Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра общей математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИКА

основной образовательной программы по направлению подготовки 040101.62 – Социальная работа

2012 г.

УМКД разработан старшим преподавателем кафедры ОМиИ
Юрьевой Татьяной Александровной

Рассмотрен на заседании кафедры
Протокол заседания кафедры от «__»__________2012 г. № __

Заведующий кафедрой _________________ Г. В. Литовка

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС______________________
от«___»_____________20___ г. № ______

Председатель УМСС________________/______________________________

СОДЕРЖАНИЕ

I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачи дисциплины:

– изучение на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода, специфики математики, ее роли в развитии других наук;

– формирование приемов исследования и решения, математически формализованных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Предлагаемая дисциплина относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла ООП. Математика является универсальным языком науки и частью общей культуры человечества. Поэтому математическое образование – важная составляющая в системе подготовки социального работника.

Для успешного усвоения курса необходимы знания курса «Математика» в объеме средней общеобразовательной школы (Элементарная математика, начала математического анализа, основы элементарной геометрии, алгебра переменных величин, основы теории изображений и черчения).

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать: основы аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных и интегральных исчислений;

2) Уметь: использовать математические модели явлений и процессов в социальной работе;

3) Владеть: математическими методами исследования в социальной работе.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные компетенции:

Владеть культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

Использовать в профессиональной деятельности основные законы естественно-научных дисциплин, в том числе медицины, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) МАТЕМАТИКА

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (*по неделям семестра*) Форма промежуточной аттестации (*по семестрам*)
				Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
1	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	1	1, 2, 3	6	4	10	тест ИДЗ
2	Линейная алгебра	1	4, 5	4	6	10	тест ИДЗ
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	6, 7	4	6	12	контрольная работа ИДЗ
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	1	8, 9, 10	6	6	12	тест Реферат ИДЗ
5	Дифференциальные уравнения	1	11, 12, 13	6	6	10	контрольная работа ИДЗ
6	Теория вероятностей	1	14, 15, 16	6	4	10	тест ИДЗ
7	Основы математической статистики	1	17, 18	4	4	8	ИДЗ
	ИТОГО			36	36	72	зачет

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы
1	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	Задачи аналитической геометрии в R^2. Уравнение линии на плоскости. Различные уравнения прямой на плоскости; угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола. Их геометрические свойства и уравнения. Уравнения прямой и плоскости в R^3. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.
2	Линейная алгебра	Определители, их свойства и вычисление. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы. Система линейных уравнений. Свойства систем уравнений: совместимость, определенность. Частное и общее решение. Свободные и базисные переменные.
3	Дифференциальное	Производная функции, ее физический и геометрический

	исчисление функции одной переменной	смысл. Правило нахождения производной, производная сложной и обратной функции. Таблица производных. Параметрические функции и их дифференцирование. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала к приближенным вычислениям; дифференциалы высших порядков, правило Лопиталя. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции, экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точка перегиба, асимптоты графика функции, примеры построения графиков функции.
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	Первообразная и неопределенный интеграл, его свойства. Методы интегрирования. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определение интеграла, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Методы интегрирования. Приложения интегралов к решению задач. Несобственные интегралы и их свойства.
5	Дифференциальные уравнения	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям и некоторые общие понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижения порядка, линейные дифференциальные уравнения высших порядков, однородные и неоднородные.
6	Теория вероятностей	Случайные события; классификация событий; различные подходы к введению понятий вероятностей события; теоремы сложения и умножение вероятностей; формула полной вероятности; случайные величины, функция и плотность распределения; числовые характеристики случайных величин; основные распределения случайной величины: биноминальное распределение; распределение Пуассона; равномерное распределение; нормальное распределение; показательное распределение и их свойства.
7	Основы математической статистики	Основные методы математической статистики, используемые в социальной работе; способы задания и графическое представление вариационных рядов; числовые характеристики вариационных рядов; математическое моделирование видов и процессов в системе социальной работы на основе регрессионного анализа.

5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	Система координат. Способы задания линий на плоскости. Прямая, эллипс, гипербола, парабола.
Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	Уравнение прямой и плоскости в пространстве.
Линейная алгебра	Определители и их свойства.
Линейная алгебра	Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы.
Линейная алгебра	Методы решения систем линейных уравнений.
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Техника дифференцирования функций. Производные высших порядков.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Геометрический, физический смысл производной. Дифференциал и его геометрический смысл
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Приложение производной к исследованию функции и построению графиков. Исследование функций и построение графиков.
Интегральное исчисление функции одной переменной	Неопределенный интеграл. Методы интегрирования (табличное, по частям и подстановкой).
Интегральное исчисление функции одной переменной	Методы вычисления определенных интегралов.
Интегральное исчисление функции одной переменной	Приложения определенных интегралов.
Дифференциальные уравнения	Уравнения с разделяющимися переменными. Общее и частное решение. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
Дифференциальные уравнения	Задачи на составление и решение дифференциальных уравнений.
Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
Теория вероятностей	Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.
Теория вероятностей	Примеры законов распределения случайных величин.
Основы математической статистики	Способы задания и графическое представление вариационных рядов; числовые характеристики вариационных рядов.
Основы математической статистики	Основы регрессионного анализа.

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	1	Повторение школьного курса с конспектированием вопросов по темам: расстояние между точками; координаты середины отрезка; уравнения прямой с угловым коэффициентом; угол между прямыми; уравнение окружности.	4
2	1	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания на построение кривых второго порядка и решение метрических задач.	6
3	2	Повторение школьного курса с конспектированием вопросов по темам: векторы; линейные операции над векторами; скалярное произведение вектора и его свойства; длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме; условие ортогональности двух векторов.	4
4	2	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания на составление и решение систем линейных уравнений.	6
5	3	Повторение школьного курса с конспектированием	2

		вопросов по теме: основные элементарные функции, их свойства и графики.	
6	3	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания на исследование функций и построение их графиков.	10
7	4	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания на вычисление неопределенного и определенного интеграла.	6
8	4	Реферат на тему: Приближенные методы вычисления определенных интегралов.	6
9	5	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания на составление и решение дифференциальных уравнений	10
10	6	Подготовка к практическим занятиям с выполнением индивидуального домашнего задания	10
11	7	Выполнение творческого индивидуального домашнего задания на построение и анализ математической модели социального явления или процесса.	8

7. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема дисциплины	Компетенции		ИТОГО
	ОК-1	ОК-10	
Тема 1	+	+	2
Тема 2	+	+	2
Тема 3	+	+	2
Тема 4	+		1
Тема 5	+	+	2
Тема 6	+		1
Тема 7	+	+	2

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности бакалавров для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций.

На лекционных и практических занятиях используются активные и интерактивные формы проведения занятий (проблемная лекция, анализ конкретных ситуаций, задачный метод, математический тренинг).

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).

2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В качестве основных средств текущего контроля используется тестирование. В качестве дополнительной формы текущего контроля предлагаются аудиторные и внеаудиторные письменные задания (контрольные работы).

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания. Освоение материала контролируется в процессе проведения практических занятий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины: зачет (1 семестр).

Вопросы к зачету (1 семестр)

1. Определители второго, третьего порядков. Способы их вычисления.
2. Свойства определителей.
3. Решение систем линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Матрицы, основные понятия, действия над матрицами.
6. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью матриц.
7. Векторы, основные понятия, линейные операции над векторами.
8. Проекция вектора на ось, свойства проекции.
9. Модуль вектора, расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении, направляющие косинусы, координаты единичного вектора.
10. Скалярное произведение векторов. Определение, свойства, физический смысл, вычисление.
11. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование. Уравнение прямой в отрезках.
12. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой проходящей через одну точку, через две точки.
13. Нахождение угла между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
14. Вывод уравнения окружности. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
15. Вывод уравнения плоскости, проходящей через точку.
16. Общее уравнение плоскости и его исследование.
17. Нахождение угла между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Вывод канонических и параметрических уравнений прямых в пространстве.
19. Угол между плоскостями.
20. Определение производной, геометрический смысл производной.
21. Основные правила дифференцирования функций.
22. Производные высших порядков функций заданных явно.
23. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
24. Дифференциалы различных порядков.
25. Необходимые условия возрастания и убывания функции.

26. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
27. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума функции.
28. Достаточные условия существования экстремума функции.
29. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба графика функции. Достаточный признак выпуклости графика функции.
30. Асимптоты графика функции.
31. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
32. Свойства неопределенного интеграла.
33. Методы интегрирования.
34. Интегрирование заменой переменной.
35. Интегрирование по частям.
36. Интегрирование простейших рациональных дробей.
37. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
38. Определение определенного интеграла.
39. Условия существования определенного интеграла.
40. Геометрический и механический смысл определенного интеграла.
41. Свойства определенного интеграла.
42. Формула Ньютона - Лейбница.
43. Приложение определенного интеграла.
44. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям и некоторые общие понятия.
45. Дифференциальные уравнения 1 - го порядка. Основные понятия.
46. Уравнения с разделяющимися переменными.
47. Дифференциальные уравнения высших порядков.
48. Случайные события. Основные определения.
49. Теорема сложения вероятностей, зависимых и независимых событий.
50. Теорема умножения вероятностей, зависимых и независимых событий.
51. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
52. Определение дискретной и непрерывной случайных величин. Ряд распределения, многоугольник распределения.
53. Функция распределения, свойства.
54. Плотность распределения, свойства.
55. Математическое ожидание. Дисперсия.
56. Биномиальное распределение.
57. Распределение Пуассона.
58. Равномерное распределение.
59. Нормальное распределение.

Вариант тестовых вопросов к зачету

1. Даны точки A(0, –2, 3); B(2, 4, –1). Найти расстояние между ними.

1) 7; 2) $2\sqrt{2}$; 3) 12; 4) $2\sqrt{14}$; 5) 8.

2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом k=–2, проходящей через точку (0, 3) имеет вид:

1) 2x+y-3=0; 2) x-2y-3=0; 3) 2x+3y=0; 4) 3x-2y=0; 5) 2x+2y+3=0.

3. Если (x_0; y_0) решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x+2y=-3 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$, тогда x_0+y_0 равно…

1) –0,5; 2) 3,5; 3) 0,5; 4) –3,5; 5) 2,5.

4. Определитель матрицы $A=\begin{pmatrix} \alpha & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ равен 0, тогда α равно…

1) –20; 2) 5; 3) 20; 4) –4; 5) -9.

5. Ранг квадратной матрицы четвертого порядка r(A)=1, тогда *det(A)* равен…
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.

6. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$. Тогда матричная форма записи этой системы имеет вид…

1) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Тогда 5A имеет вид…

1) $\begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

8. Центр окружности $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$ находится в точке…
1) (1, –3); 2) (0, 3); 3) (3, 0); 4) (–1, 3); 5) (0, 4).

9. Функция $y = \dfrac{12}{2x - 4}$ не определена при x равном:
1) 0; 2) –2; 3) 4; 4) –4; 5) 2.

10. Значение $y'(0)$, если $y = \dfrac{x + 3\sqrt{5 + x^2}}{2}$, равно…
1) 0; 2) 0,5; 3) 1,5; 4) –1; 5) 2,5.

11. К графику функции $y = 8\sqrt{x}$ в точке с абсциссой x=4 проведена касательная. Тогда угловой коэффициент касательной равен…
1) 32; 2) $\sqrt{2}$; 3) 2; 4) –4; 5) –2.

12. Интеграл $\int \sin 4x\,dx$ равен…
1) $4\cos 4x + c$; 2) $\frac{1}{4}\cos 4x + c$; 3) $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$; 4) $-4\cos 4x + c$. 5) $4\sin 4x + c$

13. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2$; y = x равна…
1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{6}$; 5) 1.

14. Решение дифференциального уравнения $xy' - 4y = 0$ имеет вид…
1) $y = 4\ln x + C;$ 2) $y = x^4 C;$ 3) $y = 4xC;$ 4) $y=4x+C;$ 5) $y = \ln x^4 C$.

15. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + 5y' + 6y = 0$ имеет вид…
1) $6k^2+5k+1=0$; 2) $k^3+5k^2+6k=0$; 3) $k^2+5k+6=0$; 4) $k=0$; 5) $5k+6=0$.

16. Дифференциальными уравнениями второго порядка среди представленных: а. $y'' = 4e^{2x} + 6x$; б. $y'' + y' = 0$; в. $x^2 y' + 6y = 0$, являются…
1) только а; 2) только б; 3) только в; 4) только а и б; 5) все.

17. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка составляет 0,9, а для второго – 0, 8. Вероятность того, что попадут оба стрелка равна…
1) 1; 2) 0,1 3) 1,7; 4) 0,28; 5) 0, 72.

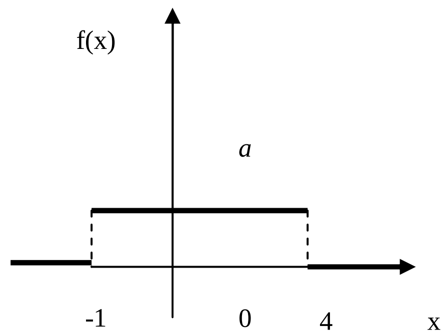
18. Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины:

X	1	2	3	4
p	0,2	0,3	0,4	a

Тогда математическое ожидание равно…

1) 1,7 2) 2,5 3)0,1 4)-0,75) 2,4.

19. Случайная величина X, заданная графиком плотности распределения вероятностей распределена…



1) нормально и a=1; 2) биномиально и a=1;
3) равномерно и a=1; 4) равномерно и a=0,2;
5) нормально и a=0, 2.

20. Вероятность случайного события равна…

1) 1,7 2) 0,5 3) - 0,5 4) -1,7 5) 2.

21. Закон движения материальной точки имеет вид $x=5+2t^2$. Тогда скорость точки при t=1 равна…

1) 7 2) 5 3) 2 4) 3 5) 4.

Вариант тестовых заданий для промежуточного контроля

Аналитическая геометрия

1. Определить центр окружности $(x+1)^2+(y-3)^2=1$.

1) (1, –3); 2) (0, 3); 3) (3, 0); 4) (–1, 3); 5) (0, 4).

2. Определить тип линии $y^2=2x-4$.

1) эллипс; 2) гипербола; 3) окружность; 4) парабола; 5) пересекающиеся прямые.

3. Определить тип линии $4(x+1)^2-(y+2)^2=1$.

1) окружность; 2) эллипс; 3) парабола; 4) гипербола; 5) пересекающиеся прямые.

4. Определить большую полуось эллипса $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y+2)^2}{4}=1$.

1) 4; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{2}$; 4) 9; 5) 3.

5. Определить координаты центра эллипса $\dfrac{(x-2)^2}{3}+(y+3)^2=1$.

1) (0, 2); 2) (2, –3); 3) (1, 3); 4) (2, 1); 5) (1, 1).

6. Точка B(1, –2, 3) является серединой отрезка AC, где A(–3, 2, 7). Найти координаты точки C. В ответе указать сумму ее координат.

1) 6; 2) 2; 3) – 11; 4) –2; 5) 8.

7. Определить тип линии $\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(y+2)^2}{3}=1$.

1) парабола; 2) гипербола; 3) окружность; 4) эллипс; 5) пересекающиеся прямые.

8. Найти координаты точки C, если точка
B(0, 2, 3) середина отрезка AC, где A(1, –2, 0).
В ответе указать сумму координат точки C.

1) 0; 2) –2; 3) 11; 4) 2; 5) –6.

9. Определить тип линии $y^2=2x-4$.

1) эллипс; 2) гипербола; 3) окружность; 4) парабола; 5) пересекающиеся прямые.

10. Даны точки A(0, –2, 3); B(2, 4, –1). Найти расстояние между ними.

1) 7; 2) $2\sqrt{2}$; 3) 12; 4) $2\sqrt{14}$; 5) 8.

11. Выяснить, при каком значении α векторы ортогональны: $\vec{a}$ = (–2, 3, α); $\vec{в}$ = (4, –6, –8).

1) $3\frac{1}{4}$; 2) –2; 3) 0; 4) –4; 5) 1.

12. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a}=(-1,\ 0,\ 3)$; $\vec{в}=(2,\ 1,\ -2)$.

1) 6; 2) $\sqrt{35}$; 3) $2\sqrt{14}$; 4) 3; 5) –8.

13. Выяснить, при каком значении α векторы коллинеарны: $\vec{a}=(-2,\ 3,\ \alpha)$; $\vec{в}=(4,\ -6,\ -8)$.

1) 3;   2) –2;   3) 0;   4) 1;   5) 4.

14. Вычислить длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-1, 0, 2)$, $B(2, 3, 1)$.

1) $\sqrt{19}$;   2) 4;   3) $2\sqrt{10}$;   4) 11;   5) 8.

Линейная алгебра

Задание N 1.

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на главной диагонали этой матрицы, равна…

1) 5   2) 13   3) –7   4) –5

Задание N 2.

Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$. Тогда матричная форма записи этой системы имеет вид…

1) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

Задание N 3.

Если (x_0 ; y_0) решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$, тогда x_0+y_0 равно…

1) –0,5   2) 3,5   3) 0,5   4) –3,5

Задание N 4.

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда алгебраическим дополнением элемента a_{21} является…

1) 5   2) 4   3) 1   4) –4

Дифференциальное исчисление

1. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ данных функций:

а) $y = \sqrt[4]{x^5 + 6x^2 - 1} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(2x+4)^2} + 5{,}05$; б) $y = 3^{\frac{1+\sin^2 \frac{3x-1}{2}}{5-4x^2}}$;

в) $y = \ln^3(1-3x) - \arcsin\sqrt[4]{x}$; г) $y = (\sin x)^{\frac{2}{x^2}}$.

2. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$ и просчитать её значение в указанной точке: $f(x) = \arcsin x, x_0 = 0$.

3. Найти наименьшее и наибольшее значение функции в указанном промежутке: $y = -3x^2 + 4x - 8, x \in [0;1]$.

Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Интеграл $\int e^{4x} dx$ равен…

1) $4e^{4x}+c$;   2) $4e^{4x}-c$;   3) $\frac{1}{4}e^{4x}+c$; 4) $4e^{x}+c$.

2. Интеграл $\int \sin 2x\,dx$ равен…

1) $\frac{1}{2}\cos 2x+c$;   2) $-\frac{1}{2}\cos 2x+c$;   3) $2\cos 2x+c$; 4) $-2\cos 2x+c$.

3. Интеграл $\int \frac{3\,dx}{3x+1}$ равен…

1) $\frac{1}{3}ln|3x+1|+c$; 2) $9ln|3x+1|+c$; 3) $3ln|3x+1|+c$; 4) $ln|3x+1|+c$.

4. Интеграл $\int \frac{dx}{9+x^2}$ равен…

1) $arctgx+c$;   2) $\frac{1}{3}arctg\frac{x}{3}+c$;   3) $3arctg\frac{x}{3}+c$;   4) $arctg\frac{x}{3}+c$.

5. Интеграл $\int \frac{4dx}{\sqrt{4-x^2}}$ равен….

1) $4arcsin\frac{x}{2}+c$;   2) $arcsin\frac{x}{2}+c$;   3) $2arcsin\frac{x}{2}+c$; 4) $4arcsin2x+c$.

6. Интеграл $\int \frac{8dx}{sin^2 2x}$ равен…

1) $-8ctg2x+c$; 2) $4ctg2x+c$; 3) $8ctg2x+c$;   4) $4ctg2x+c$.

7. Интеграл $\int 8(x-5)^3dx$ равен….

1) $2(x-5)^4+c$;   2) $8(x-5)^4+c$; 3) $16(x-5)^2+c$; 4) $4(x-5)^2+c$.

8. Интеграл $\int 3^{2x+4}dx$ равен….

1) $2\cdot 3^{2x+4}+c$; 2) $3^{2x+4}\cdot ln3+c$; 3) $\frac{3^{2x+4}}{2ln3}$;   4) $3^{2x+4}\cdot ln|2x+4|+c$.

9. Интеграл $\int_3^8 \frac{dx}{3+\sqrt{x+1}}$ равен....

1) $2-ln\frac{5}{6}$; 2) $2+6ln\frac{5}{6}$;   3) $2+ln\frac{6}{5}$; 4) $2-ln\frac{6}{5}$.

10. Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} xsin2x\,dx$ равен…

1) $-\frac{1}{4}$;   2) $\frac{3}{4}$;   3) $\frac{1}{4}$;   4) $-\frac{3}{4}$.

Дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

1.1 $x(y-1)dx-(x+1)ydy=0$

1.2 $y'-xy=x$

1.3 $y''-\frac{y'}{x}=0$

1.4 $y''-y'-2y=0$

2. Найти частное решение, удовлетворяющее данным начальным условиям

2.1 $y'-y=xy^2$, $y(0)=0$

2.2 $y''+4y=\sin x$, $y(0)=0,\ y'(0)=1$

3. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x'=x+2y \\ y'=2x-y \end{cases}$$

Теория вероятностей

1. Выберите правильное определение теории вероятностей:

a) это наука качественно выражающая своеобразную связь между случайным и необходимым;

b) это закономерность скрытой предопределенности;

c) это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях, т. е. характеристика объективно существующей связи между этими условиями и событием.

2. Перестановками из n элементов называется:

a) размещение из n элементов по n элементов;
b) перестановки из n элементов по n элементов;
c) любое подмножество из n элементов.

3. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 5, 7 если цифры не повторяются:

a) 120;
b) 48;
c) 20.

4. В урне находится 12 пронумерованных шаров. Извлекают один шар. Возможны события: A- появление шара с нечетным номером, B – появление шара с четным номером; C – появление шара с номером больше чем 3; D – появление шара с номером меньшим, чем 7. Какие из этих событий несовместны?

5. A и B;

a) A и C;
b) A и D;
c) B и C.

6. Суммой двух событий A и B называется:

a) множество, которое состоит из элементов, общих для событий A и B;
b) множество, которое состоит из элементов, принадлежащих хотя бы одному из событий A и B;
c) множество, которое содержит те элементы события A, которые не входят в B.

7. Каждый из двух стрелков производит по одному выстрелу в мишень. Вероятности попадания соответственно равны: p_1=0,6; p_2=0,75. Чему равна вероятность $A \cdot \overline{B}$?

a) 0,3;
b) 0,1;
c) 0,15.

8. Пусть от первого предприятия в магазин поступило 20 изделий, от второго – 10 и от третьего – 70. Вероятности поступления бракованных изделий соответственно равны 0,02; 0,03; 0,05. Найти вероятность того, что бракованное изделий поступило с первого предприятия?

a) 0,006;
b) 0,042;
c) 0,143.

9. Какая величина называется дискретной:

a) если она может принимать определенные, фиксированные значения;
b) если она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга;
c) если она может принимать любые неизвестные значения.

10. Математической ожидание находится по формуле:

a) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$;

b) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{p_i}$;

c) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \cdot p_i$;

d) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i^{\,2}$.

13. Дано следующее распределение случайной величины:

X	1	2	4	5

p	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти ее дисперсию:

a) 3,5;
b) 14,5;
c) 2,25;
d) 1,5.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1.Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П. Е. Данко [и др.]. - М. : ОНИКС, Ч. 2. - 7-е изд., испр. - 2008. - 448 с.

2.Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

3.Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

4.Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2009. - 480 с.

б) дополнительная литература:

1.Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 405 с.

2.Вохминцева, Г.П. Интегрирование функции одной переменной: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2005.

3. Вохминцева, Г.П. Дифференциальные уравнения: практикум/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 1999.

4.Вохминцева, Г.П. Введение в теорию вероятностей: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.

5.Вохминцева, Г.П. Лабораторные работы по математической статистике: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2005

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции по дисциплине могут проводится в аудитории, оснащенной видеопроектором.

Рейтинг-план дисциплины

МАТЕМАТИКА

I семестр

Модуль	Название	Кол.баллов за модуль	Темы	Кол.баллов за тему	Виды работ
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	20	Аналитическая геометрия	10	Тест, сам.работа.
			Линейная алгебра.	10	Тест, сам.работа.
2	Элементы математического анализа	20	Производная	5	Конт.раб., сам. работа.
			Интегрирование	5	Тест, сам. работа
			Дифференциальные уравнения	10	Конт.раб., сам. работа
3	Элементы теории вероятностей и математической статистики	20	Теория вероятностей	10	Тест, сам. работа
			Математическая статистика	10	Конт.раб., сам. работа
	Зачет	40			
	Итог	***100***			

II. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

Лекция 1.
Тема: Уравнения прямой на плоскости.
План

1. Общее уравнение прямой.
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой проходящей через 2 точки.
4. Уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Уравнение прямой проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
7. Основные задачи: угол между двумя прямыми, расстояние от точки до прямой.

Цель: рассмотреть различные виды уравнения прямой на плоскости, основные задачи по теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Любая прямая на плоскости может быть задана уравнением первого порядка

Ax + By + C = 0, причем постоянные A, B не равны нулю одновременно, т.е. $A^2 + B^2 \neq 0$. Это уравнение первого порядка называют общим уравнением прямой.

2. Если общее уравнение прямой Ax + By + C = 0 привести к виду:

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ и обозначить $-\frac{A}{B} = k;$ $-\frac{C}{B} = b;$ *т.е.* $y = kx + b$, то полученное уравнение называется уравнением прямой с угловым коэффициентом k.

3. Пусть на плоскости заданы две точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, тогда уравнение прямой, проходящей через эти точки: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

4. Выше записанное уравнение прямой можно упростить: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

если $x_1 \neq x_2$ и $x = x_1$, если $x_1 = x_2$. Дробь $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ = k называется угловым коэффициентом прямой. $y - y_1 = \kappa(x - x_1)$ -уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.

5. Если в общем уравнении прямой Ax + By + C = 0 $C \neq 0$, то, разделив на –C, получим: $-\frac{A}{C}x - \frac{B}{C}y = 1$ или $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, где $a = -\frac{C}{A};$ $b = -\frac{C}{B}$.

Геометрический смысл коэффициентов в том, что коэффициент *a* является координатой точки пересечения прямой с осью Ox, а *b* – координатой точки пересечения прямой с осью Oy.

6. Если заданы две прямые $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$, то острый угол между этими прямыми будет определяться как $tg\alpha = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$.

Две прямые параллельны, если $k_1 = k_2$.

Две прямые перпендикулярны, если $k_1 = -1/k_2$.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 2.
Тема: Кривые второго порядка.
План

1. Общее уравнение кривых второго порядка.
2. Окружность.
3. Эллипс.
4. Гипербола.
5. Парабола.

Цель: сформировать знания о кривых второго порядка, исследовать форму кривых по их уравнениям.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Кривая второго порядка может быть задана уравнением

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Существует система координат (не обязательно декартова прямоугольная), в которой данное уравнение может быть представлено в одном из видов, приведенных ниже.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ - уравнение эллипса.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$ - уравнение “мнимого” эллипса.

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ - уравнение гиперболы.

$a^2x^2 – c^2y^2 = 0$ – уравнение двух пересекающихся прямых.

$y^2 = 2px$ – уравнение параболы.

$y^2 – a^2 = 0$ – уравнение двух параллельных прямых.

$y^2 + a^2 = 0$ – уравнение двух “мнимых” параллельных прямых.

$y^2 = 0$ – пара совпадающих прямых.

$(x – a)^2 + (y – b)^2 = R^2$ – уравнение окружности.

2. Окружностью радиуса R с центром в точке M_0 называется множество всех точек M плоскости удовлетворяющих условию $M_0M=R$.

3. Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек, называемых фокусами есть величина постоянная, большая чем расстояние между фокусами.

4. Гиперболой называется множество точек плоскости, для которых модуль разности расстояний от двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая расстояния между фокусами.

5. Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой и не проходящей через фокус.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 3.
Тема: Аналитическая геометрия в пространстве.
План

1. Уравнение плоскости.
2. Плоскость. Основные задачи: угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
3. Уравнение прямой в пространстве.
4. Прямая в пространстве. Основные задачи.

5. Прямая и плоскость в пространстве.
6. Поверхности второго порядка.

Цель: сформировать знания о плоскости, прямой в пространстве, поверхностях второго порядка, рассмотреть основные задачи по теме.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Уравнением данной поверхности в прямоугольной системе координат $OXYZ$ называется такое уравнение $\mathrm{F(x, y, z) = 0}$ с тремя переменными x, y, z, которому удовлетворяет координаты каждой точки лежащей на поверхности и не удовлетворяют координаты точки не лежащие на этой поверхности.

Простейшей поверхностью является плоскость.

Общее уравнение плоскости имеет вид: $\mathrm{Ax + By + Cz + D = 0}$.

2. Угол между плоскостями находится по формуле:

$$\cos\varphi = \pm \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Выбор знака косинуса зависит от того, какой угол между плоскостями следует найти – острый, или смежный с ним тупой.

3. Возьмем произвольную прямую и вектор $\vec{S}$ (m, n, p), параллельный данной прямой. Вектор $\vec{S}$ называется направляющим вектором прямой. На прямой возьмем две произвольные точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и M(x, y, z). Обозначим радиус- векторы этих точек как $\overrightarrow{r_0}$ и $\vec{r}$, очевидно, что $\vec{r}$ - $\overrightarrow{r_0}$ = $\overrightarrow{M_0M}$. Т.к. векторы $\overrightarrow{M_0M}$ и $\vec{S}$ коллинеарны, то верно соотношение $\overrightarrow{M_0M}$ = $\vec{S}$ t, где t – некоторый параметр.

Итого, можно записать: $\vec{r} = \overrightarrow{r_0} + \vec{S}$ t.

Т.к. этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки прямой, то полученное уравнение – параметрическое уравнение прямой.

Это векторное уравнение может быть представлено в координатной форме:

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}$$

Преобразовав эту систему и приравняв значения параметра t, получаем канонические уравнения прямой в пространстве:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}.$$

4. Угол между двумя прямыми в пространстве вычисляется по формуле:

$$\cos\varphi = \pm \frac{\overrightarrow{S_1} \cdot \overrightarrow{S_2}}{\left|\overrightarrow{S_1}\right|\left|\overrightarrow{S_2}\right|} = \pm \frac{m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}.$$

5. Угол между прямой и плоскостью в пространстве вычисляется по формуле:

$$\sin\varphi = \pm \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

Литература: основная [2], [3].

Лекция 4
Тема: Определители
План лекции

1. Понятие и основные свойства определителя.
2. Вычисление определителей.
3. Понятие системы линейных уравнений и определение ее решения.
4. Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.

Цель: Сформировать знания об определителях их основных свойствах, способах вычисления определителей и применении для решения систем линейных уравнений.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры по вычислению определителей;
– провести рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Определитель второго порядка $\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=\sum_j (-1)^t a_{1j_1} a_{2j_2}$, $j=(j_1,\ j_2)$ – перестановки из чисел 1, 2; t – число инверсий в перестановке вторых индексов произведения $a_{1j_1} a_{2j_2}$, суммирование ведется по всем перестановкам (j_1, j_2).

Определитель третьего порядка $\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=\sum_j (-1)^t a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}$, $j=(j_1,\ j_2,\ j_3)$ – все возможные перестановки вторых индексов в произведении $a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}$, суммирование ведется по всем перестановкам.

К свойствам определителя относятся следующие: величина определителя не меняется при транспонировании; определитель меняет знак, если поменять местами две строки (два столбца); определитель, у которого две строки (два столбца) одинаковы, равен 0; общий множитель элементов какой-нибудь строки (столбца) можно выносить за знак определителя; определитель равен произведению элементов главной диагонали, если все элементы определителя, находящиеся ниже (выше) главной диагонали, равны 0; определитель не изменится, если элементам какой-нибудь строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же произвольное число, не равное нулю; определитель равен сумме произведений элементов какой-нибудь строки (столбца) на их алгебраические дополнения: $\Delta=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\ldots+a_{in}A_{in}$ $(i=\overline{1,n})$, $\Delta=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\ldots+a_{nj}A_{nj}$ $(j=\overline{1,n})$.

2. К методам вычисления определителя относят метод разложения по элементам строки (столбца), метод накопления нулей ниже главной диагонали и комбинированный.

3. В общем виде система n линейных уравнений с n неизвестными (переменными) x_1, x_2, …, x_n имеет вид

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Решением системы уравнений называется набор n чисел $x_1=a_1$, $x_2=a_2$, ... , $x_n=a_n$, при подстановке которых каждое из уравнение системы обращается в тождество.

4. Пусть Δ -определитель матрицы системы, а Δj -определитель, полученный из определителя Δ заменой j-го столбца свободных членов B. Тогда, если $\Delta\neq 0$, система линейных уравнений имеет единственное решение, определяемое по формулам $x_j=\dfrac{\Delta_{x_j}}{\Delta}$, j = 1,2, ... , n. Данные формулы называются формулами Крамера.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 5
Тема: Матрицы
План лекции

1. Матрицы и операции над ними.
2. Обратная матрица.
3. Матричные уравнения.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

Цель: сформировать первоначальные знания о матрицах, операциях над матрицами и их применении в решении систем линейных уравнений.

Задачи:

– актуализировать представления о матрицах как о аппарате представления данных;
– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры по решению систем линейных уравнений.

Ключевые вопросы

1. Прямоугольная таблица чисел $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, расположенных в m строк и n столбцов, называется матрицей размера m×n.

Суммой двух матриц A и B одного размера m×n называется матрица C= A+B, элементы которой $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ для i= 1,2,…,m; j=1,2,…,n.

Произведением матрицы A на число α называется матрица, элементы которой получены умножением всех элементов матрицы A на число α, т. е. $\alpha A = A\alpha = (\alpha a_{ij})$.

Умножение матрицы A на матрицу B определено, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. В этом случае матрицы называются согласованными.

Произведением матриц $\underset{m\times k}{A} \cdot \underset{k\times n}{B}$ называется такая матрица $\underset{m\times n}{C}$, каждый элемент которой c_{ij} равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B: $c_{ij} = a_{i1}\, b_{1j} + a_{i2}\, b_{2j} + \ldots + a_{ik}\, b_{kj}$.

2. Матрица A^{-1} называется обратной квадратной матрице *A*, если $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, где E -единичная матрица.

3. Система уравнений в матричной форме примет вид AX = B. Пусть матрица системы A является невырожденной, т.е. существует обратная матрица A^{-1}. Умножив обе части этого уравнения слева на A^{-1}, получаем решение системы уравнений. $X = A^{-1}B$, где A^{-1} обратная матрица.

4. Метод Гаусса − метод последовательного исключения переменных −заключается в том, что с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к эквивалентной системе ступенчатого (или треугольного) вида, из которой последовательно, начиная с последних (по номеру) переменных, находятся все остальные переменные

Литература: основная [2], [3].

Лекция 6

Тема: Производная и дифференциал функции одного действительного переменного

План лекции

1. Функция. Предел функции в точке.
2. Понятие производной. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
3. Механический и геометрический смысл производной.
4. Производные высших порядков.
5. Дифференциал функции, его свойства.
6. Правило Лопиталя.

Цель: расширить представление о производной, рассмотреть правила дифференцирования.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Рассмотрим два множества Х и У, элементами которых могут быть любые объекты. Предложим, что каждому элементу х множества Х по некоторому закону или способу поставлен в соответствие определенный элемент у множества У, то говорят что на множестве Х задана функция у = f(х), (или отображение множества Х во множество У). Множество Х называется областью определения функции f, а элементы у = f(х) образуют множество значений функции – У. х – независимая переменная (аргумент).

Число А называется пределом функции f(x) при x→a, если для любого ε>0 существует такое число Δ>0, что для всех х таких, что 0 < |x - a| < Δ верно неравенство |f(x) - A|< ε.

2. Производной функции *f(x)* в точке x = x_0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, если он существует $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.

3.Уравнение касательной к кривой: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

4.Пусть функция f(x)- дифференцируема на некотором интервале. Дифференцируя ее, получаем первую производную $y' = f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$. Если найти производную функции f′(x), получим вторую производную функции f(x). $y'' = f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ т.е. y′′ = (y′)′ или $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Этот процесс можно продолжить и далее, находя производные степени n: $\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right)$.

5. Дифференциалом функции f(x) в точке x называется главня линейная часть приращения функции. Обозначается dy или df(x). Из определения следует, что dy = f′(x)Δx или *dy* = *f′(x)dx*. Можно также записать: $f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

6. Теорема (правило Лопиталя). Если функции f(x) и g(x) дифференцируемы в вблизи точки а, непрерывны в точке а, g′(x) отлична от нуля вблизи а и f(a) = g(a) = 0, то предел отношения функций при x→a равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 7
Тема: Приложения производной к исследованию функций
План лекции

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
3. Схема исследования поведения функции с помощью первой и второй производных.

Цель: сформировать знания о приложении производной к исследованию функций.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;

– ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
– осуществить контроль за освоением изложенного материала.

Ключевые вопросы

1. Теорема Роля. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны f(a) = f(b), то на интервале (a, b) существует точка ε, a < ε < b, в которой производная функция f(x) равная нулю, $f'(\varepsilon) = 0$.

Теорема Лагранжа. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b] и дифференцируема на интервале (a, b), то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка ε a < ε < b, такая, что $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(\varepsilon)$.

Теорема Коши. Если функции f(x) и g(x) непрерывны на отрезке [a, b] и дифференцируемы на интервале (a, b) и $g'(x) \neq 0$ на интервале (a, b), то существует по крайней мере одна точка ε, a < ε < b, такая, что $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}$.

2. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b] и дифференцируема на промежутке (a, b), причем $f'(x) > 0$ для a < x < b, то эта функция возрастает на отрезке [a, b]. Если $f'(x)<0$ в промежутке (a, b), то f(x) убывает на отрезке [a, b]. Функция f(x) имеет в точке x_1 максимум, если ее значение в этой точке больше значений во всех точках некоторого интервала, содержащего точку x_1. Функция f(x) имеет в точке x_2 минимум, если $f(x_2 +\Delta x) > f(x_2)$ при любом Δx (Δx может быть и отрицательным). Кривая обращена выпуклостью вверх на интервале (a, b), если все ее точки лежат ниже любой ее касательной на этом интервале. Кривая, обращенная выпуклостью вверх, называется выпуклой, а кривая, обращенная выпуклостью вниз – называется вогнутой. Точка, отделяющая выпуклую часть кривой от вогнутой, называется точкой перегиба.

3. Процесс исследования функции состоит из нескольких этапов. Для наиболее полного представления о поведении функции и характере ее графика необходимо отыскать: область существования функции; точки разрыва; интервалы возрастания и убывания; точки максимума и минимума; максимальное и минимальное значение функции на ее области определения; области выпуклости и вогнутости; точки перегиба; асимптоты; построение графика.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 8

Тема: Первообразная функция и неопределённый интеграл.

План лекции

1. Первообразная: определения, примеры.
2. Неопределённый интеграл и его свойства.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Методы интегрирования по частям и заменой переменных.

Цель: углубить представления студентов о первообразной функции и сформировать знания о неопределенном интеграле.

Задачи:

– актуализировать представления о первообразной функции;
– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры по использованию таблицы и свойств неопределенного интеграла.

Ключевые вопросы

1. Функция *F(x)* называется первообразной для функции *f(x)* на некотором промежутке *X*, если для всех значений *x* из этого промежутка выполняется равенство $F'(x) = f(x)$ или $dF(x) = f(x)dx$.

2. Если функция *F(x)* – первообразная для функции *f(x)* на промежутке *X*, то множест-

во функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется неопределенным интегралом от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)dx = F(x)+C$.

Неопределенный интеграл обладает следующими его свойствами: $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$; $d\int f(x)dx = f(x)dx$; $\int dF(x) = F(x)+C$; $\int k\cdot f(x)dx = k\cdot\int f(x)\,dx$, $\kappa = const \neq 0$; 5) $\int[f(x)\pm g(x)]\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$; $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b)+C$; $\int f(u)du = F(u)+C$.

3. Таблица неопределенных интегралов, где $u=\varphi(x)$

1. $\int du = u + C.$
2. $\int\limits_{n\neq -1} u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1}+C.$
3. $\int\limits_{u\neq 0} \frac{du}{u} = \ln|u| + C.$
4. $\int\limits_{a\neq 1,\, a>0} a^u du = \frac{a^u}{\ln a}+C.$
5. $\int e^u du = e^u + C.$
6. $\int \sin u du = -\cos u + C.$
7. $\int \cos u du = \sin u + C.$
8. $\int \frac{du}{\cos^2 u} = tgu + C.$
9. $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -ctgu + C.$
10. $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{u}{a} + C.$
11. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin\frac{u}{a} + C.$
12. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + C.$

4. Метод подстановки или метод замены переменной основан на формуле $\int f(x)dx = \begin{vmatrix} x=\varphi(t) \\ dx = \varphi'(t)dt \end{vmatrix} = \int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$. Данная формула называется формулой замены переменной в неопределенном интеграле. 2. Метод интегрирования по частям основан на использовании формулы $\int udv = uv - \int vdu$. Эта формула позволяет свести вычисление интеграла $\int udv$ к вычислению интеграла $\int vdu$, который может оказаться более простым.

Литература: основная [2], [3]; дополнительная [2].

Лекция 9

Тема: Определённый интеграл.

План лекции

1. Определение и свойства определённого интеграла.
2. Формула Ньютона – Лейбница.
3. Несобственный интеграл.

Цель: расширить представления студентов об определенном интеграле и методах его вычисления, дать первоначальное понятие о несобственных интегралах.

Задачи:

– актуализировать представления об определенном интеграле;
– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры по вычислению определенных и несобственных интегралах.

Ключевые вопросы

1. Если существует конечный предел интегральной суммы при $\lambda \to 0$, то этот предел называется определенным интегралом от функции f(x) на отрезке [a,b]:

$$I=\int_a^b f(x)dx=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \ .$$

Сама функция f(x) на отрезке [a,b] называется интегрируемой подынтегральной функцией, a – верхний предел интегрирования, b – нижний предел интегрирования, а x – переменная интегрирования.

2. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a,b] и функция F(x) является ее некоторой первообразной на этом отрезке, то имеет место формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a).$$

3. Пусть функция $y=f(x)$ задана на луче $[a,\infty)$ и интегрируема на любом конечном отрезке $[a,b]$, где $a<b<\infty$. Если существует предел $\lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx$, то он называется несобственным интегралом I рода от функции $f(x)$ на промежутке $[a,\infty)$ и обозначается символом: $\int_a^\infty f(x)dx=\lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx$. Если функция $y=f(x)$ непрерывна при $a<x\le b$ и имеет бесконечный разрыв в точке $x=a$, т.е. $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$, то $\int_a^b f(x)dx=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx, \quad (\varepsilon>0)$.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 10
Тема: Приложения определенного интеграла
План лекции

1. Геометрические приложения определённого интеграла

1.1 Вычисление площади фигуры

1.2. Вычисление длины дуги

1.3. Вычисление объема тела вращения

2. Физические приложения определённого интеграла

Цель: расширить представления студентов о приложениях определенного интеграла в геометрических задачах и сформировать знания о его физических приложениях.

Задачи:

– актуализировать представления о геометрических приложениях определенном интеграле;

– сообщить теоретический материал по данной теме;

– привести примеры решения задач.

Ключевые вопросы

1. Пусть функция $f(x)$ непрерывна и неотрицательна на отрезке $[a,b]$. В силу геометрического смысла определенного интеграла площадь криволинейной трапеции численно равна интегралу от данной функции по данному отрезку, т.е. $S=\int_a^b f(x)dx$. Длина L дуги кривой, заданной уравнением y=f(x), a ≤ x ≤ b вычисляется по формуле: $L=\int_a^b\sqrt{1+f'^2(x)}dx$.

Объем тела вращения определяется формулой $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$.

2. Пусть материальная точка перемещается по прямой с переменной скоростью v=v(t). Путь S, пройденный точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле: $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$.

Литература: основная [2], [3].

Лекция 11
Тема: Основные понятия о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка
План лекции

1. Определение дифференциального уравнения
2. Общее и частное решения дифференциального уравнения
3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Цель: сформировать первоначальные представления о дифференциальных уравнениях, решении дифференциального уравнения, дать знания о видах и методах решения дифференциальных уравнений первого порядка.

Задачи:

– актуализировать понятие о дифференциальных уравнениях как о способе моделирования различных процессов;
– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры решения дифференциальных уравнений первого порядка;
– закрепить полученную информацию.

Ключевые вопросы

1. Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнения вида: $F(x,y,y')=0$, $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$, $y' = f(x)$. Решением дифференциального уравнения первого порядка называется дифференцируемая функция $y = \varphi(x)$, которая при подстановке в уравнение, обращает его в тождество. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x,y)$ в некоторой области Д называется функция $y = \varphi(x,c)$, обладающая следующими свойствами: функция $\varphi(x,c)$ является решением данного уравнения при любых значениях произвольной постоянной С, принадлежащих некоторому множеству; для любого начального условия $y(x_0)=y_0$ такого, что $(x_0, y_0)\in Д$, существует единственное значение $C=C_0$, при котором решение $y=\varphi(x,c_0)$ удовлетворяет начальному условию. Всякое решение $y = \varphi(x,c_0)$, получающееся из общего решения $y = \varphi(x,c)$ при конкретном значении $C = C_0$, называется частным решением.

2. Уравнение вида $f_1(x)f_2(y)dx - \varphi_1(x)\varphi_2(y)dy = 0$ называется уравнением с разделяющимися переменными.

3. Уравнение первого порядка $P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$ или $y'=f(x,y)$ называется однородным, если $P(x,y)$ и $Q(x,y)$- однородные функции одной степени однородности или $f(x,y)$- однородная функция нулевой степени однородности. Функция $P(x,y)$ называется однородной степени k, если $P(\lambda x,\lambda y)=\lambda^k\cdot P(x,y)$. Однородное уравнение может быть приведено к виду $y'=\varphi(\frac{y}{x})$.

4. Уравнение вида $y'+P(x)y = Q(x)$, где $P(x)$ и $Q(x)$- непрерывные функции аргумента x , называется линейным уравнением первого порядка.

Литература: основная [1], [3]; дополнительная [3].

Лекция 12
Тема: Дифференциальные уравнения высших порядков, решаемые понижением порядка
План лекции

1. Уравнения, решаемые последовательным интегрированием

2. Уравнения, не содержащие явно функцию

3. Уравнения, не содержащие явно функцию

4. Примеры задач на составление и решение дифференциальных уравнений

Цель: сформировать знания о видах и методах решения дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения дифференциальных уравнений;
- закрепить полученную информацию посредством решения прикладных задач.

Ключевые вопросы

1. Уравнение вида $y^{(n)}=f(x)$ решается последовательным интегрированием обеих частей уравнения n раз. Общий интеграл уравнения содержит n произвольных постоянных.

2. Уравнение 2-го порядка $F(x,y',y'')=0$, не содержащее явно функцию y, преобразуется в уравнение 1-го порядка посредством подстановки $y'=p$, $y''=p$, где $p = p(x)$−функция от x.

3. Уравнение 2-го порядка $F(y,y',y'')=0$, не содержащее явно аргумент x, преобразуется в уравнение 1-го порядка посредством подстановки $y' = p$, $y'' = p\dfrac{dp}{dy}$, где p = p(y).

4. Необходимым этапом решения любой прикладной задачи является построение математической модели изучаемого объекта или процесса. Обыкновенные дифференциальные уравнения составляют основу сравнительно простых, но весьма распространенных математических моделей, применяемых в самых разных областях науки. Наиболее распространенными задачами на составление и решение дифференциальных уравнений являются: а) на плоскости хОу найти кривую, проходящую через (x_0,y_0), у которой угловой коэффициент касательной в любой точке кривой пропорционален абсциссе (ординате) точки касания; б) задача о радиоактивном распаде; в) задача о размножении популяции; г) задача о скорости химической реакции; д) задача о законе охлаждения тела и др.

Литература: основная [1], [3]; дополнительная [3].

Лекция 13

Тема: Линейные однородные, неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков

План лекции

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков

2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков

3. Приложение дифференциальных уравнений к описанию линейных моделей.

Цель: сформировать знания о линейных однородных, неоднородных дифференциальных уравнениях высших порядков и углубить представления об использовании дифференциальных уравнений к описанию линейных моделей.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения дифференциальных уравнений;
- закрепить полученную информацию посредством решения прикладных задач.

Ключевые вопросы

1. Линейным однородным уравнением n-го порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида $y^{(n)}+a_1 y^{(n-1)}+a_2 y^{(n-2)}+\ldots+a_{n-1} y'+a_n y=0$.

Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка (1) имеет вид $y=C_1 y_1(x)+C_2 y_2(x)+\ldots+C_n y_n(x)$, где $y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)$ – линейно независимые частные решения этого уравнения.

Для нахождения общего решения уравнения составляют характеристическое уравнение $k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} +\ldots+ a_{n-1}k + a_n = 0$.

В зависимости от корней характеристического уравнения возможны случаи: если все корни характеристического уравнения $k_1, k_2, \ldots ,k_n$ – действительные и различные, то общее решение имеет вид: $y=C_1e^{k1x}+C_2e^{k2x}+\ldots+C_ne^{knx}$; если среди корней характеристического уравнения $k_1, k_2,\ldots, k_n$ имеются кратные ($k_1=k_2=\ldots=k_n=k$), а остальные различные, то общее решение примет вид $y=e^{kx}(C_1+C_2x+C_3x^2+\ldots+C_mx^{m-1})+C_{m+1}e^{km+1\cdot x}+\ldots+C_ne^{km-n\cdot x}$, где m- кратность корня; если среди корней характеристического уравнения имеется пара комплексных корней $k_{1,2}=\alpha\pm\beta i$, то общее решение примет вид $y=e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x)$.

2. Линейным неоднородным уравнением называется уравнение первой степени относительно искомой функции и всех ее производных $y^{(n)}+a_1y^{(n-1)}+\ldots+a_{n-1}y'+a_ny=f(x)$, где $f(x)$ непрерывная функция непрерывная. Общее решение такого уравнения $y=y^*+\bar{y}$, где y^* - общее решение соответствующего однородного уравнения, $\bar{y}$ - какое-либо частное решение неоднородного уравнения. Частное решения $\bar{y}$ можно найти методом подбора. Если $f(x)=e^{\alpha x}[P_n(x)\cos\beta x+Q_m(x)\sin\beta x]$, то $\bar{y}=e^{\alpha x}[M_S(x)\cos\beta x+N_S(x)\sin\beta x]\cdot x^r$, где $M_S(x)$ и $N_S(x)$ – многочлены степени $S=max\{n,m\}$, а r – кратность корня $\alpha+\beta i$ характеристического уравнения.

Литература: основная [1], [3]; дополнительная [3].

Лекция 14

Тема: Предмет теории вероятностей. Основные понятия. Теоремы сложения и умножения вероятностей

План лекции

1. Предмет теории вероятностей
2. Различные подходы к определению вероятности события
3. Основные формулы комбинаторики
4. Алгебра событий
5. Теоремы сложения и умножения вероятностей

Цель: сформировать знания о предмете теории вероятностей, определении вероятности события и ее свойствах, основах комбинаторики и теоремах сложения и умножения вероятностей.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;

– привести примеры решения задач с использованием различных походов к определению вероятности;

– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений.

2. Классической вероятностью $P(A)$ события A называется отношение числа благоприятствующих этому событию исходов (т.е. таких, при которых событие А обязательно произойдет) к общему числу несовместных единственно возможных и равновозможных исходов. Геометрической вероятностью события A называется отношение меры области, благоприятствующей появлению события А, к мере пространства элементарных исходов. Статистической вероятностью события А называется число, около которого колеблются частости W(A) появления этого события во многих сериях выборочных испытаний больших объемов, проводимых в одинаковых условиях.

3. К основным типам комбинаторных задач относятся отыскание числа перестановок, размещений, сочетаний, перестановок с повторениями, размещений с повторениями, сочетаний с повторениями.

4. Объединением (или суммой) нескольких случайных событий называется событие, состоящее в осуществлении, по крайней мере, одного из данных событий.

Совмещением (или произведением) двух событий А и В называется событие, состоящее в одновременном осуществлении обеих событий.

5. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A)_2+\ldots+P(A_n)$.

Вероятность суммы совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий:
$P(A_1, A_2, ..., A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\ ...P(A_n)$.

Вероятность совместного появления нескольких зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятности каждого последующего события вычисляются в предположении, что все предыдущие события произошли: $P(A_1, A_2, ..., A_n) = P(A_1)\cdot P_{A_1}(A_2)P_{A_1A_2}(A_3)\ ...P_{A_1A_2...A_{n-1}}(A_n)$.

Литература: основная [4]; дополнительная [1], [4].

Лекция 15

Тема: Формулы полной вероятности и Байеса. Повторные независимые испытания. Интегральная теорема Лапласа

План лекции

1. Формулы полной вероятности и Байеса
2. Формула Бернулли
3. Локальная теорема Лапласа
4. Формула Пуассона
5. Интегральная теорема Лапласа

Цель: сформировать знания о применении формул полной вероятности и Байеса, различных вариантах решения задач на повторные независимые испытания.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Вероятность события А, которое может наступить при условии появления одного из несовместных событий, образующих полную группу событий, равна сумме произведений вероятности каждого из событий на соответствующую условную вероятность события А:
$$P(A)=P(H_1)P_{H_2}(A)+P(H_2)P_{H_2}(A)+\ ...+P(H_n)P_{H_n}(A).$$

Условные вероятности гипотез определяются по формулам Байеса:
$$P_A(H_i)=\frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(H_n)P_{H_n}(A)}.$$

2. Вероятность появления события А m раз в n независимых испытания, в каждом из которых вероятность этого события постоянна и равна p, находится по формуле Бернулли: $P_n(m)=C_n^m\, p^m q^{\,n-m}$. Если число испытаний n велико, то применение формулы Бернулли приводит к очень громоздким вычислениям. В таких случаях пользуются приближенными формулами, основанными на теоремах Лапласа и Пуассона.

3. Локальная теорема Лапласа: Вероятность Pn (m) того, что в n испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно m раз приближённо равна $P_n(m)\approx\frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$, где $x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}$, $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$.

4. Формула Пуассона: Если вероятность p наступления события постоянна и мала, а число испытаний n велико, то Pn (m) $\approx\frac{\lambda^m\cdot e^{-\lambda}}{m!}$, где $\lambda = n\,p$.

5. Интегральная теорема Лапласа: Если вероятность p наступления некоторого события в каждом испытании постоянна (0 < p <1), а число испытаний n достаточно велико, то вероятность того, что это событие наступит не менее a раз и не более b приближенно равна $P(a \le m \le b) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha)$, где $\alpha = \frac{a - np}{\sqrt{npq}}$, $\beta = \frac{b - np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ – функция Лапласа.

Литература: основная [4]; дополнительная [1], [4].

Лекция 16

Тема: Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин

План лекции

1. Определение случайной величины. Определение дискретной и непрерывной случайных величин
2. Закон распределения случайной величины. Способы задания закона распределения дискретной случайной величины.
3. Способы задания закона распределения непрерывной случайной величины.
4. Числовые характеристики случайных величин.

Цель: дать первоначальное понятие о случайных величинах, сформировать знания о законах распределения и способах их описания, научить вычислять и интерпретировать числовые характеристики случайных величин.

Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Случайная величина X – это некоторая функция элементарного события ω: $X = \varphi(\omega)$, где $\omega \in U$. Значение этой функции зависит от того, какое элементарное событие ω появилось в результате опыта. Случайные величины часто обозначают большими буквами, а их значения малыми. Случайная величина называется дискретной, если ее возможные значения могут быть пронумерованы числами натурального ряда. Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

2. Законом распределения случайной величины называется любое правило, позволяющее находить вероятность возможных событий (значений), связанных со случайной величиной. Закон распределения дискретных случайных величин может быть задан в форме ряда, многоугольника и функции (интегрального закона) распределения.

3. Непрерывную случайную величину можно задать функцией распределения F(x) действительной переменной x, определяемой формулой F(x) = P (X < x) и функцией, которая называется плотностью распределения или дифференциальной функций и определяется формулой f(x) = F'(x).

4. Основные числовые характеристики и формулы приведены в таблице:

<table>
<tr><th rowspan="2">Характеристика</th><th rowspan="2">Обозначение</th><th colspan="2">Случайная величина</th></tr>
<tr><th>Дискретная</th><th>Непрерывная</th></tr>
<tr><td>Математическое ожидание</td><td>M(X)</td><td>$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$</td><td>$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Дисперсия</td><td rowspan="2">D(X)</td><td>$D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$</td><td>$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 \cdot f(x) dx$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$</td></tr>
</table>

Среднее квадратичное отклонение (стандарт)	σ_x	$\sigma_x = \sqrt{D(X)}$

Литература: основная [4]; дополнительная [1], [4].

Лекция 17

Тема: Статистические оценки параметров распределения.

План лекции

1. Основные задачи статистики и математической статистики.
2. Статистическая обработка результатов наблюдений.
3. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии и их свойства.
4. Понятие интервальных оценок. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

Цель: сформировать знания о методах точечного и интервального оценивания основных характеристик генеральной совокупности и умения нахождения доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры решения задач;
– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1.Точечной оценкой параметра называется оценка, определяемая одним числом.

Оценка $\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$−должна приближаться к оцениваемому параметру Θ по мере увеличения объема выборки. Если оценка стремится по вероятности к оцениваемому параметру, то она называется состоятельной.

Оценка параметра $\tilde{\Theta}$ называется несмещенной, если она при любом объеме выборки имеет математическое ожидание, совпадающее с оцениваемым параметром, т.е. $M(\tilde{\Theta}) = \Theta$.

Несмещенная оценка $\tilde{\Theta}$ параметра Θ называется эффективной, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок параметра Θ, вычисленных по выборкам одного и того же объема n.

2. Доверительным интервалом для параметра θ называется интервал (θ_1, θ_2), содержащий (покрывающий) истинное значение θ с заданной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha$. Число $\gamma = 1 - \alpha$ называется доверительной вероятностью, а значение γ− уровнем значимости, границы θ_1 и θ_2 являющимися случайными величинами − соответственно нижней и верхней границами доверительного интервала.

Величина $\alpha = 1 - \gamma$ указывает на то, что те значения параметра θ, для которых $|\theta - \tilde{\theta}| > \varepsilon$ нужно признать противоречащими опытным данным.

3. Доверительный интервал для оценки математического ожидания *a* при неизвестном σ: $\left(\bar{x}_в - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{x}_в + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ с надежностью γ покрывает неизвестный параметр a; точность оценки $\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$.

Доверительный интервал для оценки математического ожидания *a* при неизвестном σ для заданной доверительной вероятности γ вычисляется по формуле:

$\bar{x}_в - t_\gamma S/\sqrt{n} < a < \bar{x}_в + t_\gamma S/\sqrt{n}$, где $\bar{x}_в = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$, $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_в)^2 n_i}{n-1}$. Доверительный интервал для дисперсии записан скобках: $P\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}} \le \sigma^2 \le \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}}\right) = \gamma$

Литература: основная [4]; дополнительная [1], [5].

Лекция 18

Тема: Регрессионный анализ

План лекции

1. Уравнение регрессии и задачи регрессионного анализа.
2. Построение модели парной регрессии методом наименьших квадратов.
3. Оценка качества регрессионной модели.

Цель: сформировать знания о регрессионном анализе.

Задачи:

– сообщить теоретический материал по данной теме;
– привести примеры решения задач;
– осуществить рефлексию.

Ключевые вопросы

1. Функциональная зависимость среднего значения результативного признака от изменения факторного признака называют регрессией. Уравнение $\bar{y}_x = f(x)$ называют уравнением регрессии $У$ на X, функцию $f(x)$ называют регрессией $У$ на X, а её график - линейной регрессией $У$ на X. Задачами регрессивного анализа являются: установление формы зависимости (линейная или нелинейная; положительная или отрицательная и т. д.); определение функций регрессии и установление влияния факторов на зависимую переменную. Важно не только определить форму регрессии, указать общую тенденцию изменения зависимой переменной, но и выяснить, каково было бы действие на зависимую переменную главных факторов, если бы прочие не изменялись и если бы были исключены случайные элементы. Для этого определяют функцию регрессии в виде математического уравнения того или иного типа.

2. Уравнение парной линейной регрессии: $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$, где a_0 и a_1 - параметры, которые подлежат определению. Эти параметры могут быть определены методом наименьших квадратов из системы уравнений: $\begin{cases} a_0 + a_1\bar{x} = \bar{y}, \\ a_0\bar{x} + a_1\overline{x^2} = \overline{xy}, \end{cases}$ где $\bar{x}$, $\bar{y}$ –средние выборочные величины.

3. Оценка качества регрессионной модели осуществляется посредством применения t-критерия Стьюдента и F-критерия Фишера.

Литература: основная [4]; дополнительная [1], [5].

III МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РЕКОМНДАЦИИ

1. Методические рекомендации для преподавателей

В качестве средств обучения могут быть использованы учебники, учебные пособия, электронные ресурсы, приведенные в рабочей программе.

В процессе обучения рекомендуем преподавателям использовать основные методы обучения, применяемые в высшей школе.

1. Информационно-рецептивный метод. Обучаемые усваивают знания в готовом виде, сообщенные преподавателем, почерпнутые из книжных источников или электронных ресурсов. Подобная деятельность необходима, так как она позволяет в сжатые сроки вооружать студента основными математическими определениями, теоремами, формулами и образцами способов деятельности.

2. Репродуктивный метод (метод организации воспроизведения способов деятельности). К этому методу относятся: решение типовых задач, ответы на теоретические вопросы.

3. Метод проблемного обучения. Преподаватель не просто излагает материал, а ставит проблему, формулирует познавательную задачу, показывает с помощью студентов логический путь решения проблемы. Здесь обучаемый становится соучастником поиска.

4. Эвристический (частично-поисковый) метод. После ознакомления обучаемых с материалом (определениями, математическими моделями, теоремами) перед ними ставится познавательная поисковая задача (лучше, если студенты сами ее выдвинут). Путем соответствующих заданий обучаемые подводятся к самостоятельным выводам. Таким образом, организуются активный учебный поиск, связанный с переходом к творческому, продуктивному мышлению.

5. Исследовательский метод. После постановки проблемы, формулирования задач, обучаемые самостоятельно работают над литературой, выдвигают гипотезу, ищут пути ее решения.

Рекомендуем использовать некоторые частно-дидактические методы обучения.

1. Мотивационное обеспечение учебной деятельности. Применение этого метода предполагает создание условий, при которых студентом осознается важность изучаемого материала для своей последующей деятельности. При этом полезны задачи прикладного содержания, соответствующие приобретаемой профессии.

2. Выделение базисного материала, концентрация учебного материала вокруг базисного. Применение этого метода облегчает процесс усвоения и запоминания, освобождает от необходимости изучать некоторые частные, второстепенные вопросы, способствует формированию обобщенных знаний.

3. Пропедевтика вводимых понятий, новых теорем, формул. Перед изучением материала ограничиваются наглядными соображениями, не строгими рассуждениями, интуитивными представлениями о понятиях. Использование догадок, интуиции в обучении развивает мышление, интерес, улучшает запоминание.

4. Выбор методически обоснованного, с учетом знаний студентов и их умения мыслить, уровня строгости изучаемого материала. При обучении студентов естественнонаучного направления следует иметь в виду, что излишняя формализация материала препятствует полноценному его усвоению, развитию интуиции и может привести к потере интереса к предмету.

5. Создание проблемных ситуаций, возможностей для студентов самим делать обобщения, выводы, открытия.

6. Составление и применение алгоритмов. Алгоритмы организуют познавательный процесс, являются средством достижения результата, формируют у студента четкий стиль мышления. Их применение способствует более прочному усвоению материала.

7. Математическое моделирование. Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Анализ математической модели позволяет проникнуть в сущность изучаемых явлений. При построении математических моделей необходимо выделять основные этапы:

- формализацию;
- решение задачи внутри построенной модели на языке той теории, в рамках которой находится модель;
- интерпретации полученного результата к исходной задаче.

В математических курсах модели различного вида встречаются очень часто: функциональном, графическом, знаковом и других выражениях. Особенно наглядны задачи практического содержания, в которых отчетливо выделяются все указанные три этапа математического моделирования.

8. Обучение с использованием информационных технологий. Размещение сотрудниками кафедры своих учебных материалов в сети Интернет позволяет студенту осваивать материал в соответствии с требованиями преподавателя в любое удобное для него время.

Любой способ учебной деятельности целесообразно представить как цепь управляемых ситуаций, направленных на стимулирование и развитие познавательной и практической активности студента.

Методика чтения лекций, организации практических занятий и самостоятельной работы должна содействовать развитию познавательной активности студентов, формированию необходимых компетенции. В практике необходимы лекции, предусматривающие как продуктивную, так и репродуктивную деятельность студента. При применении активных методов обучения доминирующими видами деятельности являются частично-поисковые, творческие, исследовательские. Важными моментами таких лекций являются:

- постановка проблемы;
- определение базовых знаний, необходимых для ее решения;
- создание атмосферы частично-поисковой деятельности;
- организация исследовательской деятельности;
- сравнение результатов исследования с точным результатом;
- корректировка определений, выводов, полученных студентами;
- самостоятельная работа студентов по специальным заданиям. Система задач и упражнений на практических и лабораторных занятиях должна давать целостное представление о функциях задач;
- обучающей (формирование у студентов системы математических знаний, умений, компетенции);
- развивающей (развитие математического мышления);
- воспитывающей (формирование познавательного интереса);
- контролирующей (проверка качества усвоения изучаемого материала). Задания для самостоятельной работы включают в себя задачи и упражнения:

1) тренировочного типа (в форме домашних заданий к практическим занятиям; самостоятельная работа над книгой или конспектом лекции по отбору и систематизации учебного материала);

2) реконструктивно-вариативного типа (при выполнении этих заданий студенты применяют правила, теоремы в различных ситуациях; реконструируют известный учебный материал или способы решения задач с целью их приложения к решению заданной задачи с измененными условиями).

2. Методические указания по изучению дисциплины

Успешное освоение дисциплины предполагает активное, творческое участие студента путем ежедневной планомерной работы. Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

На лекциях студенты получают самые необходимые данные, во многом дополняющие учебники (иногда даже их заменяющие с последними достижениями науки. Умение сосредоточенно слушать лекции, активно, творчески воспринимать излагаемые сведения является непременным условием их глубокого и прочного усвоения, а также развития умственных способностей.

Слушание и запись лекций - сложные виды вузовской работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Слушая лекции, надо отвлечься при этом от посторонних мыслей и думать только о том, что излагает преподаватель. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал.

Внимание человека неустойчиво. Требуются волевые усилия, чтобы оно было сосредоточенным. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное. Это должно быть сделано самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое "конспектирование" приносит больше вреда, чем пользы. Некоторые студенты просят иногда лектора "читать помедленнее". Но лекция не может превратиться в лекцию-диктовку. Это очень вредная тенденция, ибо в этом случае студент механически записывает большое количество услышанных сведений, не размышляя над ними.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда используй не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями. Конспект лекции рекомендуется просмотреть сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь к преподавателю за консультацией.

Регулярно отводите время для повторения теоретического и практического материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

При подготовке к практическим занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в пункте 5.2 данного учебно-методического комплекса. Тщательно проработать лекционный материал и соответствующие учебные пособия по теме каждого практического занятия. Прорешать типовые задачи домашнего задания.

Практические занятия по данной дисциплине способствуют развитию аналитических и вычислительных способностей и формированию соответствующих навыков; – привитию навыков составления и анализа математических моделей простых реальных задач и развитию математической интуиции; – выработке умений решать прикладные задачи, связанные с будущей специальностью студента, требующие отбора данных и предварительного вывода аналитических зависимостей. Поэтому основным требованием преподавателя к студентам является обязательное присутствие студентов на всех практических занятиях, а также выполнение всех заданий преподавателя, как текущих, так и контрольных.

3. Краткие учебно-методические материалы к практическим занятиям

Практическое занятие № 1 «Система координат. Способы задания линий на плоскости. Прямая, эллипс, гипербола, парабола»

Основные вопросы

1. Понятие об уравнении линии.
2. Общее уравнение прямой на плоскости.
3. Уравнением прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Уравнением прямой, проходящей через заданную точку М $(x_0; y_0)$ с угловым коэффициентом k.
6. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$.
7. Угол между прямыми на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности

двух прямых.

8. Расстояние между двумя точками.

9. Деление отрезка в данном отношении.

10. Алгоритм составления уравнения линии по ее геометрическим свойствам

11. Окружность: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение.

12. Эллипс: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение. Эллипс со смещенным центром.

13. Гипербола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, асимптоты, эксцентриситет и его смысл. Сопряженная гипербола. Гипербола со смещенным центром.

14. Парабола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение. Парабола со смещенной вершиной.

Типовые задания

1. Даны вершины треугольника: A(2, 3), B(6, 1), C(2, -2). Найти:
2. Длину стороны AB.
3. Уравнения сторон AB, BC, AC.
4. Уравнение высоты из вершины A.
5. Уравнение медианы из вершины B.
6. Расстояние от точки C до прямой AB.
7. Составить уравнение прямой проходящей через точку $M(-2;-5)$, параллельно прямой $3x+4y+2=0$.
8. Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки $M\left(\frac{5}{2};\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$, $N\left(-2;\frac{\sqrt{15}}{5}\right)$.
9. Построить линии: 1) $y=\sqrt{9-x^2}$; 2) $x-4y^2-12=0$; 3) $x^2-y^2+2x+2=0$;

4) $36x^2+4y^2+144x-40y+100=0$; 5) $x^2-4y^2-4x-8y+8=0$; 6) $2x+y-4=0$.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 2 «Уравнения прямой и плоскости в пространстве»

Основные вопросы

1. Плоскость в пространстве: основные виды уравнений.

2. Построение плоскостей.

3. Угол между плоскостями.

4. Условия коллинеарности и ортогональности плоскостей.

5. Прямая в пространстве: основные виды уравнений (общее, канонические, параметрические, по двум точкам).

6. Угол между прямыми, условия коллинеарности и ортогональности прямых.

7. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условия параллельности и ортогональности прямой и плоскости.

8. Поверхности второго порядка: сфера, конус, эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, цилиндры, параболоиды.

Типовые задания

1. Найти расстояние от точки A до плоскости, проходящей через точки B, C, D.

$A(1,-6,-5), B(-1,2,-3), C(4,-1,0), D(2,1,-2)$.

2. Найти угол между плоскостями: $4x-5y+3z-1=0, x-4y-z+9=0$.

3. Построить плоскости:

1) $y=4$; 2) $x-4y-12=0$; 3) $x-y+2x+2=0$; 4) $x-3y+2z=6$; 5) $2x+z-3=0$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точки: $A(3,-2,-1)$ и $B(1,3,1)$.

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(2,4,-3)$ и параллельно вектору $\vec{s}=\{1;-2;6\}$.

6. Данные прямые параллельны или перпендикулярны?

$$\frac{x+4}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-5}{-8}, \quad \frac{x}{-1}=\frac{y+8}{-1}=\frac{z-6}{4}.$$

7. При каком значении k данные прямые перпендикулярны?

$$\frac{x+4}{-5}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}, \quad \frac{x+7}{k}=\frac{y}{4}=\frac{z-3}{3}.$$

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 3 «Определители и их свойства»

Основные вопросы

1.Понятие определителя второго порядка и его вычисление.

2.Понятие определителя третьего порядка и его вычисление.

3.Понятие определителя порядка *n*.

4. Свойства определителей.

5. Определение минора определителя порядка *n*, соответствующего какому-либо элементу этого определителя.

6. Понятие алгебраического дополнения элемента определителя.

7. Методы вычисления определителей.

Типовые задания

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -7 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{3} & 2-\sqrt{2} \\ 2+\sqrt{2} & 1-\sqrt{3} \end{vmatrix}$, г) $\begin{vmatrix} a+в & a-в \\ a-в & a+в \end{vmatrix}$, д) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$.

2. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$.

4. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix}=0$.

5. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}=0$.

6. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -4 \end{vmatrix}$ тремя способами:

1) по правилу «треугольников»;
2) путем разложения по элементам первой строки;
3) путем накопления нулей ниже главной диагонали.

7. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 4 «Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы»

Основные вопросы

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Равенство матриц.
3. Транспонирование матриц.
4. Операция сложение матриц и ее свойства.
5. Операция умножения матрицы на действительное число и ее свойства.
6. Операция умножения матриц и ее свойства.
7. Определение обратной матрицы.
8. Способы нахождения обратной матрицы.

Типовые задания

1.Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 5 & -6 & 3 \end{pmatrix}$. Найти C=2A-3B.

2.Найти $-A+2B-\frac{1}{3}C$, если $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -3 & 3 & 6 \\ 0 & -3 & -9 \end{pmatrix}$.

3.Найти $A+A^{\mathrm{T}}$, если $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & -9 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.

4.Матрицы A и B равны, $A=\begin{pmatrix} y+2 & -4 & 2 \\ 2x-3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & z+1 & 2 \\ 3 & 0 & -t \end{pmatrix}$. Найти x, y, z, t.

5.Дано матричное равенство $2A+B-A^T \cdot B^T=\Theta+C$, где $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 3a & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Найти a.

6.Дано произведение матриц $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$. Указать значения x_2, x_3, y_1.

7. Перемножить матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 7 \\ 6 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 7 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

8.Найти A^{-1} и r(A):

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; в) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; г) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.
2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 5 «Методы решения систем линейных уравнений»

Основные вопросы

1. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений
2. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
3. Решение систем уравнений матричным методом

Типовые задания

1. Показать, что система имеет единственное решение. Найти решение методом Гаусса.

а) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -8, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y - z = -6, \\ 4x - 3y - 4z = 4, \\ -2x + 2y + 3z = -2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14. \end{cases}$

2. Показать, что система имеет единственное решение. Найти решение методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 3x + y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 7, \\ 2x_1 - 5x_2 = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

3. Решить систему матричным способом:

а) $\begin{cases} 3x + 7y + 4z - 3 = 0, \\ x + 2y + 2z - 3 = 0, \\ 2x + 3y + 5z - 10 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.
2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 6 «Техника дифференцирования функций. Производные высших порядков»

Основные вопросы

1. Определение функции. Свойства функций.
2. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной. Необходимое условие дифференцируемости функций.
4. Основные правила нахождения производных.

5. Производные основных элементарных функций.
6. Производные обратных функций.
7. Производные сложных функций.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.

Типовые задания

1. Найти область определения функций:

1) $f(x)=\log_3(3x-2)+\lg(3-x)$; 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+12-x^2}}{x^2-9}+\lg(x-3)$.

2. Выяснить четность(нечётность) функций:

1) $\mathrm{y}=\dfrac{\cos 3\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}$; 2) $y=-\lg|2x|\cdot tgx$; 3) $y=5^{x+1}-x^2$.

3. Вычислить производные:

1) $y=\dfrac{\cos x}{1+2\sin x}$; 2) $y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}$; 3) $y=\arcsin\sqrt{\sin x}$; 4) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+5}\right)$; 5) $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$;

6) $y=tg(x)\cdot\sin^2(3x)$; 7) $y=\ln\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)$; 8) $y=tg^3x-3tgx+3x$; 9) $y=arctg\dfrac{x+3}{x-3}$.

2. Вычислите y'', если $y=\ln(x^2+1)$.

3. Найти производную n-го порядка: $\mathrm{y}=2^{x}+2^{-x}$, $\mathrm{y}^{(n)}=?$

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.
2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие №7 «Геометрический, физический смыл производной. Дифференциал и его геометрический смысл»

Основные вопросы

1. Дифференциал функции.
2. Условия существования дифференциала функций.
3. Формула для нахождения дифференциала функций.
4. Свойства инвариантности дифференциала функций.
5. Применение дифференциала функций.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной
7. Касательная и нормаль к графику функции.
8. Физический смысл производной.

Типовые задания

1.Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=3\sqrt{x}$ в точке $A(4;6)$.

2. Найти дифференциал функции $y=\sqrt{x^2-1}+\arcsin\dfrac{1}{x}$.

3. Вычислить приращение функции $y=2x^4-3x^3-4x-43$, получаемое ею при переходе аргумента от значения $x=3$ к значению $x=3{,}0012$.

4. Движение происходит прямолинейно по закону $S=t^3-6t^2+9t$, где S выражается в метрах, а время t - в секундах. Найти ускорение движения в моменты времени $t=1$ и $t=2$.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.
2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / На-

тансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 8 «Приложение производной к исследованию функций и построению графиков»

Основные вопросы

1. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Необходимые условия существования экстремума.
3. Достаточные условия существования экстремума.
4. Определение выпуклости, вогнутости графика функции.
5. Необходимые и достаточные условия существования точки перегиба, выпуклость – вогнутость.
6. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке.
7. Полное исследование функций и построение графиков.

Типовые задания

1.Определить промежутки возрастания и убывания функции $y = \dfrac{\ln(x+1)}{x}$.

2.Исследовать функцию на экстремум $y = 5x^3 - 15x^2 + 4$.

3.Найти интервалы вогнутости и точки перегиба графиков функции $y = x^4 + 3x^3$

4.Определить асимптоты кривой $y = \dfrac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$.

5. Провести полное исследование функций и построить их графики:

1) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$; 2) $y = \dfrac{x}{x^2 - 16}$; 3) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$; 4) $y = x\sin x$.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 9 «Неопределенный интеграл. Методы интегрирования (табличное, по частям и подстановкой)».

Основные вопросы

1. Первообразная
2. Неопределенный интеграл, его определение и свойства
3. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла
4. Таблица интегралов основных элементарных функций
5. Метод подстановки
6. Метод интегрирования по частям

Типовые задания

$\int (4\sin x + 2\sqrt{x} - \dfrac{3}{x} + 5^x)dx.$ $\int (\dfrac{3}{\sin^2 x} + e^x + 3x^3 - \dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}})dx.$ $\int \dfrac{cos2x}{\cos x - \sin x}dx.$

$\int (\dfrac{1}{1+x^2} + 2^{3x} + \dfrac{1}{2x} + e^x)dx.$ $\int \dfrac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$. $\int \dfrac{arctg^5 x}{1+x^2}dx$. $\int \cos^5 x \sin 2x dx$. $\int \dfrac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}$.

$\int \dfrac{dx}{1+4x^2}$. $\int \dfrac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$. $\int \dfrac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}dx$. $\int \dfrac{3x+4}{x^2+9}dx$. $\int \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$. $\int \dfrac{\sqrt{tgx+3}}{\cos^2 x}dx$. $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$. $\int \dfrac{dx}{x^2+2x-10}$.

$\int \dfrac{dx}{\sqrt{1-(2x+3)^2}}$. $\int \cos^2 4x dx$. $\int \dfrac{\sin(arctgx)}{1+x^2}dx$. $\int \sin^3 x dx$ $\int (x+2)\sin x dx$. $\int x^2 \ln x dx$.

$\int \arcsin 2x dx$. $\int x^2 \ell^{4x} dx$. $\int \sin(\ln x) dx.$ $\int e^{3x} \sin x dx.$

Литература:

1.Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2.Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

3.Вохминцева, Г.П. Интегрирование функции одной переменной: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2005.

Практическое занятие № 10 «Методы вычисление определенных интегралов»

Основные вопросы

1. Определенный интеграл, определение, свойства
2. Методы интегрирования определенного интеграла
3. Вычисление несобственных интегралов.

Типовые задания

Задание 1: Вычислить определенный интеграл:

1) $\int_1^2 (x^2+1)dx$; 2) $\int_0^3 e^{-\frac{x}{3}}dx$; 3) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$; 4) $\int_1^e \ln x dx$; 5) $\int_{1/2}^1 x^2 \cdot (2x-1)^8 dx$

Задание 2: Вычислить несобственный интеграл:

1) $\int_0^1 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4}dx$

Литература:

1.Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2.Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 11 «Приложения определенных интегралов»

Основные вопросы

1. Вычисление площади криволинейной трапеции.
2. Вычисление длины дуги.
3. Вычисление объем тела вращения.

Типовые задания

1. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

1) $y = 2x - x^2$; $y = 0$; 2) $y = x^2$; $y = 1$;

3) $y = \ell^x$; $y = \ell^{-x}$; $x = 1$; 4) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

2. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной данными кривыми.

1) $y = \sqrt{x}$; $y = 0$; $x = 4$. 2) $y = \sin 2x$; $y = 0$; $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

3. Найти объем произведенной продукции за время t=5 час, если производительность труда задана функцией $f(t)=-t^2+10t$ (ед./час)

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008 Ч. 1. - 2008. - 368 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

Практическое занятие № 12 «Уравнения с разделяющимися переменными. Общее и частное решение. Линейные и однородные дифференциальные уравнения первого порядка»

Основные вопросы

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Понятие общего и частного решений дифференциального уравнения.
3. Геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения
4. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
5. Определение и метод решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
6. Определение и метод решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.
7. Определение и метод решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.

Типовые задания

$(3x-1)dy + y^2dx = 0$; $y' = \frac{\ell^y}{x}$, $y(1) = 0$; $xy' = 2\sqrt{y}$, $y(1) = 0$;

$xy' = \sqrt{x^2+y^2} + y$; $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$; $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$, $y(1) = 0$. $y' - \frac{y}{x} = 2x$;

$y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$; $y' + 2xy = e^{-x2}, y(0) = 0.$

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П. Е. Данко [и др.]. - М. : ОНИКС, Ч. 2. - 7-е изд., испр. - 2008. - 448 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

3. Вохминцева, Г.П. Дифференциальные уравнения: практикум/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 1999.

Практическое занятие № 13 «Задачи на составление и решение дифференциальных уравнений»

Основные вопросы

1. Типы задач на составление дифференциальных уравнений.

2 Алгоритм решения задач с применением дифференциальных уравнений.

Типовые задания

1. Скорость размножения бактерий пропорциональна количеству бактерий, имеющихся в наличии в рассматриваемый момент времени t. Количество бактерий утроилось в течение 5 часов. Найти зависимость количества бактерий от времени.

2. Найти кривую, если отрезок любой касательной к ней, заключенный между осями координат, делится точкой касания пополам.

Литература:

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П. Е. Данко [и др.]. - М. : ОНИКС, Ч. 2. - 7-е изд., испр. - 2008. - 448 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

3. Вохминцева, Г.П. Дифференциальные уравнения: практикум/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 1999.

Практическое занятие № 14 «Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка»

Основные вопросы

1. Решение дифференциального уравнения вида $y^{(n)}=f(x)$.
2. Решение дифференциального уравнения вида $F(x,y',y'')=0$.
3. Решение дифференциального уравнения вида $F(y,y',y'')=0$.

Типовые задания

Решить дифференциальные уравнения: y'''=6x+1; y''' =4cos2x, если y(0)=0, y'(0)=0, $y''(0)=1$; $xy''=y'$; $y''+\frac{y}{x}=0$; $yy''=(y')^2$; $y''+4y'=0$.

Литература

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П. Е. Данко [и др.]. - М. : ОНИКС, Ч. 2. - 7-е изд., испр. - 2008. - 448 с.

2. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики: учебник: рек. Мин. обр. РФ / Натансон И.П. - СПб. : Лань, 2005. - 728 с.

3. Вохминцева, Г.П. Дифференциальные уравнения: практикум/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, А.П. Филимонова, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 1999.

Практическое занятие № 15 «Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность»

Основные вопросы

1. Классическое определение вероятности.
2. Определение перестановок из *n* элементов. Формула для вычисления числа перестановок из *n*.
3. Определение размещений из *n* элементов по *m*. Формула для вычисления числа размещений из *n* элементов по *m*.
4. Определение числа сочетаний из *n* элементов по *m*. Формула для вычисления числа сочетаний из *n* элементов по *m*.
5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
6. Формула полной вероятности.
7. Формулы Байеса.

Типовые задания

1. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень: попадет только один, попадут оба, ни один не попадет.

3. Одинаковые детали обрабатываются тремя рабочими на трёх станках. Вероятность брака у них равна 0,01; 0,02; 0,03. Обработанные детали откладываются в один ящик. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь будет бракованной, если производительности станков относятся как 2:3:5. Иначе говоря, каков общий процент бракованных деталей производится тремя рабочими?

4. Завод выпускает за три декады месяца соответственно 20 %, 30 %, 50 % задания, причём вероятности брака соответственно составляют 0,01, 0,012, 0,015. Найти вероятность того, что изделие выпущено в первой декаде, если в нём обнаружен дефект.

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2009. - 480 с.

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. :

Высш. шк., 2006. - 405 с.

3. Вохминцева, Г.П. Введение в теорию вероятностей: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.

Практическое занятие № 16 «Примеры законов распределения случайных величин»

Основные вопросы

1. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины
2. Закон распределения случайной величины. Функция распределения, плотность вероятности.
3. Математическое ожидание и его свойства
4. Дисперсия и ее свойства.
5. Биномиальное распределение, его числовые характеристики
6. Распределение Пуассона, его числовые характеристики
7. Нормальное распределение, его числовые характеристики
8. Равномерное распределение, его числовые характеристики

Типовые задания

1. Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго — 0,7. Необходимо: а) составить закон распределения общего числа попаданий; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2. Случайная величина X в интервале (3, 5) задана дифференциальной функцией $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 6x - \frac{45}{4}$; вне этого интервала *f(x)*=0. Найти математическое ожидание X.

3. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при\ x \le 0, \\ x^2/4 & при\ 0 < x \le 2, \\ 1 & при\ x > 2. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности *f(x)*; построить графики *f (x)* и *F(x)*; вычислить математическое ожидание M(X), дисперсию D(X).

4. Средний рост взрослых женщин некоторого национального округа равен 167,3 см; σ = 5,8 см. Каков общий процент женщин ростом: не превышающим 170 см, не меньшим, чем 165 см.

5. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2009. - 480 с.

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 405 с.

3. Вохминцева, Г.П. Введение в теорию вероятностей: Учебное пособие/ Г.П. Вохминцева, Г.Н. Торопчина, И.Н. Шевченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.

Практическое занятие № 17 «Способы задания и графическое представление вариационных рядов; числовые характеристики вариационных рядов»

Основные вопросы

1. Вариационные ряды, виды вариационных рядов, графическое представление.
2. Числовые характеристики вариационных рядов.
3. Статистическое оценивание.
4. Ошибки выборки.

5. Определение численности (объема) выборки.
6. Интервальное оценивание.

Типовые задания

1. Дан вариационный ряд. Построить полигон распределения частот и кумуляту. Найти числовые характеристики.

x_i	-1	0	2	5	7
m_i	6	8	9	4	2

2. Найти числовые характеристики интервального ряда. Построить гистограмму и кумуляту.

x_i	(15 – 20)	(20 – 25)	(25 –30)	(30 – 35)	(35 –40)	(40 – 45)
m_i	1	3	5	4	2	2

3. По данным выборочного исследования получено следующее распределение семей по среднедушевому доходу.

Среднедушевой доход семьи в месяц, у.е.	До 25	25-50	50-75	75-100	100-125	125-150	150 и выше
Количество обследованных семей	46	236	250	176	102	78	12

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднедушевой доход семьи в выборке, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2009. - 480 с.

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 405 с.

3. Вохминцева, Г.П. Лабораторные работы по математической статистике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко ; АмГУ. ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006. - 139 с.

Практическое занятие № 18 «Основы регрессионного анализа»

Основные вопросы

1. Понятие регрессии, регрессионные зависимости.
2. Виды регрессионной зависимости.
3. Метод наименьших квадратов как метод аналитического сглаживания и определения параметров регрессионной зависимости

Типовые задания

1. Врач исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легкого у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные, собранные им в некоторой области, имеют следующий вид:

Чыило лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого, %	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если человек курил 30 лет, то сделайте прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента.

2. По заданной выборке найти линейную функцию методом наименьших квадратов. Построить чертеж. Обосновать правильность выбора степени многочлена, если относительная погрешность данных равна одному проценту среднего значения зависимой переменной.

x_i	68	62	65	70	63	63	67	68	55	66	58
y_i	-264	-240	-253	-275	-248	-243	-264	-267	-213	-218	-223

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2009. - 480 с.

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 405 с.

3. Вохминцева, Г.П. Лабораторные работы по математической статистике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко ; АмГУ. ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006. - 139 с.

4. Методические указания по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;- формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;- развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

Виды и формы самостоятельных работ по дисциплине «математика».

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть: - для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.; для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствие с планом, предложенным преподавателем; изучение ГОСТов; ответы на контрольные вопросы; тестирование, выполнение упражнений и графических работ; для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Общая схема самостоятельной работы представлена в пункте 6 рабочей программы.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение домашних заданий работ и подготовку к зачету.

Прежде чем приступать к выполнению индивидуального домашнего задания (ИДЗ), необходимо ознакомиться с содержанием теоретических вопросов по представленному списку литературы и по лекциям.

Работа пишется на стандартных листах писчей бумаги. Все листы заполняются только с одной стороны. Оформление индивидуального домашнего задания осуществляется в соответствии со стандартом. Каждое ИДЗ начинается с титульного листа, который служит обложкой работы. Сверху на нем указывается принадлежность студента к учебному заведению, факультету, специализации или кафедре. В середине листа указывается название изучаемой темы или раздела и название учебного задания, номер варианта. Ниже и справа указывается фамилия и инициалы студента, номер академической группы, фамилия и инициалы преподавателя. Внизу титульного листа отмечают год выполнения работы.

Эта страница служит также для отметок преподавателя о выполнении учебного задания и замечаний по поводу подготовленного студентом отчета.

При оформлении работы необходимо соблюдать нумерацию заданий. Задание переписывается полностью и ниже оформляется решение. Работа должна быть сдана на кафедру к назначенному преподавателем сроку.

Одной из форм самостоятельной работы студентов является написание реферата. Реферат (от лат. refero - "сообщаю") - краткое изложение в письменном виде или форме публичного доклада содержания книги, статьи или нескольких работ, научного труда, литературы по общей тематике.

Многие крупные научные результаты возникли просто из попыток привести в порядок известный материал.

Реферат - это самостоятельная учебно-исследовательская работа учащегося, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее. Содержание материала должно быть логичным, изложение материала носит проблемно-поисковый характер.

Этапы работы над рефератом:

1.Формулирование темы. Тема должна быть не только актуальной по своему значению, но оригинальной, интересной по содержанию.

2.Подбор и изучение основных источников по теме (как правило, не менее 3).

3.Обработка и систематизация информации.

4.Разработка плана реферата.

5.Написание реферата.

6.Публичное выступление с результатами исследования. (На семинарском занятии, заседании предметного кружка, студенческой научно-практической конференции.)

Содержание работы должно отражать:

- знание современного состояния проблемы;
- обоснование выбранной темы;
- использование известных результатов и фактов;
- полноту цитируемой литературы, ссылки на работы ученых, занимающихся данной проблемой;
- актуальность поставленной проблемы;
- материал, подтверждающий научное, либо практическое значение в настоящее время.

Защита реферата предполагает предварительный выбор выпускником интересующей его темы работы с учетом рекомендаций преподавателя, последующее глубокое изучение избранной для реферата проблемы, изложение выводов по теме реферата. Выбор предмета и темы реферата осуществляется студентом в начале изучения дисциплины. Не позднее, чем за

2 дня до защиты или выступления реферат представляется на рецензию преподавателю. Оценка выставляется при наличии рецензии, и после защиты реферата. Работа представляется в отдельной папке

Объем реферата – 10-15 страниц текста, оформленного в соответствии с требованиями. Оформление текста должно соответствовать стандарту.

По дисциплине «математика» предлагается написание реферата на тему «Приближенное вычисление интегралов». Реферат по данной теме должен содержать следующие разделы:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список литературы.

Титульный лист оформляется по единым требованиям.

Введение имеет цель ознакомить читателя с сущностью излагаемого вопроса, с современным состоянием проблемы. Здесь должна быть четко сформулирована цель и задачи работы. Ознакомившись с введением, читатель должен ясно представить себе, о чем дальше пойдет речь. Объем введения – не более 1 страницы. Умение кратко и по существу излагать свои мысли – это одно из достоинств автора. Иллюстрации в раздел «Введение» не помещаются.

Основная часть. Следующий после «Введения» раздел должен иметь заглавие, выражающее основное содержание реферата, его суть. Главы основной части реферата должны соответствовать плану реферата (простому или развернутому) и указанным в плане страницам реферата. В этом разделе должен быть подробно представлен материал, полученный в ходе изучения различных источников информации (литературы). Все сокращения в тексте должны быть расшифрованы. Ссылки на авторов цитируемой литературы должны соответствовать номерам, под которыми они идут по списку литературы.

Заключение. Формулировка его требует краткости и лаконичности. В этом разделе должна содержаться информация о том, насколько удалось достичь поставленной цели, значимость выполненной работы, предложения по практическому использованию результатов, возможное дальнейшее продолжение работы.

Список литературы. Имеются в виду те источники информации, которые имеют прямое отношение к работе и использованы в ней. При этом в самом тексте работы должны быть обозначены номера источников информации, под которыми они находятся в списке литературы, и на которые ссылается автор. Эти номера в тексте работы заключаются в квадратные скобки, рядом через запятую указываются страницы, которые использовались как источник информации, например: [1, с.18]. В списке литературы эти квадратные скобки не ставятся. Оформляется список использованной литературы со всеми выходными данными. Он оформляется по алфавиту и имеет сквозную нумерацию арабскими цифрами.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственнейшим периодом в работе студента. Серьезно подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

III КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

1. Текущий контроль знаний

Текущий и итоговый контроль знаний студентов основан на бально-рейтинговой системе. Рейтинговая система обучения предполагает многобалльное оценивание студентов, но это не простой переход от пятибалльной шкалы, а возможность объективно отразить в баллах расширение диапазона оценивания индивидуальных способностей студентов, их усилий, потраченных на выполнение того или иного вида самостоятельной работы. Существует большой простор для создания блока дифференцированных индивидуальных заданий, каждое из которых имеет свою «цену». Правильно организованная технология рейтингового обучения позволяет с самого начала уйти от пятибалльной системы оценивания и прийти к ней лишь при подведении итогов, когда заработанные студентами баллы переводятся в привычные оценки (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно). Кроме того, в систему рейтинговой оценки включаются дополнительные поощрительные баллы за оригинальность, новизну подходов к выполнению заданий для самостоятельной работы или разрешению научных проблем. У студента имеется возможность повысить учебный рейтинг путем участия во внеучебной работе (участие в олимпиадах, конференциях; выполнение индивидуальных творческих заданий, рефератов; участие в работе научного кружка и т.д.). Поощряется более быстрое прохождение программы отдельными студентами. Например, если учащийся готов сдавать зачет или писать самостоятельную работу раньше группы, можно добавить ему дополнительные баллы.

Рейтинговая система – это регулярное отслеживание качества усвоения знаний и умений в учебном процессе, выполнения планового объема самостоятельной работы. Ведение многобалльной системы оценки позволяет, с одной стороны, отразить в балльном диапазоне индивидуальные особенности студентов, а с другой – объективно оценить в баллах усилия студентов, затраченные на выполнение отдельных видов работ. Так каждый вид учебной деятельности приобретает свою «цену». Получается, что «стоимость» работы, выполненной студентом безупречно, является количественной мерой качества его обученности по той совокупности изученного им учебного материала, которая была необходима для успешного выполнения задания.

Студент, активно участвовавший в учебном процессе (доклады, рефераты, выступления на олимпиадах и конференциях) может быть поощрен лектором потока или заведующим кафедрой дополнительными баллами (как правило, не более 5 баллов за семестр).

Минимальное значение рейтинговой оценки, набранной студентом по результатам текущего контроля по всем видам занятий, при которой студент допускается к сдаче зачета, составляет 40 баллов.

Устранение задолженности студента по отдельным контролируемым темам дисциплины может проходить в течение семестра в часы дополнительных занятий или консультаций, установленных в расписании.

Устранение задолженности по текущему контролю для допуска студента к зачету проводится на последней неделе теоретического обучения по данной дисциплине.

При подготовке к контрольным мероприятиям по освоению модуля рекомендуется использовать примерные варианты контрольных работ, тестовых заданий (пункт 9 данного учебно-методического комплекса) и рейтинг-план дисциплины, приведенных в рабочей программе

Примерные варианты индивидуальных домашних заданий приведены ниже.

Индивидуальное домашнее задание № 1 «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве»

Вариант 1

1. Записать уравнение прямой, проходящей точки M_1 (-1,2) и M_2(-3, -2). Найти значения параметров k и b для этой прямой.
2. Две стороны квадрата лежат на прямых 5x - 12y - 65 = 0 и 5x - 12y + 26 = 0. Вычислить его площадь.

3. Дана кривая $25x^2 + 16y^2 – 150x - 32y - 159 == 0$.

3.1. Доказать, что эта кривая - эллипс.

3.2. Найти координаты центра его симметрии.

3.3. Найти его большую и малую полуоси.

3.4. Записать уравнение фокальной оси.

3.5. Построить данную кривую.

4. Дана кривая $x^2 -10x + 2y + 25 = 0$.

4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.

4.2. Найти координаты её вершины.

4.3. Найти значение её параметра р.

4.4. Записать уравнение её оси симметрии.

4.5. Построить данную параболу.

Вариант 2

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точку $M_Q(2, -3)$ параллельно вектору АВ, если А(4,5), В(3, -7).

2. Стороны треугольника АВС заданы уравнениями АВ: $4x - y - 7 = 0$; ВС: $x + 3y - 31 = 0$; АС: $x + 5y - 7 = 0$. Записать общее уравнение высоты АН.

3. Дана кривая $25x^2 + 16y^2 – 150x - 32y - 159 == 0$.

3.1. Доказать, что эта кривая - эллипс.

3.2. Найти координаты центра его симметрии.

3.3. Найти его большую и малую полуоси.

3.4. Записать уравнение фокальной оси.

3.5. Построить данную кривую.

4. Дана кривая $y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$.

4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.

4.2. Найти координаты её вершины.

4.3. Найти значение её параметра р.

4.4. Записать уравнение её оси симметрии.

4.5. Построить данную параболу.

Вариант 3

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точку М(-2,4) перпендикулярно прямой $x + 2y + 5 = 0$. Найти площадь треугольника, образованного данной прямой с осями координат.

2. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точку М(-2,2) и отсекающей от первого координатного угла треугольник площадью S = 4,5 кв. ед.

3. Дана кривая $9x^2 - 4y^2 - 18a; + 56y - 223 = 0$.

3.1. Доказать, что эта кривая - гипербола.

3.2. Найти координаты её центра симметрии.

3.3. Найти действительную и мнимую полуоси.

3.4. Записать уравнение фокальной оси.

3.5. Построить данную гиперболу.

4. Дана кривая $x^2 + 2x- 2y + 5 = 0$.

4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.

4.2. Найти координаты её вершины.

4.3. Найти значение её параметра р.

4.4. Записать уравнение её оси симметрии.

4.5. Построить данную параболу.

Вариант 4

1. Составить общее уравнение прямой, если точка Р(2,5) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую.

2. Записать общее уравнение прямой, параллельной прямой $4x + 2y + 5 == 0$ и отсекающей от первого координатного утла треугольник площадью 9 кв. ед.

3. Дана кривая $x^2 - 4x - 9y^2 + 72y - 149 = 0$.
3.1. Доказать, что эта кривая - гипербола.
3.2. Найти координаты её центра симметрии.
3.3. Найти действительную и мнимую полуоси.
3.4. Записать общее уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную гиперболу.
4. Дана кривая $x^2 + 4y = 0$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины.
4.3. Найти значение её параметра p
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Вариант 5

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку M(1,4) параллельно прямой $2x + 3y + 5 = 0$.

2. Найти координаты проекции точки M(3,6) на прямую $x + 2y - 10 = 0$.

3. Дала кривая $4x^2 - y^2 - 24x + 4y + 28 = 0$.
3.1. Доказать, что эта кривая - гипербола.
3.2. Найти координаты её центра симметрии.
3.3. Найти действительную и мнимую полуоси.
3.4. Записать уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную гиперболу.
4. Дана кривая $y^2 + 6x + 6y + 15 = 0$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины.
4.3. Найти значения её параметра p.
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Вариант 6

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точку M(2,4) перпендикулярно прямой $3x + 4y + 5 = 0$.

2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку P(3,5) на одинаковых расстояниях от точек A(-7,3) и B(11, -15). В ответ ввести уравнение той прямой, которая отсекает от осей координат треугольник, расположенный в первой четверти.

3. Дана кривая $25x^2 + 16y^2 - 350x + 825 = 0$.
3.1. Доказать, что эта кривая эллипс.
3.2. Найти координаты центра его симметрии.
3.3. Найти его большую и малую полуоси.
3.4. Записать уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную кривую.
4. Дана кривая $14y = (x - 8)^2$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины.
4.3. Найти значение её параметра p.
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Вариант 7

1. Даны координаты вершин треугольника .4(1,3), B(2,8), C(6,6). Записать общее уравнение прямой, на которой расположена медиана AM треугольника ABC.

2. Найти координаты точки B, симметричной точке A(3,2) относительно прямой $x + 2y - 2 = 0$.

3. Дана кривая $x^2 +y^2 -8x -2y = 47$.

3.1. Доказать, что эта кривая - окружность.
3.2. Найти координаты её центра.
3.3. Найти её радиус.
4. Дана кривая $25x^2 - 16y^2 + 32y - 416 = 0$.
4.1. Доказать, что эта кривая - гипербола.
4.2. Найти координаты её центра симметрии.
4.3. Найти действительную и мнимую полуоси.
4.4. Записать уравнение фокальной оси.
4.5. Построить данную гиперболу.

Вариант 8

1. Даны координаты вершин треугольника A(1,3), B(2,8), C(6,7). Записать общее уравнение его высоты AH.

2. В треугольнике ABC из вершины A проведены высота и медиана. Даны: вершина B(6,5), уравнение высоты $x + y = 2$ и уравнение медианы $2x - 3y +1 = 0$. Найти координаты x_0, y_0 вершины C.

3. Дана кривая $9x^2 + 4y^2 - 36z - 64y + 256 = 0$.
3.1. Доказать, что эта кривая - эллипс.
3.2. Найти координаты центра его симметрии.
3.3. Найти его большую и малую полуоси.
3.4. Записать уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную кривую.
4. Дана кривая $x^2 -4x + 8y = 36$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины.
4.3. Найти значение её параметра p.
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Вариант 9

1. Даны координаты вершин треугольника A(3,4), B(-1,2), C(2, - 1). Записать общее уравнение средней линии треугольника, параллельной BC.

2. В прямоугольном треугольнике ABC известны: уравнение медианы $3x - 4y + 8 = 0$, проведённой из вершины A(0,2) прямого угла, и вершина B(2,1). Найти координаты (x_0, y_0) вершины C треугольника.

3. Дана кривая $4x^2 – 32x - y^2 + 6y + 51 = 0$.
3.1. Доказать, что эта кривая - гипербола.
3.2. Найти координаты её центра симметрии.
3.3. Найти действительную и мнимую полуоси.
3.4. Записать уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную гиперболу.
4. Дана кривая $4a; + 6y - y^2 =21$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины.
4.3. Найти значение её параметра p.
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Вариант 10

1. В прямоугольном треугольнике даны: вершина острого угла A(7, -2) и уравнение $3x - 5y + 15 = 0$ одного из катетов. Записать общее уравнение другого катета.

2. Высота, проведённая из вершины A(4,4) треугольника ABC, пересекает прямую BC в точке D(1, 1). $x + 2y +1= 0$ - уравнение высоты, опущенной из вершины B. Определить координаты x_o,y_o вершины C.

3. Дана кривая $4x^2 + 9y^2 - 32x - 18y + 37 = 0$.

3.1. Доказать, что эта кривая - эллипс.
3.2. Найти координаты центра его симметрии.
3.3. Найти его большую и малую полуоси.
3.4. Записать уравнение фокальной оси.
3.5. Построить данную кривую.
4. Дана кривая $y^2 - 4y + 10x + 14 = 0$.
4.1. Доказать, что данная кривая - парабола.
4.2. Найти координаты её вершины..
4.3. Найти значение её параметра p.
4.4. Записать уравнение её оси симметрии.
4.5. Построить данную параболу.

Индивидуальное домашнее задание № 2 «Линейная алгебра»

Вариант 1

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти матрицу D = (3A - 4B)C.

2. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 21 \end{pmatrix}$.

4. Найти такие значения параметров p и q, если они существуют, при которых ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & p & -1 \\ 0 & -5 & 6 & q \end{pmatrix}$ равен двум.

6. Доказать, что система $\begin{cases} x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 6, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_4 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_4 = -8$, $x_5 = -4$.

Вариант 2

1. Найти матрицу $D = C(3A - 4B)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}1 & 1 & -3 & 2\\ 3 & 5 & -3 & 4\\ 0 & 4 & -1 & 3\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $X\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 10\\ 7 & 21\end{pmatrix}$.

4.Докажите, что третья строка матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 4 & 5\\ 8 & 16 & 13\end{pmatrix}$ является линейной комбинацией первых двух. Найдите коэффициенты этой линейной комбинации.

. Доказать, что система $\begin{cases}x_1+x_2-3x_3+2x_4=3,\\ 3x_1+5x_2-3x_3+4x_4=7,\\ 4x_2-x_3+3x_4=2,\\ x_1+x_2-2x_3+x_4=3\end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_3 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3-2x_4+3x_5=1,\\ x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=2,\\ 3x_1-2x_2-x_3-x_4+2x_5=-1.\end{cases}$ Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_4=x_5=1$.

<u>Вариант 3</u>

1. Найти $D=(2AB+3AC)$, если
$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 1 & 0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0 & 2 & -2 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}2 & -2 & 3 & 3\\ 1 & -2 & 3 & 4\\ 6 & -13 & 15 & 18\\ 3 & -6 & 9 & 21\end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1 & -2\\ 2 & -1 & -1\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix}=6\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

4. Найдите то значение параметра p, если оно существует, при котором строки матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -4 & 1\\ 2 & 3 & 4 & 1\\ 1 & -1 & 2 & 4\\ 5 & 3 & p & 10\end{pmatrix}$ линейно зависимы.

6. Доказать, что система $\begin{cases}2x_1-2x_2+3x_3+3x_4=5,\\ x_1-2x_2+3x_3+4x_4=4,\\ 6x_1-13x_2+15x_3+18x_4=17,\\ 3x_1-6x_2+9x_3+21x_4=21\end{cases}$ имеет единственное решение.

Неизвестное x_4 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$ Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_2 = x_3 = 1$.

Вариант 4

1. Найти матрицу $D = (2BA + 2CA)$, если $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -6 & -9 \\ 2 & 2 & -3 & -4 \\ 5 & 6 & -4 & -8 \\ 4 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = 11 \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

4.При каком значении параметра p ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & -5 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & 2 \\ 8 & p & -5 & 1 \end{pmatrix}$ равен трем?

6. Доказать, что система $\begin{cases} x_1 - 6x_3 - 9x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 3 \\ 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 8x_4 = 10, \\ 4x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 11 \end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_4 найти по формулам Крамера.. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 4, \\ x_1 - 5x_2 - x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$ Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_3 = 1$, $x_4 = 1$.

Вариант 5

1. Найти матрицу $D = (AC - AB)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix} = 16 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. При каком значении параметра p последняя строка матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2 & 1\\ 2 & -3 & 3 & 2\\ 1 & -1 & 1 & 2\\ 8 & -7 & p & 11\end{pmatrix}$ является линейной комбинацией первых трёх строк?

6. Доказать, что система $\begin{cases}2x_1+2x_2+x_3=8,\\ x_1+x_2+x_3+=3,\\ x_1+2x_2+2x_3+x_4=3,\\ 3x_2+2x_3+2x_4=3\end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_2 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases}3x_1+x_2-x_3-x_4=2,\\ x_1+x_2+2x_3+=3,\\ x_1-x_2-x_4=-1,\\ x_1+x_2-x_3-3x_4=-2.\end{cases}$ Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_4 = 1$.

Вариант 6

1. Найти матрицу $D = (C\ A\ -\ B\ A)$, если $C=\begin{pmatrix}3 & 4 & 4\\ 1 & -3 & 5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-3 & 1 & 4\\ 2 & -3 & 4\end{pmatrix}, A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}1 & -1 & -1 & 2\\ 2 & 3 & 3 & -4\\ 1 & 1 & 2 & 5\\ 4 & 2 & 3 & 16\end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 1\\ 4 & 1 & -5\end{pmatrix}\cdot X=42\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 2 & 2\\ 0 & -3 & -2\end{pmatrix}$.

4. При каком значении параметра q, если оно существует, обведённый минор матрицы A является базисным? Матрица A имеет вид: $A=\left(\begin{array}{ccc|cc}1 & 2 & 3 & -1 & 2\\ 1 & -1 & -1 & 2 & 1\\ 5 & 1 & 3 & 4 & 7\\ -1 & 7 & q & -8 & 1\end{array}\right)$.

6. Доказать, что система $\begin{cases}x_1-x_2-x_3+2x_4=1,\\ 2x_1+3x_2+3x_3+4x_4=5,\\ x_1+x_2+2x_3+5x_4=-3,\\ 4x_1+2x_2+3x_3+16x_4=-9\end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_2 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases}2x_1+2x_2+3x_3+2x_4=3,\\ 4x_1+5x_2+5x_3+4x_4=6,\\ 2x_1+3x_2+2x_3+2x_4=3,\\ 2x_1+3x_2+2x_3+3x_4=2.\end{cases}$

Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если x_2= -1.

Вариант 7

1. Найти матрицу $D = A + 2AC$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & 0 & -2\\ -3 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}2 & 2 & 3 & -1\\ 3 & 2 & 7 & 2\\ -2 & 0 & 4 & 4\\ -2 & -4 & 1 & 3\end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 2 & -4\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ -2 & 2 & -4\\ 4 & -1 & 0\end{pmatrix}$.

4. Найти значение параметра *q*, при котором ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & -2 & 1 & -1\\ 5 & 1 & q & 5 & 4\end{pmatrix}$ минимален.

6. Доказать что система $\begin{cases}2x_1+2x_2+3x_3-x_4=10,\\ 3x_1+2x_2+7x_3+2x_4=12,\\ -2x_1+4x_3+4x_4=-2,\\ -2x_1-4x_2+x_3+3x_4=-12\end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_2 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3+2x_4+2x_5=1,\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4-x_5=2,\\ 3x_1-4x_2+3x_3+5x_4+7x_5=1,\end{cases}$ Доказать, что система линейных уравнений совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_3 = 1$, $x_4 =-2$, $x_5 =-1$.

<u>Вариант 8</u>

1. Найти матрицу $D = A + 2CA$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & 0 & -2\\ -3 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1 & -2\\ -3 & 1 & -2 & 1\\ 3 & 5 & -3 & 4\\ 5 & 5 & -3 & 4\end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}-1 & 0 & 3\\ 1 & 4 & 3\\ 3 & 7 & 1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}3 & 1 & -3\\ 3 & 0 & -1\\ 0 & -3 & 2\end{pmatrix}$.

4. При каком значении параметра р, если он существует, строки матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 3 & -2\\ 2 & 4 & 5 & 4 & 3\\ 1 & 2 & 2 & 1 & -1\\ 4 & 8 & p & 8 & 0\end{pmatrix}$ линейно зависимы?

6. Доказать, что система $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -5, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2, \\ 5x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_4 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$

Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_4 = x_5 = 1$.

Вариант 9

1. Найти матрицу $C = AB - BA$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 & -6 \\ 3 & 7 & -2 & -4 \end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -3 & -2 & 7 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$.

4. При каком значении параметра p, если оно существует, строки матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & p & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ линейно зависимы.

6. Доказать, что система $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_4 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 6x_4 = 12, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 12 \end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_3 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 = -14 \end{cases}$ Доказать, что система линейных уравнений совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_3 = x_4 = -1$.

Вариант 10

1. Найдите сумму диагональных элементов матрицы $C = AB - BA$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $D=\begin{vmatrix}1&2&2&3\\1&3&0&-1\\3&7&4&-1\\2&5&5&-2\end{vmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение $X\cdot\begin{pmatrix}3&2&1\\2&3&1\\-1&-3&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&-2&0\\1&-16&-4\\2&3&1\end{pmatrix}$.

4. Докажите, что третья строка матрицы $\begin{pmatrix}-1&2&4&1\\2&-1&3&2\\5&-4&2&3\end{pmatrix}$ является линейной комбинацией первых двух. Найдите коэффициенты этой линейной комбинации.

6. Доказать, что система $\begin{cases}x_1+2x_2+2x_3+3x_4=5,\\x_1+3x_2-x_4=-2,\\3x_1+7x_2+4x_3-x_4=2,\\2x_1+5x_2+5x_3-2x_4=2\end{cases}$ имеет единственное решение. Неизвестное x_3 найти по формулам Крамера. Решить систему методом Гаусса.

7. Дана система линейных уравнений $\begin{cases}x_1+2x_2-x_3-2x_4=0,\\2x_1+5x_2+2x_3-4x_4=5,\\x_1+x_2-5x_3-2x_4=-5,\\x_1+3x_2+3x_3-2x_4=5.\end{cases}$

Доказать, что система совместна. Найти её общее решение. Найти частное решение, если $x_3=x_4=1$.

Индивидуальное домашнее задание № 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1.

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{1+x^2}{\sqrt{x}}$;

б) $y=\ln\arcsin x^3$;

в) $y=(tgx)^{\ln x}$.

2. Дана функция у $=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x-1}{x+1}$. Найти у''.

3. Исследовать функцию на экстремум: $y=2x^3-3x^2-12x-3$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=x\ln x^2,\ \ x\in[e^{-1};e]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=8\sqrt[4]{x}-70$ в заданной точке $x_0=16$.

6. Решить задачу: Две материальные точки движутся прямолинейно по законам: $S_1(t)=\dfrac{2}{3}t^3-\dfrac{3}{2}t^2+6t+11$, $S_2(t)=\dfrac{2}{3}t^3-t^2+5t+6$ (время t измеряется в секундах; пути S_1 и S_2 - в метрах). Найти ускорение материальных точек в тот момент, когда их скорости одинаковы.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=\dfrac{4x}{4+x^2}$;

б) $y=x^3+3x+2$;

в) $y=\ln(x^2+x-2)$

<u>Вариант 2.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=x^5\cdot e^{x+1}$;

б) $y=\sin^2\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}$;

в) $y=x^{\sin^2 x}$.

2. Дана функция у $=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$.. Найти у''.

3. Исследовать функцию на экстремум: $y=\dfrac{12}{\sqrt{x^2+3x-4}}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=\arccos x^2,\quad x\in[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $\begin{cases}x=2t\cos t\\ y=2t\sin t\end{cases}$ в заданной точке $t_0=\dfrac{\pi}{2}$.

6. Решить задачу: Закон движения точки по оси OX даётся формулой $x=10t+5t^2$, где t - время в секундах, x - расстояние в метрах. Найти среднюю скорость движения за промежуток времени $20\le t\le 20+\Delta t$, если:

а) $\Delta t=1$;

б) $\Delta t=0{,}01$.

Чему равна скорость движения в момент времени $t=20$?

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^2-4x$;

б) $y=\dfrac{x^3+8}{3x}$;

в) $y=e^{\frac{1}{2-x}}$.

<u>Вариант 3.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{\cos(x+\pi)}{\sqrt{x}}$;

б) $y=2^{\arcsin\sqrt{x}}$;

в) $y=(\arcsin x)^x$.

2. Дана функция у = 4e$^{\sqrt{x-1}}$ ($\sqrt{x}$ -1). Найти у''.

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=\sqrt[3]{(2x^3-9x^2-60x+5)^2}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=\frac{1}{\cos x},\quad x\in[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\frac{x^{16}+9}{1-5x^2}$ в заданной точке $x_0=1$.

6. Найти приближенное значение функции $y=\arcsin x$ в точке $x=0{,}51$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^2-12x+21$;

б) $y=\frac{2x}{(x-3)^2}$;

в) $y=e^{2x-x^2}$.

Вариант 4.

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=(x^2+1)tgx$;

б) $y=\sqrt[3]{x^2+4x}$;

в) $y=(tgx)^{arctgx}$.

2. Дана функция у $=\frac{1}{2}arctg\frac{x}{2}$. Найти у''.

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=1-(x-2)^{\frac{4}{5}}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=x^6-5x^4+5x^3-1,\quad x\in[0;2]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\begin{cases}x=t-t^4\\ y=t^2-t^3\end{cases}$ в заданной точке (0;0).

6. Решить задачу: Точка движется по параболе $y=8x-x^2$ так, что её абсцисса изменяется по закону $x=\sqrt{t}$ (x измеряется в метрах, t - в секундах). Какова скорость изменения ординаты точки через 9 секунд после начала движения?

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^3+6x+14$;

б) $y=\frac{4x^2}{x^3-1}$;

в) $y=(3x^2+4)e^{-x^2}$

Вариант 5.

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\frac{\ln x+1}{x^2+1}$;

б) $y=\ln\frac{x+5}{x-5}$;

в) $y=(\cos x)^{\ln x}$.

2. Дана функция y = 4(xarcsinx + $\sqrt{1-x^2}$). Найти y''.

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=(x-2)^{\frac{2}{3}}(2x+1)$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=x+\frac{1}{x},\ \ x\in[0{,}01;100]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ в заданной точке $x_0=4$.

6. Решить задачу: Количество тепла Q Дж, необходимое для нагревания 1 кг воды от 0° С до t° С, определяется формулой $Q=t+2\cdot10^{-5}t^2+3\cdot10^{-7}t^3$. Определить теплоёмкость воды при $t=100^{\circ}$ С.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^2(x-1)$;

б) $y=\frac{x^4}{x^3+64}$;

в) $y=5xe^{-\frac{x}{3}}$.

<u>Вариант 6.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\sin x\cdot arctgx$;

б) $y=\sqrt{\cos\sqrt{x}}$;

в) $y=(x^2+4)^{tgx}$.

2. Дана функция y = $\frac{1}{2}\ln\frac{x}{x+2}$. Найти y''

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=x^2(1-x\sqrt{x})$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=x\sqrt[3]{x-1},\ \ x\in[0;9]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases}x=2tgt\\ y=2\sin^2 t+\sin 2t\end{cases}$$

в заданной точке $t_0=\frac{\pi}{4}$.

6. Найти приближенное значение функции $y=\sqrt[3]{x}$ в точке $x=125{,}1324$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^3-3x+10$;

б) $y=\dfrac{4x}{4-x^2}$;

в) $y=\ln(x^2-4x+5)$

<u>Вариант 7.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$;

б) $y=\ln^2 arctg\dfrac{x}{2}$;

в) $y=(tgx)^{\arcsin x}$.

2. Дана функция y = e(xln^{2}x - 2xlnx + 2x). Найти y''

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=x+\sqrt{3-x}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=\dfrac{1-x+x^2}{1+x-x^2},\quad x\in[0;1]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=x^2\arcsin\dfrac{x}{2}$ в заданной точке $x_0=\sqrt{3}$.

6. Найти приближенное значение функции $y=tgx$ в точке $x=44^\circ 50'$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x+3)(x-2)^2$;

б) $y=\dfrac{-x^2}{2(x^2+10)}$;

в) $y=3xe^{\frac{x^2}{2}}$.

<u>Вариант 8.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=(x^3+x^2)\cos x$;

б) $y=\ln^2\sin\dfrac{1}{x}$;

в) $y=(\cos x)^{arctgx}$.

2. Дана функция y = $4\left[\dfrac{x}{2}\sqrt{4-x^2}+2\arcsin\dfrac{x}{2}\right]$. Найти y”.

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=\ln(x^2+1)$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=2x^3+3x^2-12x+1,\quad x\in[-1;5]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $\begin{cases}x=2\cos t\\ y=\sin t\end{cases}$ в заданной точке $\left(1;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

6. Найти приближенное значение функции $y=\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$ в точке $x=0{,}15$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^3+3x-4$;

б) $y=\frac{4x^2-9}{2x^3}$;

в) $y=x-\ln(x+9)$.

<u>Вариант 9.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x^2+1}$;

б) $y=2^{ctg^2 4x}$;

в) $y=(arctgx)^{x^2}$.

2. Дана функция $y=\sqrt{5}\left[\frac{x}{2}\cdot\sqrt{4+x^2}+2\ln(x+\sqrt{4+x^2})\right]$. Найти y''

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=\frac{x}{\ln x}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=4x^6-x^3+3,\quad x\in[0;1]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=2^{-x^2}\sin\pi x$ в заданной точке $x_0=0$.

6. Найти приближенное значение функции $y=\lg x$ в точке $x=61$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^3-3x+12$;

б) $y=\frac{1}{x}+4x^2$;

в) $y=2xe^{-\frac{3x^2}{2}}$.

<u>Вариант 10.</u>

1. Вычислить производные следующих функций:

а) $y=\frac{\sin x}{x^3+1}$;

б) $y=\log_3(x^3-\sin x)$;

в) $y=(tg(2x+1))^{x^2+1}$.

2. Дана функция y(x) = xln(x + $\sqrt{1+x^2}$) — $\sqrt{1+x^2}$. Найти y''.

3. Исследовать функцию на экстремум:

$y=x^3+9x^2+24x-5$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в указанном промежутке: $y=\sqrt[3]{x^2}-x,\quad x\in[0;1]$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}$ в заданной

точке $x_0 = 1$.

6. Найти приближенное значение функции $y = x^6$ в точке $x = 1{,}002$.

7. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = x(x^2 - 9)$;

б) $y = \dfrac{x^2 + x + 3}{x - 3}$;

в) $y = \dfrac{e^{3x} + e^{-3x}}{6}$.

Индивидуальное домашнее задание № 4 «Интегральное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1

$$\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx \quad \int \frac{\sqrt[3]{\ln x + 5}}{x}dx \quad \int \frac{arctgx}{1+x^2}dx \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x} \quad \int \frac{x^3}{x-4}dx \quad \int \arcsin 2x dx$$

$$\int (x^2+3)\ell^{3x}dx \quad \int \frac{\sqrt{x+2}+1}{\sqrt{x+2}-1}dx \quad \int \frac{dx}{(x+2)(x^2+4)} \quad \int \sin^2 x \cos^3 x dx \quad \int \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x}dx$$

Вариант 2

$$\int \ell^{2x^2+3} x dx \quad \int x \sin x^2 dx \quad \int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dx \quad \int \ell^{4x} \sin \ell^{4x} dx \quad \int \frac{x-2}{x+1}dx \quad \int x \ln x dx$$

$$\int arctgx dx \quad \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-9}dx \quad \int \frac{x^2-1}{x^3-4x}dx \quad \int \sin^2(x+\frac{3}{4}\pi)dx \quad \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

Вариант 3

$$\int \frac{dx}{x\ln^2 x} \quad \int \frac{4x^5 dx}{\sqrt{x^6}+7} \quad \int \frac{x^3}{4+5x^4}dx \quad \int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1+tgx}} \quad \int \frac{dx}{2x^2+4x+6} \quad \int x\cos x dx$$

$$\int \frac{x}{\ell^{2x}}dx \quad \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x}}dx \quad \int \frac{dx}{(x^2+x)(x-2)} \quad \int \cos 2x \cos 4x dx$$

Вариант № 4

$$\int \frac{\sin x}{1+cos^2 x}dx \quad \int \sqrt[3]{4-3x}dx \quad \int \frac{dx}{\sqrt[3]{4-5x}} \quad \int \cos(4x-2)dx \quad \int \frac{2x^2}{x^2-1}dx \quad \int x arctg 2x dx$$

$$\int x^2 \sin 3x dx \quad \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(1-\sqrt[3]{x})} \quad \int \frac{x^2-1}{x^3-4x}dx \quad \int \sin^3 x \cos^3 x dx \quad \int \frac{dx}{8-4\sin x + 7\cos x}$$

Вариант 5

$$\int \frac{\ell^{arctgx}}{1+x^2}dx \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin^2 x} \quad \int \frac{\sin 2x}{8-\cos 2x}dx \quad \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{3-5x^5}} \quad \int \frac{x+4}{x-1}dx \quad \int \sqrt{x}\ln x dx$$

$$\int x^2 \ell^x dx \quad \int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}+1}dx \quad \int \frac{x^2+4}{(x^2+1)(x-1)}dx \quad \int \cos^2(\frac{x}{2}+\pi)dx \quad \int \cos^2 x dx$$

Вариант 6

$$\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)} \quad \int x\cdot 2^{x^2} dx \quad \int \frac{\ell^{ctgx}}{\sin^2 x}dx \quad \int \cos^4 x \sin 2x dx \quad \int \frac{dx}{x^2+6x+10} \quad \int x\ell^{-2x} dx$$

$\int \arcsin 4x dx$ $\int \frac{x+3}{5+2x-x^2}dx$ $\int \frac{x^2-2}{x(x+1)}dx$ $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x}$ $\int \cos 8x \cos x dx$

Вариант № 7

$\int \frac{e^x dx}{\sqrt[3]{3+e^x}}$ $\int \sqrt[3]{5-2x}dx$ $\int \frac{dx}{1-4x^2}$ $\int (1-2\sin^2 \frac{x}{2})dx$ $\int \frac{x^2+4}{x+1}dx$ $\int arctg 5x dx$ $\int x^2 \cos 4x dx$

$\int \frac{dx}{(5+x)\sqrt{1+x}}$ $\int \frac{x+4}{(x+1)(x+2)}dx$ $\int \cos^2 \frac{x}{2}dx$ $\int \frac{\cos^5 x}{\sin x}dx$

Вариант 8

$\int \frac{4^{\frac{1}{x}}}{5x^2}dx$ $\int tg 2x dx$ $\int \frac{\cos(\arcsin 2x)}{\sqrt{1-4x^2}}dx$ $\int \frac{x+(\arccos 3x)^2}{\sqrt{4-9x^2}}dx$ $\int \frac{5x^3+1}{x^2+1}dx$ $\int \frac{\ln x}{x^2}dx$ $\int xe^{-5x}dx$

$\int \frac{\sqrt{4x+1}}{1+\sqrt[3]{4x+1}}dx$ $\int \frac{2x-5}{(x^2-5x+4)x}dx$ $\int \frac{tgxdx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$ $\int \sin 4x \cos x dx$

Вариант 9

$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x - 25}}$ $\int 3^{5x}dx$ $\int \frac{e^{4x}dx}{e^{4x}+5}$ $\int e^{4-x^3}x^2 dx$ $\int \frac{dx}{x^2+4x+17}$ $\int (x+2)\cos x dx$ $\int \ln(x+1)dx$

$\int \frac{3x+2}{x^2+5x+7}dx$ $\int \frac{dx}{(x-1)(x^2+2)}$ $\int \frac{dx}{2+\cos x}$ $\int ctg^5 x dx$

Вариант № 10

$\int 2^x(1+\frac{2^{-x}}{x^4})dx$ $\int \frac{arctg^4 x}{1+x^2}dx$ $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$ $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$ $\int \frac{x^3 dx}{x+4}$ $\int x \cdot 3^{2x}dx$

$\int (x^2-2)\cos 2x dx$ $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[4]{x}}dx$ $\int \frac{dx}{x^3+3x^2+2x}$ $\int \sin^3 x \cos x dx$ $\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}$

Индивидуальное домашнее задание № 5 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1

а) $y^2 y' + x^2 = 1$ б) $(x^2+y^2)dy - 2xydx = 0$ в) $y' + 4xy = 2xe^{-x^2}\sqrt{y}$

Вариант 2

а) $yy' + x = 0$ б) $xy' = y + xtg\frac{y}{x}$ в) $y' = \frac{2y}{x+1} + e^x(x+1)^2$

Вариант 3

а) $xy' = 2y$ б) $x(y' + e^{y/x}) = y$ в) $y' + 2y = e^{3x}$

Вариант 4

а) $(x+1)y' + xy = 0$ б) $xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$ в) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

Вариант 5

а) $y'\sqrt{1-x^2} = 1 + y^2$ б) $3x^4 y^2 dy = (4x^6 - y^6)dx$ в) $dy = (y^2 e^x - y)dx$

Вариант 6

а) $xydx - \sqrt{1-x^2}dy = 0$ б) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ в) $y' = y(y^3 \cos x + tgx)$

Вариант 7

а) $y' = e^{x+y}$ б) $y^2dx + x^2dy = xydy$ в) $y' = \dfrac{3y}{x} + x$

Вариант 8

а) $dy - 2\sqrt{y}\ln x = 0$ б) $y' = \dfrac{y}{x} + \sin\dfrac{y}{x}$ в) $y' = yctgx + \dfrac{y^3}{\sin x}$

Вариант 9

а) $y' + \dfrac{x\sin x}{y\cos y}$ б) $(x-y)dx + xdy = 0$ в) $y' + ytgx = \dfrac{1}{\cos x}$

Вариант 10

а) $y' = \cos(x+y)$ б) $y' = \dfrac{x-y}{x+y}$ в) $y' = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x^2}{y}$

Индивидуальное домашнее задание № 6 «Теория вероятностей»

Вариант 1

1. Руководство фирмы выделило отделу рекламы средства для помещения в печати объявлений о предлагаемых фирмой товарах и услугах. По расчетам отдела рекламы выделенных средств хватит для того, чтобы поместить объявления только в 5 из 8 городских газет. Сколько существует способов случайного отбора газет для помещения объявлений? Какова вероятность того, что в число отобранных попадут 5 газет, имеющих наибольший тираж?

2. Одинаковые детали обрабатываются тремя рабочими на трёх станках. Вероятность брака у них равна 0,01; 0,02; 0,03. Обработанные детали откладываются в один ящик. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь будет бракованной, если производительности станков относятся как 2:3:5. Иначе говоря, каков общий процент бракованных деталей производится тремя рабочими?

3. При установившемся технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 70 % продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760?

4. Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7. Найти функцию распределения и построить ее график. Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Средний рост взрослых женщин некоторого национального округа равен 167,3 см; σ = 5,8 см. Каков общий процент женщин ростом:

1) не превышающим 170 см,
2) не меньшим, чем 165 см.

Вариант 2

1. Менеджер рассматривает кандидатуры 4 человек, подавших заявления о приеме на работу. Сколько существует способов приглашения кандидатов на собеседование в случайном порядке? Какова вероятность того, что они случайно будут приглашены на собеседование в зависимости от времени их прихода в офис?

2. В двух ящиках имеются радиолампы. В первом 12 радиоламп, из которых одна нестандартная, во втором 10 ламп из которых две нестандартные. Из первого ящика во второй переложена одна лампа. Найти вероятность того, что извлечённая лампа из второго ящика будет нестандартная.

3. При штамповке металлических клемм получается в среднем 90 % годных. Найти вероятность наличия от 790 до 820 (включительно) годных в партии из 900 клемм.

4. Из пяти гвоздик две белые. Составить закон распределения и найти функцию распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди двух одновре-

менно взятых. Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Швейная фабрика выпускает мужские брюки для области, где средний рост взрослых мужчин равен 172,1 см, σ = 6,75 см. Каков процент удовлетворенности населения, если ограничиться выпуском брюк, соответствующих лишь ростам от 165 до 184 см.

Вариант 3

1. На железнодорожной станции имеется 6 путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 состава? Какова вероятность того, что составы случайно будут расставлены на путях в порядке возрастания их номеров?

2. Завод выпускает за три декады месяца соответственно 20 %, 30 %, 50 % задания, причём вероятности брака соответственно составляют 0,01, 0,012, 0,015. Найти вероятность того, что изделие выпущено в первой декаде, если в нём обнаружен дефект.

3. Вероятность неточной сборки прибора равна 0,2. Найти вероятность
наличия того, что среди 500 приборов окажется от 410 до 430 (включительно) точных.

4. Из 10 телевизоров на выставке 4 оказались фирмы «Сони». Наудачу для осмотра выбрано 3. Составить закон распределения числа телевизоров фирмы «Сони» среди 3 отобранных. Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Швейная фабрика выпускает 1000 шт. мужских пальто в день для некоторой области, где средний обхват груди мужского населения равен 103 см, а σ = 6,2 см. Сколько пальто должна выпускать фабрика размера 48, если этому размеру соответствует интервал обхвата груди от 94 до 98 см?

Вариант 4

1. В магазин поступило 30 новых цветных телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор для продажи. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?

2. На фабрике, изготовляющей болты, машины, А, В, С производят соответственно 25 %, 35 %, 40 % всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5 %, 4 %, 2 %. Случайно выбранной из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он произведён машиной А?

3. Всхожесть семян данного растения составляет 90 %. Найти вероятность того, что из 800 посеянных семян взойдёт не менее 700.

4. Торговый агент имеет 5 телефонных номеров потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказ на покупку товара. Вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4. Составить закон распределения числа телефонных разговоров, которые предстоит провести агенту. Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Проверка “параметров” самодельного дальномера показала, что прибор дает систематическую ошибку 10 м в сторону занижения дальности, а среднее квадратическое отклонение равно 20 м. Этим прибором пришлось измерить заданную дальность. С какой вероятностью можно надеяться, что:

1) погрешность результата не превосходит по абсолютной величине 30 м;
2) измеренная дальность не превосходит истинной?

Вариант 5

1. Руководство фирмы может обратиться в 6 туристических агентств с просьбой об организации для своих сотрудников 3 различных туристических поездок. Сколько существует способов распределения 3 заявок между 6 агентствами, если каждое агентство может получить не более одной заявки? Какова вероятность того, что заявки получат агентства с наибольшим оборотом, причем, чем крупнее агентство, тем крупнее заявку оно получает?

2. В монтажном цехе к устройству присоединяют электродвигатель, который поставляется тремя заводами-изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве 19, 6 и 11 штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно 0,85; 0,76; 0,71.Рабочий берёт случайно выбранный один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того,

что смонтированный и работающий безотказно до конца гарантийного срока электродвигатель поставлен соответственно I, II и III заводом-изготовителем.

3. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 120 испытаниях событие наступит не менее 70 раз и не более 90 раз.

4. . Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго — 0,7. Необходимо: а) составить закон распределения общего числа попаданий; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года 20% рабочих дней она была ниже 88 ден. ед., а 75% - выше 90 ден. ед. Найти: а) математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение цены ценной бумаги; б) вероятность того, что в день покупки цена будет заключена в пределах от 83 до 96 ден. ед. в) с надежностью 0,95 определить максимальное отклонение от среднего значения.

Вариант 6

1. Игральная кость подбрасывается один раз. Найти вероятности событий:

А – число очков равно шести,
В – число очков равно трем,
С – число очков четно,
Д – число очков меньше пяти,
Е – число очков больше двух.

2. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй –46%, третьей –34%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй –2%, а для третьей –1%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

3. На склад магазина поступают изделия, из которых 80 % оказываются высшего сорта. Найти вероятность того, что из 100 взятых наудачу изделий не менее 85 окажутся высшего сорта.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8 и уменьшается с каждым выстрелом на 0,1. Составить закон распределения числа попаданий в цель, если сделано три выстрела. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

5. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. 1. Найти вероятность того, что цена акции: а) не выше 15,3 ден. ед.; б) не ниже 15,4 ден. ед. в) от 14,9 до 15.3 ден. ед. 2. С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.

Вариант 7

1. Подбрасываются две игральные кости. Найти вероятности событий:

А – число очков на обеих костях совпадает,
В – число очков на первой кости больше, чем на второй,
С – сумма очков четна.

2. Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40% продукции, второй – 45%, третий –15%. В продукции первого завода спешат 80% часов, второго –70%, а третьего –90%. Какова вероятность того, что купленные часы спешат?

3. На заводе вырабатывается в среднем 80 % холодильников первого сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 холодильников отклонение частости холодильников первого сорта от 0,8 не превышает 0,01.

4. Среди 10 изготовленных приборов 3 неточных. Составить закон распределения числа неточных приборов среди взятых наудачу четырех приборов. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины

5. Случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным 3, и дисперсией 4. Найдем выражение для плотности вероятности этой случайной величины.

Вариант 8

1. В ткацком цехе 100 станков. Из них 25 новой конструкции, у которых производительность в два раза больше, чем у старых. Какова вероятность того, что кусок товара, наугад взятый браковщицей, окажется выработанным новым станком. Иначе говоря, каков общий процент продукции выпускается новым оборудованием?

2. Три станка подают детали в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго –0,02 и для третьего –0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Какова вероятность того, что взятая наудачу из бункера деталь будет бракованной?

3. При доставке руды с карьера на рудный двор обогатительной фабрики вероятность появления недогруженного самосвала равна 0,05. Определить, при каком количестве машин с вероятностью равной 0,92 можно ожидать отклонение относительной частоты прибытия машин с недогрузом от её вероятности не более чем на 0,01.

4. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при пяти сделанных покупках. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. На станке изготавливаются втулки. Длина l втулки представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону, и имеет среднее значение a = 20 см и дисперсию, равную 0,04 см.

а) найти вероятность того, что длина втулки будет заключена между 19,7 и 20,3 см, т.е. уклонение в ту или другую сторону не превзойдет 0,3 см,

б) какую длину изделия можно гарантировать с вероятностью 0,95.

Вариант 9

1. В коробке содержится 6 одинаковых, занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

2. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы равна: для велосипедистов 0,8, для лыжника – 0,9 и для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, названный наудачу выполнит норму.

3. Вероятность соблюдения правил при прохождении пассажиров через автоматический контроль пост метрополитена равна 0,9. Сколько пассажиров должно пройти через автоматический контрольный пост, чтобы с вероятностью, равной 0,95, можно было ожидать отклонение относительной частоты соблюдения правил от вероятности не более чем на 0,03?

4. Длительное наблюдение за работой пуговичной машины показало, что в среднем 15% от общего количества часов работы машина не имела остановок, 20% - один останов в час, 35% - два останова, 15% - три останова, 12% - четыре останова, 3% - пять остановов в час. Рассматривая число остановов в час как случайную величину X, составить для нее закон распределения и вычислить характеристики (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение).

5. Вес 30-миллиметровых образцов чесальной ленты, как случайная величина, подчиняется нормальному закону распределения. Зная средний вес $\bar{x}$ = 105,2 мг и σ = 5,4 мг определить долю образцов, обладающих весом от 80 до 120 мг.

Вариант 10

1. На шести одинаковых карточках написаны буквы «а», «а», «а», «з», «д», «ч». Вынимают наудачу по одной карточке и прикладывают друг к другу. Какова вероятность того, что получится слово «задача»?

2. На трех станках при одинаковых независимых условиях изготовляют деталей одно-

го наименования. На первом станке изготовляют 10 %, на втором – 30 %, на третьем – 60% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 – если на втором станке и 0,9 – если на третьем станке. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь окажется бездефектной.

3. На склад магазина поступают изделия, 80 % которых высшего сорта. Сколько изделий надо взять наудачу со склада, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий высшего сорта находится между 0,75 и 0,85?

4. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Средняя дальность полета снаряда равна 1200 м. Предполагая, что дальность полета H распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 40 м, найти, какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 60 до 80 м.

Индивидуальное домашнее задание № 7 «Основы математической статистики»

Соберите следующие данные о десяти семьях: количество членов семьи (x); площадь жилого помещения, занимаемого семьей (y); совокупный доход семьи (z). Построить парную модель линейной регрессии для x и y, x и z, y и z. Сделать выводы.

2. Итоговый контроль знаний

Рейтинговая оценка студента по дисциплине «Математика» складывается из оценки за работу в семестре максимально 60 баллов и зачетной оценки – максимально 40 балов. Таким образом, максимально возможное количество баллов, которыми оценивается успеваемость за семестр по дисциплинам кафедры ОМиИ, равно 100

Если к моменту проведения зачета студент набирает 51 и более баллов, они могут быть выставлены ему в виде поощрения в ведомость и в зачетную книжку без процедуры принятия зачета. Выставление баллов производится на последней неделе теоретического обучения по данной дисциплине

Вопросы к зачету и примерный вариант зачетного теста приведены в рабочей программе (пункт 9). Вариант зачетной карточки приведен ниже.

Зачетная карточка № 1

Теоретическая часть

1. Матрицы. Основные понятия. Разновидности матриц.
2. Интегрирование методом подстановки.
3. Повторные независимые испытания.

Практическая часть

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

2. Вычислить интегралы:

а) $\int \frac{arctg^3 x}{x^2+1} dx$, б) $\int_0^1 x \cdot e^x dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $(1+y^2)dx + xydy = 0$, б) $2y'' + 5y' + 2y = 0$.

4. С помощью шести карточек, на которых написано по одной букве, составлено слово «карета». Карточки перемешиваются, а затем наугад извлекаются по одной. Какова вероятность того, что в порядке поступления букв образуется слово «карета».

5. Швейная фабрика выпускает мужские брюки для области, где средний рост, взрослых мужчин равен 172,1см, σ =6,75см. Каков процент обеспеченности брюками, если ограничится выпуском брюк, соответствующих ростам от 165 до 184см?

IV ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

1. Неимитационные методы обучения

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. «Определённый интеграл» (2 часа), «Основные понятия о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка» (2 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. Темы: «Уравнения прямой на плоскости» (2 часа), «Кривые второго порядка» (2 часа), «Аналитическая геометрия в пространстве» (2 часа).

Лекция вдвоем. Учебный материал проблемного содержания дается студентам в диалоговом общении двух преподавателей между собой. Моделируются профессиональные дискуссии разными специалистами (теоретиком и практиком, сторонником и противником определенной концепции). Студенты вовлекаются в общение, высказывают собственную позицию.

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. Тема: «Первообразная функция и неопределённый интеграл» (2 часа).

2. Неигровые имитационные методы обучения

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач. Тема: «Решение экономических задач на составление систем линейных уравнений» (2 часа).

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций. Тема «Определители и их свойства» (2 часа), «Техника дифференцирования функций. Производные высших порядков» (2 часа).

3. Игровые имитационные методы

Мозговой штурм – наиболее свободная форма дискуссии, позволяющей быстро включить в работу всех членов учебной группы. Используется там, где требуется генерация разнообразных идей, их отбор и критическая оценка. Этапы продуцирования идей и их анализа намеренно разделены: во время выдвижения идей запрещается их критика. Тема: «Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность» (2 часа).

Круглый стол - это метод активного обучения, одна из организационных форм познавательной деятельности учащихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии.

Деловая игра – форма воссоздания предметного и социального содержания профессиональной деятельности, моделирования систем отношений, разнообразных условий профессиональной деятельности, характерных для данного вида практики.

Метод анализа конкретной ситуации (ситуационный анализ, анализ конкретных ситуаций, case-study) – это педагогическая технология, основанная на моделировании ситуации или использования реальной ситуации в целях анализа данного случая, выявления проблем, поиска альтернативных решений и принятия оптимального решения проблем. «Основы регрессионного анализа» (2 часа).