Федеральное агентство по образованию
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Серия «Учебно-методический комплекс дисциплины»

А.В. Станийчук, А.М. Медведев

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ (КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ)

Учебно-методическое пособие

Благовещенск
2009

ББК 22.151.3 я 73
С 81

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета прикладных искусств
Амурского государственного
университета*

А.В. Станийчук, А.М. Медведев

Начертательная геометрия (краткий курс лекций): Учебно-методическое пособие. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2009.

Предназначено для изучающих курс «Начертательная геометрия и инженерная графика» по специальностям 140204, 140205, 140203, 140211, 140101, 280101, 260704, 260901, 260902 и имеет целью развитие у студентов знаний и умений по выполнению заданий начертательной геометрии.

Содержит сведения об основных разделах начертательной геометрии с пояснениями и комментариями.

Разделы 4, 5 и 6 написаны А.В. Станийчуком, разделы 1, 2, 3 – А.М. Медведевым.

Рецензент: *Е.Ф. Попова, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики БГПУ, канд. техн. наук*

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В число дисциплин, составляющих основу инженерного образования, входит начертательная геометрия и инженерная графика.

Предметом данной дисциплины является изложение и обоснование способов построения изображений пространственных форм на плоскости и способов решения задач геометрического характера по заданным изображениям этих форм.

Изображения, построенные по правилам, изучаемым в начертательной геометрии и инженерной графике, позволяют представить мысленно форму предметов и их взаимное расположение в пространстве, определить их размеры, исследовать геометрические свойства, присущие изображаемому предмету.

Изучаемая дисциплина развивает пространственное мышление, передает ряд своих выводов в практику выполнения технических чертежей, обеспечивая их выразительность и точность, а следовательно, и возможность осуществления изображаемых предметов. Правила построения изображений, излагаемые в данной дисциплине основаны на методе проекций.

1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

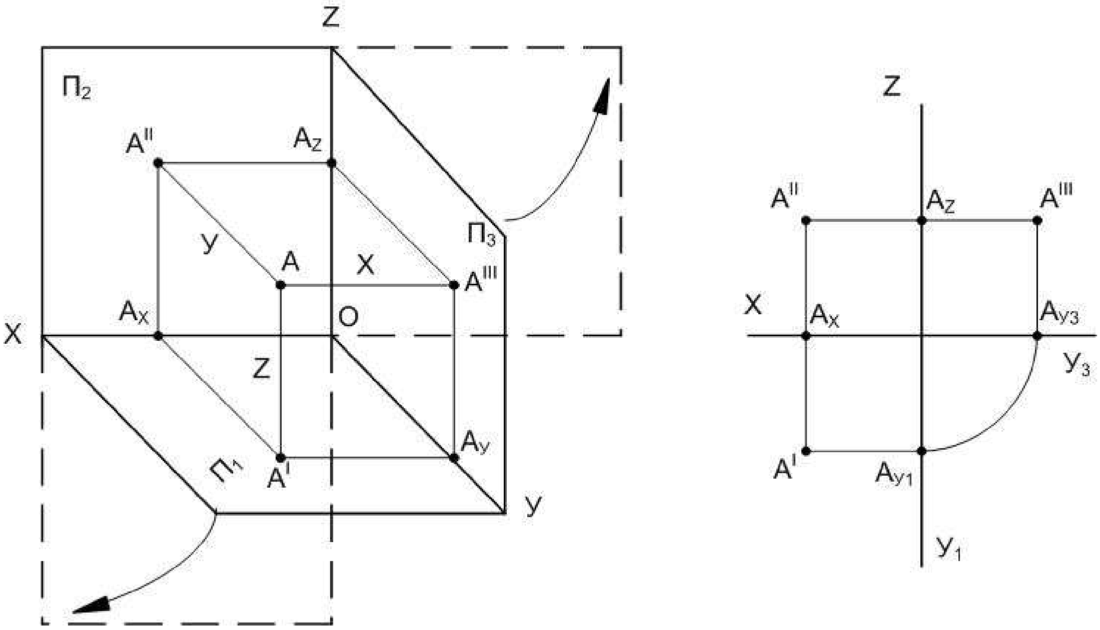


Рис. 1.

1. Фронтальная и горизонтальная проекции точки располагаются на одной вертикальной линии связи ($A^{II}A^{I} \perp X$).

2. Фронтальная и профильная проекции точки всегда находятся на одной горизонтальной линии связи ($A^{II}A^{III} \perp Z$).

3. Профильная проекция точки по заданным горизонтальной и фронтальной строится в следующей последовательности: на горизонтальной линии связи, проведенной через А, откладывается от оси OZ значение координаты $У_A$ (графическим или координатным способом).

4. Расстояние от точки А до плоскости проекции $П_1$ измеряется координатой Z_A: $AA^{I} = A^{II}A_X = A^{III}A_{У3} = Z_A$

Расстояние от точки А до плоскости проекции $П_2$ измеряется координатой $У_A$:

$AA^{II} = A^{I}A_X = A^{III}A_Z = У_A$

Расстояние от точки А до плоскости проекции $П_2$ измеряется координатой X_A: $AA^{III} = A^{II}A_Z = A^{I}A_{У1} = X_A$

5. Точки, лежащие на одной проецирующей прямой, называются конкурирующими.

Из двух горизонтально-конкурирующих точек на горизонтальной плоскости проекций видима та, которая расположена в пространстве выше (рис. 2).

Из двух фронтально-конкурирующих точек на фронтальной плоскости проекций будет видима та, которая расположена ближе к наблюдателю, стоящему лицом к фронтальной плоскости проекций (рис. 3).

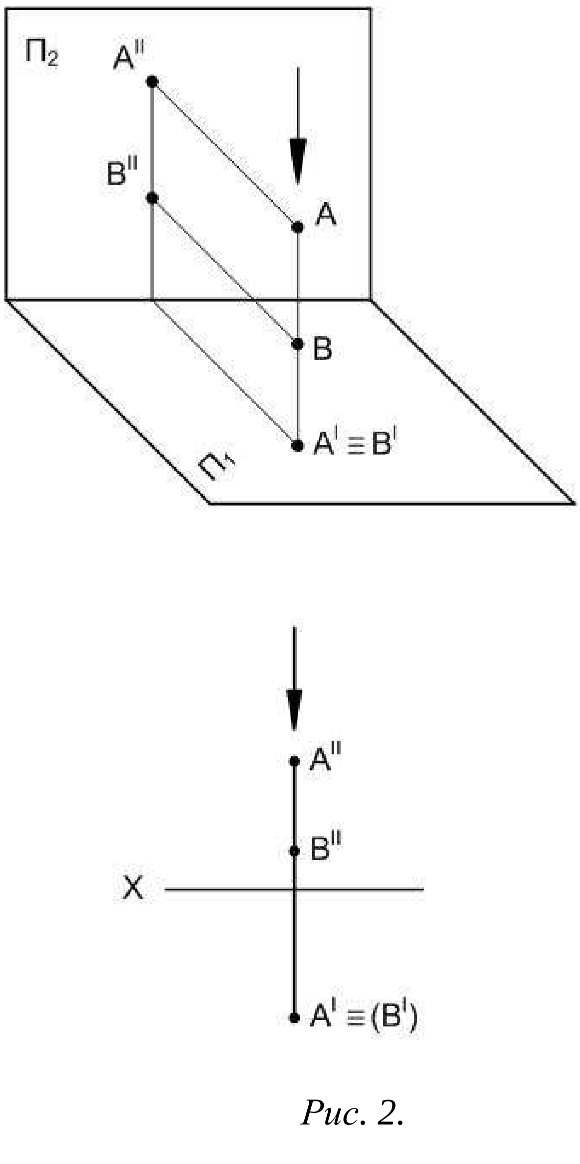


Рис. 2.

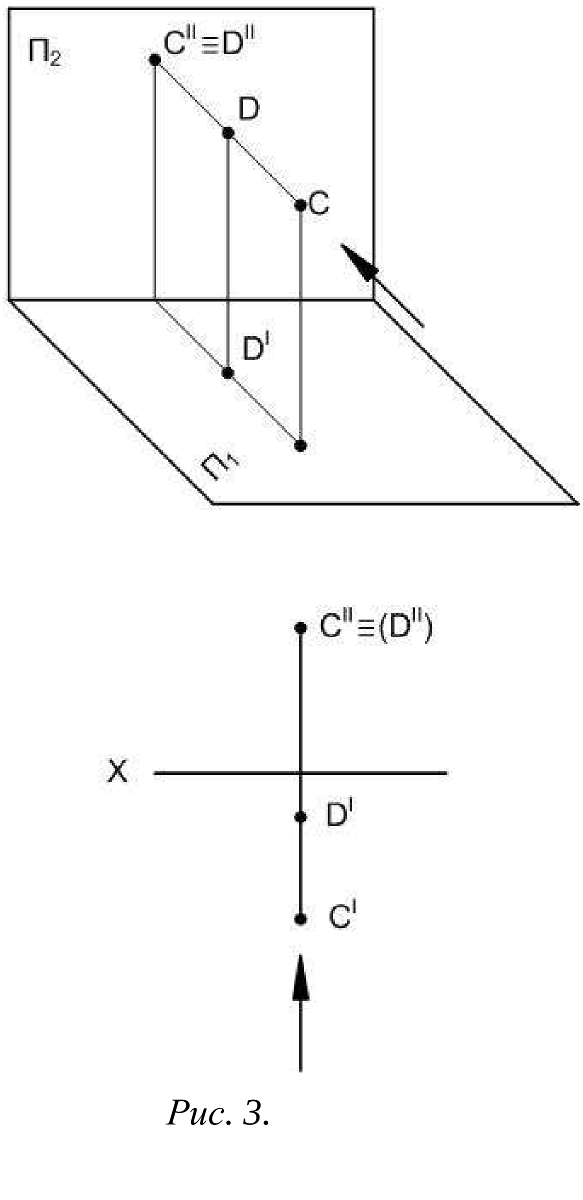


Рис. 3.

2. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

1. Проекциями прямой общего положения являются прямые линии (рис. 4).

2. Точки пересечения прямой с плоскостями проекций называются следами прямой. Следы прямой определяются как особые точки прямой, соответствующая координата которых равна нулю (рис. 5).

Горизонтальный след M имеет $Z_M = 0$, фронтальный след N - $\text{У}_N = 0$.

3. Истинная величина отрезка прямой общего положения определяется величиной гипотенузы прямоугольного треугольника, одним катетом которого является проекция отрезка, а вторым – разность расстояний концов отрезка от той плоскости проекций, на которой строится треугольник (рис. 6).

Угол наклона прямой общего положения к плоскости проекции измеряется углом между истинной величиной отрезка прямой и его проекцией на эту плоскость.

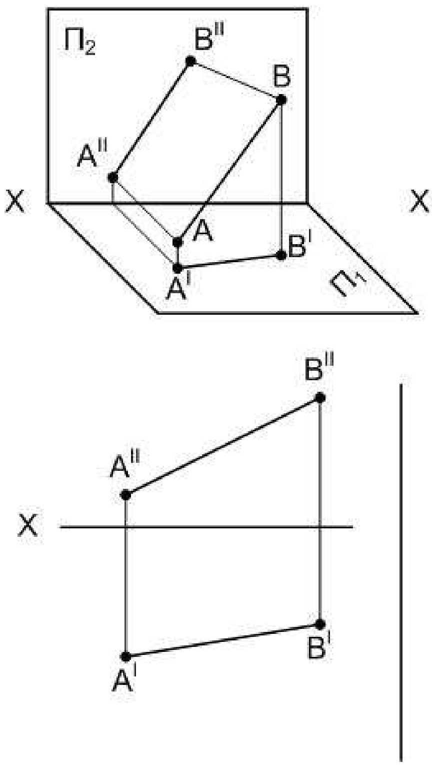


Рис. 4.

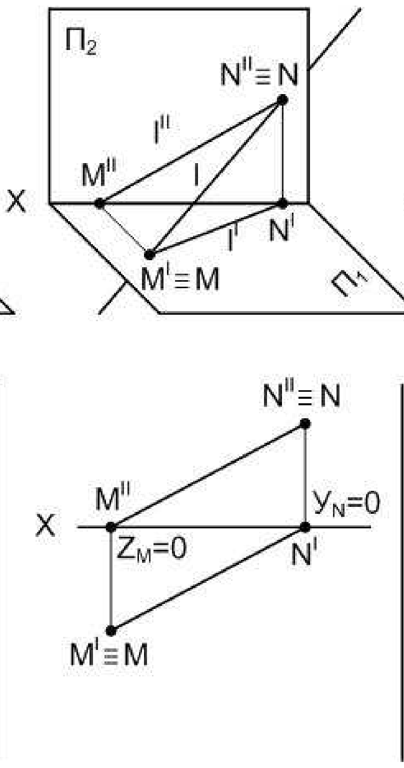


Рис. 5.

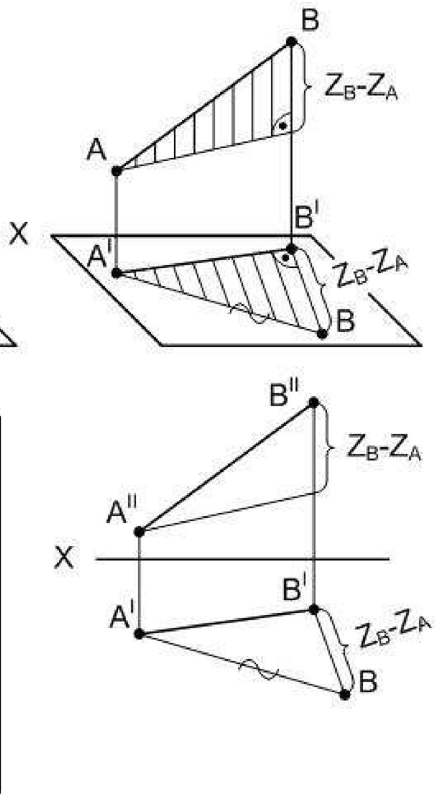


Рис. 6.

4. По отношению к плоскостям проекций прямые разделяются на прямые общего и частного положения.

Прямые частного положения могут быть:

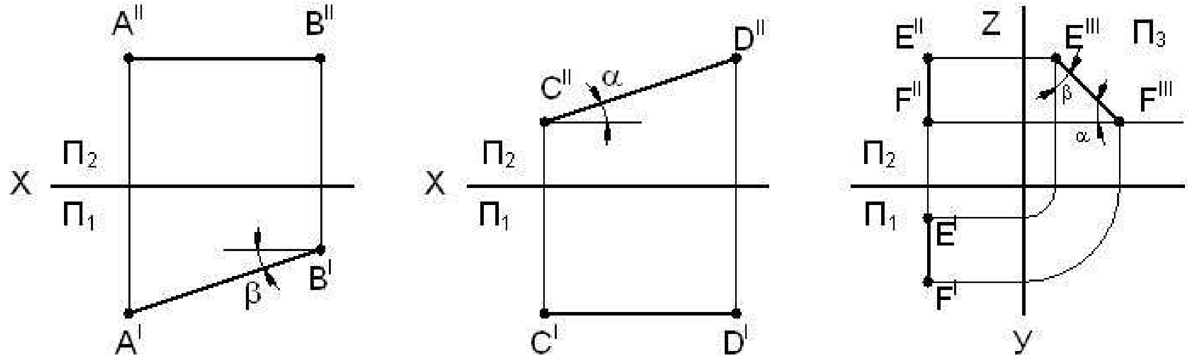
а) параллельны одной из плоскостей проекций – прямые уровня (рис. 7).

б) перпендикулярны одной из плоскостей (т.е. параллельны двум плоскостям проекций) – проецирующие прямые (рис. 8).

5. Отрезок прямой, параллельный плоскости проекций, проецируется на эту плоскость, в истинную величину. На эту же плоскость проецируются в истинную величину и углы наклона отрезка прямой к двум другим плоскостям проекций.

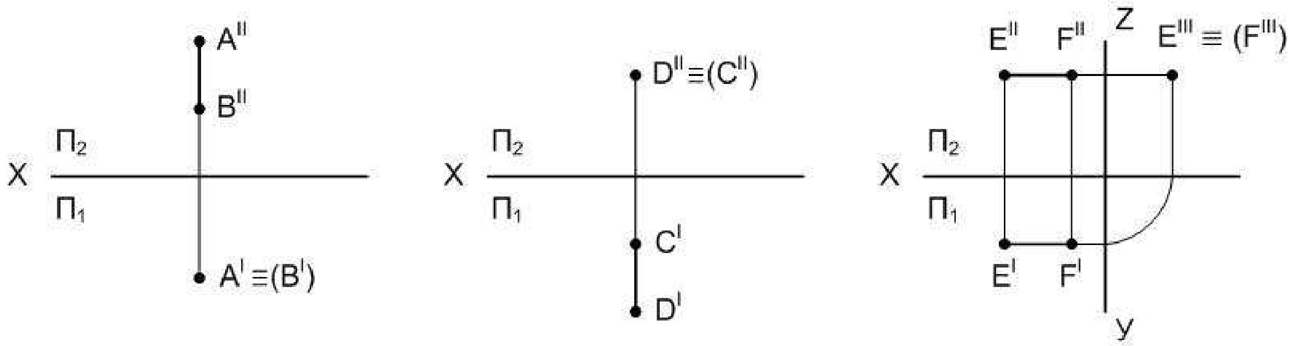
6. Если точка принадлежит прямой, то проекции точки принадлежат соответствующим проекциям прямой и находятся между собой в проекционной связи.

7. Прямой угол проецируется на плоскость без искажения, если хотя бы одна его сторона параллельна этой плоскости.



горизонтальная прямая уровня (горизонталь) | фронтальная прямая уровня (фронталь) | профильная прямая уровня

Рис. 7.



горизонтально-проецирующая прямая | фронтально-проецирующая прямая | профильно-проецирующая прямая

Рис. 8.

3. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

3.1. Способы задания плоскости. Положение плоскости относительно плоскостей проекций. Принадлежность прямой и точки плоскости

1. Плоскость в пространстве бесконечна. Определителем плоскости называется совокупность геометрических элементов, однозначно определяющих ее положение в пространстве (три точки, не лежащие на одной прямой; прямая и точка, не лежащая на прямой; пересекающиеся прямые; параллельные прямые; треугольник и др.)

Определитель записывается в скобках после буквенного обозначения плоскости. Например: $\alpha(a \cap b)$ означает, что плоскость задана двумя пересекающимися прямыми (рис. 9а), или треугольником (рис. 9б).

2. По отношению к плоскостям проекций плоскости разделяются на плоскости общего положения и плоскости частного положения.

Плоскости частного положения могут быть:

а) перпендикулярными к одной из плоскостей проекций – проецирующие (рис. 10).

б) параллельными к одной из плоскостей проекций (т.е. перпендикулярными к двум плоскостям проекций) – плоскости уровня (рис. 11).

3. Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости (рис. 12).

4. Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости (рис. 13).

5. В плоскости можно провести бесконечное множество прямых общего и частного положения.

К прямым частного положений в плоскости относятся:

а) горизонтали, фронтали, профильные прямые плоскости (рис. 14);

б) линии наибольшего наклона к каждой из плоскостей проекций.

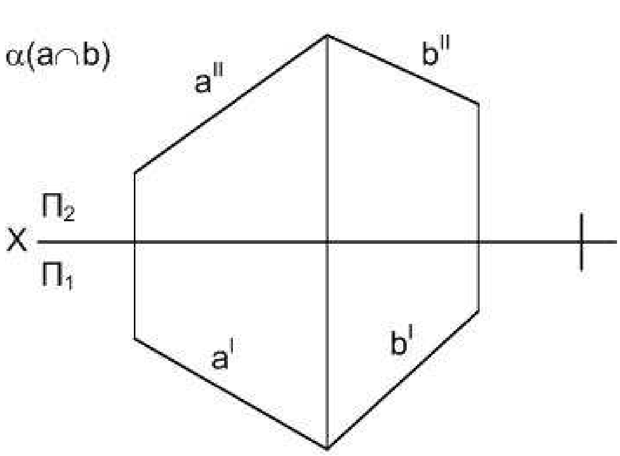


Рис. 9 а.

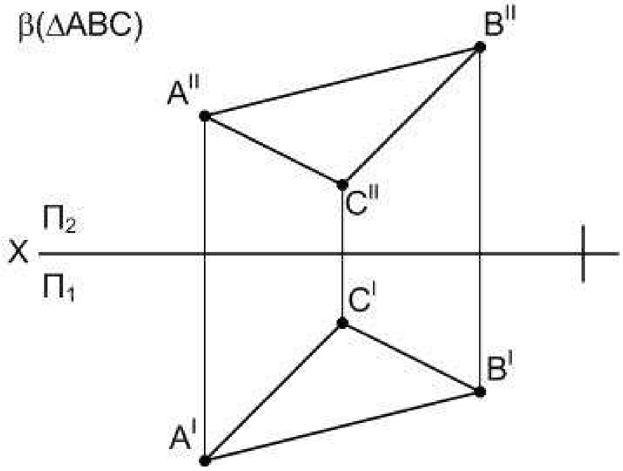
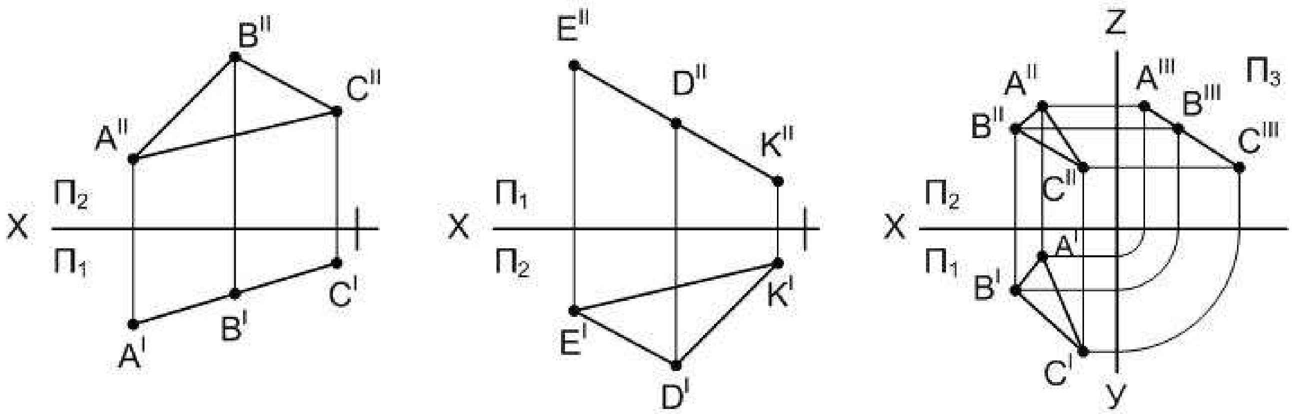


Рис. 9 б.



горизонтально проецирующая плоскость

фронтально проецирующая плоскость

профильно проецирующая плоскость

Рис. 10.

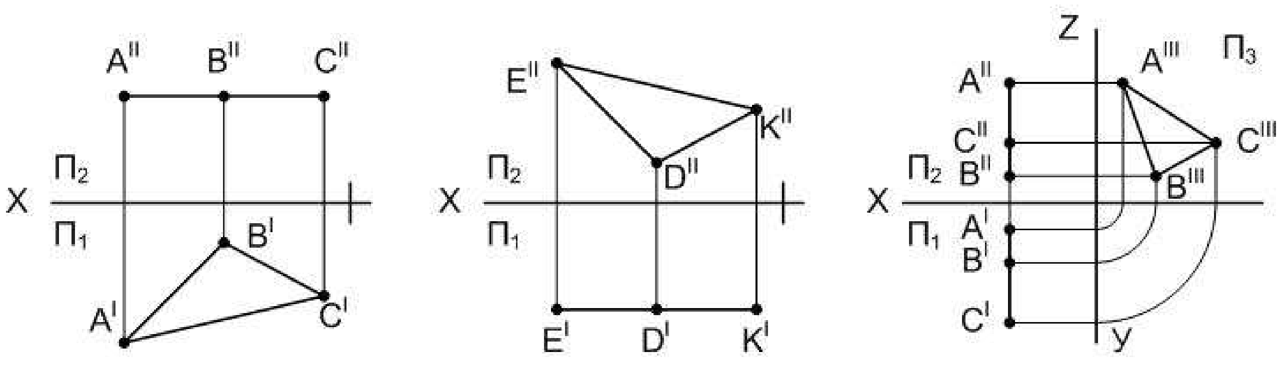


Рис.11.

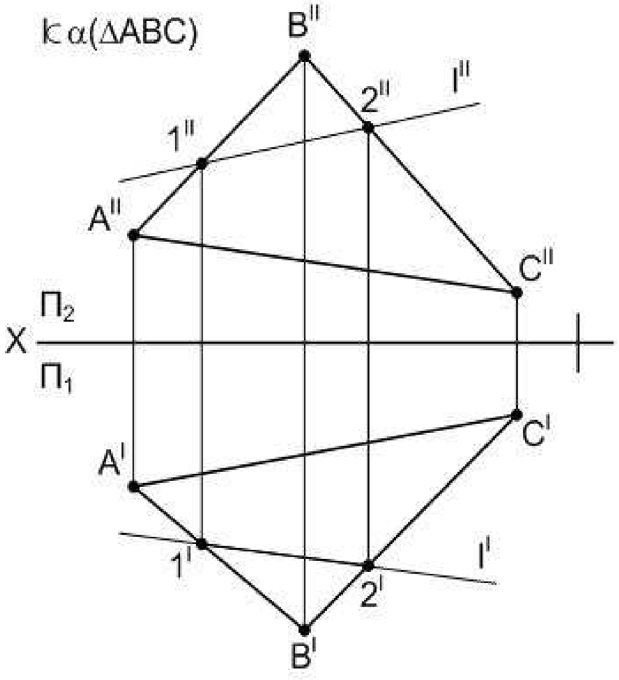


Рис. 12.

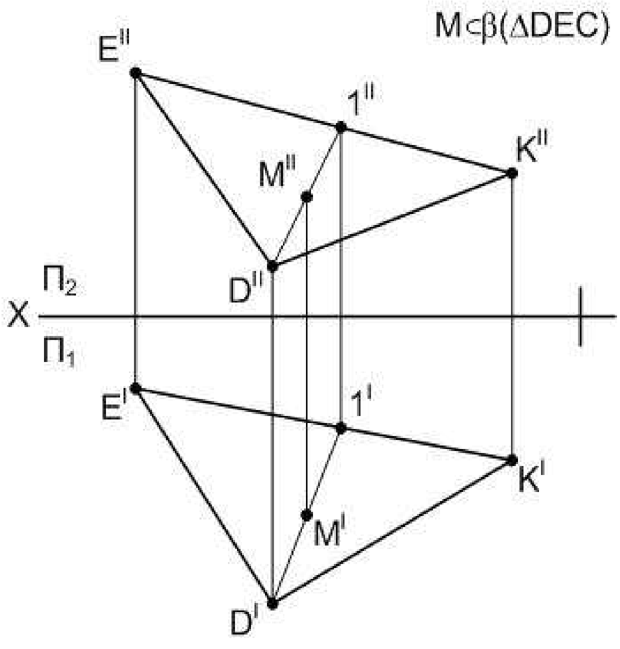


Рис.13.

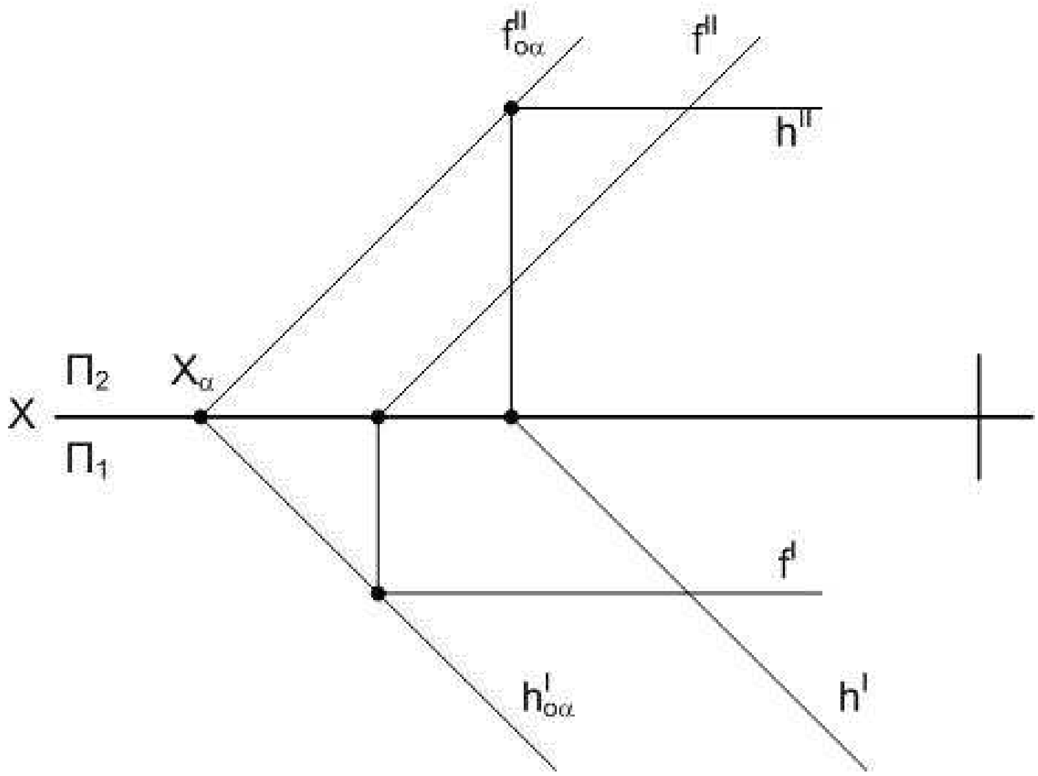


Рис. 14.

3.2. Взаимное положение прямой и плоскости и плоскостей

3.2.1. Пересечение и параллельность плоскостей

1. Плоскости могут пересекаться или быть параллельными.

2. Линия пересечения двух плоскостей определяется либо двумя точками, одновременно принадлежащими заданным плоскостям (рис.15), либо одной общей точкой и известным направлением этой линии (рис.16).

Если одна из пересекающихся плоскостей горизонтальная или фронтальная плоскость уровня, то линия пересечения плоскостей будет соответственно горизонталью (рис.16) или фронталью.

3. Точки, определяющие линию пересечения двух плоскостей общего положения, находятся с помощью двух вспомогательных плоскостей частного положения.

4. Признаком параллельности двух плоскостей является параллельность двух пересекающихся прямых одной плоскости, соответственно двум пересекающимся прямым второй плоскости (рис.17).

Признаком, параллельности плоскостей частного положения является взаимная параллельность их одноименных следов – проекций (рис.18).

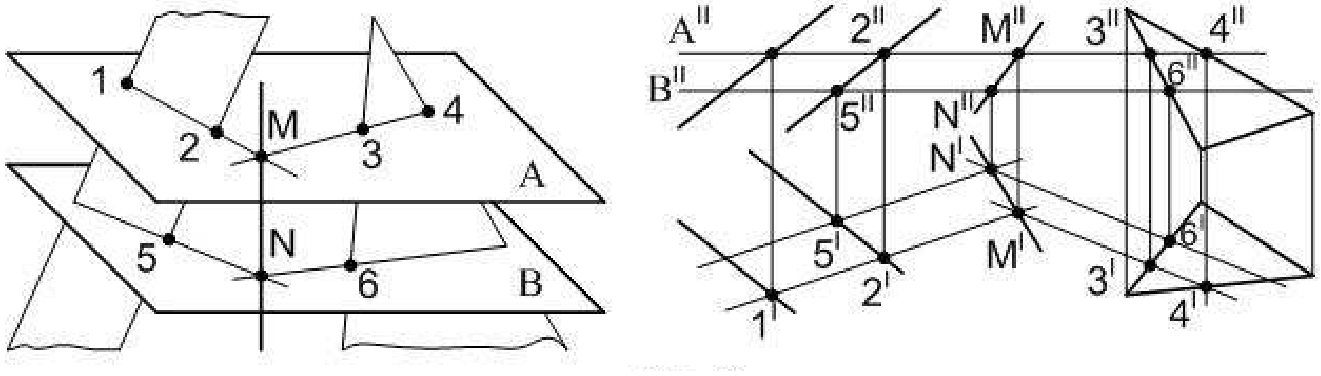


Рис. 15.

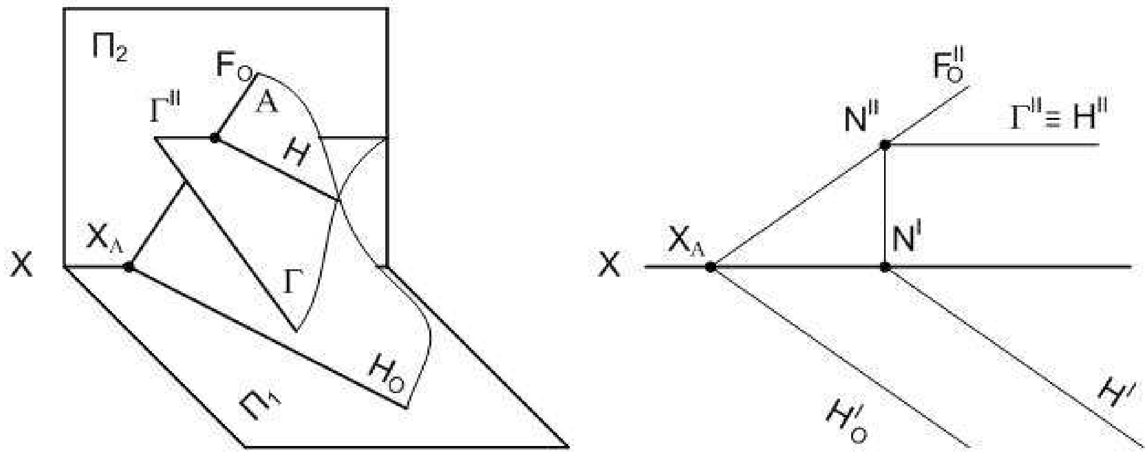


Рис.16

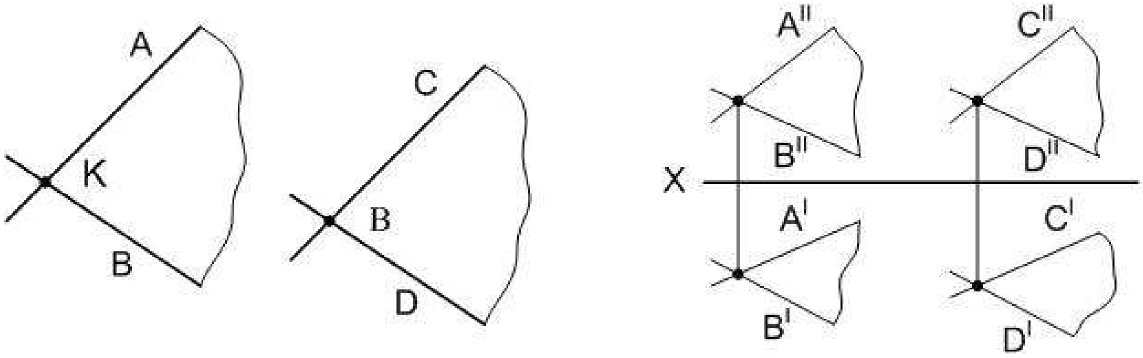


Рис.17

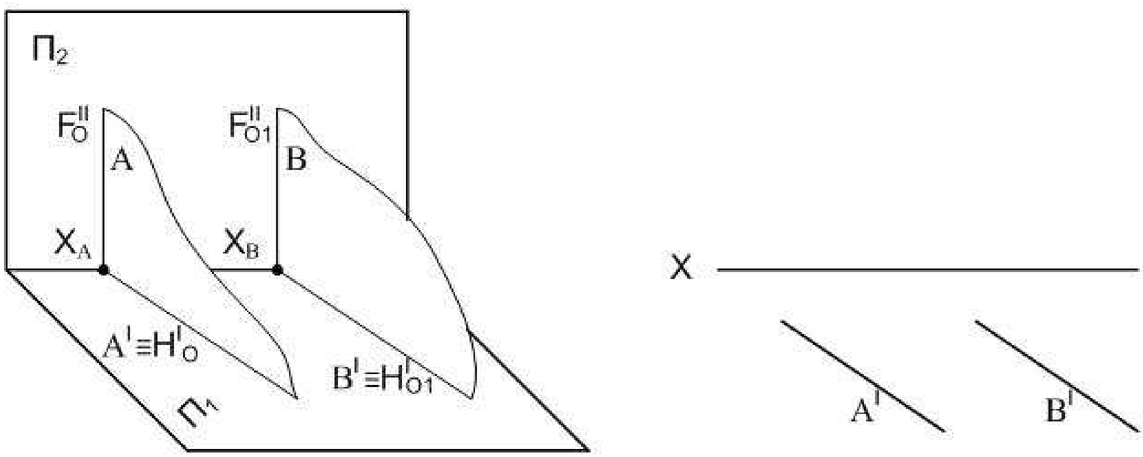


Рис.18

3.2.2. Пересечение и параллельность прямой и плоскости

1. Если прямая и плоскость имеют общее положение (рис. 19), то точка их пересечения определяется следующим образом:

а) прямую необходимо заключить во вспомогательную проецирующую плоскость;

б) построить линию пересечения заданной и вспомогательной плоскостей;

в) найти искомую точку на пересечении полученной линии с заданной прямой;

2. Если плоскость или прямая занимают проецирующее положение, то одна из проекций точки пересечения определяется без дополнительных построений, а вторая находится из условия принадлежности ее прямой (с помощью линии связи).

3. Прямая параллельна плоскости, если эта прямая параллельна любой, прямой в плоскости (рис.20), (или, если через эту прямую можно провести плоскость, параллельную заданной).

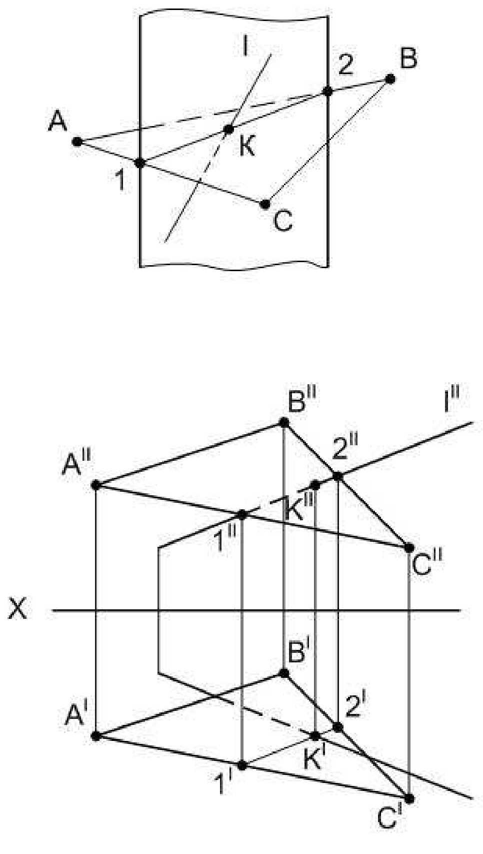


Рис. 19.

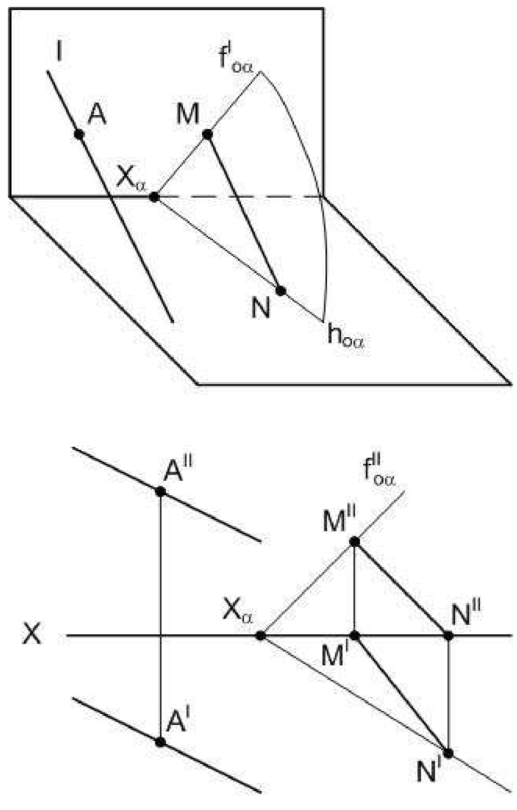


Рис. 20.

3.2.3. Перпендикулярность прямых и плоскостей

1. Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. Для решения задач на эпюре в качестве таких прямых принимаются линии уровня плоскости.

Тогда проекции прямой r перпендикулярной к плоскости будут перпендикулярны к соответствующим проекциям линии уровня плоскости, т.е. $r^I \perp h^I$, $r^{II} \perp f^{II}$ (рис.21).

При этом прямая, перпендикулярная к плоскости общего положения, всегда будет прямой общего – положения, а прямая, перпендикулярная к плоскости частного положения – прямой частного положения.

2. Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна их них содержит перпендикуляр к другой.

3. Две прямые взаимно перпендикулярны, если одна из них лежит в плоскости, перпендикулярной ко второй прямой (или если через одну из них можно провести плоскость, перпендикулярную ко второй прямой (рис.22).

Взаимно перпендикулярные прямые могут пересекаться, либо скрещиваться.

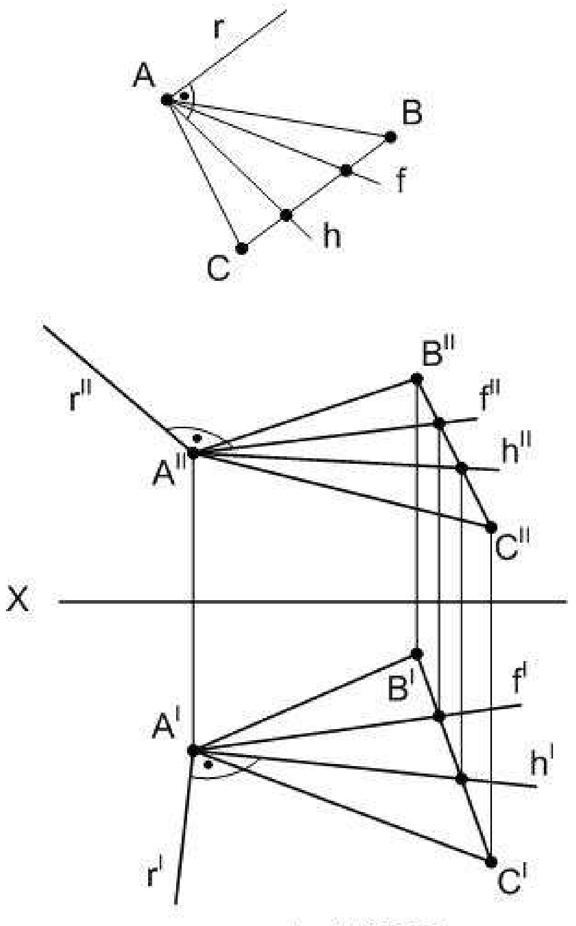


Рис. 21.

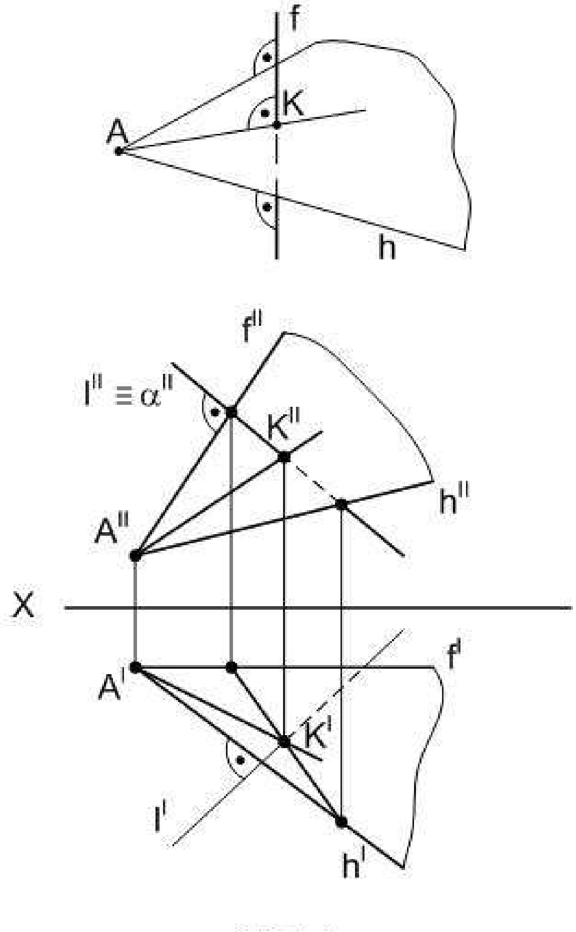


Рис. 22.

4. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

4.1. Способ замены плоскостей проекций

Заменой плоскостей проекций можно придать заданным геометрическим элементам частное положение и этим упростить решение многих задач.

Заменой одной плоскости проекций можно:

1. Прямую общего положения преобразовать в линию уровня, если новую плоскость проекций выбрать параллельно прямой (рис. 23).

2. Линию уровня преобразовать в проецирующую прямую, если новую плоскость проекций выбрать перпендикулярно к прямой.

Плоскость общего положения преобразовать в проецирующую, если новую плоскость проекций выбрать перпендикулярной к линии уровня заданной плоскости.

Проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня, если новую плоскость проекций провести параллельно заданной плоскости.

Последовательной заменой двух плоскостей проекций можно:

Прямую общего положения преобразовать в проецирующую.

Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня.

4.2. Способ вращения

1. Используя способ вращения, можно построить дополнительные чертежи предмета вращением этого предмета вокруг оси в неизменной основной системе плоскостей проекций.

2. При вращении вокруг некоторой неподвижной прямой (ось вращения) каждая точка вращаемой фигуры перемещается в плоскости перпендикулярной к оси вращения (плоскость вращения). Точка перемещается по окружности, центр которой находится в точке пересечения оси с плоскостью вращения (центр вращения), а радиус окружности равняется расстоянию от вращаемой точки до центра (радиус вращения).

3. Если какая-либо из точек данной системы находится на оси вращения, то при вращении системы эта точка считается неподвижной.

4. Ось вращения может быть задана или выбрана, в последнем случае выгодно расположить ось перпендикулярно к одной из плоскостей проекций, так как при этом упрощаются построения (рис. 24).

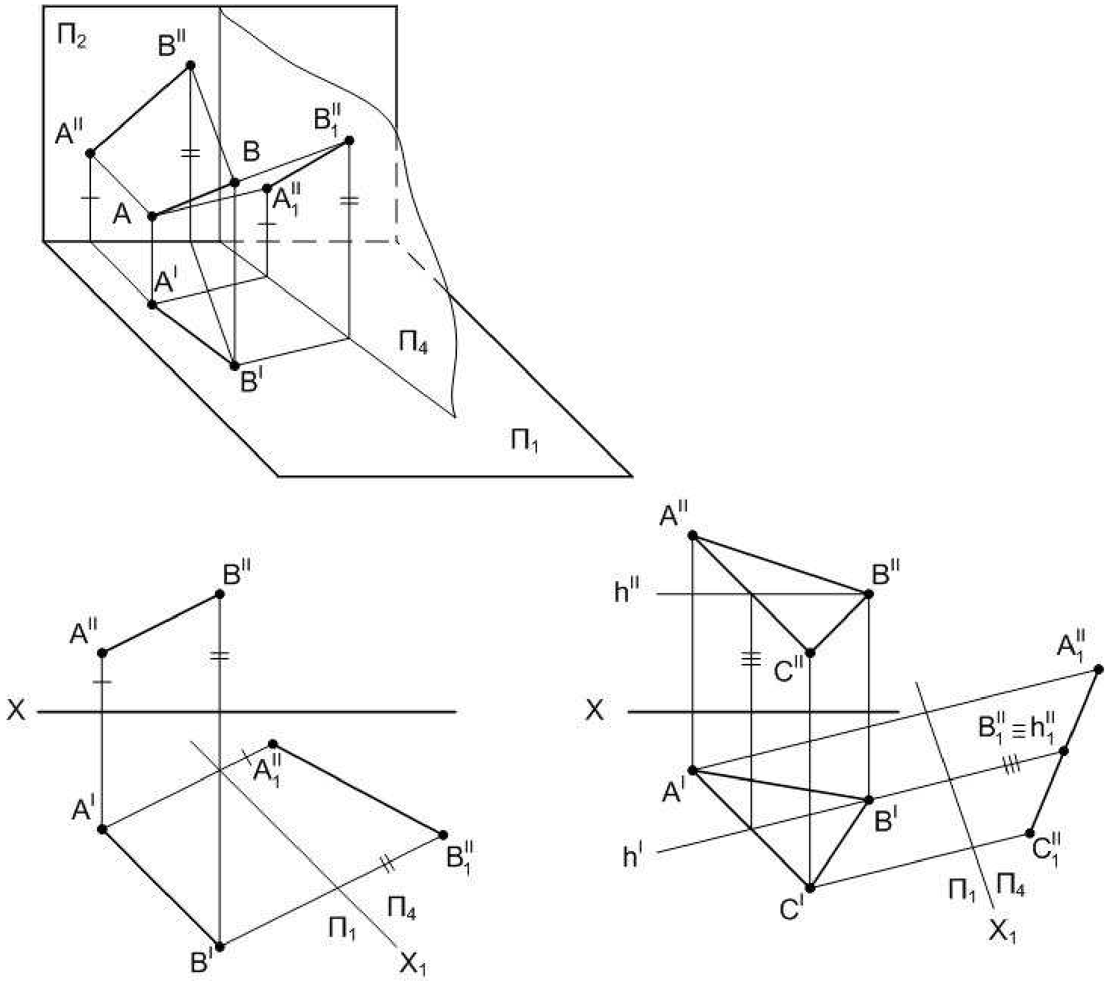


Рис. 23.

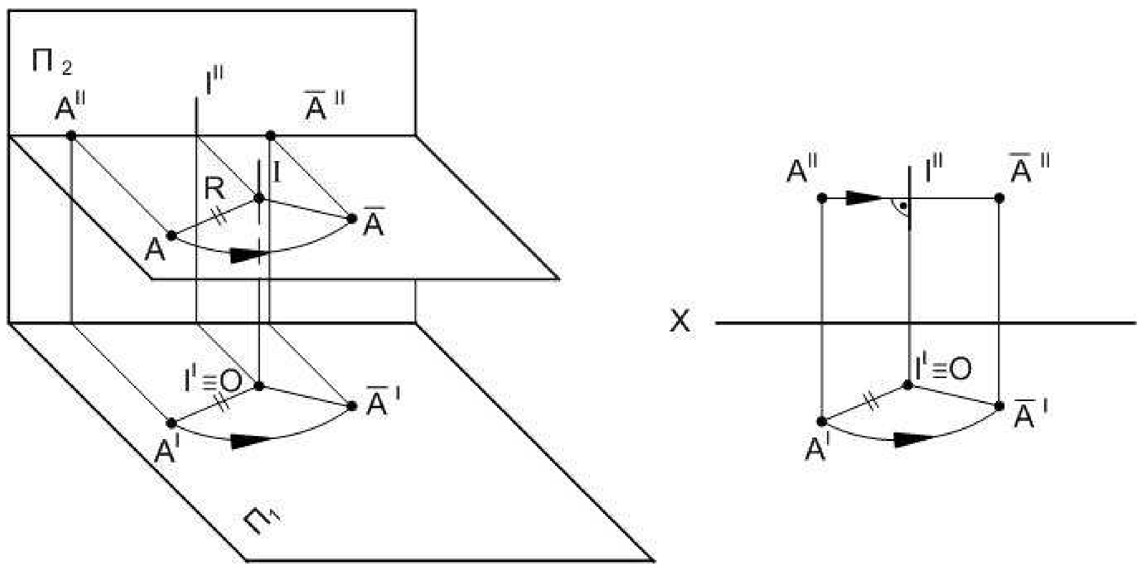


Рис. 24.

5. ПОВЕРХНОСТИ

5.1. Многогранники

5.1.1. Принадлежность точки поверхности многогранника.
Пересечение многогранника плоскостью общего и частного положения.
Пересечение многогранника прямой линией

1. Построение проекций многогранника сводится к построению проекций некоторых его точек и линии.

2. Линия, ограничивающая проекцию, называется очерком фигуры.

3. На чертеже многогранники изображаются проекциями своих вершин и ребер.

4. Чтобы построить проекции точек, принадлежащих многограннику, необходимо предварительно построить линию на заданной поверхности, а затем на проекциях этой линии построить проекции искомых точек (рис.25).

5. При пересечении многогранника плоскостью получается многоугольник, число сторон которого равно числу граней, пересекаемых плоскостью. Вершинами этого многоугольника являются точки пересечения ребер с секущей плоскостью, а сторонами линии пересечения граней с секущей плоскостью.

6. Основным способом построения точек линии пересечения многогранника плоскостью является способ вспомогательных секущих плоскостей.

Многоугольник сечения можно строить двумя способами:

а) вершины многоугольника определяются как точки пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью;

б) стороны многоугольника определяются как линии пересечения граней многогранника с секущей плоскостью (рис.26).

Для построения многоугольника сечения и определения его истинной величин можно использовать способы преобразования чертежа.

8. Для нахождения точек пересечения прямой линии с поверхностью многогранника необходимо:

а) через прямую провести вспомогательную плоскость;

б) построить многоугольник сечения;

в) найти искомые точки в пересечении прямой со сторонами многоугольника сечения.

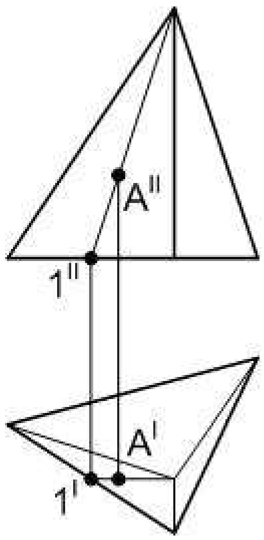


Рис. 25.

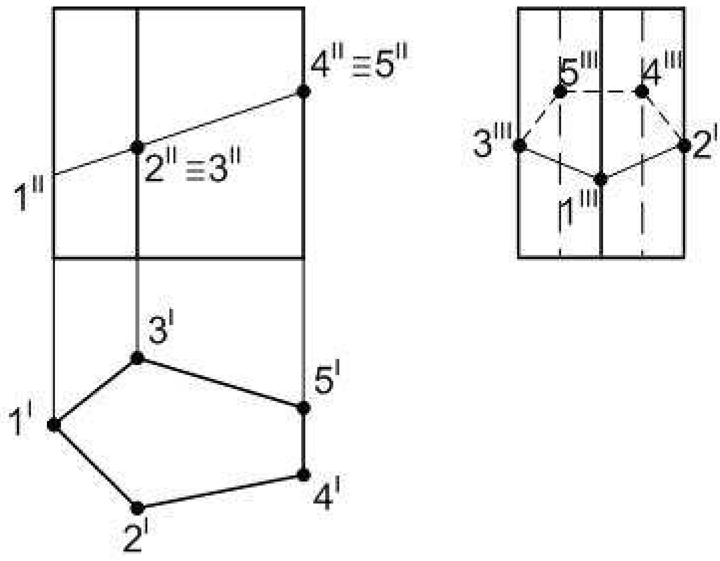


Рис. 26.

5.2. Кривые поверхности

5.2.1. Принадлежность точки кривой поверхности.

Пересечение кривой поверхности плоскостью общего и частного положения.

Пересечение кривой поверхности прямой линией

1. На чертеже кривую поверхность задают либо проекциями контурной линии очерка (если поверхность замкнутая или ограниченная), либо проекциями направляющих, образующих и условиями движения образующей (если поверхность неограниченная).

2. Чтобы построить на чертеже проекции точек принадлежащих кривой поверхности, необходимо предварительно построить какую – либо линию на заданной поверхности, а затем на проекциях этой линии построить проекции искомых точек (рис.27).

3. При пересечении кривой поверхности плоскостью в общем случае получается плоская кривая линия (эллипс, гипербола и т.д.). Для построения этой линии на чертеже находят проекции ее отдельных точек, которые затем соединяют. При этом в первую очередь следует определить характерные точки линии

сечения: точки на очерковых образующих, точки наиболее близкие и наиболее удаленные от плоскостей проекций и др. При пересечении линейчатых поверхностей плоскостями могут получаться, в частности, и прямые линии, если секущая плоскость направлена вдоль образующих (например, цилиндра, конуса) и др. На рис. 28 показано построение линии пересечения цилиндра с плоскостью общего положения.

4. Для построения проекций линии пересечения кривых поверхностей плоскостью и определения ее истинной величины удобно использовать способы преобразования комплексного чертежа.

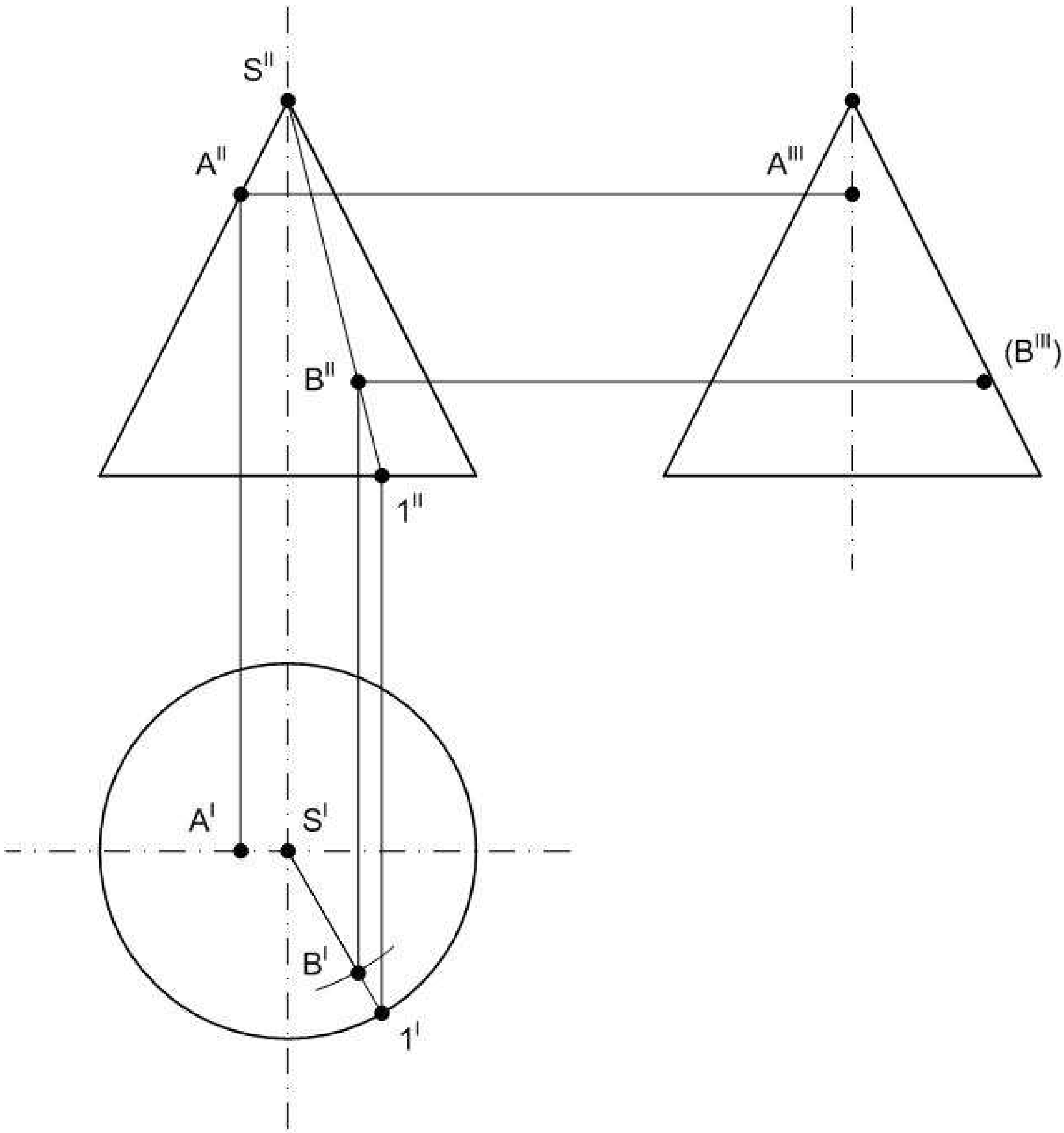


Рис. 27.

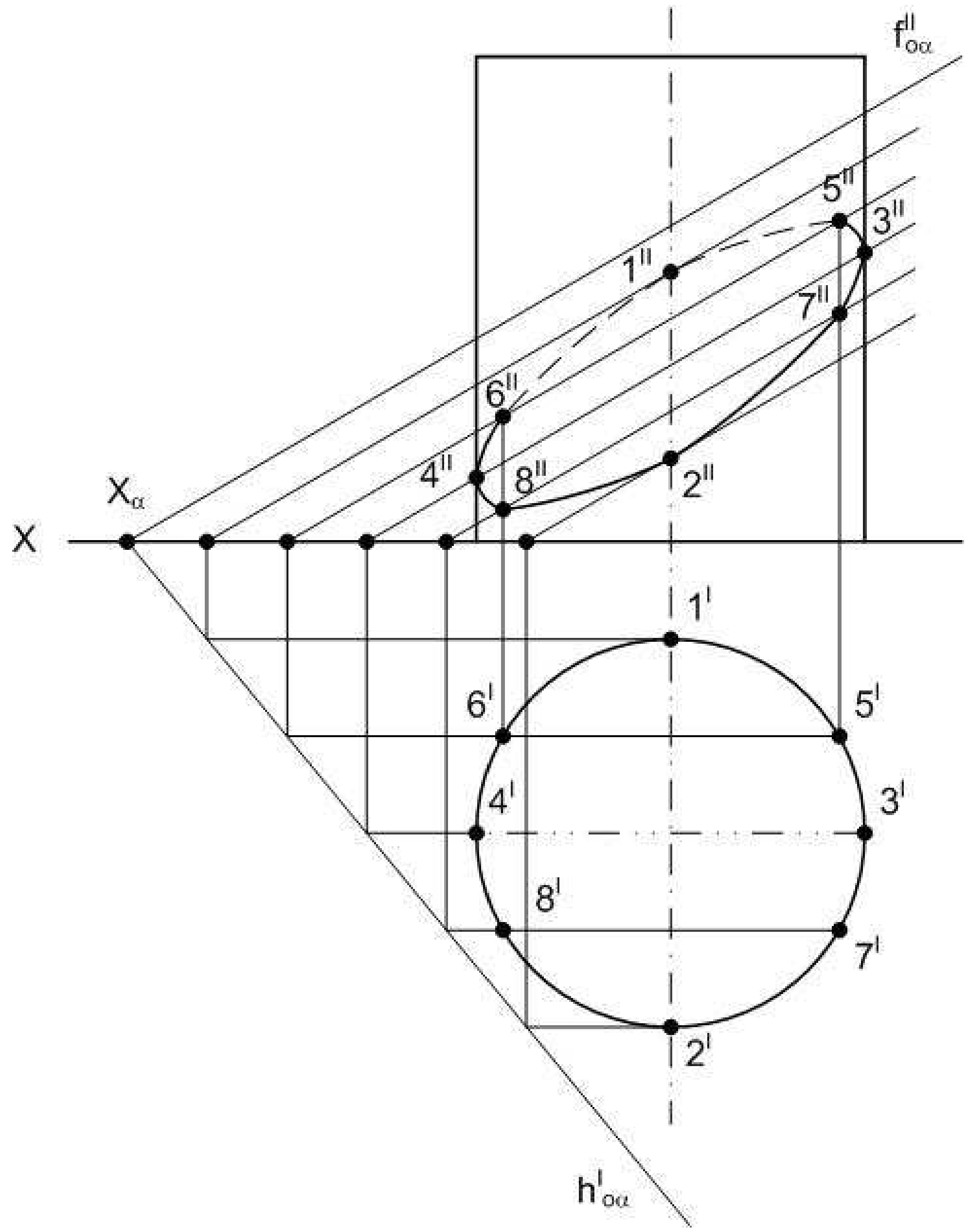


Рис. 28.

6. РАЗВЕРТЫВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

6.1. Общие сведения о развертках поверхностей

6.1.1. Основные понятия и определения

Развертыванием поверхности называется такое ее преобразование, в результате которого она совмещается с плоскостью. При этом поверхности, полностью совмещаемые с плоскостью (без складок и разрывов), называют развертывающимися, в противном случае – неразвертывающимися.

Плоская фигура, полученная в результате развертывания поверхности тела, называется разверткой.

К развертывающимся поверхностям относятся все граненые поверхности, а из линейчатых поверхностей - цилиндрические, конические и с ребром возврата. Остальные линейчатые и все кривые поверхности - неразвертывающиеся.

В дифференциальной геометрии доказывается, что если касательные плоскости в любой точке образующей линейчатой поверхности совпадают между собой, то поверхность является развертывающейся. Если касательные плоскости в разных точках одной образующей линейчатой поверхности не совпадают между собой, поверхность будет неразвертывающейся. Можно отметить простой (но недостаточный) признак развертывающихся поверхностей: бесконечно близкие образующие поверхностей должны лежать в одной плоскости, т.е. быть параллельными или пересекающимися.

6.1.2. Признаки развертывающейся поверхности

Так как развертка поверхности представляет собой плоскую фигуру, образованную из поверхности без разрывов и склеивания, то между поверхностью и её разверткой устанавливается взаимооднозначное соответствие: каждой точке (фигуре) на поверхности соответствует точка (фигура) на развертке и наоборот. На основании этого можно сформулировать следующие свойства (признаки) развертывающейся поверхности:

1. Длина любой линии на поверхности остается неизменной и равной длине соответствующей линии на развертке.

2. Замкнутая линия на поверхности и соответствующая ей линия на развертке ограничивают одинаковую площадь.

3. Угол между линиями на поверхности равен углу между соответствующими линиями на развертке.

4. Прямой (ломанной, кривой) линии на поверхности соответствует также прямая (ломанная, кривая) линия на развертке.

5. Параллельным прямым на поверхности соответствуют также параллельные прямые на развертке.

6. Если линии, принадлежащей поверхности и соединяющей две точки поверхности, соответствует прямая на развертке, то линия является геодезической.

6.1.3 Способы построения разверток поверхностей

Изыскание и применение наиболее простых способов построения разверток поверхностей имеют большое практическое значение, так как приводят к экономии материалов, уменьшают трудовые затраты.

Построение разверток сводится преимущественно к определению натуральных величин отрезков прямых и углов между ними. Поэтому для пирамидальных и конических поверхностей самым распространенным является способ треугольников (способ триангуляции). Построение разверток этих поверхностей сводится к многократному построению истинных величин треугольников, из которых состоит поверхность, развертываемой пирамиды или которой заменяют развертываемую коническую поверхность. Для призматических и цилиндрических поверхностей рекомендуется определять ширину элемента развертки и положение отдельных образующих (или ребер) с использованием плоскости проекций или построением «нормального сечения».

Для построения разверток неразвертывающихся поверхностей их разбивают на части, которые можно приближенно заменить развертывающимися поверхностями. Затем строят развертки этих частей, которые в сумме дают условную приближенную развертку неразвертывающейся поверхности.

Развертку можно выполнить с применением математических выкладок. Вычислив длины линий и углы между ними, можно по ним точно вычертить развертку, но на практике развертки выполняются на чертежах преимущественно приближенно, графическими приемами.

6.2. Построение разверток некоторых поверхностей

6.2.1. Развертка пирамидальных и конических поверхностей

Как было отмечено выше, развертки таких поверхностей строят способом триангуляции (способом треугольников).

Пусть необходимо построить развертку полной поверхности пирамиды, изображенной на рис. 29. При данном расположении пирамиды её основание проецируется на плоскость $П_1$, в натуральную величину. Чтобы определить натуральную величину боковых граней, нужно найти истинную длину каждого бокового ребра. Для этого воспользуемся вращением ребер вокруг оси i, проходящей через вершину пирамиды перпендикулярно плоскости $П_1$. Ребра (образующие) S^IA^I ,S^IB^I ,S^IC^I на горизонтальной проекции развернуты до фронтального положения $S^IA^I_0$, $S^IB^I_0$, $S^IC^I_0$ и на новой проекции получены их натуральные величины $S^{II}A^{II}_0$, $S^{II}B^{II}_0$, $S^{II}C^{II}_0$. Построив в произвольном месте чертежа треугольник $ABC = A^IB^IC^I$ – натуральную величину основания и, пристроив к нему треугольник BSC, CAS и BAS, получим развертку полной поверхности пирамиды.

Пусть на пирамиде даны точки G и D. Требуется построить эти точки на развертке и определить кратчайшее расстояние меду ними. Так как точка G расположена на ребре AS, следует при определении его натуральной величины повернуть и точку G. Тогда расстояние от этой точки до вершины проецируется на плоскость $П_2$ в натуральную величину ($S^{II}G^{II}_0 = SG$). Отложив полученный отрезок по прямой AS от точки S получим, искомую точку G. Точку D можно перенести на развертку с помощью проходящих через нее прямых, например FS и BE. В пересечении этих прямых на развертке найдем точку D.

Линия, определяющая кратчайшее расстояние между двумя точками, расположенными на поверхности, называется геодезической линией. Такая линия на развертке преобразуется в прямую. Поэтому, соединив точки G и D прямой на развертке, отметим точку ее пересечения с ребром BC. Проделав построения, обратные тем, что были выполнены при определении точки G на развертке получим фронтальную, а затем горизонтальную проекцию точки H и соединим их с соответствующими проекциями точек G и D.

На рис. 30 способом триангуляции построена развертка конической поверхности. При этом, аппроксимируют коническую поверхность многоугольной пирамидальной с ребрами, проходящими соответственно через точки 1 ,2, 3…, взятые на равных или различных расстояниях друг от друга на основании. Чем больше число граней у вписанной пирамиды, тем меньше будет разница между действительной и приближенной разверткой конической поверхности. Определив натуральную величину ребер и заменив дуги 1-2, 2-3... хордами (их натуральная величина известна), построим треугольники 1-2-S, 2-3-S и т.д. Ломанную 1-2-3... можно заменить кривой, проходящей через эти же точки. Построение на развертке точки, расположенной на поверхности конуса и решение обратной задачи, а также геодезической линии проводится аналогично тому, как это было сделано на пирамиде, с тем отличием, что проекции геодезической линии обычно представляют собой кривые линии.

Если требуется построить развертку боковой поверхности прямого кругового конуса, то она будет представлять собой круговой сектор (рис.30), радиус которого равен длине образующей конической поверхности ℓ, а центральный угол определяется формулой (1):

$$\varphi^0 = 360^0 \cdot \frac{R}{\ell}, \qquad (1)$$

где

R – радиус основания конической поверхности;

ℓ – длина образующей.

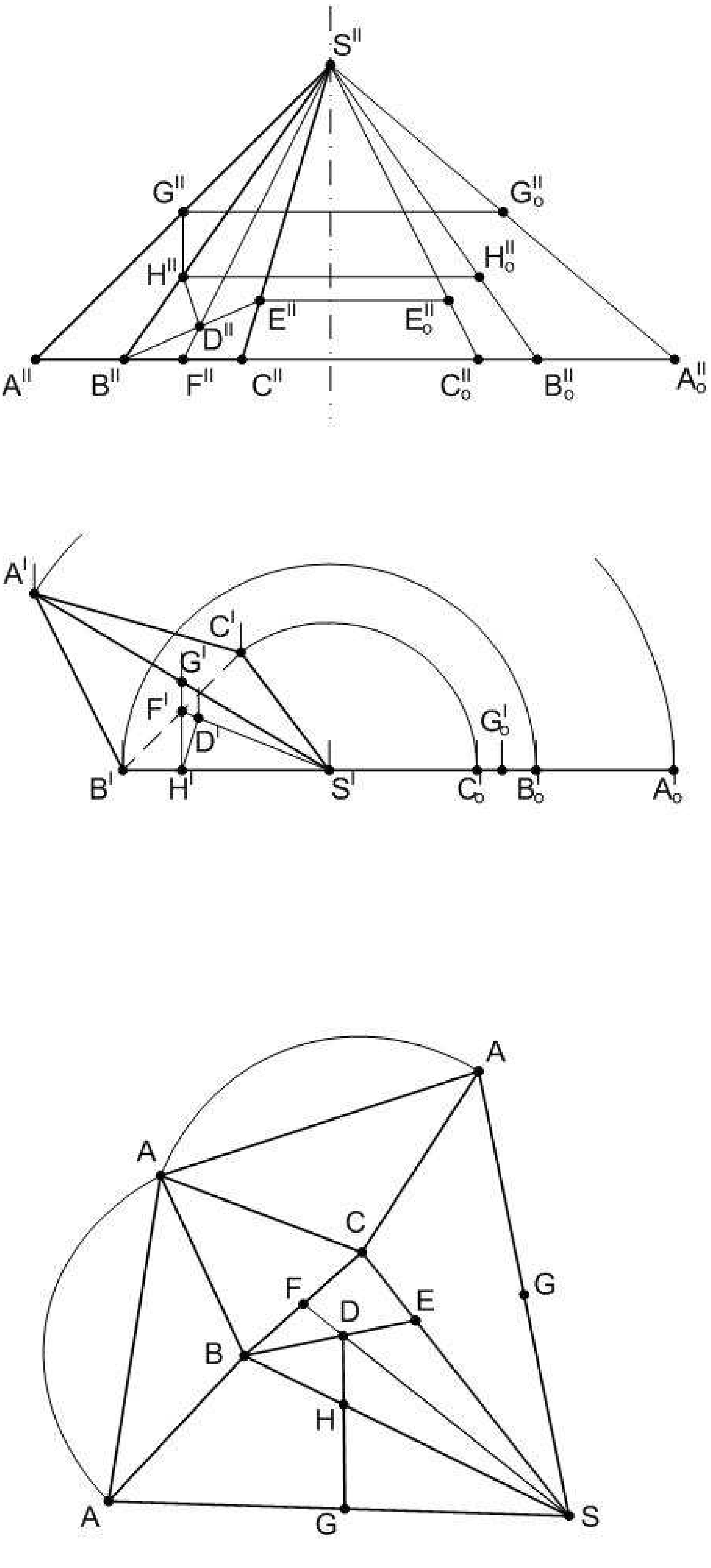


Рис. 29. Построение развертки полной поверхности пирамиды.

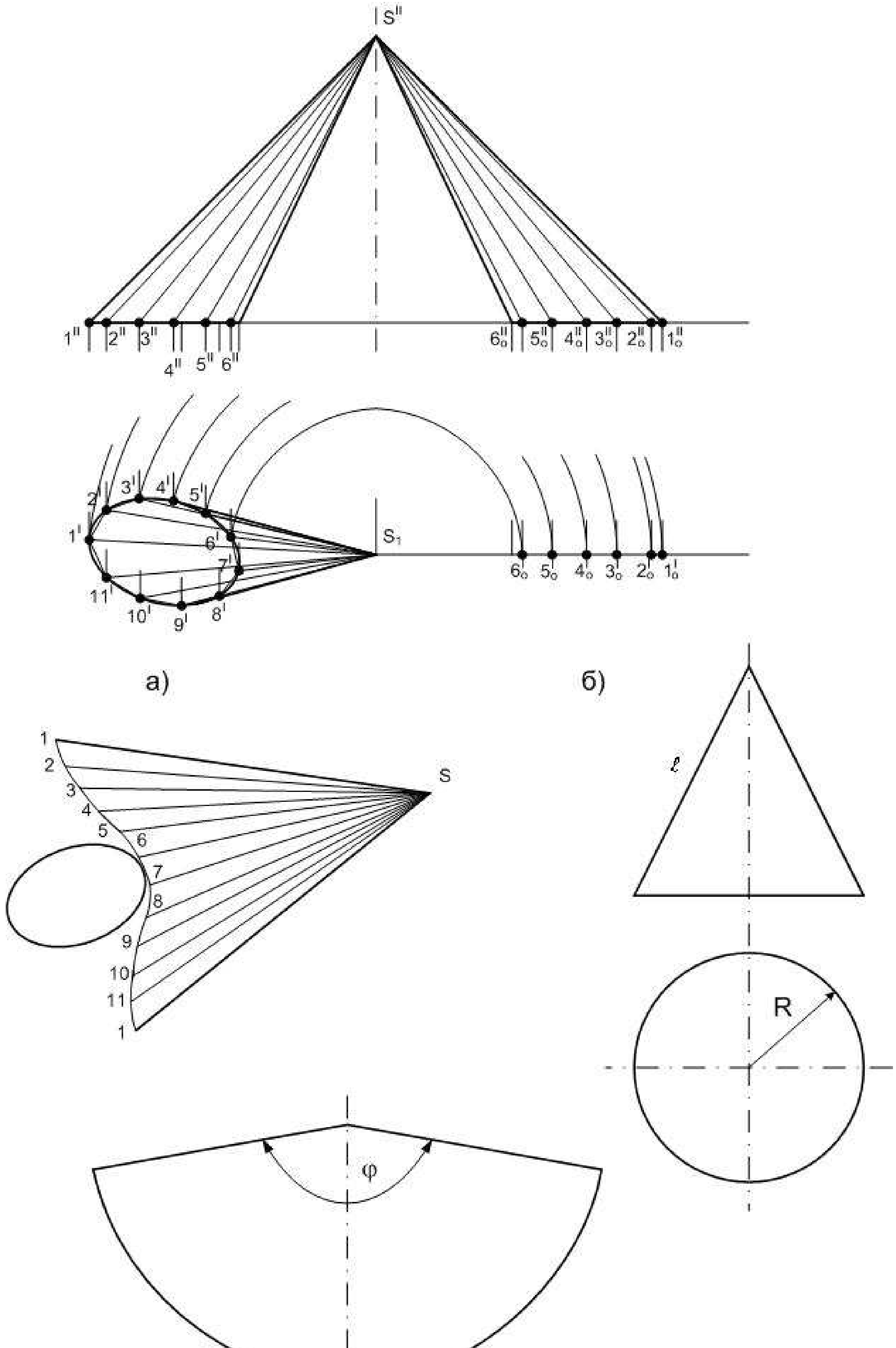


Рис. 30. Построение разверток конических поверхностей.

6.2.2. Развертка призматических и цилиндрических поверхностей

Наиболее часто развертки таких поверхностей строят двумя способами: способом перемены плоскостей проекции (раскатка) или способом нормального сечения. При этом, как и при построении развертки конуса, когда его поверхность аппроксимируется вписанной многогранной пирамидой, в цилиндрическую поверхность также вписывается многогранная призма (за исключением некоторых частных случаев). Поэтому нет необходимости рассматривать способы построения разверток как для призматических поверхностей, так и для цилиндрических поверхностей, т.к. способы эти одинаковы. Исходя из этого, подробно рассмотрим способы построения разверток призматических поверхностей, а развертки цилиндрических поверхностей покажем на рисунках без пояснений.

На рис. 31 показано построение развертки призматической поверхности способом перемены плоскостей проекций. При этом производится последовательный поворот граней вокруг ребер (раскатка).

Вначале спроецируем призму на плоскость $П_3$ параллельную боковым ребрам. Затем повернем грань ACDF вокруг ребра AD (фронтали в системе $\frac{П_1}{П_3}$) до совмещения с плоскостью, параллельной $П_3$. Так как натуральная величина ребра нам известна, проведем фронтальную проекцию τ_3 траектории точки C и на ней от точки A отложим натуральную величину ребра AC, подучив при этом точку C. Ребро CF на развертке равно и параллельно ребру AD. Вслед за этим построим проекции траектории точки B и на ней от точки C отложим натуральную величину отрезка CB (она также известна) и т.д. Соединяем точки на развертке так, как они были соединены на фигуре. Для получения развертки полной поверхности призмы следует к полученной фигуре пристроить верхнее и нижнее основания, натуральная величина которых известна.

Чтобы построить на развертке точку G, лежащую на поверхности призмы и заданную своими проекциями, следует провести через нее произвольную прямую, удобнее всего образующую GH. Построив проекции точек G и H на плоскость $П_3$, проведем проекции их траекторий. Получив точку H, проведем через нее образующую параллельно ребрам до пересечения с проекцией траектории точки G. Аналогично решается и обратная задача.

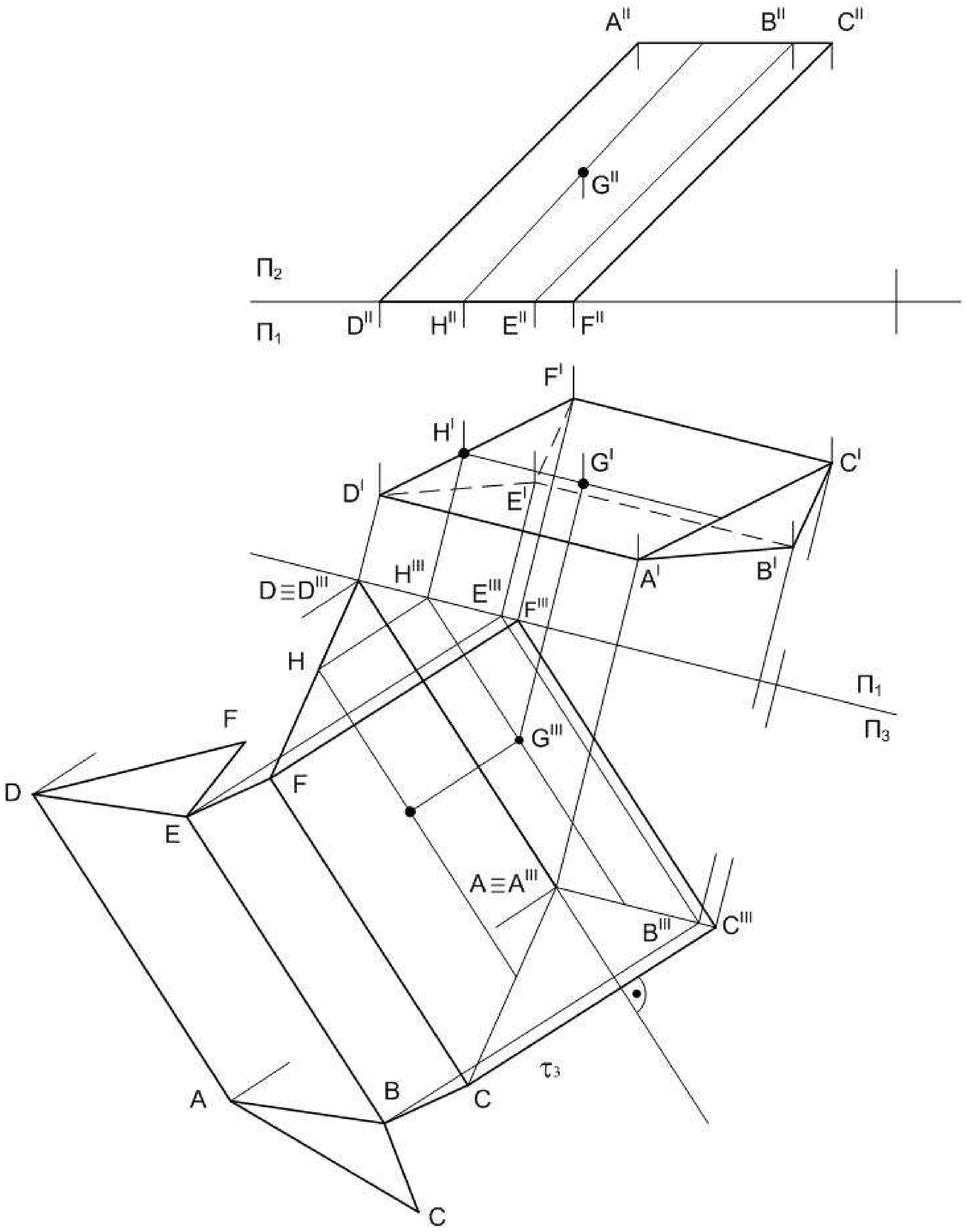


Рис. 31. Построение развертки полной поверхности призмы.

Способ перемены плоскостей проекции (раскатка).

Теперь рассмотрим построение развертки призматической поверхности способом нормального сечения (рис.32). Построение заключается в том, что призматическую поверхность рассекают плоскостью, перпендикулярной ее образующим (ребрам), и определяют истинную величину нормального сечения. Линию нормального сечения развертывают в прямую.

Тогда образующие (ребра) поверхности при развертке ее на плоскость располагаются перпендикулярно развертке линии нормального сеченая, которую принимают за базу отсчета размеров образующих (ребер).

На рис. 32 построена полная развертка поверхности треугольной призмы ABCDEF. Так как боковые ребра призмы BE, AD и CP параллельны плоскости Π_2, то они в истинную длину изображены на фронтальной плоскости проекции. Рассечем поверхность призмы плоскостью Σ перпендикулярно ребрам, которая будет являться фронтально проецирующей плоскостью. Нормальное сечение KLM призмы построено в натуральную величину путем совмещения (разворота) плоскости Σ с плоскостью Π_1, Линию нормального сечения разворачиваем в прямую и через точки K, L, M, K^I проводим прямые перпендикулярные развертке линии нормального сечения. На каждом из построенных перпендикуляров откладываем по обе стороны от линии KK^I отрезки боковых ребер, измеренных на плоскости Π_2 (до нормального сечения и после него). Отмечаем точки ребер на развертке A и D, C и F, B и E, соединяем их отрезками прямых, которые дают истинную величину сторон основания призмы. Присоединяя к развертке боковой поверхности призмы оба основания (треугольники ABC и DEF), получаем полную развертку призмы. На развертку призмы нанесена точка N, принадлежащая грани ACFD призмы, с помощью вспомогательной прямой, параллельной ребрам призмы и пересекающей нормальное сечение в точке 1.

Применение рассмотренных методов для построения разверток цилиндрических поверхностей не требует столь же детальных пояснений. Если сравнить чертежи на рис. 31, 32, 33, то построения станут понятными и без пояснений.

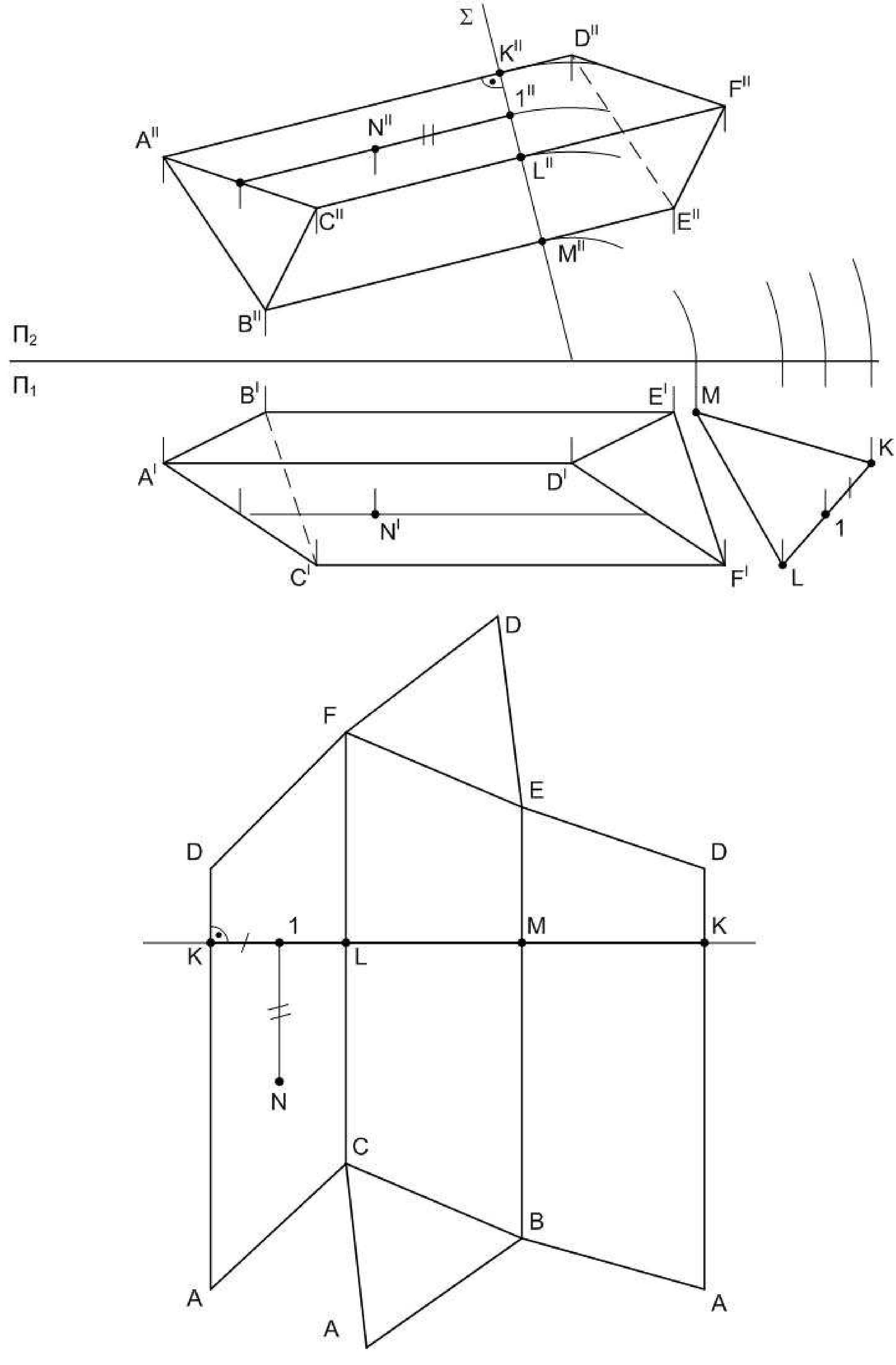


Рис. 32. Построение развертки полной поверхности призмы.

Способ нормального сечения.

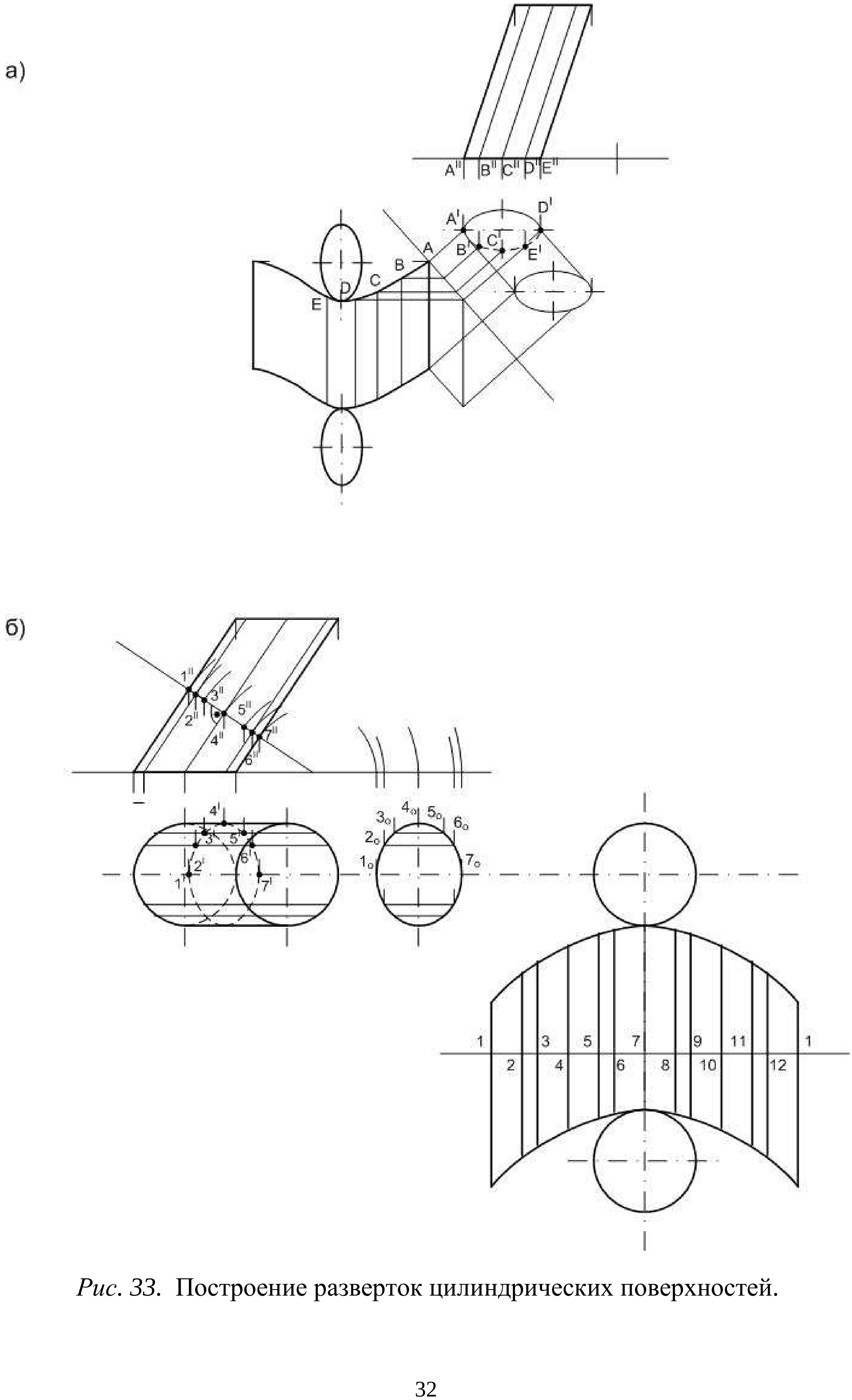


Рис. 33. Построение разверток цилиндрических поверхностей.

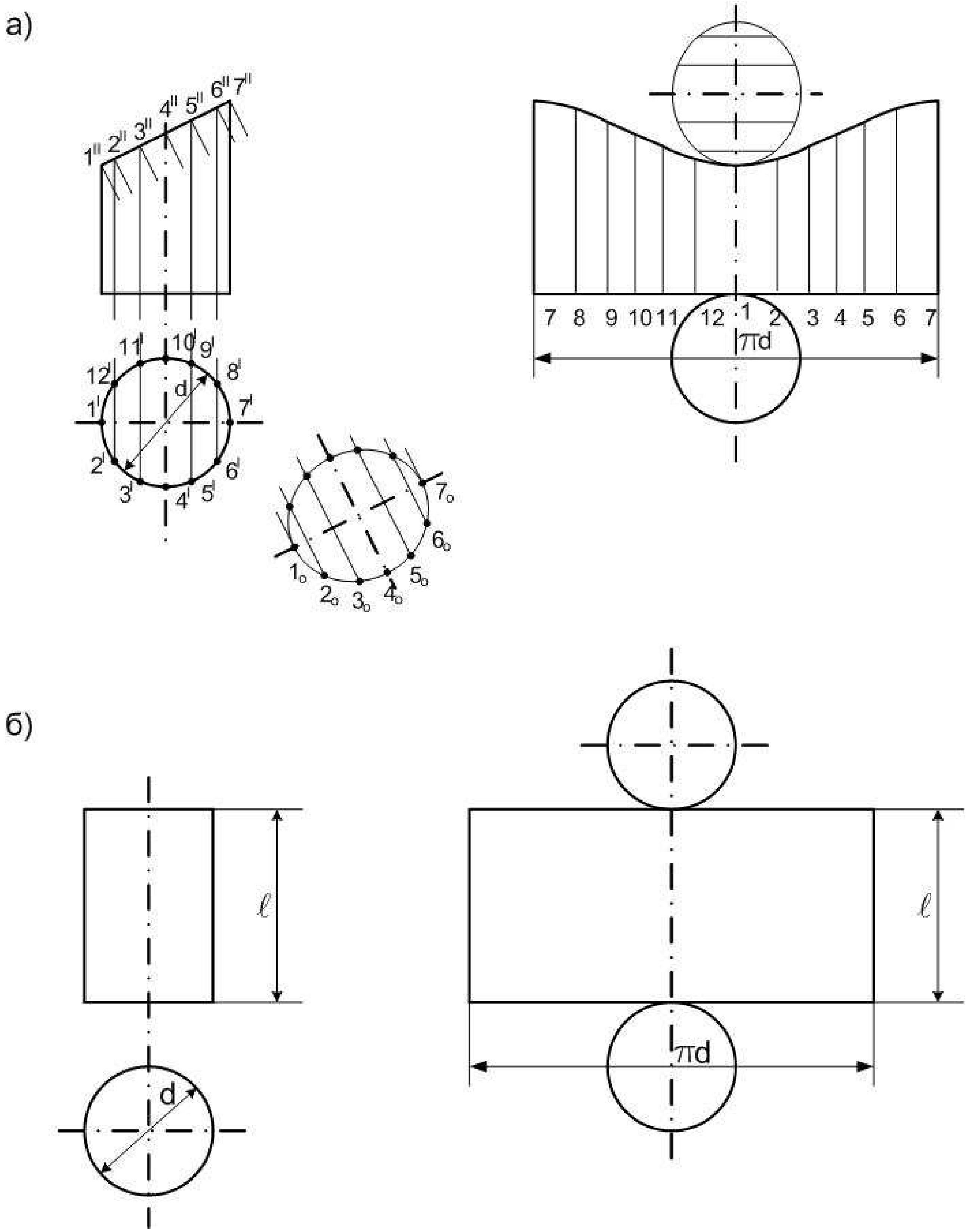


Рис. 34. Построение разверток прямого кругового цилиндра.

При построении разверток поверхности прямого кругового цилиндра (усеченного – рис. 34а и полного – рис. 34б) можно не прибегать к замене цилиндрической поверхности призматической, так как очевидно, что длина развернутого на плоскости нормального сечения равна длине окружности основания $\pi \cdot d$. Отметим лишь, что при построении полной развертки усеченного кругового цилиндра следует определить натуральную величину верхнего основания, которое представляет собой эллипс.

6.2.3. Приближенная развертка поверхностей

Как отмечалось выше, неразвертываемые поверхности не могут быть совмещены с плоскостью без разрывов и складов, т.е. теоретически неразвертываемые поверхности не имеют своей развертки. Поэтому при изготовлении из листового материала неразвертываемой поверхности приходится кроме изгибания осуществлять также и растяжение определенных участков листа.

При необходимости же построения развертки неразвертываемой поверхности ее заменяют (аппроксимируют) одной или несколькими развертывающимися поверхностями. Построенная развертка будет являться приближенной (условной).

Рассмотрим сказанное на примере развертывания полусферической поверхности (рис.35).

Для построения условной развертки разделим поверхность меридиональными плоскостями (перпендикулярными к горизонтальной плоскости проекций) на несколько частей и каждую часть примем за цилиндрическую поверхность с меридиональной направляющей и горизонтальной образующей.

Главный меридиан $0^{II}4^{II}$ разделим на несколько частей, например на четыре части и проведем параллели 1, 2, 3, 4. На прямой 04 откладываем хорды 0^{II}-1^{II}, 1^{II}-2^{II} ...(можно сразу отложить вычисленную длину дуги $0^{II}4^{II}$) и на перпендикулярах к прямой 40 - ширину каждого выделенного участка, равную длине касательных проведенных в точках 1, 2, 3, 4 и заключенные между следами меридиональных плоскостей на горизонтальной проекции. Полученные точки соединяем плавными кривым. Фигура АОВ – приближенная развертка одной части сферической поверхности. Пристроив к ней n (в нашей случае 5) конгруэнтных фигур получим полную условную развертку всей полусферической поверхности.

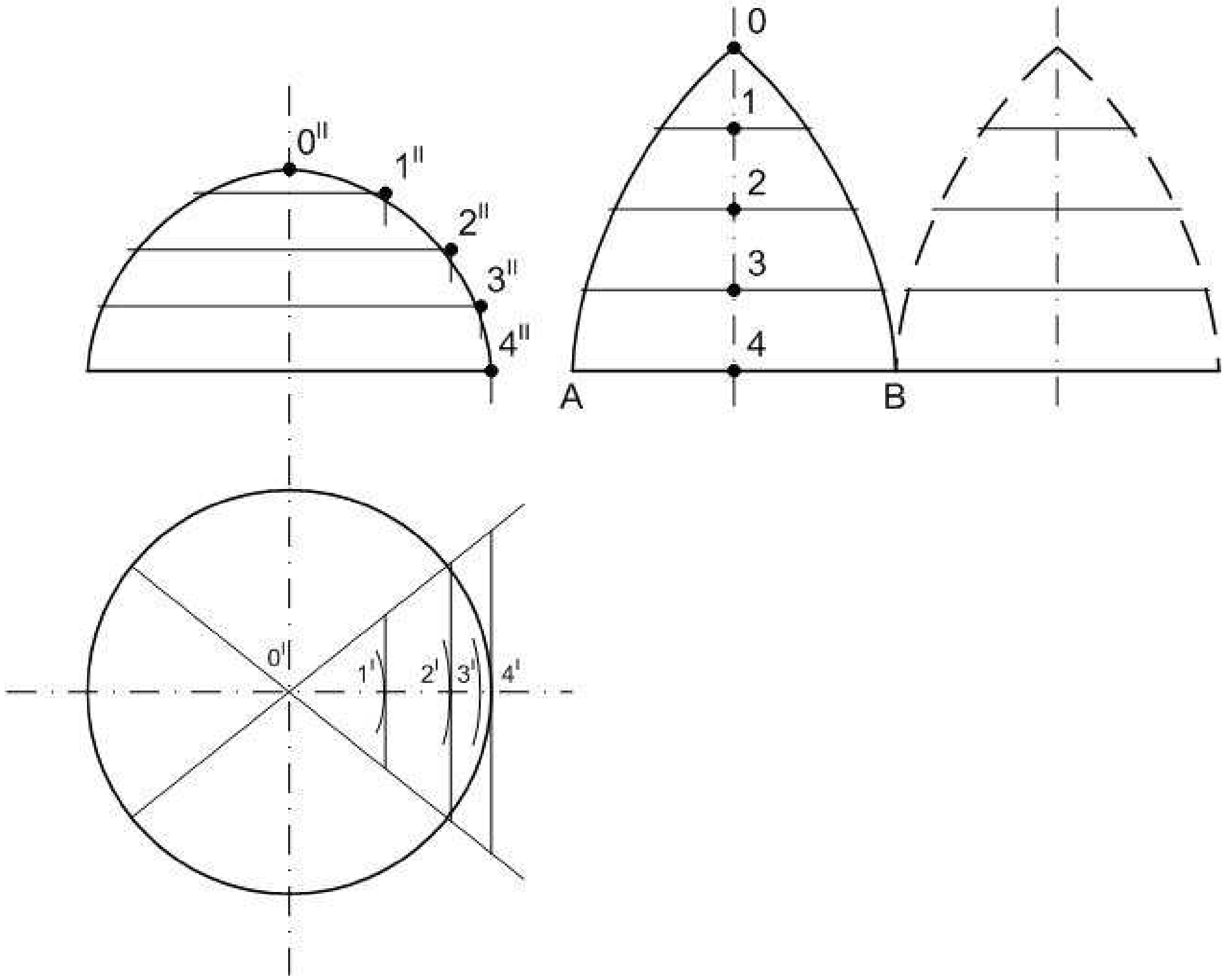


Рис. 35. Построение развертки полусферической поверхности.

Станийчук Александр Владимирович,
доцент кафедры дизайна АмГУ, канд. техн. наук;

Медведев Александр Михайлович,
доцент кафедры дизайна АмГУ, канд. техн. наук.

Начертательная геометрия (краткий курс лекций). *Учебно-методическое пособие*

Изд-во АмГУ. Подписано к печати 29.12.08. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 2,09. Тираж 100. Заказ 4.
Отпечатано в типографии АмГУ.