

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Амурский государственный университет»**

Кафедра общей математики и информатики

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ  
МАТЕМАТИКА**

Основной образовательной программы по направлению подготовки 100400.62 –  
туризм

2012 г.

УМКД разработан старшим преподавателем кафедры ОМиИ  
Юрьевой Татьяной Александровной

Рассмотрен на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от «\_\_»\_\_\_\_\_ 2012 г. № \_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Г. В. Литовка

## **УТВЕРЖДЕН**

Протокол заседания УМСС \_\_\_\_\_

от «\_\_»\_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Председатель УМСС \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

# I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому мышлению; обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов и явлений при поиске решений.

### **Задачи дисциплины:**

- развитие логического и алгоритмического мышления студента;
- выработка умения моделировать реальные экономические процессы;
- освоение приемов решения и исследования математически формализованных задач;
- овладение численными методами решения и их реализацией на компьютере.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Предлагаемая дисциплина относится к базовой части математического и естественно-научного цикла ООП.

Для изучения дисциплины студент должен обладать знаниями, полученными при изучении учебного предмета «Математика» основной образовательной программы среднего (полного) общего образования.

Дисциплина занимает важное место в программе подготовки бакалавра, так как обеспечивает базовую подготовку студентов в области использования математических методов для анализа, проектирования профессиональной деятельности в туристской индустрии в курсовых и дипломных проектах.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

**1) Знать:** фундаментальные разделы математики, необходимые для логического осмысления и обработки информации в профессиональной деятельности;

**2) Уметь:** применять математические методы при решении практических задач в туристской деятельности;

**3) Владеть:** математическими знаниями и методами, математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности в туристской индустрии.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– способность к интеллектуальному, культурному, нравственному, физическому и профессиональному саморазвитию и самосовершенствованию (ОК- 1);

– стремление к постоянному саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства; может критически оценить свои достоинства и недостатки, наметить пути и выбрать средства их развития или устранения, способность к бесконфликтной профессиональной деятельности в туристской индустрии (ОК-8);

– способность обрабатывать и интерпретировать с использованием базовых знаний математики и информатики данные, необходимые для осуществления проектной деятельности в туризме (ПК-2);

– умением рассчитать и оценить затраты по организации деятельности предприятия туристской индустрии (ПК-9).

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
1	Введение в математический анализ с элементами аналитической геометрии	1	1-3	6	10	12	Тест, контрольная работа
2	Дифференциальное исчисление	1	4-5	4	10	18	Тест, РГР реферат
3	Основы линейной алгебры	1	6-8	6	8	10	Тест, контрольная работа
4	Интегральное исчисление	1	9-10	4	6	12	Тест, реферат
5	Дифференциальные уравнения	1	11-13	6	6	12	Тест, контрольная работа
6	Теория вероятностей	1	14-16	6	8	14	Тест, РГР
7	Математическая статистика	1	17-18	4	6	12	тест, контрольная работа
ИТОГО				36	54	90	экзамен

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1. Лекции

№ раздела	Наименование темы	Содержание темы
1	Элементы теории множеств. Функции.	Числа. Переменные. Множества. Отображения. Действительные и комплексные числа. Переменные и постоянные величины. Конечные и бесконечные множества. Определение функции. Область определения функции. Способы её задания. Классификация функций, их графики. Понятие обратной функции. Основные элементарные функции, их графики. Сложная функция. Понятие обратной функции. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков функции.
	Элементы аналитической геометрии	Уравнение линии на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Угол между прямыми. Уравнение плоскости. Кривые и поверхности второго порядка.

	рии	
	Пределы и их свойства. Непрерывность функции.	Понятия о числовых последовательностях. Предел последовательности. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их основные свойства. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела. Два замечательных предела. Непрерывные функции. Теоремы о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функции, непрерывных на отрезке.
2	Производная и дифференциал функции одного действительного переменного	Понятие производной. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Непрерывность дифференцируемых функций. Основные правила и формулы дифференцирования функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции, его свойства. Связь дифференциала и производной. Правило Лопиталья.
	Приложения производной к исследованию функций	Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Схема исследования поведения функции с помощью первой и второй производных. Применение производной к приближенному решению уравнений. Интерполирование функций. Логарифмическая производная, связь с банковским процентом. Эластичность функции, экономические приложения.
3	Определители	Понятие и основные свойства определителя. Вычисление определителей.
	Матрицы.	Матрицы и операции над ними. Основные свойства операции над матрицами. Обратная матрица.
	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместимость, несовместимость, определённость. Частные и общие решения. Эквивалентность систем; элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Однородные неоднородные системы линейных уравнений. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы. Методы решения систем линейных уравнений.
4	Первообразная функция и неопределённый интеграл.	Первообразная: определения, примеры. Теорема об общем виде всех первообразной данной функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Методы интегрирования по частям и заменой переменных. Методы интегрирования некоторых классов элементарных функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.
	Определённый интеграл.	Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Теорема о существовании определённого интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл. Приближённое вычисление определённых интегралов.
5	Основные понятия о дифферен-	Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

	циальных уравнениях	
	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Различные виды дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения: уравнения с разделяющимися переменными, однородные линейные уравнения.
	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Уравнения второго порядка, решаемые понижением порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью
6	Основные понятия теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей, первоначальные понятия и определения, основные формулы комбинаторики, классическое определение вероятностей.
	Сложение и умножение вероятностей.	Теорема сложения вероятностей, условные вероятности, теорема умножения вероятностей, независимые события и их свойства. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности, формула Байеса, схема повторных испытаний Бернулли, формула Бернулли. Локальная и интегральная теорема Муавра – Лапласа, формула Пуассона.
	Случайные величины	Случайная величина. Примеры случайных величин. Виды случайных величин (конечные, дискретные, непрерывные). Закон и таблица распределения конечных и дискретных случайных величин. Функция распределения случайной величины и её свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и её свойства. Числовые характеристики случайных величин и их свойства. Основные распределения случайных величин.
7	Статистические оценки параметров распределения.	Основные задачи статистики и математической статистики. Выборки. Статистическая обработка результатов наблюдений. Оценки и связанные с ними понятия. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии и их свойства. Понятие доверительных оценок. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
	Проверка статистических гипотез.	Постановка задачи проверки гипотез. Критерий оценки и его мощность. Критическая область и область принятия гипотезы. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения (t-критерий Стьюдента, F- критерий Фишера). Проверка гипотез в виде распределения. Корреляционный и регрессионный анализ.

## 5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Элементы теории множеств.	Комплексные числа. Операции над комплексными числами.
Элементы аналитической геометрии	Аналитическая геометрия на плоскости. Составление, анализ уравнений и построение графиков.
	Прямая и плоскость в пространстве.
Пределы и их свойства. Непрерывность функции.	Раскрытие неопределенностей различных типов. Замечательные пределы.
	Исследование функций на непрерывность.
Производная и дифференциал	Вычисление производных элементарных и сложных функ-

функции одного действительного переменного	ций. Правила дифференцирования. Производные высших порядков.
	Геометрический, физический смысл производной. Дифференциал функции. Приближенные вычисления с помощью дифференциала
	Правило Лопиталья.
Приложения производной к исследованию функций	Логарифмическая производная, связь с банковским процентом. Эластичность функции, экономические приложения.
	Исследование функций и построение графиков.
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Область определения и линии уровня функций нескольких переменных.
	Частные производные, частные производные высших порядков. Полный дифференциал.
	Экстремум функций нескольких переменных. Решение задач экономического содержания.
Определители	Вычисление определителей 2-го, 3-го и 4-го порядков.
Матрицы.	Действия над матрицами. Обратная матрица.
Системы линейных уравнений	Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
	Метод Крамера и матричный метод решения систем линейных уравнений.
	Решение экономических задач на составление систем линейных уравнений.
Первообразная функция и неопределённый интеграл.	Непосредственное интегрирование. Метод замены переменных.
	Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций.
Определённый интеграл.	Вычисление определенных и несобственных интегралов. Приложения определенных интегралов.
Дифференциальные уравнения первого порядка.	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Общее и частное решение. Решение задач на составление дифференциальных уравнений. Линейные и однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
Дифференциальные уравнения высших порядков.	Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
Основные понятия теории вероятностей.	Решение задач на классическое и геометрическое определение вероятности.
Сложение и умножение вероятностей.	Решение задач с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности. Повторные независимые испытания.
Случайные величины	Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.
Статистические оценки параметров распределения.	Точечные и интервальные оценки параметров распределений

## 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоемкость в часах
1	1	Повторение школьного курса с конспектированием вопросов по темам: расстояние между точками; координаты середины отрезка; уравнения прямой с угловым коэффициентом; угол между прямыми; уравнение окружности; векторы; линейные операции над векторами; скалярное произведение вектора и его свойства; длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме; условие ортогональности двух векторов.	12
2		Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания.	
3		Выполнение расчетно-графической работы	
4		Подготовка к контрольной работе	
4	2	Повторение школьного курса с конспектированием вопросов по теме: основные элементарные функции, их свойства и графики.	18
5		Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания.	
6		Реферат.	
7		Выполнение расчетно-графической работы	
8	3	Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания	10
9		Подготовка к контрольной работе.	
10	4	Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания.	12
11		Реферат на тему: Приближенные методы вычисления определенных интегралов.	
12	5	Подготовка к контрольной работе.	12
13		Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания.	
14	6	Выполнение расчетно-графической работы	14
15		Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания	
16	7	Подготовка к контрольной работе.	12
17		Подготовка к практическим занятиям с выполнением домашнего задания.	

## 7. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел дисциплины	Компетенции				ИТОГО
	ОК-1	ОК-8	ПК-2	ПК-9	
1	+	+	+		3
2	+	+	+		3
3	+	+	+		3
4	+	+	+		3
5	+	+	+		3
6	+	+	+	+	4
7	+	+	+	+	4



## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ**

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности бакалавров для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций.

На лекционных и практических занятиях используются активные и интерактивные формы проведения занятий (проблемная лекция, анализ конкретных ситуаций, задачный метод, математический тренинг).

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).

2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;

- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В качестве основных средств текущего контроля используется тестирование. В качестве дополнительной формы текущего контроля предлагаются аудиторные и внеаудиторные письменные задания (контрольные работы).

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания. Освоение материала контролируется в процессе проведения лабораторных занятий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Итоговая аттестация по итогам освоения дисциплины: экзамен (1 семестр).

Знания студентов оцениваются как отличные при полном изложении теоретического материала экзаменационного билета и ответов на дополнительные вопросы со свободной ориентацией в материале и других литературных источниках.

Оценка «хорошо» ставится при твердых знаниях студентом всех разделов курса, но в пределах конспекта лекций и обязательных заданий по самостоятельной работе с литературой.

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если дает неполные ответы на вопросы билета, показывая поверхностное знание учебного материала владение основными понятиями и терминологией.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за незнанием студентом одного из раз-

делов курса. Студент не дает полные ответы на теоретические вопросы билеты, показывая лишь фрагментарное знание учебного материала, незнание основных понятий и терминологии. Дополнительные вопросы остаются без ответа.

### Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Комплексные числа. Действия с комплексными числами.
2. Функция как одно из понятий математики. Область определения и множество значений функции.
3. Способы задания функции. Основные элементарные функции и их графики.
4. Классификация функций. Понятие об обратной функции.
5. Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми.
6. Уравнение плоскости.
7. Уравнения прямой в пространстве.
8. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Поверхности второго порядка.
10. Пределы: числовых последовательностей, переменных, функций.
11. Основные теоремы о пределах.
12. Виды и раскрытие неопределенностей при нахождении пределов.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
14. Асимптоты графика функций одной переменной.
15. Точка разрыва функции и их классификации.
16. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
17. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
18. Приложение производной в экономике. Эластичность функции.
19. Правила вычисления производной и дифференциала.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций
22. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
23. Признаки монотонности функции.
24. Экстремум функции.
25. Наибольшее и наименьшее значение функции на множестве.
26. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
27. Общая схема исследования функции.
28. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
29. Градиент функции нескольких переменных.
30. Частные производные высших порядков.
31. Экстремумы функции нескольких переменных.
32. Наименьшее и наибольшее значение функции нескольких переменных.
33. Условные экстремумы функций нескольких переменных.
34. Определение матрицы. Равенство матриц.
35. Операции над матрицами, свойства.
36. Определитель, его определение, порядок, основные свойства.
37. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.
38. Ранг матрицы.
39. Определение решения систем линейных уравнений. Совместные и несовместные системы уравнений.
40. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
41. Теорема Кронекера – Капелли.
42. Неопределенный интеграл, его определение геометрическая интерпретация, свойства.
43. Методы интегрирования.
44. Определенный интеграл, определение и геометрическая интерпретация, свойства.
45. Методы интегрирования определенных интегралов.

46. Несобственные интегралы.
47. Понятие о дифференциальном уравнении и его решении. Порядок дифференциального уравнения.
48. Классификация дифференциальных уравнений: линейные, нелинейные, однородные, неоднородные, с постоянными и функциональными коэффициентами, без и правой частью.
49. Случайные события и их классификация.
50. Элементы комбинаторики.
51. Различные подходы к введению вероятности.
52. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
53. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
54. Случайные величины. Закон распределения дискретных случайных величин.
55. Функция распределения и ее свойства.
56. Плотность распределения и ее свойства.
57. Математическое ожидание случайной величины, свойства математического ожидания.
58. Дисперсия случайной величины, свойства дисперсии.
59. Биноминальное распределение.
60. Распределение Пуассона.
61. Равномерное распределение.
62. Нормальное распределение.
63. Показательное распределение.
64. Законы больших чисел.
65. Понятие выборки случайных величин. Выборочный метод.
66. Статистическая функция распределения. Статистический ряд. Гистограмма.
67. Числовые характеристики статистического распределения.
68. Свойства точечных оценок.
69. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
70. Понятие регрессии, регрессионные зависимости.
71. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
72. Статистические гипотезы.
73. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия.
74. Критическая область. Критические точки и их нахождение.
75. Метод наименьших квадратов как метод аналитического сглаживания и определения параметров регрессионной зависимости.

Вариант экзаменационного билета  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждено на заседании кафедры  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра ОМиИ  
Факультет ЭкФ  
Курс 1  
Дисциплина Математика

Экзаменационный билет N 1

Теоретическая часть

1. Методы интегрирования.
2. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
3. Парабола. Вывод канонического уравнения параболы.

Практическая часть

1. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} x \sin 2x dx$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2$ ;  $y = x$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = xy$ .
4. С помощью шести карточек, на которых написано по одной букве, составлено слово «карета». Карточки перемешиваются, а затем наугад извлекаются по одной. Какова вероятность того, что в порядке поступления букв образуется слово «карета».
5. Швейная фабрика выпускает мужские брюки для области, где средний рост, взрослых мужчин равен 172,1 см,  $\sigma = 6,75$  см. Каков процент обеспеченности брюками, если ограничиться выпуском брюк, соответствующих ростам от 165 до 184 см?
6. Заданы функции полного дохода  $R = -2x^2 + 12x$  и полных издержек  $C = -6x + 9$ , где  $x$  – объём выпускаемой продукции. Определить  $x_1$  и  $x_2$  – границы прибыльности производства и точку  $x_0$ , в которой прибыль достигает максимального значения.
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$ .
8. Найти  $y'_x$ , если  $x = t^3 + 3t + 1$ ,  $y = 3t^5 + 5t^3 + 1$ .
9. Объём продукции  $y$ , произведённой бригадой рабочих, может быть записан уравнением  $y = -\frac{6}{7}t^3 + \frac{17}{2}t^2 + 120t + 70$ ,  $0 \leq t \leq 8$ , где  $t$  – рабочее время в часах. Найти производительность труда через час после начала работы и за два часа до её окончания. Сделать анализ результатов.
10. Дана функция:  $z = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right)$ . Найти  $z''_{xy}$ .

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.
4. Общий курс высшей математики для экономистов [Текст] : учебник для вузов.: Рек. Мин. обр. РФ / Ред. Ермаков В.И. - М. : ИНФРА-М, 2006. - 656 с

### б) дополнительная литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.
2. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.
3. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.
4. Вохминцева, Г.П. Лабораторные работы по математической статистике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко ; АмГУ. ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006. - 139 с.

## 11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции по дисциплине могут проводиться в аудитории, оснащенной видеопроектором.

**Рейтинг-план дисциплины**

**МАТЕМАТИКА**

<b>Мо- дуль</b>	<b>Название</b>	<b>Кол.баллов за модуль</b>	<b>Темы</b>	<b>Кол.баллов за тему</b>	<b>Виды работ</b>
1	Введение в математический анализ с элементами аналитической геометрии	11	Комплексные числа	2	Тест
			Аналитическая геометрия	5	Контрольная работа
			Введение в анализ	4	РГР
2	Дифференциальное исчисление	10	Вычисление производной	2	Тест
			Приложение дифференциального исчисления	4	РГР
			Приложение дифференциального исчисления	4	Реферат
3	Основы линейной алгебры	7	Матрицы и определители	2	Тест
			Системы линейных уравнений	5	Контрольная работа
4	Интегральное исчисление	7	Неопределенный интеграл	2	Тест
			Приближенное вычисления интегралов	5	Реферат
5	Дифференциальные уравнения	7	Дифференциальные уравнения первого порядка	2	Тест
			Дифференциальные уравнения второго порядка	5	Контрольная работа
6	Теория вероятностей	8	Случайные события	5	Тест
			Случайные величины	3	РГР
7	Математическая статистика	10	Математическая статистика	5	Тест
			Точечные и интервальные оценки	5	Контрольная работа
	<b>замен</b>	40			
	<b><u>ог</u></b>	<b><u>100</u></b>			

## II. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Элементы теории множеств. Функции

#### План лекции

1. Числовые множества
2. Функция одного действительного переменного (определение, способы задания, свойства)
3. Основные элементарные функции их свойства и графики
4. Преобразование графиков функции.

**Цель:** дать студентам представление о теоретических основах данной темы.

**Задачи:**

- сформировать представления, первичные знания по теме;
- формировать направленность, интерес;
- привить необходимую математическую культуру.

#### Ключевые вопросы

Множество комплексных чисел является расширением множества действительных чисел за счет включения множества мнимых чисел. Комплексные числа включают в себя все множества чисел, которые изучались ранее. Так натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа являются, вообще говоря, частными случаями комплексных чисел. Комплексным числом  $z$  называется выражение  $z = a + ib$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i$  – мнимая единица, которая определяется соотношением:  $i^2 = -1$ . Действительное число может быть геометрически представлено в виде точки на числовой прямой. Комплексное число представляется точкой на плоскости, координатами которой будут соответственно действительная и мнимая части комплексного числа т. е.  $A(a; b)$  При этом горизонтальная ось  $Ox$  называется действительной числовой осью, а вертикальная ось  $Oy$  – мнимой осью.

Если каждому элементу (значению)  $x$  из множества  $X$  поставить в соответствие определенный элемент (значение)  $y$  множества  $Y$ , то говорят, что на множестве  $X$  задана функция  $y = f(x)$ ; при этом множество  $X$  называется областью определения функции, а множество  $Y$  – областью значений функции.

При графическом изображении функции  $y = f(x)$  можно использовать зеркальное отражение относительно оси  $Ox$  или относительно оси  $Oy$ ; смещение кривой вдоль оси  $Ox$  на величину  $a$  или вдоль оси  $Oy$  на величину  $b$ ; сжатием или растяжением вдоль оси  $Ox$  или вдоль оси  $Oy$ ; симметрией относительно оси  $Ox$  или относительно оси  $Oy$ .

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.
4. Общий курс высшей математики для экономистов [Текст] : учебник для вузов.: Рек. Мин. обр. РФ / Ред. Ермаков В.И. - М. : ИНФРА-М, 2006. - 656 с

### Тема 2. Элементы аналитической геометрии

#### План лекции

1. Прямая на плоскости
2. Кривые второго порядка.
3. Плоскость.
4. Прямая в пространстве.
5. Поверхности второго порядка.

**Цель:** рассмотреть различные виды уравнений на плоскости и в пространстве, основные задачи по теме.

**Задачи:**

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

**Ключевые вопросы**

1. Любая прямая на плоскости может быть задана уравнением первого порядка  $Ax + By + C = 0$ , причем постоянные  $A, B$  не равны нулю одновременно, т.е.  $A^2 + B^2 \neq 0$ . Это уравнение первого порядка называют общим уравнением прямой.

2. Кривая второго порядка может быть задана уравнением

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Окружностью радиуса  $R$  с центром в точке  $M_0$  называется множество всех точек  $M$  плоскости удовлетворяющих условию  $M_0M=R$ .

Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек, называемых фокусами есть величина постоянная, большая чем расстояние между фокусами.

Гиперболой называется множество точек плоскости, для которых модуль разности расстояний от двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая расстояния между фокусами.

Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой и не проходящей через фокус.

3. Общее уравнение плоскости имеет вид:  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

4. Канонические уравнения прямой в пространстве  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ , проходящей через данную точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , параллельно данному вектору  $\vec{a} = (m, n, p)$ .

5. Простейшие поверхности второго порядка:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  - эллиптический цилиндр;  
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  - гиперболический цилиндр;  $x^2 = 2py$  - параболический цилиндр;  
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$  - сфера;  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  - трехосный эллипсоид;  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  - однополостный гиперboloид;  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$  - двуполостный гиперboloид;  
 $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ , где  $p > 0, q > 0$  - эллиптический параболоид;  $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$  - гиперболический параболоид;  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$  - конус второго порядка.

**Литература**

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

**Тема 3. Пределы и их свойства. Непрерывность функции.**

**План лекции**

1. Предел числовой последовательности.

2. Предел функции.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их основные свойства.
4. Основные теоремы о пределах.
5. Непрерывные функции и их свойства.

**Цель:** расширить представление о числовой последовательности, сформировать знания о пределе числовой последовательности.

**Задачи:**

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

**Ключевые вопросы**

1. Число  $a$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$ , если для любого положительного  $\varepsilon > 0$  существует такой номер  $N$ , что для всех  $n > N$  выполняется условие:  $|a - x_n| < \varepsilon$ . Это записывается:  $\lim x_n = a$ .

2. Число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  при  $x \rightarrow a$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое число  $\Delta > 0$ , что для всех  $x$  таких, что  $0 < |x - a| < \Delta$  верно неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ .

3. Функция называется бесконечно большой при  $x \rightarrow a$ , где  $a$  – число или одна из величин  $\infty$ ,  $+\infty$  или  $-\infty$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ , где  $A$  – число или одна из величин  $\infty$ ,  $+\infty$  или  $-\infty$ .

Функция  $f(x)$  называется бесконечно малой при  $x \rightarrow a$ , где  $a$  может быть числом или одной из величин  $\infty$ ,  $+\infty$  или  $-\infty$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ .

4. Теорема 1.  $\lim_{x \rightarrow a} C = C$ , где  $C = \text{const}$ .

Следующие теоремы справедливы при предположении, что функции  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют конечные пределы при  $x \rightarrow a$ .

Теорема 2.  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

Теорема 3.  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

Следствие.  $\lim_{x \rightarrow a} C \cdot f(x) = C \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Теорема 4.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$  при  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

Теорема 5. Если  $f(x) > 0$  вблизи точки  $x = a$  и  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ , то  $A > 0$ .

Теорема 6. Если  $g(x) \leq f(x) \leq u(x)$  вблизи точки  $x = a$  и  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} u(x) = A$ , то и  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ .

5. Функция  $f(x)$ , определенная в окрестности некоторой точки  $x_0$ , называется непрерывной в точке  $x_0$ , если предел функции и ее значение в этой точке равны, т.е.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

**Литература**

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.



## Тема 4. Производная и дифференциал функции одного действительного переменного

### План лекции

1. Понятие производной. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
2. Механический и геометрический смысл производной.
3. Основные правила и формулы дифференцирования функций.
4. Производные высших порядков.
5. Дифференциал функции, его свойства.
6. Правило Лопиталя.

**Цель:** расширить представление о производной, рассмотреть правила дифференцирования.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

#### Ключевые вопросы

1. Производной функции  $f(x)$  в точке  $x = x_0$  называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, если он существует.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

2. Уравнение касательной к кривой:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

3. Обозначим  $f(x) = u$ ,  $g(x) = v$  - функции, дифференцируемые в точке  $x$ .

$$(u \pm v)' = u' \pm v'; \quad (u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}, \text{ если } v \neq 0.$$

4. Пусть функция  $f(x)$  - дифференцируема на некотором интервале. Дифференцируя ее, получаем первую производную  $y' = f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ . Если найти производную функции  $f'(x)$ ,

получим вторую производную функции  $f(x)$ .  $y'' = f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$  т.е.  $y'' = (y')'$  или

$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right)$ . Этот процесс можно продолжить и далее, находя производные степени  $n$

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d}{dx} \left( \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} \right).$$

5. Дифференциалом функции  $f(x)$  в точке  $x$  называется главная линейная часть приращения функции. Обозначается  $dy$  или  $df(x)$ . Из определения следует, что  $dy = f'(x)\Delta x$  или  $dy = f'(x)dx$ . Можно также записать:  $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ .

6. Теорема (правило Лопиталя). Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  дифференцируемы вблизи точки  $a$ , непрерывны в точке  $a$ ,  $g'(x)$  отлична от нуля вблизи  $a$  и  $f(a) = g(a) = 0$ , то предел отношения функций при  $x \rightarrow a$  равен пределу отношения их производных, если этот предел (конечный или бесконечный) существует  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 5. Приложения производной к исследованию функций

### План лекции

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
3. Схема исследования поведения функции с помощью первой и второй производных.
4. Экономические приложения производной.

**Цель:** сформировать знания о приложении производной к исследованию функций.

**Задачи:**

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- ознакомить с основными понятиями, привести примеры;
- осуществить контроль за освоением изложенного материала.

### Ключевые вопросы

1. Теорема Роля. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , дифференцируема на интервале  $(a, b)$  и значения функции на концах отрезка равны  $f(a) = f(b)$ , то на интервале  $(a, b)$  существует точка  $\varepsilon$ ,  $a < \varepsilon < b$ , в которой производная функция  $f(x)$  равная нулю,  $f'(\varepsilon) = 0$ .

Теорема Лагранжа. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и дифференцируема на интервале  $(a, b)$ , то на этом интервале найдется по крайней мере одна точка  $\varepsilon$   $a < \varepsilon < b$ , такая, что  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\varepsilon)$ .

Теорема Коши. Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на отрезке  $[a, b]$  и дифференцируемы на интервале  $(a, b)$  и  $g'(x) \neq 0$  на интервале  $(a, b)$ , то существует по крайней мере одна точка  $\varepsilon$ ,  $a < \varepsilon < b$ , такая, что  $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}$ .

2. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и дифференцируема на промежутке  $(a, b)$ , причем  $f'(x) > 0$  для  $a < x < b$ , то эта функция возрастает на отрезке  $[a, b]$ . Если  $f'(x) < 0$  в промежутке  $(a, b)$ , то  $f(x)$  убывает на отрезке  $[a, b]$ . Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_1$  максимум, если ее значение в этой точке больше значений во всех точках некоторого интервала, содержащего точку  $x_1$ . Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_2$  минимум, если  $f(x_2 + \Delta x) > f(x_2)$  при любом  $\Delta x$  ( $\Delta x$  может быть и отрицательным). Кривая обращена выпуклостью вверх на интервале  $(a, b)$ , если все ее точки лежат ниже любой ее касательной на этом интервале. Кривая, обращенная выпуклостью вверх, называется выпуклой, а кривая, обращенная выпуклостью вниз – называется вогнутой. Точка, отделяющая выпуклую часть кривой от вогнутой, называется точкой перегиба.

3. Процесс исследования функции состоит из нескольких этапов. Для наиболее полного представления о поведении функции и характере ее графика необходимо отыскать: область существования функции; точки разрыва; интервалы возрастания и убывания; точки максимума и минимума; максимальное и минимальное значение функции на ее области определения; области выпуклости и вогнутости; точки перегиба; асимптоты; построение графика.

4. Предельные величины характеризуют процесс изменения экономического объекта. Таким образом, производная выступает как скорость изменения некоторого экономического объекта (процесса) по времени или относительно другого исследуемого фактора.

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 6. Определители

### План лекции

1. Понятие и основные свойства определителя.
2. Вычисление определителей.
3. Формулы Крамера

**Цель:** Сформировать знания об определителях их основных свойствах и способах вычисления определителей.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры по вычислению определителей;
- провести рефлексию.

#### Ключевые вопросы

1. Определитель второго порядка  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \sum_j (-1)^t a_{1j_1} a_{2j_2}$ ,  $j=(j_1, j_2)$  – перестановки

из чисел 1, 2;  $t$  – число инверсий в перестановке вторых индексов произведения  $a_{1j_1} a_{2j_2}$ , суммирование ведется по всем перестановкам  $(j_1, j_2)$ .

$$\text{Определитель третьего порядка } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \sum_j (-1)^t a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}, j=(j_1, j_2, j_3) - \text{ все}$$

возможные перестановки вторых индексов в произведении  $a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}$ , суммирование ведется по всем перестановкам.

$$\text{Определитель порядка } n: \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_j (-1)^t a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{nj_n}, \text{ суммирова-}$$

ние ведется по всем перестановкам  $j=(j_1, j_2, \dots, j_n)$  из чисел 1, 2, ...,  $n$ ;  $t$  – число инверсий в перестановке вторых индексов произведения  $a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{nj_n}$ .

К свойствам определителя относятся следующие: величина определителя не меняется при транспонировании; определитель меняет знак, если поменять местами две строки (два столбца); определитель, у которого две строки (два столбца) одинаковы, равен 0; общий множитель элементов какой-нибудь строки (столбца) можно выносить за знак определителя; определитель равен произведению элементов главной диагонали, если все элементы определителя, находящиеся ниже (выше) главной диагонали, равны 0; определитель не изменится, если элементам какой-нибудь строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же произвольное число, не равное нулю; определитель равен сумме произведений элементов какой-нибудь строки (столбца) на их алгебраические дополнения:  $\Delta = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}$  ( $i = \overline{1, n}$ ),  $\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}$  ( $j = \overline{1, n}$ ).

2. К методам вычисления определителя относят метод разложения по элементам строки (столбца), метод накопления нулей ниже главной диагонали и комбинированный.

3. Пусть  $\Delta$  -определитель матрицы системы, а  $\Delta_j$  -определитель, полученный из определителя  $\Delta$  заменой  $j$ -го столбца свободных членов  $B$ . Тогда, если  $\Delta \neq 0$ , система линейных

уравнений имеет единственное решение, определяемое по формулам  $x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ ,

$n$ . Данные формулы называются формулами Крамера.

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

- 2.Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
- 3.Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 7. Матрицы

### План лекции

1. Матрицы и операции над ними. Основные свойства операции над матрицами.
2. Обратная матрица.
3. Матричные уравнения

**Цель:** сформировать первоначальные знания о матрицах, операциях над матрицами и основных свойствах операций над матрицами.

#### Задачи:

- актуализировать представления о матрицах как о аппарате представления данных в сфере торгового дела;
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры по выполнению действий над матрицами.

#### Ключевые вопросы

1. Прямоугольная таблица чисел  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ , расположенных в  $m$  строк и  $n$

столбцов, называется матрицей размера  $m \times n$ .

Суммой двух матриц  $A$  и  $B$  одного размера  $m \times n$  называется матрица  $C = A + B$ , элементы которой  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$  для  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Произведением матрицы  $A$  на число  $\alpha$  называется матрица, элементы которой получены умножением всех элементов матрицы  $A$  на число  $\alpha$ , т. е.  $\alpha A = A\alpha = (\alpha a_{ij})$ .

Умножение матрицы  $A$  на матрицу  $B$  определено, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. В этом случае матрицы называются согласованными.

Произведением матриц  $A \cdot B$  называется такая матрица  $C$ , каждый элемент которой  $c_{ij}$  равен сумме произведений элементов  $i$ -й строки матрицы  $A$  на соответствующие элементы  $j$ -го столбца матрицы  $B$ :  $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{ik} b_{kj}$ .

2. Матрица  $A^{-1}$  называется обратной квадратной матрице  $A$ , если  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ , где  $E$  - единичная матрица.

$$\text{Обратная матрица } A^{-1} = \frac{1}{\det A} \tilde{A}^T = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где } - \tilde{A}^T \text{ присоеди-}$$

ненная транспонированная матрица, элементы которой являются алгебраическими дополнениями элементов матрицы  $A$ .

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
- 2.Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
- 3.Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.



3. Таблица неопределённых интегралов.

4. Методы интегрирования по частям и заменой переменных.

**Цель:** углубить представления студентов о первообразной функции и сформировать знания о неопределённом интеграле.

**Задачи:**

- актуализировать представления о первообразной функции;
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры по использованию таблицы и свойств неопределённого интеграла.

#### Ключевые вопросы

1. Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на некотором промежутке  $X$ , если для всех значений  $x$  из этого промежутка выполняется равенство  $F'(x) = f(x)$  или  $dF(x) = f(x)dx$ .

2. Если функция  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x)$  на промежутке  $X$ , то множество функций  $F(x) + C$ , где  $C$  – произвольная постоянная, называется неопределённым интегралом от функции  $f(x)$  на этом промежутке и обозначается символом  $\int f(x)dx = F(x) + C$ .

Неопределённый интеграл обладает следующими его свойствами:

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x); \quad d\int f(x)dx = f(x)dx; \quad \int dF(x) = F(x) + C;$$
$$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx, \quad k = const \neq 0; \quad 5) \quad \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$$
$$\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C; \quad \int f(u)du = F(u) + C.$$

3. Таблица неопределённых интегралов, где  $u = \varphi(x)$

1.  $\int du = u + C.$

2.  $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C.$

3.  $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C.$   
 $u \neq 0$

4.  $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C.$   
 $a \neq 1, a > 0$

5.  $\int e^u du = e^u + C.$

6.  $\int \sin u du = -\cos u + C.$

7.  $\int \cos u du = \sin u + C.$

8.  $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C.$

9.  $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + C.$

10.  $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C.$

11.  $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{u}{a} + C.$

12.  $\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u - a}{u + a} \right| + C.$

4. Метод подстановки или метод замены переменной основан на формуле

$$\int f(x)dx = \left. \begin{matrix} x = \varphi(t) \\ dx = \varphi'(t)dt \end{matrix} \right| = \int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt. \text{ Данная формула называется формулой замены}$$

переменной в неопределённом интеграле. 2. Метод интегрирования по частям основан на использовании формулы  $\int u dv = uv - \int v du$ . Эта формула позволяет свести вычисление интеграла  $\int u dv$  к вычислению интеграла  $\int v du$ , который может оказаться более простым.

## Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 10. Определённый интеграл.

#### План лекции

1. Определение и свойства определённого интеграла.
2. Формула Ньютона – Лейбница.
3. Несобственный интеграл.
4. Применение определённых интегралов в экономических задачах.

**Цель:** расширить представления студентов об определенном интеграле и методах его вычисления, дать первоначальное понятие о несобственных интегралах.

#### Задачи:

- актуализировать представления об определенном интеграле;
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры по вычислению определенных и несобственных интегралов.

#### Ключевые вопросы

1. Если существует конечный предел интегральной суммы при  $\lambda \rightarrow 0$ , то этот предел называется определенным интегралом от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ :

$$I = \int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i .$$

Сама функция  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  называется интегрируемой подынтегральной функцией,  $a$  – верхний предел интегрирования,  $b$  – нижний предел интегрирования, а  $x$  – переменная интегрирования.

2. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и функция  $F(x)$  является ее некоторой первообразной на этом отрезке, то имеет место формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) .$$

3. Пусть функция  $y = f(x)$  задана на луче  $[a, \infty)$  и интегрируема на любом конечном отрезке  $[a, b]$ , где  $a < b < \infty$ . Если существует предел  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$ , то он называется не-

собственным интегралом I рода от функции  $f(x)$  на промежутке  $[a, \infty)$  и обозначается сим-

волом:  $\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$ . Если функция  $y = f(x)$  непрерывна при  $a < x \leq b$  и имеет

бесконечный разрыв в точке  $x = a$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , то  $\int_a^b f(x) dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x) dx$ , ( $\varepsilon > 0$ ).

4. Если запас товара на складе есть функция времени  $f(t)$ , то издержки хранения за время от  $a$  до  $b$  равны:  $C = \int_a^b pf(t) dt$ . Пусть известна функция  $t = t(x)$ , описывающая

изменение затрат времени  $t$  на изготовление изделия, в зависимости от степени освоения производства, где  $X$  - порядковый номер изделия в партии. Тогда среднее время  $t_{cp}$ , затраченное на изготовление одного изделия в период освоения от  $x_1$  до  $x_2$  изделий вычисляется

по теореме о среднем:  $t_{cp} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x) dx$ .

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 11. Основные понятия о дифференциальных уравнениях

#### План лекции

1. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
2. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
3. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

**Цель:** сформировать первоначальные представления о дифференциальных уравнениях, решении дифференциального уравнения.

#### Задачи:

- актуализировать понятие о дифференциальных уравнениях как о способе моделирования различных процессов;
- сообщить теоретический материал по данной теме;
- закрепить полученную информацию.

#### Ключевые вопросы

Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:  $F(x, y, y') = 0$ ,  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ ,  $y' = f(x)$ .

Решением дифференциального уравнения первого порядка называется дифференцируемая функция  $y = \varphi(x)$ , которая при подстановке в уравнение, обращает его в тождество.

Общим решением дифференциального уравнения первого порядка  $y' = f(x, y)$  в некоторой области  $D$  называется функция  $y = \varphi(x, c)$ , обладающая следующими свойствами: функция  $\varphi(x, c)$  является решением данного уравнения при любых значениях произвольной постоянной  $C$ , принадлежащих некоторому множеству; для любого начального условия  $y(x_0) = y_0$  такого, что  $(x_0, y_0) \in D$ , существует единственное значение  $C = C_0$ , при котором решение  $y = \varphi(x, c_0)$  удовлетворяет начальному условию. Всякое решение  $y = \varphi(x, c_0)$ , получающееся из общего решения  $y = \varphi(x, c)$  при конкретном значении  $C = C_0$ , называется частным решением.

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 12. Дифференциальные уравнения первого порядка.

#### План лекции

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения.

**Цель:** дать знания о видах и методах решения дифференциальных уравнений первого порядка.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения дифференциальных уравнений первого порядка;
- закрепить полученную информацию.



### Ключевые вопросы

1. Уравнение вида  $f_1(x)f_2(y)dx - \varphi_1(x)\varphi_2(y)dy = 0$  называется уравнением с разделяющимися переменными.

2. Уравнение первого порядка  $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$  или  $y' = f(x,y)$  называется однородным, если  $P(x,y)$  и  $Q(x,y)$  – однородные функции одной степени однородности или  $f(x,y)$  – однородная функция нулевой степени однородности. Функция  $P(x,y)$  называется однородной степени  $k$ , если  $P(\lambda x, \lambda y) = \lambda^k \cdot P(x,y)$ . Однородное уравнение может быть приведено к виду  $y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ .

3. Уравнение вида  $y' + P(x)y = Q(x)$ , где  $P(x)$  и  $Q(x)$  – непрерывные функции аргумента  $x$ , называется линейным уравнением первого порядка.

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 13. Дифференциальные уравнения высших порядков.

#### План лекции

1. Уравнения второго порядка, решаемые понижением порядка.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

**Цель:** сформировать знания о видах и методах решения дифференциальных уравнений высших порядков.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения дифференциальных уравнений;
- закрепить полученную информацию посредством решения прикладных задач.

#### Ключевые вопросы

1. Уравнение вида  $y^{(n)} = f(x)$  решается последовательным интегрированием обеих частей уравнения  $n$  раз. Общий интеграл уравнения содержит  $n$  произвольных постоянных.

Уравнение 2-го порядка  $F(x, y', y'') = 0$ , не содержащее явно функцию  $y$ , преобразуется в уравнение 1-го порядка посредством подстановки  $y' = p$ ,  $y'' = p'$ , где  $p = p(x)$  – функция от  $x$ .

Уравнение 2-го порядка  $F(y, y', y'') = 0$ , не содержащее явно аргумент  $x$ , преобразуется в уравнение 1-го порядка посредством подстановки  $y' = p$ ,  $y'' = p \frac{dp}{dy}$ , где  $p = p(y)$ .

2. Линейным однородным уравнением  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами называется уравнение вида  $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0$ .

Общее решение линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка (1) имеет вид  $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \dots + C_n y_n(x)$ , где  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ , ...,  $y_n(x)$  – линейно независимые частные решения этого уравнения.

Для нахождения общего решения уравнения составляют характеристическое уравнение  $k^n + a_1 k^{n-1} + a_2 k^{n-2} + \dots + a_{n-1} k + a_n = 0$ .

В зависимости от корней характеристического уравнения возможны случаи: если все корни характеристического уравнения  $k_1, k_2, \dots, k_n$  – действительные и различные, то общее решение имеет вид:  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} + \dots + C_n e^{k_n x}$ ; если среди корней характеристического уравнения  $k_1, k_2, \dots, k_n$  имеются кратные ( $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$ ), а остальные различные, то общее решение примет вид  $y = e^{kx} (C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + \dots + C_m x^{m-1}) + C_{m+1} e^{k_{m+1} x} + \dots + C_n e^{k_{m-n} x}$ , где  $m$  – крат-

ность корня; если среди корней характеристического уравнения имеется пара комплексных корней  $k_{1,2} = \alpha \pm \beta i$ , то общее решение примет вид  $y = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ .

3. Линейным неоднородным уравнением называется уравнение первой степени относительно искомой функции и всех ее производных  $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = f(x)$ , где  $f(x)$  непрерывная функция непрерывная. Общее решение такого уравнения  $y = y^* + \bar{y}$ , где  $y^*$  - общее решение соответствующего однородного уравнения,  $\bar{y}$  - какое-либо частное решение неоднородного уравнения. Частное решения  $\bar{y}$  можно найти методом подбора. Если  $f(x) = e^{\alpha x}[P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x]$ , то  $\bar{y} = e^{\alpha x}[M_S(x) \cos \beta x + N_S(x) \sin \beta x] x^r$ , где  $M_S(x)$  и  $N_S(x)$  - многочлены степени  $S = \max\{n, m\}$ , а  $r$  - кратность корня  $\alpha + \beta i$  характеристического уравнения.

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 14. Основные понятия теории вероятностей

#### План лекции

1. Предмет теории вероятностей, первоначальные понятия и определения.
2. Основные формулы комбинаторики.
3. Классическое определение вероятностей.

**Цель:** сформировать знания о предмете теории вероятностей, определении вероятности события и ее свойствах, основах комбинаторики.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач с использованием различных подходов к определению вероятности;
- осуществить рефлексию.

#### Ключевые вопросы

1. Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений.

2. К основным типам комбинаторных задач относятся отыскание числа перестановок, размещений, сочетаний, перестановок с повторениями, размещений с повторениями, сочетаний с повторениями.

3. Классической вероятностью  $P(A)$  события  $A$  называется отношение числа благоприятствующих этому событию исходов (т.е. таких, при которых событие  $A$  обязательно произойдет) к общему числу несовместных единственно возможных и равновероятных исходов. Геометрической вероятностью события  $A$  называется отношение меры области, благоприятствующей появлению события  $A$ , к мере пространства элементарных исходов. Статистической вероятностью события  $A$  называется число, около которого колеблются частоты  $W(A)$  появления этого события во многих сериях выборочных испытаний больших объемов, проводимых в одинаковых условиях.

#### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 15. Сложение и умножение вероятностей.

### План лекции

1. Теорема сложения вероятностей, условные вероятности, теорема умножения вероятностей, независимые события и их свойства.
2. Вероятность появления хотя бы одного события.
3. Формула полной вероятности, формулы Байеса.
4. Схема повторных испытаний Бернулли, формула Бернулли.
5. Локальная и интегральная теорема Муавра – Лапласа.
6. Формула Пуассона.

**Цель:** сформировать знания о теоремах сложения и умножения вероятностей, о применении формул полной вероятности и Байеса, различных вариантах решения задач на повторные независимые испытания.

### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

### Ключевые вопросы

1. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ . Вероятность суммы совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ . Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий:  $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \dots P(A_n)$ . Вероятность совместного появления нескольких зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятности каждого последующего события вычисляются в предположении, что все предыдущие события произошли:  $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) P_{A_1 A_2}(A_3) \dots P_{A_1 A_2 \dots A_{n-1}}(A_n)$ .

3. Вероятность события А, которое может наступить при условии появления одного из несовместных событий, образующих полную группу событий, равна сумме произведений вероятности каждого из событий на соответствующую условную вероятность события А:  $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$ . Условные вероятности гипотез определяются по формулам Байеса:  $P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_n)P_{H_n}(A)}$ .

4. Вероятность появления события А m раз в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность этого события постоянна и равна p, находится по формуле Бернулли:  $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ .

5. Локальная теорема Лапласа: Вероятность  $P_n(m)$  того, что в n испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно m раз прибли-

жённо равна  $P_n(m) \approx \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$ , где  $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$ ,  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ . Интегральная теорема Лапла-

са: Если вероятность p наступления некоторого события в каждом испытании постоянна ( $0 < p < 1$ ), а число испытаний n достаточно велико, то вероятность того, что это событие наступит

не менее  $a$  раз и не более  $b$  приближенно равна  $P(a \leq m \leq b) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha)$ , где

$$\alpha = \frac{a - np}{\sqrt{npq}}, \quad \beta = \frac{b - np}{\sqrt{npq}}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz - \text{функция Лапласа.}$$

6. Формула Пуассона: Если вероятность  $p$  наступления события постоянна и мала, а число испытаний  $n$  велико, то  $P_n(m) \approx \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}$ , где  $\lambda = np$ .

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.

2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 16. Случайные величины

### План лекции

1. Понятие, примеры и виды случайных величин.
2. Закон распределения случайных величин.
3. Функция распределения случайной величины и её свойства.
4. Плотность распределения непрерывной случайной величины и её свойства.
5. Числовые характеристики случайных величин и их свойства.
6. Основные распределения случайных величин.

**Цель:** дать первоначальное понятие о случайных величинах, сформировать знания о законах распределения и способах их описания, научить вычислять и интерпретировать числовые характеристики случайных величин.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

### Ключевые вопросы

1. Случайная величина  $X$  – это некоторая функция элементарного события  $\omega: X = \varphi(\omega)$ , где  $\omega \in U$ . Значение этой функции зависит от того, какое элементарное событие  $\omega$  появилось в результате опыта. Случайные величины часто обозначают большими буквами, а их значения малыми. Случайная величина называется дискретной, если ее возможные значения могут быть пронумерованы числами натурального ряда. Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

2. Законом распределения случайной величины называется любое правило, позволяющее находить вероятность возможных событий (значений), связанных со случайной величиной. Закон распределения дискретных случайных величин может быть задан в форме ряда, многоугольника и функции (интегрального закона) распределения.

3. Непрерывную случайную величину можно задать функцией распределения  $F(x)$  действительной переменной  $x$ , определяемой формулой  $F(x) = P(X < x)$  и функцией, которая называется плотностью распределения или дифференциальной функций и определяется формулой  $f(x) = F'(x)$ .

4. Основные числовые характеристики и формулы приведены в таблице:

Характеристика	Обозначение	Случайная величина	
		Дискретная	Непрерывная

Математическое ожидание	$M(X)$	$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$	$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$
Дисперсия	$D(X)$	$D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$	$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 \cdot f(x) dx$
		$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$	
Среднее квадратичное отклонение (стандарт)	$\sigma_x$	$\sigma_x = \sqrt{D(X)}$	

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### Тема 17. Статистические оценки параметров распределения.

#### План лекции

1. Основные задачи статистики и математической статистики.
2. Статистическая обработка результатов наблюдений.
3. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии и их свойства.
4. Понятие интервальных оценок. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

**Цель:** сформировать знания о методах точечного и интервального оценивания основных характеристик генеральной совокупности и умения нахождения доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.

#### Задачи:

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

#### Ключевые вопросы

1. Точечной оценкой параметра называется оценка, определяемая одним числом.

Оценка  $\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – должна приближаться к оцениваемому параметру  $\Theta$  по мере увеличения объема выборки. Если оценка стремится по вероятности к оцениваемому параметру, то она называется состоятельной.

Оценка параметра  $\tilde{\Theta}$  называется несмещенной, если она при любом объеме выборки имеет математическое ожидание, совпадающее с оцениваемым параметром, т.е.  $M(\tilde{\Theta}) = \Theta$ .

Несмещенная оценка  $\tilde{\Theta}$  параметра  $\Theta$  называется эффективной, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок параметра  $\Theta$ , вычисленных по выборкам одного и того же объема  $n$ .

2. Доверительным интервалом для параметра  $\theta$  называется интервал  $(\theta_1, \theta_2)$ , содержащий (покрывающий) истинное значение  $\theta$  с заданной вероятностью  $\gamma = 1 - \alpha$ . Число  $\gamma = 1 - \alpha$  называется доверительной вероятностью, а значение  $\gamma$  – уровнем значимости, границы  $\theta_1$  и  $\theta_2$  являющимися случайными величинами – соответственно нижней и верхней границами доверительного интервала.

Величина  $\alpha = 1 - \gamma$  указывает на то, что те значения параметра  $\theta$ , для которых  $|\theta - \tilde{\theta}| > \varepsilon$  нужно признать противоречащими опытными данным.

3. Доверительный интервал для оценки математического ожидания  $a$  при неизвестном  $\sigma$ :  $\left( \bar{x}_e - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x}_e + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right)$  с надежностью  $\gamma$  покрывает неизвестный параметр  $a$ ; точность оценки  $\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Доверительный интервал для оценки математического ожидания  $a$  при неизвестном  $\sigma$  для заданной доверительной вероятности  $\gamma$  вычисляется по формуле:

$\bar{x}_e - t_\gamma S / \sqrt{n} < a < \bar{x}_e + t_\gamma S / \sqrt{n}$ , где  $\bar{x}_e = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ,  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_e)^2 n_i}{n-1}$ . Доверительный интервал

для дисперсии записан скобках:  $P \left( \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2; n-1} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2; n-1} \right) = \gamma$

### Литература

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

## Тема 18. Проверка статистических гипотез

### План лекции

1. Постановка задачи проверки гипотез.
2. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы.
3. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения (t-критерий Стьюдента, F- критерий Фишера).
4. Проверка гипотез в виде распределения.
5. Корреляционный и регрессионный анализ.

**Цель:** сформировать знания о статистической проверке гипотез.

**Задачи:**

- сообщить теоретический материал по данной теме;
- привести примеры решения задач;
- осуществить рефлексию.

### Ключевые вопросы

1. Предположения относительно величины независимых параметров или закона распределения изучаемой генеральной совокупности (совокупностей) называются статистическими гипотезами.

Цель статистической проверки гипотез состоит в том, чтобы на основании выборочных данных принять решение о справедливости нулевой гипотезы  $H_0$ .

2. Статистический критерий – это правило (формула), по которому определяется мера расхождения результатов выборочного наблюдения с высказанной гипотезой  $H_0$ .

Значение критерия, рассчитываемое по специальным правилам на основании выборочных данных, называется наблюдаемым значением критерия.

Значения критерия, определяемые на заданном уровне значимости  $\alpha$  по таблицам распределения случайной величины, выбранной в качестве критерия, называются критическими точками.

3. t-критерий Стьюдента используется: для сравнения выборочной средней  $\bar{x}$  с некоторым известным числовым значением  $a_0$ ; для обнаружения различия между средними зна-

чениями  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  двух выборок. F- критерий Фишера-Снедекора используют: для сравнения разброса значений двух выборок, т.е. для проверки гипотезы о равенстве дисперсий; для выявления тенденций изменения признака в трех и более выборках при переходе от условия к условию (однофакторный дисперсионный анализ).

#### **Литература**

1. Высшая математика для экономистов [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 479 с.
2. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.
3. Красс, М. С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

### III МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ

#### 1. Методические рекомендации для преподавателей

В качестве средств обучения могут быть использованы учебники, учебные пособия, электронные ресурсы, приведенные в рабочей программе.

В процессе обучения рекомендуем преподавателям использовать основные методы обучения, применяемые в высшей школе.

1. Информационно-рецептивный метод. Обучаемые усваивают знания в готовом виде, сообщенные преподавателем, почерпнутые из книжных источников или электронных ресурсов. Подобная деятельность необходима, так как она позволяет в сжатые сроки вооружать студента основными математическими определениями, теоремами, формулами и образцами способов деятельности.

2. Репродуктивный метод (метод организации воспроизведения способов деятельности). К этому методу относятся: решение типовых задач, ответы на теоретические вопросы.

3. Метод проблемного обучения. Преподаватель не просто излагает материал, а ставит проблему, формулирует познавательную задачу, показывает с помощью студентов логический путь решения проблемы. Здесь обучаемый становится соучастником поиска.

4. Эвристический (частично-поисковый) метод. После ознакомления обучаемых с материалом (определениями, математическими моделями, теоремами) перед ними ставится познавательная поисковая задача (лучше, если студенты сами ее выдвинут). Путем соответствующих заданий обучаемые подводятся к самостоятельным выводам. Таким образом, организуется активный учебный поиск, связанный с переходом к творческому, продуктивному мышлению.

5. Исследовательский метод. После постановки проблемы, формулирования задач, обучаемые самостоятельно работают над литературой, выдвигают гипотезу, ищут пути ее решения.

Рекомендуем использовать некоторые частно-дидактические методы обучения.

1. Мотивационное обеспечение учебной деятельности. Применение этого метода предполагает создание условий, при которых студентом осознается важность изучаемого материала для своей последующей деятельности. При этом полезны задачи прикладного содержания, соответствующие приобретаемой профессии.

2. Выделение базисного материала, концентрация учебного материала вокруг базисного. Применение этого метода облегчает процесс усвоения и запоминания, освобождает от необходимости изучать некоторые частные, второстепенные вопросы, способствует формированию обобщенных знаний.

3. Пропедевтика вводимых понятий, новых теорем, формул. Перед изучением материала ограничиваются наглядными соображениями, не строгими рассуждениями, интуитивными представлениями о понятиях. Использование догадок, интуиции в обучении развивает мышление, интерес, улучшает запоминание.

4. Выбор методически обоснованного, с учетом знаний студентов и их умения мыслить, уровня строгости изучаемого материала. При обучении студентов естественнонаучного направления следует иметь в виду, что излишняя формализация материала препятствует полноценному его усвоению, развитию интуиции и может привести к потере интереса к предмету.

5. Создание проблемных ситуаций, возможностей для студентов самим делать обобщения, выводы, открытия.

6. Составление и применение алгоритмов. Алгоритмы организуют познавательный процесс, являются средством достижения результата, формируют у студента четкий стиль мышления. Их применение способствует более прочному усвоению материала.

7. Математическое моделирование. Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Анализ математической модели позволяет проникнуть в сущность изучаемых явлений. При построении математических моделей необходимо выделять основные этапы:



- формализацию;
- решение задачи внутри построенной модели на языке той теории, в рамках которой находится модель;
- интерпретации полученного результата к исходной задаче.

В математических курсах модели различного вида встречаются очень часто: функциональном, графическом, знаковом и других выражениях. Особенно наглядны задачи практического содержания, в которых отчетливо выделяются все указанные три этапа математического моделирования.

8. Обучение с использованием информационных технологий. Размещение сотрудниками кафедры своих учебных материалов в сети Интернет позволяет студенту осваивать материал в соответствии с требованиями преподавателя в любое удобное для него время.

Любой способ учебной деятельности целесообразно представить как цепь управляемых ситуаций, направленных на стимулирование и развитие познавательной и практической активности студента.

Методика чтения лекций, организации практических занятий и самостоятельной работы должна содействовать развитию познавательной активности студентов, формированию необходимых компетенции. В практике необходимы лекции, предусматривающие как продуктивную, так и репродуктивную деятельность студента. При применении активных методов обучения доминирующими видами деятельности являются частично-поисковые, творческие, исследовательские. Важными моментами таких лекций являются:

- постановка проблемы;
- определение базовых знаний, необходимых для ее решения;
- создание атмосферы частично-поисковой деятельности;
- организация исследовательской деятельности;
- сравнение результатов исследования с точным результатом;
- корректировка определений, выводов, полученных студентами;
- самостоятельная работа студентов по специальным заданиям. Система задач и упражнений на практических и лабораторных занятиях должна давать целостное представление о функциях задач;
- обучающей (формирование у студентов системы математических знаний, умений, компетенции);
- развивающей (развитие математического мышления);
- воспитывающей (формирование познавательного интереса);
- контролирующей (проверка качества усвоения изучаемого материала). Задания для самостоятельной работы включают в себя задачи и упражнения:

1) тренировочного типа (в форме домашних заданий к практическим занятиям; самостоятельная работа над книгой или конспектом лекции по отбору и систематизации учебного материала);

2) реконструктивно-вариативного типа (при выполнении этих заданий студенты применяют правила, теоремы в различных ситуациях; реконструируют известный учебный материал или способы решения задач с целью их приложения к решению заданной задачи с измененными условиями).

## **2. Методические указания по изучению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины предполагает активное, творческое участие студента путем ежедневной планомерной работы. Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

На лекциях студенты получают самые необходимые данные, во многом дополняющие учебники (иногда даже их заменяющие с последними достижениями науки. Умение сосредоточенно слушать лекции, активно, творчески воспринимать излагаемые сведения является непременным условием их глубокого и прочного усвоения, а также развития умственных способностей.

Слушание и запись лекций - сложные виды вузовской работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Слушая лекции, надо отвлекаться при этом от посторонних мыслей и думать только о том, что излагает преподаватель. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал.

Внимание человека неустойчиво. Требуется волевые усилия, чтобы оно было сосредоточенным. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное. Это должно быть сделано самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое "конспектирование" приносит больше вреда, чем пользы. Некоторые студенты просят иногда лектора "читать помедленнее". Но лекция не может превратиться в лекцию-диктовку. Это очень вредная тенденция, ибо в этом случае студент механически записывает большое количество услышанных сведений, не размышляя над ними.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда используйте не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями. Конспект лекции рекомендуется просмотреть сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь к преподавателю за консультацией.

Регулярно отводите время для повторения теоретического и практического материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

При подготовке к практическим занятиям целесообразно пользоваться планом, представленным в пункте 5.2 данного учебно-методического комплекса. Тщательно проработайте лекционный материал и соответствующие учебные пособия по теме каждого практического занятия. Прорешайте типовые задачи домашнего задания.

Практические занятия по данной дисциплине способствуют развитию аналитических и вычислительных способностей и формированию соответствующих навыков; – привитию навыков составления и анализа математических моделей простых реальных задач и развитию математической интуиции; – выработке умений решать прикладные задачи, связанные с будущей специальностью студента, требующие отбора данных и предварительного вывода аналитических зависимостей. Поэтому основным требованием преподавателя к студентам является обязательное присутствие студентов на всех практических занятиях, а также выполнение всех заданий преподавателя, как текущих, так и контрольных.

### **3. Краткие учебно-методические материалы к практическим занятиям**

#### **Занятие 1. Комплексные числа.**

#### **Операции над комплексными числами.**

##### **Основные вопросы**

1. Определение комплексного числа.
2. Комплексные числа в алгебраической форме. Основные понятия: вещественная, мнимая части, комплексно-сопряженные числа, взаимно-противоположные числа.
3. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
4. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
5. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа
6. Формулы Эйлера.
7. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

8. Действия над комплексными числами в показательной форме.
9. Возведение в степень, извлечения корня из комплексного числа.
10. Применение комплексных чисел при решении алгебраических уравнений.

#### Типовые задания

1. Выполнить действие:  $\frac{i-4}{1-i} + (2+2i)(-1-4i)$ .
2. Возвести в степень:  $(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^{10}$ .
3. Найти корни:  $\sqrt[3]{-1-i}$ .
4. Решить уравнения: а)  $x^4 + 16 = 0$ ; б)  $x^3 - 27 = 0$ ; в)  $z^3 + \frac{2\sqrt{2}}{1+i} = 0$ .

#### Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### **Занятие 2. Аналитическая геометрия на плоскости. Составление, анализ уравнений и построение графиков.**

#### Основные вопросы

1. Понятие об уравнении линии.
2. Общее уравнение прямой на плоскости.
3. Уравнением прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Уравнением прямой, проходящей через заданную точку  $M(x_0; y_0)$  с угловым коэффициентом  $k$ .
6. Уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(x_1, y_1)$  и  $M_2(x_2, y_2)$ .
7. Угол между прямыми на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
8. Расстояние между двумя точками.
9. Деление отрезка в данном отношении.
10. Алгоритм составления уравнения линии по ее геометрическим свойствам
11. Окружность: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение.
12. Эллипс: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение. Эллипс со смещенным центром.
13. Гипербола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, асимптоты, эксцентриситет и его смысл. Сопряженная гипербола. Гипербола со смещенным центром.
14. Парабола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение. Парабола со смещенной вершиной.

#### Типовые задания

1. Даны вершины треугольника:  $A(2, 3)$ ,  $B(6, 1)$ ,  $C(2, -2)$ . Найти:
2. Длину стороны  $AB$ .
3. Уравнения сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .
4. Уравнение высоты из вершины  $A$ .
5. Уравнение медианы из вершины  $B$ .
6. Расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .
7. Составить уравнение прямой проходящей через точку  $M(-2; -5)$ , параллельно прямой  $3x + 4y + 2 = 0$ .

8. Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки  $M\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ ,  $N\left(-2; \frac{\sqrt{15}}{5}\right)$ .

9. Построить линии: 1)  $y = \sqrt{9 - x^2}$ ; 2)  $x - 4y^2 - 12 = 0$ ; 3)  $x^2 - y^2 + 2x + 2 = 0$ ;  
 4)  $36x^2 + 4y^2 + 144x - 40y + 100 = 0$ ; 5)  $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y + 8 = 0$ ; 6)  $2x + y - 4 = 0$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### Занятие 3. Прямая и плоскость в пространстве.

Основные вопросы

1. Плоскость в пространстве: основные виды уравнений.
2. Построение плоскостей.
3. Угол между плоскостями.
4. Условия коллинеарности и ортогональности плоскостей.
5. Прямая в пространстве: основные виды уравнений (общее, канонические, параметрические, по двум точкам).
6. Угол между прямыми, условия коллинеарности и ортогональности прямых.
7. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условия параллельности и ортогональности прямой и плоскости.
8. Поверхности второго порядка: сфера, конус, эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, цилиндры, параболоиды.

Типовые задания

1. Найти расстояние от точки  $A$  до плоскости, проходящей через точки  $B, C, D$ .  
 $A(1, -6, -5), B(-1, 2, -3), C(4, -1, 0), D(2, 1, -2)$ .
2. Найти угол между плоскостями:  $4x - 5y + 3z - 1 = 0, x - 4y - z + 9 = 0$ .
3. Построить плоскости:  
 1)  $y = 4$ ; 2)  $x - 4y - 12 = 0$ ; 3)  $x - y + 2x + 2 = 0$ ; 4)  $x - 3y + 2z = 6$ ; 5)  $2x + z - 3 = 0$ .
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точки:  $A(3, -2, -1)$  и  $B(1, 3, 1)$ .
5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2, 4, -3)$  и параллельно вектору  $\vec{s} = \{1; -2; 6\}$ .

6. Данные прямые параллельны или перпендикулярны?

$$\frac{x+4}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-8}, \quad \frac{x}{-1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-6}{4}.$$

7. При каком значении  $k$  данные прямые перпендикулярны?

$$\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}, \quad \frac{x+7}{k} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{3}.$$

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### Занятие 4. Раскрытие неопределенностей различных типов.

Замечательные пределы.

Основные вопросы

1. Определение функции.
2. Область определения и множество значений функции.
3. Способы задания функции.
4. Четность и нечетность функции.
5. Ограниченность, периодичность.
6. Обратная функция.
7. Сложная функция.
8. Классификация функций.

9. Основные элементарные функций и их графики.
10. Преобразования графиков функций.
11. Определение числовой последовательности.
12. Предел числовой последовательности.
13. Предел функции при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \pm\infty$ .
14. Бесконечно малые функции при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \pm\infty$ .
15. Бесконечно большие функции при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \pm\infty$ .
16. Основные теоремы о пределах.
17. Виды и раскрытия неопределенностей при нахождении пределов.
18. Первый замечательный предел.
19. Второй замечательный предел и его применение в экономике.
20. Эквивалентные бесконечно малые.

#### Типовые задания

1. Найти область определения функций:

$$1) f(x) = \log_3(3x-2) + \lg(3-x); \quad 2) f(x) = \frac{\sqrt{x+12-x^2}}{x^2-9} + \lg(x-3).$$

2. Выяснить четность(нечётность) функций:

$$1) y = \frac{\cos 3x}{x^2}; \quad 2) y = -\lg|2x| \cdot \operatorname{tg} x; \quad 3) y = 5^{x+1} - x^2.$$

3. Построить графики функций:

$$1) y = 3^{|x|}; \quad 2) y = \log_{\frac{1}{3}}(x+3); \quad 3) y = \frac{2x+1}{4x+5}; \quad 4) y = 3\cos(2x-1); \quad 5) y = 3x^2 + 9x + 11.$$

4. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x^2-1}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4-3x^3+5}{3x^4-5x^2+1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\ln(1+x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+x-1}{x^4+2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5-7x+1}{3x^2+x+3}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n \cdot (n-1)!}{n! + (n+1)!}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+1} \right)^{x+1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)[\ln(x+3) - \ln(x)].$$

#### Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМИИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### Занятие 5. Исследование функций на непрерывность.

#### Основные вопросы

1. Определение непрерывности функции в точке.
2. Непрерывность основных элементарных функций.
3. Точки разрыва и их классификация.
4. Свойства непрерывных на отрезке функций.

#### Типовые задания

1. Исследовать функции на непрерывность и сделать чертёж.

$$1) f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases} \quad 2) y = \frac{4x + 2}{x - 1}.$$

2. Найти точки разрыва функций и определить их тип:

$$1) y = 5^{\frac{2x}{x-1}}; \quad 2) y = \frac{4x^2 - 25}{2x - 5}.$$

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

**Занятие 6. Вычисление производных элементарных и сложных функций. Правила дифференцирования. Производные высших порядков.**

Основные вопросы

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной. Необходимое условие дифференцируемости функций.
4. Основные правила нахождения производных.
5. Производные основных элементарных функций.
6. Производные обратных функций.
7. Производные сложных функций.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.

Типовые задания

1. Вычислить производные:

$$1) y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}; \quad 2) y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2}; \quad 3) y = \arcsin \sqrt{\sin x}; \quad 4) y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5}); \quad 5) y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}};$$

$$6) y = \operatorname{tg}(x) \cdot \sin^2(3x); \quad 7) y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}); \quad 8) y = \operatorname{tg}^3 x - 3 \operatorname{tg} x + 3x; \quad 9) y = \operatorname{arctg} \frac{x+3}{x-3}.$$

2. Вычислите  $y''$ , если  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

3. Найти производную  $n$ -го порядка:  $y = 2^x + 2^{-x}$ ,  $y^{(n)} = ?$

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

**Занятие 7. Геометрический, физический смысл производной. Дифференциал функции. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.**

Основные вопросы

1. Дифференциал функции.
2. Условия существования дифференциала функций.
3. Формула для нахождения дифференциала функций.
4. Свойства инвариантности дифференциала функций.
5. Применение дифференциала функций.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной
7. Касательная и нормаль к графику функции.
8. Физический смысл производной.

Типовые задания

1. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 3\sqrt{x}$  в точке  $A(4;6)$ .

2. Найти дифференциал функции  $y = \sqrt{x^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{x}$ .

3. Вычислить приращение функции  $y = 2x^4 - 3x^3 - 4x - 43$ , получаемое ею при пере-

ходе аргумента от значения  $x = 3$  к значению  $x = 3,0012$ .

4. Движение происходит прямолинейно по закону  $S = t^3 - 6t^2 + 9t$ , где  $S$  выражается в метрах, а время  $t$  - в секундах. Найти ускорение движения в моменты времени  $t = 1$  и  $t = 2$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### Занятие 8. Правила Лопиталья.

Основные вопросы

1. Применение правила Лопиталья для раскрытия неопределенности  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ .
2. Применение правила Лопиталья для раскрытия неопределенности  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ .
3. Применение правила Лопиталья для раскрытия неопределенностей  $[0 \cdot \infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ ,  $[1^\infty]$ .

Типовые задания

1. Вычислить пределы:

- а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^3 x}{x^4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\arcsin x} - \frac{1}{\arctg x} \right)$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$   
е)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sin x}$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

### Занятие 9. Логарифмическая производная, связь с банковским процентом. Эластичность функции, экономические приложения.

Основные вопросы

1. Логарифмическая производная.
2. Определение средних и предельных величин.
3. Понятие равновесных цен.
4. Понятие эластичность функций.
5. Формулы для вычисления эластичности функций.

Типовые задания

1. Найти производную функции  $f(x) = (x^2 + 3x)^{x \cos x}$ .
2. Зависимость издержек производства  $C$  от объема выпускаемой продукции  $q$  выражается формулой  $C = 40q + 0,02q^3$ , где  $A$  и  $B$  – известные величины. Определить средние и предельные издержки производства при объеме продукции 10.

3. Производитель реализует свою продукцию по цене  $p$  за единицу, а издержки при этом задаются функцией  $C(x) = 9x + 0,2x^2$ , где  $x$  - объем выпускаемой продукции в условных единицах ( $x > 0$ ) Найти оптимальный для производителя объем выпуска продукции и соответствующую ему прибыль, если  $p = 49$  ден. ед.

4. Объем продукции  $Q$ , произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением  $Q = (-5/6)t^3 + (15/2)t^2 + 100t + 50$  (ед.),  $t \in [1; 8]$ , где  $t$  - рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

5. Опытным путем установлены функции спроса  $q = (p + 8)/(p + 2)$  и предложения  $s = p + 0,5$ , где  $q$  и  $s$  - количество товара, соответственно покупаемого и предлагаемого на продажу в единицу времени,  $p$  - цена товара. Найти: а) равновесную цену, т.е. цену, при которой

спрос и предложение уравниваются; б) эластичность спроса и предложения для этой цены; в) изменение дохода при увеличении цены на 5% от равновесной.

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.
2. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 10. Исследование функций и построение графиков.

Основные вопросы

1. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Необходимые условия существования экстремума.
3. Достаточные условия существования экстремума.
4. Определение выпуклости, вогнутости графика функции.
5. Необходимые и достаточные условия существования точки перегиба, выпуклость – вогнутость.
6. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке.
7. Полное исследование функций и построение графиков.

Типовые задания

1. Определить промежутки возрастания и убывания функции  $y = \frac{\ln(x+1)}{x}$ .

2. Исследовать функцию на экстремум  $y = 5x^3 - 15x^2 + 4$ .

3. Найти интервалы вогнутости и точки перегиба графиков функции  $y = x^4 + 3x^3$

4. Определить асимптоты кривой  $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ .

5. Провести полное исследование функций и построить их графики:

1)  $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$ ;    2)  $y = \frac{x}{x^2 - 16}$ ;    3)  $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$ ;    4)  $y = x \sin x$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.
2. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 11. Область определения и линии уровня функций нескольких переменных.

Основные вопросы

1. Понятие функции нескольких переменных
2. Область определения функций двух и трех переменных
3. Линии и поверхности уровня.
4. Графики функций двух переменных.

Типовые задания

1. Найти линии уровня функций:

1)  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ ;    2)  $z = \ln(y^2 - 4x + 8)$ ;

2. Найти области определения функций:

3)  $z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ ;    3)  $z = \ln xy$ .

Литература:



1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.
2. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

**Занятие 12. Частные производные, частные производные высших порядков. Полный дифференциал.**

Основные вопросы

1. Частные производные функции нескольких переменных.
2. Полное приращение функции нескольких переменных.
3. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
4. Дифференциал функции нескольких переменных.
5. Градиент функции нескольких переменных.
6. Частные производные высших порядков.

Типовые задания

1. Найти частные производные I порядка:
  - 1)  $z = x^3 + 5x^2y^2 - y^3$ ;    2)  $z = \cos(x + 4y)$  ;    3)  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  ;    4)  $z = \ln(x + yx)$  ;
  - 5)  $z = xe^{xy}$  ;    6)  $U = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  .
2. Найти полный дифференциал:  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .
3. Найти частные производные II порядка:
  - 1)  $z = \frac{x^2}{1 + 2y^2}$  ;                      2)  $z = \ln(x + e^{xy})$ ;                      3)  $z = \operatorname{arctg} xy$  .
4. Показать что функция  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$  удовлетворяет условию  $Z''_{xx} + Z''_{yy} = 0$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМиИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.
2. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

**Занятие 13. Экстремум функций нескольких переменных. Решение задач экономического содержания.**

Основные вопросы

1. Экстремумы функции нескольких переменных.
2. Наименьшее и наибольшее значение функции нескольких переменных. Условные экстремумы функций нескольких переменных.
3. Наименьшее и наибольшее значение функции на множестве решений системы уравнений и неравенств.
4. Функции полезности.
5. Кривые безразличия.
6. Функции спроса..
7. Кривые " доход-потребление".
8. Кривые " цена-потребление".
9. Функции выпуска продукции.
10. Производственные функции затрат ресурсов.

Типовые задания

1. Исследовать функцию  $z = y^4 - 2xy^2 + x^2 + 2y + y^2$  на экстремум.
2. Найти экстремум функции  $f(x, y) = xy$ , если уравнение связи:  $2x + 3y - 5 = 0$ .

3. Функция спроса имеет вид  $D = f(p, p_A, y) = 15 - 4p + 3p_A + 0,02y$ , где  $D$  - спрос на товар  $Q$ ,  $p$  - цена товара  $Q$ ,  $p_A$  - цена альтернативного товара,  $y$  - доход потребителей. Вычислить коэффициенты эластичности  $\varepsilon_p, \varepsilon_A, \varepsilon_y$  и пояснить их экономический смысл при  $p = 12, p_A = 18, y = 1000$ .

4. Задана функция полезности  $U = 4x^{1/4}y^{3/4}$ , где  $x$  - количество товара  $X$  и  $y$  - количество товара  $Y$ . Требуется оценить изменение полезности, когда  $x$  уменьшается от 100 до 99, а  $y$  увеличивается от 200 до 201.

5. Найти предельные полезности и предельную норму замещения товара  $x$  на товар  $y$  для функции полезности  $U = \ln x + \ln y + \ln(x + y)$  в точке  $A(2; 10)$ .

6. Производственная функция задана формулой  $Q = 100\sqrt{L} \cdot \sqrt{K} - 20L$ . Вычислить предельную производительность труда и предельный продукт труда при  $L = 100, 400, 2500, K = 100$  у. е.

7. Задана производственная функция  $Q = KL^2 + 9$ , где  $Q$  - количество произведённых товаров или услуг,  $K$  и  $L$  - ресурсы. Построить кривую безразличия при  $Q_0 = 10$ , вычислить коэффициент заменяемости ресурсов  $R_A$ , пояснить экономический смысл решения, если  $A(1, 1)$ .

Литература:

1. Математика [Текст] : практикум / АмГУ, ФМИИ ; сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2008. Ч. 1. - 2009. - 116 с.

2. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

#### Занятие 14. Вычисление определителей 2-го, 3-го и 4-го порядков.

Основные вопросы

1. Понятие определителя второго порядка и его вычисление.
2. Понятие определителя третьего порядка и его вычисление.
3. Понятие определителя порядка  $n$ .
4. Свойства определителей.
5. Определение минора определителя порядка  $n$ , соответствующего какому-либо элементу этого определителя.
6. Понятие алгебраического дополнения элемента определителя.
7. Методы вычисления определителей.

Типовые задания

1. Вычислить определители:

$$а) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -7 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}, в) \begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3} & 2 - \sqrt{2} \\ 2 + \sqrt{2} & 1 - \sqrt{3} \end{vmatrix}, г) \begin{vmatrix} a + в & a - в \\ a - в & a + в \end{vmatrix}, д) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

2. Вычислить определители:

$$а) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}; б) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}; в) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}; г) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

$$4. \text{ Решить уравнение } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 - x & 1 \\ 1 & 1 & 2 - x \end{vmatrix} = 0.$$

5. Решить уравнение  $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ .

6. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -4 \end{vmatrix}$  тремя способами:

- 1) по правилу «треугольников»;
  - 2) путем разложения по элементам первой строки;
  - 3) путем накопления нулей ниже главной диагонали.
7. Вычислить определители:

а)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ .

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 15. Действия над матрицами. Обратная матрица.

Основные вопросы

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Равенство матриц.
3. Транспонирование матриц.
4. Операция сложение матриц и ее свойства.
5. Операция умножения матрицы на действительное число и ее свойства.
6. Операция умножения матриц и ее свойства.
7. Определение обратной матрицы.
8. Способы нахождения обратной матрицы.

Типовые задания

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 5 & -6 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти  $C = 2A - 3B$ .

2. Найти  $-A + 2B - \frac{1}{3}C$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 6 \\ 0 & -3 & -9 \end{pmatrix}$ .

3. Найти  $A + A^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & -9 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ .

4. Матрицы  $A$  и  $B$  равны,  $A = \begin{pmatrix} y+2 & -4 & 2 \\ 2x-3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & z+1 & 2 \\ 3 & 0 & -t \end{pmatrix}$ . Найти  $x, y, z, t$ .

5. Дано матричное равенство  $2A + B \cdot A^T \cdot B^T = \Theta + C$ , где  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$C = \begin{pmatrix} 3a & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти  $a$ .

6. Дано произведение матриц  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$ . Указать значения

$x_2, x_3, y_1$ .

7. Перемножить матрицы:

а)  $(4 \ 3 \ -1) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot (-3 \ 1 \ 4)$ ; в)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 7 \\ 6 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ ;

г)  $\begin{pmatrix} 7 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти  $A^{-1}$ :

а)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ; в)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ; г)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 16. Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений. Метод Гаусса.

Основные вопросы

1. Общий вид системы линейных неоднородных уравнений.
2. Общий вид системы линейных однородных уравнений.
3. Определение решения системы линейных уравнений.
4. Определение совместной и несовместной системы линейных уравнений.
5. Понятие определенной и неопределенной системы линейных уравнений.
6. Определение ранга матрицы.
7. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

Типовые задания

1. Пользуясь определением ранга матрицы, вычислить ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix}.$$

2. Показать, что система имеет единственное решение. Найти решение методом Гаусса.

а)  $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -8, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 3x + y - z = -6, \\ 4x - 3y - 4z = 4, \\ -2x + 2y + 3z = -2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14. \end{cases}$

3. Исследовать и решить систему. Найти общее решение и одно из частных решений в случае совместности неопределенной системы.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$$

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 17. Метод Крамера и матричный метод решения систем линейных уравнений.

Основные вопросы

1. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
2. Решение систем уравнений матричным методом

Типовые задания

1. Показать, что система имеет единственное решение. Найти решение методом Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 3x + y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 7, \\ 2x_1 - 5x_2 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

2. Решить систему матричным способом:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 7y + 4z - 3 = 0, \\ x + 2y + 2z - 3 = 0, \\ 2x + 3y + 5z - 10 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 18. Решение экономических задач на составление систем линейных уравнений.

Основные вопросы

1. Экономический смысл элементов матрицы прямых затрат.
2. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
3. Понятие «продуктивность матрицы прямых затрат».
4. Структурной матрицы торговли.
5. Условие бездефицитной торговли.

Типовые задания

1. В четырех торговых точках проведена ревизия и получены следующие данные о продаже четырех видов товаров (в у. е.):  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  - векторы продаж четырех видов продукции в 1, 2, 3, 4 торговых точках соответственно.  $\vec{P}$  - вектор наличия условных денежных единиц в кассах проверяемых торговых точек. Определить, по какой цене продавался каждый вид товара. Составить математическую модель задачи и решить ее методом Гаусса.

$$\vec{a} = (3, 2, 2, 4), \quad \vec{b} = (5, 1, 4, 2), \quad \vec{c} = (6, 2, 1, 2), \quad \vec{d} = (3, 5, 5, 6), \quad \vec{P} = (154, 97, 111, 130).$$

2. Дана матрица прямых материальных затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$ . Зная конечный продукт

первой отрасли  $y_1 = 80$  и валовой выпуск второй отрасли  $x_2 = 100$ , найти конечный продукт второй и валовой выпуск первой отрасли.

3. Рассматривается экономическая система, состоящая из двух отраслей– промышленности и сельского хозяйства.  $A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$  – матрица прямых затрат,  $\vec{V} = (8 \ 9)$ – вектор норм добавленной стоимости. Определить: равновесные цены; равновесные цены при увеличении норм добавленной стоимости на  $a=2, b=3$  соответственно.

4.  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,3 \\ 0,4 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$  торговли трех стран. Найти бюджеты этих стран, удовлетворяющие

бездефицитной торговле, при условии, что сумма бюджетов равна 15000.

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 19. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменных.

Основные вопросы

1. Первообразная
2. Неопределенный интеграл, его определение и свойства
3. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла
4. Таблица интегралов основных элементарных функций
5. Метод подстановки

Типовые задания

$$\int (4 \sin x + 2\sqrt{x} - \frac{3}{x} + 5^x) dx. \int (\frac{3}{\sin^2 x} + e^x + 3x^3 - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}) dx. \int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx.$$

$$\int (\frac{1}{1+x^2} + 2^{3x} + \frac{1}{2x} + e^x) dx. \int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \int \frac{\arctg^5 x}{1+x^2} dx. \int \cos^5 x \sin 2x dx. \int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}.$$

$$\int \frac{dx}{1+4x^2}. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}. \int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \int \frac{3x+4}{x^2+9} dx. \int \frac{e^x}{x^2} dx. \int \frac{\sqrt{tgx+3}}{\cos^2 x} dx. \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}. \int \frac{dx}{x^2+2x-10}.$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x+3)^2}}. \int \cos^2 4x dx. \int \frac{\sin(\arctg x)}{1+x^2} dx. \int \sin^3 x dx$$

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### Занятие 20. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций.

Основные вопросы

1. Основные вопросы Интегрирование по частям.
2. Разложение правильной дроби на простейшие
3. Интегрирование рациональных функций.

Типовые задания

$$\int (x+2) \sin x dx. \int x^2 \ln x dx. \int \arcsin 2x dx. \int x^2 e^{4x} dx. \int \sin(\ln x) dx. \int e^{3x} \sin x dx.$$

$$\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)}. \int \frac{dx}{(x-1)^2 x}. \int \frac{xdx}{(x-3)(x^2+25)}. \int \frac{x^5-2x^3+4}{x^3-4x} dx. \int \frac{2x+3}{x^2+6x+13} dx$$

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

образование, 2010. - 910 с.

### **Занятие 21. Вычисление определенных и несобственных интегралов. Приложения определенных интегралов.**

#### Основные вопросы

1. Определенный интеграл, определение, геометрический смысл, свойства
2. Методы интегрирования определенного интеграла
3. Вычисление площади криволинейной трапеции.
4. Вычисление длины дуги.
5. Вычисление объем тела вращения.
6. Экономический смысл определенного интеграла.

#### Типовые задания

1. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

1)  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$ ;

2)  $y = x^2$ ;  $y = 1$ ;

3)  $y = e^x$ ;  $y = e^{-x}$ ;  $x = 1$ ;

4)  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

2. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси OX фигуры, ограниченной данными кривыми.

1)  $y = \sqrt{x}$ ;  $y = 0$ ;  $x = 4$ .

2)  $y = \sin 2x$ ;  $y = 0$ ;  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

3. Определить величину вклада через 2 года, если начальный капитал 10000 ден. ед., а проценты начисляются непрерывно по ставке 5 %.

4. Найти объем произведенной продукции за время  $t=5$  час, если производительность труда задана функцией  $f(t)=-t^2+10t$  (ед./час)

#### Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

### **Занятие 22. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.**

#### **Общее и частное решение. Решение задач на составление дифференциальных уравнений. Линейные и однородные дифференциальные уравнения первого порядка.**

#### Основные вопросы

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Понятие общего и частного решений дифференциального уравнения.
3. Геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения
4. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
5. Определение и метод решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
6. Определение и метод решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.
7. Определение и метод решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.

#### Типовые задания

$$(3x-1)dy + y^2 dx = 0; \quad y' = \frac{e^y}{x}, \quad y(1) = 0; \quad xy' = 2\sqrt{y}, \quad y(1) = 0;$$

$$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y; \quad y' = \frac{y^2}{xy - x^2}; \quad y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}, \quad y(1) = 0. \quad y' - \frac{y}{x} = 2x;$$

$$y' + 2xy = 2xe^{-x^2}; \quad y' + 2xy = e^{-x^2}, y(0) = 0.$$

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

**Занятие 23. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.**

**Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.**

Основные вопросы

1. Решение дифференциального уравнения вида  $y^{(n)}=f(x)$ .
2. Решение дифференциального уравнения вида  $F(x,y',y'')=0$ .
3. Решение дифференциального уравнения вида  $F(y,y',y'')=0$ .
4. Определение линейных однородных и неоднородных уравнений  $n$ -го порядка.
5. Вид общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от корней характеристического уравнения
6. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
7. Метод подбора частного решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Типовые задания

Решить дифференциальные уравнения:  $y'''=6x+1$ ;  $y'''=4\cos 2x$ , если  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=0$ ,  $y''(0)=1$ ;  $xy'' = y'$ ;  $y'' + \frac{y}{x} = 0$ ;  $yy'' = (y')^2$ ;  $y'' + 4y' = 0$ ;  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ;  $y^{IV} - y''' = 0$ ;  $y'' - 4y' + 13y = 0$ ;  $y'' + y' - 2y = 3xe^{-x}$ ;  $y'' + 4y' + 5y = x^2 - 1$ ;  $y'' - 4y' + 4y = \sin 3x$ .

Литература

1. Высшая математика для экономических специальностей [Текст] : учеб. и практикум : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт : Высшее образование, 2010. - 910 с.

**Занятие 24. Решение задач на классическое и геометрическое определение вероятности.**

Основные вопросы

1. Классическое определение вероятности.
2. Определение перестановок из  $n$  элементов. Формула для вычисления числа перестановок из  $n$ .
3. Определение размещений из  $n$  элементов по  $m$ . Формула для вычисления числа размещений из  $n$  элементов по  $m$ .
4. Определение числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ . Формула для вычисления числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ .
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Статистическое определение вероятности

Типовые задания

1. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.
2. Два студента условились встретиться в определенном месте между 8 и 9 часами. Пришедший первым ждет второго в течение 10 минут. Чему равна вероятность встречи студентов, если приход каждого из них в течение указанного часа может произойти наудачу и момент прихода независим.

Литература



1. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

**Занятие 25. Решение задач с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности. Повторные независимые испытания.**

**Основные вопросы**

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
2. Формула полной вероятности.
3. Формулы Байеса.
4. Формула Бернулли
5. Формула Пуассона
6. Локальная теорема Муавра - Лапласа.
7. Интегральная теорема Муавра - Лапласа

**Типовые задания**

1. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень: попадет только один, попадут оба, ни один не попадет.

2. Одинаковые детали обрабатываются тремя рабочими на трёх станках. Вероятность брака у них равна 0,01; 0,02; 0,03. Обработанные детали откладываются в один ящик. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь будет бракованной, если производительности станков относятся как 2:3:5. Иначе говоря, каков общий процент бракованных деталей производится тремя рабочими?

3. Завод выпускает за три декады месяца соответственно 20 %, 30 %, 50 % задания, причём вероятности брака соответственно составляют 0,01, 0,012, 0,015. Найти вероятность того, что изделие выпущено в первой декаде, если в нём обнаружен дефект.

4. Два равносильных соперника играют в шахматы. Что вероятнее выиграть:

а) одну партию из двух или две из четырёх?

б) не менее двух партий из четырёх или не менее трёх партий из пяти?

Ничьи во внимание не принимаются.

5. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность 100 попаданий из 320 выстрелов.

6. Торговая база получила 10 000 электрических лампочек. Вероятность повреждения электрической лампочки в пути равна 0,0001. Определить вероятность того, что в пути повреждено 4 электрических лампочки.

7. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 120 испытаниях событие наступит не менее 70 раз и не более 90 раз.

**Литература**

1. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

**Занятие 26. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.**

**Основные вопросы**

1. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины
2. Закон распределения случайной величины. Функция распределения, плотность вероятности.
3. Математическое ожидание и его свойства
4. Дисперсия и ее свойства.
5. Биномиальное распределение, его числовые характеристики
6. Распределение Пуассона, его числовые характеристики
7. Нормальное распределение, его числовые характеристики

## 8. Равномерное распределение, его числовые характеристики

### Типовые задания

1. Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго — 0,7. Необходимо: а) составить закон распределения общего числа попаданий; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2. Случайная величина  $X$  в интервале  $(3, 5)$  задана дифференциальной функцией  $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 6x - \frac{45}{4}$ ; вне этого интервала  $f(x)=0$ . Найти математическое ожидание  $X$ .

3. Дана функция распределения случайной величины  $X$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 / 4 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности  $f(x)$ ; построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ ; вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ .

4. Средний рост взрослых женщин некоторого национального округа равен 167,3 см;  $\sigma = 5,8$  см. Каков общий процент женщин ростом: не превышающим 170 см, не меньшим, чем 165 см.

5. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин

### Литература

1. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / сост. Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2009. - 152 с.

## Занятие 27. Точечные и интервальные оценки параметров распределений

### Основные вопросы

1. Точечные оценки параметров распределения и их свойства
2. Доверительный интервал
3. Интервальные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии

### Типовые задания

Предприятие получает сырье, характеризующееся процентным содержанием в нем полезного вещества  $A$ , а также стабильностью этого показателя. Для поступившей партии сырья были произведены анализы концентрации вещества  $A$  по 40 опытам: 2,17; 2,27; 2,60; 2,76; 2,81; 3,00; 3,05; 3,06; 3,22; 3,28; 3,37; 3,60; 3,63; 3,68; 3,69; 3,90; 4,27; 4,39; 4,67; 4,69; 4,84; 5,02; 5,02; 5,02; 5,17; 5,29; 5,35; 5,61; 5,62; 5,62; 6,01; 6,64; 6,68; 7,07; 7,12; 7,35; 7,36; 7,40; 7,99; 8,19.

Пусть концентрация вещества  $A$  может быть рассмотрена как случайная величина  $X$ , распределенная по нормальному закону.

Требуется:

1. Построить сгруппированный вариационный ряд.
2. Построить сгруппированный статистический ряд.
3. Построить эмпирическую функцию распределения.
4. Построить гистограмму и полигон относительных частот.
5. Найти выборочные точечные характеристики: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, эксцесс, асимметрию, моду, коэффициент вариации.

Выдвинуть гипотезу относительно близости распределения к нормальному. 6. Записать плотность вероятности и функцию распределения.

7. Найти доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с заданной доверительной вероятностью  $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$ , считая  $\sigma$  неизвестным.

8. Найти доверительный интервал, покрывающий среднее квадратическое отклонение

$\sigma$  с заданной доверительной вероятностью  $\gamma = 1 - \alpha = 0,95$ .

Литература

1. Вохминцева, Г.П. Лабораторные работы по математической статистике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Вохминцева, Г. Н. Торопчина, И. Н. Шевченко ; АмГУ. ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006. - 139 с.

#### **4. Методические указания по самостоятельной работе студентов**

Самостоятельная работа студентов предназначена для углубления сформированных знаний, умений, навыков. Самостоятельная работа развивает мышление, позволяет выявить причинно-следственные связи в изученном материале, решить теоретические и практические задачи. Самостоятельная работа студентов проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу; развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формированию самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации; развития исследовательских умений. Роль самостоятельной работы возрастает, т.к. перед учебным заведением стоит задача в т. ч. и по формированию у студента потребности к самообразованию и самостоятельной познавательной деятельности

1. Виды и формы самостоятельных работ по дисциплине «математика».

Студентами практикуется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. В этом случае студенты обеспечиваются преподавателем необходимой учебной литературой, дидактическим материалом, в т. ч. методическими пособиями и методическими разработками.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть: - для овладения знаниями: чтение текста (учебника, методической литературы); составления плана текста; графическое изображение структуры текста, графическое изображение последовательности выполнения графической работы, выполнение графических работ; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, интернета и др.; для закрепления систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработки текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана выполнения работы в соответствии с планом, предложенным преподавателем; изучение ГОСТов; ответы на контрольные вопросы; тестирование, выполнение упражнений и графических работ; для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем.

Общая схема самостоятельной работы представлена в пункте 6 рабочей программы.

Основное содержание самостоятельной работы составляет выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и подготовку к экзамену.

Прежде чем приступать к выполнению РГР, необходимо ознакомиться с содержанием теоретических вопросов по представленному списку литературы и по лекциям.

Работа пишется на стандартных листах писчей бумаги. Все листы заполняются только с одной стороны. Оформление расчетно-графической работы осуществляется в соответствии со стандартом. Каждая РГР начинается с титульного листа, который служит обложкой работы. Сверху на нем указывается принадлежность студента к учебному заведению, факультету, специализации или кафедре. В середине листа указывается название изучаемой темы или раздела и название учебного задания, номер варианта. Ниже и справа указывается фамилия и

инициалы студента, номер академической группы, фамилия и инициалы преподавателя. Внизу титульного листа отмечают год выполнения работы.

Эта страница служит также для отметок преподавателя о выполнении учебного задания и замечаний по поводу подготовленного студентом отчета.

При оформлении работы необходимо соблюдать нумерацию заданий. Задание переписывается полностью и ниже оформляется решение. Работа должна быть сдана на кафедру к назначенному преподавателем сроку.

Одной из форм самостоятельной работы студентов является написание реферата. Реферат (от лат. *refereo* - "сообщаю") - краткое изложение в письменном виде или форме публичного доклада содержания книги, статьи или нескольких работ, научного труда, литературы по общей тематике.

Многие крупные научные результаты возникли просто из попыток привести в порядок известный материал.

Реферат - это самостоятельная учебно-исследовательская работа учащегося, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее. Содержание материала должно быть логичным, изложение материала носит проблемно-поисковый характер.

Этапы работы над рефератом:

1.Формулирование темы. Тема должна быть не только актуальной по своему значению, но оригинальной, интересной по содержанию.

2.Подбор и изучение основных источников по теме (как правило, не менее 3).

3.Обработка и систематизация информации.

4.Разработка плана реферата.

5.Написание реферата.

6.Публичное выступление с результатами исследования. (На семинарском занятии, заседании предметного кружка, студенческой научно-практической конференции.)

Содержание работы должно отражать:

- знание современного состояния проблемы;
- обоснование выбранной темы;
- использование известных результатов и фактов;
- полноту цитируемой литературы, ссылки на работы ученых, занимающихся данной проблемой;

- актуальность поставленной проблемы;

- материал, подтверждающий научное, либо практическое значение в настоящее время.

Защита реферата предполагает предварительный выбор выпускником интересующей его темы работы с учетом рекомендаций преподавателя, последующее глубокое изучение избранной для реферата проблемы, изложение выводов по теме реферата. Выбор предмета и темы реферата осуществляется студентом в начале изучения дисциплины. Не позднее, чем за 2 дня до защиты или выступления реферат представляется на рецензию преподавателю. Оценка выставляется при наличии рецензии, и после защиты реферата. Работа представляется в отдельной папке

Объем реферата – 10-15 страниц текста, оформленного в соответствии с требованиями. Оформление текста должно соответствовать стандарту.

По дисциплине «математика» предлагается написание рефераты по двум темам «Приложение дифференциального исчисления» и «Приближенное вычисление интегралов». Рефераты по данным темам должны содержать следующие разделы:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список литературы.

Титульный лист оформляется по единым требованиям.

Введение имеет цель ознакомить читателя с сущностью излагаемого вопроса, с современным состоянием проблемы. Здесь должна быть четко сформулирована цель и задачи работы. Ознакомившись с введением, читатель должен ясно представить себе, о чем дальше пойдет речь. Объем введения – не более 1 страницы. Умение кратко и по существу излагать свои мысли – это одно из достоинств автора. Иллюстрации в раздел «Введение» не помещаются.

Основная часть. Следующий после «Введения» раздел должен иметь заглавие, выражающее основное содержание реферата, его суть. Главы основной части реферата должны соответствовать плану реферата (простому или развернутому) и указанным в плане страницам реферата. В этом разделе должен быть подробно представлен материал, полученный в ходе изучения различных источников информации (литературы). Все сокращения в тексте должны быть расшифрованы. Ссылки на авторов цитируемой литературы должны соответствовать номерам, под которыми они идут по списку литературы.

Заключение. Формулировка его требует краткости и лаконичности. В этом разделе должна содержаться информация о том, насколько удалось достичь поставленной цели, значимость выполненной работы, предложения по практическому использованию результатов, возможное дальнейшее продолжение работы.

Список литературы. Имеются в виду те источники информации, которые имеют прямое отношение к работе и использованы в ней. При этом в самом тексте работы должны быть обозначены номера источников информации, под которыми они находятся в списке литературы, и на которые ссылается автор. Эти номера в тексте работы заключаются в квадратные скобки, рядом через запятую указываются страницы, которые использовались как источник информации, например: [1, с.18]. В списке литературы эти квадратные скобки не ставятся. Оформляется список использованной литературы со всеми выходными данными. Он оформляется по алфавиту и имеет сквозную нумерацию арабскими цифрами.

Каждый учебный семестр заканчивается аттестационными испытаниями: зачетно - экзаменационной сессией.

Подготовка к экзаменационной сессии и сдача зачетов и экзаменов является ответственным периодом в работе студента. Seriously подготовиться к сессии и успешно сдать все экзамены - долг каждого студента. Рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все лабораторные работы, сданы все зачеты, выполнены другие работы, предусмотренные графиком учебного процесса.

Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, курса или предмета, по которому необходимо сдавать экзамен. Только тот успевает, кто хорошо усвоил учебный материал.

Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь материал. А это зачастую, оказывается, невозможно сделать из-за нехватки времени. Для такого студента подготовка к экзаменам будет трудным, а иногда и непосильным делом, а финиш - отчисление из учебного заведения.

В дни подготовки к экзаменам избегай чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуй труд и отдых.

### III КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

#### 1. Текущий контроль знаний

При подготовке к контрольным мероприятиям по освоению модуля рекомендуется использовать примерные варианты контрольных работ, расчетно-графических работ и тестов, приведенных ниже.

##### Тест «Комплексные числа»

- Произведение числа  $z = 3 - 5i$  на сопряжённое равно...  
1) 34                      2) 0                      3)  $9 - 25i$                       4) 28
- Число  $z = 1 - i$  представлено в тригонометрической форме:  
1)  $2(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} i)$     2)  $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} i)$     3)  $\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + \sin \frac{7\pi}{4} i)$   
4)  $(\cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} i)$
- Действительная часть комплексного числа  $(1 + 5i)^2$  равна...  
1) 1                      2) 10                      3) -24                      4) 0
- Сумма корней квадратного уравнения  $5x^2 + 2x + 2 = 0$  равна...  
1) 0                      2) -0,4                      3) 5                      4)  $2 + i$
- Число  $z = 2e^{\frac{\pi}{2}i}$  представлено в алгебраической форме:  
1)  $2i$                       2)  $-2i$                       3)  $1 + 2i$                       4)  $1 - 2i$

##### Контрольная работа «Аналитическая геометрия»

- Задание №1. Построить линии. 1)  $y = \sqrt{9 - x^2}$ ;    2)  $y = -3 - \frac{1}{3}\sqrt{8 + 2x - x^2}$ ;  
3)  $y = \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$ ;    4)  $x - 4y^2 - 8 = 0$ .

Задание №2. Издержки перевозки двумя видами транспорта выражаются функциями  $y_1 = a_1x + b_1$ ;  $y_2 = a_2x + b_2$ , где  $x$  - расстояние в сотнях километров,  $y_1, y_2$  - соответствующие транспортные расходы.

Необходимо: построить графики функций; произвести экономический анализ; рассчитать транспортные расходы при  $x = x_0$ .

$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$x_0$
40	120	35	140	600

Задание №3. Даны вершины треугольника ABC.

Найти: длину стороны BC; уравнение высоты из вершины A и ее длину; уравнение медианы из вершины A; записать уравнение прямой, проходящей через вершину A; построить чертеж.

A(-2;10); B(5;8); C(4;0).

Задание №4. Построить поверхности:

- $2x - 3y - z = 0$ ;    2)  $y^2 - 4z - 5 = 0$ .

##### РГР «Введение в анализ»

Задание №1. Найти множества значений  $x$ , удовлетворяющих следующим условиям. Изобразить эти множества геометрически:

- $|x| \geq 3$ ;    2)  $|x - 2| \leq 3$ ;    3)  $|x - 4| = |x + 4|$ .

Задание №2. Найти область определения функции и изобразить ее на чертеже.    1)

$$f(x) = \log_3(3x-4) + \lg(3-x); 2) f(x) = \frac{\sqrt{x+12-x^2}}{x^2-9} + \lg(x-2).$$

Задание №3. Построить графики функций и сформулировать их основные свойства.

1)  $2^x$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ; 3)  $\log_3 x$ ; 4)  $\log_{\frac{1}{3}} x$ ; 5)  $x^3$ .

Задание №4. С помощью преобразования графика подходящей элементарной функции построить график функции  $f(x)$ .

1)  $\frac{1}{|x|}$ ; 2)  $\frac{2x-4}{x+3}$ ; 3)  $2x^2 + 3x + 4$ .

Задание №5. Построить графики зависимостей величины спроса  $X$  от дохода  $J$  (функции Торнквиста) на:

а) товары первой необходимости  $X = \frac{a_1 J}{J + c_1}$ , где  $J \geq 0$ ;

б) товары второй необходимости  $X = \frac{a_2(J - b_2)}{J + c_2}$ , где  $J \geq b_2$ ;

в) товары роскоши  $X = \frac{a_3 J(J - b_3)}{J + c_3}$ , где  $J \geq b_3$ .

$a_1$	$c_1$	$a_2$	$b_2$	$c_2$	$a_3$	$b_3$	$c_3$
2	2	3	4	2	2	6	2

Задание №6. Построить графики функций, описывающих зависимости:

а) спроса от цены товара  $D = KP^a + C$ ;

б) предложения от цены товара  $S = P^b + d$ ;

в) охарактеризовать эти графики.

$K$	$a$	$c$	$b$	$d$
2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{9}{5}$	0,5

Задание №7. Для функций спроса  $D(p)$  и предложения  $S(p)$  найти равновесную цену, если  $D(p) = 3 \cdot 2^{-p}$  и  $S(p) = 2^p + 2$

Задание №8. Найти пределы числовых последовательностей с заданным общим членом:

а)  $n^2 + 1$ ; б)  $\sqrt{n^2 + 4}$ ; в)  $\left(\frac{n^3}{n^2 + 1} - \frac{3n^2}{3n - 1}\right)$ ; г)  $(\sqrt{2n + 3} - \sqrt{n + 1})$ .

Задание №14. Найти пределы функции:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}\right)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ .

Задание №9. Первоначальный вклад, положенный в банк под  $P\%$  годовых, составил  $a$  млн. рублей. Найти размер вклада через  $b$  лет при начислении процентов:

а) ежегодном; б) поквартальном; в) ежемесячном г) непрерывно  
 $P=3$ ;  $a=4$ ;  $b=2$

Задание №10. Доказать непрерывность функции и построить её график:

а)  $y = 2^{x-2}$ ; б)  $y = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq 0, \\ 5 - 5x, & x > 0. \end{cases}$  в)  $y = |4x - x^2|$ .

Задание №11. Найти точки разрыва функций и определить их тип. Построить чертёж.

$$\text{а) } y = \frac{x+3}{x-4}; \quad \text{б) } y = 3^{\frac{1}{x-1}}; \quad \text{в) } y = \frac{9x^2-16}{3x+4}; \quad \text{г) } y = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ -x-1, & x > 0. \end{cases}$$

**Тест «Вычисление производной»**

1. Найдите  $\left(\operatorname{ctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)' = \dots$

1)  $\frac{1}{\sin^2 \frac{x+1}{\sqrt{2}}}$     2)  $-\frac{1}{\sqrt{2} \sin^2 \frac{x+1}{\sqrt{2}}}$     3)  $\frac{1}{\sqrt{2} \sin^2 \frac{x+1}{\sqrt{2}}}$     4)  $\frac{1}{\sqrt{2} \cos^2 \frac{x+1}{\sqrt{2}}}$     5)  $-\frac{1}{\sin^2 \frac{x+1}{\sqrt{2}}}$

2. Найдите  $\left(\operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)' = \dots$

1)  $\frac{2}{2+(x+1)^2}$     2)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+(x+1)^2}}$     3)  $\frac{2}{2-(x+1)^2}$     4)  $\frac{\sqrt{2}}{2-(x+1)^2}$     5)  $\frac{\sqrt{2}}{2+(x+1)^2}$

3. Найдите  $\left(\sin \frac{2x+1}{3}\right)' = \dots$

1)  $\frac{2}{3} \cos x$     2)  $\frac{2}{3} \sin \frac{2x+1}{3}$     3)  $\cos \frac{2x+1}{3}$     4)  $-\frac{2}{3} \cos \frac{2x+1}{3}$     5)  $\frac{2}{3} \cos \frac{2x+1}{3}$

4. Найдите  $\left(\operatorname{tg} \frac{2x-1}{5}\right)' = \dots$

1)  $\frac{2}{\cos^2 \frac{2x-1}{5}}$     2)  $\frac{2}{5 \cos^2 \left(\frac{2x-1}{5}\right)^2}$     3)  $\frac{2}{5 \cos^2 x}$     4)  $\frac{2}{5 \cos^2 \frac{2x-1}{5}}$     5)  $-\frac{2}{5 \cos^2 \frac{2x-1}{5}}$

5. Найдите  $\left(e^{(3x+1)/2}\right)' = \dots$

1)  $e^{(3x+1)/2}$     2)  $3/2e^x$     3)  $(3/2)e^{(3x+1)/2}$     4)  $3/4(3x+1)e^{(3x-1)/2}$     5)  $\frac{3x+1}{2}e^{(3x-1)/2}$

**РГР «Приложение дифференциального исчисления»**

Задание 1. Составить уравнение касательной, проведенной к кривой,  $f(x) = \frac{-x^3}{6} + x^2 - 2x - 3$ ; параллельно прямой  $3x + 6y - 2 = 0$

Задание 2. Зависимость издержек производства  $C$  от объема выпускаемой продукции  $q$  выражается формулой  $C = 40q + 0,02q^3$ , где  $A$  и  $B$  – известные величины. Определить средние и предельные издержки производства при объеме продукции 10.

Задание 3. Зависимость между себестоимостью продукции  $C$  и объемом ее производства  $q$  выражается формулой  $\tilde{N} = 40 - 0,2q$ . Требуется определить коэффициент эластичности при выпуске продукции 20 (ден. ед.). (Вычислять либо в обыкновенных дробях, либо с точностью до 0,1.)

Задание 4. Зависимость спроса  $q$  от цены  $p$  описывается формулой  $q = 20e^{-0,02p^2}$ . Найти, при каких значениях цены спрос будет эластичным.

Задание 5. Опытным путем установлены функции спроса  $q = \frac{P+11}{P+4}$  и предложения  $S = P+0,5$ , где  $q$  и  $S$  - количество товара, соответственно покупаемого и предлагаемого на продажу в единицу времени,  $P$  - цена товара. Найти: 1) равновесную цену; 2) эластичность



спроса и предложения;

3) изменение дохода при изменении цены на 5 %.

Задание 6. Объем продукции  $q$ , произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением  $q = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 90t + 50$  (ед.),  $0 \leq t \leq 8$  где  $t$  – рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп её изменения через 1 час после начала смены и за 2 часов до её окончания.

Задание 7. Пусть функция дохода  $R(q) = 24q - 2q^2$ , а функция затрат  $C(q) = q^2 - 3$ . Каким должен быть налог  $t$  с единицы выпускаемой продукции, чтобы величина суммарного налога  $T$  со всей продукции была наибольшей?

Задание 8. Определить изменение ставки процента  $r=r(t)$ , если дана величина вклада в момент времени  $t$ :  $K(t) = K_0(t + 1)^{r_0}$ , где  $t$  – число лет от открытия вклада,  $K_0$  – величина вклада в начальный момент времени  $t=0$ ,  $r_0$  (%) – номинальная ставка за год. Найти сумму процента через  $t_1$  и  $t_2$  лет.

$K_0$	$r_0$	$t_1$	$t_2$
10000	15	2	5

Задание 9. Капитал в 1 миллионов ден. ед. может быть размещён в банке под 30 % годовых или инвестирован в производство, причём эффективность вложения в размере 100 %, а издержки задаются квадратичной зависимостью  $c = ax^2$ . Прибыль облагается налогом в  $p$  %. При каких значениях  $p$  вложение в производство является более эффективным, чем размещение в банке.

Задание 10. Найти пределы функции, используя правило Лопитала.

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1},$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} + 5}{6x^2 + 1},$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2}{x^2 - x},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{4x} - 2}{\sin x},$
$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x,$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^{1-x}},$
$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right),$	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 6x)^{\frac{1}{x}}.$

Задание 11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна  $9\sqrt{2}$ . Каковы должны быть катеты, чтобы периметр был наибольшим?

Задание 12. Исследовать функции и построить их графики.

$y = x^3 + 3x + 2$	$y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$	$y = \ln(x^2 + x - 2)$
--------------------	--------------------------------	------------------------

Задание 13. Известно, что зависимость издержек и дохода от объема производства определяется функциями:  $C(q) = 18q - 8q^2 + q^3$  и  $R(q) = 8q - q^2$  где  $q$  – объем производства,  $C(q)$  – издержки,  $R(q)$  – доход. Найти зависимость прибыли  $\Pi(q)$  от объема производства.

1. Построить графики функций прибыли производства.
2. Найти объемы производства при которых:
  - а) прибыль равна нулю;
  - б) прибыль максимальна;

в) убытки максимальны

3. Найти значения максимальных убытков и прибыли.

4. Найти средние значения прибыли при объёме производства  $q = 1,5$  ед.

5. Найти предельные значения прибыли

при объёме производства  $q = 2,5$  ед.

При необходимости результат округлить до 0,01

### Тест «Матрицы и определители»

1. Сумма алгебраических дополнений элементов первой строки определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 5 & -4 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix} \text{ равна}$$

а) 45; б) -43; в) 41; г) -28; д) 32.

2. Сумма элементов главной диагонали матрицы  $C = 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$  равна

а) 11; б) -11; в) 4; г) -8; д) 12.

3. Дано  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Тогда матрица X имеет размерность

а)  $2 \times 2$ ; б)  $2 \times 1$ ; в)  $1 \times 2$ ; г)  $2 \times 3$ ; д)  $1 \times 1$ .

4. Собственное число матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ , соответствующее собственному вектору  $(-4; 5)$

равно

а) 1; б) -1; в) 2; г) -2; д) 3.

5. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} \alpha & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  равен 0, тогда  $\alpha$  равно

а) -20; б) 5; в) 20; г) -4; д) -9.

6. Ранг квадратной матрицы четвертого порядка  $r(A)=1$ , тогда  $\det(A)$  равен

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3; д) 4.

7. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ . Тогда алгебраическим дополнением элемента  $a_{21}$  является...

а) 5; б) 4; в) 1; д) -4; е) -5.

8. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$  равен...

а) 5; б) 4; в) 1; д) -4; е) -5.

9. Найти  $X = AB - 3C^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . В ответ записать сум-

му элементов главной диагонали матрицы X

а) 35; б) 34; в) 36; г) -34; д) -36.

10. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$  равен ...

а) -2      б) 1      в) 5      г) 0      д) -9

### Контрольная работа «Системы линейных уравнений»

1. Показать, что система имеет единственное решение. Найти решение методом Гаусса, по формулам Крамера, матричным методом.
- $$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7. \end{cases}$$

2. Исследовать систему. Найти число свободных неизвестных.
- $$\begin{cases} 3x + 5y + 2z + t = 3, \\ 2x + 3y + z - 2t = 1, \\ x - 5y - 2z + 3t = 2, \\ -13y - 5z + 4t = 3, \\ 4x - 7y - 3z = 5. \end{cases}$$

### Тест «Неопределенный интеграл»

1. Интеграл  $\int e^{4x} dx$  равен...
- 1)  $4e^{4x} + c$ ; 2)  $4e^{4x} - c$ ; 3)  $\frac{1}{4}e^{4x} + c$ ; 4)  $4e^x + c$ .
2. Интеграл  $\int \sin 2x dx$  равен...
- 1)  $\frac{1}{2} \cos 2x + c$ ; 2)  $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$ ; 3)  $2 \cos 2x + c$ ; 4)  $-2 \cos 2x + c$ .
3. Интеграл  $\int \frac{3dx}{3x+1}$  равен...
- 1)  $\frac{1}{3} \ln|3x+1| + c$ ; 2)  $9 \ln|3x+1| + c$ ; 3)  $3 \ln|3x+1| + c$ ; 4)  $\ln|3x+1| + c$ .
4. Интеграл  $\int \frac{dx}{9+x^2}$  равен...
- 1)  $\arctg x + c$ ; 2)  $\frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} + c$ ; 3)  $3 \arctg \frac{x}{3} + c$ ; 4)  $\arctg \frac{x}{3} + c$ .
5. Интеграл  $\int \frac{4dx}{\sqrt{4-x^2}}$  равен....
- 1)  $4 \arcsin \frac{x}{2} + c$ ; 2)  $\arcsin \frac{x}{2} + c$ ; 3)  $2 \arcsin \frac{x}{2} + c$ ; 4)  $4 \arcsin 2x + c$ .
6. Интеграл  $\int \frac{8dx}{\sin^2 2x}$  равен...
- 1)  $-8 \operatorname{ctg} 2x + c$ ; 2)  $-4 \operatorname{ctg} 2x + c$ ; 3)  $8 \operatorname{ctg} 2x + c$ ; 4)  $4 \operatorname{ctg} 2x + c$ .
7. Интеграл  $\int 8(x-5)^2 dx$  равен....
- 1)  $2(x-5)^4 + c$ ; 2)  $8(x-5)^4 + c$ ; 3)  $16(x-5)^2 + c$ ; 4)  $4(x-5)^2 + c$ .
8. Интеграл  $\int 3^{2x+4} dx$  равен....
- 1)  $2 \cdot 3^{2x+4} + c$ ; 2)  $3^{2x+4} \cdot \ln 3 + c$ ; 3)  $\frac{3^{2x+4}}{2 \ln 3}$ ; 4)  $3^{2x+4} \cdot \ln|2x+4| + c$ .

### Тест «Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Общее решение дифференциального уравнения  $xy' - 4y = 0$  имеет вид...
- 1)  $y = 4 \ln x + C$ ; 2)  $y = x^4 C$ ; 3)  $y = 4xC$ ; 4)  $y = \ln x^4 C$ .
2. Общее решение дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = \cos^2 \frac{y}{x}$  имеет вид...
- 1)  $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = \ln Cx$ ; 2)  $\cos \frac{y}{x} = \ln Cx$ ; 3)  $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = Cx$ ; 4)  $\sin \frac{y}{x} = \ln Cx$ .
3. Общим решением дифференциального уравнения  $F(x, y, y') = 0$  называется:
- 1)  $\Phi(x, y, c) = 0$ ; 2)  $y' = f(x, y)$ ; 3)  $y = \varphi(x)$ ; 4)  $y = \varphi(x, c)$ .
4. Однородное дифференциальное уравнение I-го порядка решается подстановкой:

1)  $y = U \cdot V$ ;                      2)  $y = \frac{x}{U}$ ;                      3)  $y = \frac{U}{V}$ ;                      4)  $y = U \cdot x$ .

5. Дифференциальное уравнение I-го порядка называется линейным, если:

1)  $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$ ;      2)  $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$ ;      3)  $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot x = Q(x)$ .

6. Линейное уравнение первого порядка решается подстановкой:

1)  $y = \frac{U}{V}$ ;                      2)  $y = \frac{x}{U}$ ;                      3)  $y = x \cdot U$ ;                      4)  $y = U \cdot V$ .

**Контрольная работа «Дифференциальные уравнения второго порядка»**

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:  $y'' = 2\cos 2x + 4$ ;  $y'' - 4y' - 5y = 0$ ;  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ;  $y'' + 6y' + 10y = 0$ .

2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + y = \sin x + 2\cos x$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0)=1, y'(0)=0$ .

**Тест «Случайные события»**

1. Сколькими способами 5 человек могут встать в очередь друг за другом?

1) 120; 2) 121; 3) 124; 4) 144.

2. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания для 1 стрелка – 0,6; для 2-го – 0,7. Тогда вероятность двух попаданий в цель равна...

1) 0,12; 2) 0,39; 3) 0,58; 4) 0,42.

3. Студент выучил 27 вопросов из 30. Тогда вероятность, что студент ответит на 3 вопроса равна...

1) 0,72; 2) 0,81; 3) 0,9; 4) 0,35.

4. В первой урне 4 белых и 6 черных шаров. Во второй урне 8 белых и 2 черных шара. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность, что этот шар белый равна...

1) 0,5; 2) 0,53; 3) 0,6; 4) 0,8

5. Вероятность изготовления на станке стандартной детали равна 0,9. Тогда вероятность того, что из 4 наудачу взятых деталей будет три стандартных равна...

1) 0,1530; 2) 0,1621; 3) 0,2735; 4) 0,2916

6. Сколько нужно иметь деталей, чтобы наивероятнейшее число годных было 18, если вероятность детали быть годной равна 0,9?

1) 17; 2) 18; 3) 19; 4) 20

7. Среди семян пшеницы 0,7 % семян сорняков. Тогда вероятность того, что из 1000 семян обнаружат 6 семян сорняков равна...

1) 0,042; 2) 0,07; 3) 0,053; 4) 0,22.

8. Покупатель может приобрести акции компаний А и В, надежность которых оценивается на уровне 80% и 85%, тогда вероятность, что обе компании в течение года не станут банкротами равна...

1) 0,97; 2) 0,32; 3) 0,03; 4) 0,68

9. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что станки требуют внимания соответственно равны  $p_1 = 0,4$ ;  $p_2 = 0,5$ ;  $p_3 = 0,3$ . Тогда вероятность того, что в течение часа внимание рабочего потребуют все станки...

1) 0,6; 2) 0,06; 3) 0,94; 4) 1

10. Инвестор предполагает, что в следующем периоде вероятность роста цены компании N будет составлять 0,4, а компании M – 0,3. Вероятность того, что цены поднимутся на те и другие акции, равна 0,2. Вычислите вероятность их роста или компании N или компания M, или обеих компаний вместе;

1) 0,4; 2) 0,3; 3) 0,5; 4) 0,14

### РГР «Случайные величины»

1. Задан ряд распределения случайной величины  $X$ . Найдите: а)  $M(X)$ ; б)  $D(X)$  и  $\sigma(x)$ ; в)  $F(x)$  и постройте ее график.

$X$	12	14	16	20
$p$	0,1	0,2	0,5	0,2

2. Задана  $F(x)$  - функция распределения случайной величины  $X$ . Найдите: а)  $f(x)$ ; б)  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ ; в) постройте графики  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25}, & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1, & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

3. Задана  $f(x)$  – плотность вероятности случайной величины  $X$ . Найдите: а)  $F(x)$ ; б)  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ ; в) постройте графики  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{18}, & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 0, & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

4. Из 10 телевизоров 4 оказались фирмы "Сони". Наугад для осмотра выбрано 3. Составьте закон распределения числа телевизоров фирмы "Сони" среди 3 отобранных. Найдите числовые характеристики.

5. Случайная величина  $X$ , сосредоточенная в интервале  $[-1, 4]$ , задана квадратичной функцией  $F(x) = ax^2 + bx + c$ , имеющий максимум при  $x = 4$ . Найдите параметры  $a, b, c$ , плотность вероятностей  $f(x)$  и вычислите вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $(0; 2)$ . Постройте графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

6. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $X$  соответственно равны  $M(X)=9$ ,  $D(x)=0,8$ . Найдите математическое ожидание и дисперсию случайных величин: а)  $3x - 2$ , б)  $6x$ , в)  $3x+2$ .

7. Детали, выпускаемые цехом, по размеру диаметра распределены по нормальному закону. Стандартная длина диаметра детали равна 25, среднее квадратическое отклонение 2. Найдите: а) вероятность, что диаметр наудачу взятой детали будет больше 20 и меньше 27; б) вероятность, что диаметр детали отклонится от стандартной длины не больше, чем на 1.

8. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения  $X$  подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 10$ мм. Найдите вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.

9. Среднее число вызовов, поступающих на АТС за 1мин., равно двум. Найдите вероятность того, что за 4 мин. поступит: а) три вызова; б) менее трех вызовов; в) не менее трех вызовов. Предполагается, что поток вызовов простейший.

10. Систематическая ошибка измерения дальности радиолокатором равна 20м. а случайная ошибка имеет среднее квадратическое отклонение 75 м. Для полета самолета отведен коридор высотой 100 м. Какова вероятность, что самолет будет лететь ниже, внутри и выше коридора, если самолету задана высота, соответствующая середине коридора?

11. Дано  $P(|X - M(x)| < \varepsilon) > 0,95$  и  $D(X)=0,04$ . Пользуясь неравенством Чебышева, найди  $\varepsilon$ .

12. Сколько надо провести испытаний, чтобы имело место неравенство

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < 0,1\right) > 0,97 \text{ если } p=0,7.$$

13. Принимая вероятность вызревания кукурузного стебля с тремя початками равной

3/4, оцените вероятность того, что среди 3000 стеблей число таких стеблей будет от 2190 до 2310.

14. Квантиль уровня 0,25 нормально распределенной случайной величины  $X$  равен 35, а квантиль уровня 0,8 равен 70. Найдите математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины.

15. Пусть  $T$  (час) - время, необходимое для ремонта грузового автомобиля, удовлетворяет экспоненциальному распределению с параметром  $\lambda = 0,16$ . Какова вероятность того, что время ремонта одного автомобиля не превышает 7 часов, и сколько часов в среднем затрачивается на ремонт одного автомобиля?

17. Дневная добыча угля в шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 725 тонн и стандартным отклонением 55 тонн. Найдите вероятность того, что в определенный день будут добыты, по крайней мере, 760 тонн угля. Определите долю рабочих дней, в которых будет добыто от 780 до 800 тонн угля. Найдите вероятность того, что в данный день добыча угля окажется ниже 740 тонн.

#### Тест «Математическая статистика»

1. Как называется численное значение признака?  
А) объемом выборки; Б) генеральной совокупностью; В) вариантой; Г) средним значением.
2. Выборка это  
А) ограниченное число выбранных случайным образом элементов;  
Б) ограниченное число элементов, выбранных неслучайно;  
В) большая совокупность элементов, для которой оцениваются характеристики.
3. Статистическим распределением называется  
А) перечень вариант;  
Б) перечень вариант или интервалов и соответствующих частот;  
В) перечень вариант или интервалов и соответствующих вероятностей;  
Г) перечень значений случайной величины или ее интервалов и соответствующих вероятностей.
4. Оценкой параметра называется  
А) приближенное случайное значение параметра генеральной совокупности, которое определяется по всем данным генеральной совокупности;  
Б) приближенное случайное значение параметра генеральной совокупности, которое определяется по данным выборки;  
В) приближенное неслучайное значение параметра генеральной совокупности, которое определяется по данным выборки.
5. Оценка называется несмещенной, если  
А) она сходится по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  к истинному значению параметра;  
Б) она обладает по сравнению с другими наименьшей дисперсией;  
В) ее математическое ожидание равно истинному значению параметра.
6. Оценка называется состоятельной, если  
А) она обладает по сравнению с другими наименьшей дисперсией;  
Б) ее математическое ожидание равно истинному значению параметра;  
В) она сходится по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  к истинному значению параметра.
7. Оценка называется эффективной, если  
А) она обладает по сравнению с другими оценками наименьшей дисперсией;  
Б) ее математическое ожидание равно истинному значению параметра;  
В) она сходится по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  к истинному значению параметра.
8. Среднее значение выборки является  
А) несмещенной оценкой математического ожидания;  
Б) смещенной оценкой математического ожидания;  
В) смещенной оценкой дисперсии;  
Г) несмещенной оценкой дисперсии.

9. В результате 5 измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) были получены следующие результаты (в мм): 17, 19, 21, 18, 20. Найти выборочную среднюю результатов измерений.

- А) 20      Б) 18      В) 19      Г) 21

### Контрольная работа «Точечные и интервальные оценки»

1. Студентами группы из 25 человек второго курса написана контрольная работа. Каждый студент получил определенное количество баллов: 75, 145, 150, 180, 125, 150, 150, 165, 95, 135, 130, 70, 130, 105, 135, 135, 100, 160, 60, 85, 120, 60, 145, 150, 135. Построить интервальную таблицу частот и гистограмму. Вычислить числовые характеристики сгруппированного ряда. Сравнить полученное распределение с нормальным. Найти 95%-й доверительный интервал для оценки среднего балла всех студентов.

2. Выборочное обследование туристических бюро страны показали, что 95% бюро сотрудничают с агентствами КНР. Приняв доверительную вероятность равной 0,954, определите, в каких границах находится доля бюро, сотрудничающих с КНР, если в выборку попали 35 туристических бюро.

### 2. Итоговый контроль знаний

Вопросы к экзамену и примерный экзаменационный билет приведены в рабочей программе (пункт 9). Вариант экзаменационного теста приведен ниже.

#### Тест № 1

1. Даны точки А(0, -2, 3); В(2, 4, -1). Найти расстояние между ними.

- 1) 7; 2)  $2\sqrt{2}$ ; 3) 12; 4)  $2\sqrt{14}$ ; 5) 8.

2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом  $k=-2$ , проходящей через точку (0, 3) имеет вид:

- 1)  $2x+y-3=0$ ; 2)  $x-2y-3=0$ ; 3)  $2x+3y=0$ ; 4)  $3x-2y=0$ ; 5)  $2x+2y+3=0$ .

3. Если  $(x_0; y_0)$  решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ , тогда  $x_0+y_0$  равно...

- 1) -0,5; 2) 3,5; 3) 0,5; 4) -3,5; 5) 2,5.

4. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} \alpha & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  равен 0, тогда  $\alpha$  равно...

- 1) -20; 2) 5; 3) 20; 4) -4; 5) -9.

5. Ранг квадратной матрицы четвертого порядка  $r(A)=1$ , тогда  $\det(A)$  равен...

- 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.

6. Дана система линейных уравнений  $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$ . Тогда матричная форма записи этой системы имеет вид...

$$1) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot (x_1 \ x_2 \ x_3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot (x_1 \ x_2 \ x_3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

7.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ . Тогда  $5A$  имеет вид...

- 1)  $\begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 25 \end{pmatrix}$ ; 3)  $\begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$ ; 4)  $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ ; 5)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

8. Центр окружности  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$  находится в точке...

- 1) (1, -3); 2) (0, 3); 3) (3, 0); 4) (-1, 3); 5) (0, 4).

9. Функция  $y = \frac{12}{2x - 4}$  не определена при  $x$  равном:

- 1) 0; 2) -2; 3) 4; 4) -4; 5) 2.

10. Значение  $y'(0)$ , если  $y = \frac{x + 3\sqrt{5 + x^2}}{2}$ , равно...

- 1) 0; 2) 0,5; 3) 1,5; 4) -1; 5) 2,5.

11. К графику функции  $y = 8\sqrt{x}$  в точке с абсциссой  $x=4$  проведена касательная. Тогда угловой коэффициент касательной равен...

- 1) 32; 2)  $\sqrt{2}$ ; 3) 2; 4) -4; 5) -2.

12. Интеграл  $\int \sin 4x dx$  равен...

- 1)  $4 \cos 4x + c$ ; 2)  $\frac{1}{4} \cos 4x + c$ ; 3)  $-\frac{1}{4} \cos 4x + c$ ; 4)  $-4 \cos 4x + c$ ; 5)  $4 \sin 4x + c$

13. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2$ ;  $y = x$  равна...

- 1)  $\frac{1}{2}$ ; 2)  $\frac{1}{3}$ ; 3)  $\frac{1}{5}$ ; 4)  $\frac{1}{6}$ ; 5) 1.

14. Решение дифференциального уравнения  $xy' - 4y = 0$  имеет вид...

- 1)  $y = 4 \ln x + C$ ; 2)  $y = x^4 C$ ; 3)  $y = 4xC$ ; 4)  $y = 4x + C$ ; 5)  $y = \ln x^4 C$ .

15. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения  $y'' + 5y' + 6y = 0$  имеет вид...

- 1)  $6k^2 + 5k + 1 = 0$ ; 2)  $k^3 + 5k^2 + 6k = 0$ ; 3)  $k^2 + 5k + 6 = 0$ ; 4)  $k = 0$ ; 5)  $5k + 6 = 0$ .

16. Дифференциальными уравнениями второго порядка среди представленных: а.  $y'' = 4e^{2x} + 6x$ ; б.  $y'' + y' = 0$ ; в.  $x^2 y' + 6y = 0$ , являются...

- 1) только а; 2) только б; 3) только в; 4) только а и б; 5) все.

17. Значение предела  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + n - 3n^4}{1 + n - n^4}$  равно...

- 1) 4; 2) 1; 3) 3; 4) -3; 5)  $\infty$ .

18. Значение  $a_5$  ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{2n-1}$  равно...

- 1) 5; 2) 1; 3)  $\frac{8}{7}$ ; 4)  $\frac{10}{9}$ ; 5)  $1\frac{2}{5}$ .

19. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка составляет 0,9, а для второго - 0,8. Вероятность того, что попадут оба стрелка равна...

- 1) 1; 2) 0,1; 3) 1,7; 4) 0,28; 5) 0,72.

20. Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины:

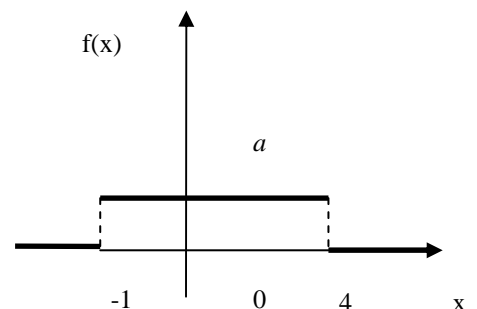
X	1	2	3	4
p	0,2	0,3	0,4	a

Тогда математическое ожидание равно...

- 1) 1,7; 2) 2,5; 3) 0,1; 4) -0,75; 5) 2,4.

21. Случайная величина X, заданная графиком плотности распределения вероятностей распределена...

- 1) нормально и  $a=1$ ;  
2) биномиально и  $a=1$ ;  
3) равномерно и  $a=1$ ;  
4) равномерно и  $a=0,2$ ;  
5) нормально и  $a=0,2$ .





**22.** Вероятность случайного события равна...

- 1) 1,7 2) 0,5 3) - 0,5 4) -1,7 5) 2.

**23.** Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - 2)^n$  равен 5, тогда интервал сходимости имеет вид...

мости имеет вид...

- 1) (-5; 5) 2) (-2; 2) 3) (-3; 7) 4) (3; 7) 5) (-7; 3).

**24.** Закон движения материальной точки имеет вид  $x=5+2t^2$ . Тогда скорость точки при  $t=1$  равна...

- 1) 7 2) 5 3) 2 4) 3 5) 4.

#### **IV ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ**

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации следующих методов обучения:

##### **1. Неимитационные методы обучения**

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по ее усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. «Элементы теории множеств. Функции» (2 часа).

Лекция-визуализация учит студента преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи и т.п., к подготовке которых привлекаются обучающиеся. Хорошо использовать на этапе введения в новый раздел, тему, дисциплину. Тема: «Элементами аналитической геометрии» (2 часа), тема «Пределы и их свойства. Непрерывность функции» (2 часа).

Лекция вдвоем. Учебный материал проблемного содержания дается студентам в диалоговом общении двух преподавателей между собой. Моделируются профессиональные дискуссии разными специалистами (теоретиком и практиком, сторонником и противником определенной концепции). Студенты вовлекаются в общение, высказывают собственную позицию.

Лекция с заранее запланированными ошибками. Ошибки должны обнаружить студенты и занести их в конспект. Список ошибок передается студентам лишь в конце лекции и проводится их обсуждение. Тема: «Первообразная функция и неопределённый интеграл» (2 часа).

##### **2. Неигровые имитационные методы обучения**

Контекстное обучение направлено на формирование целостной модели будущей профессиональной деятельности студента. Знания, умения, навыки даются не как предмет для запоминания, а в качестве средства решения профессиональных задач. Тема: «Решение экономических задач на составление систем линейных уравнений» (2 часа).

Тренинг – специальная систематическая тренировка, обучение по заранее отработанной методике, сконцентрированной на формировании и совершенствовании ограниченного набора конкретных компетенций. Тема «Вычисление определителей 2-го, 3-го и 4-го порядков» (2 часа).

##### **3. Игровые имитационные методы**

Мозговой штурм – наиболее свободная форма дискуссии, позволяющей быстро включить в работу всех членов учебной группы. Используется там, где требуется генерация разнообразных идей, их отбор и критическая оценка. Этапы продуцирования идей и их анализа намеренно разделены: во время выдвижения идей запрещается их критика. Тема: «Теория вероятностей» (2 часа).

Круглый стол — это метод активного обучения, одна из организационных форм познавательной деятельности учащихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии.

Дискуссия (от лат. *discussio* — исследование, рассмотрение) — это всестороннее обсуждение спорного вопроса в публичном собрании, в частной беседе, споре.

Деловая игра – форма воссоздания предметного и социального содержания профессиональной деятельности, моделирования систем отношений, разнообразных условий профессиональной деятельности, характерных для данного вида практики.

Метод анализа конкретной ситуации (ситуационный анализ, анализ конкретных ситуаций, *case-study*) – это педагогическая технология, основанная на моделировании ситуации или использования реальной ситуации в целях анализа данного случая, выявления проблем, поиска альтернативных решений и принятия оптимального решения проблем.

## СОДЕРЖАНИЕ

I. Рабочая программа дисциплина «математика»	3
1. Цели и задачи освоения дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО	3
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)	3
4. Структура и содержание дисциплины	4
5. Содержание разделов и тем дисциплины	4
5.1. Лекции	4
5.2. Практические занятия	6
6. Самостоятельная работа	8
7. Матрица компетенций учебной дисциплины	8
8. Образовательные технологии и формы	9
9. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	9
10. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	12
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	12
Рейтинг-план дисциплины	13
II. Краткое изложение программного материала	14
III. Методические указания и рекомендации	32
1. Методические рекомендации для преподавателей	32
2. Методические указания по изучению дисциплины	33
3. Краткие учебно-методические материалы к практическим занятиям	34
4. Методические указания по самостоятельной работе студентов	51
III Контроль знаний	54
1. Текущий контроль знаний	54
2. Итоговый контроль знаний	63
IV. Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе	66