.

Выбор и обоснование выбора метода решения задачи. Группы методов: аналитические, графические и численные. Три основных составляющих возникающей погрешности при численном решении исходной задач.

Принципы построения моделей (принципы организации материи: неживая, живая, мыслящая).

Методы построения вычислительного алгоритма. Реализация моделей в виде программы для ЭВМ. Этапы процесса создания программного обеспечения (составление технического задания на разработку пакета программ программного обеспечения; проектирование структуры программного комплекса; кодирование алгоритма; тестирование и отладка; сопровождение и эксплуатация).

Проверка адекватности модели. Понятие адекватности и верификации данных. Цели, которые преследуются при проверке адекватности. Причины появления неадекватности.

Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования. Возможности всестороннего анализа результатов моделирования.

Цели, задачи: глубокое разъяснение и системное изложение учебного материала по теме «Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Принципы, этапы и методы построения моделей».

Ключевые вопросы: 1) Какие этапы вычислительного эксперимента являются обязательными при математическом моделировании? 2) Назовите основные особенности работ, которые сопровождают каждый этап построения и реализации модели. 3) Сформулируйте понятие корректной математической модели. 4) Какая модель называется адекватной? 5) Какие требования предъявляются к программным реализация математических моделей?

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.6-1.8.8, 1.8.15-1.8.17

Выводы по теме: Качественное проектирование и реализация всех этапов вычислительного эксперимента является основой и залогом успеха исследования объекта методами математического моделирования.

Лекции 6-7

Название темы: «Простейшие математические модели и основные принципы математического моделирования» (тема №4).

План лекции.

Фундаментальные законы природы. Законы сохранения энергии. Пример: экспертиза по баллистике. Закон сохранения материи. Пример: модель радиоактивного распада. Закон сохранения импульса. Пример: модель движения ракеты.

Вариационные принципы. Принцип Ферма.

Применение аналогий при построении моделей. Модель Мальтуса.

Иерархический подход к получению моделей. Модель многоступенчатой ракеты.

Нелинейность математических моделей. Модель Ферхюльста.

Цели, задачи: системное изложение теоретических и практических аспектов темы «Простейшие математические модели и основные принципы математического моделирования».

Ключевые вопросы: 1) Назовите классические математические модели, при построении которых учтены фундаментальные законы природы. 2) В каком случае применяют вариационные принципы? 3) В чем суть принципа аналогий? 4) Назовите недостаток модели Маль-

туса. 5) В чем заключается иерархический принцип моделирования? 6) В каком смысле модель Ферхюльста «улучшает» модель Мальтуса?

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.6-1.8.8, 1.8.15

Выводы по теме: Процесс построения моделей может быть условно разбит на следующие этапы. Конструирование модели начинается со словесно-смыслового описания объекта или явления. Данный этап можно назвать формулировкой предмодели. Следующий этап – завершение идеализации объекта. Отбрасываются все факторы и эффекты, которые представляются не самыми существенными для его поведения. После выполнения первых двух этапов можно переходить к выбору или формулировке закона (вариационного принципа, аналогии и т. п.), которому подчиняется объект, и его записи в математической форме. При необходимости используются дополнительные сведения об объекте, также записываемые математически. Завершает формулировку модели ее «оснащение». Построенная модель изучается всеми доступными исследователю методами, в том числе со взаимной проверкой различных подходов. В результате исследования модели не только достигается поставленная цель, но и должна быть установлена всеми возможными способами (сравнением с практикой, сопоставлением с другими подходами) ее адекватность. Неадекватная модель может дать результат, сколь угодно отличающийся от истинного, и должна быть либо отброшена, либо соответствующим образом модифицирована.

Лекции 8-10

Название темы: «Детерминированные модели» (тема №5).

План лекции.

Примеры статических и динамических моделей, реализуемых: уравнениями линейных и нелинейных уравнений и их систем, решение задач обработки экспериментальных данных, реализация моделей, описываемых ОДУ (задачами Коши и краевыми задачами), а также уравнениями в частных производных. Примеры физических, экономических, социальных систем.

Цели, задачи: формирование ориентировочной основы для последующего усвоения и практического применения детерминированных моделей.

Ключевые вопросы: 1) В чем заключается основная особенность детерминированного класса моделей? 2) Каким математическим аппаратом оперируют детерминированные классы моделей? 3) Приведите пример модели, в математической постановке описываемой задачей Коши для ОДУ. 4) Приведите пример модели, в математической постановке описываемой краевой задачей для ОДУ.

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.2-1.8.5, 1.8.15-1.8.17

Выводы по теме: Детерминированные модели представляют собой самый большой и хорошо изученный класс моделей. Многочисленные постановки прикладных задач, широкий спектр разработанных методик реализации и возможности современных пакетов прикладных программ дают исследователю гибкий и многофункциональный инструментарий для построения, реализации и исследования детерминированных математических моделей.

Лекции 11-12

Название темы: «Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий» (тема №6).

План лекции.

Особенность стохастических моделей. Равномерно распределенные случайные числа. Генераторы псевдослучайных чисел. Машинная генерация псевдослучайных последовательностей; проверка и улучшение качества последовательностей; моделирование случайных воздействий. Организация случайных блужданий.

Методы Монте-Карло для решения различных задач. Идея, назначение и область применения метода Монте-Карло. Единичный жребий и формы его организации.

Модель броуновского движения. Организация случайных блужданий.

Цели, задачи: Формирование устойчивых знаний по теме «Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий», мотивация студентов к самостоятельной работе по практическим вопросам применения данной темы.

Ключевые вопросы: 1) В каких практических случаях требуется применение стохастического подхода к построению математической модели? 2) В чем суть метода Монте-Карло? 3) Каким недостатком обладает метод Монте-Карло? 4) Приведите пример математической модели, реализуемой методом Монте-Карло.

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.8, 1.8.12

Выводы по теме: Важным классом реализуемых на ЭВМ моделей являются стохастические (или недетерминированные) модели, в которых реализация рассматриваемого процесса зависит от случайных параметров. Выходные значения для таких моделей при заданном наборе входных данных можно предсказать только в вероятностном смысле.

Лекции 13-18

Название темы: «Моделирование в условиях неопределенности. Марковские случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания» (темы №7-8).

План лекции.

Марковские случайные процессы. Понятие о случайном процессе. Понятие о марковском случайном процессе. Процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Граф состояний.

Потоки событий. Интенсивность потока событий. Регулярный поток событий. Стационарный поток событий. Поток событий без последействия. Ординарный поток событий. Простейший или пуассоновский поток событий.

Элемент вероятности. Рекуррентный поток событий (поток Пальма).

Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Финальные вероятности состояний. Правила составления уравнений Колмогорова. Условия существования финальных вероятностей состояния. Пример.

Моделирование систем массового обслуживания. Задачи теории массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Каналы обслуживания. Предмет теории массового обслуживания. СМО с отказами. СМО с очередью. Дисциплина обслуживания. Обслуживание с приоритетом. Многофазовое обслуживание. Оптимизация работы СМО.

Схема гибели и размножения. Граф состояний для схемы гибели и размножения. Выражение общих формул для финальных вероятностей состояний схемы гибели и размножения. Формула Литтла. Среднее число заявок $L_{\text{сист}}$, находящихся в системе массового обслуживания (т. е. обслуживаемых или стоящих в очереди), и среднее время пребывания заявки в системе $W_{\text{сист}}$. среднее время пребывания заявки в очереди $W_{оч}$ и среднее число заявок в очереди $L_{оч}$.

Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики.

n-Канальная СМО с отказами (задача Эрланга). Граф состояний. Финальные вероятности для модели. Вероятность того, что пришедшая заявка получит отказ. Пропускная способность СМО. Абсолютная пропускная способность СМО. Среднее число занятых каналов.

Одноканальная СМО с неограниченной очередью. Граф состояний. Финальные вероятности для модели. Среднее число заявок в системе, среднее время пребывания заявки в системе, среднее число заявок в очереди, среднее время пребывания заявки в очереди, вероятность того, что канал занят (степень загрузки канала).

n-Канальная СМО с неограниченной очередью. Граф состояний. Финальные вероятности для модели. Среднее число занятых каналов. Среднее число заявок в системе, среднее время пребывания заявки в системе, среднее число заявок в очереди, среднее время пребывания заявки в очереди.

Одноканальная СМО с ограниченной очередью. Граф состояний. Финальные вероятности для модели. Вероятность отказа, абсолютная пропускная способность, вероятность того, что канал занят, средняя длина очереди, среднее число заявок в СМО, среднее время ожидания в очереди, среднее время пребывания заявки в СМО.

Цели, задачи: рассмотреть базовые подходы к построению моделей систем массового обслуживания, сформировать четкие знания у студентов по этой теме, нацелить на решение практических задач.

Ключевые вопросы: 1) Какой случайный процесс можно считать марковским? 2) Каким образом можно решить систему уравнений Колмогорова? 3) В чем заключается особенность схемы гибели и размножения? 4) Какой смысл имеют формулы Литтла в теории СМО? 5) Какие характеристики СМО подлежат изучению при рассмотрении *n*-канальной СМО с отказами? 6) Какие характеристики СМО подлежат изучению при рассмотрении *n*-канальной СМО с очередью?

Ссылки на литературные источники:

1.8.1, 1.8.16

Выводы по теме: Задачей теории массового обслуживания является построение математических моделей, связывающих данные условия работы СМО (число каналов, их производительность, правила работы, характер потока заявок) с интересующими характеристиками – показателями эффективности СМО, описывающими способность справляться с потоком заявок. В качестве таких показателей например могут быть: среднее число заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени, среднее число занятых каналов, среднее число заявок в очереди и среднее время ожидания и т.д. Матанализ работы СМО значительно облегчается, если случайный процесс этой работы – марковский.

Лекции 19-20

Название темы: «Моделирование с использованием имитационного подхода. Введение в теорию фракталов» (тема №9).

План лекции.

Введение в теорию самоорганизации. Синергетика. Фракталы как математический аппарат теории самоорганизации.

Определение фрактала. Историческая справка. Классификация по степени неопределенности. Геометрические фракталы. Математические монстры в истории математики. Кривая –генератор. Примеры. Применение двухинвариантных преобразований сжатия-отражения. Стохастические фракталы. Алгебраические фракталы. Фракталы Жюлиа и Мандельброта.

Способы определения фрактальной размерности. Размерность самоподобия. Размерность по Хаусдорфу-Безиковичу.

Применение теории фракталов для моделирования самоподобных абстрактных и природных структур. Биология и медицина. «Спрятанные» измерения. Физика. Астрономическая физика. Телекоммуникации. Применение в компьютерных системах: графика и дизайн. Информационное пространство и фракталы. Литература. Применение теории фракталов в экономике. Технический анализ финансовых рынков.

Демонстрация научно-популярного фильма «Размерности» компании NOVA.

Цели, задачи: формирование базовых знаний у студентов и системное изложение учебного материала по теме «Моделирование с использованием имитационного подхода. Введение в теорию фракталов».

Ключевые вопросы: 1) Каковы исторические предпосылки развития теории фракталов? 2) Дайте понятие «фрактал» 3) В чем заключаются алгоритмические особенности по-

строения геометрических фракталов? Стохастических фракталов? Алгебраических- фракталов? 4) Как реализовать в программная среде фрактал Мандельброта? 5) Назовите бласти практического применения фрактальной теории.

Ссылки на литературные источники:

1.8.3, 1.8.17-1.8.19

1. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. – Ижевск: РХД, 2001. – 128 с.
2. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: «Институт компьтерных исследований», 2002. – 666 с.
3. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. – М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. – 256 с.
4. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Н.Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1999. – 140 с.
5. Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. – М.: Мир, 1993. –176 с.
6. Тарсевич Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. вводный курс. М.: Едиториал УРСС, 2004. – 152 с.
7. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 262 с.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – Ижевск: РХД, 2001. – 528 с.

Ресурсы сети Internet

http://www.fractals.narod.ru

http://www.adamaz.ru

Выводы по теме: Теория фракталов – яркий пример развития нового направления науки, в равной мере основанного как на достижениях в весьма абстрактных областях математики, так и на новом взгляде на давно известный эмпирический материал, который до создания адекватных моделей не поддавался даже научному описанию и интерпретации. Может быть, в определенный период времени, увлечение фракталами было даже слишком бурным и попытки все объяснять с помощью теории фракталов были неоправданными. Однако современная научная практика приобрела гибкий и мощный аналитический инструментарий в лице теории фракталов, позволяющий вскрыть огромные неиспользуемые ранее резервы и применить их в области различных приложений.

Лекции 21-22

Название темы: «Введение в теорию перколяции» (тема №10).

План лекции.

Введение в теории перколяции. Краткая историческая справка. Ячейка. Ячеистая область. Кластер. Случайная и коррелированная перколяция. Соединяющий кластер. Порог перколяции. Пример: модель диэлектрического пробоя.

Решеточные задачи: задача узлов и задача связей. Изучение свойств соединяющего кластера.

Характеристики: среднее число кластеров размера s; полное число ячеек; распределение среднего размера кластеров; полное число занятых ячеек; количество занятых ячеек, принадлежащих кластерам размера s; вероятность того, что случайно выбранный занятый узел принадлежит кластеру размера s; средний размер кластера; вероятность того, что случайно выбранная занятая ячейка принадлежит стягивающему кластеру; радиус-вектор центра масс кластера, радиус циркуляции для единственного кластера, состоящего из s-ячеек; длина корреляции.

Остов кластера. Мертвые концы. Красные связи. Скелет кластера. Эластичный остов . Оболочка или внешний периметр. Полный периметр. Континуальная перколяция.

Критические показатели и масштабная инвариантность.

Алгоритм Хошена-Копельмана – алгоритм маркировки кластеров. Пример реализации алгоритма. Скейлинговые соотношения.

Цели, задачи: формирование фундаментальных и прикладных знаний по использованию теории перколяции в математическом моделировании.

Ссылки на литературные источники:

1.8.3, 1.8.17-1.8.19

1. Тарсевич Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. вводный курс. М.: Едиториал УРСС, 2004. – 152 с.

Ключевые вопросы: 1) С какими объектами работает теория перколяции? 2) В чем связь теории перколяции и теории фракталов? 3) Приведите пример – физический аналог перколяционного процесса. 4) В чем суть алгоритма маркировки кластеров? 5) Как найти соединяющий кластер с помощью алгоритма Хошегн-Копельмана?

Выводы по теме:

В настоящее время перколяционные процессы рассматриваются математиками, физиками, химиками, программистами, инженерами. Оказалось, что перколяция является удобной моделью для описания широкого класса явлений, которые принято называть критическими. С другой стороны, задача оказалась весьма интересной и с точки зрения чистой математики. Большинство результатов теории перколяции получено в результате компьютерного моделирования. При этом приходится проводить многие тысячи компьютерных испытаний на больших объектах, что потребовало разработки эффективных алгоритмов. Выяснилось, что теория перколяции имеет точки соприкосновения с рядом новых и перспективных направлений науки, например, перколяционные процессы могут приводить к самоорганизации и образованию структур, объекты, которые образуются при перколяции, являются фракталами. Несмотря на то, что в теории перколяции получен ряд строгих результатов, а в ее применении достигнуты значительные успехи, она находится еще в процессе становления, многое еще предстоит понять, доказать, применить.

Лекции 23-24

Название темы: «Клеточные автоматы» (тема №11).

План лекции.

Введение. Автомат. Клеточный автомат. Клеточное пространство. Краткая историческая справка.

Примеры клеточных автоматов. Области применения клеточных автоматов.

Классификация клеточных автоматов.

Игра-клеточный автомат «жизнь». Выживание. Гибель. Рождение. Примеры стационарных структур, реализующихся в игре «Жизнь». Примеры периодических структур (2-циклы), реализующихся в игре «Жизнь».

Игра «Аква-Тор» – наглядный пример применения клеточных автоматов в биологии.

Линейный автомат.

Клеточный автомат, моделирующий движение толпы.

Ссылки на литературные источники:

1.8.3, 1.8.17-1.8.19

1. Тарсевич Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. вводный курс. М.: Едиториал УРСС, 2004. – 152 с.

Ключевые вопросы: 1) Является ли клеточный автомат частным случаем конечного автомата? 2) Назовите области применения теории клеточных автоматов? 3) Какие особенности реализации имеет игра «жизнь»?-для моделирования каких объектов и процессов можно применить подобный клеточный автомат?

Выводы по теме: клеточные автоматы нашли и находят широкое применение во многих сферах человеческой деятельности, многие задачи которых стало возможным решить только с помощью компьютера.

3. Методические указания

3.1 Методические указания по изучению дисциплины

Для оптимальной организации изучения дисциплины студентам рекомендуется следовать следующим методическим указаниям.

Студенты очной формы обучения обязаны присутствовать на занятиях и выполнять все предусмотренные учебно-методическим комплексом дисциплины формы учебной работы; проходить промежуточный и итоговый контроль в виде защит лабораторных и практических работ, аттестации в форме тестового контроля знаний; сдачи зачета и экзамена в предлагаемой преподавателем форме.

Дисциплина «Математическое и компьютерное моделирование» является дисциплиной специализации и изучается студентами в 9 семестре обучения. Семестр изучения дисциплины включает 48 часов лекционных занятий, 48 часов практических занятий, 68 часов отводится на самостоятельную работу студентов. Семестр заканчивается экзаменом.

Теоретическая часть курса включает следующие темы (в скобках указан объем каждой лекции в часах).

<u>9 семестр:</u>

Тема 1. Введение. Современное теории моделирования (2)

Тема 2. Свойства моделей и цели моделирования. Классификация математических моделей (4)

Тема 3. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Принципы, этапы и методы построения моделей (4)

Тема 4. Простейшие математические модели и основные принципы математического моделирования (4)

Тема 5. Детерминированные модели (6)

Тема 6. Стохастические модели. Моделирование случайных величин и случайных событий (4)

Темы 7-8. Моделирование в условиях неопределенности. Марковские случайные процессы. Моделирование систем массового обслуживания (12)

Тема 9. Моделирование с использованием имитационного подхода. Введение в теорию фракталов (4)

Тема 10. Введение в теорию перколяции (4)

Тема 11. Клеточные автоматы (4)

Каждая лекция содержит необходимый объем теоретического материала по каждой из изучаемых тем. В спецкурс включены темы, отражающие современное состояние теории математического и компьютерного моделирования. Рассматриваются основные понятия и методы математического моделирования. Даются классификации основных структур математических моделей систем, а также подходов к выбору структуры и параметров модели. Описываются методы статического и динамического построения и анализа моделей. Приводятся описания и примеры применения программной среды MATLAB, ставшей международным стандартом учебного программного обеспечения в области математического моделирования. В дополнение к лекционному материалу, студентам рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.8.

Студенты в рамках аудиторных занятий должны, в целом, владеть понятийным аппаратом, основанном на ранее изученных дисциплинах, воспринимать теоретический материал основного содержания лекции, видеть причинно-логические связи в лекции, понимать схему решения примеров, приводимых в лекции. Для освоения темы каждой лекции на более глубоком уровне требуется дополнительная работа с теоретическим материалом в форме прочтения и изучения основной и дополнительной литературы, самостоятельной работы с лекцией.

Практические и лабораторные работы направлены на закрепление теоретического материала на практическом уровне и предусматривают программную реализацию математиче-

ских моделей по вариантам индивидуальных заданий. Допускается работа в подгруппах, состоящих из 2 студентов, с выполнением одного варианта. Отчет в этом случае оформляется каждым студентом отдельно. Опрос проводится независимо от личного вклада в результат выполнения работы. Для выполнения лабораторной работы необходимо освоить теоретические основы соответствующего раздела, составить блок-схему вычислительного эксперимента, описать все этапы моделирования, включая вопросы проведения контрольных проверок, выполнить программную реализацию, протестировать эксперимент на контрольном примере для установления адекватности модели и верификации данных моделирования, привести качественную и/или количественную оценку погрешности результата, сравнить с допустимой погрешностью, оформить отчет по работе. При возникновении проблемных ситуаций в ходе решения практических задач (неясен алгоритм, непонятна ошибка программной среды при реализации метода, появились затруднения, связанные с тестированием алгоритма и пр.) или освоения теоретического материала преподавателем приветствуется любой диалог или дискуссия (возможно, с участием студентов, выполняющих задание по другому варианту), направленные на решение проблемы, при необходимости отведения дополнительного и/или индивидуального времени – в рамках консультаций во внеаудиторное время.

3.2 Методические указания к практическим и лабораторным занятиям

Практический курс предусматривает практические занятия по следующим темам (в скобках указан объем в часах, отводимый на выполнение каждой работы).

1. Основные приемы работы с пакетом Matlab. Графика Matlab. Разработка интерфейса пользователя (4 час.)
2. Статические модели. Обработка экспериментальных данных (4 час.)
3. Динамические модели, описываемые ОДУ (задачами Коши и краевыми задачами) (4 час.)
4. Динамические модели, описываемые уравнениями в частных производных. Моделирование в PDE tool Matlab (2 час.)
5. Моделирование физических процессов в Matlab (8 час.)
6. Оптимизационные модели. Решение прикладных задач с помощью Optimization toolbox Matlab (2 час.)
7. Случайные процессы (4 час.)
8. Марковские процессы и системы массового обслуживания (8 час.)
9. Модели простейших фракталов (6 час.)
10. Перколяция (4 час.)
11. Клеточные автоматы (4 час.)

Кроме того, студентам необходимо выполнить, сдать и устно защитить индивидуальную зачетную работу.

Тематика индивидуальных работ:

1. Реализация алгоритма Дейкстры
2. Реализация алгоритма решения задачи китайского почтальона.
3. Реализация алгоритма Прима для нахождения кратчайшего остова графа.
4. Реализация волнового алгоритма
5. Реализация алгоритма Флойда поиска матрицы кратчайших расстояний.
6. Реализация алгоритма Форда поиска минимального потока в сети.
7. Нелинейные модели. Оценка доходности облигации при погашении в конце срока.
8. Модель ресурсного планирования объема выпускаемых изделий на промышленном предприятии.
9. Нелинейные модели. Моделирование доходности банковских операций.
10. Модель взаимозачета долгов предприятий.
11. Макромодель равновесия рыночной экономики.
12. Макромодель экономического роста.

13. Расчеты по обслуживанию кредитов и долговым ценным бумагам в ППП Matlab.

14. Математическое моделирование рекламной кампании.

15. Линейные балансовые модели. Определение объема выпуска продукции при изменении спроса.

16. Моделирование и анализ взаиморасчетов предприятий.

17. Модель движения тел в гравитационном поле Земли.

18. Моделирование задачи Кеплера.

19. Модели статический электрических и магнитных полей.

20. Моделирование движения электрических зарядов в электрических и магнитных полях.

21. Моделирование случайных блужданий.

22. Моделирование случайных процессов методом Монте-Карло.

23. Моделирование случайных блужданий.

24. Модели физических процессов, использующих дифференциальные уравнения I-го порядка.

25. Моделирование колебательных процессов.

26. Моделирование процесса рассеивания α-частиц.

27. Модели типа «хищник-жертва».

28. Математическая модель гонки вооружений.

29. Математическая модель боевых действий двух армий.

30. Моделирование задач теории игр.

31. Моделирования эколого-биологический задач. Задача экологического прогнозирования.

32. Динамика биологических популяций.

33. Математическая модель колебательных процессов в химии

34. Решение задач линейного программирования в ППП Matlab.

35. Решение задач оптимизации в Matlab.

36. Моделирование в системе Simulink Matlab

37. Работа с пакетом моделирования Bioinformatics Toolbox Matlab

38. Создание моделей в пакете нечеткой логики Fuzzy Logic Toolbox

39. Моделирование нейронных сетей в Neural Networks Toolbox

40. Финансовые функции в Matlab. Прогнозирование и построение линий тренда.

41. Статистический анализ в Matlab.

42. Модели, реализуемые клеточными автоматами.

43. Модель Изинга.

44. Алгоритм Метрополиса.

45. Фрактальные модели.

46. Модели сетевого планирования.

47. Модели систем массового обслуживания.

48. Модели, описываемые сетями Петри.

49. Вейвлет-анализ временных колебаний

Практическая часть курса методически обеспечена практическими работами, которые в начале семестра изучения дисциплины выдаются студентам в электронной форме. В практикуме, ориентированном на ППП Matlab, приводится краткая теория по соответствующему разделу, предлагаются иллюстрирующие примеры с детальными программными реализациями, приводятся варианты индивидуальных заданий к практикуму на ЭВМ.

Кроме текстов практических работ, студентам рекомендуется использовать также основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.8, при этом обращать внимание на аспекты реализации математических моделей, методы анализа результатов.

Индивидуальное задание по теме практической работы выполняется строго в соответствии с выданным преподавателем заданием и вариантом. Оформлять работу следует четко и

аккуратно, придерживаясь основных правил оформления отчетных работ: титульный лист (содержит: ФИО, №группы, курс, дисциплина, тема работы и т. д.), лист задания (содержит перечень предложенных заданий), раздел, содержащий теоретические основы соответствующего раздела курса (включая подробный алгоритм основного метода), раздел, содержащий описание программной реализации (листинг программного блока и описание интерфейса программы, если таковой имеется, может быть вынесен в приложении), раздел, содержащий анализ результатов моделирования.

Практическая работа считается выполненной с отметкой «зачтено», если:

1. Программная реализация математической модели полностью соответствует заданию.
2. Студент отвечает на основные теоретические вопросы по соответствующему разделу.
3. Работа оформлена в соответствии с указанными требованиями.

Индивидуальной зачетной работой является расширенный вариант лабораторной работы по индивидуальной теме, предложенной преподавателем. Данная работа должна содержать математическую модель, ее теоретическое обоснование, алгоритм решения и программную реализацию в ППП Matlab (собственный программный блок и/или использование встроенных функций пакета), обязательным элементом является графический интерфейс пользователя. Работа должна отвечать требованиям, предъявляемым к оформлению курсовых работ, и содержать разделы, описанные ниже. Предложенная тематика может быть заменена на иную или модифицирована только по согласованию с преподавателем.

Оформлять индивидуальную зачетную работу следует четко и аккуратно, придерживаясь основных правил оформления отчетных работ:

1. Титульный лист (содержит: наименование вуза, кафедра, ФИО исполнителя, №группы, курс, дисциплина, тема лаб. работы, вариант, выполнил, проверил и т. д.), содержание, введение.
2. Лист задания (содержит предложенное задание).
3. Основная часть. Раздел, содержащий теоретические основы соответствующего раздела курса (включая подробный алгоритм основного метода).
4. Раздел, содержащий описание программной реализации. Листинг программного блока и описание интерфейса программы (если таковой имеется) можно вынести в приложение. Предлагаемый ППП – Matlab.
5. Заключение, список использованной литературы.

Сроки сдачи работ ограничены отведенным на выполнение практикума аудиторным временем – 48 час. практический занятий. Рекомендуется выполнять и сдавать на проверку отчеты по практическим работам по мере изложения лекционного материала и выдачи заданий преподавателем. Необходимым условием допуска студента на экзамен является сдача всех практических работ.

3.3 Методические по самостоятельной работе студентов

На самостоятельную работу студента по дисциплине «Математическое и компьютерное моделирование» отводится 68 часов.

Схема самостоятельной работы студентов, перечень тем, рекомендации по работе с литературой, рекомендации по подготовке к аттестации:

Семестр 9		
Неделя семестра	Тема и/или форма самостоятельной работы, рекомендация по работе с литературой	Кол-во часов, отведенных на самостоятельную работу
2	Практическая работа «Статические модели. Обработка экспериментальных данных» – самостоятельная работа по теме практического занятия (программная реализация алгоритмов	5

	обработки данных методом наименьших квадратов). Изучение теоретических основ метода и алгоритма рекомендуется с использованием лекций по этой теме и литературных источников 1.8.1, 1.8.4, 1.8.5, 1.8.7, указанных в перечне основной и дополнительной литературы. Вопросы практической реализации методов рекомендуется рассматривать с помощью литературных источников 1.8.10 1.8.12 , 1.8.15.	
3-4	Практическая работа «Динамические модели, описываемые ОДУ (задачами Коши и краевыми задачами)», самостоятельная работа по теме практического занятия (программная реализация модели «хищник-жертва», модели развития эпидемии, решение уравнения Дуффинга, модели равновесной цены). Изучение теоретических основ метода и алгоритма рекомендуется с использованием лекций по этой теме и литературных источников 1.8.1, 1.8.2, 1.8.4, 1.8.6, 1.8.12, указанных в перечне основной и дополнительной литературы. Вопросы практической реализации методов рекомендуется рассматривать с помощью литературных источников 1.8.9, 1.8.10.	5
4-5	Практическая работа «Динамические модели, описываемые уравнениями в частных производных. Моделирование в PDE tool Matlab» Самостоятельная работа по теме практического занятия (согласно методическим указаниям разобрать и проделать этапы проектирования модели стационарного и нестационарного процесса в PDE tool Matlab, реализовать модель согласно индивидуальному заданию). Вопрос практической реализации рекомендуется рассматривать с помощью литературного источника 1.8.10.	5
6-7	Практическая работа «Моделирование физических процессов в Matlab», самостоятельная работа по теме практического занятия (повторить физические законы, на которых строится математическая модель, разобрать ход решения практической задачи, провести моделирование процесса согласно индивидуальному варианту), подготовка к контрольному тестированию (знать ответы на основные теоретические и практические вопросы программы).	15
8	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (описание предметной области рассматриваемого объекта моделирования, описание физического объекта, физических законам, которым подчиняется данный объект, структурных свойств и связей с др. объектами). Выбор темы, разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	10
9-10	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (описание предметной области рассматриваемого объекта моделирования, описание физического объекта, физических законам, которым подчиняется данный объект, структурных свойств и связей с др. объектами). Разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	5
10-12	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (проведение контрольных проверок для математической модели, разработка алгоритма реализации математической	8

	модели). Разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	
13-14	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (программная реализация математической модели). Разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	5
14-16	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (анализ результатов моделирования, тестирование и отладка структуры программного приложения). Разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	5
16	Самостоятельная работа по теме индивидуальной зачетной работы (оформление отчета, подготовка презентации для устной защиты работы, подготовка доклада по теме индивидуальной работы). Разработка основных этапов модели проводятся с использованием основной и дополнительной литературы, указанной в п.1.8.	5

4 Контроль знаний

4.1 Текущий контроль знаний

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и для промежуточной аттестации: зачетная система оценки знаний учащихся.

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения практических занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего раздела, а также проверки отчетов по практическим работам. Промежуточный контроль осуществляется два раза в семестр в виде анализа итоговых отчетов на аттестационные вопросы. Для промежуточной аттестации студентов в семестре проводится контрольное тестирование по вариантам.

Пример теста.

ТЕСТ
ВАРИАНТ 1

1. Моделирование – метод познания окружающего мира, применяемый на
1) эмпирическом уровне познания
2) теоретическом уровне познания

2. Модели по степени неопределенности можно подразделить на:
1) детерминированные; 2) с элементами неопределенности;
3) алгоритмические; 4) структурные;
5) с элементами неопределенности; 6)стохастические;

3. По способу реализации ММ можно подразделить на:
1) дискретные; 2) численные;
3) непрерывные; 4) нечеткие;
5) аналитические; 5) имитационные;

4. Степень соответствия результатов, полученных по разработанной модели, данным эксперимента или тестовой задачи – это
1) гипотеза; 3) устойчивость;
2) аналогия; 4) адекватность;

5. Для качественной оценки результатов моделирования допустимая относительная погрешность составляет величину порядка

1) 5-10%; 3) 50%;
2) 0,01%; 4) 0,0001%;

6. Задача называется корректно поставленной, если:

1) решение существует; 2) решение единственно;
3) решение непрерывно; 4) решение устойчиво;

7. Правило, согласно которому приравниваться и складываться могут только величины одинаковой размерности – это задача контроля:

1) порядков; 2) экстремальных ситуаций;
3) размерностей; 4) характера зависимостей;
5) граничных условий; 6) математической замкнутости;
7) физического смысла;

8. Сформулированный в терминах конкретных дисциплин (физики, химии, биологии, экономики и т.д.) перечень основных вопросов, интересующих заказчика, а также совокупность гипотез относительно свойств и поведения объекта моделирования – это

1) математическая постановка задачи моделирования;
2) концептуальная постановка задачи моделирования;
3) содержательная постановка задачи моделирования.

9. Основной методикой исследования сложных систем является:

1) индукция; 3) дедукция;
2) декомпозиция; 4) абстрагирование.

10. Символическая запись $y(t)=F(u(t))$, где F – символ некоторого преобразования (оператора) задает

1) динамическую модель; 2) статическую модель;
3) нечеткую модель;

11. Конечные автоматы являются математически аппаратом:

1) статических моделей дискретных по входу и выходу систем;
2) статических моделей непрерывных по входу и выходу систем;
3) динамических дискретных моделей систем;
4) динамических непрерывных моделей систем;

12. Уравнение Аррениуса, определяющее кинетику химических реакций, имеет вид $K \approx K_0 \exp\left(-\frac{E}{R(T+273)}\right)$, где K – константа скорости реакции, T – температура (в °С), E – энергия активации, R – универсальная газовая постоянная. Величина R известна из теории, а K_0, E подлежат определению из опытов. Классифицируйте модель по признаку статическая – динамическая, дискретная – непрерывная.

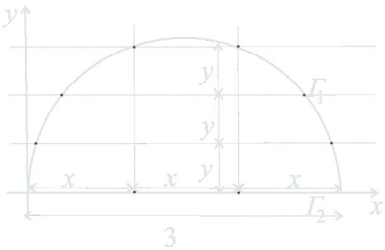
13. Процесс упругих колебаний без сопротивления при наличии периодической внешней силы описывается уравнением: $y'' + qy = a\sin\omega t$, где ω – частота вынуждающей силы; a – амплитуда внешнего периодического воздействия; q – собственная частота колебаний.
Укажите, на каком принципе основана математическая постановка задачи моделирования:

1) фундаментальные законы природы; 2) принцип аналогии;
3) принцип иерархии; 4)вариационный принцип;

5) принцип нелинейности.

14. Уравнение, описывающее изменение температуры T в вязкой жидкости, текущей между двумя параллельными пластинами ($y=0, y=2H$) имеет вид: $\frac{d^2T}{dy^2}=-\frac{4U^2\mu}{H^4k}(H-y)^2$, где μ, k, U – коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности и максимальная скорость жидкости соответственно. Классифицируйте данную модель по признакам детерминированные – стохастические - нечеткие, дискретные – непрерывные, линейные – нелинейные, статические - динамические.

15. Модель стационарного распределения температуры внутри изображенного на рисунке полукруга с граничными значениями: $U\big|_{\Gamma_1}=2x+y^2, U\big|_{\Gamma_2}=2x$.



Данная модель в математической постановке описывается как
1) задача Коши для ОДУ
2) задача Коши для УЧП
3) краевая задача для ОДУ
4) краевая задача для УЧП

16. Указать возможные способы (численной или аналитической) реализации следующей ММ:
Некоторая задача одномерной теплопроводности с распределенным источником тепла описывается уравнением $\frac{d^2T}{dx^2}+T+1=0$ с краевыми условиями

$T=0 \quad при \quad x=0 \quad и \quad \frac{dT}{dx}=-T \quad при \quad x=1.$

1)
2)
3)

17. Привести математическую формулировку модели с следующей концептуальной постановкой: Провести математическое описание процесса двумерной стационарной теплопроводности в плоской пластине с линейными размерами 2ед. × 2ед. с заданными условиями: через границы проходит тепловой поток со скоростью 1усл. ед, коэффициент теплопроводности пластины k=1.

18. Привести пример (не используемый ранее в данном тесте) динамической модели непрерывной по входу, выходу и времени системы. Привести математическое описание представленной модели.

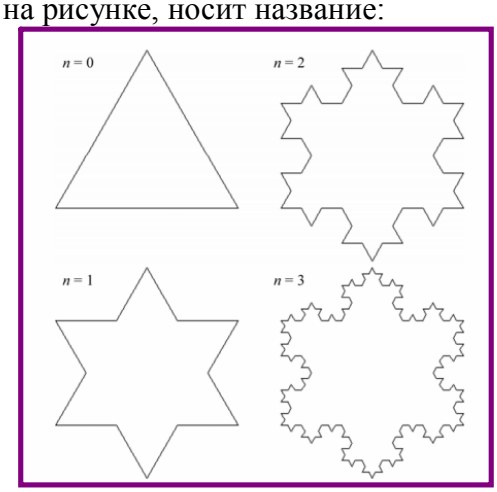
19. Отображение $z \mapsto z^2+C$ в комплексной плоскости задает фрактал:
1) Жюлиа

2) Мандельброта
3) Монте-Карло
4) Кривая Коха

20. Формула $M_d = \sum \gamma(d)\delta^d = \gamma(d)N(\delta)\delta^d \underset{\delta\to 0}{\to} \begin{cases} 0, если d > D, \\ \infty, если d < D \end{cases}$ определяет фрактальную размерность по

1) Минковскому
2) самоподобия
3) Хаусдорфу-Безиковичу
4) Колмогорову

21. Фрактал, изображенный на рисунке, носит название:



1) салфетка Серпинского
2) фрактал Жюлиа
3) Лист папоротника
4) Кривая Коха
5) Множество Кантора
6) Снежинка Коха

22. Критическая концентрация, при которой возникает протекание на решетке называют:

1) масштаб скейлинга
2) порог перколяции
3) размерность решетки
4) заполнение решетки
5) кластер

23. Модель Ва-Тор реализует модель типа:

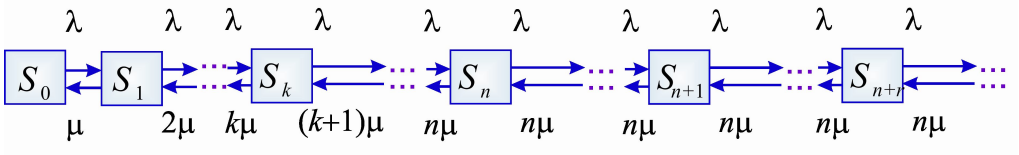
1) случайный процесс
2) система массового обслуживания
3) клеточный автомат
4) перколяции
5) фрактал

24. Потоком событий называется

1) последовательность неоднородных событий, следующих одно за другим в какие-то случайные моменты времени.
2) последовательность однородных событий, следующих одно за другим в какие-то случайные моменты времени.
3) последовательность однородных событий, следующих одно за другим в какие-то фикси-

рованные моменты времени.
4) последовательность неоднородных событий, следующих одно за другим в какие-то фиксированные моменты времени.

25. Граф состояний, изображенный на рисунке,



задает:
1) Многоканальную СМО с отказами
2) Одноканальную СМО с отказами
3) Многоканальную СМО с очередью
4) Одноканальную СМО с очередью

4.2 Итоговый контроль знаний

Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде экзамена.

Экзамен сдается в конце семестра. Форма сдачи экзамена – устная. Необходимым условием допуска на экзамен является сдача всех практических работ, индивидуальной зачетной работы, а также достаточный уровень суммарного количества баллов по тестированию (не менее 50%).

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса. Студент должен дать краткий ответ на первый вопрос и развернутый – на второй. Экзамен проходит в письменной форме с последующей индивидуальной беседой преподавателя с экзаменующимся. На письменную работу над билетом отводится 1 час.

Перечень теоретических вопросов к экзамену по курсу: «Математическое и компьютерное моделирование»:

ЧАСТЬ 1 ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ.
ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

11. Введение. Предмет теории моделирования. Состояние и перспективы развития математического моделирования.

12. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Этапы вычислительного эксперимента. Пример.

13. Выбор модели. Классификация математических моделей. Примеры.

14. Принципы построения математических моделей. Методы построения вычислительного алгоритма

15. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на фундаментальных законах природы. Закон сохранения энергии. Закон сохранения импульса. Примеры.

16. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на фундаментальных законах природы. Закон сохранения материи. Пример. (Модель радиоактивного распада)

17. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Модели, основанные на вариационных принципах. Пример. (Модели, демонстрирующие законы геометрической оптики)

18. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Применение аналогий при построении моделей. Пример. (Модель Мальтуса)

19. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Иерархический подход к получению моделей. Пример. (Модель многоступенчатой ракеты)

20. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Принцип нелинейности при построении математических моделей. Пример. (Логистическая кривая)

ЧАСТЬ 2 РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ И АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ

19. Статические модели. Примеры моделей, требующих решение задач аппроксимации. Интерполяция и экстраполяция. Обработка экспериментальных данных. Методы реализации моделей (Интерполяционные формулы и метод наименьших квадратов). Решение задач аппроксимации в пакете Matlab.

20. Динамические модели. Примеры моделей, реализуемые задачами Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (пример 1 –ОДУ (уравнения колебаний, радиоактивный распад, остывание нагретых тел, равновесная цена и др.), пример 2 – система ОДУ(модель развития эпидемии, модель Лотки-Вольтерра, модель Дуффинга и др.)). Численные схемы реализации начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Реализация в ППП Matlab.

21. Примеры моделей, описываемых краевыми задачами для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы приближенного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Возможности решения задач в Matlab.

22. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных эллиптического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения. Реализация в ППП Matlab.

23. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных параболического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения. Реализация в ППП Matlab.

24. Примеры математических моделей, реализуемых уравнениями в частных производных гиперболического типа. Классификация задач. Начальные и граничные условия. Методы решения. Реализация в ППП Matlab.

25. Моделирование случайных величин и случайных событий. Метод Монте-Карло. Пример приложения метода Монте-Карло. Пример реализации модели броуновского движения в Matlab.

26. Марковские случайные процессы. Понятие о марковском процессе. Потоки событий. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Финальные вероятности состояний.

27. Моделирование систем массового обслуживания. Задачи теории массового обслуживания. Классификация систем массового обслуживания. Схема гибели и размножения. Формула Литтла.

28. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. *n*-Канальная СМО с отказами (задача Эрланга).

29. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.

30. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. *n*-Канальная СМО с неограниченной очередью.

31. Моделирование систем массового обслуживания. Простейшие системы массового обслуживания и их характеристики. Одноканальная СМО с ограниченной очередью.

32. Фракталы. Классификация. Фракталы в математике.

33. Фракталы. Размерности.

34. Фракталы в природе. Примеры и алгоритмы построения фракталов.

35. Перколяция. Основные понятия и определения. Алгоритм Хошена-Копельмана маркировки кластеров.

36. Модели типа «клеточный автомат».

5 Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

При преподавании дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование» используются следующие инновационные технологии и методы: применение мультимедийного проектора при чтении лекций, использование ресурсов сети Internet и электронных учебников при самостоятельной работе студентов, дискуссии в обсуждении проблемных ситуаций при программировании алгоритмов и обсуждении результатов моделирования.