

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВПО «АмГУ»)

Методы моделирования и оптимизации в задачах электроэнергетики

Учебное пособие

составитель Л.А. Гурина

БЛАГОВЕЩЕНСК 2012

ББК 31я73

М 54

Методы моделирования и оптимизации в задачах электроэнергетики:
учебное пособие/ сост. Л.А. Гурина. – Благовещенск, 2012. – 91 с.

В учебном пособии приведены краткие теоретические сведения по видам обеспечения задач электроэнергетики, необходимые для выполнения практических заданий, а также контрольных работ по дисциплине «Основы научных исследований». Приведены примеры задач и даны их решения.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Электроэнергетика и электротехника».

Рецензент: Н.В. Савина, д.т.н., профессор.

©Гурина Л.А., составитель, 2012

©Амурский государственный университет, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ	6
1.1. Уровни абстрагирования и аспекты описаний исследуемых объектов.	6
1.2. Задачи научных исследований в электроэнергетике.....	11
Упражнения и задачи для самопроверки.....	113
2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ	14
2.1. Информационная модель электроэнергетической системы.....	15
3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ.....	24
3.1. Математические модели объектов исследования.....	25
3.2. Методы и алгоритмы анализа	29
3.3. Математические модели элементов энергосистемы	30
3.4. Схемотехническое проектирование	36
3.5. Метод планирования эксперимента и обработка его результатов.....	40
3.5.1. Основные понятия и определения.....	40
3.6. Общие вопросы оптимизационных задач.....	52
3.6.1. Задача оптимизации.....	52
3.6.2. Методы дифференцирования целевой функции.....	54
3.6.3. Методы линейного программирования	59
3.6.4. Методы нелинейного программирования	71
Упражнения и задачи для самопроверки.....	77
4.УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ	82

4.1. Пример комплексного решения задачи на практических занятиях.....	84
4.2. Контрольные задания.....	84
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	91

Введение

Традиционная инженерная деятельность по проведению анализа функционирования объектов электроэнергетики связана с решением совокупности разнообразных задач по исследованиям, расчету, проведению экспериментов, оформлению конструкторской документации и т.п. При этом инженер должен научиться пользоваться всей совокупностью современных информационных и математических технологий. Следовательно, изучение основ научных исследований должно включать в себя приобретение студентами навыков выбора и использования моделей, алгоритмов, методов, языков, программ и технических средств обработки информационных потоков. Данное учебно-методическое пособие предназначено для выполнения этой задачи в процессе практических занятий, а также и самостоятельной работы студентов.

Успешная инженерная деятельность при автоматизированном управлении функционированием электроэнергетических систем, в первую очередь, подразумевает знание математического обеспечения. От инженера требуется умение сформулировать задачу, выделить исходные данные и результаты выполнения вычислительных процедур, принять решение по использованию той или иной модели из имеющихся библиотек математических моделей элементов и узлов, того или иного метода из библиотек численных методов анализа и синтеза, установить приемлемость полученных решений.

В пособии дано краткое, но систематическое изложение сведений о методах и средствах, относящихся к различным иерархическим уровням и аспектам автоматизированного управления в электроэнергетике. Особое внимание уделено прикладному математическому обеспечению решения задач в электроэнергетике, имеющему свои индивидуальные и характерные особенности.

Для развития соответствующих навыков в учебное пособие включены задачи и упражнения по использованию численных методов анализа и оптимизации, по постановке задач и формулировке исходных данных для выполнения операций и процедур по разработке математических моделей исследуемых объектов.

1. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

1.1. Уровни абстрагирования и аспекты описаний исследуемых объектов.

Большинство видов вопросов, рассматриваемых в электроэнергетике, относятся к сложным системам, их исследование характеризуется высокой размерностью задач, наличием большого числа возможных вариантов решения, необходимостью учета разнообразных влияющих факторов. Исследование сложных систем основано на блочно - иерархическом подходе, сущность которого состоит в расчленении представлений об объекте изучения, включая модели, постановки задач, необходимую информационную базу и т.п., на ряд *иерархических уровней*, иначе называемых *уровнями абстрагирования*. Цель расчленения - замена малого числа задач чрезмерной сложности большим числом задач допустимой сложности.

Кроме декомпозиции представлений об объекте по степени детализации на иерархические уровни, применяют расчленение представлений об объекте по характеру отражаемых свойств объекта на ряд *аспектов*. Аспект, связанный с описанием принципов действия и процессов функционирования объекта, называют *функциональным*.

В *технологическом* аспекте рассматриваются иерархические уровни описания технологических процессов в виде принципиальных схем, маршрутов, совокупности операций и переходов.

Алгоритм научного исследования. Термин «научные исследования» (НИ) охватывает все процессы: от зарождения идеи до ее воплощения в виде

новых теорий, веществ, материалов, продуктов, процессов, технологий, устройств, образцов техники и является синонимом термина «научная деятельность».

Выполнение научных исследований - это, образно говоря, элементарный акт в науке, так как только с их помощью может произойти переход от более низкого уровня знаний к более высокому.

Научные исследования - это постоянный вид человеческой деятельности, так как законы философии говорят, что мир познаваем, а наши научные знания его, несмотря на их истинность, являются относительными.

С философских позиций все **методы научных исследований** можно условно разделить на следующие группы: **всеобщие** (действующие во всех областях науки и на всех этапах научных исследований), **общенаучные** (т.е. для всех отраслей науки), **частные** (т.е. для определенных наук), **специальные** или **специфические** (для данной науки). Такое разделение методов всегда условно, так как по мере развития метода он может переходить из одной категории в другую.

К всеобщему методу научных исследований относят материалистическую диалектику, а к общенаучным методам - *наблюдение, сравнение, счет, измерение, эксперимент, обобщение, абстрагирование, формализацию, анализ, синтез, индукцию, дедукцию, аналогию, моделирование, идеализацию и др.*

Большинство методов научных исследований можно подразделить на *теоретические* и *эмпирические* [1].

К **эмпирическим методам** относят **наблюдение** и **эксперимент**.

Процесс научного исследования всегда проходит определенные этапы вне зависимости от содержания, области деятельности и личных склонностей исследователя. В этом смысле говорится об алгоритме научного исследования (рис.1.1).

Рис. 1.1. Алгоритм научного исследования

Рассмотрим сущность каждого из этого этапов.

1. Объект. Имеется в виду выбор объекта с возможными ограничениями с учетом двух обстоятельств:

- практическая необходимость или важность определенных объектов;
- ограничение времени.

Важно осознать, что под объектом научного исследования не следует понимать предмет или вещь, которую можно «подержать руками». Предметом науки может быть весьма нематериальная «субстанция», например, алгоритм, метод, принцип.

2. Задача. Имеется в виду выбор задачи. Число различных задач, которые можно выделить даже на уже выбранном объекте исследования, практически не ограничено. Однако, существует четыре типа задач, в чем не трудно убедиться, если обратить внимание на то, что любой объект исследования что-либо потребляет и что-либо вырабатывает. Этими «что-либо» могут быть вещество, энергия или информация. Любой объект исследования (рис. 2) имеет «входы» $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$, «выходы» $(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_M)$, внешние воздействия $(T_1, T_2, T_3, \dots, T_K)$ и правило F преобразования входных величин в выходные.

Рис. 1.2. Объект исследования

Обозначив соответствующие совокупности через X, Y, T , работу любого объекта можно записать в виде

$$Y = F(X, T).$$

Определим четыре основные задачи при исследовании любого объекта.

В задаче *анализа* даны входные воздействия и правило их переработки. Необходимо найти выходной результат.

В задаче *синтеза* даны входные воздействия и необходимый выходной результат. Необходимо определить правило и структуру объекта.

В задаче *коррекции* даны X и требуемые «выходы» Y . Требуется определить только некоторые поправки к X .

Задача *устойчивости* состоит в определении работоспособности системы в реальных условиях.

3. Модель. Объекты природы слишком сложны, чтобы производить на них непосредственно теоретические или экспериментальные исследования. Наука работает не с объектами, а с их моделями, и лишь результаты научных исследований проверяются на объектах.

4. Формулировка задачи. Сформулировать или поставить задачу – значит строго определить систему количественных взаимосвязей между заданными и искомыми переменными. При этом некоторые взаимосвязи, вид которых не ясен, допустимо обозначать в виде функций и функционалов.

5. Решение. Решение задачи состоит в раскрытии взаимосвязей переменных, которые на этапе постановки были обозначены неопределенными

зависимостями, а также в фактическом решении системы уравнений, полученных на этапе постановки.

6. Экспериментальная проверка. Никакое научное исследование не может считаться завершенным без экспериментальной проверки результатов.

Основными причинами этого являются:

- отсутствие уверенности в достаточной полноте принятой нами модели объекта;
- отсутствие уверенности в допустимости пренебрежений, сделанных на этапах постановки задачи и ее решения;
- возможность появления ошибок при выполнении этапа решения.

Экспериментальная проверка может дать два принципиальных различных результатов.

В первом случае результаты эксперимента подтверждают теорию с достаточной для практики точностью. Исследование при этом может считаться законченным, а его результаты передаваться для использования, что обозначено на рис. 1.2 словом «да».

Во втором случае может иметь место неприемлемое расхождение. При этом необходимо повторить цикл исследований, что отражено на рис. 2 стрелкой по этапу уточнения модели.

Классификация параметров исследуемых объектов. В описаниях исследуемых объектов фигурируют параметры и переменные, которые делятся на следующие группы:

фазовые переменные - величины, характеризующие физическое или информационное состояние объекта;

выходные параметры - величины, характеризующие свойства системы;

внутренние параметры - величины, характеризующие свойства элементов;

внешние параметры - величины, характеризующие свойства внешней по отношению к исследуемому объекту среды;

ограничения выходных параметров - граничные значения допустимых по ТЗ диапазонов изменения выходных параметров.

Примерами переменных и параметров перечисленных групп применительно к электроэнергетической системе (ЭЭС) могут служить: фазовые переменные - напряжения и токи всех ветвей, рассматриваемые как функции времени и частоты; выходные параметры - потребляемая мощность, коэффициент мощности, динамический диапазон нагрузки; внутренние параметры - сопротивления элементов сети, проводимости; внешние параметры - напряжения источников питания, температура окружающей среды, климатические условия; ограничения - верхняя граница допустимого диапазона значений потребляемой мощности, нижняя граница тока возбуждения генератора [1].

1.2. Задачи научных исследований в электроэнергетике

Ниже приводятся общие сведения о назначении и составе нескольких из числа наиболее значимых решаемых научно-исследовательских задач в электроэнергетике (табл. 1.1) [1].

Таблица 1.1. Примерный обобщенный перечень научно-исследовательских задач в электроэнергетике

№ п/п	Наименование выполняемых функций	Исполнитель
1	2	3
1	Получение ситуационного плана, генерального плана, технических условий энергосистемы, электрических нагрузок, категорий производств, условий окружающей среды и других исходных данных	инженер
2	Анализ, дополнение и уточнение исходной информации (принятия напряжений для электроприемников, распределение электроприемников по категориям и т.п.)	инженер
3	Предварительное определение годового расхода электроэнергии и максимальных нагрузок	ЭВМ
4	Выбор напряжений питающих и распределительных электрических сетей	ЭВМ
5	Распределение нагрузок по подстанциям (п/ст)	инженер
6	Автоматизированное формирование вариантов схемы сети	ЭВМ,

		инженер
7	Задание местоположения источников питания системы, способа передачи электроэнергии, задание трассы линий, технических ограничений	ЭВМ
8	Расчет электрических нагрузок по подстанциям, решение вопроса о необходимости применения промежуточных трансформаций	ЭВМ
9	Выбор числа и мощности трансформаторов, выбор числа подстанций	ЭВМ
10	Определение теоретических координат местоположения подстанций на генплане	ЭВМ
11	Формирование графа схемы сети	ЭВМ
12	Определение реальных координат подстанций по условиям генплана и ввод их в ЭВМ	инженер
13	Формирование схемы замещения сети, определение длин и выбор сечений линий	ЭВМ
14	Предварительный расчет токов к.з., выбор токоограничивающих реакторов	ЭВМ
15	Выбор марок линий, корректировка сечений линий по условию термической стойкости	ЭВМ
16	Окончательный расчет токов к.з., выбор основного оборудования	ЭВМ
17	Расчет потоков мощностей и уровней напряжения в точках схемы в нормальном и послеаварийном режимах работы системы	ЭВМ
18	Определение границ действия РПН трансформаторов или АРН ТЭЦ	ЭВМ
19	Определение показателей качества напряжения. Разработка мероприятий по доведению показателей качества до нормируемых ГОСТом	ЭВМ
20	Расчет потерь мощности и электроэнергии в сетях энергосистем и предприятий	ЭВМ
21	Выбор средств и мест расположения компенсирующих устройств	ЭВМ
22	Расчет капитальных и приведенных затрат по рассматриваемым вариантам	ЭВМ
23	Расчет надежности систем электроснабжения	ЭВМ
24	Расчет ущерба от перерыва электроснабжения, расчет приведенных затрат с учетом ущерба	ЭВМ
25	Вычерчивание вариантов схем	ЭВМ
26	Технико - экономическое сравнение вариантов схем и выбор оптимального	инженер
27	Разработка компоновок, электротехнических помещений	ЭВМ

28	Вычерчивание схемы выбранного варианта	ЭВМ
29	Расчет однофазного тока к.з. на землю и выбор способа заземления нейтрали	ЭВМ
30	Выбор мощности, определения места установки и типа устройств компенсации емкостного тока	ЭВМ
31	Расчет релейной защиты	ЭВМ
Функциональная схема проектирования электрических сетей		
32	Определение сметной стоимости строительства	ЭВМ
33	Согласование размещения электропомещений и трасс электроэнергии на плане	инженер
34	Вычерчивание генерального плана с расположением подстанций	ЭВМ, инженер
35	Вычерчивание ситуационного плана района, энергосистемы с размещением подстанций и линий	ЭВМ, инженер

Упражнения и задачи для самопроверки.

1. Дайте определение понятий “научное исследование”, “уровень описания объекта”, “аспект описания объекта”, “этапы алгоритма научного исследования”.
2. Приведите пример иерархической структуры представлений о сложном техническом объекте (например, трансформаторе, генераторе, ЭВМ, ЛЭП, энергосистеме).
3. К какой группе параметров (выходных, внутренних или внешних) относятся следующие величины, фигурирующие в описании:
 - электрического генератора: мощность, диаметр проводника обмотки возбуждения, КПД, нагрузка генератора;
 - ЛЭП: пропускная способность, сопротивление, протяженность, напряжение, нагрузка.
4. В чем состоит отличие фазовых переменных от выходных параметров? Приведите примеры отношений между фазовыми переменными и выходными параметрами.
5. Что называют структурой объекта?

2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Информационную технологию (ИТ) определяют как использование вычислительной техники и систем связи для создания, сбора, передачи, хранения, обработки информации для всех сфер общественной жизни.

С точки зрения ИТ специфика научных исследований энергетики состоит в том, что ее результатом является информационный продукт.

Энергетика страны – сложная технико-экономическая система, для изучения и управления которой применяют многоуровневый подход, представляя систему совокупностью моделей, каждая из которых описывает ее поведение с точки зрения или иного уровня абстрагирования.

Среди наиболее употребительных уровней рассмотрения системы в целом можно выделить:

- отраслевой (электр- и теплоснабжение, нефте-, газо- и углеснабжение);
- территориальный (страна, экономический район, узел энергоснабжения, энергетическое предприятие);
- временной (выделяют отличающиеся по рассматриваемому масштабу времени этапы развития и функционирования);
- ситуативный (характерный для функционирования энергосистем, где различают нормальный, утяжеленный, аварийный и послеаварийный режимы).

Разнообразие свойств энергетических систем и определяемая этим многоаспектность анализа влекут за собой многообразие взаимосвязанных задач, решение которых необходимо для жизнеобеспечения энергетического комплекса.

Среди них существуют задачи, решение которых известными математическими методами теоретически и возможно, но практически затруднено в силу таких причин, как недостаток исходных данных, дефицит времени, отведенного для решения. К ним можно отнести задачи, связанные с принятием решения в отдельных ситуациях управления режимами ЭЭС,

которые из-за отсутствия исходной информации невозможно решить строгими математическими методами. Кроме того, необходимость развития средств автоматизированного управления функционированием ЭЭС в внештатных ситуациях и ограниченность возможностей использования традиционного математического аппарата и классических методов теории автоматического управления заставляют искать новые пути формализации и решения такого рода задач на базе вычислительной техники.

В таких случаях используются новые информационные технологии и реализуемые с их помощью последние достижения в области логического управления и искусственного интеллекта, опирающиеся на неколичественные аспекты, т.е. символьное представление предметной области, к которой относится решаемая задача, символьный логический вывод и эвристический поиск.

2.1 Информационная модель электроэнергетической системы

Фундаментальными свойствами энергосистемы, влияющими на формирование режимов, являются неопределенность, неоднозначность, случайность, нелинейность, неоднородность. Их необходимо учитывать при моделировании функционирования ЭЭС, как при ретроспективном анализе, так и при текущем состоянии и прогнозировании.

Используя системный подход, как общую методологическую основу формирования информационной модели ЭЭС, можно при помощи аппарата современной математики и когнитивного анализа повысить точность математического представления информационных потоков при решении основных задач АСДУ. Под информационным потоком понимается совокупность измеренных значений параметров режима в определенный интервал времени. При этом синтез анализа когнитивных карт и следующих принципов системного подхода позволит автоматически выбрать математическую модель информационного потока, исходя из его качества, обеспечивающую максимальную точность его представления:

- представление объекта в виде системы;
- постановка целей и определение желаемых результатов подготовки;
- представление внешней среды как совокупность систем более высокого уровня при обеспеченности комплексности учета социальных, экономических и других связей и критериев;
- относительность понятий система, подсистема, элемент;
- использование иерархического подхода при структуризации объекта;
- учет динамики в развитии и функционировании объекта, изменений внешней среды;
- учет различных возможных ситуаций и состояний;
- обеспечение оптимальности;
- снижение и учет неопределенностей в телеинформации, целях, критериях;
- обеспечение реализуемых результатов.

Реализация АСДУ ЭЭС в соответствии с указанными принципами для повышения эффективности управления требует для своего выполнения внедрения современных информационно-технических средств. Основой для ее осуществления является измерительная и управляющая информация, которая зачастую неопределенная и неполная. При интеграции информационных потоков в формировании информационной модели ЭЭС для прогнозных задач, при планировании и управлении электрическими режимами информация о режимных переменных обладает относительностью, которая обусловлена их изменением во времени с учетом релаксации, поскольку совокупность значений переменных режима представляется тремя множествами – ретроспективное, текущее, прогнозируемое. В течение управления функционированием ЭЭС происходит нечеткий переход из одного в другое множество при моделировании параметров режима. Отсюда, представляя задачу управления режимами как систему со структурной связностью, описываемой с помощью когнитивных карт, можно при ее решении систематизировать

инструментарий системного подхода в условиях неопределенности (рис. 2.1). Раскрытие связей на основе когнитивных карт наряду с применением методов моделирования, теории нечетких множеств, вейвлет-анализа, случайных процессов и технологий ИНС позволит получить качественно новый подход для повышения эффективности управления ЭЭС.

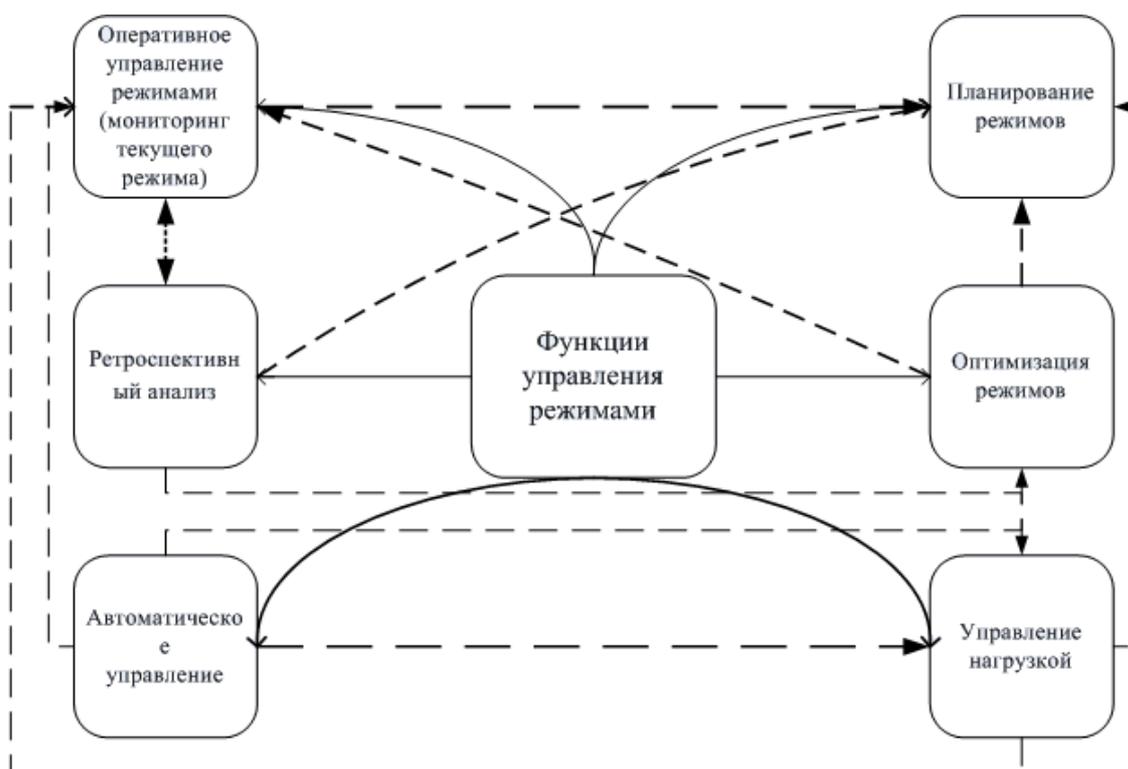


Рис. 2.1. Функции управления режимами

Выделен основной круг задач АСДУ, решаемый при помощи описанного инструментария на основе единой информационной базы:

- формирование модели текущего режима (оценивание состояния);
- прогнозирование параметров режима, баланса мощности и энергии с заданным временем упреждения;
- мониторинг переменных режима и разработка мероприятий по поддержанию их в допустимых технологических режимах (оперативный контроль параметров и допустимости текущего режима);
- оценка текущего режима по условиям надежности и его корректировка по условиям экономичности;

- оптимизация текущего и планируемого режима.

Современные АСДУ ориентированы на использование мощной вычислительной техники, сетевые принципы обработки информации и новые информационные технологии. Структуру информационного обеспечения при автоматизированном управлении можно представить структурной схемой (рис.2.2).



Рис. 2.2. Информационное обеспечение при автоматизированном управлении ЭЭС

В свою очередь, оперативно-технологическую информацию можно представить в следующем виде (рис. 2.3)

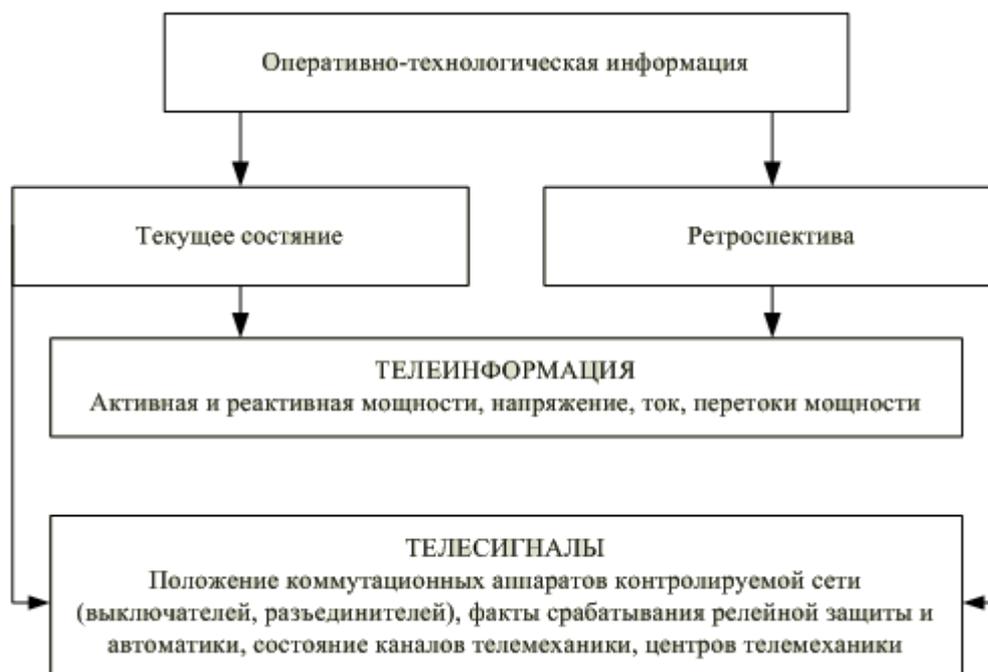


Рис. 2.3. Оперативно-технологическая информация

От качества информации зависит эффективность и надежность решения задач АСДУ. Под качеством понимается степень ее полноты и достоверности; отсюда выявлены и свойства: неоднозначность, недостоверность, неопределенность, неизвестность.

Под неоднозначностью подразумевается ее многовариантность, обусловленная различными способами ее получения и (или) обработка для одного узла или ветви схемы. Неопределенность возникает при случайном или стохастическом воздействии на электроэнергетическую систему. Недостаточность данных при анализе режимов, погрешности измерительных комплексов, несоответствие математической модели исследуемому процессу приводит к недостоверности информационных потоков. Отсутствие информации о состоянии элементов и параметров режима – к неизвестности. Возможно изменение свойств информации в ту или иную сторону от способа ее отображения.

В зависимости от степени полноты информация делится на избыточную, неполную, неопределенную, неизвестную. Для выбора математической модели с учетом свойств информации при

автоматизированном управлении неопределенность информации целесообразно представить при помощи когнитивной карты (рис. 2.4). Здесь рассмотрены две системы S_1 , разбитая на три подсистемы, и S_2 , и их причинно-следственная связь. При этом, система S_2 разбита на пять подсистем, обуславливающих свойства низкого качества информационной модели ЭЭС за исключением свойства достоверности (рис. 2.5 – 2.9).

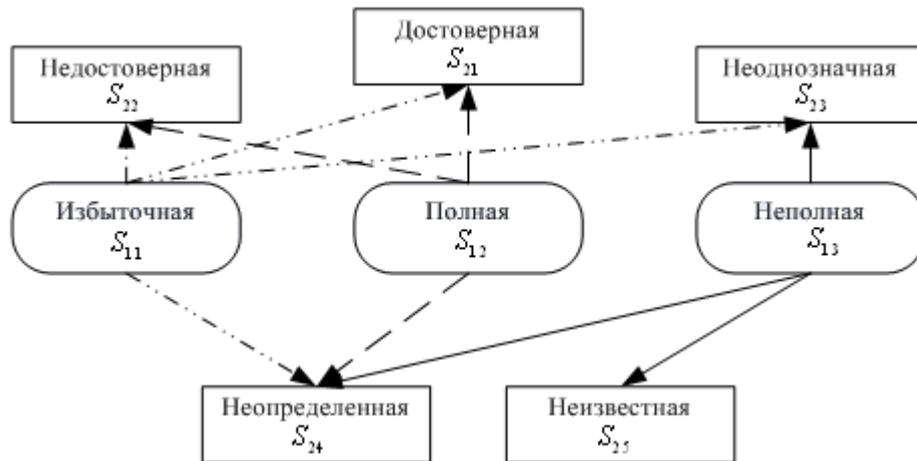


Рис. 2.4. Когнитивная карта неопределенности информации при управлении ЭЭС

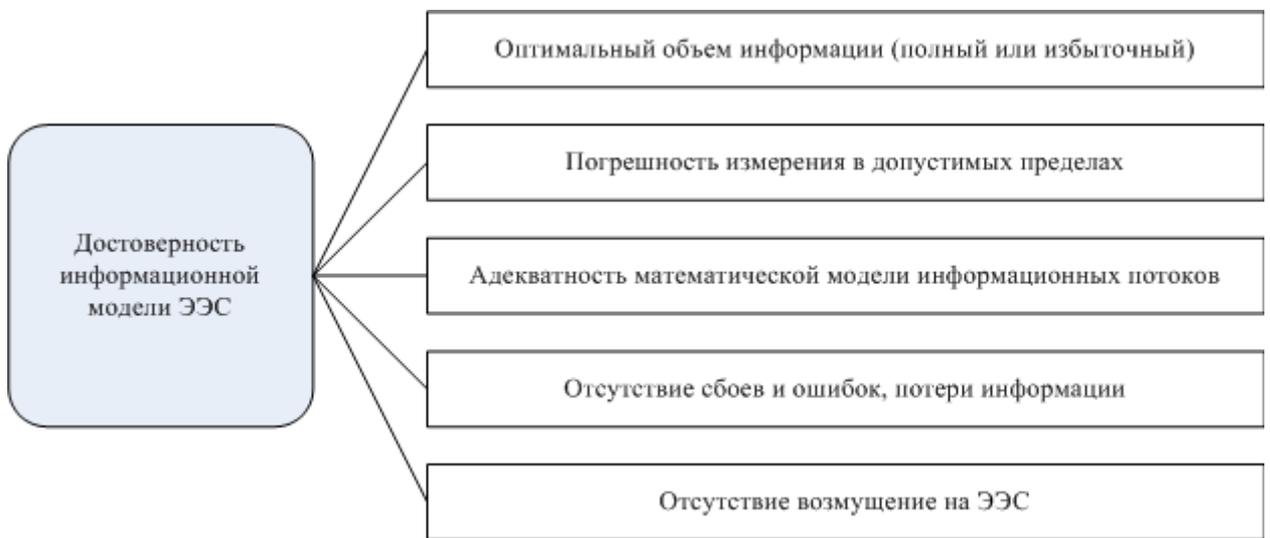


Рис. 2.5. Достоверность информационной модели ЭЭС



Рис. 2.6. Недостоверность информационной модели ЭЭС



Рис. 2.7. Неоднозначность информационной модели ЭЭС

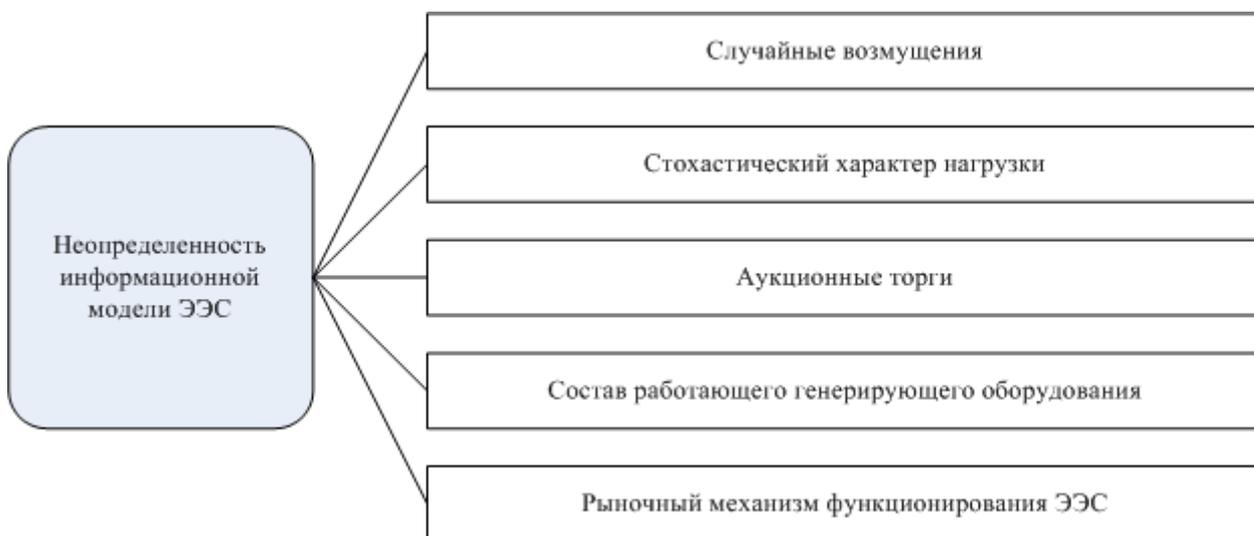


Рис. 2.8. Неопределенность информационной модели ЭЭС

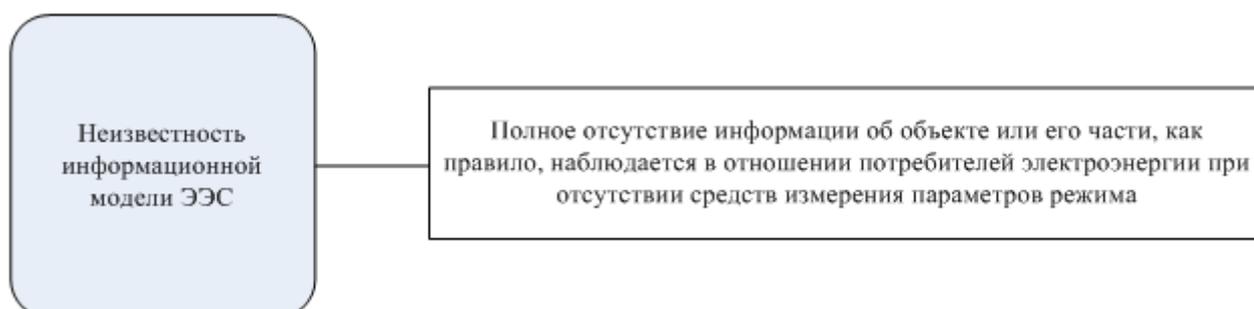


Рис. 2.9. Неизвестность информационной модели ЭЭС

Согласно когнитивной карте неопределенности при управлении ЭЭС, изображенной на рис. 2.4, необходимо построить отображение $S_2 \rightarrow S_1$ такое, чтобы в зависимости от веса (степени) влияния подсистем системы S_2 на систему S_1 формировался правильный выбор математической модели процесса изменения параметров режима в условиях неопределенности информационных потоков, что обеспечит требуемую точность решения поставленной задачи АСДУ. Для достижения эффективности управления ЭЭС, предлагается следующий метод определения показателя качества информации в зависимости от ее полноты и достоверности.

Системы S_1 и S_2 , а также соответственно их подсистемы, представляются нечеткими множествами, а степень влияния – функцией принадлежности.

На основе теорий структурных функций и нечетких переменных [3] можно представить структурные функции, соответствующие когнитивной карте на рис. 2.4., следующим образом

$$\begin{aligned} \varphi_{S_{11}} &= \varphi(s_{21}, s_{22}, s_{23}, s_{24}) = s_{21} + s_{22}s_{23} + s_{24} + s_{22}s_{24} + s_{22}s_{23}s_{24} \quad , \\ \varphi_{S_{12}} &= \varphi(s_{21}, s_{22}, s_{24}) = s_{21} + s_{22} + s_{24} \quad , \\ \varphi_{S_{13}} &= \varphi(s_{23}, s_{24}, s_{25}) = s_{23} + s_{24} + s_{25} + s_{23}s_{24} + s_{23}s_{25} + s_{24}s_{25} + s_{23}s_{24}s_{25} \quad , \end{aligned} \quad (2.1)$$

С учетом свойств поглощения для упрощения структурных функций, получим

$$\begin{aligned} \varphi_{S_{11}} &= \varphi(s_{21}, s_{22}, s_{23}, s_{24}) = s_{21} + s_{24} + s_{23}s_{24} \quad , \\ \varphi_{S_{13}} &= \varphi(s_{23}, s_{24}, s_{25}) = s_{23} + s_{24} + s_{25} + s_{23}s_{24} \quad . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Представим каждую структурную функцию в виде сети, как показано на рис. 2.9

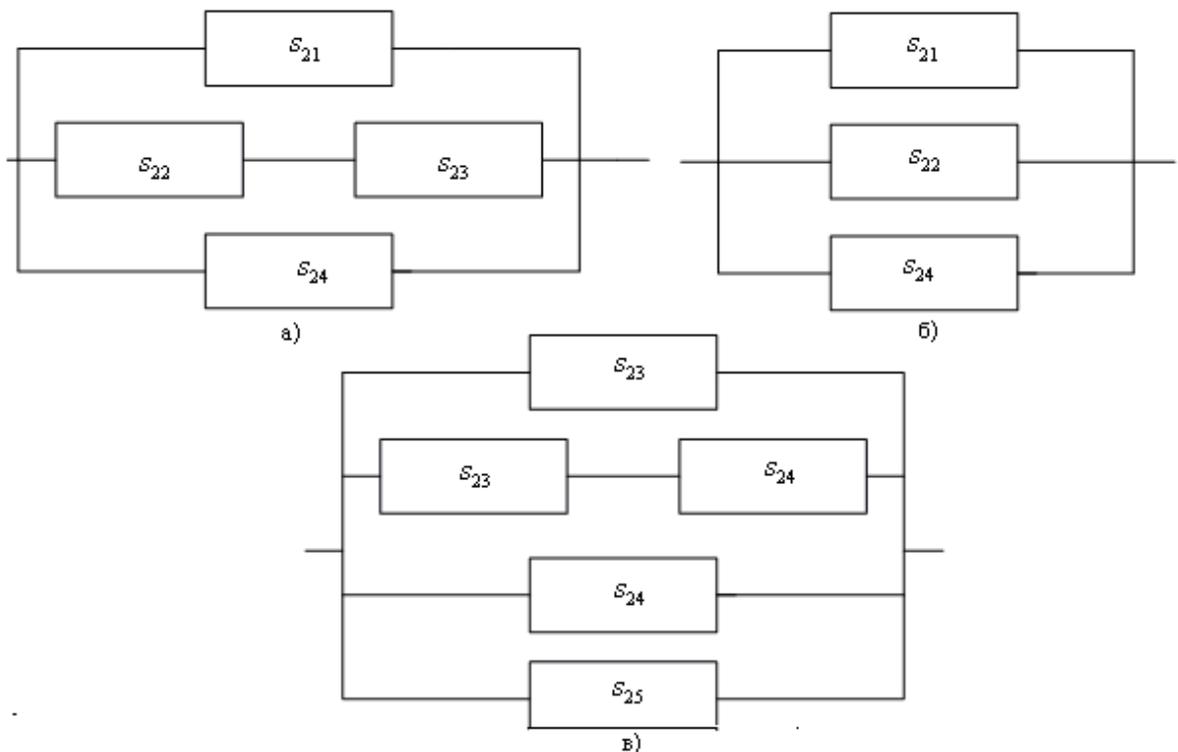


Рис. 2.9. Сеть неопределенности информации при различной степени полноты информации:

- а) избыточная информация; б) полная информация;
- в) неполная информация.

С учетом описания последовательных и параллельных сетей, уровень качества информации каждого нечеткого множества можно представить

$$\begin{aligned}
 \psi_{S_{11}} &= \psi(S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24}) = \mu_{S_{21}}(S_{21}) \vee (\mu_{S_{22}}(S_{22}) \wedge \mu_{S_{23}}(S_{23})) \vee \mu_{S_{24}}(S_{24}) = \\
 &= \max[\mu_{S_{21}}(S_{21}), \min(\mu_{S_{22}}(S_{22}), \mu_{S_{23}}(S_{23})), \mu_{S_{24}}(S_{24})] \\
 \psi_{S_{12}} &= \psi(S_{21}, S_{22}, S_{24}) = \mu_{S_{21}}(S_{21}) \vee \mu_{S_{22}}(S_{22}) \vee \mu_{S_{24}}(S_{24}) = \\
 &= \max[\mu_{S_{21}}(S_{21}), \mu_{S_{22}}(S_{22}), \mu_{S_{24}}(S_{24})] \\
 \psi_{S_{13}} &= \psi(S_{23}, S_{24}, S_{25}) = \mu_{S_{23}}(S_{23}) \vee (\mu_{S_{24}}(S_{24}) \vee \mu_{S_{25}}(S_{25})) = \\
 &= \max[\mu_{S_{23}}(S_{23}), \mu_{S_{24}}(S_{24}), \mu_{S_{25}}(S_{25})]
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Тем самым показатель качества информационных потоков примет вид

$$\psi(S_{11}, S_{12}, S_{13}) = \psi_{S_{11}} \vee \psi_{S_{12}} \vee \psi_{S_{13}}. \tag{2.4}$$

Отсюда,

$$\psi(S_{11}, S_{12}, S_{13}) = \max[\mu_{S_{11}}(S_{11}), \mu_{S_{12}}(S_{12}), \mu_{S_{13}}(S_{13})]. \tag{2.5}$$

Максимальное значение функции принадлежности покажет степень влияния i -ой совокупности нечетких подмножеств множества S_2 и позволит определить полноту и достоверность информации о режимных переменных, что, в свою очередь, определит выбор математического описания процессов функционирования ЭЭС [2].

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Математическое обеспечение – совокупность методов, правил, математических моделей и алгоритмов решения задач

Математическое обеспечение делится на общее и специальное. *Общее математическое обеспечение* включает математические модели, алгоритмы и методы, широко применяемые на различных иерархических уровнях. К общему математическому обеспечению относится большинство методов многовариантного анализа и параметрической оптимизации. *Специальное математическое обеспечение* является специфическим для отдельных

уровней. Типичный состав специального математического обеспечения - математические модели объектов исследования, алгоритмы и методы одновариантного анализа [1].

3.1. Математические модели объектов исследования

Классификация моделей. Совокупность математических объектов (чисел, переменных, векторов, множеств и т.п.) и отношений между ними, отражающая свойства исследуемого объекта называют *математической моделью* физического объекта (или просто моделью).

Модели классифицируются по ряду признаков.

По характеру отражаемых свойств объекта модели делятся на функциональные и структурные. *Функциональные* модели отражают свойства, связанные с процессами функционирования объекта, *структурные* модели отражают структурные (в частности, геометрические) свойства объекта.

По способу получения модели делят на теоретические и эмпирические. *Теоретические* модели получают на основе изучения физических закономерностей функционирования объекта, а *эмпирические* - на основе изучения внешних проявлений свойств объекта.

На большинстве уровней модели представляются системами уравнений, решаемых численными методами. Такие модели называют *алгоритмическими (численными)*. Частный случай алгоритмической модели - имитационные модели. Имитационная модель есть алгоритм имитации процессов функционирования объекта, т.е. вычисления зависимостей фазовых переменных от времени при задании различных воздействий на входах объекта. Если системы уравнений удастся решить в общем виде и выразить взаимосвязи между выходными, внутренними и внешними параметрами в аналитической форме, то результаты такого решения называют *аналитическими моделями*.

В зависимости от степени описания объектов модели делят на полные и макромоделли. *Полной моделью* называют модель, полученную непосредственным объединением моделей элементов в общую систему, а *макромодель* представляет собой аппроксимацию полной модели.

По характеру математического аппарата. В зависимости от линейности систем уравнений модели делятся на *линейные* и *нелинейные*. В зависимости от характера переменных, фигурирующих в моделях, последние делятся на *непрерывные* и *дискретные*. По случайности характера параметров модели делят на *статистические* и *детерминированные*.

Модели в виде графов называют *топологическими*, в виде таблиц и матриц - *табличными*.

Требования к моделям. К моделям предъявляются следующие требования [1]:

адекватность - правильность отображения заданных свойств объекта;

степень универсальности - полнота отображения свойств объекта;

экономичность - объем требуемых машинных времени T_m и памяти P_m при использовании модели.

Математическую модель называют *адекватной* (адекватной по вектору $Y=(y_1, y_2, \dots, y_m)$), если погрешности расчета с ее помощью значений выходных параметров y_j , $y \in [1; m]$, не превышают заданных значений ($[1; m]$ - множество целых чисел в интервале от 1 до m включительно).

Погрешности вычисляются при решении определенных задач проектирования. Для функциональных моделей такими задачами обычно являются тестовые задачи одновариантного анализа.

Относительная погрешность определения выходного параметра y_j

$$\varepsilon_j = (y_{jm} - y_{jt}) / y_{jt}, \quad (3.1)$$

где y_{jm} и y_{jt} - определенное при использовании испытуемой модели и принимаемое за эталонное значение параметра y_j .

Погрешность модели обычно отождествляют с одной из норм вектора

$$E=(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m),$$

где m - число выходных параметров.

Тестовые задачи выбираются группой лиц, оценивающих модели.

Эталонные значения y_{jt} определяются или экспериментально или путем расчетов с использованием физических или математических моделей, заведомо более точных, чем испытываемая.

Кроме этого, большую ценность, чем значения погрешностей в отдельных тестовых задачах, представляют оценки областей адекватности (ОА) моделей. *Область адекватности* - это область в пространстве внешних параметров, в пределах которой использование испытываемой модели обеспечивает выполнение неравенств q_k , в пределах которой использование испытываемой модели обеспечивает выполнение неравенств

$$|\varepsilon_j| \leq \varepsilon_{jd}, \quad (3.2)$$

где ε_j - относительная погрешность определения параметра y_j , обусловленная приближенностью испытываемой модели,

ε_{jd} - допустимая погрешность.

Методика получения функциональных моделей. При изложении данной методики используются следующие понятия и обозначения.

Структура модели - система математических соотношений модели в параметрическом виде (с неопределенными значениями параметров).

Разрешенная область адекватности (РОА) - область в пространстве внешних параметров, представляющая собой гиперпараллелепипед, вписанный в область адекватности, с ребрами, параллельными координатным осям. РОА задается неравенствами

$$q_{k \min} \leq q_k \leq q_{k \max},$$

где $[q_{k \min}, q_{k \max}]$ - допустимые диапазоны изменений значений внешних параметров, в пределах которых гарантируется выполнение условий адекватности (3.2).

Общая методика получения математических моделей базовых элементов (ММЭ) и макромоделей включает в себя следующие процедуры [1]:

1. Устанавливаются свойства моделируемого объекта, подлежащие отображению в модели.
2. Выбирается структура модели. Часто структура представляется в виде схем, удобных для восприятия инженерами.
3. Решается задача идентификации, т.е. рассчитываются численные значения параметров модели x_i для заданной структуры модели.
4. Определяются погрешности модели в выбранных тестовых задачах.
5. Выполняется построение РОА, т.е. определение $q_{k \min}$, $q_{k \max}$. Знание РОА способствует правильному выбору моделей в задачах проектирования и, следовательно, получению достоверных результатов.

В этой методике формализуются процедуры 3 и 5.

Задача идентификации в общем случае ставится как экстремальная задача

$$\min_{x \in x_d} \varepsilon_0(x), \quad (3.3)$$

где x_d - область, в пределах которой могут выбираться значения параметров модели,

ε_0 - обобщенная оценка погрешности модели, которая может определяться по формуле:

$$\varepsilon_0 = \sum_{j=1}^m (a_j \sum_{p=1}^M |\varepsilon_{jp}|) / M, \quad (3.4)$$

где ε_{jp} - относительная погрешность определения параметра y_j в точке Q_p ,

M - число точек, в которых рассчитывается вектор Y ,

a_j - весовой коэффициент j - го выходного параметра.

Чтобы рассчитать ε_{jp} , в каждой точке Q_p определяется y_{pt} с помощью анализа полной модели и y_{pm} путем анализа макромоделей. Для решения

задачи используются методы математического программирования и планирования экспериментов.

3.2. Методы и алгоритмы анализа

Выбор методов анализа.

При выборе методов анализа необходимо учитывать особенности используемых математических моделей. Наиболее существенными особенностями, проявляющимися более чем на одном уровне абстрагирования, являются следующие.

1. Высокая размерность модели, обусловленная сложностью современной энергосистемы, состоящей из большого числа элементов, и стремлением использовать математические модели, обеспечивающие получение высокоточных результатов.

2. Разреженность матриц. В математических моделях объектов энергосистем, как правило, фигурируют сильно разреженные матрицы, т.е. матрицы с большим количеством нулевых элементов. Разреженность обусловлена тем, что каждый элемент проектируемых объектов имеет непосредственные связи со сравнительно небольшим числом других элементов.

3. Плохая обусловленность модели. Плохо обусловленные модели - это модели, при использовании которых малые погрешности исходных данных приводят к значительным погрешностям результатов.

К методам и алгоритмам анализа предъявляются требования высокой экономичности по показателям T_m и P_m , достаточных точности и степени универсальности. Поэтому ниже приводятся основные способы повышения экономичности методов анализа.

1. *Учет разреженности матриц*, позволяющий сделать показатели T_m и P_m линейно - зависящими от размерности модели.

2. *Использование диакоптических и декомпозиционных методов*, т.е. методов исследования сложных систем по частям.

3. *Применение иерархии моделей (макромоделирование)*, сводящееся к использованию математических моделей, обеспечивающих в каждом конкретном случае наилучший компромисс между противоречивыми требованиями экономичности и точности.

4. *Учет событийности (латентности)*, заключающийся в том, что на каждом шаге (итерации) вычислительного процесса обрабатывается информация, относящаяся только к активизированным элементам общей модели.

5. *Использование интерактивных режимов* для оперативного вмешательства человека в вычислительный процесс с целью сокращения T_m .

3.3. Математические модели элементов энергосистемы

Единицы физических величин, фигурирующих в программах схемотехнического проектирования. В уравнения математических моделей элементов (ММЭ) и электрических схем (ММС) входят фазовые переменные, параметры элементов, внешние параметры. Необходимо, чтобы единицы используемых физических величин были согласованы.

Например, при проектировании дальней линии электропередачи инженер с полным основанием выделяет процессы, связанные с распространением электромагнитных волн в пространстве вдоль проводов, и тепловые процессы, связанные с нагреванием этих проводов. Учет взаимного влияния этих процессов друг на друга возможен лишь при соблюдении вышеуказанного требования.

Рассмотрим методику определения критериев подобия [3] путем *анализа размерностей* участвующих в процессе факторов на примере 3.1.

Пример 3.1.

Определить критерии подобия переходного процесса распространения волны напряжения по длинной линии при включении ее на постоянное напряжение.

Рассматриваемый процесс характеризуется функциональной зависимостью

$$f(t, l, u, R, G, L, C) = 0,$$

где t - время; l - длина; u - напряжение вдоль линии; $C; L; R; u$ и G - соответственно емкость, индуктивность, сопротивление и проводимость на единицу длины линии.

Решение.

1. Выявление параметров, характеризующих процесс.

Запишем исходную функциональную зависимость в виде

$$f(t/t_0, l/l_0, u/u_0, R/R_0, G/G_0, L/L_0, C/C_0) = 0.$$

2. Составление полной матрицы размерностей //A// для параметров.

Выпишем формулы размерности всех параметров в системе единиц СИ с учетом того, что R, G, L, C - погонные, т.е. отнесенные к 1 км линии:

$$[C] = [L^{-3} M^1 T^4 I^2] = [C_0]; [L] = [L^1 M^1 T^2 I^2] = [L_0];$$

$$[G] = [L^{-3} M^1 T^3 I^2] = [G_0]; [R] = [L^1 M^1 T^3 I^2] = [R_0];$$

$$[u] = [L^2 M^1 T^3 I^1] = [u_0]; [l] = [L^1 M^0 T^0 I^0] = [l_0];$$

$$[t] = [L^0 M^0 T^1 I^0] = [t_0].$$

Прологарифмировав формулы размерностей, получим систему линейных уравнений, где коэффициентами являются показатели степеней основных единиц:

$$\ln[C_0] = -3\ln[L] - 1\ln[M] + 4\ln[T] + 2\ln[I];$$

$$\ln[L_0] = 1\ln[L] + 1\ln[M] - 2\ln[T] - 2\ln[I];$$

$$\ln[G_0] = -3\ln[L] - 1\ln[M] + 3\ln[T] + 2\ln[I];$$

$$\ln[R_0] = 1\ln[L] + 1\ln[M] - 3\ln[T] - 2\ln[I];$$

$$\ln[u_0] = 2\ln[L] + 1\ln[M] - 3\ln[T] - 1\ln[I];$$

$$\ln[l_0] = 1\ln[L] + 0\ln[M] + 0\ln[T] + 0\ln[I];$$

$$\ln[t_0] = 0\ln[L] + 0\ln[M] + 1\ln[T] + 0\ln[I];$$

Матрица коэффициентов уравнений системы (матрица размерностей) имеет вид:

$$\|A\| = \begin{vmatrix} -3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Чтобы выявить количество независимых параметров, нужно найти хотя бы один определитель порядка q (q равно числу столбцов полной матрицы), $q-1$ и т.д., составленный из строк матрицы размерностей, и не равный нулю. Из семи строк матрицы ($n=7$) может быть составлено 35 определителей четвертого порядка ($q=4$):

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = 35.$$

Из 35 определителей 18 равны нулю. Остальные 17 комбинаций, дающие определители 4-го порядка, не равные нулю, являются независимыми.

Независимыми единицами измерения будут, например, $[u_0]$, $[R_0]$, $[l_0]$ и $[t_0]$, поскольку определитель, составленный из четвертой, пятой, шестой и седьмой строк матрицы размерностей, не равен нулю.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1.$$

Однако данная комбинация не является единственной. Легко убедиться, что $[u_0]$, $[R_0]$, $[G_0]$, $[L_0]$ или $[u_0]$, $[L_0]$, $[l_0]$, $[t_0]$ и т.д. также являются независимыми. За основу можно принимать любую из них. Таким образом, число независимых параметров $k=q=4$, а число зависимых параметров $t = n - k = 7 - 4 = 3$.

4. Определение выражений для критериев подобия π_1, \dots, π_{m-k} в какой-либо форме записи.

Перепишем аргументы в иной последовательности - вначале записав отношения четырех независимых величин, а затем трех зависимых:

$$f(u/u_0, R/R_0, l/l_0, t/t_0, L/L_0, C/C_0, G/G_0) = 0.$$

Выразим оставшиеся $n-k$ единиц $[L_0]$, $[C_0]$, $[G_0]$, через независимые $[u_0]$, $[R_0]$, $[l_0]$ и $[t_0]$:

$$\begin{aligned} [L_0] &= [u_0]^{x_1} [R_0]^{x_2} [l_0]^{x_3} [t_0]^{x_4}; \\ [C_0] &= [u_0]^{y_1} [R_0]^{y_2} [l_0]^{y_3} [t_0]^{y_4}; \\ [G_0] &= [u_0]^{z_1} [R_0]^{z_2} [l_0]^{z_3} [t_0]^{z_4}. \end{aligned}$$

Определим неизвестные показатели степени x , y , z как отношение определителя $D_{i,s}$ к определителю $D=+1$. так, $y_2=D_{2,6} / D$ является отношением определителя $D_{2,6}$, полученного из D заменой второй его строки на строку, составленную из показателей степени y основных единиц в формуле размерностей шестой единицы измерений $[C_0]$:

$$D_{2,6} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{и} \quad y = -1.$$

Аналогично определяются остальные показатели:

$$\begin{aligned} x_1=0, \quad x_2=1, \quad x_3=0, \quad x_4=1, \\ y_1=0, \quad y_2=-1, \quad y_3=-2, \quad y_4=1, \\ z_1=0, \quad z_2=-1, \quad z_3=-2, \quad z_4=0, \end{aligned}$$

т.е.

$$\begin{aligned} [L_0] &= [u_0]^0 [R_0]^1 [l_0]^0 [t_0]^1; \\ [C_0] &= [u_0]^0 [R_0]^{-1} [l_0]^{-2} [t_0]^1; \\ [G_0] &= [u_0]^0 [R_0]^{-1} [l_0]^{-2} [t_0]^0. \end{aligned}$$

Поскольку связь между единицами измерения идентична связи между величинами, то

$$L_0 = R_0^1 t_0^1; \quad C_0 = R_0^{-1} l_0^{-2} t_0^1; \quad G_0 = R_0^{-1} l_0^{-2}.$$

5. *Представление описания процесса в виде критериального уравнения.*
 Исследуемый процесс представляется функциональной зависимостью между найденными критериями подобия $\psi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots, \pi_{m-k})=0$.

Так как $[u_0]$, $[R_0]$, $[l_0]$ и $[t_0]$ независимы, то можно выбрать их размеры произвольно, в частности: $u_0=u$, $R_0=R$, $l_0=l$ и $t_0=t$. Записывая рассматриваемую функциональную зависимость в виде

$$f(1,1,1,1, \frac{L}{Rt}, \frac{C}{R^{-1}l^{-2}t}, \frac{G}{R^{-1}l^{-2}}) = 0,$$

получим три критерия подобия ($n-k=3$):

$$\pi_1 = \frac{L}{Rt}, \pi_2 = \frac{C}{R^{-1}l^{-2}t}, \pi_3 = \frac{G}{R^{-1}l^{-2}},$$

Таким образом, полученное критериальное уравнение можно использовать в уравнениях математических моделей элементов (ММЭ) и электрических схем (ММС) включающих фазовые переменные, параметры элементов, внешние параметры, т.к. единицы используемых физических величин согласованы между собой и критерии представлены в безразмерной форме. При решении задачи использована вторая теорема подобия, основанная на исследованиях Букингема, Федермана и Эренфест - Афанасьевой, и применяемая в тех случаях, когда математическое описание процесса неизвестно или неполно.

Если же математическое описание процессов известно, то приведение его к безразмерному виду (пример 3.2), при котором символы дифференцирования и интегрирования в выражениях для критериев подобия опускаются, осуществляется на основе первой теоремы подобия (теорема Ньютона - Бертрانا) [3] и называется **правило интегральных аналогов**.

Пример 3.2.

Определить критерии подобия переходного процесса распространения волны напряжения по длинной линии при включении ее на постоянное напряжение. Рассматриваемый процесс описывается уравнением

$$CL \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + CR \frac{\partial U}{\partial t} + LG \frac{\partial U}{\partial t} + RGU = \frac{\partial^2 U}{\partial l^2},$$

где C , L , R и G - соответственно емкость, индуктивность, сопротивление и проводимость на единицу длины линии; U - напряжение вдоль линии; t - время; l - длина.

1. Записать исходное уравнение в виде

$$\varphi_0 = \sum_{j=1}^m \varphi_j = 0;$$

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \varphi_5 = CL \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + CR \frac{\partial U}{\partial t} + LG \frac{\partial U}{\partial t} + RGU - \frac{\partial^2 U}{\partial l^2}$$

2. Опустить символы связи «+», «-», «=» между членами уравнения:

$$\varphi_1 = CL \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \varphi_2 = CR \frac{\partial U}{\partial t}, \varphi_3 = LG \frac{\partial U}{\partial t}, \varphi_4 = RGU, \varphi_5 = \frac{\partial^2 U}{\partial l^2}.$$

3. Исключить из выражений для φ_i неоднородные функции, приняв в качестве дополнительных критериев подобия аргументы этих функций, например: $\varphi = u \sin \omega t \rightarrow \sin \omega t \rightarrow \pi_{\text{дон}} = \omega t$; $\varphi_4^* = u$.

В данном примере неоднородных функций нет.

4. Опустить в выражениях для φ_i символы дифференцирования и интегрирования, символы grad , div , и т.д., заменяя $d^n x/dy^n$ на x/y^n , $\int x dy$ на $x y$, а также (при условии соблюдения геометрического подобия) $\text{grad } l$ на l/l , $\text{rot } H$ на H/l , $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ на l/l^2 , $\text{div grad } l$ на l/l^2 и т.д. (то есть замена членов уравнения их аналогами):

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= CL \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \rightarrow \varphi_1^* = CL \frac{U}{t^2}; \varphi_2 = CR \frac{\partial U}{\partial t} \rightarrow \varphi_2^* = CR \frac{U}{t}; \\ \varphi_3 &= LG \frac{\partial U}{\partial t} \rightarrow \varphi_3^* = LG \frac{U}{t}; \varphi_4 = RGU \rightarrow \varphi_4^* = RGU; \\ \varphi_5 &= \frac{\partial^2 U}{\partial l^2} \rightarrow \varphi_5^* = \frac{U}{l}. \end{aligned}$$

5. Разделить $\varphi_1^*, \dots, \varphi_i^*, \dots, \varphi_m^*$ на какой-либо один из них и записать выражения для критериев подобия в одной из возможных форм записи:

$$\pi_1 = \varphi_1^* / \varphi_2^* = CLut / CRut^2 = L / Rt; \pi_2 = \varphi_3^* / \varphi_2^* = LGut / CRut = LG / RC;$$

$$\pi_3 = \varphi_4^* / \varphi_2^* = RGut / CRu = Gt / C; \quad \pi_4 = \varphi_5^* / \varphi_2^* = ut / CRu l^2 = t / l^2 RC.$$

6. Дополнить полученную систему основных критериев подобия критериями подобия, полученными на этапе 3, например: $\pi_5 = \pi_{\text{дон}} = \omega t$.

В данном примере неоднородных функций нет, следовательно не будет и дополнительных критериев подобия.

7. Преобразовать (в случае необходимости) полученные выражения для критериев подобия в иную (более удобную по условиям конкретной задачи) форму записи посредством их перемножения, деления, возведения в степень, умножения на постоянный коэффициент, например:

$$\pi_1' = (\pi_1)^{-1} = Rt / L, \quad \pi_3' = (\pi_3 / \pi_4)^{-1/2} = l(RG)^{-1/2}.$$

8. На основании полученных выражений для всех критериев подобия можно записать масштабные соотношения типа $I\pi_1, \dots, I\pi_{m-1}$, воспользовавшись “симметричностью” их форм записи, например:

$$\pi_1 = L/Rt \rightarrow I\pi_1 = m_L / m_R m_t.$$

3.4. Схемотехническое проектирование

При схемотехническом проектировании используются математические модели, представляемые системами обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений. Математическое обеспечение схемотехнического проектирования составляют математические модели элементов, методы и алгоритмы формирования математических моделей схем из математических моделей элементов, численные методы решения получающихся уравнений, а также методов многовариантного анализа и оптимизации схем электроснабжения.

Математические модели резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности. Математическими моделями идеальных резистора, конденсатора и катушки индуктивности соответственно являются

$$U=RI, \quad I=CdU/dt, \quad U=Ldi/dt, \quad (3.5)$$

где U - напряжение, I - ток, R - сопротивление, C - емкость, L - индуктивность.

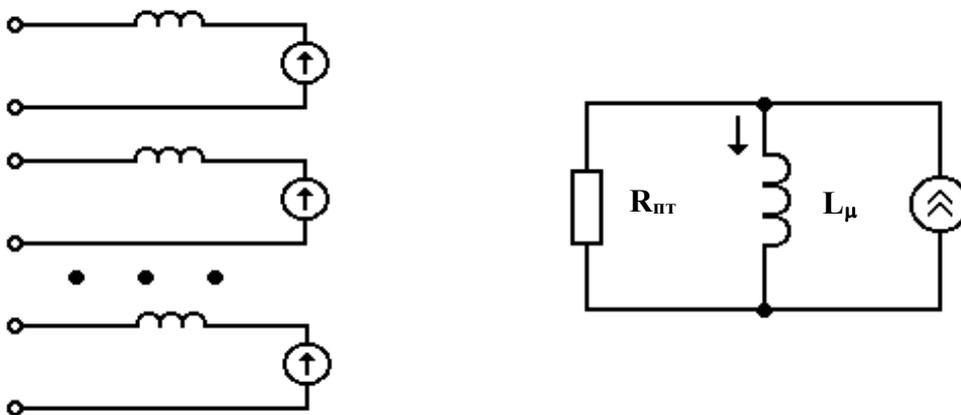
Для реальных элементов применяются модели, соответствующие эквивалентным схемам, в которых могут учитываться те или иные паразитные параметры. Так, в эквивалентной схеме катушки индуктивности последовательно с индуктивностью можно включить активное сопротивление проводов, и т.п., то есть каждая базовая модель может быть развита введением зависимостей тех или иных параметров от фазовых переменных.

Модель трансформатора. Математическая модель трансформатора с произвольным числом обмоток q дается следующей системой дифференциальных уравнений (этой модели соответствует эквивалентная схема рис.3.1):

$$L_{\mu} dI_{\mu} / dt = U_{\mu}, \quad L_{si} dI_{si} / dt = U_i - W_i U_{\mu},$$

$$U_{\mu} = R_{пт} \left(\sum_{i=1}^q I_{si} - I_{\mu} \right), \quad (i \in [1; q]), \quad (3.6)$$

где индуктивность намагничивания L_{μ} , индуктивности рассеяния L_{si} , числа витков обмотки W_i , сопротивление потерь в сердечнике $R_{пт}$ являются параметрами модели; U_i, I_i - падения напряжения и токи обмоток; U_{μ}, I_{μ} - то же в индуктивности намагничивания.



В трансформаторах с сердечниками индуктивность L_μ обычно имеет существенно нелинейную зависимость от тока I_μ (или от зависящей от I_μ напряженности магнитного поля).

Используются различные виды аппроксимации зависимостей L_μ от I_μ , которые можно заменить зависимостями \mathbf{B} от \mathbf{H} поскольку

$$L_\mu = (S/l)(dB/dH), \quad (3.7)$$

где S - площадь поперечного сечения магнитопровода;

l - длина средней магнитной силовой линии;

\mathbf{B} - магнитная индукция.

Нужный вид зависимости выбирается с учетом конкретных особенностей режима работы и типа материала сердечника, определяющего степень прямоугольности обмоток.

Модель длинной линии. Математическая модель длинной линии при неучете активного сопротивления провода и проводимости изоляции имеет вид:

$$U_2 = -\rho I_2 + E_2, \quad U_1 = -\rho I_1 + E_1, \quad (3.8)$$

где ρ - волновое сопротивление;

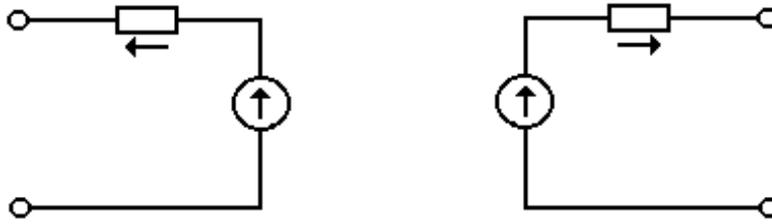
$E_2 = U'_1 + \rho I'_1$, $E_1 = U'_2 + \rho I'_2$; U_1 , I_1 , U_2 , I_2 - значения напряжений и токов на концах линии в текущий момент времени t ,

U'_1 , I'_1 , U'_2 , I'_2 - значения тех же переменных в предшествующий момент времени $t - t_{зд}$, причем $t_{зд} = l(LC)^{-1/2}$ - время задержки в линии,

l - длина линии,

L и C - погонные индуктивность и емкость.

Данной математической модели соответствует эквивалентная схема, представленная на рис. 3.2.



Макромодели электрических схем. Макромодели электрических схем делятся на факторные и электрические, характеристика этих типов моделей дана в таблице 3.1.

Электрические макромодели в зависимости от степени удовлетворения противоречивых требований точности и универсальности, с одной стороны, и экономичности, с другой, делятся на несколько уровней сложности.

Таблица 3.1. Характеристика макромоделей

Тип макромодели	Фазовые переменные	Уравнения макромодели	Использование макромодели
Факторные	Сигналы, дискретные величины	Логические уравнения, явные зависимости выходных параметров от внешних.	В программах анализа логических схем цифровых устройств, методе ПФЭ.
Электрические	Токи и напряжения	Уравнения Кирхгофа, компонентные уравнения двухполюсников.	В программах анализа электрических схем.

В простейших макромоделях отражаются наиболее важные свойства электрических схем, определяющие их основное назначение, причем области адекватности таких макромоделей обычно ограничены значениями внешних параметров, близкими к номинальным.

На следующих уровнях сложности расширяются как перечни отражаемых макромоделями свойств, так и их области адекватности. Обычно в иерархическом ряду макромоделей выделяются два - четыре уровня сложности. Электрические макромодели обычно представляются в виде эквивалентных электрических схем. Построение таких схем выполняется в

два этапа - сначала выбирается структурная схема модели, а затем подбираются электрические схемы для каждого блока структурной схемы. При этом различают макромодели, построенные на основе типовой или индивидуальной структуры [1].

Для синтеза факторных макромоделей используются методы планирования экспериментов.

3.5. Метод планирования эксперимента и обработка его результатов

3.5.1. Основные понятия и определения.

В наиболее общем виде под *экспериментом* можно понимать *целенаправленно организованный опыт, содержащий наблюдение исследуемого явления в специально создаваемых условиях, позволяющих следить за ходом явления с необходимой точностью и допускающих его воспроизведение в этих условиях.*

Эксперимент может быть натурным или расчетным, поставленным на ЭВМ.

Параметры системы и параметры происходящих в ней процессов в теории эксперимента и его практике обычно называются *факторами*. В зависимости от того, сколько в эксперименте рассматривается переменных факторов, они называются одно-, двух-, трехфакторными и т.д. Проведение эксперимента должно планироваться [3].

Современное планирование эксперимента основывается на *факторном плане*, предусматривающем управление экспериментом. Так, если каждый из k факторов имеет p значений, сочетания которых называются *уровнями*, то полный факторный план, содержащий $N = p^k$ экспериментов (исследуемых точек), образует факторную решетку. Полные факторные планы имитационных экспериментов требуют больших вычислений. Для их сокращения применяются различные *неполные факторные планы* (планы латинских и греко-латинских квадратов, ротатабельные и др.),

различающиеся только правилами отбора точек. Строятся эти планы таким образом, чтобы выдавать надежные результаты с меньшим числом испытаний и отсеивать менее значимые факторы.

Таким образом, планирование эксперимента в его современном понимании - математико-статистическая дисциплина, изучающая методы рациональной организации экспериментальных исследований от оптимального выбора исследуемых факторов и определения собственного плана эксперимента в соответствии с его целью до анализа результатов. Основными понятиями теории планирования эксперимента являются *управляемый фактор* (входная переменная величина), *отклик* - реакция системы на изменение входной величины, план эксперимента, имитационная модель.

Планирование экспериментов сводится к отысканию оптимальных условий с применением методов *регрессионного анализа*. Смысл его состоит в получении и исследовании уравнения регрессии (включая оценку его параметров), с помощью которого оценивается величина случайной переменной, если величина другой (или других в случае множественной или многофакторной регрессии) известна, т.е. фиксирована, не случайна.

Уравнение регрессии в общем виде может быть представлено как

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots \quad (3.9)$$

Метод факторного планирования экспериментов. Этот метод обеспечивает наиболее точное представление искомой зависимости по результатам наименьшего числа целенаправленно спланированных экспериментов. Последнее возможно за счет того, что в каждом эксперименте одновременно варьируются все переменные. Поэтому, обрабатывая результаты наблюдений всех запланированных экспериментов, получают оценки коэффициентов уравнения регрессии с наименьшей дисперсией.

Если осуществляются все 2^k возможные и не повторяющиеся комбинации, то получают *полный факторный эксперимент (ПФЭ)*. В случаях, когда априорная зависимость не может быть представлена в виде линейной функции, используют полиномы более высокой степени [см.(3.9.)]. На практике стараются ограничиться полиномом не выше второй степени и при планировании и выборе точек предусматривают варьирование независимых переменных на трех уровнях. Тогда оптимальным будет план, полученный с помощью так называемого *центрального композиционного планирования*, которое включает в себя полный факторный эксперимент и некоторое дополнительное число точек, зависящее от количества рассматриваемых факторов.

Под *планом эксперимента* понимается совокупность правил, в соответствии с которыми определяется цель, выделяются и классифицируются факторы, устанавливается последовательность действий экспериментатора, обрабатываются данные и оцениваются полученные результаты.

Цель эксперимента, или *функция цели (целевая функция)*, - это точное указание свойств, признаков или характеристик, устанавливаемых или оптимизируемых в процессе эксперимента, т.е. все то, ради чего проводится эксперимент.

Методы вычисления коэффициентов регрессии. Эти методы сравнительно сложны и базируются обычно на аппарате матричного исчисления; при этом в наиболее сложных случаях используются стандартные программы на ЭВМ.

Результаты эксперимента записываются в виде матрицы наблюдавшихся значений:

$$X = \begin{vmatrix} X_{01} & X_{11} & \dots & X_{k1} \\ X_{02} & X_{12} & \dots & X_{k2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ X_{0n} & X_{1n} & \dots & X_{kn} \end{vmatrix}; \quad Y = \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_n \end{vmatrix}. \quad (3.10)$$

По этим результатам можно найти точечные оценки коэффициентов регрессии.

Для этого, используя метод наименьших квадратов, составляют n несовместимых уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{b}_0 \mathbf{x}_{01} + \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_{11} + \dots + \mathbf{b}_i \mathbf{x}_{i1} + \dots + \mathbf{b}_k \mathbf{x}_{k1} = \mathbf{y}_1 \\ \dots \\ \mathbf{b}_0 \mathbf{x}_{0j} + \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_{1j} + \dots + \mathbf{b}_i \mathbf{x}_{ij} + \dots + \mathbf{b}_k \mathbf{x}_{kj} = \mathbf{y}_j \\ \dots \\ \mathbf{b}_0 \mathbf{x}_{0n} + \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_{1n} + \dots + \mathbf{b}_i \mathbf{x}_{in} + \dots + \mathbf{b}_k \mathbf{x}_{kn} = \mathbf{y}_n \end{array} \right\} \quad (3.11)$$

Из этой системы уравнений определяют $(k + 1)$ коэффициентов регрессии. Решение записывают в матричной форме. Всю систему уравнений записывают в матричной форме в виде $\mathbf{XB}=\mathbf{Y}$, где

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} \mathbf{x}_{01} & \mathbf{x}_{11} & \dots & \mathbf{x}_{k1} \\ \mathbf{x}_{02} & \mathbf{x}_{12} & \dots & \mathbf{x}_{k2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \mathbf{x}_{0n} & \mathbf{x}_{1n} & \dots & \mathbf{x}_{kn} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \cdot \\ \mathbf{b}_k \end{vmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{vmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \cdot \\ \mathbf{y}_n \end{vmatrix}. \quad (3.12)$$

Матрицу \mathbf{B} при этом определяют из уравнения

$$\mathbf{B}=\mathbf{C}^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}, \quad (3.13)$$

где \mathbf{X}^T - транспонированная матрица \mathbf{X} ;

\mathbf{C}^{-1} - обратная матрица произведения $\mathbf{C} = \mathbf{X}^T\mathbf{X}$, равная $\mathbf{C}^{-1} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$.

Для получения матрицы \mathbf{B} (а значит, и всех оценок коэффициентов регрессии) необходимо произвести ряд преобразований, которые являются стандартными в матричном исчислении.

Проверка адекватности. После расчетов проверяют соответствие (адекватность) полученного уравнения опытным путем. Такая проверка необходима, так как вид зависимости был заранее неизвестен и выбирался по возможности простым.

Адекватность проверяют обычно по критерию Фишера:

$$\mathbf{F}=\mathbf{s}_{\text{aq}}^2/\mathbf{s}_y^2. \quad (3.14\text{a})$$

Оценку дисперсий \mathbf{s}_{aq}^2 и \mathbf{s}_y^2 производят по формулам

$$S_{\text{aq}}^2 = \frac{1}{n - k} \sum_{j=1}^n (y_i - y_{pi})^2 ; \quad (3.14\text{б})$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n - 1} \sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y})^2 ; \quad \bar{y} = \sum_{j=1}^n y_i / n , \quad (3.14\text{в})$$

где $n-k=f$ - число степеней свободы;

k - количество коэффициентов в уравнении регрессии;

y_i - текущее значение величины Y ;

y_{pi} -расчетное значение величины Y , вычисленное по уравнению регрессии при подстановке в него опытных значений x_j .

Критерий Фишера позволяет как бы сравнить общий разброс относительно линии регрессии с разбросом в точке. Задавая уровень значимости q (обычно q выбирают равным 0,05), по заранее составленной таблице находят значение критерия Фишера. Если оно больше вычисленного ранее, то полученная в виде уравнения регрессии модель адекватна результатам эксперимента.

Проверим значимость коэффициентов двумя равноценными способами: по критерию Стьюдента или с помощью доверительного интервала. Если опытные данные получены в результате полного факторного эксперимента, то доверительные интервалы для всех коэффициентов (в том числе и эффектов взаимодействия) равны друг другу.

Найдем сначала дисперсию коэффициента регрессии

$$s_{bj}^2 = s_y^2 / n .$$

Дисперсии всех коэффициентов равны друг другу, так как они зависят только от погрешности измерений и числа опытов. Доверительный интервал для j - го коэффициента

$$\Delta b_j = \pm t_c s_{bj} = t_c s_y / \sqrt{n}$$

Здесь t_c - квантиль распределения Стьюдента при числе степеней свободы, с которыми определялась дисперсия для вероятности, равной выбранному уровню значимости.

Коэффициент значим, если он больше доверительного интервала, т.е., если его среднее влияние на y больше, чем влияние разбросов за счет неточности модели и “мешающих факторов”.

При проектировании энергетических объектов все большее значение приобретает увеличение надежности результатов, получаемых с помощью эксперимента. Здесь исследования, проведенные на базе методов теории подобия, с одновременным применением статистического эксперимента на вычислительных машинах, позволяют повысить уверенность заключений о свойствах объектов, экспериментально выявленных на натуре, физических моделях, математических аналоговых моделях разного рода и ЦВМ (математические эксперименты).

Способы планирования экспериментов весьма разнообразны. Наиболее эффективно они применяются при решении так называемых *экстремальных задач*. В этих задачах предполагается, что параметр оптимизации (например, то свойство, которое необходимо оптимизировать) связан с факторами, влияющими на изменение изучаемого свойства, каким-то математическим выражением.

Экстремальный эксперимент требует при минимальном числе опытов, варьируя значения независимых переменных по специально сформированным правилам, найти область оптимума и получить ее математическую модель.

Организация экспериментов. Выберем границы изменения факторов, учитывая продолжительность испытаний, практические возможности установки и т.д. В этих границах для каждого фактора установим основной уровень и интервал варьирования, которые непосредственно используем при планировании эксперимента. Интервалы факторов должны позволять найти оптимальное состояние, основные уровни должны находиться примерно в центре интервалов. Часто применяют так называемое кодированное значение фактора.

$$\bar{X}_j = \frac{(x_i - x_j)}{\Delta x_j}, \quad (3.15)$$

где x_i - натуральное значение фактора;

x_{j0} - натуральное значение основного уровня;

Δx_j - интервал варьирования;

j - номер фактора

Для качественных факторов, имеющих два уровня (верхний уровень обозначают +1, а нижний -1), порядок не имеет значения. Верхний уровень фактора найдем как сумму основного уровня и интервала варьирования, нижний - как их разность.

В качестве примера в таблице 3.2. приведены натуральные и кодированные значения факторов для условий опыта с двумя факторами:

Таблица 3.2. Натуральные и кодированные значения факторов

Уровень	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2
Основной уровень	3	30
Интервал варьирования	2	10
Верхний уровень	5	40
Нижний уровень	1	20
Натуральные значения	2	20
Кодированные значения	-0,5	-1

В ПФЭ реализуются все возможные сочетания уровней факторов. Если число уровней каждого фактора равно двум (верхний и нижний), то имеем полный факторный эксперимент типа 2^k . Общее число опытов $n = 2^k$, где k - число факторов. Если в опыте используются только верхний и нижний уровни факторов, то кодированные значения факторов равны соответственно +1 и -1: для простоты записи единицы можно опускать.

Составление линейного плана. Следующий этап планирования экспериментов - составление линейного плана, реализация опытов которого преследует цель отыскания направления к оптимуму.

Допустим, что в задаче варьируются только два фактора - x_1 и x_2 , причем каждый на двух уровнях; +1 и -1. Все возможные комбинации

факторов будут исчерпаны в четырех опытах (таблица 3.3). Линейный план, или линейная модель, характеризуется варьированием факторов на двух уровнях. Приведенная таблица называется *матрицей планирования полного факторного эксперимента* типа 2^k .

Таблица 3.3. Матрица планирования ПФЭ

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	Кодовое обозначение строк	y
1	+	+	+	+	ab	y_1
2	+	-	+	-	b	y_2
3	+	+	-	-	a	y_3
4	+	-	-	+	(1)	y_4

Во втором столбце приведены значения фиктивной переменной $x_0 = +1$ (ее оценка отвечает значению свободного члена b_0 в уравнении регрессии); в третьем и четвертом - значения переменных x_1 и x_2 (эти два столбца и образуют собственно планирование); в пятом столбце - значения парного взаимодействия x_1x_2 . Первая строка соответствует первому опыту, в котором оба фактора находятся на верхнем уровне; вторая строка - второму опыту, где фактор x_1 принимает значение нижнего уровня, а x_2 - верхнего, и т.д.

По результатам четырех опытов (седьмой столбец табл.3.3.) можно вычислить четыре коэффициента регрессии уравнения:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Способ расчета коэффициентов регрессии и определения их доверительных интервалов. По результатам опытов, проведенных в соответствии с матрицей планирования можно подсчитать коэффициенты регрессии линейного уравнения, описывающего поверхность отклика в локальном участке вблизи выбранного основного уровня, по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{n=1}^N x_{in} y_n}{N}. \quad (3.16)$$

Здесь x_{in} - значение x_i в n -ом опыте;

y_n - значение параметра оптимизации в том же опыте.

Таким образом, способ расчета коэффициентов очень прост: столбцу y следует приписать знаки соответствующего столбца x_i , сложить все значения параметров оптимизации со своими знаками и результат разделить на число опытов матрицы планирования.

Рассмотрим методику применения методов планирования экспериментов в автоматизированном проектировании в задачах электроэнергетики на примере 3.3 [1].

Пример 3.3.

Рассмотреть применение статистического метода факторного планирования эксперимента и расчета к оценке статической устойчивости электрических систем.

Расчет устойчивости в условиях изменения параметров и режимов систем необходим вследствие того, что исходные данные о параметрах схемы известны с относительно небольшой точностью. Если при этом учесть и возможные случайные отклонения нагрузок от заданных значений, то можно утверждать, что результаты расчета устойчивости не могут быть достоверными, а являются условными.

Применение статистического метода факторного планирования эксперимента или расчета позволило оценить влияние неточности задания параметров на коэффициент запаса статической устойчивости системы. Вопрос учета неточности задания исходных данных системы является актуальным. Имеющиеся в литературе сведения по этому вопросу не дают наглядной зависимости коэффициента запаса от параметров при одновременном их изменении.

Поставленную задачу можно удовлетворительно решить, применяя статистические методы. Рассмотрим систему, содержащую два эквивалентных генератора G_1 и G_2 , работающих на общую нагрузку (рис.3.3)

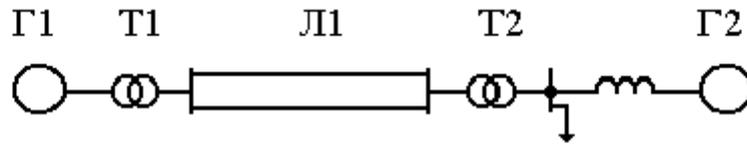


Рис. 3.3 Эквивалентная схема системы

Схема замещения системы, где учтены проводимости трансформаторов и линий, а нагрузка представлена постоянными сопротивлениями, приведена на рис.3.4.

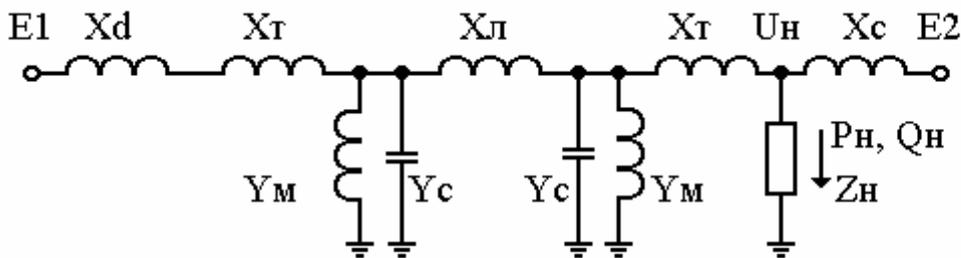


Рис. 3.4. Схема замещения системы

Режимы системы, представленной на рис.3.3, можно рассчитать, воспользовавшись выражениями:

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12});$$

$$P_2 = E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}),$$

где E_1, E_2 - э.д.с. эквивалентных станций, принимаемые неизменными;

y_{11}, y_{22}, y_{12} - модули собственных и взаимных проводимостей;

$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{22}$ - углы, дополняющие аргументы собственных и взаимных проводимостей;

δ_{12} - относительный угол между векторами э.д.с. станций.

Если для оценки статической устойчивости воспользоваться практически критерием $dP/d\delta_{12}=0$, то в системе, приведенной на рис.3.3 можно найти предельную мощность и коэффициент запаса по статической устойчивости

$$P_{1np} = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12}; \quad K_3 = (P_{1np} - P_{1o}) / P_{1o},$$

где P_{10} - активная мощность, выдаваемая первой станцией в исходном нормальном режиме.

О допустимости рассматриваемого режима судят по коэффициенту запаса, который должен быть не ниже рекомендуемых значений.

При проведении расчетов для каждого из варьируемых параметров приходится принимать как минимум три значения; в этом случае общее число расчетов составит $3k$, где k - число варьируемых параметров. Параметры могут либо изменяться из-за неточности задания исходных данных, либо варьироваться с целью выявления изменения этих величин на статическую устойчивость. При малых отклонениях независимых переменных изучаемую функцию можно представить в первом приближении линейной зависимостью

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{n=6} b_i x_i . \quad (3.17)$$

Программа эксперимента (или расчета) задана табл.3.4.

Применим изложенный ранее метод к отысканию зависимостей P_{1np} и P_{10} от параметров электрической системы (рис.3.4). В качестве переменных параметров были приняты проводимости трансформаторов, реактивное сопротивление линии, напряжение на нагрузке, ее активная и реактивная мощности.

Таблица 3.4. Программа эксперимента

Вариант	x_1	x_2	x_3	$x_4=x_1x_2$	$x_5=x_2x_3$	$x_6=x_1x_3$	P_{10}	P_{1np}
1	+	+	+	+	+	+	0,681	0,881
2	-	+	+	-	+	-	0,527	0,782
3	+	-	+	-	-	+	0,141	0,762
4	-	-	+	+	-	-	0,745	0,910
5	+	+	-	+	-	-	0,778	0,958
6	-	+	-	-	-	+	0,351	0,842
7	+	-	-	-	+	-	0,488	0,775
8	-	-	-	+	+	+	0,629	0,884

Расчеты зависимостей P_{1np} и P_{1o} от параметров схемы системы позволили сделать вывод об отсутствии явно выраженных взаимосвязей между переменными параметрами. Это дало возможность при числе переменных $K=6$ ограничиться проведением восьми опытов ($N=8$ вместо $N=2^6=64$) и для дальнейшего анализа использовать уравнение (3.17).

В соответствии с матрицей (см. табл. 3.4) была проведена серия расчетов, в результате которых по уравнениям для P_{1np} и P_{1o} находились их значения. При этом пределы изменения переменных параметров принимались в соответствии с табл.3.5.

По значениям P_{1o} для всех вариантов планирования расчета был найден критерий Стьюдента $t_c = 2,37$ и вычислены коэффициенты b_i :

$$b_0=0,542; b_1= -0,02; b_2=0,042; b_3= -0,018; b_4=0,166; b_5=0,039; b_6= -0,092.$$

Так как погрешность расчета была оценена в 5%, то доверительный предел для коэффициентов $\Delta b_i = t_c s_y / \sqrt{N} = 2,37 * 0,05 * 0,542 / \sqrt{8} = 0,023$, т.е. все найденные коэффициенты, кроме b_1 и b_3 , значимы, т.к. $|b_i| > \Delta b_i$, причем $i \neq 1, i \neq 3$.

Таблица 3.5. Пределы изменения переменных параметров

Параметр	Пределы изменения, %	Фактор	Границы изменения x_i
Проводимость трансформатора Y_μ	± 25	x_1	0,03 0,02
Проводимость линии Y_c	± 25	x_2	0,11 0,06
Сопротивление линии x_l	± 10	x_3	0,39 0,31
Напряжение на шинах нагрузки u_n	± 5	x_4	1,05 0,95
Активная мощность нагрузки P_n	± 5	x_5	3,86 3,48
Реактивная мощность нагрузки Q_n	± 5	x_6	2,38 2,16

В результате получаем уравнение (1)

$P_{1o} = 0,542 + 0,042x_2 + 0,166x_4 + 0,039x_5 - 0,092x_6$, адекватное истинной зависимости P_1 от выделенных параметров x_2, x_4, x_5, x_6 в области $-1 \leq x_i \leq 1$.

Аналогично было получено уравнение регрессии для P_{1np} (2)

$$P_{1np} = 0,849 + 0,059x_4 - 0,031x_5.$$

В этом уравнении $b_5 = -0,031$ совпадает с предельным значением по критерию Стьюдента.

Выражения (1), (2) позволяют в общем случае выявить переменные параметры, существенно влияющие на P_{10} и P_{1np} , а также найти зависимость изменения их как функцию всех значимых параметров, что нельзя было сделать другим путем.

Найдем предельные отклонения величин при принятых пределах изменения параметров (табл.3.5). Если считать, что при заданных параметрах (см. рис.3.3) $P_{1np} = 0.826$, а $P_{1nprmin} = 0.759$ (при снижении напряжения на шинах нагрузки до 0.95 и повышении активной мощности нагрузки на 5%), то имеем $P_{1nprmax} = 0.939$ (при повышении напряжения и снижении активной мощности нагрузки на 5%).

Если отклонения будут меньше приведенных в табл.3.5 то величины P_{1np} будут находиться в пределах $P_{1nprmax}$ и $P_{1nprmin}$.

3.6. Общие вопросы оптимизационных задач

3.6.1. Задача оптимизации

Оптимизационные задачи - это задачи принятия решения, которое сводится к выбору лучшего, в заведомо определенном смысле, варианта из некоторого, может быть, бесконечного множества.

Электрическая система, как и любая физическая система, характеризуется переменными управления, переменными состояниями, многокритериальностью задачи оптимизации.

При проектировании электрической системы для решения задач оценки и оптимизации параметров режима, ее можно представить в виде математической модели, состоящей из ряда характеризующих систему составляющих:

1) параметры системы (например, при оптимизации потерь мощности - информация и конфигурации сети, активных и реактивных сопротивлений линий электропередачи, трансформаторов),

2) внешние и внутренние воздействия (значения электрических нагрузок в отдельных пунктах сети),

3) переменные управления или управляющие воздействия (положения точек размыкания),

4) переменные состояния (характеристики режима - потокораспределение и т.п.)

5) критерий оптимальности или целевая функция (величина потерь мощности),

6) ограничения, накладываемые на переменные управления и переменные состояния (уровни напряжения, допустимые токи нагрузки),

Основные принципы построения целевой функции.

При составлении модели большое внимание следует уделять выбору целевой функции, соблюдая принципы ее формирования.

1) Принцип однозначности - предполагает, что минимизируется или максимизируется только одна целевая функция. При многокритериальной задаче комплексная функция приводится к виду

$$F = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \dots + \alpha_k F_k.$$

Если весомость каждого критерия неодинакова, то вводятся весовые коэффициенты α для приведения к одному критерию.

2) Принцип управляемости, заключается в том, что целевая функция должна обязательно выражаться через переменные управления

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

3) Принцип подходящей формы целевой функции - необходимо выбирать функцию с явно выраженным экстремумом (выпуклая или вогнутая целевая функция).

Выбор ограничений.

Ограничения могут быть жесткими, которые категорически запрещают превышение того или иного уровня $x_i \leq R_i$; $x_i \geq R_i$ и нежесткими - такие, которые не запрещают превышение того или иного уровня, а лишь ухудшают

значения целевой функции. В таком случае в соответствии с ухудшением может быть наложен штраф. Нежесткие ограничения часто называют штрафными функциями вида

$$\text{Ш} = \mathbf{K} \left(\frac{x_i}{\mathbf{R}_i} \right)^{M_i}, \quad (3.18)$$

где \mathbf{K} - коэффициент,

M_i - константа.

Общая задача математического программирования.

Задача формулируется следующим образом:

Требуется найти значения n переменных (x_1, x_2, \dots, x_n) , удовлетворяющих m уравнениям или неравенствам ограничений $\mathbf{R}_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq A_i$ и при этом минимизируют или максимизируют целевую функцию $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Схема разделения методов оптимизации представлена на рис.3.5.

Рис. 3.5. Методы оптимизации в задачах электроэнергетики

3.6.2. Методы дифференцирования целевой функции

Прямой классический метод.

Если задача решается без учета ограничений, а целевая функция дифференцируема, то можно применять метод прямого дифференцирования.

В точке экстремума целевой функции $F=F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ первые производные равны нулю

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_1} = \frac{\partial F(x)}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial F(x)}{\partial x_n} = 0.$$

Решение системы n уравнений с n неизвестными и является решением задачи.

Метод не дает однозначного решения - при получении результата не известно, что определено - минимум или максимум. Необходимо проводить дополнительные исследования, заключающиеся в получении и анализе вторых производных

$$\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_1^2}; \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_2^2}; \dots; \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_n^2}.$$

Если значения вторых производных положительны, то в данной точке достигается минимум целевой функции, и наоборот.

В практике возможны случаи:

а) оптимальное значение находится в области допустимых решений, причем существует только одно положение экстремума. Оптимум находится однозначно.

б) экстремальное значение находится за пределами области допустимых решений. Оптимум следует искать на границах области допустимых решений (ОДР).

в) в ОДР имеется экстремум локальный. Необходимо сопоставить значение целевой функции в точке экстремума и на границах ОДР.

г) имеется несколько экстремальных значений. Необходимо проводить анализ для каждой точки и на границах ОДР.

Пример 3.4.

Для схемы, приведенной на рис. 3.6,

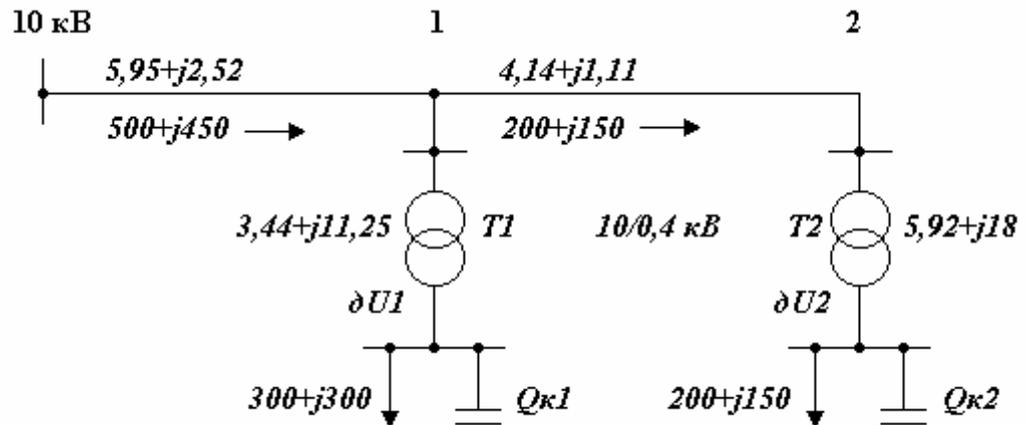


Рис. 3.6. Схема участка распределительной сети

выбрать оптимальную мощность конденсаторных батарей (КБ), обеспечивающую минимум годовых приведенных затрат. Принять стоимость компенсации 1 кВар на стороне НН ТП K_0 , равной 11 руб/кВар , суммарные ежегодные отчисления для КБ $E=0.22$ стоимость 1 кВт потерь принять $C_0=70 \text{ руб/кВт*год}$.

Потери учитывать в линиях, трансформаторах и конденсаторах, удельные потери в конденсаторах $\Delta P_{\text{уд}} = 0.0045 \text{ кВт/кВар}$.

Решение.

Общий вид целевой функции: $F(Q_{ki}) = 3 = EK + \Delta PC_0$.

Подставляя значения и раскрывая скобки, получим

$$F(Q_{ki}) = 3 = 0,22 \cdot 11(Q_{\kappa 1} + Q_{\kappa 2}) + \frac{500^2 + (450 - (Q_{\kappa 1} + Q_{\kappa 2}))^2}{10^2} \cdot 5,95 \cdot 70 + \frac{300^2 + (300 - Q_{\kappa 1})^2}{10^2} \cdot 3,44 \cdot 70 + \frac{200^2 + (150 - Q_{\kappa 2})^2}{10^2} \cdot (4,14 + 5,92) \cdot 70 + 0,0045(Q_{\kappa 1} + Q_{\kappa 2})70.$$

$$F(Q_{ki}) = 3 = 27,58 - 2,46Q_{\kappa 1} - 3,13Q_{\kappa 2} + 0,01Q_{\kappa 1}Q_{\kappa 2} + 0,01Q_{\kappa 1}^2 + 0,01Q_{\kappa 2}^2.$$

Определим частные производные и приравняем их нулю

$$\frac{\partial F(Q_{ki})}{\partial Q_{\kappa 1}} = -2,46 + 0,01Q_{\kappa 2} + 0,02Q_{\kappa 1} = 0;$$

$$\frac{\partial F(Q_{ki})}{\partial Q_{\kappa 2}} = -3,13 + 0,02Q_{\kappa 2} + 0,01Q_{\kappa 1} = 0.$$

Получаем $n+m$ уравнений с $n+m$ неизвестными. Решение системы уравнений позволяет найти интересующий нас вектор.

Пример 3.5.

По условиям примера 3.4. решить задачу выбора оптимальной мощности КБ с учетом ограничений по режиму напряжения.

В удаленной точке сети 0,4 кВ первой ТП отклонение напряжения до оптимизации равно -8,52%, следовательно необходимо довести его до значения требуемого ГОСТ, т.е. хотя бы до -5%.

Ограничение в виде равенства запишется следующим образом

$$q(Q_k) = -8,52 + \frac{Q_{k1}(2,52 + 11,25)}{10 \cdot 10^2} + \frac{Q_{k2} \cdot 2,52}{10 \cdot 10^2} = -5\%.$$

Для данных условий запишем функцию Лагранжа

$$\Phi(Q_k, \lambda) = F(Q_k) - \lambda q(Q_k) = 27,58 - 2,46Q_{k1} - 3,13Q_{k2} + 0,01Q_{k1}^2 + 0,01Q_{k2}^2 + 0,01Q_{k1}Q_{k2} - \lambda(13,77Q_{k1} + 2,52Q_{k2} - 3520).$$

В результате дифференцирования по Q_{k1} , Q_{k2} и λ и приравнивания производных нулю получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(Q_k, \lambda)}{\partial Q_{k1}} &= -2,46 + 0,02Q_{k1} + 0,01Q_{k2} - 13,77\lambda = 0, \\ \frac{\partial \Phi(Q_k, \lambda)}{\partial Q_{k2}} &= -3,13 + 0,02Q_{k2} + 0,01Q_{k1} - 2,52\lambda = 0, \\ \frac{\partial \Phi(Q_k, \lambda)}{\partial \lambda} &= -13,77Q_{k1} - 2,52Q_{k2} + 3520 = 0. \end{aligned}$$

Решая полученную систему уравнений, находим значения величин Q_{k1} и Q_{k2} обращающие в минимум целевую функцию с учетом ограничений.

$$Q_{k1} = 245 \text{ кВАр}, \quad Q_{k2} = 57 \text{ кВАр}.$$

Особенности применения метода неопределенных множителей Лагранжа.

1. Метод может применяться, если целевая функция дифференцируема. Если функция линейна, то применять метод невозможно, поскольку первые производные являются константами.

2. Если целевая функция или ограничения дискретны, метод неопределенных множителей Лагранжа не применим.

3. Практическая возможность аналитического дифференцирования функции и алгоритмизация процесса вычисления производных. Принципиальная возможность нахождения вторых производных.

4. Решение реальных задач связано с большой размерностью, что накладывает дополнительные трудности на решение систем уравнений большого порядка.

5. Задача оптимизации может иметь решение, если $(n-m) > 0$, т.е., когда число переменных больше числа дисциплинарных условий.

Если $n=m$, то практически задача оптимизации невозможна и решается только по ограничениям, т.е. выполняются дисциплинарные условия.

Если $n < m$, то задача практически неразрешима, так как нет ни одной точки в пространстве состояний, удовлетворяющей всем дисциплинарным условиям.

3.6.3. Методы линейного программирования

Основная задача линейного программирования.

Основная задача линейного программирования (ОЗЛП) формулируется следующим образом.

Требуется найти значения положительных переменных $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$, которые удовлетворяли бы системе m линейных уравнений

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdot \quad \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\}, (3.20)$$

и при указанных условиях обращали бы в минимум или максимум линейную функцию:

$$L = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \quad (3.21)$$

Областью допустимых решений (ОДР) ОЗЛП называется совокупность неотрицательных переменных $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$, удовлетворяющих системе ограничений (3.20).

Система ограничений может быть задана в виде неравенств

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned} \right\}.$$

Чтобы перейти к ОЗЛП, необходимо ввести дополнительные переменные в каждое уравнение, чтобы они превращали данное неравенство в равенство.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2 \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m \end{aligned} \right\}.$$

Выразим дополнительные переменные через переменные x_1, x_2, \dots, x_n .

$$\left. \begin{aligned} b_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n) &= x_{n+1} \\ b_2 - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n) &= x_{n+2} \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ b_m - (a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n) &= x_{n+m} \end{aligned} \right\}$$

Задача заключается в том, чтобы найти неотрицательные значения $n+m$ переменных $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$, чтобы они удовлетворяли системе m уравнений и обращали в минимум или максимум линейную форму вида (3.21).

Геометрическая интерпретация ОЗЛП.

Для лучшего понимания сущности рассматриваемых методов решения задач линейного программирования, рассмотрим пример.

Пример 3.6.

Для приведенной на рис. 3.7 схемы сети необходимо выбрать такие емкости конденсаторных батарей на стороне 10 и 0,4 кВ ТП, чтобы при минимуме капитальных вложений выполнялись следующие требования;

а) по требованию энергосистемы должно быть скомпенсировано не менее 300 кВАр, $Q_{к1}+Q_{к2} \geq 300$;

б) чтобы отклонения напряжения на шинах НН ТП не превышали значения $\pm 5\%$, должно выполняться условие $0,6Q_{к1}+Q_{к2} \leq 600$;

в) поскольку трансформатор перегружен, на стороне 0,4 кВ ТП мощность конденсаторных батарей должна быть не менее 100 кВАр, $Q_{к2} \geq 100$;

стоимость КБ на напряжения 10 и 0,4кВ составляет соответственно $K'_0 = 4$ руб / кВАр и $K'_0 = 12$ руб / кВАр.

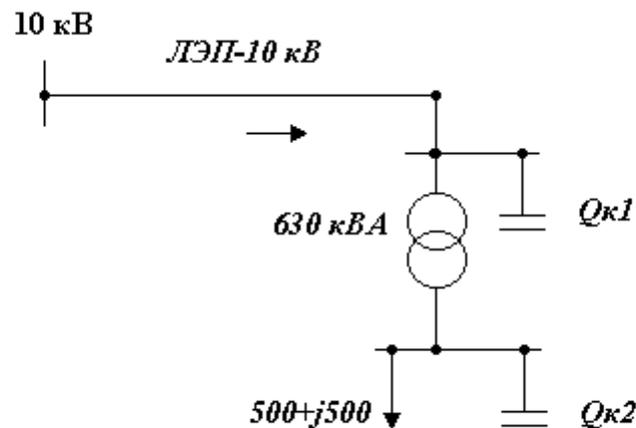


Рис. 3.7. Схема участка сети

Обозначим переменные $x_1=Q_{к1}$, $x_2=Q_{к2}$.

Целевая функция запишется в виде уравнения $K=L=4x_1+12x_2$.

Ограничения запишутся в виде системы неравенств

$$0,6Q_{к1}+Q_{к2} \leq 600; \quad (1)$$

$$x_{к1}+x_{к2} \geq 300; \quad (2)$$

$$Q_{к2} \geq 100. \quad (3)$$

Поскольку целевая функция и ограничения линейны, задача может быть решена методами линейного программирования.

На рис. 3.8 построены линии (1,2,3), соответствующие ограничениям. Проведенные к каждой из них нормали, указывают область допустимых данным ограничением решений. Наличие замкнутого многоугольника допустимых решений ABCD (все нормали ограничений направлены вовнутрь многоугольника, ограничение (4) - условие неотрицательности переменных), говорит о том, что в данном случае решение существует.

Строится линия, определяющая целевую функцию $L=4x_1+12x_2=0$. В начальном положении $x_1=0, x_2=0$ - в силу неотрицательности переменных (минимальная целевая функция).

Чтобы определить экстремум, необходимо двигаться по нормали (направление наибольшего возрастания целевой функции) к L_0 и строить линии, параллельные линии минимальной целевой функции. Тогда первая вершина многоугольника допустимых решений, которой коснется одна из параллельных линий, будет определять минимум целевой функции, а последняя - ее максимум.

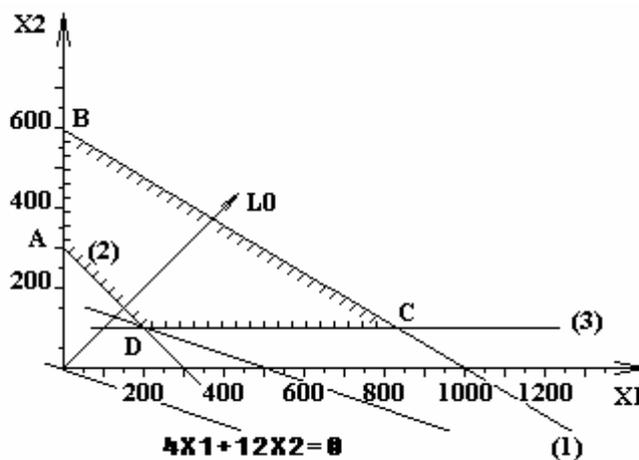


Рис. 3.8. Решение ОЗЛП

В соответствии с геометрическими построениями, оптимальным будет решение $Q_{k1}=200$ кВАр, $Q_{k2}=100$ кВАр.

Проверки показывают выполнимость накладываемых ограничений.

Значение целевой функции в оптимальной точке

$$L=4*200+12*100=2000 \text{ руб.}$$

Анализ результатов геометрических построений позволяет сделать **ВЫВОДЫ**:

1) Решение ОЗЛП, если оно существует, не может находиться внутри области допустимых решений, а находится только на ее границе.

2) Решение ОЗЛП может быть не единственным. Если основная прямая параллельна той стороне многоугольника допустимых решений, где достигается минимум целевой функции, тогда минимум достигается не в точке, а на всей стороне многоугольника, т.е. имеется бесконечное множество решений.

3) Поскольку решение, минимизирующее функцию L , всегда достигается в одной из вершин многоугольника ОДР, для его нахождения достаточно перебрать все вершины ОДР и выбрать ту, где функция обращается в минимум.

Симплекс-метод решения задач линейного программирования.

Сущность метода состоит в последовательном переборе вершин многоугольника допустимых решений, начиная с некоторой базисной точки, причем каждый последующий вариант перебора должен быть не хуже предыдущего.

Пусть необходимо минимизировать линейную целевую функцию L при наличии m независимых линейных ограничений с n неизвестными x_i .

Если система уравнений независима, то число свободных переменных равно $n-m=k$, а число базисных переменных равно m . Свободные переменные обозначаем x_1, x_2, \dots, x_k , а базисные переменные $x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_n$.

Предположим, что удалось одну часть переменных - базисные - выразить через другую часть переменных - свободные. Тогда задачу линейного программирования можно записать так:

минимизировать $L=C_0+C_1X_1+C_2X_2+\dots+C_kX_k$ при

Перепишем систему ограничений, полагая все свободные переменные равными нулю, за исключением x_j .

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{b}_{k+1} - \mathbf{a}'_{k+1j} x_j = x_{k+1} \\ \mathbf{b}_{k+2} - \mathbf{a}'_{k+2j} x_j = x_{k+2} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \mathbf{b}_n - \mathbf{a}'_{nj} x_j = x_n \end{array} \right\}$$

Увеличение x_j не вызывает уменьшения базисных переменных, у которых $\mathbf{a}'_{ij} \leq 0$, и за их изменением можно не следить.

Рассмотрим те базисные переменные, у которых $\mathbf{a}'_{ij} > 0$. Базисная переменная обращается в нуль при $x_j = \mathbf{b}_i / \mathbf{a}'_{ij}$. Выберем среди всех отношений $\mathbf{b}_i / \mathbf{a}'_{ij}$ наименьшее и пусть оно соответствует l -й базисной переменной. Тогда при возрастании x_j первой обращается в нуль переменная x_l при значении x_j , равном $\mathbf{b}_l / \mathbf{a}'_{lj}$. Остальные базисные переменные будут при этом неотрицательны. Коэффициент \mathbf{a}'_{lj} называется разрешающим элементом.

Таким образом, чтобы определить максимально допустимое значение свободной переменной x_j , мы должны найти разрешающий элемент \mathbf{a}'_{lj} .

Далее следует свободную переменную x_j и базисную переменную x_l поменять местами и получится новый набор базисных переменных $x_{k+1}, \dots, x_{l-1}, x_{l+1}, \dots, x_n, x_j$.

Целевую функцию и базисные переменные выразим через новые свободные переменные. Если теперь коэффициенты в L окажутся все отрицательные, то оптимальное решение найдено. Если будут иметь место положительные значения C'_j , то систему надо разрешать относительно других базисных переменных до тех пор, пока все коэффициенты при переменных в L не окажутся отрицательными.

Транспортная задача в электроэнергетике

Транспортная задача относится к задачам линейного программирования. Она формулируется следующим образом.

Имеется m пунктов производства электроэнергии и n пунктов потребления. Заданы объемы производства электроэнергии a_i для каждого пункта и размеры потребления b_j для каждого потребителя. Известна стоимость транзита c_{ij} из i -го пункта в j -тый. Требуется составить наиболее экономичную схему транзита (рис. 3.9).

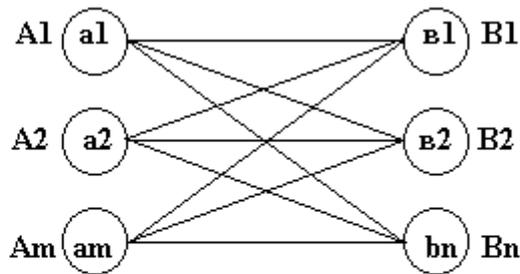


Рис. 3.9. Составление плана экономичного транзита электроэнергии

Математическая формулировка транспортной задачи:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} ; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) ; \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) ; \\ x_{ij} \geq 0 . \end{aligned} \quad (3.22)$$

Матрица коэффициентов стоимости транзита имеет вид:

$$|c_{ij}| = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{vmatrix} .$$

Если количество поставляемой электроэнергии равно общей потребности потребителей, то такая модель называется закрытой моделью, а соответствующая ей транспортная задача называется сбалансированной транспортной задачей.

В практических расчетах широкое распространение получили так называемые открытые модели, в которых указанное равенство не соблюдается. При этом возможны два случая: или запас у поставщиков больше, чем нужды потребителя, или, наоборот, спрос превышает предложение. Открытые модели можно сводить к закрытым.

Условие задачи представляется в виде таблицы, в которую в соответствии с наименованиями колонок вписываются данные. В каждой ячейке X_{ij} в верхнем правом углу вписываются соответствующие значения C_{ij} .

Получатель Производитель	1	2	...	n	Отправлено
1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	...	C_{1n} X_{1n}	a_1
2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	...	C_{2n} X_{2n}	a_2
...
m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	...	C_{mn} X_{mn}	a_m
Получено	b_1	b_2	...	b_n	

При составлении исходного плана транзита удобно пользоваться приемом, известным под названием метода северо-западного угла. Заключается он в следующем.

Сначала максимально возможное количество передачи помещается в левую верхнюю ячейку таблицы. Этой клетке соответствует переменная X_{ij} . Затем заполняется соседняя клетка в первой строке, если на пункте производства еще имеется резерв мощности.

Переходим ко второй строке. Заполняем клетку под последней, которая была заполнена в первой строке. Значение переменных, соответствующей этой клетке, определяется недостающими потребностями пункта потребления. Затем заполняем соседнюю клетку.

Продолжаем процесс заполнения клеток таблицы, пока не будут удовлетворены все потребители. В общем случае число занятых ячеек не больше $m+n-1$.

Мы получили некоторый допустимый план исходной задачи, для которого можно рассчитать значение целевой функции.

Перераспределив поставки, можно составить новый допустимый план. Для этого необходимо использовать незанятые клетки. Изменяя план и заполняя одну из пустых ячеек, приходится изменять числа по меньшей мере в трех уже заполненных клетках, чтобы не нарушить суммарные значения a_i и b_j в строках и столбцах таблицы.

Строится прямоугольный контур, одна из вершин которого находится в свободной ячейке, а остальные в занятых. Чтобы установить необходимость загрузки этой свободной ячейки, надо сложить ее тариф C_{ij} с тарифом ячейки, стоящей на другом конце диагонали контура. Если эта сумма будет меньше или равна сумме тарифов ячеек другой диагонали контура, то клетку можно загружать.

Получается новый план и вновь подсчитывается значение целевой функции. Если план не оптимален, процесс перераспределения продолжается в рассмотренном выше порядке.

Оптимизация прекращается, когда для всех составляемых контуров сумма тарифов свободной ячейки и ячейки, стоящей на другом конце диагонали контура, будет больше или равна сумме тарифов ячеек другой диагонали.

Рассмотрим методику решения транспортной задачи на примере.

Пример 3.7.

Требуется выбрать оптимальную схему электроснабжения трех стройплощадок, соответствующую минимуму капитальных вложений. Питание осуществляется от двух ТП. Принять, что капитальные вложения

пропорциональны длине и сечению линии. Схема и параметры указаны на рис. 3.10.

Данная задача может быть сведена к транспортной. Число исходных пунктов $m=2$, пунктов потребления $n=3$. $\sum_{i=1}^m a_i = 410$, $\sum_{j=1}^n b_j = 360$, т.е. мы имеем дело с открытой моделью. Сведем ее к закрытой, введя фиктивный пункт П-4, потребляющий 50 кВА, расстояние от которого до каждого ТП равно нулю (см. рис. 3.10).

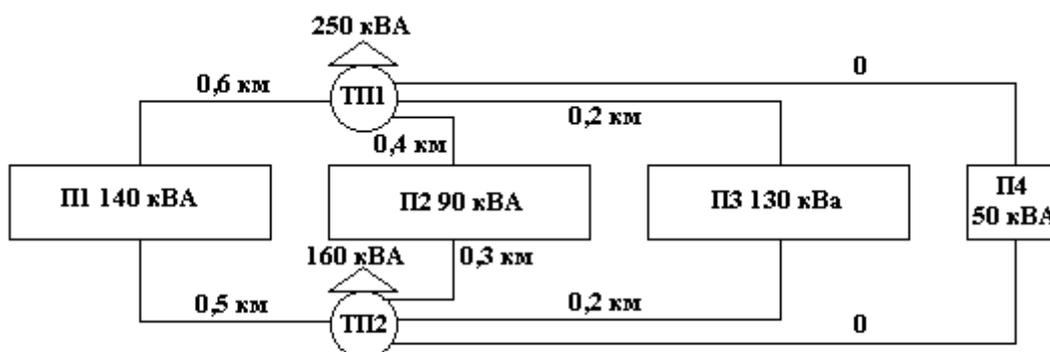


Рис. 3.10. Схема электроснабжения стройплощадок

Целевая функция формулируется следующим образом

$$L = K = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F_{ij} = K_0 l_{ij} ,$$

$$L = K = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{S_{ij} K_0}{\sqrt{3} U_{жк}} l_{ij} = a \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n S_{ij} l_{ij} .$$

Составляем исходный план

	П-1	П-2	П-3	П-4	
ТП-1	6	4	2	0	250
140	90	*	*	20	
ТП-2	5	3	2	0	160
		*	130	30	
	140	90	130	50	

Значение целевой функции $L=140*6+90*4+20*0+130*2+30*0=1460$.

Выбираем прямоугольный контур с одной свободной ячейкой (помечено *), определяем и сверяем суммы тарифов диагоналей. Получаем $(2+0)=(2+0)$, т.е. можно загружать ячейку ТП-1 - ТП-3. Составляем новый допустимый план, для которого $L=1460$ - целевая функция не изменилась, поскольку суммы тарифов диагоналей были одинаковы.

	П-1	П-2	П-3	П-4	
ТП-1	6 140	4 90 *	2 20 *	0	250
ТП-2	5	3 *	2 110 *	0 50	160
	140	90	130	50	

Для обозначенного * прямоугольного контура сумма тарифов диагонали со свободной ячейкой $(3+2)$ меньше суммы тарифов второй категории. Строим новый допустимый план.

70 значение целевой функции $L=1370$

Таким же путем определяем последующие решения и соответствующие им значения целевой функции.

	П-1	П-2	П-3	П-4	
ТП-1	6 120 *	4 *	2 130 *	0 *	250
ТП-2	5 20 *	3 90 *	2 *	0 50 *	160
	140	90	130	50	

$L=1350$.

	П-1	П-2	П-3	П-4	
ТП-1	6 70	4	2 130	0 50	250
ТП-2	5 70	3 90	2	0	160
	140	90	130	50	

Полученный план является оптимальным решением задачи, что подтверждается проверкой по условию необходимости загрузки свободных ячеек

1 контур (6+0) (5+0) нельзя перераспределять;
 2 контур (6+2) (5+2) нельзя перераспределять;
 3 контур (6+3) (5+4) перераспределение не имеет смысла, поскольку не произойдет улучшения оптимизируемого параметра.

Значение целевой функции при оптимальном варианте распределения
 $L=70*6+70*5+90*3+130*2+50*0=1300$.

Оптимальная схема электроснабжения примет вид

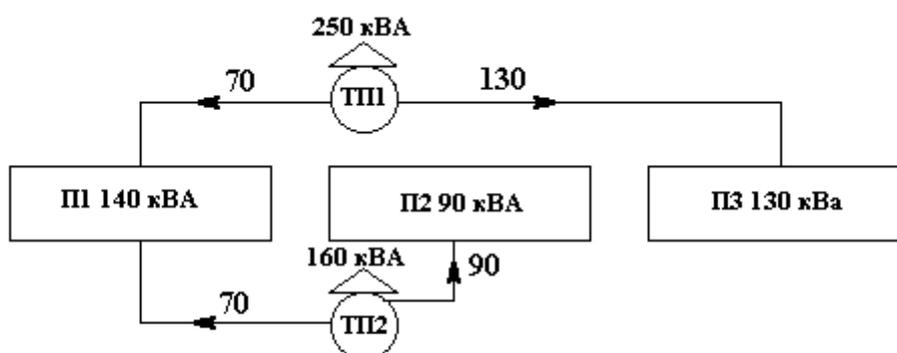


Рис. 3.11. оптимальная схема электроснабжения

3.6.4. Методы нелинейного программирования

Общая характеристика.

Общее отличие методов нелинейного программирования в том, что целевая функция их задач нелинейная. Ограничения могут быть как линейными, так и нелинейными.

Задача нелинейного программирования может быть сформулирована так.

Требуется минимизировать целевую функцию $\psi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при наличии линейных или нелинейных ограничений в виде равенств $r_j(x)=0$; или неравенств $q_j(x) < 0$.

Методы нелинейного программирования разнообразны, при выборе подходящего метода следует учитывать такие факторы, как надежность отыскания оптимума, скорость его достижения, удобство подготовки

исходных данных, возможность учета ограничивающих условий, наличия готовых алгоритмов и программ реализации метода на ПЭВМ.

Рассмотрим применение некоторых методов на следующем примере.

Пример 3.8.

Для схемы, приведенной на рис. 3.12, определить мощность конденсаторных батарей Q_2 и Q_3 , минимизирующих потери мощности в сети.

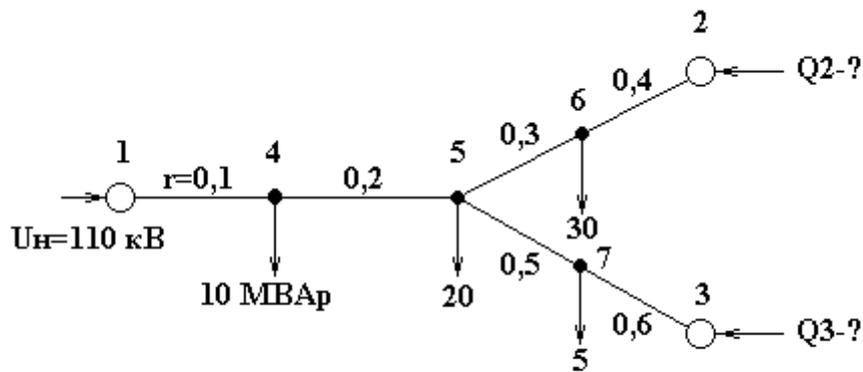


Рис. 3.12. Схема распределительной сети 110 кВ

Для данной задачи запишем целевую функцию

$$\Psi(x) = \Delta P(Q_2, Q_3) = \frac{1}{110^2} (65 - Q_2 - Q_3)^2 0,1 + Q_2^2 0,4 + Q_3^2 0,6 + (55 - Q_2 - Q_3)^2 0,2 + (Q_2 - 30)^2 0,3 + (Q_3 - 5)^2 0,5.$$

Метод Гаусса-Зейделя.

Данный метод основан на последовательном приближении к экстремуму путем поочередного варьирования каждой переменной до достижения частного экстремума целевой функции.

Достигнув равенства нулю частной производной по последней переменной, снова переходят к варьированию первой переменной, затем второй и т.д. до тех пор, пока не будет достигнуто условие равенства нулю частных производных всех переменных.

Алгоритм решения по методу Гаусса-Зейделя.

- 1) Определяется исходная точка, чаще всего с нулевыми значениями переменных X_0 .
- 2) Задаются шагом варьирования ΔX_i по каждой независимой переменной.
- 3) Определяют направление движения вдоль оси X_i . С этой целью из точки X_0 вариацией параметров X_i осуществляются два пробных шага

$$X'_i = X_0 + \Delta X_i,$$

$$X''_i = X_0 - \Delta X_i.$$

- 4) Производят сравнение значений целевой функции в пробных точках и определяется разность между исходным и пробными значениями

$$\Delta \varphi = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

при $\delta \varphi < 0$ шаг считается успешным.

- 5) Осуществляется первый цикл рабочего движения в направлении убывания целевой функции по X_i .
- 6) После каждого рабочего шага определяется значение целевой функции.
- 7) Первый цикл шагов движения прекращается по достижении в некоторой точке равенства нулю частной производной.
- 8) Эта точка является исходной для следующего цикла движения по очередной переменной X_{i+1} .

Покоординатный спуск с оптимизацией шага.

Если в каждой точке пространства при движении по любой координате X_i можно решить систему уравнений вида

$$\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_i} = 0,$$

то на каждом шаге можно найти оптимальную его длину.

Продифференцируем по Q_2 целевую функцию примера 3.8.

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial Q_2} = [-2(65 - Q_2 - Q_3)0,1 + 2Q_2 0,4 - 2(55 - Q_2 - Q_3)0,2 + 2(Q_2 - 30)0,3] \frac{1}{110} = 0.$$

После преобразования получим $Q_2 + 0,3Q_3 = 26,5$.

Аналогично находится $\frac{\partial P}{\partial Q_3}$ и после преобразования получим

$$1,4Q_3 + 0,3Q_2 = 20.$$

Таким образом имеем систему уравнений

$$\begin{cases} Q_2 + 0,3Q_3 = 26,5; \\ 0,3Q_2 + 1,4Q_3 = 20. \end{cases}$$

Алгоритм решения.

- 1) Выбирается в качестве начального приближения точка в начале координат $X_0(0;0)$ $Q_2=0$, $Q_3=0$.
- 2) Определяем первый оптимальный шаг, изменяя координату Q_2 при неизменной $Q_3=0$. Для этого в первое уравнение системы подставляем значение координаты $Q_3=0$. Получаем $Q_2=26,5$. Следовательно, после первого шага попадаем в точку с координатами $Q_2=26,5$; $Q_3=0$.
- 3) Решаем систему относительно Q_3 при $Q_2=26,5=Const$. Для этого во второе уравнение системы подставляем значение $Q_2=26,5$. Получаем $Q_3=8,6$, т.е. попадаем в точку с координатами $Q_2=26,5$; $Q_3=8,6$.

Продолжая вычислять по данной схеме, получаем точки

$$x_3 (23,9; 8,6);$$

$$x_4 (23,9; 9,1);$$

$$x_5 (23,8; 9,1).$$

Признаком остановки расчета должна явиться наперед заданная точность расчета ε .

Оптимизация шага позволяет достичь искомой точки значительно быстрее, чем в предыдущем методе.

Простой спуск по антиградиенту.

Градиентом целевой функции ψ в n -мерном пространстве переменных управления x_1, x_2, \dots, x_n называется вектор, координаты которого равны частным производным по каждой переменной

$$\mathbf{grad}\Psi = \nabla\Psi = \begin{pmatrix} \frac{\partial\Psi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial\Psi}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial\Psi}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$

Каждая координата градиента характеризует интенсивность изменения целевой функции по каждой из переменных. Таким образом, градиент - вектор, по которому целевая функция возрастает наиболее интенсивно в сравнении с другими направлениями. Длина вектора - градиента выражает интенсивность возрастания целевой функции.

Антиградиент - вектор, равный по длине, но противоположный по направлению градиенту.

Алгоритм решения задачи.

- 1) Выбирается в качестве начальной произвольная точка в пространстве состояний.
- 2) Каким-либо способом определяется градиент целевой функции в данной точке.
- 3) Выбирается шаг движения по антиградиенту длиной λ .
- 4) Выбирается шаг движения в направлении антиградиента по каждой координате $x_i - \lambda \frac{\partial\Psi}{\partial x_i} = x_{i+1}$.
- 5) Повторяется выполнение алгоритма по пунктам 2)-4) до тех пор, пока длина шага не станет равной нулю (т.е. точка экстремума).

Спуск по антиградиенту с оптимизацией шага.

В этом случае оптимизация шага λ может быть осуществлена путем решения системы уравнений вида

$$\left| \frac{\partial\Psi}{\partial x_i} \right| = 0.$$

Для решения уравнений такого вида следует разложить исследуемую функцию в ряд Тейлора и решить систему уравнений относительно λ .

При решении с помощью ряда Тейлора можно ограничиться первыми членами ряда. Без вывода представим полученное выражение для определения оптимального шага

$$\lambda = \frac{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x_2}\right)^2}{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_1^2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x_1}\right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_2^2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x_2}\right)^2}.$$

Рассмотрим решение примера 3.8 с помощью данного метода.

1) Определяем

$$\text{grad}_{\Delta P} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial Q_2} \\ \frac{\partial \Delta P}{\partial Q_3} \end{vmatrix} = \frac{1}{110^2} \begin{vmatrix} Q_2 + 0,3Q_3 - 26,5 \\ 0,3Q_2 + 1,4Q_3 - 20 \end{vmatrix}.$$

2) Определяем вторые производные

$$\frac{\partial^2 P}{\partial Q_2^2} = 1; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial Q_3^2} = 1,4; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial Q_2 \partial Q_3} = 0,3.$$

3) Выбираем исходную точку (начальное приближение)

$$X_0(0;0) \quad Q_2=0, \quad Q_3=0.$$

1) Вычисляем $\text{grad } \Delta P$ в этой точке

$$\text{grad}_{\Delta P} = \begin{vmatrix} -26,5 \\ -20 \end{vmatrix}.$$

5) Определяем λ для начального шага

$$\lambda = \frac{(-26,5)^2 + (-20)^2}{(-26,5)^2 + 2 \cdot 0,3(-26,5)(-20) + 1,4(-20)^2} = 0,698.$$

6) Выполняем первый шаг

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} - 0,698 \begin{vmatrix} -26,5 \\ -20 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 18,5 \\ 14 \end{vmatrix}.$$

Координаты первой точки (первое приближение)

$$X_1(18,5;14).$$

7) Для этой точки вычисляем градиент

$$\text{grad}_{\Delta P} = \begin{vmatrix} 1 \cdot 18,5 + 0,3 \cdot 14 - 26,5 \\ 0,3 \cdot 18,5 + 1,4 \cdot 14 - 20 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3,8 \\ 5,1 \end{vmatrix}.$$

и определяем оптимальный шаг $\lambda=1,03$.

8) выполняем второй шаг

$$\begin{vmatrix} 18,5 \\ 14 \end{vmatrix} - 1,03 \begin{vmatrix} -3,8 \\ 5,1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22,4 \\ 8,7 \end{vmatrix}.$$

Координаты полученной точки (второе приближение)

$$X_2(22,4;8,7).$$

Расчет продолжается до достижения заданной точности ε .

При выполнении последующих шагов получаем следующие координаты:

$$X_3(23,5;9,5);$$

$$X_4(23,8;9,1).$$

Сопоставляя результаты расчета данного и покоординатного спуска с оптимизацией шага, видим, что оба метода позволили достаточно быстро найти оптимум целевой функции [1,4,5].

Упражнения и задачи для самопроверки.

1. Назовите основные направления повышения эффективности математического обеспечения в электроэнергетики.
2. Дайте определение математической модели исследуемого объекта. Как оценивается точность математической модели? Что такое область адекватности математической модели?
3. Перечислите методы дискретизации и алгебраизации дифференциальных уравнений. Каким образом решение дифференциальных уравнений в частных

производных сводится к выполнению последовательности элементарных операций?

4. Приведите формулировку задачи дискретного математического программирования.

5. Запишите левую, правую и центральную разностные производные, аппроксимирующие дифференциальный оператор $L=\partial\varphi/\partial x$. Нарисуйте шаблоны, соответствующие этим разностным производным.

6. Что такое сходимость, аппроксимация и устойчивость разностной схемы? Составьте математическую модель элемента, обладающего эффектом гистерезиса, для программы анализа динамических систем, в которой реализован неявный метод интегрирования.

7. Что составляет базис методов обобщенного, табличного, табличного модифицированного, узлового, узлового модифицированного формирования математической модели системы?

8. Как выполняется алгебраизация компонентных уравнений реактивных элементов? Выполните алгебраизацию элемента C различными методами.

9. Какие типы источников допустимы при использовании узлового метода формирования математической модели системы? Как выполнить преобразование источника переменной типа разности потенциалов в источник переменной типа потока, необходимое для узлового метода?

10. Составьте математическую модель зависимого источника тока, необходимого для построения интегратора при использовании узлового метода.

11. Составьте математическую модель идеального источника переменной типа разности потенциалов для модифицированного узлового метода.

12. Составьте математическую модель диода, линии, трансформатора при использовании обобщенного метода формирования модели системы.

13. Составьте математическую модель диода, линии, трансформатора (матрицу Якоби и вектор невязок) при использовании: табличного метода; узлового метода; при применении метода Гира второго порядка.
14. Какова размерность системы дифференциальных уравнений, получаемая для объекта методом переменных состояния? Какие методы интегрирования предпочтительнее при использовании для формирования модели системы метода переменных состояния?
15. Каков порядок матрицы Якоби для схемы, состоящей из трех контуров: 1-й образован параллельным соединением элемента C с последовательно включенными элементами R и L ; 2-й состоит из параллельно соединенных элементов R и C ; 3-й включает в себя ЭДС и последовательно включенную с ней емкость и активное сопротивление, если для формирования математической модели системы воспользоваться: обобщенным методом; табличным; табличным модифицированным; узловым; узловым модифицированным; методом переменных состояния.
16. Сформулируйте необходимые и достаточные условия минимума и максимума функций.
17. Запишите координаты вершин начального симплекса функции трех управляемых параметров $F(x_1, x_2, x_3)$, если в качестве расстояния между вершинами выбрано значение $l=0,5$.
18. Найдите значения координат первой точки поиска минимума функции $F(x)=3x_1-2x_1x_2+4x_2$ методом наискорейшего спуска, если поиск начинается из точки $X_0(1;2)$.
19. Сформулируйте основные положения при многоуровневой оптимизации. Как определяются области работоспособности при многоуровневой оптимизации?
20. Почему при оптимизации сложных технических объектов применяется многоуровневый подход? Поясните цели применения многоуровневых математических моделей при исследовании сложных технических объектов.

21. Перечислите исходные данные и результаты статистического анализа технических объектов. Дайте сравнительную характеристику методов наихудшего случая и статистических испытаний.
22. Каким образом производят выбор числа статистических испытаний для статистического анализа технических объектов по методу Монте-Карло?
23. Назовите основные факторы, влияющие на затраты машинного времени при выполнении проектных процедур; 1) анализа переходных процессов; 2) оптимизации параметров; 3) центрирования и оптимизации допусков.
24. В каких технологических задачах используют линейное и целочисленное программирование? Какие требования предъявляют при разработке математических моделей технологических задач методом геометрического программирования?
25. Приведите определение детерминистического подхода к решению экстремальных задач. Приведите определение стохастического подхода к решению экстремальных задач.
26. Приведите определение и пример пассивного и активного эксперимента. Понятие факторов и факторного пространства.
27. Понятие уравнения регрессии. Приведите пример регрессионной модели технологического процесса отрасли. Полный факторный эксперимент. Требование к составлению матрицы планирования.
28. Приведите пример плана полного факторного эксперимента для технологического процесса отрасли. Опишите основные требования при реализации активного эксперимента.
29. Приведите основные формулы для расчета коэффициентов регрессии.
30. Приведите пример адекватной регрессионной модели.
31. Назовите требования, предъявляемые целевой функции, основные принципы построения целевой функции. Дайте характеристику видов ограничений, учитываемых в оптимизационных задачах.

32. Дайте общее описание методов, использующих свойство дифференцируемости целевой функции. Перечислите электросетевые задачи, для решения которых может применяться прямой классический метод. Особенности применения метода Лагранжа, требования к ограничениям.
33. Перечислите основные особенности методов линейного программирования. Какие требования предъявляются к целевой функции, ограничениям, переменным при применении методов линейного программирования.
34. Сформулируйте основную задачу линейного программирования. Какие основные выводы получаем мы, анализируя результаты геометрического решения задачи линейного программирования.
35. Для каких электросетевых задач применим симплекс-метод. В каких случаях задача линейного программирования не имеет решения. Перечислите особенности транспортных задач.
36. Дайте общую характеристику методов нелинейного программирования. Опишите особенности применения градиентного метода.
37. Дайте характеристику метода динамического программирования.
38. Охарактеризуйте метод дискретного покоординатного спуска, применение его для задач оптимизации режима распределительной сети.
39. Опишите основные особенности применения методов дискретного программирования. Дать общую классификацию различных методов оптимизации, оценку эффективности.
40. Охарактеризуйте задачу и методы оптимизации потерь мощности в распределительных сетях.
41. Опишите возможные пути повышения качества электрической энергии в распределительных сетях.
42. Назовите методы, которые можно применить для оптимального выбора сечений проводов по минимуму приведенных затрат.

43. Опишите задачу оптимизации точек размыкания распределительных сетей 6-10 кВ как задачу математического программирования [1].

4. УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

В данном разделе рассматриваются вопросы, связанные с непосредственным применением описанных математических моделей и методов в учебном процессе. Каждый студент, в зависимости от своей специальности, получает задание для дальнейшего его выполнения на практических занятиях. Для контроля усвоения студентами изучаемого материала в учебном пособии в конце каждого раздела приводятся упражнения и задачи для самопроверки, а также в разделе 4.2 даны контрольные задания, рекомендуемые для студентов заочной формы обучения в качестве контрольных работ по курсу, а для студентов очной формы обучения - в качестве подготовки к сдаче коллоквиумов и зачета [1].

Цель практических занятий - закрепление и расширение знаний об основах научных исследований в электроэнергетике, их конкретизация, подготовка к выполнению самостоятельной работы. На практических занятиях студенты знакомятся с математическим и физическим моделированием, основами инженерного эксперимента, осваивают оптимизационные методы, составляют алгоритмы решения электроэнергетических задач.

Студенты должны знать: основы математического, программного и информационного обеспечения в электроэнергетике; типовые математические модели объектов исследования; методы построения математических моделей, методику определения масштабов модели на основе анализа размерностей параметров и их интегральных аналогов, полный и дробный факторный эксперимент, метод проведения

регрессионного анализа; принципы построения и состав пакетов прикладных программ; базы данных и системы управления базами данных.

Студенты должны уметь: оценивать эффективность применения альтернативных элементов математического обеспечения в конкретных ситуациях; разрабатывать оригинальные математические модули элементов исследуемых систем и включать их в состав прикладного программного обеспечения; составлять математические модели и определять масштабы модели на основе анализа размерностей; использовать правило интегральных аналогов для анализа переходных режимов и процессов при автоматизированном управлении в электрических системах и системах электроснабжения; использование методов поиска новых технических решений.

Примерная тематика практических занятий:

1. Применение алгоритма научного исследования при анализе поведения систем.
2. Основы теории подобия. Математические модели элементов энергосистемы на основе анализа размерностей параметров. Математические модели элементов энергосистемы на основе метода интегральных аналогов.
3. Методы планирования экспериментов. Полный и дробный факторные эксперименты в автоматизированном проектировании объектов и элементов энергосистем.
4. Оптимизационные методы при автоматизированном управлении объектами электроэнергетики (линейное и нелинейное программирование).
5. Алгоритмы решения электроэнергетических задач.

4.1. Пример комплексного решения задачи на практических занятиях

Для предложенного объекта исследования (электрическая сеть, система промышленного электроснабжения, электрическая часть станций и подстанций, АСУ ТП и т.д.):

1) разработать состав и структуру решаемых подзадач для выполнения поставленной задачи (выполняется на практическом занятии №1, в дальнейшем ПЗ№...);

2) на основе анализа размерностей и правила интегральных аналогов разработать и описать элементы и математическую модель исследуемого объекта с целью дальнейшего анализа на ЭВМ (ПЗ№2);

3) рассчитать электрические нагрузки, если это необходимо

4) выбрать рациональное напряжение с помощью метода планирования эксперимента и определить центр электрических нагрузок (ПЗ№3);

5) выбрать оптимальную схему питания (транспортная задача оптимизации) (ПЗ№4);

6) выполнить ЛЭП с такой пропускной способностью, чтобы суммарные затраты на сооружение сети оказались минимальными (ПЗ№5) и сравнить между собой результаты, полученные с помощью ЭВМ и ручного счета;

7) выбрать компенсирующие устройства из условия \min потерь (ПЗ№6);

8) нарисовать схему и граф электрической сети, подстанции или станции, вывести результаты расчета на граф и определить потоки мощности и потери мощности в сети, напряжения в сети (ПЗ№7);

4.2. Контрольные задания

Общие указания. Контрольную работу следует выполнять после изучения соответствующего раздела теоретического курса. Студенты выполняют 4

контрольных работы, каждая из которых содержит по 2 задания. Исходные данные к заданиям приводятся в табл. вариантов. Номер варианта определяется по последней цифре шифра студента.

При оформлении выполненной работы текст задания переписывать не следует, необходимо только указать номер варианта задания.

Контрольная работа №1

Задание 1.

Описать составные элементы и разработать математическую модель исследуемого или проектируемого объекта (процесса), определить критерии подобия и масштабы модели с целью дальнейшего анализа на аналоговых вычислительных комплексах. Поставленную задачу (см. табл. 6.1) решить двумя способами: на основе анализа размерностей; на основе правила интегральных аналогов.

Таблица 4.1. Варианты заданий

№ п/п	Проектируемый объект (исследуемый процесс)
1	Переходный процесс распространения волны напряжения по длинной линии при включении ее на постоянное напряжение
2	Влияние электромагнитного поля, создаваемого ЛЭП, на помехи в линиях связи, организованных по фазным проводам ЛЭП
3	Влияние электромагнитного поля, создаваемого ЛЭП, на потери в ЛЭП
4	Оценить изменение потерь мощности в распределительной сети при изменении напряжения источника питания
5	Составить математическую модель кольцевой эл. сети, состоящей из 5 двухтрансформаторных подстанций, соединенных ЛЭП 110 кВ для исследования потоков мощности и потерь на участках сети
6	Составить математическую модель и исследовать потери мощности в генераторе ТЭЦ при изменении его коэффициента загрузки
7	Исследовать тепловые процессы, протекающие в обмотках и магнитопроводе, проектируемого трансформатора
8	Для коммутируемого канала связи, используемого при передаче телемеханической информации, оценить искажения, возникающие при некачественной электроэнергии
9	Оценить процесс вынужденных механических колебаний с демпфированием, возникающих при включении (отключении)

	масляного выключателя типа ВМП
10	Составить математическую модель проектируемых ЛЭП. Определить ее масштабы и критерии экономического подобия

Контрольная работа №2

В соответствии с номером варианта расписать алгоритм исследования поставленной задачи (см. табл. 4.2), спланировать факторный эксперимент при вариации параметров, составить регрессионную модель и определить ее коэффициенты. Оценить степень адекватности принятой модели.

Задание 1. Полный факторный эксперимент при линейной регрессионной зависимости.

Задание 2. Дробный факторный эксперимент при нелинейной регрессионной зависимости.

Нечетный номер варианта - модель типа произведения двух факторов;

Четный номер варианта - модель типа квадрата двух факторов.

Таблица 4.2. Объекты исследования

№ п/п	Исследуемый процесс
1	Оценить устойчивость системы (определить предельную мощность) в зависимости от вариации напряжения, активной и реактивной мощности на шинах нагрузки в пределах $\pm 10\%$; $\pm 5\%$; $\pm 5\%$ соответственно. $P_{пред, \text{ о.е.}}$: 0,881; 0.782; 0.762; 0.91; 0.958; 0.842; 0.275; 0.884.
2	Оценить реактивную мощность, вырабатываемую синхронным генератором, при изменении его нагрузки, тока возбуждения, частоты и напряжения сети
3	Оценить потери в ЛЭП 500 кВ при изменении параметров режима
4	Определить рациональное сечение ЛЭП, пользуясь регрессионной зависимостью $F=69+140P+6U-5\Delta P$, при $P=140$ МВт; $U=112$ кВ; $\Delta P=5\%P$. Проверить справедливость модели для напряжений 220-500 кВ, передаваемых мощностей 100-300 МВт и потерь мощности 5-15%
5	Оценить надежность магистральной кабельной линии 10 кВ при питании от нее 3 двухтрансформаторных подстанций
6	Оценить погрешность ТТ от изменения нагрузки вторичной цепи, коэффициента мощности, коэффициента несинусоидальности напряжения
7	Получить регрессионную зависимость для выбора рационального напряжения распределительной сети при вариации нагрузки, длины

	сети, отношения числа часов T_r/T_m , стоимости 1 кВт*часа потерь электроэнергии
8	<p>Рассмотреть изменение параметра режима эл. системы δ (угла сдвига ЭДС синхронного генератора относительно напряжения) в зависимости от параметров системы</p> $-20\%50 \leq x_z/r_z \leq 20\%50;$ $-20\%0,06 \leq x_n/r_n \leq 20\%0,06;$ $-10\%5 \leq T_j/T_{d0} \leq 10\%5;$
9	Оценить оптимальную схему электроснабжения цеха ($P_{уст}=20$ МВт) при вариации напряжения, числа трансформаторов, конфигурации сети.
10	Исследовать влияние качества электроэнергии на состояние изоляции синхронных двигателей и генераторов

Контрольная работа №3

В соответствии с номером варианта выбрать оптимальную мощность конденсаторных батарей в распределительной электрической сети, обеспечивающую минимум приведенных затрат. Принять стоимость компенсации 1 кВАр на стороне НН ТП K_0 , равной 11 руб./кВАр, стоимость 1 кВт потерь принять $C=70$ руб./кВт*год, суммарные ежегодные отчисления для КБ $E=0,22$. ЛЭП выполнены проводами АС-35.

Потери учитывать в линиях, трансформаторах и конденсаторах. Удельные потери в конденсаторах $P_{уд}=0,0045$ кВт/кВАр.

Выбор варианта задания осуществляется с помощью приведенных ниже схемы 1 и табл. 4.3.

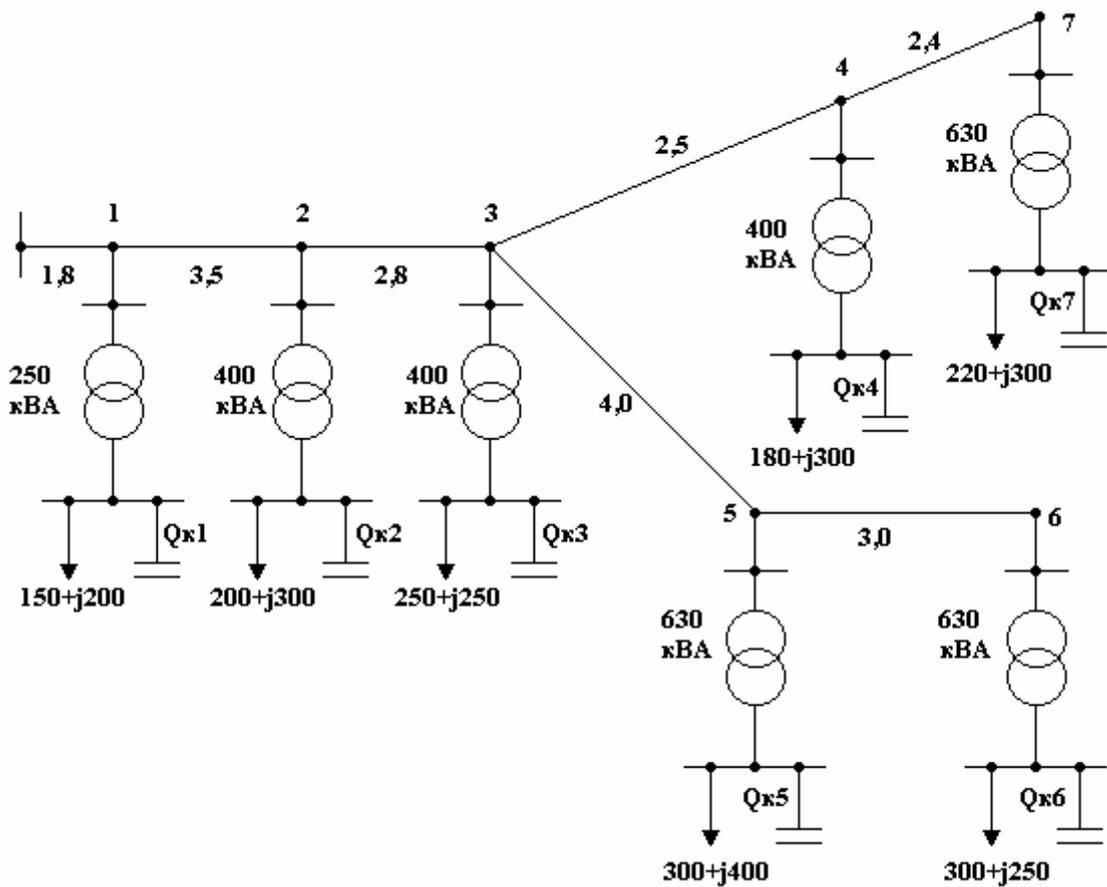


Схема 1.

Задание 1. методом неопределенных множителей Лагранжа. При использовании метода Лагранжа учесть необходимость повышения напряжения на шинах НН заданного пункта.

Задание 2. Задачу решить любым другим методом, рассмотренным в данном пособии.

Таблица 4.3. Таблица вариантов задания

№ п/п	№ пунктов установки БК			Исключаемые пункты		Повысить напряжение	
	пункта	пункта	пункта	пункта	пункта	пункта	$\Delta U, \%$
1	1	4	7	2	5	6	1,5
2	2	4	6	3	7	4	1,8
3	3	6	7	1	5	7	2,0
4	2	3	6	1	5	3	1,7
5	2	5	6	1	4	7	1,5
6	4	6	7	2	3	4	1,4
7	1	5	7	3	6	5	1,5
8	2	4	7	3	5	2	1,2
9	3	4	5	2	7	6	2,1

10	4	5	1	3	2	4	1,4
----	---	---	---	---	---	---	-----

Параметры элементов сети и расчетные нагрузки определяются по схеме. В таблице указаны номера пунктов, в которых предполагается установка КБ для данного варианта (в остальных пунктах считать, что КБ не устанавливаются); исключаемые для данного варианта пункты - считать, что в данном узле нет нагрузки, линии при этом не исключать; номер пункта, в котором по условиям режима напряжения необходимо с помощью КБ повысить уровень напряжения на величину ΔU , указанную в соседней графе.

Контрольная работа №4

Задание 1.

Электрическая система, упрощенная схема которой приведена ниже, имеет параметры, указанные в табл. 4.4 и 4.5. Вариант определяется сочетанием последней и предпоследней цифры шифра студента.

Система электроснабжения района состоит из двух центров питания с установленной мощностью $P_{и1}$ и $P_{и2}$ и двух узлов нагрузки с минимальной потребляемой мощностью $P_{н1}$ и $P_{н2}$. Каждый источник может быть связан с узлом нагрузки линией электропередачи, стоимость которой F_i условно определяется от пропускной способности X_i ($i=1, 2, 3, 4$) зависимостью $F_i=(a_i+b_i x_i)l_i$, где l_i - длина i - той линии, a_i и b_i - коэффициенты, зависящие от конструкции ЛЭП и условий трассы.

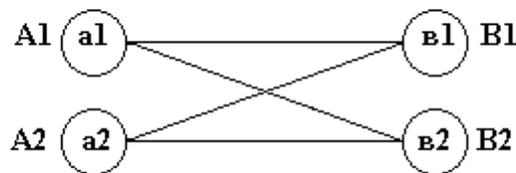


Схема 2

Таблица 4.4. Исходные данные для источников и нагрузок

Исходные данные	Последняя цифра шифра									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$P_{и1}$, МВт	50	60	40	50	40	200	210	220	230	200
$P_{и2}$, МВт	50	40	60	40	50	200	190	180	170	200

$P_{н1}, \text{МВт}$	40	50	60	45	55	200	190	180	170	220
$P_{н2}, \text{МВт}$	55	45	35	40	30	190	200	210	220	170

Таблица 4.5. Исходные данные для линий

Исходные данные	Предпоследняя цифра шифра									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$l_1, \text{км}$	30	35	40	30	35	60	70	80	90	95
$l_2, \text{км}$	40	45	35	45	40	80	90	70	70	70
$l_3, \text{км}$	15	20	25	15	25	30	40	50	40	30
$l_4, \text{км}$	20	25	15	25	20	40	50	30	30	35

Для всех вариантов принять $a_i=15$ тыс. руб.; $b_i=0,1$ тыс. руб./км*МВт.

Выполнять ЛЭП с такой пропускной способностью X_i , чтобы суммарные затраты на сооружение сети $F=F_1+F_2+F_3+F_4$ оказались минимальными.

Задание 2.

Определить мощности компенсирующих устройств Q_{ki} , минимизирующих потери мощности в сети. Расчетные параметры указаны на схеме 3. Выбор условий варианта осуществляется по табл. 4.6., в которой указываются: номер варианта; номера исключаемых ветвей.

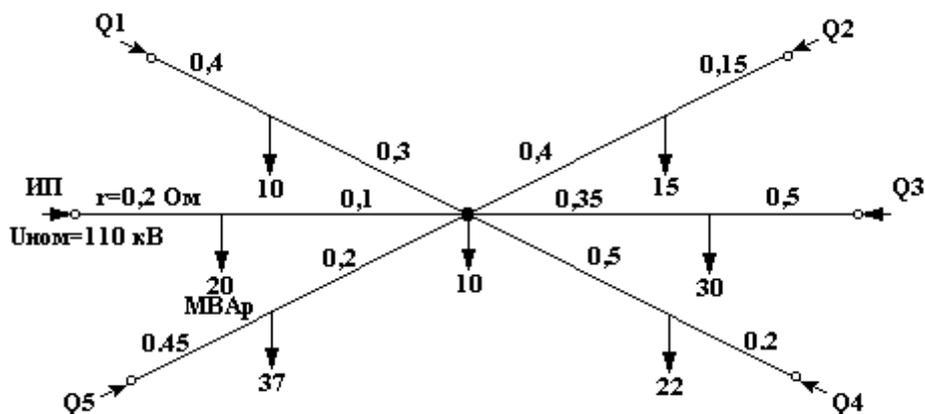


Схема 3

Таблица 4.6. Выбор условий варианта

№ варианта	№ исключаемых ветвей
1	1 и 2
2	3 и 4

3	1 и 3
4	2 и 5
5	4 и 5
6	2 и 4
7	1 и 4
8	1 и 5
9	2 и 3
10	3 и 5

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Основы САПР в электроэнергетике. Прикладное применение: Учебно - метод. пособие/ Ю.В. Мясоедов.- Благовещенск: Амурский государственный университет, 1998.- 126 с.
2. Савина Н.В., Гурина Л.А. Математическое представление информационных потоков при управлении ЭЭС в условиях неопределенности. Информационные и математические технологии в научных исследованиях / Труды XI международной конф. «Информационные и математические технологии в научных исследованиях». – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2006. – Ч I. – С. 27 – 35.
3. Веников В.А., Веников Г.В. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики): Учебник для вузов по спец. «Кибернетика электр. систем».- М.: Высш. шк., 1984.
4. Зорин В.В., Фоменко Н.Н. Оптимизация систем электроснабжения: Методические указания.- К., КПИ, 1979.
5. Зотов В.И. Основы системного анализа в энергетике.- М., 1987.