Федеральное агентство по образованию РФ
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет математики и информатики

Н.Н. Двоерядкина, А.Н. Киселева, Т.А. Юрьева

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ И СОЦИОЛОГИИ: ПРАКТИКУМ

Благовещенск 2005

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
Университета

Двоерядкина Н.Н., Киселева А.Н., ЮрьеваТ.А.

Математические методы в психологии и социологии: Практикум. Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2005.

В практикуме рассматриваются основные методы обработки данных. Приведены необходимые теоретические сведения и формулы для расчета типовых задач, наиболее часто встречающиеся в экспериментальных психолого-педагогических и социологических исследованиях. Типовые задачи даются с подробными решениями. Имеется большое количество задач для самостоятельной работы.

Практикум предназначен для студентов специальностей «030301», «040201».

© Амурский государственный университет, 2005

ВВЕДЕНИЕ

Современное исследование общественных и социально-экономических процессов опирается в значительной степени на использование математических методов анализа. Это требует от специалиста, способного к проведению исследований, достаточно свободного владения математическим аппаратом изучения статистических данных. Поэтому важное место в подготовке психолога, социолога, учителя, экономиста и др. занимает учебный курс «Математические методы».

Настоящий практикум предназначен студентам психологам и социологам. Он будет полезен преподавателям, аспирантам и соискателям в области психолого-педагогических и социологических наук, а также всем интересующимся статистическими методами анализа.

Работа по применению математических методов в социологии и психологии развивается в нескольких направлениях:

1. решение проблем методологии исследования (выборка, анализа данных, измерение, моделирование);
2. расширение сферы и отраслей социологических и психолого-педагогических знаний, в которых возможно использование математических методов;
3. увеличение количества средств и методов и их модификаций из всевозможных разделов математики, которые применяются при исследованиях;
4. создания собственных математических методов в социологии, психологии, педагогике.

Эти четыре направления представляют единый процесс - ни одно не существует вне других. Поиск нового математического формализма происходит не абстрактно, а на базе уже имеющегося аппарата, и одновременно в ходе решения одной из методологических проблем исследования - выборки, анализа данных, измерения или моделирования.

Проникновение математики в гуманитарные науки происходит все более интенсивно. Наиболее естественным путем, которым математика проникает в

психологию и социологию, является математическая статистика. Современное развитие обширного комплекса наук о человеке предполагает широкое использование методов математической статистики уже потому, что именно в этих науках объекты исследования в наибольшей мере удовлетворяют понятию случайных явлений. Благодаря огромной структурной и функциональной сложности психические, социальные, педагогические и т. п. явления издавна служили развитию самой математической статистики (здесь достаточно упомянуть Ф.Гальтона, развившего первоначальные идеи корреляции и регрессии, Ч.Спирмена, создавшего ранговую корреляцию и однофакторный анализ, Л.Терстоуна, разработавшего мультифакторный анализ, методы многомерного шкалирования, которые создаются и развиваются в процессе решения собственно социологических и психологических задач и др.). Именно поэтому основное содержание практикума посвящено математической статистике.

Каждый параграф практикума начинается с краткого изложения теоретического материала. Далее показано на конкретных примерах из разных областей психологии и социологии пути и способы применения тех методов теоретико-вероятностного описания и проверки статистических гипотез, которые не требуют использования электронных вычислительных машин. Приведено достаточное количество задач и упражнений, которые необходимы для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

При работе над практикумом читатели должны опираться на систему базовых математических знаний, приобретенных при изучении высшей математики, теории вероятностей и математической статистики, и понимать качественный смысл тех количественных преобразований в области психологии и социологии, которые они осуществляют с помощью математического инструментария.

Для удобства работы с практикумом в приложении приведены все необходимые таблицы математической статистики.

§1. Проверка статистических гипотез

В процессе статистического анализа иногда бывает необходимо сформулировать и проверить предположения относительно величины независимых параметров или закона распределения изучаемой генеральной совокупности (совокупностей). Такие предположения называются *статистическими гипотезами.*

Статистические гипотезы подразделяются на нулевые и альтернативные.

Выдвинутая гипотеза называется нулевой (основной)**.** Ее принято обозначать H_0. Обычно нулевая гипотеза – это гипотеза об отсутствии различий.

По отношению к высказанной нулевой гипотезе всегда можно сформулировать *альтернативную (конкурирующую),* противоречащую ей. Альтернативную гипотезу принято обозначать H_1 .

Цель статистической проверки гипотез состоит в том, чтобы на основании выборочных данных принять решение о справедливости нулевой гипотезы H_0

Так как проверка статистических гипотез осуществляется на основании выборочных данных, то такое решение неизбежно сопровождается некоторой, хотя возможно и очень малой, ошибкой.

Ошибка, состоящая в том, что мы отклонили нулевую гипотезу, в то время как она верна, называется *ошибкой I рода*, а ее вероятность – *уровнем значимости α.*

Ошибка, состоящая в том, что мы приняли нулевую гипотезу, в то время как она неверна, называется *ошибкой II рода,* а ее вероятность обозначают β. Величину равную 1 –β называют *мощностью критерия.*

Мощность критерия определяется эмпирическим путем, а уровень значимости задается исследователем. В психологических и социологических исследованиях низшим уровнем значимости принято считать α.=0,05 а достаточным α= 0,01.

Статистический критерий — это правило (формула), по которому определяется мера расхождения результатов выборочного наблюдения с высказанной гипотезой H_0.

Значение критерия, рассчитываемое по специальным правилам на основании выборочных данных, называется *наблюдаемым* значением критерия.

Значения критерия, определяемые на заданном уровне значимости α по таблицам распределения случайной величины, выбранной в качестве критерия, называются *критическими точками*.

В психолого-педагогических и социологических исследованиях принято определять значения критерия при α=0,01 и α=0,05. Полученные критические точки делят совокупность значений критерия на область допустимых значений или зону незначимости (область принятия нулевой гипотезы), критическую область или зону значимости (область принятия альтернативной гипотезы) и зону неопределенности.

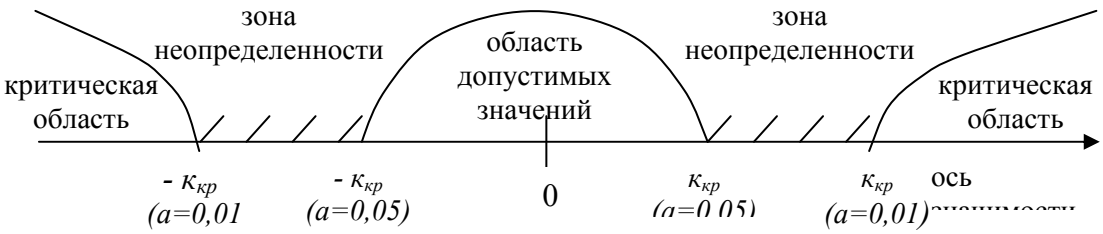

Рис.1

Чаще всего критерии, используемые при психологических и социологических исследованиях, имеют положительные значения. Поэтому для простоты при решении прикладных задач изображают только неотрицательную часть оси значимости (рис.2).

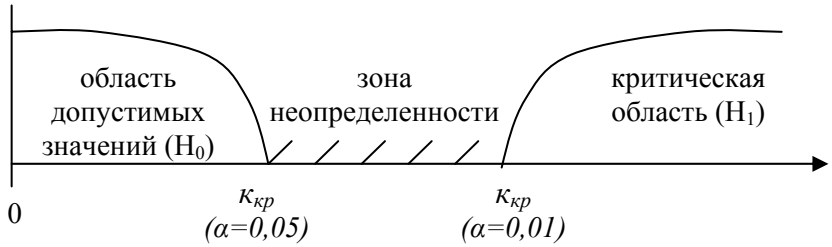

Рис.2

Основной принцип проверки статистических гипотез состоит в следующем:

- если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то нулевая гипотеза H_0 отклоняется и принимается конкурирующая H_1;

- если наблюдаемое значение критерия принадлежит области допустимых значений, то нулевую гипотезу H_0 нельзя отклонить;

-если наблюдаемое значение критерия принадлежит зоне неопределенности, то мы уже можем отклонить нулевую гипотезу H_0, но еще не можем принять конкурирующую H_1.

Критерии делятся на параметрические – включающие в формулу расчета параметры распределения (средние и дисперсии) и непараметрические – основанные на оперировании частотами или рангами.

§2. Параметрические критерии

1. t-критерий Стьюдента используется

a) для сравнения выборочной средней $\bar{x}$ с некоторым известным числовым значением a_0.

Возможны гипотезы:

H_0: $\bar{x} = a_0$ выборочная средняя генеральной совокупности равна заданному числу a_0.

H_1: $\bar{x} \neq a_0$ ($\bar{x} < a_0$, $\bar{x} > a_0$) выборочная средняя генеральной совокупности не равна (меньше, больше) заданному числу a_0.

Наблюдаемое значение t-критерия рассчитывается по формуле:

- если дисперсия генеральной совокупности неизвестна

$$t_{набл} = \frac{\bar{x} - a_0}{S}\sqrt{n} \qquad (1)$$

- если дисперсия генеральной совокупности известна

$$t_{набл} = \frac{\bar{x} - a_0}{\sigma_{ген}}\sqrt{n} \qquad (2)$$

где $\bar{x}$ - выборочная средняя;

a_0 — числовое значение генеральной средней;

S — исправленное среднее квадратическое отклонение;

$\sigma^2_{ген}$ - известная дисперсия генеральной совокупности;

n — объем выборки.

Критическое значение $t_{кр}$ следует находить с помощью таблиц распределения Стьюдента (приложение 19) по уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$.

b) для обнаружения различия между средними значениями $\bar{x}$, $\bar{y}$ двух выборок.

Возможны гипотезы:

H_0: $\bar{x} = \bar{y}$ средние значения двух выборок равны,

H_1: $\bar{x} \neq \bar{y}$ средние значения двух выборок не равны.

Наблюдаемое значение t-критерия рассчитывается по формуле:

- для независимых выборок

$$t_{набл} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)S_x^2 + (n_2 - 1)S_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \quad (3)$$

- для зависимых выборок

$$t_{эмп} = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{n\sum d^2 - (\sum d)^2}{n-1}}} \quad (4)$$

где $S_x^2 = \frac{1}{n_1 - 1}\sum\left(x - \bar{x}\right)^2$ - выборочная дисперсия 1 выборки;

$S_y^2 = \frac{1}{n_2 - 1}\sum\left(y - \bar{y}\right)^2$ - выборочная дисперсия 2 выборки;

$\bar{x}$ - среднее значение признака для 1 выборки;

$\bar{y}$ - среднее значение признака для 2 выборки;

n_1 – объем 1 выборки;

n_2 – объем 2 выборки;

d — разность между результатами в каждой паре («*после»минус «до»*);

n —число пар данных в зависимых выборках

Критическое значение $t_{кр}$ следует находить с помощью таблиц распределения Стьюдента (приложение 19) по уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n_1 + n_2 - 2$.

t-критерий для независимых выборок можно использовать для сравнения средних показателей экспериментальной группы с контрольной группой.

t-критерий для зависимых выборок очень полезен в тех ситуациях, когда две сравниваемые группы основываются на одной и той же совокупности наблюдений (субъектов), которые тестировались *дважды* (например, *до* и *после* эксперимента).

2. *F* — критерий Фишера-Снедекора используют

а) для сравнения разброса значений двух выборок, т.е. для проверки гипотезы о равенстве дисперсий.

Возможны гипотезы:

H_0 : $S_x^2 = S_y^2$ - разброс значений признака относительно среднего одинаковый в обеих выборках.

H_1: $S_x^2 \neq S_y^2$ - разброс значений признака не совпадает.

Наблюдаемое значение F — критерия рассчитывается по формуле:

$$F_{набл} = \frac{S_x^2}{S_y^2}, \qquad (5)$$

где S_x^2 — большая (по величине) выборочная дисперсия;

S_y^2 — меньшая (по величине) выборочная дисперсия.

Критическое значение $F_{крит}$ следует находить с помощью таблицы распределения Фишера-Снедекора (приложение 18) по уровню значимости α и числу степеней свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$,

где k_1 — число степеней свободы большей (по величине) дисперсии;

k_2 — число степеней свободы меньшей (по величине) дисперсии;

n_1 — объем выборки большей (по величине) дисперсии;

n_2 — объем выборки меньшей (по величине) дисперсии.

b) для выявлений тенденций изменения признака в трех и более выборках при переходе от условия к условию (<u>однофакторный дисперсионный анализ</u>).

Возможны гипотезы:

для независимых выборок: (влияние разных условий на разных испытуемых)

H_0 : разные условия не влияют на изменение значений признака;

H_1: условия влияют на изменение значений признака.

для зависимых выборок (одни и те же испытуемые, но в разных условиях) возможно два варианта гипотез:

а) H_0: условия не влияют на изменение признака;

H_1: условия влияют на изменение значений признака.

б) H_0: индивидуальные различия испытуемых не влияют на изменение значений признака;

H_1: индивидуальные различия между испытуемыми влияют на изменение значений признака.

Наблюдаемое значение критерия рассчитывается по формулам:

для независимых выборок $F_{набл} = \frac{S^2_{факт}}{S^2_{сл}}$, (6)

для зависимых выборок а) $F_{набл} = \frac{S^2_{факт}}{S^2_{сл}}$, (7)

б) $F_{набл} = \frac{S^2_{испыт}}{S^2_{сл}}$, (8)

где $S^2_{факт} = \frac{n \cdot \sum\left(\bar{x}_{гр} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{факт}}$ - характеризует изменение признака, обусловленное действием фактора (условия).

$S^2_{общ} = \frac{\sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{общ}}$ - характеризует общее изменение признака по всем выборкам и наблюдениям.

$S^2_{испыт} = \frac{m \cdot \sum\left(\bar{x}_{испыт} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{испыт}}$ - характеризует изменение признака, обусловленное индивидуальными особенностями испытуемых.

$S^2_{сл} = \frac{\sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 - n \cdot \sum\left(\bar{x}_{гр} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{общ} - \kappa_{факт}}$ - для независимых выборок

$S^2_{сл} = \frac{\sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 - n \cdot \sum\left(\bar{x}_{гр} - \bar{x}\right)^2 - m \cdot \sum\left(\bar{x}_{испыт} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{общ} - \kappa_{факт} - \kappa_{испыт}}$ - для зависимых выборок.

n – количество наблюдений,

m – количество выборок (групп),

$\bar{x}_{гр}$ - среднее значение признака в каждой группе,

$\bar{x}$ - среднее значение признака по всей совокупности,

$\bar{x}_{испыт}$ - среднее значение признака каждого испытуемого,

κ – число степеней свободы:

$к_{общ} = n \cdot m - 1$

$к_{факт} = m - 1$

$к_{испыт} = n - 1$

Критические значения $F_{крит}$ следует находить с помощью таблицы распределения Фишера-Снедекора по уровню значимости α и числу степеней свободы и $k_2 = k_{сл}$, и в зависимости от проверяемых гипотез $k_1 = k_{факт}$ или $k_1 = k_{испыт}$

Примеры решения задач.

Задача 1. Два университета (А и В) готовят специалистов аналогичных специальностей. Министерство образования решило проверить качество подготовки в обоих университетах, организовав для этого объемный тестовый экзамен для студентов пятого курса. Отобранные случайным образом студенты показали следующие результаты:

А: 41, 50, 35, 45, 53, 30, 57, 20, 50, 44, 36, 48, 55, 28, 40, 50;

В: 40, 57, 52, 38, 20, 25, 47, 52, 48, 55, 48, 53, 39, 49, 46, 45, 55, 43, 51, 55, 40.

Можно ли утверждать при уровне значимости α=0,05, что один из университетов обеспечивает лучшую подготовку.

Решение: обозначим результаты тестирования студентов университета А через *x,* а университета В – *y.*

Для ответа на вопрос задачи необходимо проверить гипотезу о равенстве средних значений успеваемости студентов:

H_0: $\bar{x} = \bar{y}$ - средняя успеваемость студентов в университетах А и В одинакова,

H_1: $\bar{x} \neq \bar{y}$ - средняя успеваемость студентов в университетах А и В различна.

Так как выборки независимы, то рассчитаем $t_{набл}$ по формуле: $t_{набл} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)S_x^2 + (n_2 - 1)S_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$, с учетом того, что

объем выборки университета А - n_1=16,

объем выборки университета В - n_2 =21,

среднее значение успеваемости для университета А-

$$\bar{x} = \frac{41+50+35+45+53+30+57+20+50+44+36+48+55+28+40+50}{16} \approx 42{,}6;$$

среднее значение успеваемости для университета В-

$$\bar{y} = \frac{40+57+52+38+20+25+47+52+48+55+48+53+39+49+46+45+55+43+51+55+40}{21} \approx 45{,}6$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum(x-\bar{x})^2 = \frac{1}{16-1}\left[(41-42{,}6)^2+(50-42{,}6)^2+(35-42{,}6)^2+\ldots+(40-42{,}6)^2+(50-42{,}6)^2\right]=110{,}91$$

выборочная дисперсия 1 выборки;

$$S_y^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum\left(y-\bar{y}\right)^2 = \frac{1}{21-1}\left[(40-45{,}6)^2+(57-45{,}6)^2+\ldots+(55-45{,}6)^2+(40-45{,}6)^2\right]=91{,}85$$

выборочная дисперсия 2 выборки.

$$t_{набл} = \frac{42{,}6-45{,}6}{\sqrt{(16-1)\cdot 110{,}91+(21-1)\cdot 91{,}85}}\cdot\sqrt{\frac{16\cdot 21(16+21-2)}{16+21}} = -0{,}9$$

Критическое значение $t_{кр}$ находим с помощью таблицы 19 приложения. Число степеней свободы $k = n_1+n_2-2=16+21-2=35$

$$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}43 & для\ \alpha = 0{,}01 \\ 1{,}68 & для\ \alpha = 0{,}05 \end{cases}$$

Построим доверительный интервал:

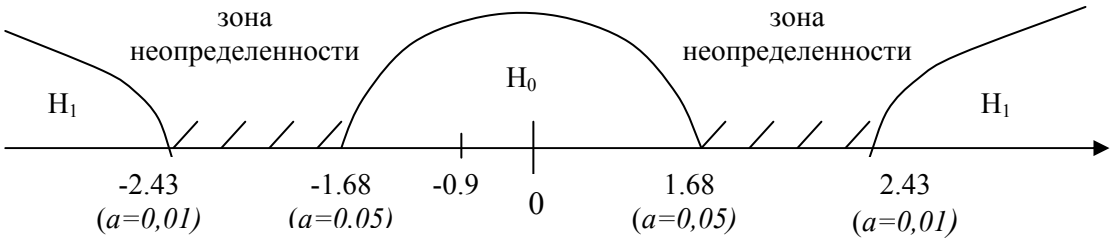

Рис. 3

Так как значение $t_{набл} = -0{,}9$ принадлежит области принятия нулевой гипотезы, то нет основания ее отвергать, значит средняя успеваемость студентов в университетах А и В одинакова, т.е. университеты обеспечивают равнозначное качество подготовки специалистов.

Задача 2. В условиях предыдущей задачи определите, есть ли основания считать, что разброс оценок у студентов одного университета больше чем у другого.

Решение:

Сформулируем гипотезы:

H_0: $S_x^2 = S_y^2$ - разброс оценок относительно среднего одинаковый в обеих университетах.

H_1: $S_x^2 \neq S_y^2$ - разброс оценок в университетах А и В различен.

Наблюдаемое значение F — критерия рассчитывается по формуле

$$F_{набл} = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{110{,}91}{91{,}85} \approx 1{,}21$$

где S_x^2=110,91— большая (по величине) выборочная дисперсия,

S_y^2=91,85 — меньшая (по величине) выборочная дисперсия.

$F_{крит}$ найдем по таблице 18 приложения для числа степеней свободы $k_1 = n_1 - 1 = 16-1=15$ и $k_2 = n_2 - 1 = 21-1=20$.

$$F_{крит} = \begin{cases} 2{,}20 & для\ \alpha = 0{,}05 \\ 3{,}09 & для\ \alpha = 0{,}01 \end{cases}$$

Строим доверительный интервал:

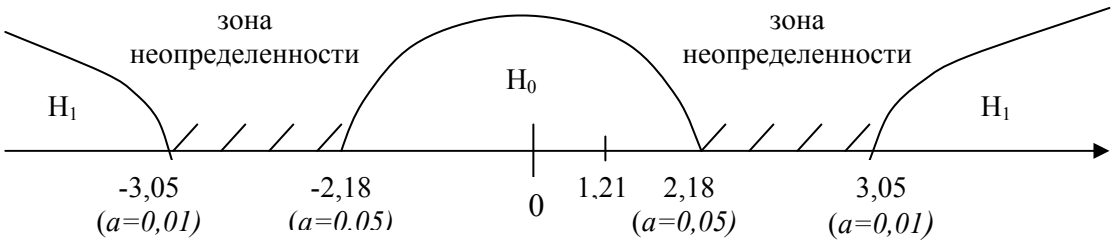

Рис.4

Наблюдаемое значение критерия попадает в область принятия нулевой гипотезы, значит разброс в знаниях у студентов в университетах А и В одинаковый.

Задача 3. На выполнение одного тестового задания предусмотрены по норме 2 мин. Группа на выполнение теста по математическим методам, состоящего из 30 заданий потратила более 1 часа. Для проверки того факта, соответствуют ли предложенные задания норме, были проведены измерения времени, затраченного на выполнение теста у 49 случайных студентов гуманитарных специальностей. Эксперимент показал следующие результаты: среднее время выполнения данного теста студентами 2 мин 10 с, среднее квадратическое отклонение затраченного времени 20 с. Можно ли говорить о том, что вопросы теста соответствуют норме?

Решение: Обозначим время выполнения одного задания теста через t. Сформулируем гипотезы:

H_0: *t = 2 мин = 120 с* – время выполнения задания теста соответствует норме.

H_1: *t > 120 с* – время выполнения тестового задания больше нормы.

Так как среднее квадратическое отклонение, а, следовательно, и дисперсия времени, затраченного на выполнение одного задания известна, воспользуемся формулой: $t_{набл} = \frac{\bar{t} - t_0}{\sigma}\sqrt{n} = \frac{130-120}{20}\sqrt{49} = 3{,}5$

где $\bar{t}$ *= 2 мин 10 с = 130 с* – среднее время выполнения задания;

t_0 *= 120 с* – время, предусмотренное нормой;

σ *= 30 с* - известное среднее квадратическое отклонение;

n=49 - объем выборки.

Критическое значение $t_{кр}$ найдем по таблице 19 приложения, вычислив число степеней свободы *k = n – 1=49 – 1 = 48*.

$$t_{кр} = \begin{cases} 1{,}67 & для\ \alpha = 0{,}05 \\ 2{,}40 & для\ \alpha = 0{,}01 \end{cases}$$

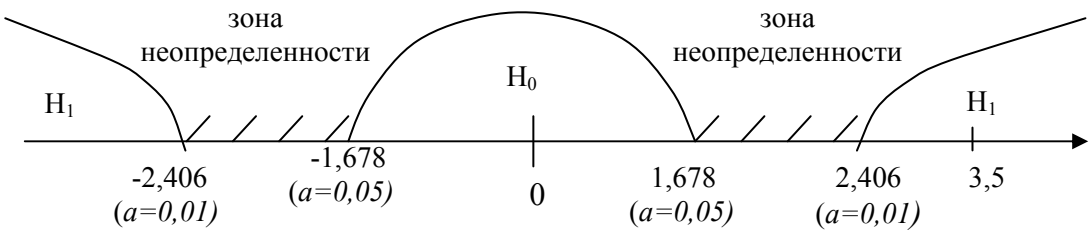

Рис.5

Наблюдаемое значение попадает в область принятия альтернативной гипотезы, поэтому можно утверждать, что не все вопросы теста соответствуют предусмотренной норме.

Задача 4. Три различные группы из шести человек получили списки из десяти слов. Первой группе слова предъявлялись с низкой скоростью (1 слово в 5 секунд), второй группе – со средней скоростью (1 слово в 2 секунды), третьей – с высокой (1 слово в секунду). Количество воспроизведенных слов представлено в таблице 2.1. Определить влияет ли скорость предъявления слов на их воспроизведение.

Таблица 2.1

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	8	7	4
2	7	8	5
3	9	5	3
4	5	4	6
5	6	6	2
6	8	7	4

<u>Решение:</u> необходимо выяснить изменяется ли количество воспроизведенных слов в трех независимых выборках при разной скорости предъявления слов, т.е. решить задачу однофакторного дисперсионного анализа.

Сформулируем гипотезы:

H_0: скорость предъявления слов не влияет на количество воспроизведенных слов;

H_1: количество воспроизведенных слов зависит от скорости их предъявления.

Наблюдаемое значение критерия вычислим по формуле $F_{набл} = \frac{S^2_{факт}}{S^2_{сл}}$.

Предварительно определим значения всех параметров, входящих в формулу:

$n=6$ – количество наблюдений,

$m=3$ – количество выборок (групп),

$\bar{x}_{гр1} = \frac{8+7+9+5+6+8}{6} \approx 7{,}17$ - среднее значение признака в 1 группе,

$\bar{x}_{гр\,2} = \dfrac{7+8+5+4+6+7}{6} \approx 6{,}17$ - среднее значение признака во 2 группе,

$\bar{x}_{гр\,3} = \dfrac{4+5+3+6+2+4}{6} = 4$ - среднее значение признака в 3 группе,

$\bar{x} = \dfrac{8+7+9+5+6+8+7+8+5+4+6+7+4+5+3+6+2+4}{18} \approx 5{,}78$ -среднее значение признака по всей совокупности,

κ – число степеней свободы:

$$\kappa_{общ} = n \cdot m - 1 = 6 \cdot 3 - 1 = 17$$

$$\kappa_{факт} = m - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$S^2_{факт} = \frac{n \cdot \sum\left(\bar{x}_{гр} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{факт}} = \frac{6 \cdot \left[(7{,}17-5{,}78)^2 + (6{,}17-5{,}78)^2 + (4-5{,}78)^2\right]}{2} = 15{,}7578$$

$$S^2_{сл} = \frac{\sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 - n \cdot \sum\left(\bar{x}_{гр} - \bar{x}\right)^2}{\kappa_{общ} - \kappa_{факт}} =$$

$$= \frac{\left[(8-5{,}78)^2 + (7-5{,}78)^2 + \ldots + (2-5{,}78)^2 + (4-5{,}78)^2\right] - 6 \cdot \left[(7{,}17-5{,}78)^2 + (6{,}17-5{,}78)^2 + (4-5{,}78)^2\right]}{17-2} = 2{,}11$$

$$F_{набл} = \frac{S^2_{факт}}{S^2_{сл}} = \frac{15{,}7578}{2{,}11} \approx 7{,}47$$

Критические значения $F_{крит}$ найдем с помощью таблицы 18 приложения, число степеней свободы $k_1=k_{факт}=2$ и $k_2=k_{общ}-k_{факт}=17-2=15$.

$F_{крит} = \begin{cases} 3{,}68 & для\ \alpha = 0{,}05 \\ 6{,}36 & для\ \alpha = 0{,}01 \end{cases}$. Строим «ось значимости»:

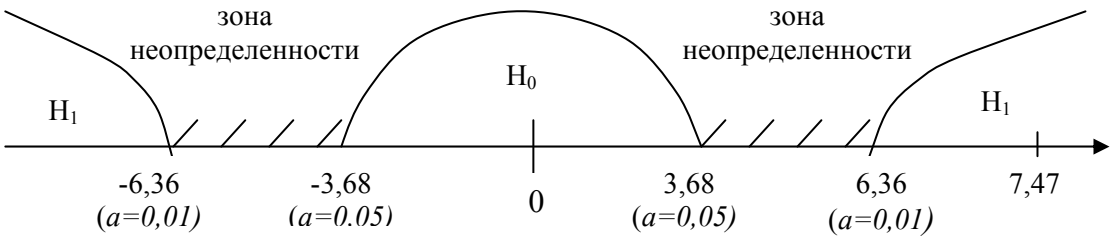

Рис.6

Наблюдаемое значение критерия попадает в область принятия альтернативной гипотезы, значит, скорость предъявления слов влияет на количество их воспроизведения.

Задания для самостоятельной работы.

1. Для изучения влияния двухнедельной диеты и соответствующего комплекса упражнений на изменение веса спортивный клуб провел анализ по двум выборкам из 7 человек до и после диеты и упражнений. Отбор осуществлялся случайным образом по членским карточкам. Получены следующие результаты (буквы — инициалы испытуемого, цифры — вес, кг):

I выборка: АГ 85,5; ВТ 92,7; ДИ 79; КД 68,6; КЛ 102,5; МА 88,3; ТВ 82,7

II выборка: БП 90,5; ДК 77,5; ИВ 85,3; КР 72,5; ЛМ 108,7; МТ 80,3; ЯК 79.

а) Можно ли по имеющимся данным достаточно объективно оценить результаты диеты и упражнений? Обоснуйте свой ответ.

б) Для того же анализа в повторную выборку отобрали тех же людей, что и в первую выборку, и получили следующие данные:

АГ 83; ВТ 90,5; ДИ 77,5; КД 68; КЛ 94,5; МА 85; ТВ 80,5. Оцените результаты диеты и упражнений.

Есть ли основания не доверять рекламному проспекту клуба, обещающему потерю веса в 3 кг?

2. При исследовании способности к восприятию речи обнаружено, что каждый человек воспринимает лучше синхронную речь, (движение губ и воспроизводимые слова совпадают), т.е. у каждого человека в той или иной степени развито умение «читать по губам». Для проверки этого факта провели эксперимент. Испытуемым предлагалось несколько синхронизированных и несинхронизированных фраз, которые они должны были воспроизвести. Количество правильно воспроизведенных фраз указано в таблице 2.2. Сформулируйте возможные гипотезы и осуществите их проверку, если в эксперименте участвовало 12 человек.

Таблица 2.2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Не синхронно	20	17	16	25	5	29	2	36	25	8	34	18
Синхронно	50	37	25	28	16	36	1	43	44	10	29	27

3. Для анализа психологической адаптации первокурсников проведено измерение времени, которое потрачено студентами для установления дружеских отношений в группе. Результаты исследования представлены в таблице 2.3. Можно ли утверждать, что юноши быстрее привыкают к новым условиям по сравнению с девушками?

Таблица 2.3

	Количество дней, необходимых для установления дружеских отношений с одногруппниками.									
юноши	10	4	7	8	12	5	6	2	23	7
девушки	20	13	5	9	4	12	10			

4. На основании наблюдений за работой 25 кандидатов на должность секретаря-референта установлено, что в среднем они тратили 7 минут на набор одной страницы сложного текста на компьютере при выборочном стандартном отклонении S - 2 минуты. При предположении, что время (X) набора текста имеет нормальный закон распределения:

а) Оцените количество претендентов на работу, которые набрали текст быстрее, чем за 5 минут.

б) Предполагалось, что среднее время набора страницы текста должно составить 5,5 минуты. Не противоречат ли полученные данные этой гипотезе?

5. Считается, что у студентов, обучающихся на специальности «Психология» средний балл аттестата равен 4,5. Приемная комиссия отметила снижение оценок в аттестатах у некоторых абитуриентов. Для проверки этого факта вычислен средний балл аттестата у 20 случайно выбранных абитуриентов, поступающих на специальность «Психология». Результаты представлены в таблице 2.4. Можно ли утверждать, что средний балл аттестата соответствует норме?

Таблица 2.4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ср.балл	4,2	4	5	4,5	4,3	4,6	4,8	4,1	4	4,5	4,7	4,2	4,1	4,3	4,2	4	4,6	4,5	4,2	5

6. Сравните разброс в знаниях иностранного языка у студентов одной группы, если в группе 20 человек из них 9 студентов изучают английский язык, а 11 – немецкий, и на тестовом зачете по предмету показали следующие результаты:

английский язык - 35, 44, 34, 50, 52, 45, 44, 43, 38;

немецкий язык – 55, 45, 50, 46, 44, 53, 56, 45, 50, 40, 55.

7.Сравните разборс уровня развития интеллекта юношей и девушек 18 лет, если данные теста по определению IQ даны в таблице 2.5:

Таблица 2.5

	Уровень IQ.						
юноши	120	101	98	86	100	95	110
девушки	105	87	96	125	101	90	120

8. Группа из шести человек проходила интеллектуальный тест, состоящий из 30 равнозначных по сложности вопросов. На первые 10 вопросов теста группе пришлось ответить в 8 часов утра, на вторые 10 - в полдень, а на последние 10 вопросов в конце рабочего дня. Количество правильных ответов представлено в таблице 2.6. Определите, влияет ли время суток на количество верных ответов.

Таблица 2.6

утро	полдень	вечер
8	10	6
9	7	7
7	7	6
8	10	8
9	9	7
7	9	6

9. При интервью чаще всего люди отказываются отвечать на вопросы личного характера (о состоянии здоровья, о размере заработной платы). Исследователь решил выяснить, зависит ли согласие отвечать на вопросы о личной жизни от стиля интервьюирования. Для этого проведен эксперимент: одним и тем же испытуемым предлагалось ответить на ряд вопросов личного характера. В первом случае вопросы задавались в восторженной манере, в

дружественной беседе; во втором – стиль общения был формальным, а в третьем – происходила резкая незаинтересованная беседа. 10 вопросов личного характера были «перемешаны» с общими вопросами анкеты. Результаты эксперимента – количество ответов на вопросы личного характера представлены в таблице 2.7. Определить зависит ли согласие отвечать на вопросы от стиля интервьюирования, если разные способы апробировались на разных людях.

Таблица 2.7

Способ 1	Способ 2	Способ 3
10	8	5
8	7	5
6	7	2
9	7	3
10	5	3
9	5	6
9	9	4
6	6	4
7	8	4
7	7	5
8	8	6
8	8	2
8	9	3
9	9	1
10	10	0

§3. Корреляционный анализ

Исследователя нередко интересует, как связаны между собой две или более переменных в одной или нескольких изучаемых группах.

Психологических признак определяется воздействием многих факторов: средовых, генетических, социальных, экологических и т.д. Поэтому связи между психологическими признаками имеют не функциональный, а статистический характер, когда в среднем определенному значению одного признака соответствует не одно какое-либо значение, а целый спектр, распределяющихся в вариационный ряд числовых значений. Такого рода зависимость между случайными величинами называется корреляционной, или корреляцией.

Задача корреляционного анализа сводится к установлению направления и формы между варьирующими признаками, измерению тесноты, и, наконец, к проверке значимости коэффициентов корреляции.

Переменные *x* и *y* могут быть измерены в разных шкалах. Это обстоятельство определяет выбор соответствующего коэффициента линейной корреляции (таблица 3.1).

Таблица 3.1

Тип шкалы		Мера связи
Переменная *x*	Переменная *y*	
Интервальная или отношений	Интервальная или отношений	Коэффициент Пирсона r_{xy}
Ранговая, интервальная или отношений	Ранговая, интервальная или отношений	Коэффициент Спирмена g_{xy}
Ранговая	Ранговая	Коэффициент τ Кендалла
Дихотомическая	Дихотомическая	Коэффициент ассоциации φ
Дихотомическая	Ранговая	Рангово-бисериальный $R_{гв}$
Дихотомическая	Интервальная или отношений	Бисериальный $R_{бис}$

Все коэффициенты по абсолютной величине не могут превосходить 1.

а) Коэффициент корреляции Пирсона вычисляется по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 * \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{n * \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i * \sum_i y_i}{\sqrt{(n * \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2) * (n * \sum_i y_i^2 - (\sum_i y_i)^2)}} \quad (9)$$

где x_i – значения, переменных принимаемые переменной x,

y_i - значения, переменных принимаемые переменной y,

$\bar{x}$ – средняя по x,

$\bar{y}$ - средняя по y.

Оценка значимости осуществляется при числе степеней свободы $k=n-2$.

б) Коэффициент корреляции рангов Спирмена вычисляется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum_i (d_i)^2}{n \cdot (n-1)}, \qquad (10)$$

где n – количество ранжируемых признаков

d_i – разность между рангами по двум переменным для каждого испытуемого.

При наличии одинаковых рангов в числитель добавляются поправки на одинаковые ранги:

$$D_1 = \frac{n^3 - n}{12}, \qquad (11)$$

$$D_2 = \frac{k^3 - k}{12}, \qquad (12)$$

где n – число одинаковых рангов в первом столбце,

k – число одинаковых рангов во втором столбце.

По каждой группе одинаковых рангов вводится своя поправка.

Критически значения определяются при уровне значимости равном числу значений признака, по таблице 17 приложения критических значений ρ Спримена.

в) Коэффициент ассоциации φ вычисляется по формуле:

$$\varphi = \frac{p_{xy} - p_x \cdot p_y}{\sqrt{p_x \cdot (1 - p_x) \cdot p_y \cdot (1 - p_y)}}, \qquad (13)$$

где p_x – частота или доля признака, имеющего 1 по x,

$(1-p_x)$ - частота или доля признака, имеющего 0 по x,

p_y - частота или доля признака, имеющего 1 по y,

$(1-p_y)$ - частота или доля признака, имеющего 0 по y,

p_{xy} - частота или доля признака, имеющих 1 и по x и по y.

г) Коэффициент корреляции τ Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot Q}{N \cdot (N-1)}, \qquad (14)$$

где Q – число инверсий (подсчет инверсий осуществляется суммированием числа рангов второго признака меньше каждого из рангов второго признака, при условии, что ранги первого признака упорядочены по возрастанию).

д) Бисериальный коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$R_{бис\ эмп} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{\sigma_y} * \sqrt{\frac{n_1 * n_0}{N * (N-1)}}, \qquad (15)$$

где $\bar{x}_1$ - среднее по тем элементам переменной y, которым соответствует признак 1 в переменной x,

$\bar{x}_0$ - среднее по тем элементам переменной y, которым соответствует признак 0 в переменной x,

n_1 – число единиц в переменной x,

n_0 – число нулей в переменной x,

$N=n_1+n_0$,

σ_y - среднее квадратическое отклонение переменной y.

е) Рангово-бисернальный коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$R_{rb\ эмп} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)^2}{N}, \qquad (16)$$

где $\bar{x}_1$ - средний ранг по тем элементам переменной y, которым соответствует признак 1 в переменной x;

$\bar{x}_0$ - средний ранг по тем элементам переменной y, которым соответствует признак 0 в переменной x;

N – количество элементов в переменной x.

Для измерения нелинейной корреляционной связи между признаками используется **корреляционное отношение**.

Показатели корреляционного отношения вычисляется по формулам:

$$h_{yx} = \sqrt{\frac{\sum f_x (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\sum f_y (y_i - \bar{y})^2}}, \qquad (17)$$

$$h_{xy} = \sqrt{\frac{\sum f_y (\bar{x}_y - \bar{x})^2}{\sum f_x (x_i - \bar{x})^2}}, \qquad (18)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ общие, а $\bar{x}_y$ и $\bar{y}_x$ - групповые средние арифметические, f_y и f_x частоты рядов *X* и *У*.

Для вычисления корреляционного оотношения h_{xy} (*У* по *X*) или h_{xy} (*X* по *У*) необходимо:

1) расположить по порядку исходные данные по *X* от меньшей к большей, при этом сохранив значения соответствующих величин *У* по отношению к *X*.

2) Определить частоты переменной $X(f_x)$.

3) Подсчитать арифметическое средние по переменной *У* для соответствующей частоты $(\bar{y}_x)$;

4) Расположить по порядку исходные данные по *У* от меньшей величине к большей, при этом сохранив значения соответствующих величин *X* по отношению к *У*;

5) Определить частоты переменной $У(f_y)$;

6) Подсчитать арифметические средние по переменной *X* для соответствующей частоты $(\bar{x}_y)$;

7) Определить $\bar{x}$ и $\bar{y}$;

8) Произвести расчет по формулам (17) и (18);

9) Определить значимость полученных показателей.

Для расчета уровней значимости коэффициентов корреляции проверяются гипотезы:

H_0: коэффициент корреляции между признаками статистически значимо не отличается от нуля;

H_1: коэффициент корреляции между признаками статистически значимо отличается от нуля.

Все коэффициенты корреляции, не имеющие стандартных таблиц для нахождения критических значений, оценивают с помощью t – критерия Стьюдента по формуле:

$$t_{эмп} = |r_{эмп}| * \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2_{эмп}}}, \qquad (19)$$

где $r_{эмп}$ – соответствующий коэффициент корреляции (корреляционное отношение),

n – число коррелируемых значений.

Критические значения $t_{кр}$ определяется по таблице 19 приложения значений для t – критерия Стьюдента. Число степеней свободы будет равно $k=n-2$.

Примеры решения задач

Задача 1. 20 школьником были даны тесты на наглядно-образное и вербальное мышление. Измерялось среднее время решения заданий теста в секундах. Психолога интересует вопрос: существует ли взаимосвязь между временем решения этих задач. Данные представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Среднее время решения наглядно-образных задач	19	32	33	44	28	35	39	39	44	44	24	37	29	40	42	32	48	42	33	47
Среднее время решения вербальных задач	17	7	17	28	27	31	20	17	35	43	10	28	13	43	45	24	45	26	16	26

Решение.

Сформулируем гипотезы:

H_0: связь между временем решения наглядно-образных и вербальных задач статистически незначима.

H_1: связь между временем решения наглядно-образных и вербальных задач статистически значима.

Обозначим переменные *x*-среднее время решения наглядно-образных задач, переменная *y*-среднее время решения вербальных заданий тестов.

Для удобства расчеты будем проводить в таблице 3.3.

Таблица 3.3

№	x_i	y_i	$x_i * y_i$	x_i^2	y_i^2
1	19	17	323	361	289
2	32	7	224	1024	49
3	33	7	561	1089	289
4	44	28	1232	1936	784
5	28	27	756	784	729
6	35	31	1085	1225	961
7	39	20	780	1521	400
8	44	17	663	1521	289
9	44	35	1540	1936	1225
10	44	43	1892	1936	1849
11	24	10	240	576	100
12	37	28	1036	1369	784
13	29	13	377	841	169
14	40	43	1720	1600	1849
15	42	45	1890	1764	2025
16	32	24	768	1024	5760
17	48	45	2160	2304	2025
18	42	26	1092	1764	676
19	33	16	528	1089	256
20	47	26	1222	2209	676
Сумма	731	518	20089	27873	16000

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции по формуле (9):

$$r_{xy\ эмп} = \frac{20 * 20089 - 731 * 518}{\sqrt{(20 * 27873 - 731 * 731) * (20 * 16000 - 518 * 518)}} = 0{,}669,$$

$$t_{эмп} = 0{,}669 * \sqrt{\frac{20-2}{1-0{,}669^2}} = 3{,}819.$$

Определим критические значения $t_{кр}$ по таблице 19 приложения для числа степеней свободы *k=n-2=18*.

$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}10 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 2{,}88 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$. Строим «ось значимости»:

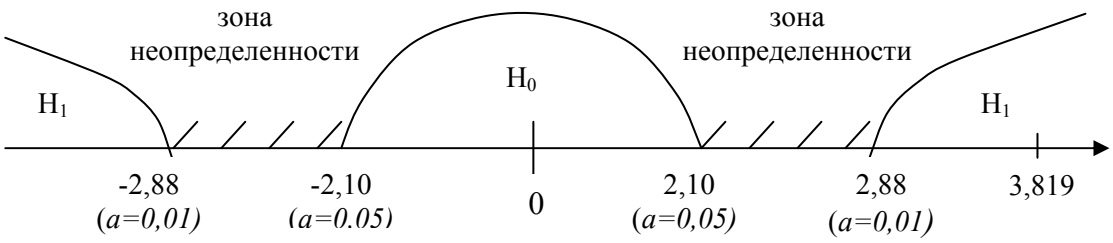

Рис. 7

Ввиду того, что величина $t_{эмп}$ попало в зону значимости – гипотеза H_0 отвергает и принимается гипотеза H_1. Иными словами, связь между временем решения наглядно-образных и вербальных задач статистически значима на 1% уровне и положительна. То есть увеличению времени решения наглядно-образных задач соответствует увеличение времени вербальных задач.

Задача 2. Психолог выясняет, как связаны между собой индивидуальные показатели готовности к школе, полученные показатели готовности к школе, полученные до начала обучения в школе у 11 первоклассников и их средняя успеваемость в конце учебного года. Проранжированные значения показателей школьной готовности и итоговые показатели успеваемости в конце года у этих же учащихся в среднем приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

№ учащегося	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ранги показателей школьной готовности	3	5	6	1	4	11	9	2	8	7	10
Ранги среднегодовой успеваемости	2	7	8	3	4	6	11	1	10	5	9

<u>Решение</u>. Сформулируем гипотезы:

H_0: связь между показателями готовности к школе и средней успеваемостью первоклассников статистически незначима.

H_2: связь между показателями готовности к школе и средней успеваемостью первоклассников статистически значима.

Вычислим разность между рангами и их квадраты. (таблица 3.5)

Таблица 3.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Сумма
d_i	1	-2	-2	-2	0	5	-2	1	-2	2	1	
d_i^2	1	4	4	4	0	25	4	1	4	4	1	52

Подставляем полученные данные в формулу (10), и производим расчет. Получаем:

$$\rho_{эмп} = 1 - \frac{6 * 52}{11 * (11^2 - 1)} = 0{,}76.$$

$t_{эмп}$ найдем по формуле (19): $t_{эмп} = |0{,}76| * \sqrt{\frac{11-2}{1-0{,}76^2}} = 3{,}25.$

При числе степеней свободы *k=n-2=11-2=9* находим по таблице 19 приложения критические значения t-критерия Стьюдента.

$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}26 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 3{,}25 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$. Строим «ось значимости»

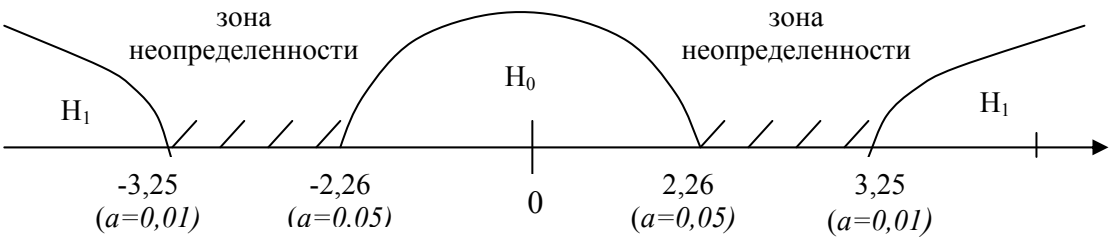

Рис. 8

Полученное эмпирическое значение t-критерия совпало с критическим для уровня значимости в 1%. Следовательно, можно утверждать, что показатели школьной готовности и итоговые оценки первоклассников связаны положительной корреляцией - иначе говоря, чем выше показатель школьной готовности, тем лучше учится первоклассник. В терминах статистических гипотез психолог должен отклонить нулевую гипотезу и принять альтернативную.

Задача 3. Психолог, используя тест умственного развития (ШТУР) проводит исследование интеллекта у 12 учащихся 9 класса. Одновременно с этим он просит учителей литературы и математики провести ранжирование этих же учащихся по показателям умственного развития. Определить, как связаны между, собой объективные показатели умственного развития (данные ШТУРа) и экспертные оценки учителей. Исходные данные представлены в таблице 3.6.

Решение.

Данные таблицы 3.6 дополним столбцами для вспомогательных расчетов.

Таблица 3.6

№ учащихся	Ранги тестирования с помощью ШТУРа	Экспертные оценки учителей по математике	Экспертные оценки учителей по литературе	d_{i1} (второй столбец минус третий)	d_{i2} (второй столбец минус четвертый)	d_{i1}^2	$(d_{i2})^2$
1	6	5	5	-1	1	1	1
2	7	10	8	-3	-1	9	1
3	4	8	7	-4	-3	16	9
4	5	4	11	1	-6	1	36
5	9	6	3	-3	6	9	36
6	12	8	6	4	6	16	36
7	2,5	2	11	0,5	-8,5	0,25	72,25
8	2,5	3	11	-0,5	-8,5	0,25	72,25
9	10	8	1	2	9	4	81
10	8	11	3	-3	5	9	25
11	11	12	3	-1	5	1	64
12	1	1	9	0	8	0	64
Сумма	78	78	78	0	-8	66,5	497,5

Сформулируем гипотезы:

H_0: $\rho_1 = 0$ (связь величины рангов по тесту ШТУРа с экспертными оценками учителей математики статистически не значима).

H_1: $\rho_1 \neq 0$ (связь величины рангов по тесту ШТУРа с экспертными оценками учителей математики статистически значима).

H_0: $\rho_2 = 0$ (связь величины рангов по тесту ШТУРа с экспертными оценками учителей литературы статистически не значима).

H_1: $\rho_2 \neq 0$ (связь величины рангов по тесту ШТУРа с экспертными оценками учителей литературы статистически значима).

Во втором столбце есть два одинаковых ранга, следовательно, величина поправки (по формуле ( )) $D_1 = \frac{2^3 - 2}{12} = 0{,}5$.

В третьем и четвертом столбцах по три одинаковых ранга:

$$D_3 = \frac{3^3 - 3}{12} = 2 \quad \text{и} \quad D_4 = \frac{3^3 - 3}{12} = 2.$$

Считаем первый ранговый коэффициент $\rho_{эмп2}$ с учетом поправок D_1, D_3 и D_4:

$$\rho_{эмп2} = 1 - \frac{6 * 497{,}5 + 0{,}5 + 2}{12 * 143} = 1 - 1{,}419 = -0{,}412.$$

Найдем эмпирические значения t- критерия Стьюдента по формуле (19).

$$t_{эмп1} = 0{,}767 * \sqrt{\frac{12-2}{1-0{,}767^2}} = 3{,}78,$$

$$t_{эмп2} = |-0{,}412| * \sqrt{\frac{12-2}{1-(-0{,}412)}} = 1{,}43.$$

Критические значения находим при уровне значимости *k=n-2=12-2=10*

$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}23 & для \quad \alpha \leq 0{,}05 \\ 3{,}17 & для \quad \alpha \leq 0{,}01 \end{cases}$. Отложим значения на «оси значимости»

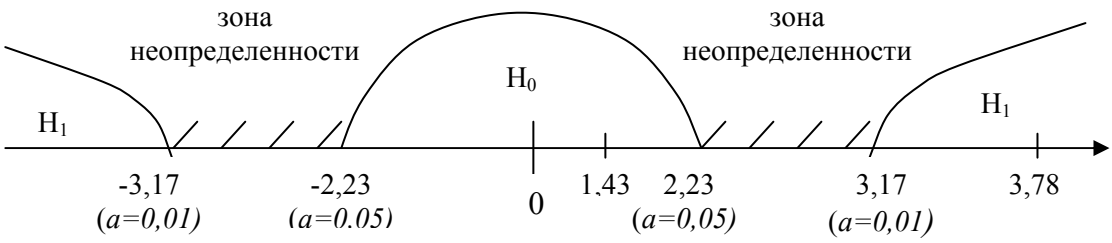

Рис. 9

В первом случае H_0 отвергается и принимается H_1: связь величины рангов по тесту ШТУРа с экспертными оценками учителей математики статистически значима.

Во втором случае H_0 принимается, т.е. оценки учащихся по тесту ШТУРа не связаны с экспертными оценками учителей по литературе.

Задача 4. По данным таблице 3.7 выяснить связана ли между собой семейное положение (0-холост, 1-женат) и успешность учебы (0-успешно, 1-неуспешно) студентов мужчин. Таблица 3.7

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Семейное положение	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
Успешность обучения	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1

Сформулируем гипотезы:

H_0: семейное положение и успешность учебы студентов мужчин статистически не значима $(\varphi = 0)$.

H_1: семейное положение и успешность учебы студентов мужчин статистически значима $(\varphi \neq 0)$.

По условию задачи *N=12*.

Доля единиц в переменной *x:* $p_x = \frac{5}{12} = 0{,}4167$.

Доля нулей в переменной *x:* $1-p_x=1-0{,}4167=0{,}5833$.

Доля единиц в переменной *y:* $p_y = \frac{6}{12} = 0{,}5$.

Доля нулей в переменной *y:* $1-p_y=1-0{,}5=0{,}5$.

Доля единиц по обеим переменным: $p_{xy}=\frac{4}{12} = 0{,}3333$

По формуле (13) рассчитаем коэффициент ассоциации:

$$\varphi_{эмп} = \frac{0{,}3333 - 0{,}41667 * 0{,}5}{\sqrt{0{,}4167 * 0{,}5833 * 0{,}5 * 0{,}5}} = 0{,}507$$

Эмпирическое значение t- критерия Стьюдента равно:

$$t_{эмп} = |0{,}507| * \sqrt{\frac{12-2}{1-0{,}507^2}} = 1{,}87$$

Число степеней свободы в нашем случае будет равно: *k=n-2=12-2=10.* Соответствующие критические значения:

$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}23 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 3{,}17 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$. Строим «ось значимости»:

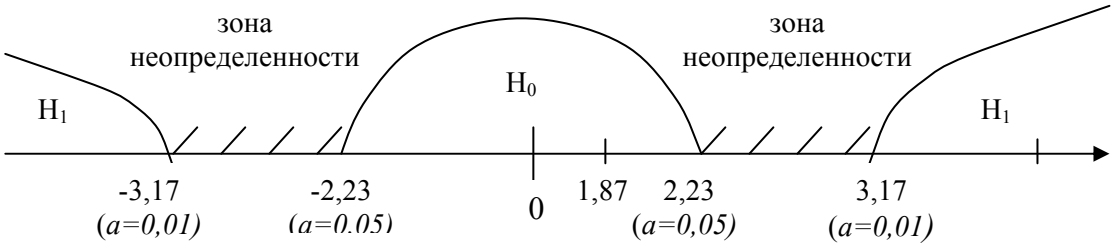

Рис. 10

Гипотеза H_1 отклоняется и принимается гипотеза H_0: связь между семейным положением и успеваемостью обучения студентов мужчин отсутствует.

Задача 5. Психолог просит супругов проранжировать семь личностных черт, имеющих определяющее значение для семейного благополучия. Задача заключается в том, чтобы определить, в какой степени совпадают оценки супругов по отношению к ранжированию качеств. Данные представлены в таблице 3.8.

Таблица 3.8

Черты личности	муж	жена
ответственность	7	1
общительность	1	5
сдержанность	3	7
выносливость	2	6
жизнерадостность	5	4
терпеливость	4	3
решительность	6	2

<u>Решение.</u> Так как данные задачи нумерованы по ранговой школе, то будем использовать коэффициент корреляции τ Кендала.

Сформулируем гипотезы

$H_0: \tau = 0,$

$H_1: \tau \ne 0.$

Упорядочим оценки мужа по возрастанию рангов (таблица 3.9). При этом оценки жены также переместятся.

Таблица 3.9

муж	жена	Инверсии
1	5	4
2	6	4
3	7	4
4	3	2
5	4	2
6	2	1
7	1	0
Сумма		17

Подсчитаем количество инверсии для оценок жены. «5» встречается четыре ранга меньших 5. Ниже «6» - четыре ранга меньших 6. Ниже «7» - 4 ранга меньших 7. Ниже «3» - 2 ранга меньших 3. Ниже «4» - 2 ранга меньших 4. Ниже «2» - 1 ранг меньших 2.

Таким образом, число инверсий Q=17.

Рассчитаем значение τ по формуле (14).

$$\tau_{эмп} = 1 - \frac{4*17}{7*(7-1)} = -0{,}619$$

$t_{эмп}$ найдем по формуле (19): $t_{эмп} = |-0{,}619| * \sqrt{\frac{7-2}{1-(-0{,}619)^2}} = 1{,}087$

Число степеней свободы: *к=n-2=7-2=5.*

Критические значения t-критерия Стьюдента:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}57 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 4{,}03 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}.$$ Строим «ось значимости»:

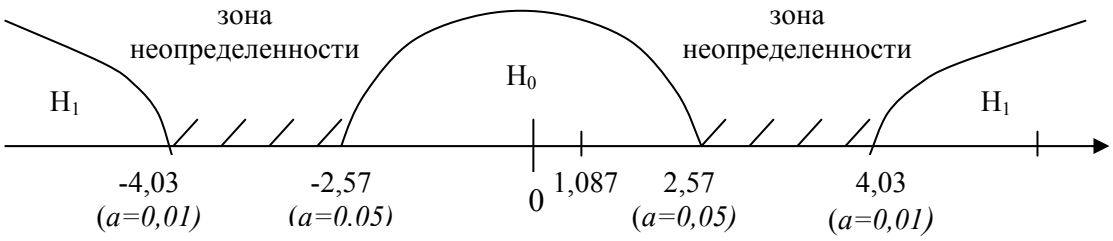

Рис. 11

Значение $t_{кр}$ попало в зону незначимости. H_1 отклоняется и принимается гипотеза H_0 о том, что коэффициент корреляции τ Кендалла достоверно не отличается от нуля. Иными словами, согласованности между мужем и женой в оценке значимых для семейного благополучия личностных черт нет.

Задача 6. Данные обследования 15 подростков разного пола по методике Айзенка приведены в таблице 3.10.

Таблица 3.10

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Пол	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
IQ	102	110	86	90	120	78	95	103	105	93	123	89	109	100	105

Код "1" - юноша, код "0" - девушка.

Имеются ли тендерные различия в показателях интеллекта?

<u>Решение.</u> Обозначим переменные: x - пол, y - IQ. Так как x измерена по дихотомической школе, а y по интервальной, то будем использовать бисериальный коэффициент корреляции.

Сформулируем гипотезы:

H_0: $R_{бис}=0,$

H_1: $R_{бис} \neq 0.$

Число единиц в переменной равно $n_1=9$, а число нулей - $n_0=6$. $N=n_1+n_0=15$ - общее число испытуемых.

Найдем среднее значение IQ отдельно для юношей и девушек:

$$\overline{x}_1 = \frac{102+86+90+78+105+93+123+109+100}{9} = 98{,}4$$

$$\overline{x}_0 = \frac{110+120+95+103+89+105}{6} = 103{,}67$$

Среднее квадратическое отклонение найдем по формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \overline{y})^2}{N}} = 12{,}374$$

Вычислим $R_{бис\ эмп}$ по формуле (15)

$$R_{бис\quad эмп} = \frac{98,4 - 103,67}{12,374} * \sqrt{\frac{9*6}{15*14}} = -0,216$$

Число степеней свободы *к=n-2=15-2=13*

$$t_{эмп} = \left|-0,216\right| * \sqrt{\frac{15-2}{1-(-0,216)^2}} = 0,789$$

Критические значения Критерия Стьюдента равны:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,16 & для \quad \alpha \le 0,05 \\ 3,01 & для \quad \alpha \le 0,01 \end{cases}.$$

Строим «ось значимости»:

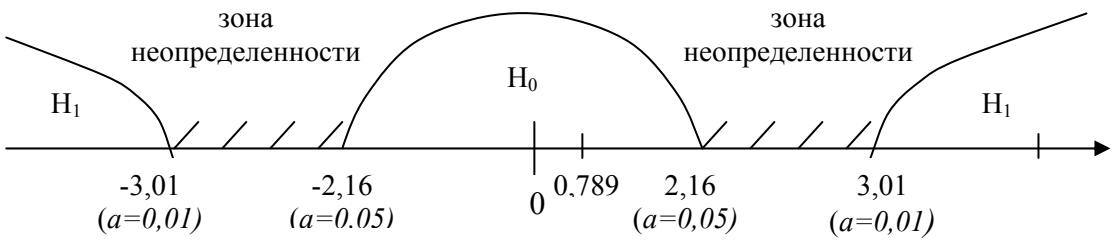

Рис. 12

Результат попал в зону незначимости. Поэтому принимается гипотеза H_0. Таким образом, тендерных различий по интеллекту на данной выборке испытуемых не обнаружено.

Задача 7. Пятнадцать подростков разного пола были проранжированы учителем литературы по степени выраженности вербальных способностей. Данные представлены в таблице 3.11 (код «1» - юноша, код «0» - девушка). Существуют ли тендерные различия в вербальных способностях.

Таблица 3.11

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
пол	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
Ранги вербальных способностей	1	10	6	9	15	7	8	13	4	3	5	11	12	2	14

Решение. Обозначим переменные: x - пол, y - ранги вербальных способностей. Будем использовать рангово-бисериальный коэффициент корреляции.

Сформулируем гипотезы:

H_0: $R_{rb}=0;$

H_1: $R_{rb} \neq 0$.

Найдем среднее значения рангов отдельно для юношей и девушек:

$$\bar{x}_1 = \frac{1+6+9+4+3+5+12+2}{9} = 5{,}44$$

$$\bar{x}_0 = \frac{10+15+8+13+11+14}{6} = 11{,}83$$

Вычислим $R_{rb\ \ эмп}$ по формуле (16)

$$R_{rb\ \ эмп} = \frac{(5{,}44+11{,}83)*2}{15} = 0{,}852.$$

Проверим значимость полученного коэффициента корреляции с помощью формулы ( ), при числе степеней свободы *к=n-2=15-3=13*.

$$t_{эмп} = |0{,}852| * \sqrt{\frac{15-2}{1-0{,}852^2}} = 5{,}86.$$

По таблице 19 значений t-критерия Стьюдента приложения находим критические значения:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}16 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 3{,}01 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$$. Строим "ось значимости":

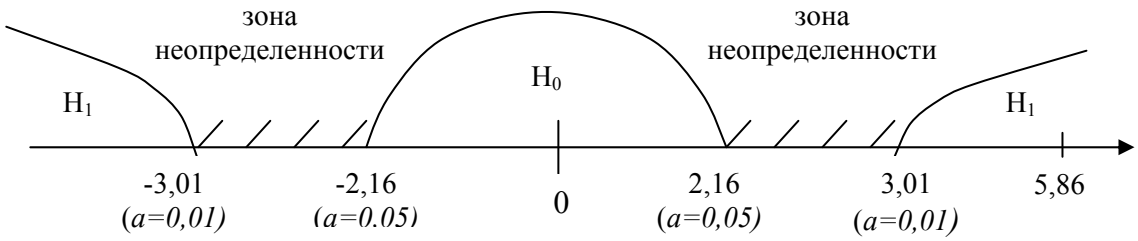

Рис.13

Результат попал в зону значимости. Поэтому принимается гипотеза H_1 согласно которой полученный рангово-бисериальный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля. Иными словами, на данной выборке подростков отражены значимые гендерные различия по степени выраженности вербальных способностей.

Задача 8. Психолог у 8 подростков сравнивает баллы по третьему, математическому, субтесту теста Векслера и оценки по алгебре. Данные представлены в таблице 3.12.

Таблица 3.12

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	сумма
Баллы по тесту Векслера	8	18	18	10	16	10	8	14	102
Оценки по алгебре	2	3	4	5	4	4	3	5	30

Связана ли успешность решения субтеста Векслера с оценкой по алгебре? Связаны ли оценки по алгебре с успешностью решения третьего субтеста Векслера?

Решение. Обозначим переменные: x -баллы полученные испытуемыми по третьему субтесту теста Векслера; y - оценки по алгебре.

Коэффициент линейной корреляции, рассчитанный по формуле (9) $r_{xy}=0,244$ (проверить самостоятельно). Этот коэффициент незначим и, следовательно, линейной связи x и y нет. Нужно выяснить существует ли между этими переменными другой тип связи?

Расставим по порядку x от меньшей к наибольшей.

Таблица 3.13

x	8	8	10	10	14	16	18	18
y	2	3	4	5	5	4	3	4

Определим частоты переменной x.

Таблица 3.14

f_x	2	2	1	1	2
x_i	8	10	14	16	18

Подсчитаем арифметические частные для переменной *y* по отношению к переменной *x*.

Таблица 3.15

f_x	2	2	1	1	2
x_i	8	10	14	16	18
$\bar{y}_x$	$\frac{2+3}{2}$	$\frac{4+5}{2}$	5	4	$\frac{3+4}{2}$

Аналогично для переменой *y*.

Таблица 3.16

У	2	3	3	4	4	4	5	5
Х	8	8	18	10	16	18	10	14

Таблица 3.17

f_y	1	2	3	2
y_i	2	3	4	5
$\bar{x}_y$	8	$\frac{8+18}{2}$	$\frac{10+16+18}{3}$	$\frac{10+14}{2}$

Теперь подсчитаем общие средние.

$$\bar{x} = \frac{102}{8} = 12{,}75\,;\ \bar{y} = \frac{30}{8} = 3{,}75$$

По формулам (17), (18) найдем корреляционные отношения:

$$h_{yx} = \sqrt{\frac{2(2{,}5-3{,}75)^2 + 2(4{,}5-3{,}75)^2 + 1(5-3{,}75)^2 + 1(4-3{,}75)^2 + 2(3{,}5-3{,}75)^2}{1(2-3{,}75)^2 + 2(3-3{,}75)^2 + 3(4-3{,}75)^2 + 2(5-3{,}75)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6}{7{,}5}} = \sqrt{0{,}8} = 0{,}89$$

$$h_{xy} = \sqrt{\frac{1(8-12{,}75)^2 + 2(13-12{,}75)^2 + 3(14{,}7-12{,}75)^2 + 2(12-12{,}75)^2}{2(8-12{,}75)^2 + 2(10-12{,}75)^2 + (14-12{,}75)^2 + (16-12{,}75)^2 + (18-12{,}75)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{35{,}22}{127{,}5}} = \sqrt{0{,}276} = 0{,}525$$

Проверим значимость показателей

$$t_{эмпух} = |0{,}89| * \sqrt{\frac{8-2}{1-0{,}89^2}} = 4{,}78\,,$$

$$t_{эмпху} = |0{,}525| * \sqrt{\frac{8-2}{1-0{,}525^2}} = 1{,}51.$$

k=n-2=8-2=6.

$$t_{кр} = \begin{cases} 2{,}45 & для \quad \alpha \le 0{,}05 \\ 3{,}71 & для \quad \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$$. Строим «ось значимости»:

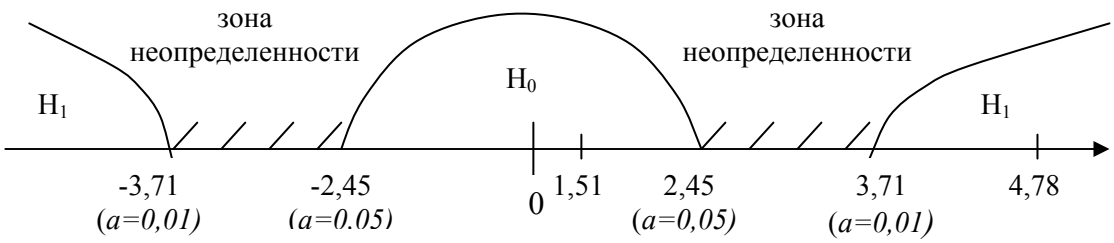

Рис. 14

Показатель h_{yx} значим, а h_{xy} – незначим. Таким образом можно сделать вывод о том, что в данном случае есть значимое влияние *У* на *X*, а обратное влияние *X* на *У* незначимо. Следовательно, хорошее значение алгебры влияет на эффективность с третьим субтестом теста Векслера, и, напротив, успешное решение третьего субтеста Векслера никак не сказывается на успешности овладения учащимися алгеброй.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатом предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентами на самостоятельную подготовку.

Таблица 3.18

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверти его значимость при $\alpha = 0{,}05$.

2. В плане комплексного исследования личности у студентов психологического факультета определялся социометрический статус на курсе (У) и в своей учебной группе (Х). Результаты представлены в таблице. Имеется ли связь между показателями Х и У.

Таблица 3.19

Х	1	-9	22	-11	-6	-0,5	5	9	0	2	11	15	-8	0	9
У	48	-9	100	-1	14	14	14	11	-28	46	42	27	19	83	45

3. При изучении амплитудно-частотных характеристик руки человека в условиях направленного уменьшению и увеличению амплитуды совместно регистрировались значения полупериодов (У) и амплитуд (Х) колебаний руки. Результаты одного из испытуемых представлены в таблице 3.20.

Таблица 3.20

Х	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
У	3,3	4,0	4,7	5,4	6,1	6,8	7,5	8,2	8,9	9,6	10,3	11,0

Проверить значимость корреляции между Х и У.

4. У студентов первого курса в комплексном исследовании личности были получены оценки (в баллах) Нейротизма по Айзенку и эмоциональной экспансивности, представлены в таблице

Таблица 3.21

Нейротизм	18	20	18	22	9	12	13	16	14	16	16	17	21	22	7	23
Эмоциональной экспансивность	3	-15	15	-1	-26	11	2	10	-4	13	-17	9	-27	25	61	33

Выяснить имеется ли статистически значимая связь между показателями нейротизма и эмоциональной экспансивности.

5. В результате анкетного обследования для выявления важнейших видов оборудования, используемого судоводителями во время вахты, получены два ряда ранговых оценок: «по важности» оборудования и «по частоте» его использования.

Таблица 3.22

Важность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Частота	1	4	2	6	3	5	12	9	15	7	11	8	10	14	17	13	16	18	19

Взаимосвязаны ли эти ряды?

6. По данным анкетного обследования получены два ряда групп работников, упорядоченных в соответствии с интересом к выполняемой работе ($У_1$) и по соответствию образования и работе ($У_2$). Определить есть ли корреляция между этими переменными.

Таблица 3.23

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$У_1$	3	3	3	3	3	6,5	6,5	8	9	10	11	12	13	14
$У_2$	1	5,5	9	10	11,5	3	8	4	2	7	5,5	11,5	13	14

7. Двум студентом с разных факультетов предполагалось проранжировать 10 качеств преподавателя математики. Данные представлены в таблице 3.24.

Таблица 3.24

№	Качества	Ранг присвоенный первым студентом	Ранг присвоенный вторым студентом
1	Дружелюбие	4	8
2	Занимательность	1	3
3	Строгость	5	4
4	Увлеченность	6	5
5	Справедливость	7	2
6	Компетентность	2	1
7	Корректность	3	6
8	Стиль	8	7
9	Требовательность	9	9
10	Успешность	10	10

Определить коррелируют ли оценки проставленные преподавателю студентами с разных факультетов.

8. В группе спортсменов (футболистов и гимнастов) сравнивалось время реакции выбора в мс. Связаны ли различия во времени со специализацией спортсменов? Исходные данные представлены в таблице 3.25.

Таблица 3.25

Специализация	ф	ф	г	ф	г	г	г	ф	ф	г
Время реакции	203	184	213	169	246	184	282	216	209	190

9. Связаны ли успешность обучения на первом курсе с выбором профессии по специальности в дальнейшем?

Данные в таблице 3.26:

Таблица 3.26

	Профессия по специальности	Профессия не по специальности
Учился плохо	2 человека	4 человека
Учился хорошо	5 человек	1 человек

10. Оценить силу корреляционной связи по выборочному корреляционному отношению.

Таблица 3.27

x	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	5
У	25	25	25	45	45	45	45	110	110	110	110	45	110	110	110	110	110

11. Можно ли говорить о наличии криволинейной корреляционной связи между временем выполнения тестовых заданий и количеством верных ответов, за соответствующий промежуток времени.

Таблица 3.28

Время (мин)	10	20	30	40	50	60	70	80
Количество верных ответов (за последние 10 мин)	3	4	5	5	4	4	3	3

§4. Непараметрические критерии

Непараметрические критерии не включают в формулу расчета параметров распределения, основаны на оперировании частотами или рангами.

1. Критерии различий

а) Q-критерий Розенбаума

Критерий используется для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного.

Возможны гипотезы:

H_0: Уровень признака в выборке 1 не превышает уровня признака в выборке 2.

H_1: Уровень признака в выборке 1 превышает уровень признака в выборке 2.

Ограничения критерия Q

1) В каждой из сопоставляемых выборок должно быть не менее 11 наблюдений. При этом объемы выборок должны примерно совпадать. Если в обеих выборках меньше 50 наблюдений, то абсолютная величина разности между объемами выборок n_1 и n_2, соответственно, не должна быть больше 10 наблюдений. Если в каждой из выборок больше 51 наблюдения, но меньше 100, то абсолютная величина разности между объемами выборок n_1 и n_2, соответственно, не должна быть больше 20 наблюдений. Если в каждой из выборок больше 100 наблюдений, то допускается, чтобы одна из выборок была больше другой не более чем в 1,5-2 раза.

2) Диапазоны разброса значений в двух выборках должны не совпадать между собой, в противном случае применение критерия бессмысленно.

3) Измерение может быть проведено по шкале порядка, интервалов или отношений.

4) Выборки должны быть независимыми.

Эмпирическое значение критерия подсчитывается по формуле:

$$Q_{эмп} = S_1 + S_2, \qquad (20)$$

где S_1 – количество наблюдений в выборке 1, которые выше максимального значения в выборке 2;

S_2 - количество наблюдений в выборке 2, которые ниже минимального значения выборки 1.

Значения в выборках должны быть упорядочены по возрастанию признака.

Критические значения Q-критерия определяются по таблице 2 приложения для данных n_1 и n_2 и для выбранного уровня значимости. Если $Q_{эмп}$ не меньше $Q_{кр}$, то H_o отвергается.

б) U- критерий Манна-Уитни

Критерий предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного.

Возможны гипотезы:

H_0: Уровень признака в группе 2 не ниже уровня признака в группе 1.

H_1: Уровень признака в группе 2 ниже уровня признака в группе 1.

Ограничения критерия U

1) В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений. Допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5.

2) В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений.

3) Измерение может быть проведено по шкале интервалов или отношений.

4) Выборки должны быть несвязными.

Наблюдения обеих выборок необходимо объединить и проранжировать по степени нарастания признака.

Эмпирическое значение критерия рассчитывается по формуле:

$$U_{эмп} = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x, \qquad (21)$$

где n_1, n_2 - количество испытуемых в выборках 1 и 2 соответственно,

T_x – большая из ранговых сумм,

n_x – количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

Критическое значение критерия определяется по таблице 3 приложения для данных n_1 и n_2 и выбранного уровня значимости. Если $U_{эмп}$ больше $U_{кр}$, то принимается H_o.

в) Н - критерий Крускала – Уоллиса

Критерий предназначен для оценки различий между тремя и более выборками по уровню какого-либо признака. Он позволяет установить, что уровень признака изменяется при переходе от группы к группе, но не указывает направление этих изменений.

Возможны гипотезы:

H_o: Между выборками 1, 2, 3 и т. д. существуют лишь случайные различия по уровню исследуемого признака.

H_1: Между выборками 1, 2, 3 и т. д. существуют неслучайные различия по уровню исследуемого признака.

Ограничения критерия Н

1) Измерение может быть проведено по шкале интервалов или отношений.
2) Выборки должны быть независимыми.
3) При сопоставлении 3-х выборок допускается, чтобы в одной из них $n=3$, а в двух других $n=2$. Но при таких численных составах установить различия можно лишь на низшем уровне значимости.
4) Критические значения критерия Н и соответствующие им уровни значимости приведены в таблице 4 приложения. Таблица предусмотрена только для трех выборок. При этом максимальное число испытуемых во всех трех выборках может быть не больше 5. При большем количестве выборок и испытуемых в каждой выборке необходимо пользоваться таблицей 10 приложения критических значений критерия χ^2. Число степеней свободы при этом определяется как ν=c-1, где c –количество сопоставляемых выборок.

Наблюдения всех выборок необходимо объединить и проранжировать по степени нарастания признака.

Эмпирическое значение критерия Н подсчитывается по формуле:

$$H_{эмп}=\frac{12}{N(N+1)}\cdot\sum_{i=1}^{c}\frac{T_i^2}{n_i}-3\cdot(N+1), \qquad (22)$$

где N – общее количество испытуемых в объединенной выборке,

n_i – количество испытуемых в каждой выборке,

T_i^2 – квадраты сумм рангов по каждой i–ой выборке.

Если эмпирическое значение критерия меньше критического значения, то H_o принимается.

г) S – критерий тенденций Джонкира

Критерий S предназначен для выявления тенденций изменения признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении трех и более выборок.

Гипотезы:

H_o: Тенденция возрастания значений признака при переходе от выборки к выборке является случайной.

H_1: Тенденция возрастания значений признака при переходе от выборки к выборке не является случайной.

Ограничения критерия

1) Измерение может быть проведено по шкале интервалов или отношений.

2) Выборки должны быть независимыми.

3) Количество наблюдений в каждой выборке должно быть одинаковым.

4) Нижняя граница применимости критерия: не менее трех выборок и не менее двух элементов в каждом наблюдении. Верхняя граница определяется таблицей приложения: не более 6 выборок и не более 10 наблюдений в каждой выборке.

Выборки необходимо располагать по возрастанию суммы значений признака слева на право.

Эмпирическое значение критерия рассчитывается по формуле:

$$S_{эмп}=2A-B, \qquad (23)$$

где A – общая сумма инверсий,

$B = \frac{c \cdot (c-1)}{2} \cdot n^2$ – максимально возможное значение величины А.

Под числом инверсий понимается число значений признака, больших каждого конкретного значения рассматриваемой выборки и расположенных правее от нее.

Критические значения критерия определяются по таблице 5 приложения, в соответствии с выбранным уровнем значимости, количеством выборок (*c*) и числом наблюдений (*n*) в каждой выборке.

Если эмпирическое значение критерия меньше критического значения, то принимается гипотеза H_o.

2. Критерии изменений

В психологических, педагогических, социологических исследованиях часто бывает важно доказать, что в результате действия каких-либо факторов произошли достоверные изменения (сдвиги) в измеряемых показателях. В зависимости от воздействующих факторов выделяют временные, ситуационные, умозрительные, измерительные сдвиги, сдвиги под влиянием экспериментальных воздействий и структурные сдвиги. Для оценки достоверности сдвигов применяют критерии изменений.

а) G-критерий знаков

Критерий знаков предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Он позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму: изменяются ли показатели в сторону улучшения, повышения или усиления или, наоборот, в сторону ухудшения, понижения или ослабления.

Возможны гипотезы:

H_0: Преобладание типичного направление сдвига является случайным.

H_1: Преобладание типичного направление сдвига не является случайным.

Ограничения критерия G

1) Измерение может быть проведено по шкале порядка, интервалов или отношений.

2) Выборка должна быть однородной и связной.

3) Объем выборки должен быть равным от 5 до 300.

4) При равенстве типичных и нетипичных сдвигов критерий знаков неприменим.

Эмпирическое значение критерия $G_{эмп}$ принимают равным числу нетипичных сдвигов, т. е. не преобладающих сдвигов в сторону увеличения или уменьшения показателя.

Критическое значение критерия $G_{кр}$ определяют по таблице 6 приложения в соответствии с выбранным уровнем значимости и объемом выборки без учета нулевых сдвигов. Если $G_{эмп}$ не превосходит $G_{кр}$, то гипотеза H_0 отвергается.

б) Парный критерий Т – Вилкоксона

Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность. С его помощью мы определяем, является ли сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивным, чем в другом.

Возможны гипотезы:

H_0: Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

H_1: Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

Ограничения критерия Т

1) Измерение может быть проведено по любой шкале, кроме номинальной.

2) Выборка должна быть связной.

3) Объем выборки должен быть равным от 5 до 50.

Эмпирическое значение критерия подсчитывают по формуле:

$$T_{эмп} = \sum R_r \ , \qquad (24)$$

где R_r – ранговые значения сдвигов с более редким знаком.

Критическое значение критерия $T_{кр}$ определяется для данного объема выборки и выбранного уровня значимости по таблице 7 приложения. Если $T_{эмп}$ не превосходит $T_{кр}$, то гипотеза H_0 отвергается.

в) Критерий χ_r^2 Фридмана

Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в трех или более условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить, что величины показателей от условия к условию изменяются, но при этом не указывает на направление изменений.

Возможны гипотезы:

H_0: Между показателями, полученными (измеренными) в разных условиях, существуют лишь случайные различия.

H_1: Между показателями, полученными (измеренными) в разных условиях, существуют неслучайные различия.

Ограничения критерия χ_r^2

1) Измерение может быть проведено по шкале интервалов или отношений.

2) Выборка должна быть связной.

3) В выборке должно быть не менее двух испытуемых, каждый из которых имеет не менее трех показателей. Количество измерений не может превышать 100.

Эмпирическое значение критерия вычисляется по формуле:

$$\chi^2_{r\ эмп} = \left[\frac{12}{n \cdot c \cdot (c+1)} \cdot \sum_{i=1}^{c} T_i^2 \right] - 3 \cdot n \cdot (c+1) \ , \qquad (25)$$

где c – количество условий,

n – количество испытуемых,

T_i – суммы рангов по каждому из условий.

Критическое значение критерия $\chi_{r\,кр}^2$ определяем при выбранном уровне значимости и данном объеме выборки по правилам:

1) При $c=3$ и $n\leq 9$, критические значения определяются по таблице 8-А приложения.

2) При $c=4$ и $n\leq 4$, критические значения определяются по таблице 8-Б приложения.

3) При большем числе измерений и испытуемых критические определяются по таблице 10 приложения для критерия χ^2. В этом случае число степеней свободы определяется по формуле $v = c - 1$.

Если $\chi_{r\,эмп}^2$ не меньше $\chi_{r\,кр}^2$ то гипотеза H_0 отклоняется.

г) L – критерий тенденций Пейджа.

Критерий L Пейджа применяется для сопоставления показателей, измеренных в трех и более условиях на одной и той же выборке испытуемых. Критерий позволяет выявить тенденции в изменении величин признака при переходе от условия к условию, а также указывает на направление этих изменений.

Возможны гипотезы:

H_0: Увеличение индивидуальных показателей при переходе от первого условия ко второму, а затем к третьему и далее, случайно.

H_1: Увеличение индивидуальных показателей при переходе от первого условия ко второму, а затем к третьему и далее, неслучайно.

Ограничения критерия L

1) Измерение может быть проведено по ранговой шкале, шкале интервалов или отношений.

2) Выборка должна быть связной.

3) В выборке должно быть не менее двух и не больше 12 испытуемых, каждый из которых имеет не менее трех показателей. Максимальное число условий – 6.

Эмпирическое значение критерия определяется по формуле:

$$L_{\text{эмп}} = \sum_{i=1}^{c} (T_i \cdot i), \qquad (26)$$

где c – количество условий,

T_i – суммы рангов по каждому из условий,

i –порядковый номер, приписанный каждому условию, после упорядочения по возрастанию сумм рангов.

Критическое значение критерия $L_{кр}$ определяем при выбранном уровне значимости, данном объеме выборки и данном количестве условий по таблице 9 приложения. Если $L_{эмп}$ не меньше $L_{кр}$, то гипотеза H_0 отклоняется.

Примеры решения задач

Задача 1. Используя тест Векслера психолог определил показатели интеллекта у двух групп учащихся из городской (100, 104, 120, 120, 96, 126, 130, 134, 120) и сельской школы (100, 82, 120, 118, 82, 84, 76, 110, 102, 104, 76, 88). Его интересует вопрос — будут ли обнаружены статистически значимые различия в показателях интеллекта, если в городской выборке 11 детей, а в сельской 12?

Решение: Сформулируем гипотезы:

H_0: Городские школьники не превосходят сельских школьников по уровню интеллекта.

H_1: Городские школьники превосходят сельских школьников по уровню интеллекта.

Проверку гипотез выполним с помощью критерия Q Розенбаума.Для решения задачи результаты измерений сразу представим в удобном для расчета критерия Q виде, т.е. расположив числа в порядке возрастания слева направо и одно измерение под другим (верхний ряд — городская школа, нижний- сельская):

S_2 |96, 100, 104, 104, 120, 120, 120, 120|, 126, 130, 134

76, 82, 82, 84, 88,|96, 100, 102, 104, 110, 118, 120 | S_1

В этом случае $S_1 = 3$, $S_2 = 5$, $Q_{эмп} = 3 + 5 = 8$.

Критические значения для критерия Q находим по таблице 2 приложения, по которой определяем, что для $n_1 = 11$ и $n_2 = 12$ при $\alpha = 0,05$ $Q_{кр} = 7$, а при $\alpha = 0,01$ $Q_{кр} = 9$.

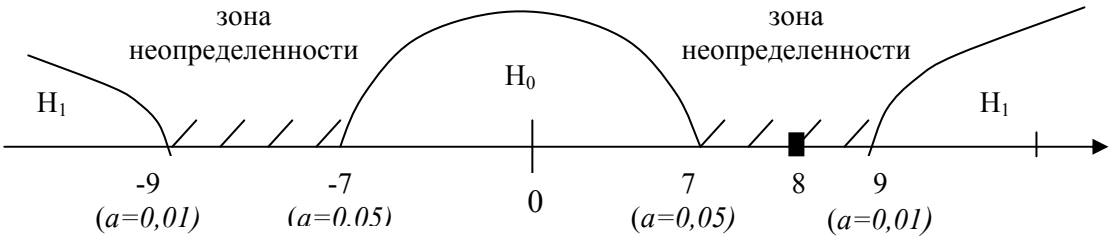

Рис.15

Полученное значение $Q_{эмп}$ попало в зону неопределенности. Психолог поэтому может считать полученные различия между рядами значимыми на уровне 5% (т. е. принимать, что уровень интеллекта учащихся городской школы выше, чем у учащихся сельской школы) и незначимыми на уровне 1%, т.е. исходить из того, что показатели интеллекта не различаются в обеих школах.

Задача 2. Можно ли утверждать, что студенты-психологи превосходят студентов-физиков по уровню невербального интеллекта. Данные, полученные с помощью методики Д. Векслера, приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Студенты-физики		Студенты - психологи	
Код имени испытуемого	Показатель невербального интеллекта	Код имени испытуемого	Показатель невербального интеллекта
1. И.А.	111	1. Н.Т.	113
2. К.А.	104	2. ОБ.	107
Ъ. К.Е.	107	3. Е.В.	123
4. ПА.	90	4. Ф.О.	122
5. С.А.	115	5. И.Н.	117
6. Ст.А.	107	6. И.Ч.	112
7. Т.А.	106	7. И.В.	105
8. ФА.	107	8. К.О.	108
9. Ч.И.	95	9. Р.Р.	111
10. Ц.А.	116	10. Р.И.	114
11. См.А.	127	11. О.К.	102
12. К.Ан.	115	12. Н.К.	104
13. Б.Л.	102		
14. Ф.В.	99		

<u>Решение.</u> Проранжируем показатели в общей выборке

Таблица 4.2

Студенты -физики (n_1=14)			Студенты-психологи (n_2=12)	
Показатель невербального интеллекта		Ранг	Показатель невербального интеллекта	Ранг
127		26		
			123	25
			122	24
			117	23
116		22		
115		20,5		
115		20,5		
			114	19
			113	18
			112	17
111		15,5	111	15.5
			108	14
107		11.5	107	11,5
107		11,5		
107		11,5		
106		9		
			105	8
104		6.5	104	6,5
102		4,5	102	4,5
99		3		
95		2		
90		1		
Суммы	1501	165	1338	186
Средние	107,2		111,5	

Мы видим, что по уровню невербального интеллекта более "высоким" рядом оказывается выборка студентов-психологов. Именно на эту выборку приходится большая ранговая сумма: 186.

Теперь мы готовы сформулировать гипотезы:

H_0: Группа студентов-психологов не превосходит группу студентов-физиков по уровню невербального интеллекта.

H_1: Группа студентов-психологов превосходит группу студентов-физиков по уровню невербального интеллекта.

Выполним проверку гипотез с помощью критерия U Манна-Уитни.

Определяем эмпирическую величину U:

$$U_{эмп} = (14 \cdot 12) + \frac{12(12+1)}{2} - 186 = 60.$$

По таблице 3 приложения определяем критические значения для $n_1=14$, $n_2=12$.

$$U_{кр} = \begin{cases} 51, & для\ \alpha \le 0{,}05 \\ 38, & для\ \alpha \le 0{,}01 \end{cases}.$$

$U_{эмп} > U_{кр}$, следовательно H_0 принимается. Группа студентов-психологов не превосходит группы студентов-физиков по уровню невербального интеллекта.

Обратим внимание на то, что для данного случая критерий *Q* Розенбаума неприменим, так как размах вариативности в группе физиков шире, чем в группе психологов: и самое высокое, и самое низкое значение невербального интеллекта приходится на группу физиков.

Задача 3. Четыре группы испытуемых выполняли тест Бурдона в разных экспериментальных условиях. Задача в том, чтобы установить — зависит ли эффективность выполнения теста от условий или, иными словами, существуют ли статистически достоверные различия в успешности выполнения теста между группами. В каждую группу входило четыре испытуемых. Число ошибок показателя переключаемости внимания в процентах дано в таблице 4.3.

Таблица 4.3

№ испытуемых	1 группа	2группа	3группа	4 группа
1	23	45	34	21
2	20	12	24	22
3	34	34	25	26
4	35	11	40	27
Суммы	112	102	123	96

<u>Решение.</u> Сформулируем гипотезы:

H_0: Четыре группы, выполнявшие тест, не различаются в успешности выполнения теста.

H_1: Четыре группы, выполнявшие тест, различаются в успешности выполнения теста.

Для поверки гипотез будем использовать критерий Н Крускала-Уолиса.

Проранжируем показатели в независимости от того, к какой группе они принадлежат (табл. 4.4).

Таблица 4.4

Данные	Ранги	Данные	Ранги
11	1	26	9
12	2	27	10
20	3	34	12
21	4	34	12
22	5	34	12
23	6	35	14
24	7	40	15
25	8	45	16
Сумма рангов 136			

Следующий этап в подсчете $H_{эмп}$ состоит в распределении данных вновь на исходные группы, но уже с полученными рангами (табл. 4.5):

Таблица 4.5

№ испытуемых	1 группа	Ранги	2 группа	Ранги	3 группа	Ранги	4 группа	Ранги
1	23	6	45	16	34	12	21	4
2	20	3	12	2	24	7	22	5
3	34	12	34	12	25	8	26	9
4	35	14	11	1	40	15	27	10
Суммы	112	35	102	31	123	42	96	31

Теперь можно подсчитать величину $H_{эмп}$ по формуле (22)

$$H_{эмп} = \frac{12}{16+17} \cdot \left[\frac{35 \cdot 35}{4} + \frac{31 \cdot 31}{4} + \frac{42 \cdot 42}{4} + \frac{28 \cdot 28}{4} \right] - 3 \cdot 17 = 1{,}21.$$

При определении критических значений критерия *H* применительно к четырем и более выборкам используют таблицу 10 приложения для критерия хи-квадрат, подсчитав предварительно число степеней свободы для *c=4*.

Тогда *v =4-1=3*.

$$H_{кр} = \begin{cases} 7{,}815 \text{ для } \alpha \le 0{,}05 \\ 11{,}345 \text{ для } \alpha \le 0{,}01 \end{cases}.$$

Полученное эмпирическое значение $H_{эмп}$ оказалось существенно меньше критического значения для 5% уровня. Следовательно, принимается нулевая гипотеза.

Задача 4. Выборка претендентов на должность коммерческого директора в Санкт-Петербургском филиале зарубежной фирмы была обследована с помощью Оксфордской методики экспресс-видеодиагностики, использующей диагностические ролевые игры. Были обследованы 20 мужчин в возрасте от 25 до 40 лет, средний возраст 31,5 года. Оценки производились по 15 значимым, с точки зрения зарубежной фирмы, психологическим качествам, обеспечивающим эффективную деятельность на посту коммерческого директора. Одним из этих качеств была "Авторитетность".

В конце 8-часового сеанса диагностических ролевых игр и упражнений проводился социометрический опрос участников группы, в котором они должны были ответить на вопрос: "Если бы я сам был представителем фирмы, я выбрал бы на должность коммерческого директора: 1).... 2).... 3)...." Участники знали, что каждый их шаг является материалом для диагностики, и что в данном случае, в частности, проверяется, помимо прочего, их способность к объективному суждению о людях. В результате этой процедуры каждый участник получил то или иное количество выборов от других участников, отражающее его социометрический статус в группе претендентов.

Результаты исследования представлены в таблице 4.6 (данные Е. В. Сидоренко, И. В. Дермановой, 1991).

Таблица 4.6

Номера испытуемых	Группа 1: 0 выборов (n_1=5)	Группа 2: 1 выбор (n_2=5)	Группа 3: 2-3 выбора (n_3=5)	Группа 4: 4 и более выборов (n_4=5)
1	5	5	5	9
2	5	6	6	9
3	2	7	7	8
4	5	6	7	8
5	4	4	5	7
Суммы	21	28	30	41

Можно ли считать, что группы с разным статусом различаются и по уровню авторитетности, определявшейся независимо от социометрии с помощью экспресс-видеодиагностики?

Решение.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Тенденция повышения значений по шкале Авторитетности при переходе от группы к группе (слева направо) случайна.

H_1: Тенденция повышения значений по шкале Авторитетности при переходе от группы к группе (слева направо) неслучайна.

Для решения задачи будем использовать S – критерий тенденций Джонкира.

Чтобы нам было удобнее подсчитывать количества более инверсий (высоких значений), лучше упорядочить значения в каждой группе по их возрастанию (табл. 4.7).

Таблица 4.7

Группа 1		Группа 2		Группа 3		Группа 4
Индивидуальные значения	Число инверсий	Индивидуальные значения	Число инверсий	Индивидуальные значения	Число инверсий	Индивидуальные значения
2	15	4	10	5	5	7
4	14	5	8	5	5	8
5	11	6	7	6	5	8
5	11	6	7	7	4	9
5	11	7	4	7	4	9
Суммы	62		36		23	

После того, как все индивидуальные значения расположены в порядке возрастания, легко подсчитать, сколько значений справа превышают данное значение слева.

Начнем с крайнего левого столбца. Значение "2" превышают все 15 значений из трех правых столбцов; значение "4" - 14 значений из трех правых столбцов; значение "5" превышают 11 значений из трех правых столбцов.

Расчет для второго столбца производим по тому же принципу. Мы видим, что значение "4" превышают все 10 значений из оставшихся столбцов справа; значение "5" - 8 значений из столбцов справа и т.д.

Сумма всех инверсий составит величину $A=62+36+23=121$, которую нам нужно будет подставить в формулу для подсчета критерия S.

Однако вначале определим максимально возможное значение *A,* которое мы получили бы, если бы все значения справа были больше значений слева. $B=4\cdot3\cdot25/2=150$.

Эмпирическое значение критерия вычисляется по формуле 23:

$S_{эмп} = 92$.

По таблице 5 приложения определяем критические значения $S_{кр}$ для $c=4$, $n=5$:

$$S_{кр} = \begin{cases} 51 \text{ для } \alpha \le 0{,}05 \\ 72 \text{ для } \alpha \le 0{,}01 \end{cases}.$$

$S_{эмп} > S_{кр}$, следовательно H_0 отвергается. Принимается H_1. Тенденция повышения значений по шкале Авторитетности при переходе от группы к группе не случайна.

Отвечая на вопрос задачи, мы можем сказать, что группы с разным статусом различаются по показателю Авторитетности, определявшемуся независимо от социометрической процедуры.

Задача 5. Психолог проводит групповой тренинг. Его задача — выяснить будет ли эффективен данный конкретный вариант тренинга для снижения уровня тревожности участников?

Решение. Для решения этой задачи психолог с помощью теста Тейлора дважды выявляет уровень тревожности у 14 участников до и после проведения тренинга.

Результаты измерения приведем в таблице 4.8, включив в нее столбец, необходимый для расчета по критерию знаков G.

Таблица 4.8

№ испытуемых	Уровень тревожности «до» тренинга	Уровень тревожности «после» тренинга	Сдвиг
1	30	34	+ 4
2	39	39	0
3	35	26	-9
4	34	33	-1
5	40	34	-6
6	35	40	+5
7	22	25	+3
8	22	23	+1
9	32	33	+1
10	23	24	+1
11	16	15	-1
12	34	27	-7
13	33	35	+2
14	34	37	+3

В столбце, обозначенном словом «Сдвиг», для каждого участника отдельно определяют, насколько изменился его уровень тревожности после проведения тренинга. Сдвиг — это величина разности между уровнями тревожности одного и того же участника «после» и «до» тренинга. Но не наоборот! Величины сдвигов обязательно должны быть даны в соответствующем столбце таблице с учетом знаков.

В критерии знаков по результатам, полученным в столбце таблицы, обозначенном словом «Сдвиг», подсчитываются суммы нулевых, положительных и отрицательных сдвигов. При использовании критерия знаков необходимо учитывать только сумму положительных и отрицательных сдвигов, а сумму нулевых — отбрасывать.

Проведем необходимый подсчет для нашей задачи: общее число (сумма) нулевых сдвигов = 1; общее число (сумма) положительных сдвигов = 8; общее число (сумма) отрицательных сдвигов = 5.

Таким образом, отбросив нулевые сдвиги, получаем 13 ненулевых сдвигов. При этом подсчет показал, что сдвиги имели место и что большая часть из них положительна.

Напомним, что критерий знаков G предназначен для установления того, как изменяются значения признака при повторном измерении связной выборки: в сторону увеличения или уменьшения. Поэтому, анализируя соотношение положительных и отрицательных сдвигов в нашей задаче, мы проверяем гипотезы:

H_0: После проведения тренинга не наблюдается достоверный сдвиг в сторону уменьшения уровня тревожности участников.

H_1: После проведения тренинга наблюдается достоверный сдвиг в сторону уменьшения уровня тревожности участников.

Сумма сдвигов, получившаяся наименьшей - нетипичный сдвиг: $G_{эмп}=5$.

По таблице 6 приложения, в которой приводятся критические величины 5% и 1% уровней значимости данного критерия, определяем критические значения критерия знаков. Поскольку в нашем примере $n = 13$, (это число ненулевых сдвигов), $G_{кр}=3$ для $p=0,05$ и $G_{кр}=1$ для $p=0,01$.

$G_{эмп} > G_{кр}$, следовательно принимаем гипотезу H_1.

Задача 6. Психолог проводит с младшими школьниками коррекционную работу по формированию навыков внимания, используя для оценки результатов корректурную пробу. Задача состоит в том, чтобы определить, будет ли уменьшаться количество ошибок внимания у младших школьников после специальных коррекционных упражнений? Для решения этой задачи психолог у 19 детей определяет количество ошибок при выполнении корректурной пробы до и после коррекционных упражнений. В таблице 4.9 приведены соответствующие экспериментальные данные.

Таблица 4.9

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
До	24	12	42	30	40	55	50	52	50	22	33	78	79	25	28	16	17	12	25
После	22	12	41	31	32	44	50	32	21	34	56	78	23	22	12	16	17	18	25

Решение. Воспользуемся парным критерием Т — Вилкоксона. Данные внесем в расчетную таблицу 4.10.

Таблица 4.10

№ испытуемых п/п	До	После	Сдвиг (значение разности с учетом знака)	Абсолютные величины разностей	Ранги абсолютных величин разностей	Символ нетипичного сдвига
1	24	22	- 2	2	10,5	
2	12	12	0	0	2	
3	42	41	-1	1	6,5	
4	30	31	+1	1	6,5	*
5	40	32	- 8	8	15	
6	55	44	- 11	11	16	
7	50	50	0	0	2	
8	52	32	-20	20	18	
9	50	32	- 18	18	17	
10	22	21	- 1	1	6,5	
11	33	34	+ 1	1	6,5	*
12	78	56	-22	22	19	
13	79	78	- 1	1	6,5	
14	25	23	-2	2	10,5	
15	28	22	-6	6	13,5	
16	16	12	-4	4	12	
17	17	16	- 1	1	6,5	
18	12	18	+ 6	6	13,5	*
19	25	25	0	0	2	
Сумма					190	26,5

Сформулируем гипотезы:

H_0: Интенсивность сдвигов в сторону уменьшения количество ошибок внимания у младших школьников после специальных коррекционных упражнений не превосходит интенсивности сдвигов в сторону их увеличения.

H_1: Интенсивность сдвигов в сторону уменьшения количество ошибок внимания у младших школьников после специальных коррекционных упражнений превосходит интенсивности сдвигов в сторону их увеличения.

Символом * мы отметили все имеющиеся в таблице нетипичные сдвиги. В нашем случае - это три положительных сдвига. Сумма рангов нетипичных сдвигов и будет искомая величина $T_{эмп}$. В нашем случае эта сумма равна: $T_{эмп}=6,5 + 6,5+ 13,5 = 26,5$.

По таблице 7 приложения определяем критические значения $T_{кр}$ для $n=19$.

Нужная нам строка таблицы 7 приложения выделена ниже в таблицу 4.11:

Таблица 4.11

n	α	
19	0,05	0,01
	53	38

$T_{эмп} < T_{кр}$, следовательно гипотеза H_0 отвергается. Интенсивность сдвигов в сторону уменьшения количество ошибок внимания у младших школьников после специальных коррекционных упражнений превосходит интенсивности сдвигов в сторону их увеличения.

Задача 7. Шести школьникам предъявляют тест Равена. Фиксируется время решения каждого задания. Выясняется вопрос — будут ли найдены статистически значимые различия между временем решения первых трех заданий теста? Психолог измерил время решения первых трех заданий теста у шести испытуемых. Результаты этих измерений приведены в таблице 4.12:

Таблица 4.12

№ испытуемых	Время решения первого задания теста в сек.	Время решения второго задания теста в сек.	Время решения третьего задания теста в сек.
1	8	3	5
2	4	1	12
3	6	23	15
4	3	6	6
5	7	12	3
6	15	24	12

Для нахождения различий можно было бы воспользоваться двумя предыдущими критериями, но тогда нужно было бы сравнивать между собой данные второго столбца с третьим и четвертым, а также данные третьего столбца с четвертым, т.е. выполнить три однотипных операции. Критерий Фридмана позволяет сразу сравнить между собой три и большее число столбцов, что возможность существенно ускорить процесс решения.

Применение критерия Фридмана требует выполнения следующих операций.

1. Ранжирование экспериментальных данных по строкам таблицы 4.12. Обратите внимание, что в этом случае ранжирование проводится не по столбцам (вертикально), т.е. по одному показателю в группе испытуемых, а по строкам (горизонтально), т.е. по всем показателям для одного испытуемого. Выполняя эту операцию в нашей задаче, перепишем еще раз таблицу 4.12, добавив в нее необходимые столбцы для значений рангов(табл. 4.13).

Таблица 4.13

№ испы-туемых п/п	Время решения первого задания теста в сек.	Ранги времени решения первого задания теста	Время решения второго задания теста в сек.	Ранги времени решения второго задания теста	Время решения третьего задания теста в сек.	Ранги времени решения третьего задания теста
1	8	3	3	1	5	2
2	4	1	15	3	12	2
3	6	1	23	3	15	2
4	3	1	6	2,5	6	2,5
5	7	2	12	3	3	1
6	15	2	24	3	12	1
Сумма рангов		10		15,5		10,5

2. Суммирование полученных рангов по столбцам таблицы 4.13.

В столбце 3 получена сумма рангов равная 10, в столбце 5 — равная 15,5 и в столбце 7 — равная 10,5.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Различия во времени решение трех первых заданий теста у шести испытуемых являются случайными.

H_1: Различия во времени решение трех первых заданий теста у шести испытуемых не являются случайными.

Расчет эмпирического значения критерия Фридмана проведем по формуле (25) :

$$\chi^2_{r\text{эмп}} = \left(\frac{12}{6\cdot 3\cdot 4}\cdot\left(10^2 + 15{,}5^2 + 10{,}5^2\right)\right) - 3\cdot 6\cdot 4 = 3{,}08.$$

По таблице 8-А приложения определяем величины критических значений $\chi_r^2{}_{кр}$ для числа испытуемых равному 6. Соответствующий блок таблицы 8-А приложения представлен в таблице 4.14:

Таблица 4.14

n	α	
	0,052	0,012
6	6,33	8,33

Подчеркнем, что с целью стандартизации предъявления табличных значений, критические значения, взятые из таблицы приложения, даны в виде, соответствующем ранее использованному варианту.

Следует особо подчеркнуть, что таблицы для поиска критических значений критерия Фридмана очень специфичны и отличаются от стандартных статических таблиц. Здесь уровни значимости α — даны нетрадиционно, и поэтому каждый раз следует выбирать наиболее близкие значения к 0,05 и 0,01. В нашем случае эти значения составляют 0,052 и 0,012.

$\chi_r^2{}_{эмп} > \chi_r^2{}_{кр}$, следовательно H_0 отклоняется.

Различия во времени решение трех первых заданий теста у шести испытуемых не являются случайными.

Задача 8. Психолог высказывает предположение о наличии следующей тенденции: время решения заданий теста будет возрастать по мере увеличения их сложности.

Для выявления этой тенденции психолог сравнивает время решения пяти заданий теста у шести испытуемых. Результаты первоначальной обработки представлены в таблице 4.15.

Таблица 4.15

№ испытуемых п/п	Время решения первого задания в сек.	Ранги времени решения первого задания теста	Время решения второго задания в сек.	Ранги времени решения второго задания теста	Время решения третьего задания в сек.	Ранги времени решения третьего задания теста	Время решения четвертого задания в сек.	Ранги времени решения четвертого задания теста	Время решения пятого задания в сек.	Ранги времени решения пятого задания теста
1	8	3	3	1	5	2	12	4	24	5
2	4	1	15	4	12	2	13	3	35	5
3	6	1	23	5	15	2	20	4	18	3
4	3	1	6	2,5	6	2,5	12	4	43	5
5	7	2	12	4,5	3	1	8	3	12	4,5
6	15	3	24	5	12	2	7	1	22	4
Сумма рангов		11		22		11,5		18		26,5

Решение. Сформулируем гипотезы.

H_0: Тенденция возрастания времени решения заданий теста, по мере увеличения их сложности, является случайной.

H_1: Тенденция возрастания времени решения заданий теста, по мере увеличения их сложности, не является случайной.

Эмпирическое значение критерия определим по формуле (26)

$L_{эмп}=11\cdot 1+11,5\cdot 2+19\cdot 3+22\cdot 4+26,5\cdot 5=311,5.$

По таблице 9 приложения критических значений находим для $n=6$ и $c=5$:

$$L_{кр}=\begin{cases}291\ для\alpha=0,05\\299\ для\alpha=0,01\end{cases}.$$

$L_{эмп} > L_{кр}$, следовательно принимается гипотеза H_1.

Задачи для самостоятельной работы

1. В группе слушателей ФПК по педагогике и психологии назрел глухой конфликт между иногородними слушателями и слушателями, проживавшими в Санкт-Петербурге, где и происходили занятия. В курсе психологического практикума по групповой психологии иногородним слушателям было предложено принять на себя роль петербуржцев и участвовать в споре на их стороне. 7 слушателей были протагонистами -активными игроками,

перевоплотившимися в петербуржцев, а 7 других суфлировали им, подсказывая реплики и ссылки на те или иные факты. После этого сеанса социодраматической замены ролей участникам был задан вопрос: "Если принять за 100% психологическую дистанцию между Вами и петербуржцами до дискуссии, то на сколько процентов она сократилась или увеличилась после дискуссии?"

Результаты представлены в таблице 4.16. Все показатели имеют отрицательный знак, что свидетельствует о сокращении дистанции (СидоренкоЕ.В., 1992). Могут ли эти данные использоваться как подтверждение идеи Д. Л. Морено о том, что принятие на себя роли оппонента способствует сближению с ним ?

Таблица 4.16

№ испытуемых	Группа 1: протагонисты (п1=7)	Группа 2: суфлеры (п2=7)
1	75	10
2	30	10
3	25	15
4	10	20
5	30	30
6	20	25
7	50	5

2. В исследовании С.К.Скаковского (1990) изучалась проблема психологических барьеров при обращении в службу знакомств у мужчин и женщин.

В эксперименте участвовали 17 мужчин и 23 женщины в возрасте от 17 до 45 лет (средний возраст 32,5 года). Испытуемые должны были отметить на отрезке точку, соответствующую интенсивности внутреннего сопротивления, которое им пришлось преодолеть, чтобы обратиться в службу знакомств. Длина отрезка, отражающая максимально возможное сопротивление, составляла 100 мм. В таблице 4.17 приведены показатели интенсивности сопротивления, выраженные в миллиметрах.

Можно ли утверждать, что мужчинам приходится преодолевать субъективно более мощное сопротивление?

Таблица 4.17

Группа 1 - мужчины (n_1=17)		Группа 2 - женщины (n_2=23)	
1	81	1	70
2	80	2	66
3	73	3	66
4	72	4	63
5	72	5	63
6	69	6	61
7	69	7	60
8	65	8	54
9	65	9	47
10	62	10	43
11	60	11	41
12	54	12	40
13	54	13	39
14	43	14	38
15	30	15	38
16	26	16	35
17	26	17	30
		18	27
		19	25
		20	23
		21	17
		22	10
		23	9

3. В выборке из 28 мужчин-руководителей подразделений крупного промышленного предприятия Санкт-Петербурга перед началом курса тренинга партнерского общения проводилось обследование с помощью 16-факторного личностного опросника Р.Б.Кеттелла. В таблице 4.18 приведены индивидуальные значения испытуемых по фактору N, отражающему житейскую искушенность и проницательность. Данные представлены в "сырых" баллах и сгруппированы по четырем возрастным группам. Можно ли утверждать, что есть определенная тенденция изменения значений фактора N при переходе от группы к группе?

Таблица 4.18

№ испытуемых	Группа 1: 26-31 год(n_1=7)	Группа 2: 32-37 лет (n_2=7)	Группа 3: 38-42 года (n_3=7)	Группа 4: 46-52 года (n_4=7)
1	2	11	8	11
2	10	7	12	12
3	5	8	14	9
4	8	12	9	9
5	10	12	16	10
6	7	12	14	14
7	12	9	10	13
Суммы	54	71	83	78
Средние	7,71	10,14	11,86	11,14

4. В исследовании Г.А.Бадасовой было установлено, что испытуемые по-разному относятся к наказаниям, которые совершают по отношению к их детям разные люди. Например, наказание со стороны самого родителя считается более приемлемым, чем наказание со стороны бабушки и тем более воспитательницы или учительницы. Оценки степени согласия с утверждениями о допустимости телесных наказаний по семибальной шкале в экспериментальной группе приведены в таблице 4.19 (больший балл соответствует большей степени согласия).

Таблица 4.19

Испытуемые	Условие 1: "Я сам наказываю"	Условие 2: "Бабушка наказывает"	Условие 3: "Учительница наказывает"
1	4	2	1
2	1	1	1
3	5	4	4
4	4	3	2
5	3	3	2
6	4	5	1
7	3	3	1
8	5	5	3
9	6	5	3
10	2	2	2
11	6	3	2
12	5	3	4
13	7	5	4
14	5	5	2
15	5	5	4
16	6	6	4
Суммы	71	60	40

Можно ли говорить о достоверной тенденции в оценках?

5. Двенадцать участников комплексной программы тренинга партнерского общения, продолжавшегося 7 дней, дважды оценивали у себя уровень владения тремя важнейшими коммуникативными навыками. Первое измерение производилось в первый день тренинга, второе - в последний. Участники должны были также наметить для себя реально достижимый, с их точки зрения, индивидуальный идеал в развитии каждого из навыков. Все измерения производились по 10-балльной шкале. Данные представлены в таблице 4.20.

Таблица 4.20

код имени участника		1 измерение						2 измерение					
		Активное слушание		Снижение эмоционального напряжения		Аргументация		Активное слушание		Снижение эмоционального напряжения		Аргументация	
		Реал.	Идеал.	Реал.	Идеал.	Реал.	Идеал.	Реал.	Идеал.	Реал.	Идеал.	Реал.	Идеал.
1	И.	6	9	5	8	5	8	7	10	6	10	7	9
2	Я.	3	5	1	3	4	5	5	7	4	6	5	7
3	Ин.	4	6	4	6	5	8	8	10	7	8	6	8
4	Р.	4	6	4	5	5	7	6	7	5	7	5	7
5	К.	6	9	4	9	4	8	4	10	5	10	5	10
6	Н..	6	8	5	8	3	6	8	9	7	9	6	8
7	Е.	3	8	5	10	2	6	7	8	8	10	5	7
8	Ле.	6	9	5	8	3	7	5	8	7	10	5	9
9	Ли.	6	8	5	9	5	9	7	8	6	9	5	9
10	Т.	5	8	6	9	5	8	7	10	7	10	6	10
11	Ет.	6	8	6	10	3	9	5	10	4	9	3	9
12	Б.	6	8	3	10	4	7	7	9	6	8	5	8

Ощущаются ли участниками достоверные сдвиги в уровне владения каждым из трех навыков после тренинга? Произошли ли по трем группам навыков разные сдвиги, или эти сдвиги для разных навыков примерно одинаковы? Уменьшается ли расхождение между "идеальным" и реальным уровнями владения навыками после тренинга?

§5. Критерии согласия распределений

1. χ^2 - критерий Пирсона.

Основная расчетная формула эмпирического значения χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_э - f_m)^2}{f_m}, \qquad (27)$$

где k - количество разрядов признака,

f_m - теоретическая частота,

$f_э$ - эмпирическая частота.

Если количество разрядов равно двум (принимает минимально возможное значение), то в расчетную формулу вносится поправка на непрерывность:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(|f_э - f_m| - 0{,}5)^2}{f_m}. , \qquad (28)$$

Критическое значение $\chi^2_{кр}$ определяется по таблице 10 приложения в соответствии с определенным числом степеней свободы и уровнем значимости.

Используется в двух вариантах:

а) для сопоставления эмпирического распределения с теоретическим; в этом случае проверяется нулевая гипотеза H_0 об отсутствии различий между теоретическим и эмпирическим распределением.

В качестве теоретических распределений могут выступать, например, равномерное или нормальное распределения.

В случае равномерного распределения теоретические частоты подсчитываются по формуле:

$$f_m = \frac{n}{k}, \qquad (29)$$

где n – количество наблюдений.

Число степеней свободы $v=k-1$.

В случае нормального распределения теоретическая частота подсчитывается по формуле:

$$f_m = \frac{nh}{\sigma} \cdot \varphi(u_i), \qquad (30)$$

где h – шаг (разность между двумя соседними значениями признака),

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma},$$

$\varphi(u)$- нормированная дифференциальная функция Лапласа.

Число степеней свободы рассчитывают как k-3.

б) как расчет однородности двух и более независимых экспериментальных выборок; в этом случае проверяется гипотеза H_0 об отсутствии различий между эмпирическими (экспериментальными) распределениями.

в) для сравнения показателей внутри одной выборки; в этом случае проверяется гипотеза H_0: сравниваемые признаки не влияют друг на друга.

В этом случае исходные данные удобно представлять в виде таблицы сопряженности 5.1:

Таблица 5.1

Разряды	Эмпирические частоты					
	первое распределение	второе распределение	…	j-ое распределение	…	с-ое распределение
1	n_{11}	n_{12}	…	n_{1j}	…	n_{1c}
2	n_{21}	n_{22}	…	n_{2j}	…	n_{2c}
…	…	…	…	…	…	…
i	n_{i1}	n_{i2}	…	n_{ij}	…	n_{ic}
…	…	…	…	…	…	…
k	n_{k1}	n_{r2}	…	n_{kj}	…	n_{kc}

Где n_{ij} – эмпирическая частота, соответствующая i-ому разряду j-ого распределения.

Для каждой ячейки таблицы, соответствующая теоретическая частота рассчитывается по формуле:

$$f_{mij} = \frac{\left(\sum_{j=1}^{c} n_{ij}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} n_{ij}\right)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{c} n_{ij}} \qquad (31)$$

или $$f_{mij} = \frac{(\text{сумма частот по строке})(\text{сумма частот по столбцу})}{\text{общее количество наблюдений}}. \qquad (32)$$

Число степеней свободы определяется по формуле*: v=(k-1)(c-1).*

В случае, когда число переменных в двух сравниваемых выборках велико, можно использовать для вычисления $\chi^2_{эмп}$ следующую формулу:

$$\chi^2_{эмп} = 4\sum_{i=1}^{k} \frac{(f_{k1})^2}{f_{k1} + f_{k2}} - 2n, \qquad (33)$$

где f_{k1}- частоты первого распределения,

f_{k2}- частоты второго распределения,

n- число элементов в каждой выборке.

Если число значений в выборках различно, то используют формулу:

$$\chi^2_{эмп} = \frac{(n_1 + n_2)^2}{n_1 n_2}\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{(f_{k1})^2}{f_{k1} + f_{k2}} - \frac{n_1^2}{n_1 + n_2}\right). \qquad (34)$$

Для применения критерия хи-квадрат необходимо соблюдать следующие условия:

1) измерение может быть проведено по любой шкале;

2) выборки должны быть случайными и независимыми;

3) желательно, чтобы объем выборки был больше 20. С увеличением объема выборки точность критерия повышается;

4) теоретическая частота для каждого выборочного интервала не должны быть меньше 5;

5) сумма наблюдений по всем интервалам должна быть равна общему количеству наблюдений.

2. λ- критерий Колмогорова-Смирнова

Критерий λ предназначен для сопоставления двух распределений:

а) эмпирического распределения с теоретическим;

б) одного эмпирического распределения с другим эмпирическим распределением.

Для применения λ- критерия необходимо соблюдать следующие условия:

1) измерение может быть проведено по шкале интервалов или отношений;

2) выборки должны быть случайными и независимыми;

3) желательно, чтобы суммарный объем двух выборок был большим или равным 50. С увеличением объема выборки точность критерия повышается;

4) эмпирические данные должны допускать возможность упорядочения по возрастанию или убыванию какого-либо признака и обязательно отражать какое-то его однонаправленное изменение.

Возможны гипотезы:

H_0: Различия между двумя распределениями не достоверны.

H_1: Различия между двумя распределениями достоверны.

Эмпирическое значение критерия для сопоставления эмпирического распределения с теоретическим определяется по формуле:

$$d_{эмп} = \max \frac{\left| f_э^* - f_m^* \right|}{n}, \qquad (35)$$

где $f_э^*$ - накопленные эмпирические частоты,

f_m^* - накопленные теоретические частоты.

Критическое значение критерия определяется по таблице 11 приложения, при определенном уровне значимости и данном объеме выборки. Если число элементов выборки больше 100, то величина критических значений вычисляется по формуле:

$$d_{кр} = \begin{cases} 1{,}36 / \sqrt{n} \\ 1{,}63 / \sqrt{n} \end{cases}. \qquad (36)$$

Эмпирическое значение критерия для сопоставления эмпирического распределения с другим эмпирическим распределением определяется по формуле:

$$\lambda_{эмп} = d_{\max} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, \qquad (37)$$

где n_1-количество наблюдений в первой выборке,

n_2- количество наблюдений во второй выборке,

d_{max}- наибольшая абсолютная величина разности между накопленными частостями по каждому разряду.

Уровень значимости соответствующий полученному значению λ определяется по таблице 12 приложения.

3. Критерий Фишера – φ

Критерий Фишера предназначен для сопоставления двух рядов выборочных значений по частоте встречаемости какого-либо признака. Этот критерий можно применять для оценки различий в любых двух выборках зависимых или независимых. С его помощью можно сравнивать показатели одной и той же выборки, измеренные в разных условиях.

Эмпирическое значение критерия подсчитываются по формуле:

$$\varphi_{эмп} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, \qquad (38)$$

где φ_1 - величина, определяемая по таблице 13 приложения, соответствующая большей процентной доле,

φ_2- величина, определяемая по таблице 13 приложения, соответствующая меньшей процентной доле.

Уровень значимости соответствующий полученному значению φ определяется по таблице 14 приложения.

Для применения критерия Фишера φ необходимо соблюдать следующие условия:

1) измерение может быть проведено по любой шкале;

2) характеристики выборок могут быть любыми;

3) нижняя граница – в одной из выборок может быть только два наблюдения, при этом во второй должно быть не менее 30 наблюдений. Верхняя граница не определена;

4) нижние границы двух выборок должны содержать не меньше 5 элементов (наблюдений) в каждой.

Примеры решения задач

Задача 1. Психолог решает задачу: будет ли удовлетворенность работой на данном предприятии распределена равномерно по следующим альтернативам (градациям):1 - Работой вполне доволен; 2 - Скорее доволен, чем не доволен;

3-Трудно сказать, не знаю, безразлично; 4-Скорее недоволен, чем доволен; 5 - Совершенно недоволен работой. Для решения этой задачи производится опрос случайной выборки из 65 респондентов (испытуемых) об удовлетворенности работой: «В какой степени Вас устраивает Ваша теперешняя работа?», причем ответы должны даваться согласно вышеозначенным альтернативам. Полученные ответы представлены в таблице 5.2.

Таблица 5.2

Альтернативы	1	2	3	4	5
Частота выбора	8	22	14	9	12

Решение. Сформулируем гипотезы.

H_0: распределение выбора альтернатив не отличается от равномерного.

H_1 : распределение выбора альтернатив отличается от равномерного.

Проверку гипотез проведем с помощью критерия χ^2. Рассчитаем теоретические частоты для равномерного распределения по формуле 30 и занесем значения во вспомогательною расчетную таблицу 5.3.

Таблица 5.3

Альтернативы	$f_э$	$f_т$	$f_э - f_m$	$(f_э - f_m)^2$	$\frac{(f_э - f_m)^2}{f_m}$
1	8	13	-5	25	1,92
2	22	13	+9	81	6,23
3	14	13	+ 1	1	0,08
4	9	13	-4	16	1,23
5	12	13	-1	1	0,08
Суммы	65	65	0		$\chi^2_{эмп}$=9,54

Число степеней свободы *v=5-1=4*. По таблице 10 приложения находим:

$$\chi^2_{кр}=\begin{cases}9{,}488 \text{ для } \alpha \le 0{,}05\\ 13{,}277 \text{ для } \alpha \le 0{,}01\end{cases}.$$

Строим «ось значимости»:

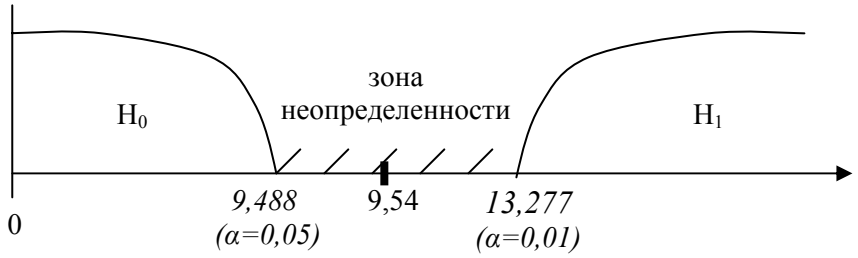

Рис.16

Величина $\chi^2_{эмп}$ попала в зону неопределенности. Можно считать, однако, что полученные различия значимы на уровне 0,05 и принять гипотезу H_1 о различии теоретического и эмпирического распределений.

Задача 2. У 267 человек был измерен рост. Будет ли полученное в этой выборке распределение роста близко к нормальному? Данные представлены в таблице 5.4.

Таблица 5.4

Интервалы роста	[156,5-159,5)	[159,5-162,5)	[162,5-165,5)	[165,5-168,5)	[168,5-171,5)	[171,5-174,5)	[174,5-177,5)	[177,5-180,5)	[180,5-183,5]
Число человек	3	9	31	71	82	46	19	5	1

Решение.

Сформулируем гипотезы.

H_0: распределение роста не отличается от нормального.

H_1 : распределение роста отличается от нормального.

Проверку гипотез проведем с помощью критерия χ^2.

Рассчитаем теоретические частоты по формуле 30. Длина интервала h=3. Так как теоретическая частота в первом и последнем интервалах меньше пяти,

т. е. не выполняется ограничение (4) критерия χ^2, объединим первый интервал со вторым, а последний с предпоследним. Вспомогательные расчеты оформим в виде таблицы 5.5:

Таблица 5.5

Альтернативы	Центры интервалов X_i	Эмпирические частоты $f_э$		$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	Теоретические частоты $f_m = \frac{nh}{\sigma} \cdot \varphi(u_i)$		$f_э - f_m$	$(f_э - f_m)^2$	$\frac{(f_э - f_m)^2}{f_m}$
1	158	3	12	-2,76	1,74	12,18	-0,18	0,03	0,01
2	161	9		-2,02	10,44				
3	164	31		-1,29	34,25		-3,25	10,56	0,31
4	167	71		-0,55	67,65		3,35	11,22	0,17
5	170	82		0,19	77,30		4,70	22,10	0,29
6	173	46		0,93	51,08		-5,08	25,79	0,50
7	176	19		1,67	19,51		-0,51	0,26	0,01
8	179	5	6	2,41	4,40	5	1	1	0,20
9	182	1		3,15	0,60				
Суммы	1530	267		-	267				$\chi^2_{эмп}$ =1,49

Число степеней свободы рассчитаем как *k-3=7-3=4*. По таблице 10 приложения находим: $\chi^2_{кр} = \begin{cases} 9{,}488 \text{ для } \alpha \le 0{,}05 \\ 13{,}277 \text{ для } \alpha \le 0{,}01 \end{cases}$. Строим «ось значимости»:

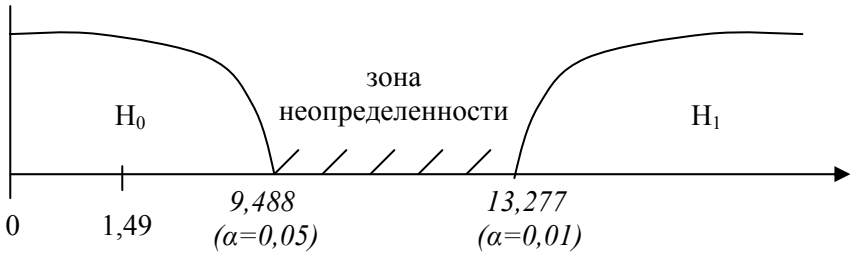

Рис.17

Полученная величина эмпирического значения хи-квадрат попала в зону незначимости, поэтому необходимо принять гипотезу H_0 об отсутствии различий. Следовательно, есть основания утверждать, что распределения роста близко к нормальному.

Задача 3. По данным диагностики темперамента, с помощью опросника Г. Айзенка, и диагностики профессиональных предпочтений, с помощью опросника ДДО Климова, 93 подростков определить влияет ли тип

темперамента на профессиональные предпочтения. Результаты исследования представлены в таблице 5.6.

Таблица 5.6

Профессиональные предпочтения		Человек – техника	Человек - знаковая система	Человек – человек	Всего
Тип темперамента	№ столбца / № строки	1	2	3	-
Холерик	1	1	5	15	21
Сангвиник	2	13	5	9	27
Меланхолик	3	2	17	3	22
Флегматик	4	16	3	4	23
Итого	-	32	30	31	93

Решение. Сформулируем гипотезы.

H_0: Тип темперамента не влияет на профессиональные предпочтения.

H_1: Тип темперамента влияет на профессиональные предпочтения.

Для проверки гипотез будем использовать критерий хи-квадрат и расчетную формулу 27.

Вычислим сначала теоретические частоты по формуле 31:

$f_{m11}=(21*32)/93=7,2$; $f_{m12}=(21*30)/93=6,8$; $f_{m13}=(21*31)/93=7$; $f_{m21}=(27*32)/93=9,3$; $f_{m22}=(27*30)/93=8,7$; $f_{m23}=(27*31)/93=9$; $f_{m31}=(22*32)/93=7,6$; $f_{m32}=(22*30)/93=7,1$; $f_{m33}=(22*31)/93=7,3$; $f_{m41}=(23*32)/93=7,9$; $f_{m42}=(23*30)/93=7,4$ $f_{m43}=(23*31)/93=7,7$.

Дальнейшие расчеты оформим в таблице 5.7.

Таблица 5.7

Альтернативы	$f_э$	$f_т$	$f_э - f_m$	$(f_э - f_m)^2$	$\frac{(f_э - f_m)^2}{f_m}$
n11n	1	7,2	-6,2	38,44	5,34
n12	5	6,8	-1,8	3,24	0,48
n13	15	7	8	64	9,14
n21	13	9,3	3,7	13,69	1,47
n22	5	8,7	-3,7	13,69	1,57
n23	9	9	0	0	0
n31	2	7,6	-5,6	31,36	4,13
n32	17	7,1	9,9	98,01	13,80
n33	3	7,3	-4,3	18,49	2,53
n41	16	7,9	8,1	65,61	8,31
n42	3	7,4	-4,4	19,36	2,62
n43	4	7,7	-3,7	13,69	1,78
Суммы	93	93	0	-	$\chi^2_{эмп}=51,17$

Число степеней свободы будет равно *v=(4-1)*(3-1)=6*.

По таблице 10 приложения находим: $\chi^2_{кр}=\begin{cases}12{,}592 \text{ для } \alpha \le 0{,}05\\ 16{,}812 \text{ для } \alpha \le 0{,}01\end{cases}$. Строим «ось значимости»:

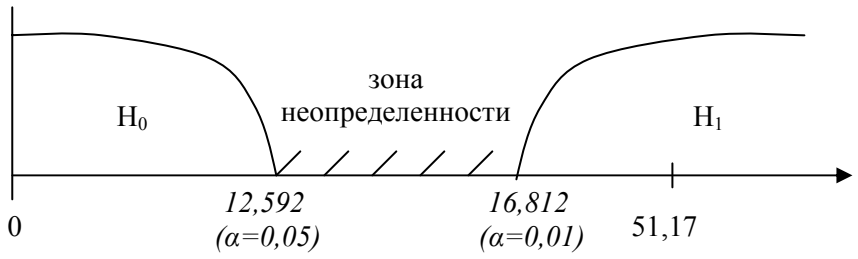

Рис.18

Полученная эмпирическая величина критерия хи-квадрат попала в зону значимости. Иными словами следует принять гипотезу H_1 о том, что тип темперамента влияет на профессиональные предпочтения.

Задача 4. По данным аттестационной комиссии из 53 студентов энергетического факультета 23 справились на отлично, а из 45 студентов экономического факультета с тем же заданием справились 23 человека. Можно ли утверждать, что различия в успешности решения аттестационной работы экономистами и энергетиками достоверны.

Решение. Сформулируем гипотезы.

H_0: Различия в успешности решения недостоверны.

H_1: Различия в успешности решения достоверны.

Для проверки гипотез будем использовать φ-критерий Фишера.

Рассчитаем сначала процентные доли успешных решений для экономического и энергетического факультетов:

*(23/53)*100%=43,4%; (23/45)*100%=51,1%.*

По таблице 13 приложения найдем величины φ_1 и φ_2, соответствующие процентным доля в каждой группе. Для *51,1%* - $\varphi_1=1{,}593$, а для *43,4%* - $\varphi_2=1{,}438$. Эмпирическое значение вычислим по формуле 38 $\varphi_{эмп}=0{,}76$.

По таблице 14 приложения определяем критические значения критерия:

$\varphi_{кр}=\begin{cases}1{,}64 \text{ для } \alpha \le 0{,}05 \\ 2{,}28 \text{ для } \alpha \le 0{,}01\end{cases}$. Строим «ось значимости»:

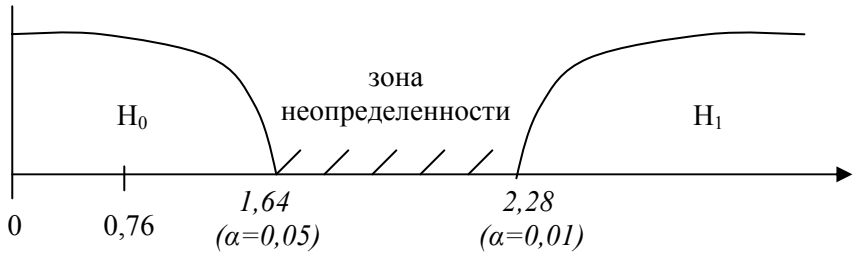

Рис.19

Так как эмпирическое значение попала в зону незначимости, то необходимо принять гипотезу H_0. Иными словами, различия в успешности решения аттестационной работы экономистами и энергетиками не достоверны.

Задачи для самостоятельного решения

1. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема n=200, представленным в таблице 5.8:

Таблица 5.8

x_i	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с заданным эмпирическим распределением.

Таблица 5.9

X_i; X_{i+1}	-20;-10	-10;0	0;10	10;20	20;30	30;40	40;50
n_i	20	47	80	89	40	16	8

3. Дан ряд распределения значений амплитуды установившихся колебаний руки человека. Проверить отличается ли данное распределение от нормального.

Таблица 5.10

Среднее значение интервала	41,5	45,5	49,5	53,5	57,5	61,5	65,5	69,5	73,5	77,5	81,5
Частость	0,010	0,015	0,045	0,125	0,145	0,290	0,185	0,110	0,065	0,000	0,010

4. Одинаков ли уровень профессиональной ориентации на экономическом и социальном факультетах, если из закончивших экономический факультет 98 человек, стали работать по специальности 64 человека, а из закончивших факультет социальных наук 63 человек – 39 стали работать по специальности.

5. Психолог сравнивает два эмпирических распределения, в каждом из которых было обследовано 70 человек по тесту интеллекта. Различаются ли между собой эти два распределения?

Таблица 5.11

Уровни интеллекта	60	70	80	90	100	110	120	130	140
1-е распределение	1	3	8	17	26	7	5	2	1
2-е распределение	0	1	2	19	20	13	10	4	1

6. По данным наблюдения определить, имеется ли у людей сопряженность между цветом волос и цветом глаз. Частоты совместного распределения приведены в таблице 5.12.

Таблица 5.12

	светлые	русые	черные	рыжие
голубые	177	71	17	14
серые	95	119	75	25
карие	12	44	23	8

7. Используя критерий Колмогорова – Смирнова проверить, отличается ли приведенное в таблице 5.13 распределение от равномерного.

Таблица 5.13

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	18	23	15	21	25	18

8. В проективной методике Х. Хекхаузена (модификация ТАТ) испытуемому последовательно предъявляются 6 картин. Всякий раз он сначала рассматривает картину в течение 20 сек, а затем, в течение 5 минут, пишет по ней рассказ, стараясь, в соответствии с инструкцией, проявить "максимум фантазии и воображения".

После того, как испытуемый закончит писать первый рассказ, ему предъявляется вторая картина, и т. д.

В данном исследовании разным испытуемым картины предъявлялись в разном порядке, так что каждая картина оказывалась первой, второй, третьей и т.д. примерно одинаковое количество раз.

При обследовании 113 человек в возрасте от 20 до 35 лет (средний возраст 23,2 года, 67 мужчин, 46 женщин) было установлено, что в рассказах по картинам с условными названиями "Преподаватель и ученик" и "Мастер измеряет деталь" словесные формулировки, отражающие "боязнь неудачи", встречаются гораздо чаще, чем в рассказах по другим картинам, в особенности по картине "Улыбающийся юноша" (см. табл. 5.14).

Таблица 5.14

Название картины		Количество вербальных реакций, отражающих “надежду на успех”		Количество вербальных реакций, отражающих “боязнь неудачи”		Всего
1	"Мастер измеряет деталь"	Л	106	138	Б	244
2	"Преподаватель и ученик"	В	102	180	Г	282
3	"В цехе у машины"	А	108	34	Е	142
4	"У двери директора"	Ж	50	87	З	137
5	"Человек в бюро"	И	99	57	К	156
6	"Улыбающийся юноша"	Л	115	20	м	135
Всего		580		516		1096

Можно ли утверждать, что картины методики обладают разной побудительной силой в отношении мотивов: а)"надежда на успех"; б)"боязнь неудачи"?

Как следует из таблицы 5.14, нет почти ни одной картины, которая в равной мере стимулировала бы мотив "надежда на успех" и мотив "боязнь неудачи". Можно ли считать стимульный набор методики Хекхаузена неуравновешенным по направленности воздействия.

9. В процессе проведения транзактно-аналитических сессий установлено, что запреты на «психологические поглаживания» встречаются с неодинаковой частотой. Например, многие участники тренинга признают у себя запрет “Не проси психологических поглаживания у других людей”, а запрет “Не давай психологических поглаживаний самому себе” встречается гораздо реже (см. табл. 5.15).

Таблица 5.15

Запрет		Частота	Доля по отношению к общему количеству
1	Не давай психологических поглаживаний	44	15,66%
2	Не принимай психологических поглаживаний	45	16,01%
3	Не проси психологических поглаживаний	98	34.88%
4	Не отказывайся от психологических поглаживаний, даже если они тебе не правятся	58	20.64%
5	Не давай психологических поглаживании самому себе	36	12,81%
Всего		281	100,00%

Можно ли считать, что распределение запретов не является равномерным?

Можно ли утверждать, что запрет "Не проси" встречается достоверно чаще остальных?

10. В социально-психологическом исследовании стереотипов мужественности Н. В. Стан (1992) выборке из 31 женщин с высшим образованием в возрасте от 22 до 49 лег (средний возраст 35 дет) предъявлялись напечатанные на отдельных карточках перечни качеств,

характеризующих один из четырех типов мужественности: мифологический, национальный, современный и религиозный. Испытуемым предлагалось внимательно ознакомиться с предложенными описаниями и выбрать из них то, которое в большей степени соответствует их представлению об идеальном мужчине. Затем испытуемым предлагалось выбрать одну из 3 оставшихся карточек, а затем одну из двух оставшихся. Результаты эксперимента представлены в таблице 5.16.

Таблица 5.16.

Тип мужественности	Эмпирические позиции				Всего
	1	2	3	4	
1. *Мифологический тип:* Мощный сильный, стройный, ловкий, бесстрашный, гордый, непокорный, уверенный, дерзкий, непреклонный, вспыльчивый, гневный, борец.	2 А	6 Б	4 В	19 Г	31
2. *Национальный тип:* Ловкий, решительный, сдержанный, великодушный, преданный, открытый, бесхитростный, милосердный, уверенный, честный, доверчивый, защитник.	19 Д	4 Е	7 Ж	1 З	31
3. *Современный тип:* Сильный, властный, сдержанный, уверенный, рассудочный, постоянный, агрессивный, практичный, эрудированный, самостоятельный, решительный, деятельный, энергичный, волевой	7 И	10 К	12 Л	2 М	31
4. *Религиозный тип:* Мягкий, миролюбивый, спокойный, кроткий, уступчивый, искренний, внимательный, выносливый, терпеливый, чувствительный	3 Н	11 О	8 П	9 Р	31
Всего	31	31	31	31	124

Различаются ли распределения предпочтений, выявленные по каждому из 4-х типов, между собой?

Можно ли утверждать, что предпочтение отдается какому-то одному или двум из типов мужественности? Наблюдается ли какая-либо групповая тенденция предпочтений?

11. В выборке студентов факультета психологии Санкт-Петербургского университета с помощью известного "карандашного" теста определялось преобладание правого или левого глава в прицельной способности глаз. Совпадают ли эти данные с результатами обследования 100 студентов

медицинских специальностей, представленными Т.А. Доброхотовой и Н Н. Брагиной (1994) (табл. 5.17)?

Таблица 5.17.

	Количество испытуемых с преобладанием левого глаза	Количество испытуемых с преобладанием правого глаза	Суммы
Студенты-психологи	7	8	14
Студенты -медик и	19	81	100
Суммы	25	89	114

12. В исследовании А.А.Кузнецова (1991) изучались различия в реагировании на вербальную агрессию между милиционерами патрульно-постовой службы и обычными гражданами. Экспериментатор в дневное время поджидал на достаточно многолюдной остановке вблизи от милицейского общежития появления мужчины в возрасте 25-35 лет и, установив с ним контакт глаз, обращался к нему с агрессивной формулой: "Ну, чего уставился?! Чего надо?!" Реакция испытуемого наблюдалась и запоминалась экспериментатором. После этого испытуемому приносились извинения, и предъявлялась справка о том, что ее предъявитель является исполнителем научного эксперимента по исследованию стилей реагирования на агрессию на факультете психологии Санкт-Петербургского университета. Кроме того, экспериментатор выяснял, является ли испытуемый милиционером патрульно-постовой службы или обычным гражданином. Таким образом, была собрана выборка из 25 милиционеров, которые в данный момент были не в форме и не на посту, то есть были такими же участниками гражданской жизни, как и другие граждане, и выборка из 25 граждан, не являвшихся милиционерами. Из 25 милиционеров 10 не продолжили разговора с агрессором, а 15 продолжили его, обратившись к нему с ответной фразой. Из этих 15 реакций 10 были неагрессивными и примирительными, например, "Так просто... Закурить не найдется?" или "Сколько времени, не скажешь?" или дружески: "Ух ты какой!" или мягко: "А чего ты тут стоишь?". 5 реакций были агрессивными, например,

"Что?! А ну, повтори!" или "Ты что-то вякнул или мне послышалось?" или "Я тебе сейчас уставлюсь. Ну-ка, иди сюда!"

Из 25 гражданских лиц 18 предпочли не вступать в разговор, 3 человека продолжили контакт, обратившись к экспериментатору с неагрессивной, примирительной фразой вроде: "Ничего, просто смотрю" или "А может быть, вы мне понравились". Оставшиеся 4 человека продолжили контакт, дав агрессивный ответ, например, "А ты что, резкий, что ли?" и т.п.

Можно ли утверждать, что милиционеры патрульно-постовой службы в большей степени склонны продолжать разговор с агрессором, чем другие граждане?

Можно ли утверждать, что милиционеры склонны отвечать агрессору более примирительно, чем гражданские лица?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ермолаев О. Ю. Математическая статистика для психологов. М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 2002.

2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1999.

3. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: Социально-психологический центр, 1996.

4. Суходольский Г. В. Основы математической статистики для психологов. Л.: ЛГУ, 1972.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1 – Значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006

Таблица 1. Продолжение

3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Таблица 2 – Критические значения критерия Q Розенбаума для уровней статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$.

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$\alpha \le 0{,}05$																
11	6															
12	6	6														
13	6	6	6													
14	7	7	6	6												
15	7	7	6	6	6											
16	8	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
$\alpha \le 0{,}01$																
11	9															
12	9	9														
13	9	9	9													
14	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9											
16	9	9	9	9	9	9										
17	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

Таблица 3 – Критические значения критерия U Манна-Уитни для уровней статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$ (по Гублеру Е.В., Генкину А.А., 1973).

Различия между двумя выборками можно считать значимыми ($\alpha \le 0{,}05$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{0,05}$ и тем более достоверными ($\alpha \le 0{,}01$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{0.01}$.

n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_2	α=0,05																		
3	-	0																	
4	-	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	12	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
α=0,01																			
5	-	-	0	1															
6	-	-	1	2	3														
7	-	0	1	3	4	6													
8	-	0	2	4	6	7	9												
9	-	1	3	5	7	9	11	14											
10	-	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	-	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	-	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	38	34	40	47	57	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Таблица 3. Продолжение

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$\alpha = 0{,}05$																	
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179
25	23	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220
30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	156	173	186	199	213	226	239	253
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278
37	36	49	63	77	92	106	212	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311
	$\alpha = 0{,}01$																	
21	10	16	22	29	65	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	141
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	132	143	155	166	177	188	200
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266

Таблица 3. Продолжение

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$\alpha = 0{,}05$																		
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	594	611	628
	$\alpha = 0{,}01$																		
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	162	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	271	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	273	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

Таблица 3. Продолжение

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$\alpha = 0{,}05$																	
41	40	55	70	86	102	118	135	151	168	184	201	218	234	251	268	285	302	319
42	41	56	72	88	105	121	138	155	172	189	206	223	240	258	275	292	310	327
43	42	58	74	91	107	124	142	159	176	194	211	229	247	264	282	300	318	335
44	43	59	76	93	110	128	145	163	181	199	216	235	253	271	289	307	325	344
45	44	61	78	95	113	131	149	167	185	203	222	240	259	277	296	315	333	352
46	45	62	80	97	115	134	152	171	189	208	227	246	265	284	303	322	341	360
47	46	64	81	100	118	137	156	175	194	213	232	251	271	290	310	329	349	369
48	47	65	83	102	121	140	159	178	198	218	237	257	277	297	317	337	357	377
49	48	66	85	104	123	143	163	182	202	222	243	263	283	303	324	344	365	385
50	49	68	87	106	126	146	166	186	207	227	248	268	289	310	331	352	372	393
51	50	69	89	109	129	149	170	190	211	232	253	274	295	316	338	359	380	402
52	51	71	91	111	131	152	173	194	215	237	258	280	301	323	345	366	388	410
53	52	72	92	113	134	155	177	198	220	241	263	285	307	329	352	374	396	418
54	53	74	94	115	137	158	180	202	224	246	269	291	313	336	359	381	404	427
55	54	75	96	118	139	161	184	206	228	251	274	297	319	342	365	389	412	435
56	55	76	98	120	142	164	187	210	233	256	279	302	326	349	372	396	420	443
57	57	78	100	122	145	167	191	214	237	216	284	308	332	355	379	403	427	451
58	58	79	102	124	147	171	194	218	241	265	289	314	338	362	386	411	435	460
59	59	81	103	127	150	174	198	222	246	270	295	319	344	369	393	418	443	468
60	60	82	105	129	153	177	201	225	250	275	300	325	350	375	400	426	451	476
$\alpha = 0{,}01$																		
41	23	36	49	63	77	91	106	121	136	151	166	181	196	211	227	242	258	273
42	23	37	50	65	79	94	109	124	139	155	170	186	201	217	233	249	265	280
43	24	38	52	66	81	96	112	127	143	159	175	190	207	223	239	255	271	288
44	25	39	53	68	83	99	115	130	146	163	179	195	212	228	245	262	278	295
45	25	40	54	70	85	101	117	134	150	167	183	200	217	234	251	268	285	303
46	26	41	56	71	87	104	120	137	154	171	188	205	222	240	257	275	292	310
47	27	42	57	73	90	106	123	140	157	175	192	210	228	245	263	281	299	317
48	27	43	58	75	92	109	126	143	161	179	197	215	233	251	269	288	306	325
49	28	44	60	77	94	111	129	147	165	183	201	220	238	257	276	294	313	332
50	29	45	61	78	96	114	132	150	168	187	206	225	244	263	282	301	320	339
51	29	46	63	80	98	116	135	153	172	191	210	229	249	268	288	307	327	347
52	30	47	64	82	100	119	137	157	176	195	215	234	254	274	294	314	334	354
53	31	48	65	83	102	212	140	160	179	199	219	239	259	280	300	320	341	361
54	31	49	67	85	105	114	143	163	183	203	224	244	265	285	306	327	348	369
55	32	50	68	87	106	126	146	166	187	207	228	249	270	291	312	333	355	376
56	33	51	69	89	108	129	149	177	190	211	233	254	275	297	318	340	362	384
57	33	52	71	90	111	131	152	173	194	215	237	259	281	302	324	347	369	391
58	34	53	72	92	113	133	155	176	198	220	242	264	286	308	331	353	376	398
59	34	54	73	94	115	136	158	179	201	224	246	268	291	314	337	360	283	406
60	35	55	75	96	117	138	160	183	205	228	250	273	296	320	343	366	390	413

Таблица 3. Продолжение

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$\alpha = 0{,}05$																		
41	336	353	370	387	404	421	438	456	473	490	507	524	541	559	576	593	610	628	645
42	345	362	380	397	415	432	450	467	485	503	520	538	556	573	591	609	626	644	662
43	353	371	389	407	425	443	461	479	479	515	533	552	570	588	606	624	642	660	679
44	362	380	399	417	436	454	473	491	510	528	547	565	584	602	621	640	658	677	695
45	371	390	408	427	446	465	484	503	522	541	560	579	598	617	636	655	674	693	712
46	380	399	418	437	457	476	495	515	534	554	573	593	612	631	651	670	690	709	729
47	388	408	428	447	467	487	507	527	547	566	586	606	626	646	666	686	706	726	746
48	397	417	437	458	478	498	518	539	559	579	600	620	640	661	681	701	722	742	763
49	406	426	447	468	488	509	530	550	571	592	613	634	654	675	696	717	738	759	780
50	414	435	457	478	499	520	541	562	583	605	626	647	669	690	711	732	754	775	796
51	423	445	466	488	509	531	553	574	596	618	639	661	683	704	726	748	770	791	813
52	432	545	476	408	520	542	564	586	608	630	652	675	697	719	741	763	786	808	830
53	441	463	485	508	530	553	575	598	620	643	666	688	711	734	756	779	802	824	847
54	449	472	495	518	541	564	587	610	633	656	679	702	725	748	771	794	818	841	864
55	458	481	505	528	551	575	598	622	645	669	692	716	739	763	786	810	834	857	881
56	467	491	514	538	562	586	610	634	657	681	705	729	753	777	801	825	850	874	898
57	476	500	524	548	572	597	621	645	670	694	719	743	768	792	816	841	865	890	915
58	484	509	534	558	583	608	633	657	682	707	732	757	782	807	832	856	881	906	931
59	493	518	543	568	594	619	644	669	694	720	754	770	796	821	847	872	897	923	948
60	502	527	553	578	604	630	655	681	707	733	758	784	810	836	862	888	913	939	965
$\alpha = 0{,}01$																			
41	289	304	320	336	351	367	383	398	414	430	446	462	477	493	509	525	541	557	573
42	296	312	328	345	361	377	393	409	425	442	458	474	490	507	523	539	556	572	588
43	304	321	337	354	370	387	403	420	437	453	470	487	503	520	537	553	570	587	604
44	312	329	346	363	380	397	414	431	448	465	482	499	516	533	550	568	585	602	619
45	320	337	354	372	389	407	424	441	459	476	494	511	529	547	564	582	599	617	635
46	328	345	363	381	399	416	434	452	470	488	506	524	542	560	578	596	614	632	650
47	335	353	372	390	408	426	445	463	481	500	518	536	555	573	592	610	529	547	666
48	343	362	380	399	418	436	455	474	492	511	530	549	568	587	606	625	643	662	681
49	351	370	389	408	427	446	465	484	504	523	542	561	581	600	619	639	658	678	697
50	359	378	398	417	437	456	476	795	515	535	554	574	594	613	633	653	673	693	713
51	366	386	406	526	446	466	486	506	526	546	566	587	607	627	647	667	688	708	728
52	374	395	415	435	456	476	496	517	537	558	578	599	620	640	661	682	702	723	744
53	382	403	423	444	465	486	507	528	549	570	591	612	633	654	675	696	717	738	759
54	390	411	432	453	475	496	517	538	560	581	603	624	646	667	689	710	732	735	775
55	398	419	441	462	484	506	527	549	571	593	615	637	659	680	702	724	746	768	790
56	405	427	449	471	494	516	538	560	582	605	627	649	671	694	716	738	761	784	806
57	413	436	458	581	503	526	548	571	593	616	639	662	684	707	730	753	776	799	822
58	421	444	467	490	513	536	559	582	605	628	651	674	697	721	744	767	790	814	837
59	429	452	475	499	522	545	569	592	616	640	663	687	710	734	758	781	805	829	853
60	437	460	484	508	532	555	579	603	627	651	675	699	723	747	772	769	820	844	868

Таблица 3. Окончание

n_1	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
n_2	α=0,05																			
41	662																			
42	679	697																		
43	697	715	733																	
44	714	733	751	770																
45	731	750	769	789	808															
46	749	768	788	807	827	846														
47	766	786	806	826	846	866	886													
48	783	804	824	845	865	886	906	927												
49	800	821	842	863	884	905	926	947	968											
50	818	839	861	882	903	925	946	968	989	1010										
51	835	857	879	901	922	944	966	988	1010	1032	1054									
52	852	875	897	919	942	964	986	1009	1031	1053	1076	1098								
53	870	893	925	938	961	934	1006	1029	1052	1075	1098	1120	1143							
54	887	910	934	957	980	1003	1026	1050	1073	1096	1119	1143	1666	1189						
55	904	928	952	975	999	1023	1046	1070	1094	1113	1141	1165	1189	1213	1236					
56	922	946	970	994	1018	1042	1067	1091	1115	1139	1163	1187	1212	1236	1260	1284				
57	939	964	988	1013	1037	1062	1087	1111	1136	1161	1185	1210	1235	1259	1284	1309	1333			
58	956	981	1007	1032	1057	1082	1007	1132	1157	1182	1207	1232	1257	1283	1308	1333	1358	1383		
59	974	999	1025	1050	1076	1101	1127	1152	1178	1204	1229	1255	1280	1306	1331	1357	1383	1408	1434	
60	991	1017	1043	1069	1095	1121	1147	1173	1199	1225	1251	1277	1303	1329	1355	1381	1407	1433	1460	1486
α=0,01																				
41	589																			
42	605	621																		
43	621	637	654																	
44	636	654	671	688																
45	632	670	688	706	723															
46	668	687	705	723	741	759														
47	684	703	722	740	759	777	796													
48	700	719	738	755	776	795	814	834												
49	716	736	755	775	794	814	833	853	872											
50	732	752	777	792	812	832	852	872	892	912										
51	748	769	789	809	830	850	870	891	911	932	952									
52	764	785	806	827	847	868	889	910	931	951	972	993								
53	780	802	823	844	865	886	908	929	950	971	993	1014	1035							
54	796	818	840	861	883	905	926	948	970	991	1013	1035	1057	1078						
55	812	834	857	879	801	923	945	967	989	1011	1034	1056	1078	1100	1122					
56	828	851	873	896	919	941	964	986	1009	1031	1054	1077	1099	1122	1145	1167				
57	844	867	890	913	936	959	982	1005	1028	1051	1074	1098	1121	1141	1167	1190	1213			
58	861	884	907	931	954	978	1001	1024	1048	1071	1095	1118	1142	1165	1189	1213	1236	1260		
59	877	900	924	948	972	996	1020	1044	1068	1091	1115	1139	1163	1187	1211	1235	1259	1283	1307	
60	893	917	941	965	990	1014	1038	1063	1087	1111	1136	1160	1185	1209	1234	1258	1282	1307	1331	1356

Таблица 4 – Критические значения критерия H Крускала-Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2 и n_3

Различия между тремя выборками можно считать достоверными на указанном в таблице уровне значимости, если $H_{эмп}$ достигает соответствующего критического значения или превышает его.

Объемы выборок					Объемы выборок					Объемы выборок				
n_1	n_2	n_3	H	α	n_1	n_2	n_3	H	α	n_1	n_2	n_3	H	α
2	1	1	2,7000	0,500	4	4	1	6,6667	0,010	5	4	1	6,9545	0,008
2	2	1	3,6000	0,2000				6,1667	0,022				6,8400	0,011
2	2	2	4,5714	0,067				4,9667	0,048				4,9855	0,044
3	1	1	3,2000	0,300				4,8667	0,054				4,8600	0,056
3	2	1	4,2857	0,100				4,1667	0,082				3,9873	0,098
			3,8571	0,133				4,0667	0,102				3,9600	0,102
3	2	2	5,3572	0,029	4	4	2	7,0364	0,006	5	4	2	7,2045	0,009
			4,7143	0,048				6,8727	0,011				7,1182	0,010
			4,5000	0,067				5,4545	0,046				5,2727	0,049
			4,4643	0,105				5,2364	0,052				5,2682	0,050
3	3	1	5,1429	0,043				4,5545	0,098				4,5409	0,098
			4,5714	0,100				4,4455	0,103				4,5182	0,101
			4,0000	0,129	4	4	3	7,1439	0,010	5	4	3	7,4449	0,010
3	3	2	6,2500	0,011				7,1364	0,011				7,3949	0,011
			5,3611	0,032				5,5985	0,049				5,6564	0,049
			4,5556	0,100				4,5455	0,099				4,5787	0,099
			4,2500	0,121				4,4773	0,102				4,5231	0,103
3	3	3	7,2000	0,004	4	4	4	7,6538	0,008	5	4	4	7,7604	0,009
			6,4889	0,011				7,5385	0,011				7,7440	0,011
			5,6869	0,029				5,6923	0,049				5,6571	0,049
			5,6000	0,050				5,6538	0,054				5,6176	0,050
			5,0667	0,086				4,6539	0,097				4,6187	0,100
			4,6222	0,100				4,5001	0,104				4,5527	0,102
4	1	1	3,5714	0,200	5	1	1	3,8571	0,143	5	5	1	7,3091	0,009
4	2	1	4,8214	0,057	5	2	1	5,2500	0,036				6,8364	0,011
			4,5000	0,076				5,0000	0,048				5,1273	0,046
			4,0179	0,114				4,4500	0,071				4,9091	0,053
4	2	2	6,0000	0,014				4,2000	0,095				4,1091	0,086
			5,3333	0,033				4,0500	0,119				4,0364	0,105
			5,1520	0,052	5	2	2	6,5333	0,008	5	5	2	7,3385	0,010
			4,4583	0,100				6,1333	0,013				7,2692	0,010
			4,1667	0,105				5,1600	0,034				5,3385	0,047
4	3	1	5,8333	0,021				5,0400	0,056				5,2462	0,051
			5,2083	0,050				4,3733	0,090				4,6231	0,097
			5,0000	0,057				4,2933	0,122				4,5077	0,100
			4,0556	0,093	5	3	1	6,4000	0,012	5	5	3	7,5780	0,010
			3,8889	0,129				4,9600	0,048				7,5429	0,010
4	3	2	6,4444	0,008				4,8711	0,052				5,7055	0,046
			6,3000	0,011				4,0178	0,095				5,6264	0,051
			5,4444	0,046				3,8400	0,123				4,5451	0,100
			5,4000	0,051	5	3	2	6,9091	0,009				4,5363	0,102
			4,5111	0,098				6,8218	0,010	5	5	4	7,8229	0,010
			4,4444	0,102				5,2509	0,049				7,7914	0,010
4	3	3	6,7455	0,010				5,1055	0,052				5,6657	0,049
			6,7091	0,013				4,6509	0,091				5,6429	0,050
			5,7909	0,046				4,4945	0,101				4,5229	0,099
			5,7273	0,050	5	3	3	7,0788	0,009				4,5200	0,101
			4,7091	0,092				6,9818	0,011	5	5	5	8,0000	0,009
			4,7000	0,101				5,6485	0,049				7,9800	0,010
								5,6485	0,049				7,9800	0,010
								5,5152	0,051				5,7800	0,049
								4,5333	0,097				5,6600	0,051
								4,4121	0,109				4,5600	0,100
													4,5000	0,102

Таблица 5 – Критические значения критерия S Джонкира для количества групп (с) от трех до шести $(3 \le c \le 6)$ и количества испытуемых в каждой группе от двух до шести $(2 \le n \le 10)$.

Тенденция является достоверной, если $S_{эмп}$ достигает $S_{0,05}$ или превышает его $(\alpha \le 0{,}05)$, и тем более достоверной, если $S_{эмп}$ достигает $S_{0,01}$ или превышает его $(\alpha \le 0{,}01)$.

с	N								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha = 0{,}05$									
3	10	17	24	33	42	53	64	76	88
4	14	26	38	51	66	82	100	118	138
5	20	34	51	71	92	115	140	166	194
6	26	44	67	93	121	151	184	219	256
$\alpha = 0{,}01$									
3	-	23	32	45	59	74	90	106	124
4	20	34	50	71	92	115	140	167	195
5	26	48	72	99	129	162	197	234	274
6	34	62	94	130	170	213	260	309	361

Таблица 6 – Критические значения критерия знаков G для уровней статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$.

Преобладание «типичного» сдвига является доверительным, если $G_{эмп}$ ниже или равен $G_{0,05}$, и тем более доверительным, если $G_{эмп}$ ниже или равен $G_{0,01}$.

n	α		n	α		n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,05		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	-	27	8	7	49	18	15	92	37	34
6	0	-	28	8	7	50	18	16	94	38	35
7	0	0	29	9	7	52	19	17	96	39	36
8	1	0	30	10	8	54	20	18	98	40	37
9	1	0	31	10	8	56	21	18	100	41	37
10	1	0	32	10	8	58	22	19	110	45	42
11	2	1	33	11	9	60	23	20	120	50	46
12	2	1	34	11	9	62	24	21	130	55	51
13	3	1	35	12	10	64	24	22	140	59	55
14	3	2	36	12	10	66	25	23	150	64	60
15	3	2	37	13	11	68	26	23	160	69	64
16	4	2	38	13	11	70	27	24	170	73	69
17	4	3	39	13	12	72	28	25	180	78	73
18	5	3	40	14	12	74	29	26	190	83	78
19	5	4	41	14	13	76	30	27	200	87	83
20	5	4	42	15	13	78	31	28	220	97	92
21	6	4	43	15	13	80	32	29	240	106	101
22	6	4	44	16	14	82	33	30	260	116	110
23	7	5	45	16	14	84	33	30	280	125	120
24	7	5	46	16	15	86	34	31	300	135	129
25	8	5	47	17	15	88	35	32			
26	8	6	48	17	15	90	36	33			

Таблица 7 – Критические значения критерия Т Вилкоксона для уровней статистической значимости $\alpha \leq 0{,}05$ и $\alpha \leq 0{,}01$

«Типичный» сдвиг является преобладающим по интенсивности, если $T_{эмп}$ ниже или равен $T_{0,05}$, и тем более достоверно преобладающим, если $T_{эмп}$ ниже или равен $T_{0,01}$.

n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	-	28	130	101
6	2	-	29	140	110
7	3	0	30	151	120
8	5	1	31	163	130
9	8	3	32	175	140
10	10	5	33	187	151
11	13	7	34	200	162
12	17	9	35	213	173
13	21	12	36	227	185
14	25	15	37	241	198
15	30	19	38	256	211
16	35	23	39	271	224
17	41	27	40	286	238
18	47	32	41	302	252
19	53	37	42	319	266
20	60	43	43	336	281
21	67	49	44	233	196
22	75	55	45	371	312
23	83	62	46	389	328
24	91	69	47	407	345
25	100	76	48	426	362
26	110	84	49	446	379
27	119	92	50	466	397

Таблица 8-А – Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества условий с=3 и количества испытуемых от двух до девяти $(2 \le n \le 9)$.

n=2		n=3		n=4		n=5	
χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α
0	1,000	0,000	1,000	0,0	1,000	0,0	1,000
1	0,833	0,667	0,944	0,5	0,931	0,4	0,954
3	0,500	2,000	0,528	1,5	0,653	1,2	0,691
4	0,167	2,667	0,361	2,0	0,431	1,6	0,522
		4,667	0,194	3,5	0,273	2,8	0,367
		6,000	0,028	4,5	0,125	3,6	0,182
				6,0	0,069	4,8	0,124
				6,5	0,042	5,2	0,093
				8,0	0,0046	6,4	0,039
						7,6	0,024
						8,4	0,0085
						10,0	0,00077

n=6		n=7		n=8		n=9	
χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α
0,00	1,000	0,000	1,000	0,00	1,000	0,000	1,000
0,33	0,956	0,286	0,964	0,25	0,967	0,222	0,971
1,00	0,740	0,857	0,768	0,75	0,794	0,667	0,814
1,33	0,570	1,143	0,620	1,00	0,654	0,889	0,865
2,33	0,430	2,000	0,486	1,75	0,531	1,556	0,569
3,00	0,252	2,571	0,305	2,25	0,355	2,000	0,398
4,00	0,184	3,429	0,237	3,00	0,285	2,667	0,328
4,33	0,142	3,714	0,192	3,25	0,236	2,889	0,278
5,33	0,072	4,571	0,112	4,00	0,149	3,556	0,187
6,33	0,052	5,429	0,082	4,75	0,120	4,222	0,154
7,00	0,029	6,000	0,052	5,25	0,079	4,667	0,107
8,33	0,012	7,143	0,027	6,25	0,047	5,556	0,069
9,00	0,0081	7,714	0,021	6,75	0,038	6,000	0,057
9,33	0,0055	8,000	0,016	7,00	0,030	6,222	0,048
10,33	0,0017	8,857	0,0084	7,75	0,018	6,889	0,013
12,00	0,00013	10,286	0,0036	9,00	0,0099	8,000	0,019
		10,571	0,0027	9,25	0,0080	8,222	0,016
		11,143	0,0012	9,75	0,0048	8,667	0,010
		12,286	0,00032	10,75	0,0024	9,556	0,0060
		14,000	0,000021	12,00	0,0011	10,667	0,0035
				12,25	0,00086	10,886	0,0029
				13,00	0,00026	11,556	0,0013
				14,25	0,000061	12,667	0,00066
				16,00	0,0000036	13,556	0,00035
						14,000	0,00020
						14,222	0,000097
						14,889	0,000054
						16,222	0,000011
						18,000	0,0000006

Таблица 8-Б – Критические значения критерия χ_r^2 Фридмана для количества условий c=4, $2 \le n \le 4$.

n=2		n=3		n=4			
χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α	χ_r^2	α
0,0	1,000	0,0	1,000	0,0	1,000	5,7	0,411
0,6	0,958	0,6	0,958	0,3	0,992	6,0	0,105
1,2	0,834	1,0	0,910	0,6	0,928	6,3	0,094
1,8	0,792	1,8	0,727	0,9	0,900	6,6	0,077
2,4	0,625	2,2	0,608	1,2	0,800	6,9	0,068
3,0	0,542	2,6	0,524	1,5	0,754	7,2	0,054
3,6	0,458	3,4	0,446	1,8	0,677	7,5	0,052
4,2	0,375	3,8	0,342	2,1	0,649	7,8	0,036
4,8	0,208	4,2	0,300	2,4	0,524	8,1	0,033
5,4	0,167	5,0	0,207	2,7	0,508	8,4	0,019
6,0	0,042	5,4	0,175	3,0	0,432	8,7	0,014
		5,8	0,148	3,3	0,389	9,3	0,012
		6,6	0,075	3,6	0,355	9,6	0,0069
		7,0	0,054	3,9	0,324	9,9	0,0062
		7,4	0,033	4,5	0,242	10,2	0,0027
		8,2	0,017	4,8	0,200	10,8	0,0016
		9,0	0,0017	5,1	0,190	11,1	0,00094
				5,4	0,158	12,0	0,000072

Таблица 9 – Критические значения критерия тенденций L Пейджа для количества условий от трех до шести $(3 \le c \le 6)$ и количества испытуемых от двух до двенадцати $(2 \le n \le 12)$

Тенденция является достоверной, если $L_{эмп}$ достигает или превышает $L_{0,05,}$ и тем более достоверной, если $L_{эмп}$ достигает или превышает $L_{эмп}$.

n	c (количество условий)				
	3	4	5	6	α
2	-	-	109	178	0,001
	-	60	106	173	0,01
	28	58	103	166	0,05
3	-	89	160	260	0,001
	42	87	155	252	0,01
	41	84	150	244	0,05
4	56	117	210	341	0,001
	55	114	204	331	0,01
	54	111	197	321	0,05
5	70	145	259	420	0,001
	68	141	251	409	0,01
	66	137	244	397	0,05
6	83	172	307	499	0,001
	81	167	299	486	0,01
	79	163	291	474	0,05
7	96	198	355	577	0,001
	93	193	346	563	0,01
	91	189	338	550	0,05
8	109	225	403	655	0,001
	106	220	393	640	0,01
	104	214	384	625	0,05
9	212	252	451	733	0,001
	119	246	441	717	0,01
	116	240	431	701	0,05
10	134	278	499	811	0,001
	131	272	487	793	0,01
	128	266	477	777	0,05
11	147	305	546	888	0,001
	144	298	534	869	0,01
	141	292	523	852	0,05
12	160	331	593	965	0,001
	156	324	581	946	0,01
	153	317	570	928	0,05

Таблица 10 – Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$ при разном числе степеней свободы ν.

	α			α			α	
N	0,05	0,01	ν	0,05	0,01	ν	0,05	0,01
1	3,841	6,635	35	49,802	57,342	69	89,391	99,227
2	5,991	9,210	36	50,998	58,619	70	90,631	100,425
3	7,815	11,345	37	52,192	59,892	71	91,670	101,621
4	9,488	13,277	38	53,384	61,162	72	92,808	102,816
5	11,070	15,086	39	54,572	62,428	73	93,945	104,010
6	12,592	16,812	40	55,758	63,691	74	95,081	105,202
7	14,067	18,475	41	56,942	64,950	75	96,217	106,393
8	15,507	20,090	42	58,124	66,206	76	97,351	107,582
9	16,919	21,666	43	59,304	67,459	77	98,484	108,771
10	18,307	23,209	44	60,481	68,709	78	99,617	109,958
11	19,675	24,725	45	61,656	69,957	79	100,749	111,144
12	21,026	26,217	46	62,830	71,201	80	101,879	112,329
13	22,362	27,688	47	64,001	72,443	81	103,010	113,512
14	23,685	29,141	48	65,171	73,683	82	104,139	114,695
15	24,996	30,578	49	66,339	74,919	83	105,267	115,876
16	26,296	32,000	50	67,505	76,154	84	106,395	117,057
17	27,587	33,409	51	68,669	77,386	85	107,522	118,236
18	28,869	34,805	52	69,832	78,616	86	108,648	119,414
19	30,144	36,191	53	70,993	79,843	87	109,773	120,591
20	31,410	37,566	54	72,153	81,069	88	110,898	121,767
21	32,671	38,932	55	73,311	82,292	89	112,022	122,942
22	33,924	40,289	56	74,46	83,513	90	113,145	124,116
23	35,172	41,638	57	75,624	84,733	91	114,268	125,289
24	36,415	42,980	58	76,778	85,950	92	115,390	126,462
25	37,652	44,314	59	77,931	87,166	93	116,511	127,633
26	38,885	45,642	60	79,082	88,379	94	117,632	128,803
27	40,113	46,963	61	80,232	89,591	95	118,752	129,973
28	41,337	48,278	62	81,381	90,802	96	119,871	131,141
29	42,557	49,588	63	82,529	92,010	97	120,990	132,309
30	43,773	50,892	64	83,675	93,217	98	122,108	133,476
31	44,985	52,191	65	84,821	94,422	99	123,225	134,642
32	46,194	53,486	66	85,965	95,626	100	124,342	135,807
33	47,400	54,776	67	87,108	96,828			
34	48,602	56,061	68	88,250	98,028			

Таблица 11 – Критические значения $d_{max,}$ соответствующие уровням статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$ при сопоставлении эмпирического распределения с теоретическим.

Различия между распределениями могут считаться достоверными, если абсолютная величина максимальной разности $d_{эмп}$ достигает или превышает $d_{0,05}$, и тем более достоверными, если $d_{эмп}$ достигает или превышает $d_{0,01.}$

n	Максимальный модуль разности накопленных частостей d_{max}		n	Максимальный модуль разности накопленных частостей d_{max}	
	$\alpha \le 0{,}05$	$\alpha \le 0{,}01$		$\alpha \le 0{,}05$	$\alpha \le 0{,}01$
5	0,6074	0,7279	50	0,1921	0,2302
10	0,4295	0,5147	60	0,1753	0,2101
15	0,3507	0,4202	70	0,1623	0,1945
20	0,3037	0,3639	80	0,1518	0,1820
25	0,2716	0,3255	90	0,1432	
30	0,2480	0,2972	100	0,1358	
40	0,2147	0,2574	>100	$1{,}36/\sqrt{n}$	$1{,}36/\sqrt{n}$

Таблица 12 – Критерий λ Колмогорова-Смирнова для сопоставления эмпирического распределения с теоретическим (при n>50) или двух эмпирических распределений между собой (при n>50): уровни статистической значимости разных значений $\lambda_{эмп}$

По полученному значению $\lambda_{эмп}$ определяется уровень значимости различий между двумя распределениями.

λ	λ, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	α- десятичные знаки («0», опущен)									
0,3	99999	99998	99995	99991	99983	99970	99949	99917	99872	99807
0,4	99719	99603	99452	99262	99027	98741	98400	97998	97532	96998
0,5	96394	95719	94969	94147	93250	92282	91242	90134	88960	87724
0,6	86428	85077	83678	82225	80732	79201	77636	76042	74422	72781
0,7	71124	69453	67774	66089	64402	62717	61036	59363	57700	56050
0,8	54414	52796	51197	49619	48063	46532	45026	43545	42093	40668
0,9	39273	37907	36571	35266	339992	32748	31536	30356	29206	28087
1,0	27000	25943	24917	23922	22957	22021	21114	20236	19387	18566
1,1	17772	17005	16264	15550	14861	14196	13556	12939	12345	11774
1,2	11225	10697	10190	09703	09235	08787	08357	07944	07550	07171
1,3	06809	06463	06132	05815	05513	05224	04949	04686	04435	04196
1,4	03986	03751	03545	03348	03162	02984	02815	02655	02503	02359
1,5	02222	02092	01969	01852	01742	01638	01539	01446	01357	01274
1,6	01195	01121	01051	00985	00922	00864	00808	00756	00770	00661
1,7	00618	00577	00539	00503	00469	00438	00408	00380	00354	00330
1,8	00307	00285	00265	00247	00229	00213	00198	00186	00170	00158
1,9	00146	00136	00126	00116	00108	00100	00092	00085	00079	00073
2,0	00067	00062	00057	00053	00048	00045	00041	00038	00035	00032
2,1	00030	00027	00025	00023	00021	00019	00018	00016	00015	00014
2,2	00013	00011	00010	00010	00009	00008	00007	00007	00006	00006
2,3	00005	00005	00004	00004	00004	00003	00003	00003	00002	00002
2,4	00002	00002	00002	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001

Таблица 13 – Величины угла φ (в радианах) для разных процентных долей: (по Урбаху В.Ю., 1964)

%доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \cdot \arcsin\sqrt{p}$									
0,0	0,000	0,020	0,028	0,035	0,040	0,045	0,049	0,053	0,057	0,060
0,1	0,063	0,066	0,069	0,072	0,075	0,077	0,080	0,082	0,085	0,087
0,2	0,089	0,092	0,094	0,096	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,108
0,3	0,110	0,111	0,113	0,115	0,117	0,118	0,120	0,122	0,123	0,125
0,4	0,127	0,128	0,130	0,131	0,133	0,134	0,136	0,137	0,139	0,140
0,5	0,142	0,143	0,144	0,146	0,147	0,148	0,150	0,151	0,153	0,154
0,6	0,155	0,156	0,158	0,159	0,160	0,161	0,163	0,164	0,165	0,166
0,7	0,168	0,169	0,170	0,171	0,172	0,173	0,175	0,176	0,177	0,178
0,8	0,179	0,180	0,182	0,183	0,184	0,185	0,186	0,187	0,188	0,189
0,9	0,190	0,191	0,192	0,193	0,194	0,195	0,196	0,197	0,198	0,199
1	0,200	0,210	0,220	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,330	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,360	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,460	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,570
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,620	0,623	0,627	0,630	0,633	0,637	0,640
10	0,644	0,647	0,650	0,653	0,657	0,660	0,663	0,666	0,670	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,720	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,750	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,770	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,790	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,820
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,850	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,900
19	0,902	0,905	0,907	0,910	0,912	0,915	0,917	0,920	0,922	0,925
20	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,940	0,942	0,945	0,947	0,950
21	0,952	0,955	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,040	1,043	1,045
25	1,047	1,050	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,070	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,086	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,100	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,120	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,140	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,164	1,166	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177	1,179

Таблица 13. Продолжение

%доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \cdot \arcsin\sqrt{p}$									
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,190	1,192	1,194	1,196	1,198	1,200
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,220	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,230	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,260	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,270	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,310	1,312	1,314	1,316	1,318	1,320	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,330	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,380	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,390	1,392	1,394	1,396	1,398	1,400	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,410	1,412	1,414	1,416	1,418	1,420	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,430	1,432	1,434	1,436	1,438	1,440	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529
48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
49	1,551	1,553	1,555	1,557	1,559	1,561	1,563	1,565	1,567	1,569
50	1,571	1,573	1,575	1,577	1,579	1,581	1,583	1,585	1,587	1,589
51	1,591	1,593	1,595	1,597	1,599	1,601	1,603	1,605	1,607	1,609
52	1,611	1,613	1,615	1,617	1,619	1,621	1,623	1,625	1,627	1,629
53	1,631	1,633	1,635	1,637	1,639	1,641	1,643	1,645	1,647	1,649
54	1,651	1,653	1,655	1,657	1,659	1,661	1,663	1,665	1,667	1,669
55	1,671	1,673	1,675	1,677	1,679	1,681	1,683	1,685	1,687	1,689
56	1,691	1,693	1,695	1,697	1,699	1,701	1,703	1,705	1,707	1,709
57	1,711	1,713	1,715	1,717	1,719	1,721	1,723	1,725	1,727	1,729
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,740	1,742	1,744	1,746	1,748	1,750
59	1,752	1,754	1,756	1,758	1,760	1,762	1,764	1,766	1,768	1,770
60	1,772	1,774	1,776	1,778	1,780	1,782	1,784	1,786	1,789	1,791
61	1,793	1,795	1,797	1,799	1,801	1,803	1,805	1,807	1,809	1,811
62	1,813	1,815	1,817	1,819	1,821	1,823	1,826	1,828	1,830	1,832
63	1,834	1,836	1,838	1,840	1,842	1,844	1,846	1,848	1,850	1,853
64	1,855	1,857	1,859	1,861	1,863	1,865	1,867	1,869	1,871	1,873
65	1,875	1,878	1,880	1,882	1,884	1,886	1,888	1,890	1,892	1,894
66	1,897	1,899	1,901	1,903	1,905	1,907	1,909	1,911	1,913	1,916
67	1,918	1,920	1,922	1,924	1,926	1,928	1,930	1,933	1,935	1,937
68	1,939	1,941	1,943	1,946	1,948	1,950	1,952	1,954	1,956	1,958
69	1,961	1,963	1,965	1,967	1,969	1,971	1,974	1,976	1,978	1,980
70	1,982	1,984	1,987	1,989	1,991	1,993	1,995	1,998	2,000	2,002
71	2,004	2,006	2,009	2,011	2,013	2,015	2,018	2,020	2,022	2,024
72	2,026	2,029	2,031	2,033	2,035	2,038	2,040	2,042	2,044	2,047
73	2,049	2,051	2,053	2,056	2,058	2,060	2,062	2,065	2,067	2,069
74	2,071	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,085	2,087	2,090	2,092
75	2,094	2,097	2,099	2,101	2,104	2,106	2,108	2,111	2,113	2,115
76	2,118	2,120	2,122	2,125	2,127	2,129	2,132	2,134	2,136	2,139
77	2,141	2,144	2,146	2,148	2,151	2,153	2,156	2,158	2,160	2,163
78	2,165	2,168	2,170	2,172	2,175	2,177	2.180	2,182	2,185	2,187
79	2,190	2,192	2,194	2,197	2,199	2,202	2,204	2,207	2,209	2,212
80	2,214	2,217	2,219	2,222	2,224	2,227	2,229	2,231	2,234	2,237

Таблица 13. Окончание

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \cdot \arcsin\sqrt{p}$									
91	2,532	2,536	2,539	2,543	2,546	2,550	2,554	2,557	2,561	2,564
92	2,568	2,572	2,575	2,579	2,583	2,587	2,591	2,594	2,598	2,606
93	2,606	2,610	2,614	2,618	2,622	2,626	2,630	2,634	2,638	2,642
94	2,647	2,651	2,655	2,659	2,664	2,688	2,673	2,677	2,681	2,686
95	2,691	2,295	2,700	2,705	2,709	2,714	2,719	2,724	2,729	2,734
96	2,739	2,744	2,749	2,754	2,760	2,765	2,771	2,776	2,782	2,788
97	2,793	2,799	2,805	2,811	2,818	2,824	2,830	2,837	2,844	2,851
98	2,858	2,865	2,872	2,880	2,888	2,896	2,904	2,913	2,922	2,931
99,0	2,941	2,942	2,943	2,944	2,945	2,946	2,948	2,949	2,950	2,951
99,1	2,952	2,953	2,954	2,955	2,956	2,957	2,958	2,959	2,960	2,961
99,2	2,963	2,964	2,965	2,966	2,967	2,968	2,969	2,971	2,972	7,973
99,3	2,974	2,975	2,976	2,978	2,979	2,980	2,981	2,983	2,984	2,985
99,4	2,987	2,988	2,989	2,990	2,992	2,993	2,995	2,996	2,997	2,999
99,5	3,000	3,002	3,003	3,004	3,006	3,007	3,009	3,010	3,012	3,013
99,6	3,015	3,017	3,018	3,020	3,022	3,023	3,025	3,027	3,028	3,030
99,7	3,032	3,034	3,036	3,038	3,040	3,041	3,044	3,046	3,048	3,050
99,8	3,052	3,054	3,057	3,059	3,062	3,064	3,067	3,069	3,072	3,075
99,9	3,078	3,082	3,085	3,089	3,093	3,097	3,101	3,107	3,113	3,122
100	3,142									

Таблица 14 – Уровни статистической значимости разных значений критерия φ^* Фишера.

По полученному значению $\varphi^*_{эмп}$ определяется уровень различий процентных долей.

α равно или меньше	α равно или меньше (последний десятичный знак)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	2,91	2,81	2,70	2,62	2,55	2,49	2,44	2,39	2,35	
0,01	2,31	2,28	2,25	2,22	2,19	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07
0,02	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89
0,03	1,88	1,86	1,85	1,84	1,82	1,81	1,80	1,79	1,77	1,76
0,04	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,68	1,67	1,66	1,65
0,05	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56
0,06	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,51	1,50	1,49	1,48
0,07	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45	1,44	1,43	1,43	1,42	1,41
0,08	1,41	1,40	1,39	1,39	1,38	1,37	1,37	1,36	1,36	1,35
0,09	1,34	1,34	1,33	1,32	1,32	1,31	1,31	1,30	1,30	1,29
0,10	1,29									

Таблица 15 – Критические значения биноминального критерия m при $\alpha \le 0{,}05$, $n \le 300$.

Различия достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,05}$, и тем более достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,01}$.

n	α		n	ρ		n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	5	-	27	19	20	49	31	34	90	54	57
6	6	-	28	20	21	50	32	34	92	55	58
7	7	7	29	20	22	52	33	35	94	56	59
8	7	8	30	20	22	54	34	36	96	57	60
9	8	9	31	21	23	56	35	38	98	58	61
10	9	10	32	22	24	58	36	39	100	59	63
11	9	10	33	22	24	60	37	40	110	65	68
12	10	11	34	23	25	62	38	41	120	70	74
13	10	12	35	23	25	64	40	42	130	75	79
14	11	12	36	24	26	66	41	43	140	81	85
15	12	13	37	24	27	68	42	45	150	86	90
16	12	14	38	25	27	70	43	46	160	91	96
17	13	14	39	26	28	72	44	47	170	97	101
18	13	15	40	26	28	74	45	48	180	102	107
19	14	15	41	27	29	76	46	49	190	107	112
20	15	16	42	27	29	78	47	50	200	113	117
21	15	17	43	28	30	80	48	51	220	123	128
22	16	17	44	28	31	82	49	52	240	134	139
23	16	18	45	39	31	84	51	54	260	144	150
24	17	19	46	30	32	86	52	55	280	155	160
25	18	19	47	30	32	88	53	56	300	165	171
26	18	20	48	31	38						

Таблица 16 – Критические значения биноминального критерия m при $\alpha \le 0{,}05$; $n \le 50$.

Различия достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,05}$, и тем более достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,01}$.

N	P	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
	Q	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,64	0,93	0,92	0,91	0,90	,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84	0,83
$\alpha \le 0{,}05$																		
2		1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3		1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
4		1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
5		1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6		2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
7		2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
8		2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
9		2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5
10		2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5
11		2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5
12		2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
13		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6
14		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6
15		2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6
16		2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
17		2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7
18		2	2	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7
19		2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
20		2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7
21		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7
22		2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8
23		2	3	3	4	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8
24		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8
25		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	8
$\alpha \le 0{,}01$																		
2		1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-	-	-	-	-
3		2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4		2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
5		2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
6		2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
7		2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5
8		2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
9		2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
10		2	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
11		2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6
12		2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
13		2	3	3	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7
14		2	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
15		2	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7
16		3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8
17		3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8
18		3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
19		3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8
20		3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9
21		3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9
22		3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9
23		3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9	9
24		3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10
25		3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9	10	10

Таблица 16. Продолжение

N	P	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
	Q	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84	0,83
$\alpha \le 0{,}05$																		
26		2	3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9
27		2	3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9	9
28		2	3	4	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9
29		2	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	9
30		2	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10
31		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	10
32		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10
33		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10
34		2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10	11
35		2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11
36		3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11
37		3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11
38		3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	8	9	10	10	10	11	11
39		3	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12
40		3	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12
41		3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12
42		3	3	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12
43		3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	13
44		3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13
45		3	4	4	5	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13
46		3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	13	13
47		3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13
48		3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11	11	12	12	13	14
49		3	4	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14
50		3	4	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14
$\alpha \le 0{,}01$																		
26		3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	10
27		3	4	4	5	6	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11
28		3	4	4	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	10	11
29		3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11
30		3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11
31		3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12
32		3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	12
33		3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
34		3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
35		3	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13
36		3	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13
37		3	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13	13
38		3	4	5	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13
39		3	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
40		3	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	14
41		3	4	5	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13	13	14
42		3	4	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14	14
43		3	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	12	12	13	13	14	14
44		3	5	5	6	7	8	9	9	10	11	11	12	12	13	14	14	15
45		4	5	6	6	7	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	14	15
46		4	5	6	6	7	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15
47		4	5	6	7	7	8	9	10	10	11	12	12	13	14	14	15	15
48		4	5	6	7	7	8	9	10	10	11	12	12	13	14	14	15	16
49		4	5	6	7	8	8	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15	16
50		4	5	6	7	8	8	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15	16

Таблица 16. Продолжение

N	P	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34
	Q	0,82	0,81	0,80	0,79	0,78	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,71	0,70	0,69	0,68	0,67	0,66
$\alpha \le 0{,}05$																		
2		2	2	2	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4		3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5		3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6		4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7		4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8		4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
9		5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6
10		5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7
11		5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
12		5	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8
13		6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8
14		6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9
15		6	6	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
16		7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10
17		7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10
18		7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10
19		7	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11
20		8	8	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11
21		8	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12
22		8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12
23		8	9	9	9	9	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13
24		9	9	9	9	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13
25		9	9	9	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13
$\alpha \le 0{,}01$																		
2		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3		3	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4		4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
5		4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
7		5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
8		5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
9		6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7
10		6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8
11		6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8
12		7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9
13		7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10
14		7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10
15		8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10
16		8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11
17		8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11
18		8	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12
19		9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13
20		9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13	13
21		9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13
22		10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14
23		10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14
24		10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	15
25		10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	15	15	15

Таблица 16. Продолжение

N	P	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34
	Q	0,82	0,81	0,80	0,79	0,78	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,71	0,70	0,69	0,68	0,67	0,66
$\alpha \le 0{,}05$																		
26		9	9	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	14	14
27		9	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	14	14	14
28		10	10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	15
29		10	10	10	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14	15	15
30		10	10	11	11	11	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16
31		10	11	11	11	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16
32		10	11	11	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16
33		11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17
34		11	11	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17
35		11	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18
36		11	12	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18
37		12	12	13	13	13	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18
38		12	12	13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19
39		12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19
40		12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	20
41		13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20
42		13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	19	20	20
43		13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	21
44		13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21
45		13	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22
46		14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	20	20	21	21	22	22
47		14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22
48		14	15	15	16	16	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23
49		14	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23
50		14	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23
$\alpha \le 0{,}01$																		
26		11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	16
27		11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	15	16	16
28		11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	15	16	16	17
29		11	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17
30		12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17
31		12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17	18
32		12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18
33		12	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	19
34		13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	17	18	18	19	19
35		13	13	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20
36		13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20
37		13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	20
38		14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21
39		14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	21
40		14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	21	22
41		14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22
42		15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23
43		15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
44		15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	21	22	22	23	23
45		15	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24
46		16	16	17	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24
47		16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25
48		16	17	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	24	24	25	25
49		16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	26
50		16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	26

Таблица 16. Продолжение

N	P	0,35	0,36	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50
	Q	0,65	0,64	0,63	0,62	0,61	0,60	0,59	0,58	0,57	0,56	0,55	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50
$\alpha \le 0{,}05$																	
2		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3		3	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4		4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-	-
5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6		5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7
8		6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
9		7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8
10		7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9
11		8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9
12		8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10
13		8	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10
14		9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11
15		9	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	12	12
16		10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12
17		10	10	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13
18		11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13
19		11	11	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	14	14	14
20		12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	15
21		12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	14	15	15	15	15
22		12	13	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16
23		13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16
24		13	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17
25		14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18
$\alpha \le 0{,}01$																	
2		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5		5	5	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-	-
7		6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8		7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
10		8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10
11		9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10
12		9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11
13		10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	12
14		10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12
15		11	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13
16		11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14
17		12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14
18		12	12	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	15	15
19		13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15
20		13	13	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16
21		14	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17
22		14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
23		15	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18
24		15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19
25		15	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19

Таблица 16. Окончание

N	P	0,35	0,36	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50
	Q	0,65	0,64	0,63	0,62	0,61	0,60	0,59	0,58	0,57	0,56	0,55	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50
$\alpha \le 0{,}05$																	
26		14	14	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18
27		15	15	15	15	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19
28		15	15	16	16	16	16	17	17	17	13	18	18	18	19	19	19
29		15	16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	20	20
30		16	16	17	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	20
31		16	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	20	21	21
32		17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22
33		17	17	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22
34		18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23
35		18	18	19	19	19	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23
36		18	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	24	24
37		19	19	20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	24
38		19	20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25
39		20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25	26
40		20	20	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26
41		20	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27
42		21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27
43		21	22	222	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	27	26
44		22	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	28
45		22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29
46		22	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30
47		23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30
48		23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31
49		24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31
50		24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	32
$\alpha \le 0{,}01$																	
26		16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19	20	20
27		16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	20
28		17	17	17	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21
29		17	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21	21	22
30		18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	21	22	22	22
31		18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23
32		19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	22	23	23	24
33		19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24
34		20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	24	25
35		20	20	21	21	21	22	22	23	23	23	24	24	24	25	25	25
36		20	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26
37		21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25	25	26	26	27
38		21	22	22	23	23	23	24	24	24	25	25	26	26	26	27	27
39		22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26	27	27	27	28
40		22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	28	28	28
41		23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	28	28	28	29
42		23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	27	28	28	29	29	29
43		23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	28	29	29	30	30
44		24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	28	29	29	30	30	31
45		24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	29	30	30	31	31
46		25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	30	31	31	32
47		25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	31	32	32
48		26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33
49		26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34
50		26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34

Таблица 17 – Критические значения выборочного коэффициента корреляции рангов (по В.Ю. Урбаху, 1964)

n	α		n	α		n	α	
	0,05	0,01	0,05	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94	-	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	-	18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,44
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,43
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,49	0,51	37	0,33	0,41
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40

Таблица 18 – Критические значения F Фишера для уровней статистической значимости $\alpha \le 0{,}05$ и $\alpha \le 0{,}01$: df_1 – число степеней свободы в числителе, df_2 – число степеней свободы в знаменателе
(по Snedecor G.B., 1956)

Влияние фактора или взаимодействия факторов достоверно, если $F_{эмп}$ равен или больше критического значения $F_{0,05}$ и тем более достоверно, если $F_{эмп} \ge F_{0,01}$.

df_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
$\alpha \le 0{,}01$												
1	4052	4999	5403	5626	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,29	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55

Таблица 18. Продолжение

df_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	3,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25
22	`4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,26	2,23
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2,20
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,16	2,13
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09
32	4,15	3,30	2,90	2,67	2,51	2,40	2,32	2,25	2,19	2,14	2,10	2,07
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,30	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05
$\alpha \le 0{,}01$												
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,44	3,37
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,30	3,23
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,25	3,17	3,09	3,03
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	3,05	2,99
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	3,02	2,96
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,79	3,56	3,39	3,26	3,14	3,06	2,98	2,93
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,95	2,90
29	6,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,08	3,00	2,92	2,87
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	2,98	2,90	2,84
32	7,50	5,34	4,46	3,97	3,66	3,42	3,25	3,12	3,01	2,94	2,86	2,80
34	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,38	3,21	3,08	2,97	2,89	2,82	2,76

Таблица 18. Продолжение

df_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
36	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,10	2,06	2,03
38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,02	1,99
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,14	2,09	2,04	2,00	1,97
48	4,04	3,19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,98	1,95
55	4,02	3,17	2,78	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,05	2,00	1,97	1,93
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,02	1,98	1,94	1,90
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,01	1,97	1,93	1,89
80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,95	1,91	1,88
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,86	1,83
150	391	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	182
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	2,05	1,98	1,92	1,87	1,83	1,80
400	3,86	3,02	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76
c∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75
$\alpha \le 0{,}01$												
36	7,39	5,25	4,38	3,89	3,58	3,35	3,18	3,04	2,94	2,86	2,78	2,72
38	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02	2,91	2,82	2,75	2,69
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,80	2,73	2,66
42	7,27	5,15	4,29	3,80	3,49	3,26	3,10	2,96	2,86	2,77	2,70	2,64
44	7,24	5,12	4,26	3,78	3,46	3,24	3,07	2,94	2,84	2,75	2,68	2,62
46	7,21	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,05	2,92	2,82	2,73	2,66	2,60
48	7,19	5,08	4,22	3,74	3,42	3,20	3,04	2,90	2,80	2,71	2,64	2,58
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,70	2,62	2,56
55	7,12	5,01	4,16	3,68	3,37	3,15	2,98	2,85	2,75	2,66	2,59	2,53
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,50
65	7,04	4,95	4,10	3,62	3,31	3,09	2,93	2,79	2,70	2,61	2,54	2,47
70	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,77	2,67	2,59	2,51	2,45
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,25	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,41
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,20	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,43	2,36
125	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,65	2,56	2,47	2,40	2,33
150	6,81	4,75	3,91	3,44	3,14	2,92	2,76	2,62	2,53	2,44	2,37	2,30
200	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,90	2,73	2,60	2,50	2,41	2,34	2,28
400	6,70	4,66	3,83	3,36	3,06	2,85	2,69	2,55	2,46	2,37	2,29	2,23
1000	6,66	4,62	3,80	3,34	3,04	2,82	2,66	2,53	2,43	2.34	2,26	2,20
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2.80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,24	2,18

Таблица 18. Продолжение

df_1	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
1	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
2	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50
3	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,53
4	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	5,63
5	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	5,44	4,42	4,40	4,38	4,37	4,36
6	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71	3,69	3,68	3,67
7	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28	3,25	3,24	3,23
8	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93
9	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,89	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71
10	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54
11	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	2,42	2,41	2,40
12	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
13	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21
14	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
15	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07
16	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01
$\alpha \le 0{,}01$												
1	6142	6169	6208	6234	6261	6286	6302	6323	6334	6352	6361	6366
2	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,49	99,49	99,50	99,50
3	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,35	26,27	26,23	26,18	26,14	26,12
4	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,61	13,57	13,52	13,48	13,46
5	9,77	9,68	9,55	9,47	9,38	9,29	9,24	9,17	9,13	9,07	9,04	9,02
6	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,14	7,09	7,02	6,99	6,94	6,90	6,88
7	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,90	5,85	5,78	5,75	5,70	5,67	5,65
8	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,11	5,06	5,00	4,96	4,91	4,88	4,86
9	5,00	4,92	4,80	4,73	4,64	4,56	4,51	4,45	4,41	4,36	4,33	4,31
10	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	3,91
11	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,74	3,70	3,66	3,62	3,60
12	4,05	3,98	3,86	3,78	3,70	3,61	3,56	3,49	3,46	3,41	3,38	3,36
13	3,85	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,30	3,27	3,21	3,18	3,16
14	3,70	3,62	3,51	3,43	3,34	3,26	3,21	3,14	3,11	3,06	3,02	3.00
15	3,56	3,48	3,36	3,29	3,20	3,12	3,07	3,00	2,97	2,92	2,89	2,87
16	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,01	2,96	2,98	2,86	2,80	2,77	2,75

Таблица 18. Продолжение

df_1	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
17	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	1,96
18	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92
19	2,26	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	2,00	1,96	1,94	1,91	1,90	1,88
20	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,96	1,92	1,90	1,87	1,85	1,84
21	2,20	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1,89	1,87	1,84	1,82	1,81
22	2,18	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,91	1,87	1,84	1,81	1,80	1,78
23	2,14	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76
24	2,13	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,76	1,74	1,73
25	2,11	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,77	1,74	1,72	1,71
26	2,10	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,72	1,70	1,69
27	2,08	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,80	1,76	1,74	1,71	1,68	1,67
28	2,06	2,02	1,96	1,91	1,87	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67	1,65
29	2,05	2,00	1,94	1,90	1,85	1,80	1,77	1,73	1,71	1,68	1,65	1,64
30	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,69	1,66	1,64	1,62
32	2,02	1,97	1,91	1,86	1,82	1,76	1,74	1,69	1,67	1,64	1,61	1,59
34	2,00	1,95	1,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,67	1,64	1,61	1,59	1,57
$\alpha \le 0{,}01$												
17	3,35	3,27	3,16	3,08	3,00	2,92	2,86	2,79	2,76	2,70	2,67	2,65
18	3,27	3,19	3,07	3,00	2,91	2,83	2,78	2,71	2,68	2,62	2,59	2,57
19	3,19	3,12	3,00	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,60	2,54	2,51	2,49
20	3,13	3,05	2,94	2,86	2,77	2,69	2,63	2,56	2,53	2,47	2,44	2,42
21	3,07	2,99	2,88	2,80	2,72	2,63	2,58	2,51	2,47	2,42	2,38	2,36
22	3,02	2,94	2,83	2,75	2,67	2,58	2,53	2,46	2,42	2,37	2,33	2,31
23	2,97	2,89	2,78	2,70	2,62	2,53	2,48	2,41	2,37	2,32	2,28	2,26
24	2,93	2,85	2,74	2,66	2,58	2,49	2,44	2,36	2,33	2,27	2,23	2,21
25	2,89	2,81	2,70	2,62	2,54	2,45	2,40	2,32	2,29	2,23	2,19	2,17
26	2,86	2,77	2,66	2,58	2,50	2,41	2,36	2,28	2,25	2,19	2,15	2,13
27	2,83	2,74	2,63	2,55	2,47	2,38	2,33	2,25	2,21	2,16	2,12	2,10
28	2,80	2,71	2,60	2,52	2,44	2,35	2,30	2,22	2,18	2,13	2,09	2,06
29	2,77	2,68	2,57	2,49	2,41	2,32	2,27	2,19	2,15	2,10	2,06	2,03
30	2,74	2,66	2,55	2,47	2,38	2,29	2,24	2,16	2,13	2,07	2,03	2,01
32	2,70	2,62	2,51	2,42	2,34	2,25	2,20	2,12	2,08	2,02	1,98	1,96
34	2,66	2,58	2,47	2,38	2,30	2,21	2,15	2,08	2,04	1,98	1,94	1,91

Таблица 18. Окончание

df_1	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
df_2	$\alpha \le 0{,}05$											
36	1,98	1,93	1,87	1,82	1,78	1,72	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,55
38	1,96	1,92	1,85	1,80	1,76	1,71	1,67	1,63	1,60	1,57	1,54	1,53
40	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51
42	1,94	1,89	1,82	1,78	1,73	1,68	1,64	1,60	1,57	1,54	1,51	1,49
44	1,92	1,88	1,81	1,76	1,72	1,66	1,63	1,58	1,56	1,52	1,50	1,48
46	1,91	1,87	1,80	1,75	1,71	1,65	1,62	1,57	1,54	1,51	1,48	1,46
48	1,90	1,86	1,79	1,74	1,70	1,64	1,61	1,56	1,53	1,50	1,47	1,45
50	1,90	1,85	1,78	1,74	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	1,44
55	1,88	1,83	1,76	1,72	1,67	1,61	1,58	1,52	1,50	1,46	1,43	1,41
60	1,86	1,81	1,75	1,70	1,65	1,59	1,56	1,50	1,48	1,44	1,41	1,39
65	1,85	1,80	1,73	1,68	1,63	1,57	1,54	1,49	1,46	1,42	1,39	1,37
70	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,56	1,53	1,47	1,45	1,40	1,37	1,35
80	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,42	1,38	1,35	1,32
100	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,51	1,48	1,42	1,39	1,34	1,30	1,28
125	1,77	1,72	1,65	1,60	1,55	1,49	1,45	1,39	1,36	1,31	1,27	1,25
150	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,47	1,44	1,37	1,34	1,29	1,25	1,22
200	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,45	1,42	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19
400	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,16	1,13
1000	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	1,13	1,08
∞	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,40	1,35	1,28	1,24	1,17	1,11	1,00
$\alpha \le 0{,}01$												
36	2,62	2,54	2,43	2,35	2,26	2,17	2,12	2,04	2,00	1,94	1,90	1,87
38	2,59	2,51	2,40	2,32	2,22	2,14	2,08	2,00	1,97	1,90	1,86	1,84
40	2,56	2,49	2,37	2,29	2,20	2,11	2,05	1,97	1,94	1,88	1,84	1,81
42	2,54	2,46	2,35	2,26	2,17	2,08	2,02	1,94	1,91	1,85	1,80	1,78
44	2,52	2,44	2,32	2,24	2,15	2,06	2,00	1,92	1,88	1,82	1,78	1,75
46	2,50	2,42	2,30	2,22	2,13	2,04	1,98	1,90	1,86	1,80	1,76	1,72
48	2,48	2,40	2,28	2,20	2,11	2,02	1,96	1,88	1,84	1,78	1,73	1,70
50	2,46	2,39	2,26	2,18	2,10	2,00	1,94	1,86	1,82	1,76	1,71	1,68
55	2,43	2,35	2,23	2,15	2,06	1,96	1,90	1,82	1,78	1,71	1,66	1,64
60	2,40	2,32	2,20	2,12	2,03	1,93	1,87	1,79	1,74	1,68	1,63	1,60
65	2,37	2,30	2,18	2,09	2,00	1,90	1,84	1,76	1,71	1,64	1,60	1,56
70	2,35	2,28	2,15	2,07	1,98	1,88	1,82	1,74	1,69	1,62	1,56	1,53
80	2,32	2,24	2,11	2,03	1,94	1,84	1,78	1,70	1,65	1,57	1,52	1,49
100	2,26	2,19	2,06	1,98	1,89	1,79	1,73	1,64	1,59	1,51	1,46	1,43
125	2,23	2,15	2,03	1,94	1,85	1,75	1,68	1,59	1,54	1,46	1,40	1,37
150	2,20	2.12	2,00	1,91	1,83	1,72	1,66	1,56	1,51	1,43	1,37	1,33
200	2,17	2,09	1,97	1,88	1,79	1,69	1,62	1,53	1,48	1,39	1,33	1,28
400	2,12	2,04	1,92	1,84	1,74	1,64	1,57	1,47	1,42	1,32	1,24	1,19
1000	2,09	2,01	1,89	1,81	1,71	1,61	1,54	1,44	1,38	1,28	1,19	1,11
∞	2,07	1,99	1,87	1,79	1,69	1,59	1,52	1,41	1,36	1,25	1,15	1,00

Таблица 19 Критические значения t-критерия Стьюдента при различных уровнях значимости α

Число степеней свободы k	α			Число степеней свободы k	α		
	0,05	0,01	0,001		0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	64,60	18	2,10	2,88	3,92
2	4,30	9,92	31,60	19	2,09	2,86	3,88
3	3,18	5,84	12,92	20	2,09	2,85	3,85
4	2,78	4,60	8,61	21	2,08	2,83	3,82
5	2,57	4,03	6,87	22	2,07	2,82	3,79
6	2,45	3,71	5,96	23	2,07	2,81	3,77
7	2,37	3,50	5,41	24	2,06	2,80	3,75
8	2,31	3,36	5,04	25	2,06	2,79	3,73
9	2,26	3,25	4,78	26	2,06	2,78	3,71
10	2,23	3,17	4,59	27	2,05	2,77	3,69
11	2,20	3,11	4,44	28	2,05	2,76	3,67
12	2,18	3.05	4,32	29	2,05	2,76	3,66
13	2,16	3,01	4,22	30	2,04	2,75	3,65
14	2,14	2,98	4,14	40	2,02	2,70	3,55
15	2,13	2,95	4,07	60	2,00	2,66	3,46
16	2,12	2,92	4,02	120	1,98	2,62	3,37
17	2,11	2,90	3,97	00	1,96	2,58	3,29

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ……...3
§1. Проверка статистических гипотез …….....5
§2. Параметрические критерии…….…….....8
§3. Корреляционный анализ..…….. 22
§4. Непараметрические критерии ……44
§5. Критерии согласия…….…… 71
Библиографический список …….....88
Приложение……..…….….89

Наталья Николаевна Двоерядкина,
ст. преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ;

Алена Николаевна Киселева,
ст. преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ;

Татьяна Александровна Юрьева,
ст. преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ.

Математические методы в психологии и социологии: Практикум.