Министерство образования и науки РФ
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ГОУВПО «АмГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ИиУС

___________ А.В. Бушманов

«___» _________ 2009 г.

Учебно-методический комплекс дисциплины

Нечеткая логика

для направления подготовки 230100.68

Информатика и вычислительная техника

Составитель: Ерёмина В.В.

2009 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета

Нечеткая логика для направления подготовки 230100.68 «Информатика и вычислительная техника»: учебно-методический комплекс дисциплины. / Еремина В.В. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2009. – 34 с.

Учебно-методическое пособие содержит: рабочую программу преподавания дисциплины; методические указания и учебные задания для выполнения курса практических и лабораторных работ.

1. Рабочая программа

По дисциплине: Нечеткая логика

Для направления подготовки магистра: 230100.68 – Информатика и вычислительная техника

Курс: 6 Семестр: B

Лекции: 18 (час.) Экзамен: нет

Практические занятия: 54 (час.) Зачет: B семестр

Лабораторные занятия: 18 (час.)

Самостоятельная работа: 84 (час.)

Всего часов: 174 (час.)

Составитель: Ерёмина В.В.

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель преподавания дисциплины

Освоение методов нечеткой логики, формирующих один из новых подходов к анализу и моделированию прикладных задач.

Задачи изучения дисциплины

По завершению курса «Нечеткая логика», обучаемые должны приобрести устойчивые знания по обработке информации, моделированию, исследованию операций управления и прогнозирования АСОИиУ.

Перечень разделов (тем) необходимых дисциплин

Математическая логика: основные операции булевой алгебры.
Математический анализ: операционный метод.
Основы теории управления: математический аппарат передаточных функций.
Нейронные сети.

2. Содержание дисциплины

Федеральный компонент
Цикл дисциплин направления

Лекционные занятия

Тема 1. Операции на единичном интервале: нечеткая алгебра как расширение булевой алгебры; расширение стандартных логических операций – 2 ч.

Тема 2. Нечеткие множества. Операции над нечеткими множествами: нечеткие высказывания и операции над ними; нечеткие множества; нечеткие переменные; лингвистические переменные; включения и равенства нечетких множеств; теоретико-множественные операции; основные свойства нечетких множеств – 4 ч.

Тема 3. Нечеткие соответствия и отношения: четкие соответствия и отношения; способы задания нечетких соответствий и отношений; операции над нечеткими соответствиями и отношениями; композиции нечетких соответствий – 2 ч.

Тема 4. Нечеткие числа: основные определения операций над нечеткими числами; модели и методы принятия решений в условиях неопределенности; классификация моделей и методов принятия решений; модели линейного упорядочивания и принятия решений; модели линейного упорядочивания; метод анализа иерархий; методы принятия решений при нечеткой исходной информации – 2 ч.

Тема 5. Нечеткие реляционные уравнения: основные понятия; простейшие нечеткие реляционные уравнения; полиномиальные уравнения; системы полиномиальных уравнений; уравнения общего вида – 2 ч.

Тема 6. Нечеткие системы логического вывода: механизмы логического вывода; нечеткое моделирование; нечеткие контроллеры – 2 ч.

Тема 7. Нейро-нечеткие системы: введение в теорию нейронных систем; нечеткие нейронные сети; нейронные сети для представления правил вывода; гибридные нейро-нечеткие системы; структура и передаточные характеристики фази-регуляторов; структура системы фази-регулирования; синтез фази-регуляторов – 4 ч.

Практические занятия

Практическое занятие 1. Нечеткие высказывания и операции над ними – 6 ч.

Практическое занятие 2. Нечеткие множества и операции над ними – 6 ч.

Практическое занятие 3. Способы задания нечетких соответствий и отношений – 6 ч.

Практическое занятие 4. Операции над нечеткими соответствиями и отношениями – 6 ч.

Практическое занятие 5. Операции над нечеткими числами – 6 ч.
Практическое занятие 6. Модели линейного упорядочивания – 6 ч.
Практическое занятие 7. Метод анализа иерархий – 6 ч.
Практическое занятие 8. Методы принятия решений при нечеткой исходной информации – 6 ч.
Практическое занятие 9. Нечеткие реляционные уравнения – 6 ч.

Лабораторные занятия

Лабораторная работа 1. Возможности приложения Matlab “Fazzy Logic” – 2 ч.
Лабораторная работа 2. Фази-алгоритмизация задачи регулирования – 2 ч.
Лабораторная работа 3. Процедура фази-логики: фазификация – 2 ч.
Лабораторная работа 4. Процедура фази-логики: инференция – 2 ч.
Лабораторная работа 5. Процедура фази-логики: агрегирование – 2 ч.
Лабораторная работа 6. Процедура фази-логики: дефазификация – 2 ч.
Лабораторная работа 7. Система регулирования уровня жидкости в резервуаре – 2 ч.
Лабораторная работа 8. Система управления положением тележки мостового крана – 2 ч.
Лабораторная работа 9. Пропорционально-интегральный фази-регулятор – 2 ч.

Самостоятельная работа студентов

Нечеткие нейронные сети – 40 ч.
Гибридные нейро-нечеткие системы – 44 ч.
Рекомендуемая литература:

1. Zimmermann, H.-J.: Fuzzy Set Theory – and its Applications. Kluver, Boston 1991.
2. Ульянов С.В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных систем управления: теоретические и прикладные аспекты // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1991. – № 3.
3. Lutz, H., Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik. – 2, ueberarb. und erw. Aufl. – Thun; Frankfurt am Main, 1998.

Вопросы к зачету

Нечеткая алгебра как расширение булевой алгебры
Расширение стандартных логических операций

Нечеткие высказывания и операции над ними
Нечеткие множества
Нечеткие переменные
Лингвистические переменные
Включения и равенства нечетких множеств
Теоретико-множественные операции; основные свойства нечетких множеств
Способы задания нечетких соответствий и отношений
Операции над нечеткими соответствиями и отношениями
Композиции нечетких соответствий
Основные определения операций над нечеткими числами
Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности
Классификация моделей и методов принятия решений
Модели линейного упорядочивания и принятия решений
Модели линейного упорядочивания; метод анализа иерархий
Методы принятия решений при нечеткой исходной информации
Простейшие нечеткие реляционные уравнения
Механизмы логического вывода
Нечеткое моделирование
Нечеткие контроллеры
Нечеткие нейронные сети
Нейронные сети для представления правил вывода
Гибридные нейро-нечеткие системы
Структура и передаточные характеристики фази-регуляторов
Структура системы фази-регулирования
Синтез фази-регуляторов – 4 ч.

Оценочные критерии

Обучаемый получает зачет по изучаемой дисциплине в случае, если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

3. Учебно-методические материалы по дисциплине

Используемая и рекомендуемая литература

Основная:

Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботах. – М.: Физматлит, 2009. – 280.

Капля Е.В., Кузеванов В.С., Шевчук В.П. Моделирование процессов управления в интеллектуальных измерительных системах. – М.: Физматлит, 2009. – 512.

Частиков А.П., Гаврилова Т.А., Белов Д.Л. Разработка экспертных систем. Среда CLIPS. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 606 с.

Балдин К.В., Брызгалов Н.А., Рукосуев А.В. Математическое программирование: учебник. – М.: Дашков и К, 2009. – 219 с.

Смолянцов Н.К. Matlab: программирование на Visual C++, Borland JBuilder, VBA: учебник. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2009. – 456 с.

Мышкис А.Д. Математика для технических вузов: специальные курсы: учебное пособие. – СПб.: Лань, 2009. – 633 с.

Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов: учебное пособие. – М.: Либроком, 2009. – 392 с.

Гуц А.К. Математическая логика: учебное пособие. – М.: Либроком. 2009. – 117 с.

Пегатред А. Нечеткое моделирование и управление. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. – 799 с.

Дополнительная:

Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986.

Алиев Р.А., Церковный А.З., Мамедова Г.А. Управление производством при нечеткой исходной информации. – М.: Энергоатомиздат, 1991.

Лукас В.А. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1990.

Учебные пособия:

Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению лабораторных работ.

4. Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Форма контроля
			Практические	Лабораторные		Содержание	Часы	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 2	1	2.2.1	2.3.1	2.4.1	3.2.1	2.5.1	40	злр[1]
3 4	2	2.2.2	2.3.2	2.4.2	3.2.1			злр
5 6			2.3.3	2.4.3	3.2.1			злр
7 8	3	2.2.3	2.3.4	2.4.4	3.2.1			злр сб[2]
9 10	4	2.2.4	2.3.5	2.4.5	3.2.1	2.5.2	44	злр
11 12	5	2.2.5	2.3.6	2.4.6	3.2.1			злр
13 14	6	2.2.6	2.3.7	2.4.7	3.2.1			злр
15 16	7	2.2.7	2.3.8	2.4.8	3.2.1			злр сб
17 18			2.3.9	2.4.9	3.2.1			злр зач[3]

[1] Защита отчета о выполнении лабораторной работы
[2] Собеседование по результатам самостоятельной работы студентов
[3] Зачет по изучаемой дисциплине

2. Конспект лекций

Тема 1. Операции на единичном интервале

Нечеткая алгебра как расширение булевой алгебры

Булева алгебра представляет собой структуру $< B,\ 0,\ 1,\ ',+,\ * >$, для которой справедлива следующая система аксиом:

1) $x + x = x$, $x * x = x$ (идемпотентность);
2) $x + y = y + x$, $x * y = y * x$ (коммутативность);
3) $x + (y + z) = (x + y) + z$, $x * (y * z) = (x * y) * z$ (ассоциативность);
4) $x + x * y = x$, $x * (x + y) = x$ (поглощение);
5) $x * (y + z) = x * y + x * z$, $x + y * z = (x + y) * (x + z)$ (дистрибутивность);
6) $x + 0 = x$, $x \cdot 1 = x$;
7) $x + x' = 1$, $x * x' = 0$.

Приведенная система аксиом является зависимой. Можно, например, ограничиться только тождествами 2) и 5) – 7).

В классической логике операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции на двухэлементном множестве $\{0; 1\}$ задают таблично.

Расширение стандартных логических операций

Рассмотрим действительный отрезок $L = [0,\ 1]$. Отображения $L \to L$ и $L2 \to L$ будем рассматривать как унарную и бинарную функции соответственно. Введем на L новые операции.

Инвертором (нечетким отрицанием) N называется унарная строго убывающая функция, удовлетворяющая условиям $N(N(x)) = x$, $N(0) = 1$ и $N(1) = 0$.

t-нормой T называется коммутативная, ассоциативная бинарная функция, частные функции которой сохраняют порядок, имеющая 1 в качестве нейтрального элемента и для которой выполняются условия $T(x,\ 0) = 0$ и $T(x,\ 1) = x$.

t-конормой (s-нормой) S называется коммутативная, ассоциативная бинарная функция, частные функции которой сохраняют порядок, имеющая 0 в качестве нейтрального элемента, и для которой выполняются условия $S(x,\ 0) = x$ и $S(x,\ 1) = 1$.

Импликатором I называется бинарная функция, частные функции которой изменяют порядок по первой переменной, сохраняют по второй, и для которой выполняются условия $I(x,\ 1) = 1$, $I(1,\ y) = y$, $I(0,\ y) = 1$.

Тема 2. Нечеткие множества. Операции над нечеткими множествами

Нечеткие множества

К базовым, или первичным, понятиям фази-логики относятся понятия «нечеткое множество» и «лингвистическая переменная».

В математике обычное, или *четкое, множество* (англ. – *crisp set*) определяют как совокупность каких-либо объектов (элементов множества), обладающих общими для всех них характеристическими свойствами. Четкое множество задают либо перечислением всех его элементов (если оно конечное), либо сформулировав строгое правило отнесения того или иного объекта к рассматриваемому множеству. Если элемент x принадлежит множеству X , то пишут $x \in X$.

Ниже множества будут обозначаться символами M, A, B, R, X и Y, при этом под R, X и Y будут подразумеваться так называемые основные, или базисные, множества, а под M, A и B – подмножества базисных множеств R, X или Y. Например, четкое множество $M_ц$ целых отрицательных чисел x_i из исходного базисного множества R рациональных чисел можно представить перечислением всех элементов:

$$M_ц = \{x_1 = -1,\ x_2 = -2,\ x_3 = -3, \dots \}, \qquad (1)$$

а множество M всех отрицательных чисел x из того же множества – так:

$$M = \{x;\ x \in R,\ x<0 \}. \qquad (2)$$

Для описания четких множеств типа (1) и (2) используют характеристическую функцию $\mu_M(x)$, которая принимает лишь два значения – 0 или 1:

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in M, \\ 0, & \text{если } x \notin M. \end{cases} \qquad (3)$$

Лингвистические переменные

Главным первичным понятием фази-логики является понятие *лингвистической переменной* (англ. – *linguistic variable*). *Лингвистической* называют переменную, которая задана на количественной шкале базисной переменной x и принимает значения в виде слов и словосочетаний естественного языка. Отдельное значение лингвистической переменной, или *лингвистическое значение*, называемое также *лингвистическим термом* (англ. – *linguistic term*), задается не в виде конкретного числа, а с помощью одной ФП. Другими словами, каждому терму соответствует нечеткое множество. Например, если физическая переменная – температура x в жилом помещении – характеризуется обиходными нечеткими понятиями «нормальная», «прохладно» и т.п., то совокупность M_L этих 5 значений «холодно», «тепло» и т.п. рассматривается как лингвистическая переменная, принимающая эти лингвистические значения, или термы.

Лингвистическая переменная полностью определена, если заданы множество ее термов (например, «холодно», «прохладно»,…) и множество соответствующих ФП (например, $\mu_х(x)$, $\mu_п(x)$,…). На практике вместо абсолютных значений базисной переменной x используют ее нормированные значения $x_н$.

Операции с нечеткими множествами

Известные в алгебре логики или булевой алгебре логические операции «И», «ИЛИ», «НЕ», производимые с логическими переменными 1 и 0, могут быть применены и для нечетких множеств. Для этого вместо переменных 1 и 0, соответствующих истинному и ложному высказыванию, используют ФП $\mu(x)$, текущие значения которых можно рассматривать как степени истинности, принимающие значения от 0 («ложно») до 1 («истинно»), включая все промежуточные значения («может быть с вероятностью $\mu(x)$»).

Операции дизъюнкции (англ. – *disjunction*), конъюнкции (англ. – *conjunction*) и отрицания (англ. – *complement*), выполняемые над высказываниями A и B

или с логическими переменными 1 и 0, аналогичны соответственно операциям объединения, пересечения и отрицания, выполняемым над множествами.

Отметим, что в математической логике союз «ИЛИ», соответствующий операции дизъюнкции – объединения высказываний A и B, понимается в смысле, что истинно хотя бы одно из них.

Главной операцией фази-логики является процедура нечеткого вывода (англ. – *fuzzy-reasoning*), с помощью которой из нечетких условий получают приближенные решения. Эта процедура основана на операции импликации, используемой в традиционной математической логике.

Импликация (от лат. implicatio – связывание) – логическая операция, заключающаяся в соединении двух высказываний A и B в новое высказывание «если A, то B». Высказывание A называется посылкой (англ. – *pramise*) высказывания $A \to B$, а высказывание B – его заключением (англ. – *conclusion*). При этом не обязательно наличие причинной связи между утверждениями, содержащимися в высказываниях A и B, а истинность импликации не зависит от смысла этих высказываний. В математической логике учитывается лишь истинность высказываний, а не их смысл. Другими словами, высказывание $A\to B$ считается ложной импликацией лишь в том случае, когда посылка A истинна, а заключение B ложно.

Тема 3. Нечеткие соответствия и отношения

Четкие соответствия и отношения

В приложениях нечеткой логики – нечетких реляционных уравнениях, методах принятия решений – существенно используются нечеткие соответствия, отношения и операции над ними. Рассмотрим вначале соответствующие понятия четкой алгебры.

Если A и B – произвольные множества, то символом (a, b) обозначается *пара*, где $a \in A$, $b \in B$. Пары (a, b) и (a', b') считаются равными, если $a = a'$ и $b = b'$. Множество всех пар $\{(a, b)|a \in A, b \ni B\}$ называется *прямым или декартовым произведением* множеств A и B и обозначается $A \,.\, B$.

Соответствием между множествами A и B в четкой алгебре называется подмножество ρ множества $A.B$.Ес ли $(a, b) \in \rho$, то говорят, что элемент a находится в отношении ρ с элементом b.

Отношением на множестве A называется подмножество декартова квадрата $A * A$. Другими словами, отношение – это соответствие множества A с самим собой.

Выделяют следующие типы отношений ρ на множестве A.

Рефлексивное — $(x, x) \in \rho$ для всех $x \in A$.

Антирефлексивное — $(x, x) \notin \rho$ для всех $x \in A$.

Симметричное — $(x, y) \in \rho$ влечет за собой $(y, x) \in \rho$.

Антисимметричное — $(x, y) \in \rho$ и $(y, x) \in \rho$ влечет за собой $x = y$.

Транзитивное — $(x, y) \in \rho$ и $(y, z) \in \rho$ влечет за собой $(x, z) \in \rho$.

Способы задания нечетких соответствий и отношений

Пусть X, Y — непустые четкие множества. *Нечетким соответствием* R является нечеткое подмножество декартова произведения множеств $X*Y$. Множество X называют областью отправления, а множество Y — областью прибытия нечеткого соответствия.

Пусть X — непустое множество. *Нечетким отношением* R является нечеткое подмножество декартова произведения $X^2 = X * X$. X называется областью задания нечеткого отношения. Если R — нечеткое отношение, то $\mu R(u, v)$ интерпретируется как степень принадлежности пары (u, v) отношению R. Используется и другое обозначение — $R(u, v)$.

В отличие от классических отношений, принадлежность пары к которым определяется характеристической функцией, в нечетких отношениях принадлежность пары определяется функцией принадлежности. Как и при переходе от четких к нечетким множествам, в данном случае происходит отказ от одного из свойств обычных отношений — относительно «каждой пары можно четко утверждать, принадлежит она отношению или нет».

Существуют три эквивалентных способа задания нечетких соответствий и отношений: теоретико-множественный, матричный и графический. В *матричном виде* нечеткое отношение R, введенное на множестве X, задается с помощью матрицы смежности (инциденций), строки и столбцы которой помечены элементами $x \in X$. На пересечении i-й строки и j-го столбца ставится элемент $rij = \mu R(xi, xj)$, где μR — функция принадлежности элементов из X^2 нечеткому отношению R. В *графическом виде* нечеткое соответствие R можно задать в виде ориентированного графа с множеством вершин $X \in Y$, каждой дуге $< xi, yj >$ которого приписано значение $\mu R(xi, yj)$ функции принадлежности. Для *теоретико-множественного* задания нечеткого соответствия необходимо перечислить элементы множеств X и Y и задать нечеткое множество подмножество в $X*Y$.

Операции над нечеткими соответствиями и отношениями

Операции над нечеткими отношениями традиционно определяются с использованием максминного подхода. П о аналогии с операции над нечеткими множествами ниже предоставлен более общий подход к определению данных операций на основе введенных ранее операций над нечеткими переменными. Все операции, определенные далее для нечетких соответствий, справедливы и для нечетких отношений.

Пусть R, S — два нечетких соответствия, заданных на $X * Y$. Для определения операций соответствия должны иметь одинаковую размерность.

Дополнением соответствия R называется соответствие $\neg R$ с функцией принадлежности $\mu\neg R(u, v) = N(\mu R(u, v))$, где N — инвертор.

Пересечением соответствий R и S называется соответствие $R \cap S$ с функцией принадлежности $\mu R \cap S(u, v)$.

Объединением соответствий R и S называется соответствие $R \cup S$ с функцией принадлежности $\mu R \cup S(u, v)$.

Композиции нечетких соответствий

Композицией нечеткого множества A, заданного на множестве X и нечеткого соответствия R, заданного на $X * Y$, называется нечеткое множество $A \circ R = \{(y, \mu A{\circ}R(y))\}$. В частном случае в роли T-нормы может выступать операция min. Композиция $A \circ R$ представляет собой проекцию нечеткого соответствия R на множество A.

Пусть на $X*Y$ и $Y*Z$ заданы нечеткие соответствия $R = \{((u, v), \mu R(u, v))\}$, $S = \{((v,w), \mu S(v,w))\}$. Композицией соответствий называется нечеткое соответствие $R \circ S = \{((u,w), \mu R{\circ}S(u,w))\}$, заданное на $X * Z$. Композицию соответствий можно рассматривать как произведение матриц, задающих соответствия. Только вместо операции умножения при этом используется операция взятия T-нормы, а вместо операции сложения используется операция взятия максимума.

Тема 4. Нечеткие числа

Основные определения операций над нечеткими числами

На практике часто возникают ситуации, когда для характеристики численного значения величины приходится использовать обороты «около», «больше», «много меньше» и т.п. Подобные характеристики являются примерами так называемых нечетких чисел. Использование нечетких чисел позволяет приблизить процесс формализации ситуации к процессу человеческого мышления.

Используя теорию нечетких множеств, можно представить нечеткое число как нечеткое подмножество множества действительных чисел. Также теорию нечетких чисел рассматривают как расширение теории интервалов достоверности, когда эти интервалы рассматриваются при всех уровнях от 0 до 1 вместо рассмотрения одного из них.

Нечетким числом называется нечеткое подмножество универсального множества действительных чисел R, функция принадлежности μ которого удовлетворяет условиям: непрерывности; нормальности; выпуклости.

Существует два основных способа введения операций над нечеткими числами: с использованием понятия α-сечения или при помощи *принципа расширения (extension principle)*, предложенного Заде.

Понятие α-уровня соответствует понятию интервала достоверности. Операции над нечеткими числами осуществляются последовательно уровень а уровнем, аналогично выполнению операций над этими интервалами.

Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности

Многочисленные исследования показывают, что лица, принимающие решения (ЛПР) без дополнительной аналитической поддержки, используют упрощенные, а иногда и противоречивые решающие правила. Поддержка принятия решения требуется во всех без исключения областях прикладной деятельности человека, что связано с увеличивающимся объемом информации, необходимостью учитывать большое количество противоречивых факторов, объективных и субъективных составляющих при принятии решений.

Модель задачи принятия решений (ЗПР) представляется в виде: < *t,X,R,A, F,G,D* >, где *t* — постановка задачи (например, выбрать одну наилучшую в некотором смысле альтернативу или упорядочить все множество альтернатив); *X* — множество допустимых альтернатив; *R* — множество критериев оценки степени достижения поставленных целей; *A* — множество шкал измерения по критериям (шкалы наименований, порядковые, интервальные, отношений); *F* — отображение множества допустимых альтернатив в множество критериальных оценок; *G* — система предпочтений решающего элемента; *D* — решающее правило, отражающее систему предпочтений.

Классификация моделей и методов принятия решений

Классификация моделей задач принятия решений проводится в соответствии со следующими признаками:

1) по виду отображения *F* — детерминированное, вероятностное или неопределенное, можно выделить соответственно: ЗПР в условиях определенности, ЗПР в условиях риска, ЗПР в условиях неопределенности.

2) по мощности множества *R* — одноэлементное множество или состоящее из нескольких критериев, выделяются соответственно: ЗПР со скалярным критерием, ЗПР с векторным критерием (многокритериальные задачи);

3) по типу системы *G* — отражает предпочтения одного лица или коллектива в целом, выделяются задачи индивидуального принятия решения (ПР), задачи группового ПР.

При исследовании экономических, социальных и других систем, в функционировании которых участвует человек, значительное количество информации может быть получено от людей, имеющих опыт работы с данной системой и знающих ее особенности, от людей, имеющих представление о целях функционирования системы. Эта информация носит субъективный характер, и ее представление в естественном языке содержит неопределенности, которые не имеют аналогов в языке традиционной математики. В этом случае лучше рассматривать задачи оптимального управления с позиций методов, учитывающих неопределенность описания модели исследуемого объекта. При этом под неопределенностью будем понимать явления, не поддающиеся анализу и измерению со сколь угодно большой точностью.

Модели линейного упорядочивания

Используемые в практике модели линейного упорядочивания традиционно разделяются на две большие группы, различающиеся своим подходом к решению задачи упорядочивания объектов. В *моделях первой группы*, использующих *статистические методы*, каждому объекту *xi* сопоставляется определенный интегральный показатель *πi*, оценивающий итоги его сравнений с остальными объектами, а далее объекты просто упорядочиваются по убыванию значений этого ранжирующего фактора. В *моделях второй группы*, использующих *комбинаторно-логические и теоретико-графовые методы*, оцениваются показатели не отдельных объектов, а всего упорядочивания в целом, и выбирается упорядочивание, максимизирующее некоторый функционал качества.Оц енок важности при этом не делается.

Выбор модели упорядочивания с теми свойствами, которые особенно желательны в данном конкретном случае, представляется весьма полезным в системах поддержки принятия решений. Модели типа: модель функции доминируемости, Брэдли-Терри, Бержа-Брука-Буркова, стохастическая модель Ушакова, модель равномерного сглаживания предлагают гораздо более убедительные доводы в пользу соответствующих оптимальных упорядочиваний. Модель Брэдли-Терри пригодна для простых структур и целочисленных турнирных матриц, которые не учитывают неточность, неопределенность в оценках экспертов. Стохастическая модель Ушакова скорее ориентирована на вероятностный класс неопределенностей, в отличие от нее модель Бержа-Брука-Буркова и модель функции доминируемости позволяют учитывать неопределенность явлений, не поддающихся измерению со сколь угодно большой точностью и с учетом нечеткости соответственно.

Метод анализа иерархий

При принятии управленческих решений и прогнозировании возможных результатов лицо, принимающее решение, обычно сталкивается со сложной системой взаимозависимых компонент (ресурсы, желаемые исходы или цели, лица или группа лиц и т.д.), которую нужно проанализировать. Метод анализа иерархий (МАИ) развивает модель Бержа-Брука-Буркова. Принимая решение, группа экспертов производит декомпозицию сложной проблемы — определяет ее компоненты и отношения между ними. Получается модель реальной действительности, построенная в виде иерархии. Вершина иерархии — общая цель, далее располагаются подцели, затем силы, которые влияют на эти подцели, люди, их цели, политики, стратегии, и, наконец, исходы, являющиеся результатами стратегий. На следующем этапе решения сравниваются уже отдельные компоненты иерархии между собой. В результате может быть выражена относительная степень интенсивности взаимодействия элементов в иерархии. За тем эти суждения выражаются численно. В завершении анализа проблемы МАИ включает процедуры синтеза множественных суждений, получения приоритетности критериев и нахождения альтернативных решений. Таким образом, основные этапы принятия решения с помощью МАИ следующие:

• построение иерархии рассматриваемой проблемы;
• парное сравнение компонент иерархии;
• математическая обработка полученных суждений.

В наиболее элементарном виде иерархия строится с вершины (с точки зрения управления — целей), через промежуточные уровни (критерии, от которых зависят последующие уровни) к самому низкому уровню (который обычно является перечнем альтернатив). Существуют несколько видов иерархий: доминантные, холлархии, китайский ящик и т.д. Наиболее часто применяется первый тип иерархий.

Методы принятия решений при нечеткой исходной информации

Выделим следующие методы теории принятия решений при нечеткой исходной информации:

– методы принятия решений с одним экспертом;

– методы принятия решений с группой экспертов, характеризуемых весовыми коэффициентами;

– методы принятия решений с группой экспертов, характеризуемых нечетким отношением нестрогого предпочтения.

Тема 6. Нечеткие системы логического вывода

Механизмы логического вывода

Пусть x и y — наименования входной и выходной лингвистистических переменных; A и B — некоторые нечеткие множества (функции принадлежности), взятые из терм-множеств переменных x и y соответственно. *Лингвистическим правилом нечеткого логического вывода «если. . . то. . . »* (в дальнейшем называемое просто *лингвистическим правилом*) называется конструкция вида

$$R\text{: если } x \text{ есть } A, \text{ то } y \text{ есть } B,$$

где «x есть A» — нечеткое высказывание, называемое *предпосылкой*, а «y есть B» — нечеткое высказывание, называемое *следствием* правила.

Лингвистическое правило R может быть интерпретировано как нечеткое следствие (импликация) $A \to B$ и, следовательно, выражено в виде нечеткого соответствия предпосылки и следствия $R = A \to B$, заданного на декартовом произведении областей определения (четких множествах) входной переменной X и выходной переменной Y . *Композиционное правило вывода* выходного значения системы для правила R при входе A' в записи «x' есть A'» определяется как нечеткое множество B', получаемое с помощью композиции входа и нечеткого соответствия импликации $B' = A' \circ (A \to B)$. Для получения нечеткого соответствия

$$R = A * B,\ R(x, y) = A(x) \to B(y),$$

где $A(x) = \mu A(x)$ — значение функции принадлежности элемента x нечеткому множеству A, в приложениях наиболее часто используется импликация Мамдани (т.е. $A(x) \to B(y) = \min\{A(x), B(y)\}$) и max−min композиции.

Нечеткое моделирование

В связи с тем, что во многих прикладных задачах требуется оперировать с обычными (четкими) значениями, моделирование процессов при помощи нечетких систем логического вывода состоит из нескольких этапов: фазификации (приведения к нечеткости); логического вывода на основе заданных правил; дефазификации (приведения к четкости).

На этапе фазификации происходит преобразование четких входных данных в нечеткие множества. В подавляющем большинстве случаев для этого используются синглетонные модели (синглетоны).

Нечеткие контроллеры

Системы, подверженные входному управляющему воздействию вектора u, называются управляемыми. Процесс поддержания выхода такой системы y близким к желаемому выходу y^* называется *управлением* (*регуляцией*). Устройство, предназначенное для управления подобной системой, называется *управляющим устройством* или же *контроллером*.

Основная форма дискретного управляющего закона имеет вид

$$u(t) = f(e[t],\ e[t-1],\ .\ .\ .\ ,\ e[t-\tau\ ];\ u[t-1],\ .\ .\ .\ ,\ u[t-\tau\ ]),$$

где t — дискретный момент времени, $e[t] = y^*\ [t]\ -\ y[t]$ — ошибка между желаемым и реальным значениями выходов, τ — порядок контроллера, а f — некоторая, вообще говоря, нелинейная функция. Такие контроллеры реализуют принцип *обратной связи*.

В 1975 году Мамдани и Ассилиан (Assilian) представили тип контроллера, названный контроллером Мамдани [44]. С уть его действия состоит в определении изменений управляющего воздействия $\Delta u[t] = u[t]{-}u[t{-}1]$ в зависимости от ошибки $e[t]$ и ее изменения $\Delta e[t] = e[t]\ -\ e[t\ -\ 1]$ в текущий момент времени. В 1995 году Кастро (Castro) доказал, что нечеткие контроллеры Мамдани с симметричными треугольными функциями принадлежности Aij и Bi, синглетонным способом фазификации и дефазификацией с помощью нахождения центра тяжести являются универсальными аппроксиматорами. Другими словами, отображения, реализуемые этими контроллерами, способны приблизить произвольную непрерывную функцию, заданную на компакте, с любой заданной точностью. Подобные системы могут быть эффективно реализованы в виде компьютерного программного продукта.

Набор лингвистических правил для каждой задачи определяется экспертом. С этим связан как недостаток нечетких контроллеров — субъективный выбор правил, который может оказаться неполным или противоречивым, так и преимущество — возможность привлечения знаний и опыта эксперта. Такие контроллеры легко интерпретируются. Хотя нечеткие системы имеют обширную область применения, их использование связано со значительными трудностями. Причина такого явления заключается в необходимости выбора подходящих параметров функций принадлежностей. Этот недостаток может быть скомпенсирован способностью искусственных нейронных сетей к настройке весовых коэффициентов.

Тема 7. Нейро-нечеткие системы

Введение в теорию нейронных систем

Искусственный нейрон представляет собой элемент, преобразующий векторный вход x в скалярный выход y. Совокупность нейронов образует *искусственную нейронную сеть (НС)*, среди которых самым распространенным классом являются сети прямого распространения. В таких НС нейроны расположены в несколько слоев — нейроны одного слоя, получая входные сигналы с предыдущего, преобразуют их и передают выходы нейронам следующего слоя. Слои сети за исключением входного и выходного называются *скрытыми* слоями. Говорят, что НС состоит из M слоев, если она включает входной слой, $(M\ -\ 1)$ скрытых слоев и выходной слой. *Обучением* НС называется процесс параметрической идентификации весов сети на основе набора вход-выходных данных, называемых *обучающим множеством*. НС находят большое приложение в решении многих практических задач, связанных с прогнозированием, классификацией и кластеризацией, управлением техническими, экономическими и социальными системами. Главной причиной их широкого применения является их возможность приобретать знания на основе реальных данных, т.е. их обучаемость. Эта особенность НС активно используется в других областях математики и, в первую очередь, в синтезе с нечеткой логикой.

Комбинирование нечеткой логики и НС может осуществляться тремя основными способами: введением в НС возможности работать не с обычными, а с нечеткими числами (нечеткие нейронные сети); использованием НС для представления нечетких правил (выводов); введением в нечеткие системы нейроподобного способа настройки параметров (нейро-нечеткие системы).

Нечеткие нейронные сети

Нечеткие НС расширяют область применения нейронных сетей, т.к. позволяют оперировать нечеткими данными. Входные и выходные сигналы, а также веса таких сетей представляют собой нечеткие числа; арифметические действия, а также функции активации могут определяться одним из двух способов: на основе принципа расширения Заде и на основе интервальной арифметики. Алгоритмы обучения нечетких НС включают два момента: настройку центров треугольных чисел (весов) и подстройку значений границ. Обучение центров производится с помощью тех же методов оптимизации, которые применяются при обучении обычных НС.

Нейронные сети для представления правил вывода

Данный способ синтеза применяется в тех случаях, когда имеется нечеткая система, выраженная набором правил, известны функции принадлежностей в предпосылках и заключениях правил, но невозможно выбрать механизм логического вывода. В этом случае может быть использован подход, основанный на применении НС для реализации неизвестного отображения между предпосылками и заключениями. К недостатку данного способа синтеза относится неинтерпретируемость логического вывода, характерная для обычных нечетких систем. Кроме того, для повышения точности представления знаний носители требуется разбивать на большое количество частей, что приводит к росту размерности НС, реализующей выводы.

Гибридные нейро-нечеткие системы

Гибридные нейро-нечеткие системы (далее просто гибридные системы) нашли гораздо большую область применения, чем все остальные методы синтеза нечетких множеств и нейронных сетей. Связано это с тем, что именно они позволяют наиболее полно использовать сильные стороны нечетких систем и НС. Характерной чертой гибридных систем является то, что они всегда могут быть рассмотрены как системы нечетких правил, при этом настройка функций принадлежностей в предпосылках и заключениях правил на основе обучающего множества производится с помощью НС. Существует несколько архитектур гибридных систем, каждая из которых предназначена для решения своего круга задач. Это накладывает определенные сложности в изучении и применении данных систем.

3. Лабораторные занятия

Лабораторная работа № 1.

Тема: Базовые возможности Fuzzy Logic Toolbox пакета MATLAB 6.5.

Активизируйте среду MATLAB 6.5. Используя возможности информационно-справочной системы применяемого пакета, ознакомьтесь с основным содержанием его встроенной библиотеки Fuzzy Logic Toolbox. Обратите внимание на приводимые демонстрационные примеры.

Лабораторная работа № 2

Тема: Фази-алгоритмизация задачи регулирования.

Исходные данные.

Пусть *E* – универсальное множество, *x* – элемент *E*, Р – некоторое свойство. Обычное (четкое) множество *A* универсального множества *E*, элементы которого удовлетворяют свойству *P*, определяются как множество упорядоченных пар $A = \{\mu_A(x)/x\}$, (1)

где $\mu_A(x)$ – характеристическая функция, принимающая значение единицы, если *x* удовлетворяет свойству Р, и 0 – в противном случае.

В теории нечетких множеств для элементов *x* из *E* нет однозначного ответа «да/нет» относительно свойства *P*. В связи с этим нечеткое множество *A* универсального множества *E* определяется как множество упорядоченных пар с функцией принадлежности $\mu_A(x)$, принимающей значение в некотором упорядоченном множестве *M* (например, *M*=[0, 1]).

Функция принадлежности указывает степень (или уровень) принадлежности элемента *x* подмножеству *A*. Множество *M* называют множеством принадлежностей. Если *M*={0, 1},то нечеткое подмножество *A* может рассматриваться как обычное или четкое множество.

Примеры записи нечеткого множества.

1) Пусть $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, *A* – нечеткое множество, для которого $\mu_A(x_1)$=0,3; $\mu_A(x_2)$=0; $\mu_A(x_3)$ =1; $\mu_A(x_4)$=0,6; $\mu_A(x_5)$=0,9.

Тогда *A* можно представить в виде $A = \{0,3/x_1;\ 0/x_2;\ 1/x_3;\ 0,6/x_4;\ 0,9/x_5\}$.

Такой способ используется для измеряемых понятий (скорость, температура и т.д.) или когда выделяют полярные значения. Разновидностью прямого способа задания функции принадлежности является групповой метод, когда группе экспертов предлагают сделать оценку того или иного явления, например, оценить: «этот человек лысый» или нет, тогда количество утвердительных ответов, деленное на общее число экспертов, дает значение $\mu_{лысый}$ для данного лица. Кроме указанных способов задания функций принадлежности используют также типовые формы функций принадлежности (рис. 1).

Аналитическая запись некоторых типовых функций принадлежности:

треугольная

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right), \quad a, b, c$$

– определяют параметры функции; (2)

гауссова

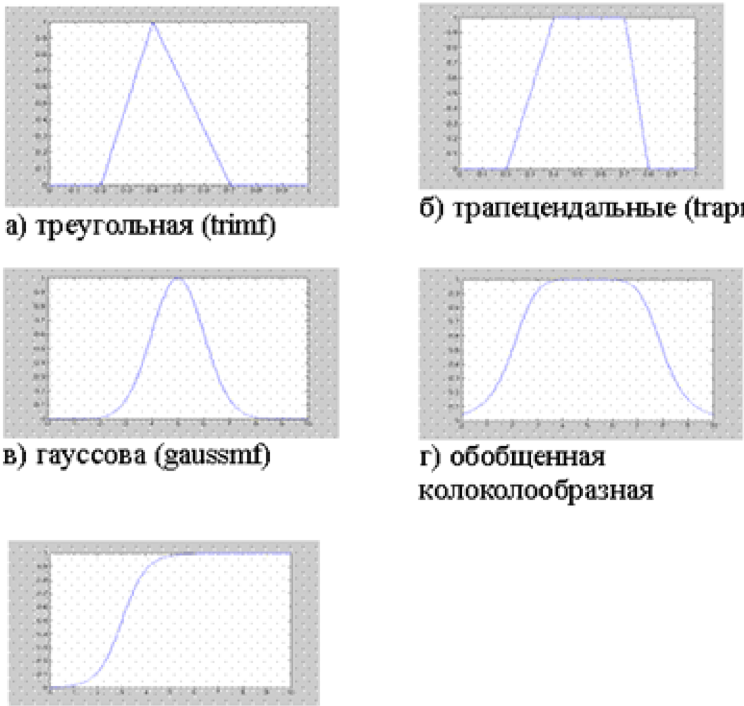
$$\mu(x) = e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^2}, \quad a, b$$

– параметры функции принадлежности; (3)

сигмовидная

$$\mu(x) = \frac{1}{1+\exp(-a(x-b))}, \quad a, b$$

– параметры функции принадлежности. (4)



а) треугольная (trimf)

б) трапецендальные (trapmf)

в) гауссова (gaussmf)

г) обобщенная колоколообразная

д) сигмоидная (sigmf)

Рис. 1. Примеры типовых форм функций принадлежности.

Выделяют основные операции над нечеткими множествами:

1) Включение. Обозначается А $\subset$ В.

Пусть A и B нечеткие множества на универсальном множестве E. A содержится в B, если

$$\forall x \in E \ \ \mu_A(x) \le \mu_B(x). \tag{5}$$

2) Равенство. Обозначение: A=В. A и B равны, если

$$\forall x \in E \ \ \mu_A(x) = \mu_B(x). \tag{6}$$

3) Дополнение. Обозначается $B = \overline{A}$ или $A = \overline{B}$.

Пусть M=[0,1], A и B дополняют друг друга, если

$$\forall x \in E \ \ \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x). \tag{7}$$

4) Пересечение. $A \cap B$ - наименьшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B:

$$\mu_{\grave{A}\wedge\hat{A}}(\bar{o}) = \min\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right) = \mu_A(x) \tilde{\wedge} \mu_B(x). \quad (8)$$

Типичными t - нормами являются:

1) операция *min* как нечеткое логическое произведение с нечеткими переменными X_1, X_2:

$$X_1 \tilde{\wedge} X_2 = \min(X_1, X_2); \quad (9)$$

2) алгебраическое произведение $X_1 \tilde{\wedge} X_2 = X_1 \cdot X_2$.

5) Объединение. $A \cup B$ - наибольшее нечеткое подмножество, включающее как A, так и B, с функцией принадлежности:

$$\mu_{\grave{A}\vee\hat{A}}(\bar{o}) = \max\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right) = \mu_A(x) \tilde{\vee} \mu_B(x). \quad (10)$$

Или, по другому, определение в классе треугольных конорм (s – норма).

Типичными s - нормами являются:

1) операция нечеткого логического сложения

$$X_1 \tilde{\vee} X_2 = \max(X_1, X_2); \quad (11)$$

2) алгебраическая сумма

$$X_1 \tilde{V} X_2 = X_1 + X_2 - X_1 X_2, \quad (12)$$

где «~» означает нечеткую логическую операцию.

6) Разность. $A - B = A \cap \overline{B}$ с функцией принадлежности:

$$\mu_{\grave{A}-\hat{A}}(\bar{o}) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)). \quad (13)$$

Нечеткое n-мерное отношение определяется как нечеткое подмножество R на E, принимающее свои значения в M.

В экспертных и управляющих системах механизм нечетких выводов в своей основе имеет базу знаний, формируемую специалистами предметной области в виде совокупности нечетких предикатных правил вида:

П$_1$*: если x есть A*$_1$*, то y есть B*$_1$*, П*$_2$*: если x есть A*$_2$*, то y есть B*$_2$*, ... П*$_n$*: если x есть A*$_n$*, то y есть B*$_n$*,* где x – входная переменная, y – переменная вывода, A и B – функции принадлежности, определенные на x и y соответственно.

Знания эксперта $A \to B$ отражает нечеткое причинное отношение предпосылки и заключения, поэтому его называют нечетким отношением:

$R = A \to B$, где «>» - нечеткая импликация. (14)

Отношение R можно рассматривать как нечеткое подмножество прямого произведения X 'Y полного множества предпосылок X и заключений Y. Таким образом, процесс получения (нечеткого) результата вывода B' с использованием данного наблюдения A' и значения $A \to B$ можно представить в виде

$$B' = A' \bullet R = A'(A \to B). \quad (15)$$

Алгоритм нечеткого вывода

Нечеткость (фазификация, fuzzification). Функции принадлежности, определенные для входных переменных, применяются к их фактическим значениям для определения степени истинности каждой предпосылки каждого правила.

Логический вывод. Вычисленное значение истинности для предпосылок каждого правила применяется к заключениям каждого правила. Это приводит к одному нечеткому подмножеству, которое будет назначено переменной вывода для каждого правила. В качестве правил логического вывода используются только операции *min* (минимума) или *prod*(умножение).

Композиция. Нечеткие подмножества, назначенные для каждой переменной вывода (во всех правилах), объединяются вместе, чтобы сформировать одно нечеткое подмножество для каждой переменной вывода. При подобном объединении обычно используются операции *max* (максимум) или *sum* (сумма).

Дефаззификация – приведение к четкости (defuzzification). Преобразование нечеткого набора выводов в число.

Алгоритмы нечеткого вывода Мамдани (Mamdani)

Пусть заданы два нечетких правила:

$П_1$: если x есть A_1 и y есть B_1, тогда z есть C_1, $П_2$: если x есть A_2 и y есть B_2, тогдаz есть C_2.

1) Нечеткость. Находят степени принадлежности для предпосылок каждого правила: $A_1(x_0)$, $A_2(x_0)$, $B_1(y_0)$, $B_2(y_0)$.

2) Нечеткий вывод. Определяют уровни «отсечения» для предпосылок каждого правила (операция *min*):

$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0)$, $\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0)$.

определяют усеченные функции принадлежности

$C'_1 = (\alpha_1 \wedge C_1(z))$, $C'_2 = (\alpha_2 \wedge C_2(z))$.

3) Композиция. Производится объединение найденных усеченных функций (операция *max*), получают нечеткое подмножество для переменной выхода с функцией принадлежности:

$$\mu_\Sigma(z) = C(z) = C_1'(z) \vee C_2'(z) = (\alpha_1 \wedge C_1(z)) \vee (\alpha_2 \wedge C_2(z)). \tag{16}$$

4) Дефаззификация. Приведение к четкости (определение z_0), например, центроидным методом (как центр тяжести для кривой $\mu_\Sigma(z)$):

$$z_0 = \frac{\int_\Omega z\mu_\Sigma(z)dz}{\int_\Omega \mu_\Sigma(z)dz} \tag{17}$$

.

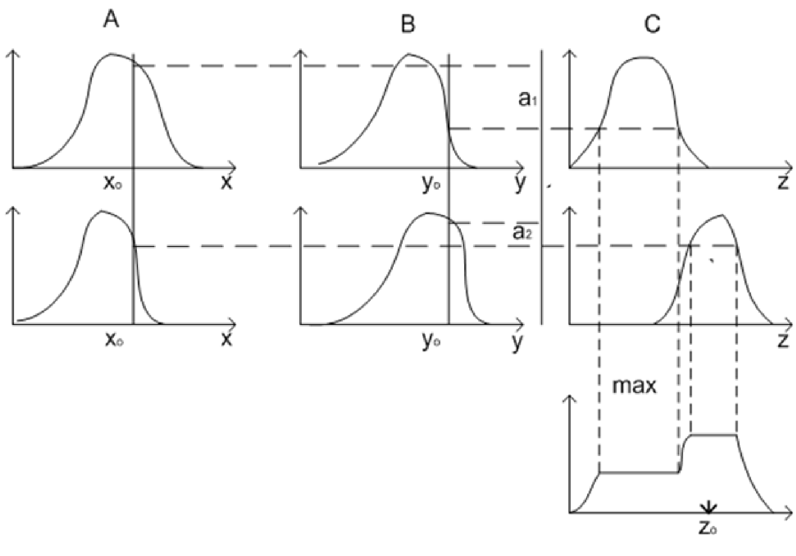


Рис. 2. Графическая интерпретация алгоритма Мамдани.

Алгоритмы нечеткого вывода Сугено (Sugeno) и Такаги (Takagi) Сугено (Sugeno) и Такаги (Takagi) использовали набор правил в следующей форме:

П$_1$: если x есть A_1 и y есть B_1, тогда $z=a_1x+b_1y$, *П*$_2$: если x есть A_2 и y есть B_2, тогда$z=a_2x+b_2y$.

1) Первый этап – аналогично алгоритму Мамдани.

2) Определение

$\alpha_1= A_1(x_0) \wedge B_1(y_0)$, $\alpha_2= A_2(x_0) \wedge B_2(y_0)$

и индивидуальные выходы правил:

$z^*_1=a_1x_0+b_1y_0$, $z^*_2=a_2x_0+b_2y_0$.

3) Определяется значение переменной вывода:

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1^* + \alpha_2 z_2^*}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Представленная форма правил иллюстрирует алгоритм Сугено 1-го порядка. Если правила записаны в форме:

П$_1$: если x есть A_1 и y есть B_1, тогда $z=c_1$, *П*$_2$: если x есть A_2 и y есть B_2, тогда $z=c_2$, то задан алгоритм Сугено 0-го порядка.

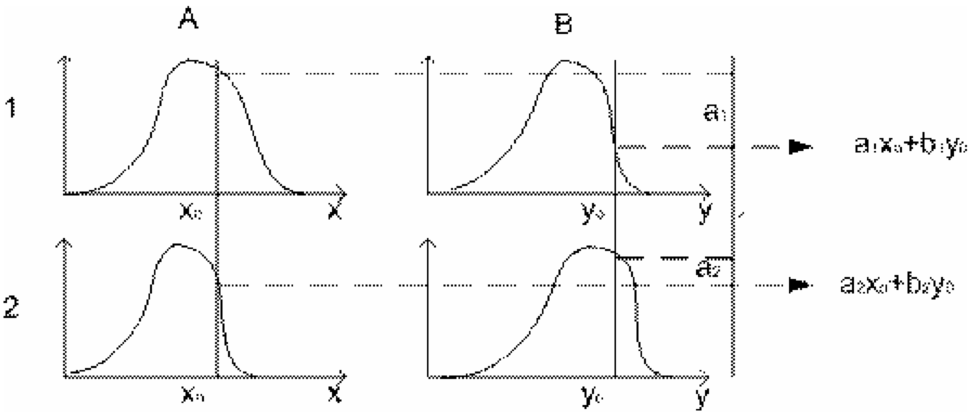


Рис. 3. Иллюстрация алгоритма Сугено 0-го порядка.

Перечислим наиболее известные методы дефаззификации.

1) Метод Максимума – выбирается тот элемент нечеткого множества, который имеет наивысшую степень принадлежности этому множеству.Если этот элемент не является единственным, т.е. функция принадлежности имеет несколько локальных максимумов, или если имеется максимальное «плато», то выбор среди элементов, имеющих наивысшую степень принадлежности множеству, осуществляется на основе некоторого критерия.

2) Метод левого (правого) максимума – выбирается наименьшее (наибольшее) из чисел y_1, y_2, ... ,yy, имеющих наивысшую степень принадлежности нечеткому множеству.

3) Метод среднего из максимумов – в качестве искомого четкого значения уо принимается среднее арифметическое координат локальных максимумов

$$y_0 = \frac{1}{n}\sum_1^n y_i \qquad (18)$$
.

Возможные методы дефаззификации и их обозначения в MATLAB приведены на рис. 4: наименьший максимум (*smallest of max*, *som*); наибольший максимум (*largest of max, lom*); средний максимум (*mean of max, mom*); бисекторный (*bisectorofarea*); центроидный (*centroid*).

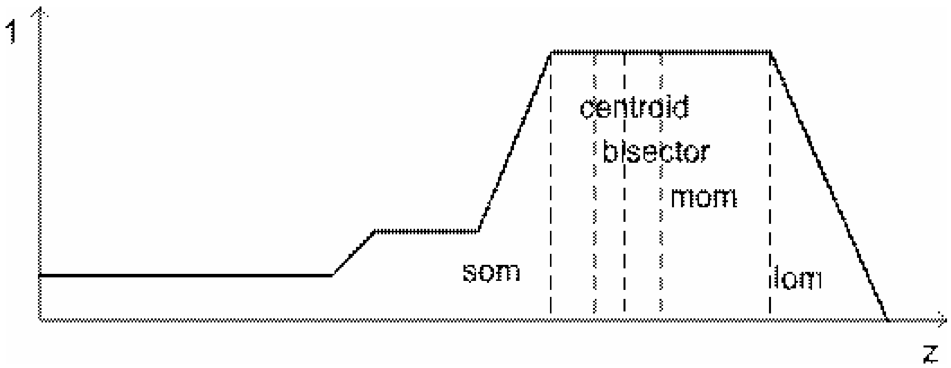


Рис. 4. Иллюстрация примеров фаззификации z.

Задание.

Открыть файл *model2.mdl* каталога Demo из запущенного приложения Matlab. На экране должна быть изображена следующая структура АСР (рис. 5).

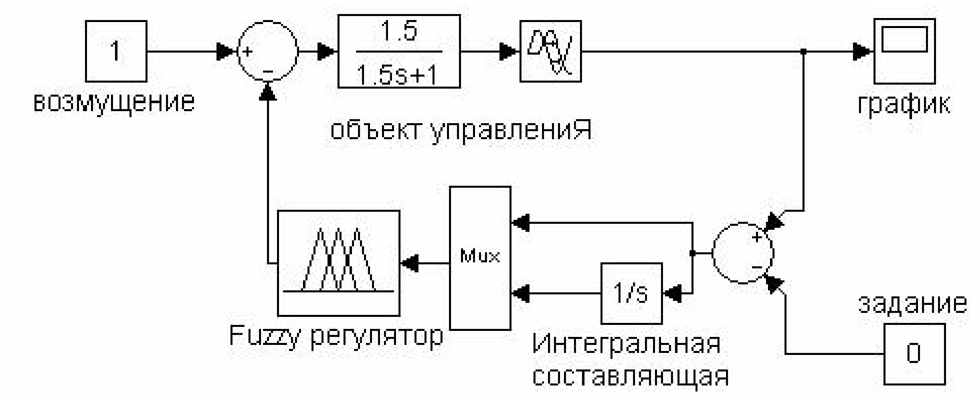


Рис. 5. Модель одноконтурной системы автоматического регулирования с ПИ-подобным fuzzy-регулятором.

Теперь при помощи инструментов графического интерфейса пользователя (GUI) пакета "*Fuzzy Logic Toolbox*" создадим нечёткую систему, реализующую типовой аналоговый ПИ-регулятор.

Заметим, что с помощью пакета "*Fuzzy Logic Toolbox*" можно строить нечеткие системы двух типов - Мамдани и Сугэно.

Остановимся на системе типа Мамдани. Командой *fuzzy* в окне MATLAB вызываем окно Редактора фази-инференционной системы (*Fuzzy Inference System Editor*), выбираем тип системы - Мамдани, задаём два входа - для пропорциональной и интегральной составляющих и называем входные переменные, например, *x1* и *x2*, а выходную - *y*.

Из данного окна вызываем окно Редактора функций принадлежности (*Membership Function Editor*) двойным щелчком мыши по изображению переменной *x1* или при помощи меню *Edit*. Здесь для лингвистического описания каждой переменной выберем семь треугольных термов (*NB, NM, NS, ZE, PS,* *PM, PB*). Термы выходной переменной лучше выбирать непересекающимися. Это повысит чёткость регулирования. В этом же окне зададим диапазоны изменения переменных:

Для входных переменных регулятора рекомендуются симметричные диапазоны изменения, при этом

$$\mathbf{x1} \in \left[-\frac{1}{k_1};\frac{1}{k_1}\right] \text{ и } \mathbf{x2} \in \left[-\frac{1}{k_0};\frac{1}{k_0}\right], \tag{19}$$

где K_1, K_0 – оптимальные настройки пропорциональной и интегрирующей частей ПИ – регулятора в смысле какого-либо критерия.

Для выходной переменной регулятора диапазон изменения рекомендуется брать в виде $y \in [0;C]$, где верхняя граница *C* при единичном ступенчатом воздействии варьируется от 1.1 до 2, чтобы выходной сигнал регулятора мог компенсировать это возмущение.

По мере увеличения значения *C* уменьшается динамическая ошибка, но возрастают время регулирования и число колебаний переходного процесса. Поэтому рекомендуется *C* принимать равным 2, когда наблюдается оптимальное соотношение между величиной динамической ошибки, времени регулирования и количеством колебаний.

Теперь необходимо сформировать базу правил fuzzy-регулятора. Линейный непрерывный ПИ-регулятор с дифференциальным уравнением

$$\mathbf{y(t)} = \mathbf{k_D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t}) + \frac{1}{\mathbf{T_E}}\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{dt} \tag{20}$$

можно заменить близким по стратегии и логике управления fuzzy-регулятором, если в качестве его выходной переменной рассматривать приращение управляющего воздействия Δy.

Тогда ПИ закон регулирования можно представить в следующей дифференциальной форме (5.21):

$$\frac{dy(t)}{dt} = k_D \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \frac{1}{T_E} \cdot \varepsilon(t), \tag{21}$$

или в разностной форме (5.22):

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) = k_D \cdot \Delta\varepsilon(k) + \frac{\Delta t}{T_E} \cdot \varepsilon(k). \tag{22}$$

Таким образом, для входных переменных $\varepsilon(k)$ и $\Delta\varepsilon(k)$ и выходной $\Delta y(k)$ может быть синтезирован fuzzy-регулятор, реализующий нелинейный закон

$$\Delta y(k) = F\left[\Delta\varepsilon(k), \varepsilon(k)\right] \tag{23}$$

и эквивалентный в определённом смысле ПИ-регулятору.

Для нашего случая x_1 соответствует сигналу рассогласования $\varepsilon(k)$, x_2 соответствует приращению сигнала рассогласования $\Delta\varepsilon(k)$, *y* соответствует $\Delta y(k)$.

Лингвистические правила для такого ПИ-подобного fuzzy-регулятора приведены в табл. 1.

Таблица 1.

ε / $\Delta\varepsilon$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZE	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

Вызываем окно Редактора правил (*Rule Editor*) в меню Edit или нажатием Ctrl+3 и заполняем список правилами из таблицы 5. Правила формируются по типу: ЕСЛИ … И …, ТО….

Можно посмотреть пространство управления, вызвав окно Просмотра пространства управления(*Surface Viewer*) из меню View или комбинацией клавиш Ctrl+6. Полученный файл сохраним под именем fuzzy1.fis.

В окне параметров блока *Fuzzy Logic Controller* укажем имя файла fuzzy1. В окне модели в меню File выберем пункт *Model Properties*. В открывшемся окне выберем вкладку *CallBacks* и в поле *Model pre-load function* напишем: f*uzzy1*=r*eadfis*('f*uzzy1*'). Данная команда будет каждый раз при открытии файла модели помещать файл fuzzy1.fis в *WorkSpace* (рабочее пространство системы MATLAB). Это необходимо для нормального функционирования модели. Стоит заметить, что при внесении изменений в fis-файл нужно помещать его исправленную версию в *WorkSpace* либо при помощи пункта *Export/To Workspace* меню File, либо комбинацией клавиш Ctrl+T, либо каждый раз закрытием и открытием файла модели.

В диалоговом окне *Simulation Parameters* меню *Simulation* во вкладке *Advanced* для опции *Boolean logic signals* необходимо установить значение *off*. При этом блоки логики будут допускать переменные в форме с плавающей точкой. Запуск модели – *Simulation/Start* (Ctrl+T).

В папке Demo находится файл с правилами нечеткого вывода. Загрузка файла осуществляется из окна редактора правил *RuleViewer*: во вкладке *File/ImportFromDisk* открыть файл fuzzy1.fsi. Затем нужно поместить правила в *WorkSpace* системы (описано выше).

Работу разработанного fuzzy-регулятора можно сравнить с аналоговой системой регулирования (рис. 6). Дифференциальное уравнение ПИД-регулятора имеет вид:

$$y(t) = k_D \cdot \varepsilon(t) + \frac{1}{T_И}\int_0^t \varepsilon(t)\cdot dt + T_Д \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \qquad (24)$$

Для исследования ПИ-регулятора в блоке настроек регулятора необходимо в поле параметра *ТД* (настройка дифференцирующей части ПИД-регулятора) установить значение 0.

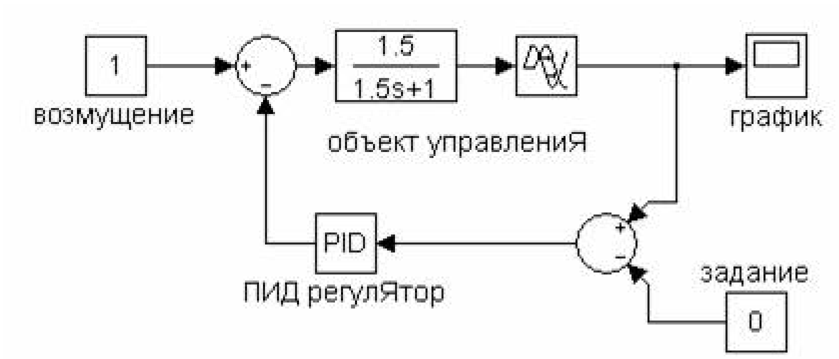


Рис. 6. Модель одноконтурной системы автоматического регулирования.

Исследовать АСР с аналоговым ПИ-регулятором и fuzzy-регулятором. В качестве модели объекта принять апериодическое звено.

Индивидуальные варианты заданий.

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8
K		1.5	1.8	1.3	1.9	2	2.2	1.4	2.5
T		1.8	1.8	1.5	1.5	1.3	1.5	1.5	1.6
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2.3	2.4	3.5	3.8	3.3	3.9	3	3.2	3.4	4
1.4	1.7	1.8	1.5	1.5	1.5	1.8	1.2	1.4	1.9

Настройки ПИ-регулятора определить по формульному методу:

Регуля-тор	Апериодический процесс	Процесс с перерегулированием 20 %	Процесс с мин. временем регулирования
ПИ	$K_0 = \dfrac{1}{K \cdot \tau}$, $K_0 = \dfrac{1}{K \cdot \tau}$	$K_1 = \dfrac{0{,}7 \cdot T}{K \cdot \tau}$, $K_0 = \dfrac{1}{K \cdot \tau}$	$K_1 = \dfrac{T}{K \cdot \tau}$, $K_0 = \dfrac{1}{K \cdot \tau}$

Лабораторная работа № 7

Тема: Система регулирования уровня жидкости в резервуаре.

Исходные данные.

Объект управления (ОУ) представлен идеальным интегрирующим звеном, которое охвачено нелинейной отрицательной об ратной связью, соответствующей закону истечения жидкости из резервуара. Резервуар характеризуется коэффициентом $1/S$, где S – площадь поверхности жидкости, м^2. Подача жидкости в резервуар $q_п$ регулируется с помощью задвижки (*З*), степень открытия которой φ пропорциональна $q_п$, см. рис. 1.

В качестве управляющего воздействия y рассматривается ско-рость перемещения задвижки, т.е. $y(t)=d\varphi(t)/dt$.

Если имеется возможность измерения скорости изменения уровня, то один из простейших алгоритмов управления может быть представлен в виде следующих пяти нечетких правил:

1. ЕСЛИ уровень нормальный (ε_1=*ZE*), ТО положение задвижки не изменять (*y*=*ZE*)

ИЛИ

2. ЕСЛИ уровень низкий (ε_1=*PB*), ТО задвижку открывать быстро (*y*=*PB*)

ИЛИ

3. ЕСЛИ уровень высокий (ε_1=*NB*), ТО задвижку закрывать быстро (*y*=*NB*)

ИЛИ

4. ЕСЛИ уровень нормальный (ε_1=*ZE*), И он увеличивается (ε_2=*PB*), ТО задвижку закрывать медленно (*y*=*NM*)

ИЛИ

5. ЕСЛИ уровень нормальный (ε_1=*ZE*), И он уменьшается (ε_2=*NB*), ТО задвижку открывать медленно (*y*=*PM*).

Функции принадлежности выходной (*в*) и входных (*а*, *б*) переменных, фигурирующие в перечисленных правилах, показаны на рис. 2.

Соответствующие выше приведенным правилам процедуры фазификации и импликации проиллюстрированы на рис. 3 для конкретных значений ε_1* и ε_2*. ФП управляющего воздействия определены по методу максимума произведения. Результирующее значение управляющего воздействия *y** вычислено как средневзвешенное значение.

На рис. 4 показано пространство управления, соответствующее указанным правилам, выбранным ФП (см. рис. 2) и принципу дефазификации.

Задание.

Запустите демонстрационный пример Water Tank with Rule Viewer.

Сравните находящуюся в нем simulink-схему с рис. Л-1.1.

Выясните, редактирование каких ее элементов позволяет изменять следующие параметры рассматриваемой системы управления, основанной на математических формализмах Fuzzy-логики:

1. скорость изменения уровня жидкости в резервуаре;
2. отклонение ее уровня;
3. скорость перемещения задвижки.

Поэкспериментируйте с различными вариантами названных параметров.

Оцените вытекающие изменения основных характеристик работы разбираемого устройства.

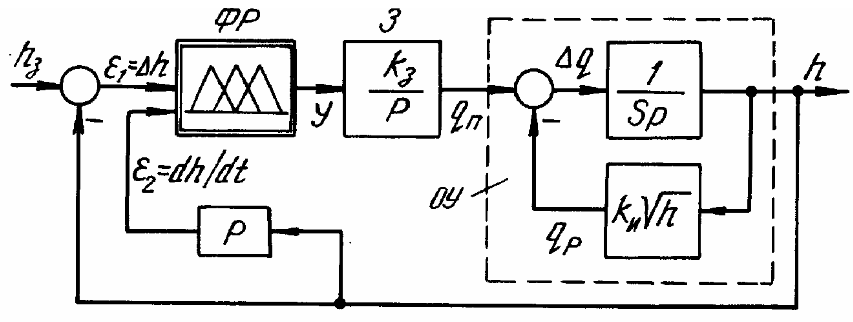


Рис. 1. Алгоритмическая структура системы фази-регулирования уровня жидкости.

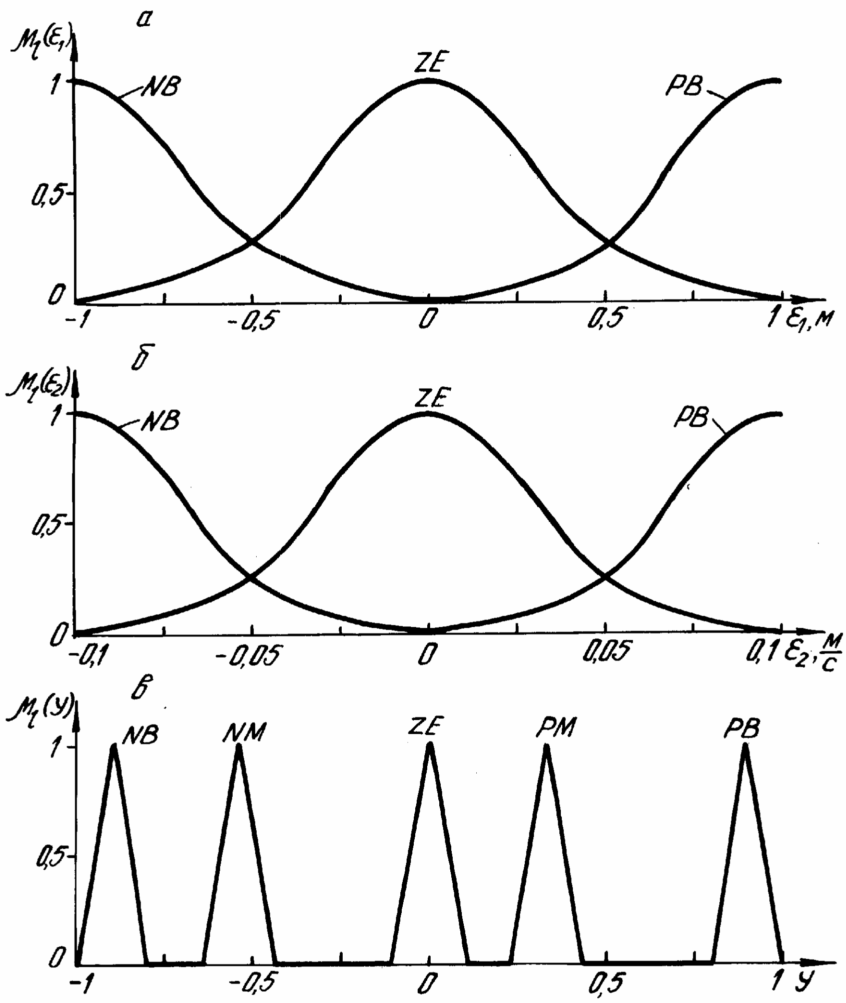


Рис. 2. Функции принадлежности для отклонения уровня $\varepsilon_1=h_3$-h (*а*), скорости его изменения $\varepsilon_2=dh/dt$ (*б*) и скорости перемещения задвижки y (*в*).

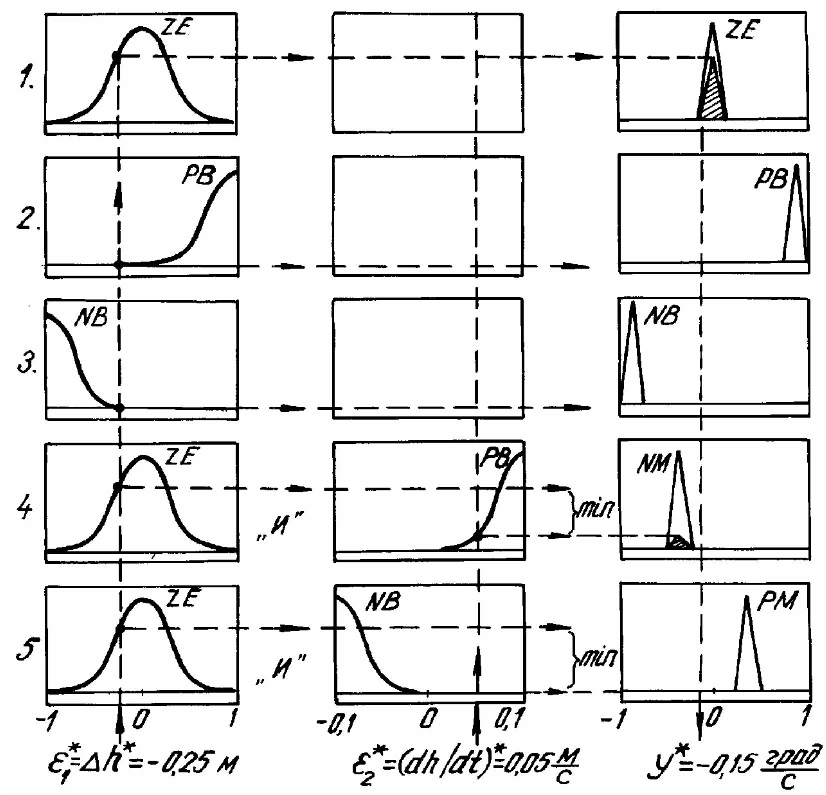


Рис. 3. Схема функционирования фази-регулятора уровня.

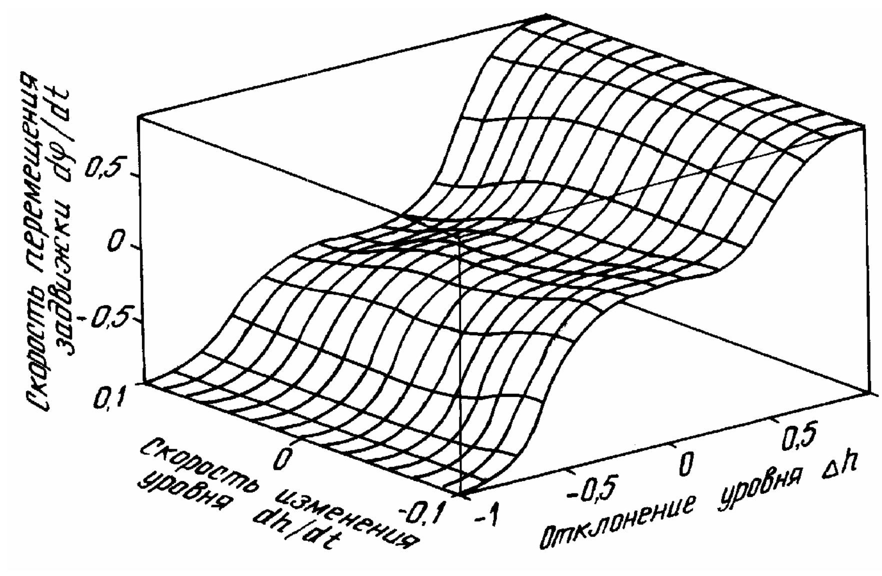


Рис. Л-1.4. Пространство управления регулятора уровня.

Лабораторная работа № 8

Тема: Система управления положением тележки мостового крана.

Исходные данные.

Объектом управления является механическая система, состоя-щая (рис.1) из тележки с массой $m_т$, груза с массой $m_г$ и привода.

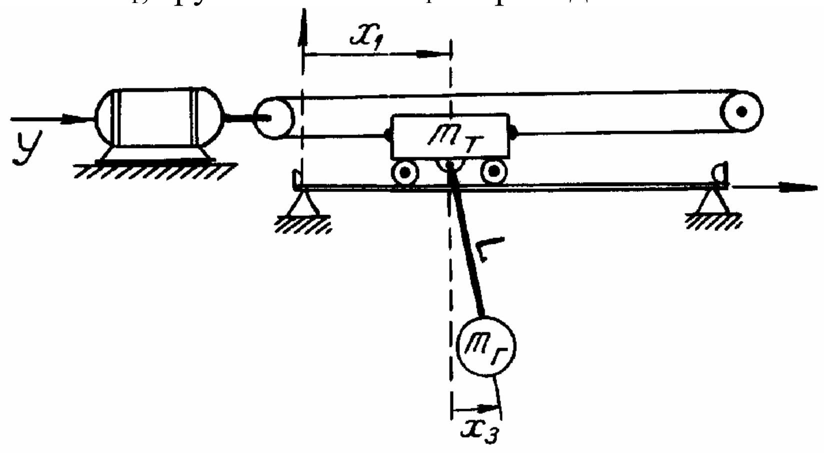


Рис. 1. Тележка мостового крана как объект управления

Данная колебательная система описывается уравнением состояния

$$\boldsymbol{x}(t) = A\boldsymbol{x}(t)+by(t), \qquad (1)$$

и уравнением выхода

$$\boldsymbol{x}_В(t)=c\boldsymbol{x}(t), \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{x}(t)$ – 4-мерный вектор состояния с компонентами: $x_1(t)$ – перемещение тележки, м; $x_2(t)= x_1(t)$ – скорость ее перемещения, м/с; $x_3(t)$ – угол отклонения груза, рад; $x_4(t) =x_3(t)$ – угловая скорость груза, рад/с; $y(t)=u(t)$ – управляющее воздействие – изменение напряжения двигателя тележки, В/с; $x_В(t)=x_1(t)$ выходная (измеряемая) переменная;

$$A= \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{matrix}\;; \qquad b= \begin{matrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{matrix}\;; \qquad c= \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\;, \qquad (3)$$

$$a_{23}= -m_г g/m_т; \quad a_{43}= -(m_т+m_г)g/m_т L;$$

$$b_2=k_п; \;\; b_4=k_п/L; \qquad (4)$$

$k_п$ – передаточный коэффициент привода, $(м/с^2)/(В/с)$.

Общая цель управления объектом заключается в быстром и точном позиционировании тележки при минимальных колебательных движениях тележки и груза.

В качестве основной входной переменной регулятора (рис. 2) рассматривается отклонение положения тележки от заданного $\varepsilon=x_{вз}-x_в$, а в качестве управляющего воздействия – изменение напряжения u, подаваемого на электропривод тележки. Причем, эти две переменные рассматриваются в дискретные моменты времени $t=1\Delta t$, $2\Delta t$; …; $k\Delta t$; … . Для того, чтобы избежать больших колебаний и динамических перегрузок, в качестве выходной переменной регулятора принимается приращение напряжения $\Delta u(k)=\Delta y(k)$, соответствующее интервалу дискретности Δt, а в качестве дополнительной входной переменной регулятора – значение напряжения на предыдущем шаге, т.е. $u=(k-1)$.

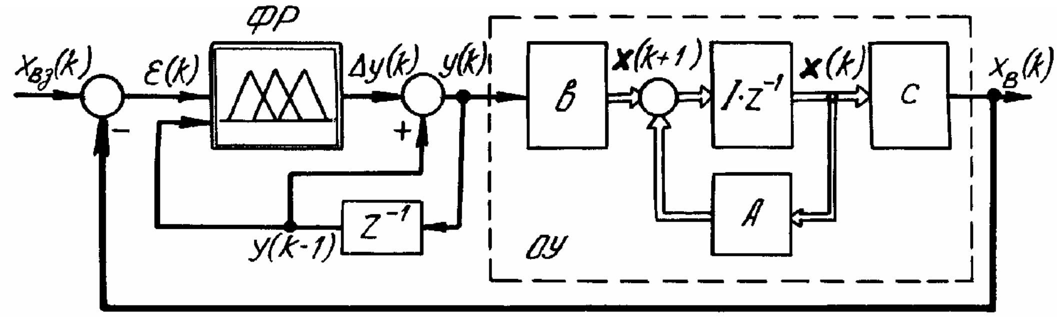


Рис. 29. Алгоритмическая структура системы фази-регулирования положения тележки

Для обеих входных переменных фази-регулятора $\varepsilon(k)$ и $u(k-1)$, нормированных на интервале [–1, +1], можно применить унифицированные треугольные и трапециевидные ФП, показанные на рис.5, а для выходной $\Delta u(k)$ – ФП в форме синглтонов.

Всю совокупность правил управления тележкой, сформулированных на основе знаний о динамике данного объекта, требованиях к его поведению и выражающих определенную логику целенаправленных действий, можно представить в виде таблицы лингвистических правил (табл. 1) с девятью ФП.

Таблица 1

Входные переменные регулятора		Напряжение u(k–1), В								
		NB	*NM*	*NS*	*NZ*	*ZE*	*PZ*	*PS*	*PM*	*PB*
Отклонение положения ε(k), м	*NB*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*	*NB*	*NB*	*NB*	*NB*	*NB*
	NM	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*	*NB*	*NB*	*NB*	*NB*
	NS	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*	*NB*	*NB*	*NB*
	NZ	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*	*NB*	*NB*
	ZE	*PB*	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*	*NB*
	PZ	*PB*	*PB*	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*	*NM*
	PS	*PB*	*PB*	*PB*	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*	*NS*
	PM	*PB*	*PB*	*PB*	*PB*	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*	*NZ*
	PB	*PB*	*PB*	*PB*	*PB*	*PB*	*PM*	*PS*	*PZ*	*ZE*

При составлении подобных таблиц предпочтительно, чтобы лингвистические значения управляющего воздействия, располагаемые в соседних по вертикали и горизонтали клетках, соответствовали их «естественному» порядку в принятом терм-множестве. Тогда переходные процессы, возникающие в системе при переключении управляющего воздействия с одного значения на другое, будут наиболее плавными. Из этих же соображений стремятся ФП для входных переменных регулятора выбирать так, чтобы они перекрывались, а сумма ординат двух соседних ФП при определенном $x_н$ была равна единице.

Лабораторная работа № 9

Тема: Пропорционально-интегральный фази-регулятор.

Исходные данные.

Широко используемый в промышленной автоматике линейный непрерывный ПИ-регулятор

$$y(t) = k_р\left[\varepsilon(t)\right] + \frac{1}{T_и}\int_0^t \varepsilon(\tau)d(\tau) \qquad (1)$$

можно заменить достаточно близким по стратегии и логике управления фази-регулятором, если в качестве его выходной переменной рассматривать приращение управляющего воздействия Δy.

Закон регулирования (1) можно представить в следующей форме:

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) = k_р\,[\Delta\varepsilon(k) + \frac{\Delta t}{T_и}\varepsilon(k). \qquad (2)$$

Таким образом, для входных переменных $\varepsilon(k)$ и $\Delta\varepsilon(k)$ и выходной $\Delta y(k)$ может быть синтезирован фази-регулятор, реализующий нелинейный закон

$$\Delta y(k) = F\,[\varepsilon(k), \Delta\varepsilon(k)] \qquad (3)$$

и эквивалентный в определенном смысле ПИ-регулятору (1). Лингвистические правила такого ПИ-подобного фази-регулятора приведены в табл. 1.

Таблица 1

ε / Δε	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZE	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

Содержание

Виктория Владимировна ЕРЕМИНА
доцент кафедры Информационных и управляющих систем АмГУ,
кандидат физико-математических наук, доцент

Нечеткая логика для направления подготовки магистров
230100.68 – «Информатика и вычислительная техника»:
учебно-методический комплекс дисциплины.

Издательство АмГУ.