Министерство образования и науки РФ
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ГОУВПО «АмГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ИиУС

___________ А.В. Бушманов

«___» _________ 2010 г.

Учебно-методический комплекс дисциплины

Надежность информационных систем

для направления подготовки 230100.68

Информатика и вычислительная техника

Составитель: Ерёмина В.В.

2010 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета

Надежность информационных систем для направления подготовки 230100.68 «Информатика и вычислительная техника»: учебно-методический комплекс дисциплины. / Еремина В.В. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2010. – 81 с.

Учебно-методическое пособие содержит: рабочую программу преподавания дисциплины; методические указания и учебные задания для выполнения курса практических и лабораторных работ.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По дисциплине: Надежность информационных систем
Для направления подготовки магистра: 230100.68 – Информатика и вычислительная техника
Курс: 7 Семестр: D

Лекции: 18 (час.) Экзамен: нет

Практические занятия: 18 (час.) Зачет: D семестр

Лабораторные занятия: 54 (час.)

Самостоятельная работа: 84 (час.)

Всего часов: 174 (час.)

Составитель: Ерёмина В.В.

Факультет математики и информатики

Кафедра информационных и управляющих систем

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

1.1. Цель преподавания дисциплины
Изучение методов оценки, анализа и надежности программного обеспечения информационных систем с учетом их специфики.

1.2. Задачи изучения дисциплины
По завершению курса «Надежность ИС», обучаемые должны приобрести устойчивые знания необходимых основ надежности программного обеспечения и информационных систем, рассмотреть основные причины ошибок в программных системах и ИС, а также исследовать средства по повышению надежности.

1.3. Перечень разделов (тем) необходимых дисциплин

1.3.1. Теория вероятностей и математическая статистика: распределения и их числовые характеристики.
1.3.2. Алгоритмические языки.
1.3.3. Операционные системы.

2. Содержание дисциплины

2.1. Федеральный компонент
Цикл дисциплин направления

2.2. Лекционные занятия

2.2.1. Введение: надежность техники е ее теория – 2 ч.

2.2.2. Тема 1. Теория надежности и ее фундаментальные понятия и определения: теория надежности как наука и научная дисциплина; определение понятия надежность; понятие отказ, классификация и характеристика отказов; свойства надежности; показатели надежности – 2 ч.

2.2.3. Тема 2. Критерии надежности, законы распределения времени до отказа: критерии надежности не восстанавливаемых систем; критерии надежности восстанавливаемых систем; законы распределения времени до отказа – 2 ч.

2.2.4. Тема 3. Проблемы анализа надежности сложных технических систем: разработка моделей функционирования сложной системы; методы анализа надежности технических систем; проблемы создания высоко надежных систем – 2 ч.

2.2.5. Тема 4. Математические модели функционирования технических элементов и систем в смысле их надежности: общая модель надежности технического элемента; модель надежности систем в терминах интегральных уравнений; модель надежности стационарного режима; модели надежности не восстанавливаемых систем; модели надежности систем при экспоненциальных законах распределения отказов и восстановления элементов – 2 ч.

2.2.6. Тема 5. Анализ надежности не восстанавливаемых систем: надежность не резервированной системы; надежность простейших резервированных систем; надежность систем при общем и раздельном резервировании – 2 ч.

2.2.7. Тема 6. Анализ надежности восстанавливаемых систем: анализ надежности восстанавливаемых систем с основным соединением элементов; расчет надежности восстанавливаемых систем с основным соединением элементов и произвольных законах распределения отказов и восстановлений; расчет резервированных восстанавливаемых систем при экспоненциальных законах распределения отказов и восстановлений; расчет резервированных восстанавливаемых систем при произвольных законах распределения отказов и восстановлений – 2 ч.

2.2.8. Тема 7. Надежность информационных систем: фундаментальные понятия теории надежности информационных систем; критерии надежности информационных систем; методы анализа надежности информационных систем; анализ многоканальной системы массового обслуживания с отказами; готовность многоканальной системы массового обслуживания; надежность диспетчерского пункта системы управления воздушным движением; методы расчета моментов распределения в задачах надежности; распределение работ по этапам дискретных систем – 4 ч.

2.3. Практические занятия

2.3.1. Практическое занятие 1. Расчет показателей надежности не резервированных не восстанавливаемых систем – 2 ч.

2.3.2. Практическое занятие 2. Расчет показателей надежности резервированных не восстанавливаемых систем – 4 ч.

2.3.3. Практическое занятие 3. Расчет показателей надежности не резервированных восстанавливаемых систем – 4 ч.

2.3.4. Практическое занятие 4. Расчет показателей надежности резервированных восстанавливаемых систем – 4 ч.

2.3.5. Практическое занятие 5. Анализ надежности систем сложной структуры – 4 ч.

2.4. Лабораторные занятия

2.4.1. Лабораторная работа 1. Определение показателей надежности элементов по опытным данным – 6 ч.

2.4.2. Лабораторная работа 2. Исследование надежности и риска не резервированной технической системы – 6 ч.

2.4.3. Лабораторная работа 3. Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании с постоянно включенным резервом – 6 ч.

2.4.4. Лабораторная работа 4. Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании с замещением – 6 ч.

2.4.5. Лабораторная работа 5. Исследование надежности и риска восстанавливаемой не резервированной системы – 6 ч.

2.4.6. Лабораторная работа 6. Исследование надежности и риска резервированной восстанавливаемой системы – 6 ч.

2.4.7. Лабораторная работа 7. Исследование надежности информационной восстанавливаемой системы – 6 ч.

2.4.8. Лабораторная работа 8. Исследование надежности технических систем с учетом их физической реализуемости – 6 ч.

2.4.9. Лабораторная работа 9. Анализ влияния профилактики на надежность технической системы – 6 ч.

2.5. Самостоятельная работа студентов

2.5.1. Синтез оптимальной структуры технической систем по обеспечению ее надежности – 40 ч.

2.5.2. Проектирование технической системы по заданным показателям надежности и риска – 44 ч.

Рекомендуемая литература:

1. Перегруда А.И. Методы расчета показателей надежности ЭВМ. Обнинск, 1994. – 271 с.
2. Редькин Н.П. Надежность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992. – 337 с.
3. Игнатьев М.Б. Активные методы обеспечения надежности алгоритмов и программ. СПб., 1992. – 267 с.
4. Липаев В.В. Проектирование математического обеспечения АСУ. М: Советское радио, 1997. – 271 с.

2.6. Вопросы к зачету

2.6.1. Классификация информационных систем по признаку структурированности задач

2.6.2. Типы информационных систем, используемые для решения частично структурированных задач

2.6.3. Основные понятия информационной системы

2.6.4. Основные понятия теории надежности

2.6.5. Определение надежности программного обеспечения

2.6.6. Проблемы надежности программного обеспечения

2.6.7. Основные понятия теории надежности комплексов программ

2.6.8. Типы отказов программного обеспечения

2.6.9. Основные факторы, влияющие на надежность ПО

2.6.10. Критерии надежности сложных программных комплексов

2.6.11. Понятие математической модели надежности ПО

2.6.12. Экспоненциальная модель

2.6.13. Модель частоты появления ошибок

2.6.14. Модель Вейбулла

2.6.15. Модель Миллса

2.6.16. Проверка математических моделей

2.6.17. Методы проектирования надежного ПО: предупреждение ошибок

2.6.18. Методы проектирования надежного ПО: обнаружение ошибок

2.6.19. Методы проектирования надежного ПО: обеспечение устойчивости к ошибкам

2.6.20. Понятие избыточности ПО

2.6.21. Временная избыточность
2.6.22. Информационная избыточность
2.6.23. Программная избыточность
2.6.24. Принципы и задачи статистического тестирования программ
2.6.25. Статистическая комплексная отладка программы
2.6.26. Динамическая комплексная отладка без реальных абонентов
2.6.27. Динамическая комплексная отладка с реальными абонентами
2.6.28. Статистическая проверка длительности исполнения комплекса программ и пропускной способности системы
2.6.29. Статистические испытания
2.6.30. Прямые экспериментальные методы определения показателей надежности систем в условиях нормального функционирования
2.6.31. Форсированные методы испытаний реальных систем на надежность
2.6.32. Расчетно-экспериментальные методы испытаний на надежность
2.6.33. Надежность программных комплексов при эксплуатации и сопровождении
2.6.34. Основные характеристики качества ПО
2.6.35. Модель обеспечения качества
2.6.36. Документирование программных средств
2.6.37. Тестирование
2.6.38. Этапы тестирования
2.6.39. Стратегии тестирования
2.6.40. Методы интеграции системы
2.6.41. Комплексное тестирование
2.6.42. Аксиомы тестирования
2.6.43. Планирование при тестировании
2.6.44. Управление при тестировании

2.7. Оценочные критерии

Обучаемый получает зачет по изучаемой дисциплине в случае, если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

3. Учебно-методические материалы по дисциплине

3.1. Используемая и рекомендуемая литература

Основная:

3.1.1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности: практикум. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 558 с.

3.1.2. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник. – М.: Высш. шк., 2008. – 464.

3.1.3. Хетагуров Я.А. Практические методы построения надежных цифровых систем: проектирование, производство, эксплуатация: учебное пособие. – М.: Высш. шк., 2008. – 157.

3.1.4. Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов: учебное пособие. – М.: Либроком, 2009. – 392 с.

3.1.5. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания: сборник. – М.: Едиториал УРСС, 2009. – 235 с.

Дополнительная:

3.1.6. Ануфриев И.Е. Самоучитель MatLAB 5.3/6х. СПб.: БХВ-Петер-бург, 2002. – 736 с.

3.1.7. Голинкевич Т. А. Прикладная теория надежности. М.: Высшая школа, 1995.

3.1.8. Липаев В. В. Надежность программного обеспечения АСУ. М.: Энергоиздат, 1991.

3.1.9. Липаев В. В. Системное проектирование сложных программных средств для информационных систем. Серия "Управление качеством". М.: СИНТЕГ, 2002.

3.1.10. Майерс Г. Надежность программного обеспечения. М.: МИР, 2000.

3.1.11. Мышенков К. С. Методы проектирования надежного программного обеспечения систем управления предприятиями. Промышленные АСУ и контроллеры, 2002, № 9.

3.2. Учебные пособия:

3.2.1. Основы теории надежности. Практикум. – СПБ.: БХВ-Петербург, 2006. – 500

3.2.2. Карточки с заданиями и методическими указаниями по выполнению лабораторных работ.

4. Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Форма контроля
			Практические	Лабораторные		Содержание	Часы	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	вв[1]	2.2.1	2.3.1	2.4.1	3.2.1	2.5.1	40	злр[2]
2					3.2.2			
3	1	2.2.2	2.3.2	2.4.2	3.2.1			злр
4					3.2.2			
5	2	2.2.3		2.4.3	3.2.1			злр
6					3.2.2			
7	3	2.2.4	2.3.3	2.4.4	3.2.1			злр
8					3.2.2			сб[3]
9	4	2.2.5		2.4.5	3.2.1	2.5.2	44	злр
10					3.2.2			
11	5	2.2.6	2.3.4	2.4.6	3.2.1			злр
12					3.2.2			
13	6	2.2.7		2.4.7	3.2.1			злр
14					3.2.2			
15	7	2.2.8	2.3.5	2.4.8	3.2.1			злр
16					3.2.2			сб
17				2.4.9	3.2.1			злр
18					3.2.2			зач[4]

[1] Введение
[2] Защита отчета о выполнении лабораторной работы
[3] Собеседование по результатам самостоятельной работы студентов
[4] Зачет по изучаемой дисциплине

2. Лекционный курс

Введение: надежность техники е ее теория – 2 ч.

Современная теория надежности занимается в основном вопросами надежности техники, за более чем 50 – летнюю историю своего развития она накопила большое количество полезных, проверенных на практике результатов.

Ненадежность техники оборачивается большими экономическими потерями, но, следует отметить, что надежность программного обеспечения также заметно влияет на надежность системы. Без правильно и эффективно работающего программного комплекса (ПК) АСОИУ превращаются просто в дорогую груду металла. Нарушение работоспособности ПК часто приводит к не менее тяжелым последствиям, чем отказы техники, но найти причину нарушения бывает крайне тяжело. Неправильная работа программ может провоцировать отказы технических устройств, устанавливая для них более тяжелые условия функционирования, поэтому вопросам обеспечения и поддержания надежности ПК всегда уделялось большое внимание. Однако методы оценки надежности ПК стали разрабатываться совсем недавно. До сих пор теория надежности не имеет методик расчета надежности ПО, исследованных столь же тщательно, как методики для оценки надежности технических средств. Вместе с тем отдельные результаты таких исследований вызывают определенное доверие разработчиков ПК и вполне могут быть использованы в проектной практике.

Наконец, следует отметить, что теория надежности – это общетехническая дисциплина, имеющая собственный предмет исследования, собственные методы и свою область применения.

Тема 1. Теория надежности и ее фундаментальные понятия и определения: теория надежности как наука и научная дисциплина; определение понятия надежность; понятие отказ, классификация и характеристика отказов; свойства надежности; показатели надежности – 2 ч.

Надежность является фундаментальным понятием теории надежности, с помощью которого определяются другие понятия.

Надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих его способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Понятие надежности обладает тремя существенными особенностями, на которых остановимся подробнее:

1. Во – первых, как следует из определения, надежность есть внутреннее свойство объекта, заложенное в него при изготовлении и проявляющееся во время эксплуатации. Для количественной оценки надежности, как и любого другого свойства объекта, необходима та или иная мера, являющаяся ее характеристикой. Надежность нельзя свести ни к одной ее характеристике.
2. Вторая особенность надежности состоит в том, что она проявляется во времени. Если нет наблюдения за объектом во времени, то нельзя сделать никаких заключений о его надежности. Этим она существенно отличается от таких свойств объекта как дефектность, точность и др. Дефектность можно установить специальными измерениями в течение сравнительно небольшого времени, определяемого количеством измеряемых параметров и временем каждого измерения и составляющего несколько минут или часов. Для того чтобы составить представление о надежности, необходимы наблюдения за группой объектов в течение тысяч или десятков тысяч часов. Можно сказать также, что дефектность и точность отражают начальное значение качества объекта, а надежность отражает устойчивость начального качества во времени.
3. Третья особенность надежности заключается в том, что она по-разному проявляется при различных условиях эксплуатации и различных режимах применения объекта. При изменении режимов и условий эксплуатации изменяются и характеристики надежности. Нельзя оценить надежность объекта, не уточнив условия его эксплуатации и режимов применения.

При определении понятия «надежность» для обозначения обладателя этого свойства и предмета анализа используется понятие «объект». В технической литературе по надежности для этих целей часто используют также понятие «изделие». Однако эти понятия не являются синонимами и поэтому требуют пояснения.

Объект (технический объект) – это предмет определенного целевого назначения, рассматриваемый на этапах выработки требований, проектирования, производства и эксплуатации.

Объектами, в частности, могут быть технические комплексы, программные комплексы, установки, устройства, машины, аппараты, приборы, агрегаты, отдельные детали и пр.

Изделие – это промышленная продукция.

В Единой системе конструкторской документации изделием называют любой предмет или набор предметов, подлежащих изготовлению на производстве. К техническим объектам относятся не любые промышленные изделия а только такие, каждый экземпляр которых в процессе эксплуатации (применения по назначению) не подвергается постепенному расходованию. У данных изделий с течением времени расходуется только технический ресурс. С этой точки зрения не является объектом банка смазочного материала, хотя, несомненно, она является изделием. Это не значит, что понятие «изделие» нельзя употреблять при анализе надежности. Далее под изделием будем понимать любую единицу промышленной продукции, количество которой может исчисляться в штуках или экземплярах. К объектам относятся также совокупности (комплексы, системы) изделий, совместно выполняющие определенные функции или задачи, даже если они не связаны между собой конструктивно (например, линии радиосвязи, системы энергетики и др.).

Одно из основных требований теории надежности – это необходимость установить принадлежность всех возможных состояний объекта к одному из двух противоположных классов: работоспособные и неработоспособные.

Работоспособным называют такое состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособным будет такое состояние, при котором значение хотя бы одного из параметров не соответствует требованиям документации.

У большинства технических объектов не существует четкой границы между этими классами состояний. Однако в теории надежности промежуточные состояния не рассматриваются. Чтобы оценить надежность, надо сделать эту границу четкой в рамках рассматриваемой модели надежности. Это весьма непростая задача, и решается она путем обсуждения с участием компетентных лиц со стороны разработчика и заказчика (пользователя) объекта.

С переходом из работоспособного состояния в неработоспособное и обратно связаны особые события в процессе функционирования объекта, называемые, соответственно, отказом и восстановлением.

Отказ – это событие, состоящее в нарушении работоспособного состояния объекта.

Восстановление – это событие, заключающееся в переходе объекта из неработоспособного состояния в работоспособное в результате устранения отказа путем перестройки (реконфигурации) структуры, ремонта или замены отказавших частей. Этим же термином обозначают и процесс перевода объекта из неработоспособного состояния в работоспособное.

Всякий отказ связан с нарушениями требований документации. Но не всякое нарушение требований документации приводит к отказу. Оно приводит к событию, называемому неисправностью, к возникновению неисправного состояния. Поэтому можно различать неисправности, не приводящие к отказам, и неисправности или их сочетания, вызывающие отказ.

Отказы можно классифицировать по различным признакам:

1. по скорости изменения параметров до возникновения отказа различают *внезапные* и *постепенные* отказы.

Внезапный отказ – это отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта.

Постепенный отказ – это отказ, возникающий в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта.

Такое деление весьма условно, т. к. большинство параметров изменяется с конечной скоростью, поэтому четкой границы между этими классами не существует. К постепенным отказы относят в тех случаях, когда изменения параметров легко прослеживаются, позволяя своевременно предпринять меры по предупреждению перехода объекта в неработоспособное состояние.

2. по характеру устранения различают *устойчивый*, *самоустраняющийся* и *перемежающийся* отказы.

Устойчивый отказ – это отказ, требующий проведения мероприятий по восстановлению работоспособности объекта.

Самоустраняющийся отказ (*сбой*) – это отказ, который устраняется в результате естественного возвращения объекта в работоспособное состояние без участия или при незначительном вмешательстве оператора, причем время устранения отказа мало или близко к нулю.

Перемежающийся отказ – это многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера. Как правило, для его устранения требуется вмешательство оператора.

3. по характеру проявления различают *явные* и *скрытые* (*латентные*) отказы.

Явный отказ – это отказ, который обнаруживается визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Скрытый (*латентный*) *отказ* – это отказ, который выявляется при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностирования.

4. при наличии нескольких уровней работоспособности различают *полный* и *частичный* отказ.

Частичный отказ – это переход на уровень частичной работоспособности.

Полный отказ – это полная потеря работоспособности.

В многофункциональной системе полный отказ при выполнении одной из функционально самостоятельных операций может означать только частичный отказ для системы в целом, если потеряна одна или часть функций, а остальные могут выполняться.

5. по первопричине возникновения различают *конструктивный, производственный* и *эксплуатационный* отказы.

Конструктивный отказ – это отказ, который возникает по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и/или норм проектирования и конструирования.

Производственный отказ – это отказ, который связан с несовершенством или нарушением технологического процесса изготовления или ремонта (на ремонтном предприятии).

Эксплуатационный отказ – это отказ, который связан нарушением правил и/или условий эксплуатации, при возникновении непредусмотренных внешних воздействий или воздействий высокой интенсивности.

Тема 2. Критерии надежности, законы распределения времени до отказа: критерии надежности не восстанавливаемых систем; критерии надежности восстанавливаемых систем; законы распределения времени до отказа – 2 ч.

Надежность недостаточно определить на качественном уровне (высокая, низкая, приемлемая и т.п.) – необходимо уметь оценивать ее количественно и сравнивать различные изделия по их надежности.

Показатель надежности – это количественная характеристика одного или нескольких единичных свойств, определяющих надежность объекта. Различают:

1. единичные показатели надежности – показатели безотказности, ремонтопригодности, долговечности, сохраняемости;
2. комплексные показатели надежности характеризуют несколько единичных свойств, например безотказность и ремонтопригодность.

В настоящее время в теории надежности используют вероятностные показатели. Каждый объект характеризуется вектором единичных и комплексных показателей. Поскольку при сравнении один из вариантов может быть лучше альтернативного варианта по одному показателю и хуже по другому, среди показателей выбирают тот, который в конкретных условиях применения наилучшим образом отражает свойство надежности. Как правило, именно этот показатель нормируется в техническом задании на разработку и в технической документации. Можно утверждать и обратное: нормируемый показатель надежности используют в качестве критерия надежности. Не следует думать, что эти понятия совпадают полностью, так как нормироваться может один показатель, а при сравнении вариантов использоваться другой.

Необходимо отличать критерий надежности от критерия отказа и критерия предельного состояния.

Критерий отказа – это признак или совокупность признаков неработоспособного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и/или конструкторской документации.

Критерий предельного состояния – это признак или совокупность признаков предельного состояния.

Выбор и обоснование номенклатуры показателей надежности происходит с учетом назначения изделия и условий его эксплуатации. Поэтому прежде чем рассматривать конкретный перечень показателей надежности, полезно классифицировать объекты по указанным признакам:

1. по назначению изделия подразделяют на два класса: изделия конкретного назначения (ИКН), имеющие только один вариант применения по назначению (принтер, канал измерения концентрации вещества, детектор радиационного контроля и т. д.), и изделия общего назначения (ИОН),

которые имеют несколько вариантов применения или функция которых универсальна (источник электропитания, компьютер, магистраль системы связи или внутреннего интерфейса и пр.).

2. По возможности восстановления работоспособности после отказа в период применения по назначению различают *невосстанавливаемые* (НВО) и *восстанавливаемые*(ВО) *объекты*. Объект относят к группе ВО, если восстановление предусмотрено документацией и технически возможно непосредственно на месте его эксплуатации. К группе НВО объект относят тогда, когда текущий ремонт технически не возможен или экономически не целесообразен. При этом один и тот же объект в одних условиях может быть восстанавливаемым, а в других – невосстанавливаемым. Так, для легкового автомобиля при значительном удалении от сервисных центров это зависит от умения водителя устранять отказы и неисправности, от наличия запасных частей, от временных ограничений при поездке, от ограничений по условиям гарантийных обязательств и пр.
3. в зависимости от режима применения изделия подразделяют на три класса: *однократного применения* (ОКРП), *непрерывного длительного применения* (НПДП), *многократного циклического применения* (МКЦП).
4. в зависимости от возможности и необходимости технического обслуживания (выполнения профилактических работ и контроля технического состояния) изделия подразделяют на *обслуживаемые* (ОБ) и *необслуживаемые* (НОБ).

Показатели безотказности. Основной изучаемой СВ для невосстанавливаемых изделий является *наработка до первого отказа* T_0. Если наработка измеряется в единицах времени, то она совпадает с календарным временем для изделий, работающих в режиме ОКРП (однократного применения) и НПДП (непрерывного длительного применения), и с суммарной длительностью выполненных циклов – для работающих в режиме МКЦП (многократного циклического применения). Если отказ может обесценивать часть наработки, то в наработку до отказа включают только ту ее часть, которая не обесценена отказом. Вероятностные характеристики наработки T_0 и являются показателями безотказности НВО (невосстанавливаемые объекты). Их особенность состоит в том, что они определяются по результатам наблюдений за некоторым множеством экземпляров однотипных изделий, но используются в качестве показателя надежности каждого конкретного изделия. Поэтому в дальнейшем кроме вероятностного приводятся и статистическое определение, которое можно использовать как один из способов статистической оценки искомой вероятностной характеристики.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ – это вероятность того, что изделие будет работоспособно в течение заданной наработки при заданных условиях эксплуатации:

$$P(t) = P(T_0 > t).$$

По статистическим данным об отказах вероятность безотказной работы определяют по формуле:

$$\overline{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где N_0 – число изделий в начале наблюдения; $n(t)$ – число отказавших за время t изделий. В начальный момент времени $P(0) = 1$, если при включении отказы невозможны, и $0 < P(0) < 1$, если при включении изделие может отказать. При увеличении времени вероятность $P(t)$ монотонно уменьшается и для любых технических изделий асимптотически приближается к нулю.

Вероятность отказа $Q(t)$ – это вероятность того, что при заданных условиях эксплуатации в течение заданной наработки произойдет хотя бы один отказ, то есть

$$Q(t) = P(T_0 < t).$$

Отказ и безотказная работа – это противоположные события. Поэтому

$$Q(t) = 1 - P(t).$$

Из (2) и (4) следует, что

$$\overline{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_0}.$$

Согласно (3) функцию $Q(t)$ можно трактовать как функцию распределения СВ T_0.

Дифференциал функции $Q(t)$ называется элементом вероятности и представляет собой вероятность того, что отказ произойдет в бесконечно малой окрестности точки t:

$$dQ(t) = P(t \le T_0 < t + dt).$$

Частота отказа $\alpha(t)$ – это плотность распределения времени безотказной работы (наработки) изделия до первого отказа. Согласно вероятностному определению

$$\alpha(t) = Q'(t) = -P'(t);$$

$$Q(t) = \int_0^t \alpha(x)dx;$$

$$P(t)=\int_t^\infty \alpha(x)dx\,.$$

При наблюдении за работой N_0 изделий можно определить частоту отказов как отношение числа отказавших в единицу времени изделий к общему числу изделий при условии, что отказавшие изделия не восстанавливаются:

$$\overline{\alpha}(t)=\frac{n(t,\Delta t)}{N_0\Delta t},$$

где $n(t,\Delta t) = n(t+\Delta t/2) - n(t-\Delta t/2)$ – число отказавших изделий в интервале $(t-\Delta t/2;t+\Delta t/2)$.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – это плотность распределения наработки до первого отказа при условии, что отказавшее изделие до рассматриваемого момента времени работало безотказно. Согласно вероятностному определению,

$$\lambda(t)=\frac{\alpha(t)}{P(t)}=-\frac{d}{dt}\ln P(t)\,;\; P(t)=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right).$$

По статистическому определению, интенсивность отказов есть отношение числа отказавших в единицу времени изделий к среднему числу работоспособных на рассматриваемом отрезке времени изделий:

$$\overline{\lambda}(t)=\frac{n(t,\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t},$$

где $N_{\text{ср}} = N_0 - (n(t+\Delta t/2) + n(t-\Delta t/2))/2$. Поскольку существует однозначная связь между функциями $P(t)$, $Q(t)$, $\alpha(t)$ и $\lambda(t)$, достаточно задать лишь одну из них, чтобы по формулам связи найти все остальные, то есть в смысле полноты сведений о надежности изделия эти функции эквивалентны. Они определяются по статистическим данным о количестве отказов невосстанавливаемых изделий.

Если же до начала интересующего нас интервала времени изделие уже проработало в течение времени τ, то для оценки надежности необходимо вводить условные показатели при условии, что изделие уже некоторое время проработало безотказно. Рассмотрим некоторые из этих параметров, считая, что одна из функций $P(t)$, $Q(t)$, $\alpha(t)$ или $\lambda(t)$ – известна.

Вероятность безотказной работы $P(\tau, t)$ в интервале $(\tau,\tau + t)$ – это вероятность того, что отказа не будет в интервале $\tau + t$, при условии, что его не было в течение времени τ:

$$P(\tau,\, t) = P(T_0 > \tau + t\, /\, T_0 > \tau) = \frac{P(\tau + t)}{P(\tau)} = \exp\left(-\int_{\tau}^{\tau+t} \lambda(x)dx\right);$$

где $P(t)$ – функция (1). Прочие показатели надежности определяются по формулам

$$Q\,(\tau,\, t) = 1 - P(\tau,\, t) = 1 - \exp\left(-\int_{\tau}^{\tau+t} \lambda(x)dx\right);$$

$$\alpha(\tau,\, t) = \frac{d}{dt}Q(\tau,\, t) = -\frac{d}{dt}P(\tau,\, t) = \frac{\alpha(\tau + t)}{P(\tau)};$$

$$\lambda(\tau,t) = \frac{d}{dt}Q(\tau,t) = -\frac{d}{dt}\ln P(\tau,t) = \lambda(\tau + t).$$

Средняя наработка до первого отказа $\overline{T}_0$ есть математическое ожидание наработки до первого отказа T_0. Используя определение элемента вероятности (6) можно записать:

$$\overline{T}_0 = M(T_0) = \int_0^{\infty} t dQ(t).$$

Если функция $Q\,(t)$ дифференцируема при всех $t > 0$, то из (11) и (7) получим:

$$\overline{T}_0 = \int_0^{\infty} t\alpha(t)dt.$$

Заменяя в (11) $d\,Q\,(t)$ на $d\,P\,(t)$, интегрируя по частям и учитывая свойства функции $P\,(t)$, имеем

$$\overline{T}_0 = \int_0^{\infty} P(t)dt.$$

Отсюда следует, что средняя наработка до первого отказа равна площади под кривой $P\,(t)$ на всей полуоси $(0, \infty)$.

По результатам наблюдения за работой до отказа всех N_0 изделий можно составить следующую статистическую оценку средней наработки до первого отказа:

$$\overline{T}_0 = \frac{\sum_{i-1}^{N_0} t_i}{N_0},$$

где t_i – наработка до отказа i – го изделия.

Средняя остаточная наработка до отказа $\overline{T}_0(\tau)$ есть математическое ожидание СВ $T_0 - \tau$ при условии, что $T_0 > \tau$. Используя функции (9) и (10), составим выражение для средней остаточной наработки до первого отказа:

$$\overline{T}_0(\tau) = \int_0^\infty t dQ(\tau, t) = \frac{\int_0^\infty t dQ(\tau + t)}{P(\tau)} = \frac{\int_\tau^\infty P(t)dt}{P(\tau)}.$$

При $\tau = 0$ функции (9), (10) и (13) совпадают с (1), (4), (7), (8) и (11).

Показатели долговечности. При определении показателей долговечности вводятся следующие СВ: ресурс $T_р$ – суммарная наработка изделия от начала эксплуатации до перехода в предельное состояние, установленное в технической документации; срок службы $T_с$ – календарная продолжительность службы изделия от начала его эксплуатации до перехода в предельное состояние. Различают средний, гамма-процентный и назначенный ресурсы (срок службы). Средний и гамма-процентный ресурсы (срок службы) – это, соответственно, математическое ожидание СВ $T_р$ ($T_с$) и квантиль по уровню вероятности γ, выраженному в процентах. Назначенный ресурс (срок службы) – это суммарная наработка (календарная продолжительность), по достижении которой эксплуатация изделия прекращается независимо от его технического состояния. Остаточный ресурс $T_{ро}$ (срок службы $T_{со}$) – это суммарная наработка (календарная продолжительность) от момента контроля технического состояния до перехода в предельное состояние. Аналогично вводятся понятие остаточного срока хранения $T_{хро}$. Для СВ $T_{ро}$, $T_{со}$, $T_{хро}$ используются те же характеристики, что и для $T_р$, $T_с$, $T_{хр}$.

Показатели сохраняемости. Для оценки сохраняемости рассматривают характеристики СВ – срока сохраняемости, определяемой как календарная продолжительность хранения и/или транспортирования изделия, в течение которой сохраняются в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность изделия выполнять заданные функции. В качестве показателей сохраняемости используют средний и гамма-процентный сроки сохраняемости.

Тема 3. Проблемы анализа надежности сложных технических систем: разработка моделей функционирования сложной системы; методы анализа надежности технических систем; проблемы создания высоко надежных систем – 2 ч.

Программы для вычислительных машин можно разделить на три основных типа:

1. К первому относятся программы, разрабатываемые для решения инженерных и научно-исследовательских задач. Они характеризуются неполным использованием ресурсов вычислительных систем и относительно небольшим временем жизненного цикла. Длительность разработки этих программ обычно невелика. Их эксплуатация носит эпизодический и кратковременный характер, отсутствуют жесткие ограничения на допустимую длительность ожидания результатов, практически всегда имеется возможность достаточно строго проконтролировать выходные данные и при необходимости поставить контрольные эксперименты. К этому типу программ практически не применимы основные понятия теории надежности.

2. Второй тип представлен сложными комплексами программ для информационно-справочных систем и систем автоматизации обработки информации, которые функционируют вне реального времени (системы организационного типа). Период их эксплуатации обычно значительно превышает длительность разработки, однако в ходе эксплуатации они могут развиваться и обновляться. Соответственно изменяются характеристики комплексов программ и сопровождающая их документация. Программы этого типа можно классифицировать как системы, и имеется возможность применять к ним понятия теории надежности. Для таких комплексов программ техническими документами могут быть определены функции и характеристики, а также промежуток времени, на котором должны сохраняться заданные показатели в соответствии с определениями теории надежности и требованиями технической документации. Изменение комплексов программ в процессе развития и модернизации системы приводит к тому, что содержание и значения показателей надежности оказываются нестационарными.

3. К третьему типу относятся комплексы программ автоматического или автоматизированного управления, непосредственно входящие в контур управления и функционирующие в реальном масштабе времени. Такие комплексы программ обычно практически полностью используют ресурсы вычислительной машины по памяти и производительности, снабжают подробной документацией и эксплуатируются многие годы и даже десятилетия. Эти комплексы определяют степень автоматизации производства в промышленности и качество управления объектами в народном хозяйстве и военной технике. Комплексы программ этого типа обладают всеми характерными чертами промышленных изделий, к ним в наибольшей степени применимы основные подходы и понятия теории надежности.

Стабильность длительной эксплуатации, наличие требований технической документации и возможность дефектов в комплексах программ, вызывающих сбои и отказы при функционировании, позволяют анализировать показатели надежности программ второго и третьего типов. Реальная надежность программного обеспечения нередко оказывается ниже, чем надежность аппаратурных средств, и определяет надежность функционирования системы в целом.

Надежность аппаратуры в технических системах определяется в основном двумя факторами: надежностью компонент и ошибками в конструкции, допущенными при проектировании или изготовлении. Относительно невысокая надежность компонент, их глубокая взаимозависимость и способность к разрушению, старению или снижению надежности в процессе эксплуатации привели к тому, что этот фактор оказался превалирующим для надежности большинства комплексов аппаратуры. Этому способствовала также относительно невысокая сложность многих технических систем, вследствие чего, ошибки проектирования проявлялись редко и вуалировались отказами компонент.

Однако есть системы, где эти два фактора соизмеримы. Так, например, надежность первых образцов вновь созданной ЭВМ обычно значительно ниже, чем серийных экземпляров той же ЭВМ после нескольких лет выпуска. Это является не только следствием улучшения технологии производства, но и результатом обнаружения и устранения множества логических и технических ошибок проектирования. Если ошибки проектирования устраняются не только в изделиях, выпускаемых заводом в данное время, но и в изделиях, ранее выпущенных с ошибками и находящихся в эксплуатации, то в результате повышается надежность всех изделий данного типа. После доработки ЭВМ определяющей становится техническая надежность компонент, и постепенно доработки из-за ошибок проектирования прекращаются.

Надежность сложных программных комплексов определяется теми же двумя факторами. Однако степень их влияния иная. Хранение программ на магнитных носителях при отсутствии внешнего вмешательства характеризуется высокой надежностью. Даже при многолетней эксплуатации маловероятны ситуации искажения программ в результате старения носителей. Превалирующим для надежности комплексов программ является второй фактор — ошибки проектирования.

Отмеченные факторы, определяющие надежность систем, различаются по своей природе, проявлению и методам устранения. Отказы компонент аппаратуры, обусловленные старением или разрушением элементов, в большинстве случаев требуют их замены. Восстановительные работы и особенно замена компонент аппаратуры трудно автоматизируются и сохраняют преимущественно ручной характер. Это определяет длительность восстановления, которая измеряется минутами и часами.

Проявление ошибок проектирования обусловлено конкретными ситуациями и сочетанием данных, подлежащих обработке. Возникающий в результате отказ, как правило, не связан с физическим разрушением аппаратуры и не требует проведения ремонтных работ. Такие отказы в программных комплексах, как, например, зацикливание или искажение (стирание) массивов данных о внешней обстановке, могут быть устранены программными методами. Поэтому процесс оперативного восстановления при отказах в комплексах программ реализуется преимущественно автоматизированными методами. Проблема восстановления при отказах переходит в проблему преобразования отказов в автоматически устраняемые сбои. При этом не устраняется причина отказа и в такой же ситуации отказ должен повториться, однако повторение данных, приводящих к отказу, маловероятно, и наработка на отказ может быть удовлетворительной, тем более что его проявление сведено к кратковременному сбою. Накопление сведений о сбоях и отказах в программах позволяет их устранить в период профилактических работ.

Понятие ошибок проектирования и, в частности, ошибок в программах так же, как понятия надежности, трудно сформулировать без учета исполнения программ и результатов их функционирования. В технических устройствах во многих случаях имеется эталонное изделие, с которым сравниваются аналогичные, вновь изготовленные. Такое сравнение позволяет в статике выявить ошибки тиражирования и изготовления или неисправные и разрушившиеся компоненты; при этом ошибки проектирования сохраняются соответствующими эталонному изделию. Тиражирование программ может производиться очень точно, а их физическое разрушение маловероятно и легко устранимо. Однако для выявления ошибок проектирования программ невозможно создать абсолютный эталон, сравнивая с которым каждую программу в статике, можно было бы обнаружить отличие и классифицировать его как ошибку. В процессе отладки и испытаний комплекса программ устраняются многие ошибки, и программы асимптотически приближаются к идеальным - безошибочным. Однако степень приближения остается неизвестной, и копии программ содержат ошибки эталонной программы. При анализе показателей надежности любых систем в первую очередь исследуют эти показатели с позиции пользователя - внешнего абонента системы. Для пользователя важны характеристики отказов и восстановлений, механизм их возникновения и устранения имеет второстепенное значение. Анализ причин отказов важен для создателя системы или эксплуатационника для профилактики аналогичных отказов и скорейшего их устранения.

Программа любой сложности и назначения при фиксированных исходных данных и абсолютно надежной аппаратуре исполняется по заданному маршруту и дает на выходе определенный результат. Многократное исполнение программы при заданных условиях даст неизменный результат. Однако комбинаторный характер исходных данных и накопленной при обработке информации, а также множество условных переходов создают огромное число различных маршрутов исполнения для каждого комплекса программ, которые обычно на несколько порядков больше числа команд в программе. Такое число вариантов исполнения программы не может быть проверено полностью из-за ограничений на длительность отладки и объем приемочных испытаний. Некоторые маршруты обработки информации характеризуются малой вероятностью исполнения. Опыт отладки и эксплуатации сложных комплексов программ показывает, что при отладке невозможно проверить все варианты обработки информации, и даже после нескольких лет эксплуатации встречаются непроверенные сочетания исходных данных, при которых работающий комплекс программ дает неверные результаты. Подобные искажения результатов с точки зрения пользователя рассматриваются как сбои или отказы. Возможна тенденциозная проверка комплекса программ в предельных и критических условиях, которые могут искусственно создаваться заказчиком при испытаниях и приемке системы. Такие условия могут давать существенно искаженные и ухудшенные показатели надежности функционирования программного обеспечения по сравнению со средними типовыми условиями эксплуатации. Подобная проверка по существу является расширением требований технического задания в период испытаний вследствие повышения запросов заказчика. В то же время такие требования являются изменением и расширением заказа и связаны с увеличением объема работ. Поэтому важно согласовывать с заказчиком методику и условия испытаний комплексов программ на надежность с учетом испытаний их в критических режимах. Следует отметить глубокую взаимосвязь надежности программ и надежности вычислительных систем (ВС), на которых они исполняются. Надежность аппаратуры ВС не может быть исследована и измерена без длительного исполнения некоторого комплекса программ. Замена комплекса программ, с помощью которого проверяется надежность аппаратуры ВС и условий испытаний, приводит к изменению характеристик надежности вследствие различий в широте и глубине проверки аппаратуры. Кроме того, проверяющие программы содержат не выявленные ошибки и различаются помехоустойчивостью к сбоям и к частичным отказам аппаратуры. Разделить причины отказов и искажении выходных результатов на обусловленные только аппаратурой или программами в ряде случаев оказывается очень сложно. Поэтому для оценки показателей надежности ВС между разработчиками аппаратуры и программ и заказчиком, кроме правил проверки на надежность, согласовываются состав и характеристики тестовых программ, по которым производится проверка. Особенно сложна эта задача в начале эксплуатации комплекса программ на вновь разработанной ВС.

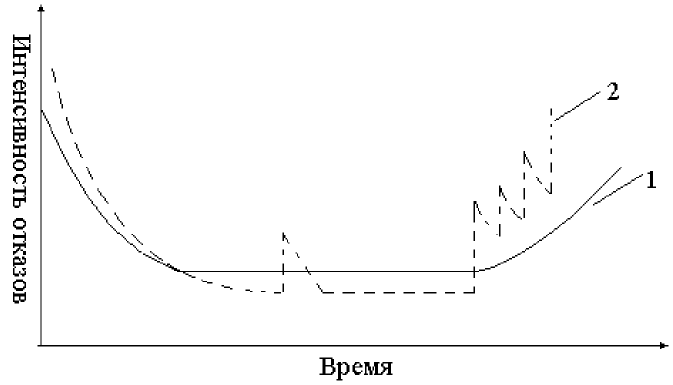


Рис. Зависимость интенсивности отказов от времени при разработке и эксплуатации для аппаратных (1) и программных комплексов (2)

Частота проявления ошибок в комплексах программ в зависимости от времени подобна частоте отказов аппаратуры (рис. 1.1). Отказы из-за ошибок в программах вначале уменьшаются вследствие их обнаружения и устранения в процессе отладки. Этот период по своим характеристикам (но не по физической сущности) похож на период "приработки" в аппаратуре. Далее следует период эксплуатации, который характеризуется постоянной интенсивностью отказов из-за программных ошибок, если они не корректируются. Модификация приводит к появлению вторичных ошибок, которые также необходимо устранять, и после нескольких доработок комплекс программ морально устаревает и подлежит замене, что отражено на рис. 1.1 в виде возрастания интенсивности искажений в конце интервала жизни.

Высокая стоимость проектирования и, в частности, отладки сложных программных комплексов не позволяют создавать программы с гарантированным отсутствием ошибок и абсолютно устойчивых к любым возмущениям. Для каждого типа систем должны устанавливаться свои рациональные и необходимые значения показателей надежности программного обеспечения, соизмеримые с показателями надежности аппаратуры. Затраты на обеспечение надежности должны сопоставляться с возможным ущербом вследствие отказа системы с данным комплексом программ.

Тема 4. Математические модели функционирования технических элементов и систем в смысле их надежности: общая модель надежности технического элемента; модель надежности систем в терминах интегральных уравнений; модель надежности стационарного режима; модели надежности не восстанавливаемых систем; модели надежности систем при экспоненциальных законах распределения отказов и восстановления элементов – 2 ч.

Для оценки значений показателей надежности программного обеспечения (ПО) по результатам тестирования и эксплуатации комплексов программ используют математические модели надежности. Под математической моделью надежности понимают выражение, связывающее значение одного из показателей надежности с непосредственно измеряемыми при тестировании системы параметрами. Например, в качестве показателей надежности могут выступать вероятность безотказного функционирования, средняя наработка на отказ, функция риска и т. д. Одним из главных требований к показателям надежности ПО является удобство их использования. Значения показателей будут зависеть от наблюдаемых при тестировании ПО отказов. Отказом ПО будем называть его любую неадекватную реакцию на ввод данных или вывод неверного результата вычислений в результате исполнения программы.

Математические модели, используемые для оценки показателей надежности оборудования в классической теории надежности, не подходят для расчета показателей надежности ПО. Это обусловлено тем, что причины возникновения отказов этих объектов имеют разную природу. Надежность оборудования зависит от двух факторов: от производственных дефектов оборудования и фактора старения и износа его деталей. Как правило, производственные дефекты оборудования являются легко обнаруживаемыми, и такое дефектное оборудование бракуется, поэтому основным фактором, влияющим на надежность оборудования, является фактор старения и износа его деталей.

На надежность ПО влияют те же факторы. Однако физическое хранение программ на магнитном носителе характеризуется очень высокой надежностью, поэтому принято считать, что показатели надежности ПО от времени не зависят. Следовательно, на надежность ПО влияют только наличие и характер производственных дефектов программы, то есть ошибок ПО. Из сказанного вытекает, что место и время возникновения ошибки невозможно прогнозировать. Для расчета показателей надежности программ за последние десятилетия было разработано немало моделей надежности.

Существующие математические модели позволяют оценивать характеристики ошибок в программах и прогнозировать их надежность при проектировании и эксплуатации. Модели имеют вероятностный характер, и достоверность прогнозов зависит от точности исходных данных и глубины прогнозирования по времени. Эти математические модели предназначены для оценки:

- показателей надежности комплексов программ в процессе отладки;
- количества ошибок, оставшихся не выявленными;
- времени, необходимого для обнаружения следующей ошибки в функционирующей программе;
- времени, необходимого для выявления всех ошибок с заданной вероятностью.

Использование моделей позволяет эффективно и целенаправленно проводить отладку и испытания комплексов программ, помогает принять рациональное решение о времени прекращения отладочных работ. Малый объем выборок реального количества обнаруженных ошибок и большой разброс времени обнаружения последовательных ошибок при завершении отладки не позволяют построить высокоточные математические модели. Поэтому целесообразно применять простейшие модели, точность которых близка к точности, обусловленной исходными данными.

Модели надежности ПО являются **эмпирическими моделями -** это модели, которые используют результаты тестирования программы в качестве исходных данных. Модели надежности ПО подразделяются на динамические и статические. **Динамическая модель** - это модель надежности ПО, которая является функцией от времени. При этом подразумевается, что текст программы параллельно с испытаниями дорабатывается. **Статическая модель** - это модель надежности ПО, которая не изменяется во времени. Динамические модели надежности ПО в свою очередь можно разделить на непрерывные модели надежности и ступенчатые модели надежности. **Непрерывная модель надежности** - это математическая модель, показатель надежности которой является строго монотонной функцией от времени.

Первыми моделями надежности ПО были непрерывные модели, т. к. они были созданы по аналогии с моделями надежности оборудования. **Ступенчатая модель надежности** — это математическая модель, показатель надежности которой остается постоянным на каждом из интервалов тестирования ПО, но изменяется от интервала к интервалу. При обосновании математических моделей выдвигают некоторые гипотезы о характере проявления ошибок в программном обеспечении. Эти гипотезы апробированы при обработке данных реальных разработок. Рассмотрим более подробно несколько конкретных моделей.

Тема 5. Анализ надежности не восстанавливаемых систем: надежность не резервированной системы; надежность простейших резервированных систем; надежность систем при общем и раздельном резервировании – 2 ч.

Показатели безотказности. Основной изучаемой СВ для невосстанавливаемых изделий является *наработка до первого отказа* T_0. Если наработка измеряется в единицах времени, то она совпадает с календарным временем для изделий, работающих в режиме ОКРП (однократного применения) и НПДП (непрерывного длительного применения), и с суммарной длительностью выполненных циклов – для работающих в режиме МКЦП (многократного циклического применения). Если отказ может обесценивать часть наработки, то в наработку до отказа включают только ту ее часть, которая не обесценена отказом. Вероятностные характеристики наработки T_0 и являются показателями безотказности НВО (невосстанавливаемые объекты). Их особенность состоит в том, что они определяются по результатам наблюдений за некоторым множеством экземпляров однотипных изделий, но используются в качестве показателя надежности каждого конкретного изделия. Поэтому в дальнейшем кроме вероятностного приводятся и статистическое определение, которое можно использовать как один из способов статистической оценки искомой вероятностной характеристики.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ – это вероятность того, что изделие будет работоспособно в течение заданной наработки при заданных условиях эксплуатации:

$$P(t) = P(T_0 > t).$$

По статистическим данным об отказах вероятность безотказной работы определяют по формуле:

$$\overline{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где N_0 – число изделий в начале наблюдения; $n(t)$ – число отказавших за время t изделий. В начальный момент времени $P(0) = 1$, если при включении отказы невозможны, и $0 < P(0) < 1$, если при включении изделие может отказать. При увеличении времени вероятность $P(t)$ монотонно уменьшается и для любых технических изделий асимптотически приближается к нулю.

Вероятность отказа $Q(t)$ – это вероятность того, что при заданных условиях эксплуатации в течение заданной наработки произойдет хотя бы один отказ, то есть

$$Q(t) = P(T_0 < t).$$

Отказ и безотказная работа – это противоположные события. Поэтому

$$Q(t) = 1 - P(t).$$

Из (2) и (4) следует, что

$$\overline{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_0}.$$

Согласно (3) функцию $Q(t)$ можно трактовать как функцию распределения СВ T_0.

Дифференциал функции $Q(t)$ называется элементом вероятности и представляет собой вероятность того, что отказ произойдет в бесконечно малой окрестности точки t:

$$dQ(t) = P(t \le T_0 < t + dt).$$

Частота отказа $\alpha(t)$ – это плотность распределения времени безотказной работы (наработки) изделия до первого отказа. Согласно вероятностному определению

$$\alpha(t) = Q'(t) = -P'(t);$$

$$Q(t) = \int_0^t \alpha(x)dx;$$

$$P(t) = \int_t^\infty \alpha(x)dx.$$

При наблюдении за работой N_0 изделий можно определить частоту отказов как отношение числа отказавших в единицу времени изделий к общему числу изделий при условии, что отказавшие изделия не восстанавливаются:

$$\overline{\alpha}(t) = \frac{n(t, \Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

где $n(t,\Delta t) = n(t+\Delta t/2) - n(t-\Delta t/2)$ – число отказавших изделий в интервале $(t-\Delta t/2; t+\Delta t/2)$.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – это плотность распределения наработки до первого отказа при условии, что отказавшее изделие до рассматриваемого момента времени работало безотказно. Согласно вероятностному определению,

$$\lambda(t) = \frac{\alpha(t)}{P(t)} = -\frac{d}{dt}\ln P(t);\ P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right).$$

По статистическому определению, интенсивность отказов есть отношение числа отказавших в единицу времени изделий к среднему числу работоспособных на рассматриваемом отрезке времени изделий:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{n(t,\Delta t)}{N_{\text{ср}}\Delta t},$$

где $N_{\text{ср}} = N_0 - (n(t+\Delta t/2) + n(t-\Delta t/2))/2$. Поскольку существует однозначная связь между функциями $P(t)$, $Q(t)$, $\alpha(t)$ и $\lambda(t)$, достаточно задать лишь одну из них, чтобы по формулам связи найти все остальные, то есть в смысле полноты сведений о надежности изделия эти функции эквивалентны. Они определяются по статистическим данным о количестве отказов невосстанавливаемых изделий.

Если же до начала интересующего нас интервала времени изделие уже проработало в течение времени τ, то для оценки надежности необходимо вводить условные показатели при условии, что изделие уже некоторое время проработало безотказно. Рассмотрим некоторые из этих параметров, считая, что одна из функций $P(t)$, $Q(t)$, $\alpha(t)$ или $\lambda(t)$ – известна.

Вероятность безотказной работы $P(\tau, t)$ в интервале $(\tau, \tau + t)$ – это вероятность того, что отказа не будет в интервале $\tau + t$, при условии, что его не было в течение времени τ:

$$P(\tau, t) = P(T_0 > \tau + t / T_0 > \tau) = \frac{P(\tau + t)}{P(\tau)} = \exp\left(-\int_\tau^{\tau+t} \lambda(x)dx\right);$$

где $P(t)$ – функция (1). Прочие показатели надежности определяются по формулам

$$Q(\tau, t) = 1 - P(\tau, t) = 1 - \exp\left(-\int_\tau^{\tau+t} \lambda(x)dx\right);$$

$$\alpha(\tau, t) = \frac{d}{dt}Q(\tau, t) = -\frac{d}{dt}P(\tau, t) = \frac{\alpha(\tau + t)}{P(\tau)};$$

$$\lambda(\tau,t)=\frac{d}{dt}Q(\tau,t)=-\frac{d}{dt}\ln P(\tau,t)=\lambda(\tau+t).$$

Средняя наработка до первого отказа $\overline{T}_0$ есть математическое ожидание наработки до первого отказа T_0. Используя определение элемента вероятности (6) можно записать:

$$\overline{T}_0=M(T_0)=\int_0^{\infty}tdQ(t).$$

Если функция Q (t) дифференцируема при всех $t > 0$, то из (11) и (7) получим:

$$\overline{T}_0=\int_0^{\infty}t\alpha(t)dt.$$

Заменяя в (11) d Q (t) на d P (t), интегрируя по частям и учитывая свойства функции P (t), имеем

$$\overline{T}_0=\int_0^{\infty}P(t)dt.$$

Отсюда следует, что средняя наработка до первого отказа равна площади под кривой P (t) на всей полуоси (0, ∞).

По результатам наблюдения за работой до отказа всех N_0 изделий можно составить следующую статистическую оценку средней наработки до первого отказа:

$$\overline{T}_0=\frac{\sum_{i-1}^{N_0}t_i}{N_0},$$

где t_i – наработка до отказа i – го изделия.

Средняя остаточная наработка до отказа $\overline{T}_0(\tau)$ есть математическое ожидание СВ $T_0 - \tau$ при условии, что $T_0 > \tau$. Используя функции (9) и (10), составим выражение для средней остаточной наработки до первого отказа:

$$\overline{T}_0(\tau)=\int_0^{\infty}tdQ(\tau,t)=\frac{\int_0^{\infty}tdQ(\tau+t)}{P(\tau)}=\frac{\int_{\tau}^{\infty}P(t)dt}{P(\tau)}.$$

При $\tau = 0$ функции (9), (10) и (13) совпадают с (1), (4), (7), (8) и (11).

Показатели долговечности. При определении показателей долговечности вводятся следующие СВ: ресурс $T_р$ – суммарная наработка изделия от начала эксплуатации до перехода в предельное состояние, установленное в технической документации; срок службы $T_с$ – календарная продолжительность службы изделия от начала его эксплуатации до перехода в предельное состояние. Различают средний, гамма-процентный и назначенный ресурсы (срок службы). Средний и гамма-процентный ресурсы (срок службы) – это, соответственно, математическое ожидание СВ $T_р$ ($T_с$) и квантиль по уровню вероятности γ, выраженному в процентах. Назначенный ресурс (срок службы) – это суммарная наработка (календарная продолжительность), по достижении которой эксплуатация изделия прекращается независимо от его технического состояния. Остаточный ресурс $T_{ро}$ (срок службы $T_{со}$) – это суммарная наработка (календарная продолжительность) от момента контроля технического состояния до перехода в предельное состояние. Аналогично вводятся понятие остаточного срока хранения $T_{хро}$. Для СВ $T_{ро}$, $T_{со}$, $T_{хро}$ используются те же характеристики, что и для $T_р$, $T_с$, $T_{хр}$.

Показатели сохраняемости. Для оценки сохраняемости рассматривают характеристики СВ – срока сохраняемости, определяемой как календарная продолжительность хранения и/или транспортирования изделия, в течение которой сохраняются в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность изделия выполнять заданные функции. В качестве показателей сохраняемости используют средний и гамма-процентный сроки сохраняемости.

Тема 6. Анализ надежности восстанавливаемых систем: анализ надежности восстанавливаемых систем с основным соединением элементов; расчет надежности восстанавливаемых систем с основным соединением элементов и произвольных законах распределения отказов и восстановлений; расчет резервированных восстанавливаемых систем при экспоненциальных законах распределения отказов и восстановлений; расчет резервированных восстанавливаемых систем при произвольных законах распределения отказов и восстановлений – 2 ч.

Типовая диаграмма функционирования ВОИ состоит из чередующихся интервалов безотказной работы и восстановления. Эксплуатация изделия продолжается до тех пор, пока ремонт не становится нецелесообразным или пока оно не будет снято с эксплуатации по достижении назначенного срока службы или назначенного ресурса. Для оценки надежности таких изделий недостаточно рассматривать характеристики наработки до первого отказа – нужно знать также характеристики процесса функционирования после первого отказа. С этой целью в теории надежности изучаются характеристики следующих СВ: наработки между отказами T_{0i}, времени восстановления после i – го отказа $T_{вi}$, наработки до i – го отказа $T_{нi}$, полного времени до i – го восстановления T_{ui}, числа отказов до получения наработки $tN_0(t)$, числа моментов восстановления за время $tN_0(t)$, суммарной наработки в интервале (0, t) $T_{нс}(t)$, суммарного времени восстановления в интервале длительностью t $T_{нс}(t)$.

Характеристики этих СВ как раз и являются показателями надежности восстанавливаемых изделий. При формулировке определений будем использовать следующие обозначения: $F_i(t) = P(T_{вi} < t)$ – распределение наработки до i – го отказа, $V_i(t) = P(T_{ui} < t)$ – распределение времени до i – го восстановления, $P_n(t) = P(N_0(t) = n)$ – вероятность возникновения n отказов до получения наработки t, $P_{вn}(t) = P(N_в(t) = n)$ – вероятность возникновения n моментов восстановления за время t.

Показатели надежности:

1. Показатели ремонтопригодности

Вероятность восстановления за время t $F_{вi}(t) = P(T_в < t)$; вероятность $G_в(t) = P(T_в \geq t)$ того, что восстановление не закончится за время t; плотность распределения времени восстановления $f_в(t) = F'_в(t)$; интенсивность восстановления $\mu(t) = f_в(t) / G_в(t)$; среднее время восстановления $\overline{T}_в$.

Вероятностное и статистическое среднее время восстановления определяется формулами

$$\overline{T}_в = \int_0^\infty t f_в(t)dt = \int_0^\infty G_в(t)dt\,,\quad \overline{T}_в = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{вi}}{n}\,,$$

где n – число отказов, $T_{вi}$ – длительность i – го восстановления.

Среднее число отказов $H(t)$ до наработки t есть математическое ожидание СВ $N_0(t)$, т. е.

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n(t)\,.$$

Учитывая, что события $(T_{ui} < t)$ и $(N_0(t) \geq t)$ эквивалентны, получаем соотношение

$$P_n(t) = P(N_0(t) = n) = P(N_0(t) > n) - P(N_0(t) > n + 1) = F_n(t) - F_{n+1}(t).$$

Из (14) имеем

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n(t) = F_1(t) - F_2(t) + 2(F_2(t) - F_3(t)) + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)\,.$$

Из (15) следует, что $dH(t)$ есть вероятность того, что в бесконечно малой окрестности точки t произойдет отказ изделия, причем не обязательно впервые. Статистическую оценку среднего числа отказов получают следующим образом. Пусть в начальный момент времени поставлено на эксплуатацию $N(0)$ изделий. После отказа изделие ремонтируется или заменяется новым, и так происходит до тех пор, пока на каждом рабочем месте не будет достигнута наработка t.

Если суммарное число отказов всех $N(0)$ изделий равно $n(t)$, то среднее число отказов

$$\overline{H}(t) = \frac{n(t)}{N(0)}.$$

По форме правая часть (16) совпадает с (5). Однако $\overline{G}(t)$ и $\overline{H}(t)$ – совершенно различные функции, так как в (5) рассматриваются невосстанавливаемые изделия, а в (16) – восстанавливаемые. В первом случае число работоспособных изделий уменьшается со временем, а во втором случае оно неизменно и равно $N(0)$. Поэтому при прочих равных условиях $n(t)$ в (16) обычно больше, чем в (5), за счет повторных отказов изделий.

Среднее число моментов восстановления $H_2(t)$ на интервале времени $(0, t)$ есть математическое ожидание СВ $N_в(t)$. Согласно определению,

$$H_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nP_{вп}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n\big(V_n(t) - V_{n+1}(t)\big) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(t).$$

Дифференциал функции $dH_2(t)$ есть вероятность того, что в бесконечно малой окрестности точки t работоспособность изделия восстановится, причем не обязательно впервые.

Параметр (интенсивность) потока отказов $\omega(t)$ согласно вероятностному определению,

$$\omega(t) = \frac{dH(t)}{dt}.$$

Если учесть формулу (15), то можно записать

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t),$$

где $f_n(t)$ - плотность распределения наработки до n – го отказа. Согласно статистическому определению, параметр потока отказов есть среднее число отказов восстанавливаемого изделия в единицу времени. Определяется этот параметр по формуле

$$\overline{\omega}(t) = \frac{n(t, \Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

где $n(t, \Delta t) = n(t + \Delta t/2) + n(t - \Delta t/2))/2$; $n(t)$ – число отказов до наработки t.

Параметр потока восстановлений $\omega_2(t)$ есть среднее число моментов восстановления в единицу времени.

Формулы для $\omega_2(t)$ получают из формул для $\omega(t)$ после замены в них числа отказов на число моментов восстановления. Так, из (18) – (20) имеем

$$\omega_2(t) = \frac{dH_2(t)}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dV_n(t)}{dt}, \; \overline{\omega}_2(t) = \frac{n_{\text{в}}(t)}{N(0)\Delta t}.$$

Средняя наработка на отказ $\overline{T}_{\text{н}}$ для периода от наработки τ до наработки $\tau + t$ определяется по формуле

$$\overline{T}_{\text{н}}(\tau,t) = \frac{t}{(H(\tau+t) - H(\tau))}.$$

Если учесть (16), то можно определить среднюю наработку на отказ по статистическим данным

$$\overline{T}_{\text{н}}(\tau,t) = \frac{tN(0)}{(n(\tau+t) - n(\tau))} = \frac{t}{(\overline{H}(\tau+t) - \overline{H}(\tau))}.$$

В частности, при $\tau = 0$ имеем

$$\overline{T}_{\text{н}}(0,t) = \overline{T}_{\text{н}}(t) = \frac{t}{H(t)}.$$

Стационарное значение средней наработки на отказ

$$\overline{T}_{\text{н}} = \lim_{t \to \infty} \frac{t}{H(t)} = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{\omega(t)}.$$

Если наблюдение за изделием проводится не до наработки t, а в течение времени t, то статистическая оценка средней наработки на отказ получается из выражения

$$\overline{T}_{\text{н}}(t) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} T_{0i} + T_0^*\right)}{n} = \frac{T_{\text{нс}}(t)}{n},$$

где n число отказов за время t, T_0^* - наработка от момента последнего восстановления до момента t.

Показатели надежности $V(t)$, $\omega_2(t)$, $H_2(t)$ являются комплексными, так как зависят от показателей безотказности и ремонтопригодности. Остальные показатели – единичные. Рассмотрим теперь другие комплексные показатели надежности восстанавливаемых изделий.

Нестационарный коэффициент готовности $K_{\text{г}}(t)$ есть вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в момент времени t в периоде применения по назначению. Используя статистические данные, можно оценить нестационарный коэффициент готовности с помощью отношения

$$K_{г}(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = \frac{T_{нс}(t)}{t},$$

где $N(t)$ - число работоспособных в момент времени t изделий из общего числа изделий $N(0)$.

Коэффициент готовности (*стационарный коэффициент готовности*) $K_{г}$. Если проанализировать зависимость нестационарного коэффициента готовности от времени, то можно заметить, что он изменяется от 1 при t = 0 до некоторого постоянного значения, называемого стационарным коэффициентом готовности, или просто коэффициентом готовности. Поскольку коэффициент готовности не зависит от времени, то его определяют как вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, за исключением планируемых периодов, в течение которых применение изделия по назначению не предусматривается. Стационарный период эксплуатации, когда $K_{г}(t)$ становится достаточно близким к своему предельному значению $K_{г}$, наступает по истечении некоторого промежутка времени, называемого переходным периодом. Строго математический переходный период длится бесконечно долго, так как функция $K_{г}(t)$ приближается к $K_{г}$ только асимптотически, а поэтому

$$\mathrm{K}_{г} = \lim_{t \to \infty} \mathrm{K}_{г}(t)$$

Из (22) и (23) следует, что для коэффициента готовности может быть использована статистическая оценка

$$\overline{\mathrm{K}}_{г}(t) = \frac{N(\infty)}{N(0)} = \frac{N}{N(0)},$$

где N – число работоспособных изделий из общего количества $N(0)$ в произвольный момент времени стационарного периода эксплуатации.

В режиме МКЦП коэффициент готовности имеет также следующую трактовку – это вероятность успешного выполнения одного цикла работ очень малой длительности по заявке, поступившей в момент t или в произвольный момент времени. Если заявка может появиться в случайный момент переходного периода (0; t), то используют среднее значение коэффициента готовности

$$K^{*}_{г}(t) = \frac{1}{t}\int_{0}^{t} K_{Г}(x)dx .$$

Статистическую оценку этой характеристики находят по формуле

$$K^{*}_{\text{г}}(t) = \frac{\overline{T}_{\text{нс}}(t)}{(\overline{T}_{\text{нс}}(t) + \overline{T}_{\text{вс}}(t))};$$

$$\overline{T}_{\text{нс}}(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\overline{T}_{\text{нс}i}(t)}{n(t)};$$

$$\overline{T}_{\text{вс}}(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\overline{T}_{\text{вс}i}(t)}{n(t)},$$

где $\overline{T}_{\text{нс}}(t)$ и $\overline{T}_{\text{вс}}(t)$ - суммарная наработка и суммарное время восстановления i - го изделия в интервале (0; t); N – число испытываемых изделий; $n(t)$ - суммарное число отказов за время t. Очевидно, что при монотонно убывающей функции $K_{\text{г}}(t)$ среднее значение коэффициента готовности $K^{*}_{\text{г}}(t) > K_{\text{г}}(t)$. Кроме того, выполняется соотношение

$$\text{К}_{\text{г}} = \lim_{t \to \infty} \text{К}^{*}_{\text{г}}(t) = \frac{\overline{T}_{\text{н}}}{(\overline{T}_{\text{н}} + \overline{T}_{\text{в}})},$$

где $\overline{T}_{\text{н}}$ - средняя наработка на отказ; $\overline{T}_{\text{в}}$ - среднее время восстановления.

Для оценки надежности изделий, работающих в режиме МКЦП с длительностью одного цикла t, используют комплексный показатель - коэффициент оперативной готовности в двух вариантах.

Нестационарный коэффициент оперативной готовности $K_{\text{ог}}(\tau, t)$ есть вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в момент τ периода применения по назначению и будет работать безотказно еще в течение заданного интервала времени (заданной наработки) t.

С увеличением τ зависимость от момента поступления заявки на выполнение работ уменьшается и функция $K_{\text{ог}}(\tau, t)$ асимптотически приближается к величине $K_{\text{ог}}(t)$, которая называется стационарным коэффициентом оперативной готовности, или просто коэффициентом оперативной готовности:

$$\text{К}_{\text{ог}}(t) = \lim_{\tau \to \infty} \text{К}_{\text{ог}}(\tau, t).$$

Коэффициент оперативной готовности $K_{\text{ог}}(t)$ есть вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, и начиная с этого момента будет работоспособным еще в течение заданного времени (заданной наработки).

Связь между показателями надежности выражается формулами:

$K_{\text{ог}}(\tau, t) = K_{\text{г}}(\tau) P(t/\tau)$;

$K_{\text{ог}}(t) = K_{\text{г}} P_0(t)$;

$K_{\text{г}}(\tau) = K_{\text{ог}}(\tau, 0)$;

$K_{\text{г}} = K_{\text{ог}}(0)$;

$P(t) = K_{ог}(0, t)$.

Вероятность $P_0(t)$ отличается от вероятности безотказной работы $P(t)$, определенной по формуле (1), т. к. в режиме МКЦП к моменту прихода заявки изделие некоторое время было работоспособным. Поэтому

$P_0(t) = P(T_0' > t)$,

где T_0' - остаточное время безотказной работы.

Следующие два показателя надежности используют тогда, когда в изделии могут возникнуть скрытые отказы, то есть когда система контроля и диагностирования (СКД) не идеальна и не обеспечивает мгновенное и достоверное обнаружение отказов.

Коэффициент контролируемой готовности $K_{кг}$ есть вероятность того, что, согласно показаниям СКД, изделие работоспособно в произвольный момент времени периода применения по назначению. С помощью средних значений интервалов можно найти $K_{кг}$ по формуле

$$K_{кг} = \frac{\left(\overline{T}_н + \overline{T}_{со}\right)}{\left(\overline{T}_н + \overline{T}_{со} + \overline{T}_в\right)},$$

где $\overline{T}_н$ средняя наработка на отказ; $\overline{T}_в$ - среднее время восстановления; $\overline{T}_{со}$ - среднее время пребывания в состоянии скрытого отказа. При тех же условиях коэффициент готовности

$$K_г = \frac{\overline{T}_н}{\left(\overline{T}_н + \overline{T}_{со} + \overline{T}_в\right)}.$$

Откуда следует, что $K_{кг} > K_г$.

Вероятность безотказного применения $P_{пр}(t)$ есть вероятность того, что до наработки t скрытый отказ не появится при условии, что его не было в начальный момент времени. Из определения следует формула связи

$K_{ог}(t) = K_{кг} P_{пр}(t)$.

Сравнивая (26) и (25), получим:

$P_{пр}(t) = K_г\, P_0(t)/ K_{кг}$.

Очевидно, что $P_{пр}(t) \leq P_0(t)$. Равенство имеет место только при $\overline{T}_{со} = 0$.

Для изделий, допускающих в процессе эксплуатации плановое техническое обслуживание, вводится еще один показатель – коэффициент технического использования.

Коэффициент технического использования $K_{ти}$ есть отношение математического ожидания суммарного времени пребывания изделия в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания изделия в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период:

$$K_{\text{ти}} = \frac{\overline{T}_{\text{ос}}}{\left(\overline{T}_{\text{ос}} + \overline{T}_{\text{вс}} + \overline{T}_{\text{тс}}\right)}.$$

Статистической оценкой $K_{\text{ти}}$ при наблюдении за N изделиями являются отношения

$$\overline{K}_{TИ} = \frac{T_{\text{ос}}(N)}{\left(T_{\text{ос}}(N) + T_{\text{вс}}(N) + T_{\text{тс}}(N)\right)};$$

$$T_{\text{ос}}(N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_{oci},$$

$$T_{\text{вс}}(N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_{вci},$$

$$T_{\text{тс}}(N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_{mci},$$

где T_{oci}, $T_{вci}$, T_{mci} - суммарные значения фактической наработки, времени восстановления и времени технического обслуживания i – го экземпляра изделия.

Тема 7. Надежность информационных систем: фундаментальные понятия теории надежности информационных систем; критерии надежности информационных систем; методы анализа надежности информационных систем; анализ многоканальной системы массового обслуживания с отказами; готовность многоканальной системы массового обслуживания; надежность диспетчерского пункта системы управления воздушным движением; методы расчета моментов распределения в задачах надежности; распределение работ по этапам дискретных систем – 4 ч.

Любая наука развивается, исходя из основных понятий и определений. В теории надежности к таковым относят «надежность» и «отказ».

Надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих его способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Это определение является объективным фундаментальным понятием. Оно не вызывает возражений и каких-либо уточнений, если речь идет о надежности технических объектов.

Отказ – это событие, состоящее в нарушении работоспособного состояния объекта. Это понятие является субъективным, т. к. *работоспособным* называют такое состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации. У большинства технических объектов не существует четкой границы между работоспособным и неработоспособным состояниями. Однако в теории надежности промежуточные состояния не рассматриваются. Чтобы оценить надежность, надо сделать эту границу четкой в рамках рассматриваемой модели надежности. Это весьма непростая задача, и решается она путем обсуждения с участием компетентных лиц со стороны разработчика и заказчика (пользователя) объекта, т. е. допустимые пределы зависят от нашего сознания и в большинстве случаев не могут быть установлены объективно.

В классической теории надежности нетехнические системы, например информационные не рассматривались. Более того, считалось, что понятие надежность к таким системам, как производство, диспетчерский пункт, экономическое предприятие и т. п., не применимо. Функционирование этих объектов с позиции теории надежности должно было оцениваться показателями их эффективности. Указанное ограничение в теории надежности необходимо снять. Теория надежности должна развиваться не только вглубь. Но и вширь.. Ее понятия и методы полезно использовать для оценки функционирования не только технических объектов.

Понятие «надежность» в том виде, как оно было сформулировано ранее, неприменимо для нетехнических объектов. Надежность функционирования нетехнической системы не является ее физическим свойством. Это лишь способность системы выполнять определенные функции.

Надежностью называется способность объекта выполнять свои функции в процессе эксплуатации.

Отказом нетехнического объекта называется событие, после возникновения которого его показатели выходят за допустимые пределы.

По аналогии с техническими объектами, видами отказов нетехнического объекта могут быть *внезапные*, *постепенные* и *перемежающиеся*. При *внезапном отказ*е функционирование объекта либо прекращается, либо становится малоэффективным. При *постепенном* отказе характеристики объекта с течением времени ухудшаются до наступления полного отказа, когда функционирование объекта становится нецелесообразным. *Перемежающимся отказом* называется событие, после возникновения которого функционирование объекта лишь временно становится неэффективным.

Отказы нетехнического объекта являются событиями случайными, т. к. в большинстве случаев предсказать время их возникновения практически невозможно, хотя прогнозирование отказа здесь более вероятно, чем в технических системах.

Типичными примерами информационных систем являются: информационно-поисковые системы, базы данных, диспетчерские системы, банкоматы, библиотеки, телефонные сети, справочные системы и т. д. Заявками на обслуживание в этих системах являются люди – потребители информации, обслуживающими органами – базы данных, диспетчерские пункты, библиотеки, справочники, банки данных и т. п. Все эти системы можно отнести к системам массового обслуживания (СМО).

Широкое распространение СМО требует серьезных научных исследований по оценке их эффективности, одним из показателей которой является надежность. Рассмотрим функционирование СМО с позиции ее надежности и уточним понятия «надежность» и «отказ».

Существует два класса СМО: системы с отказами и системы с очередью. Как те, так и другие могут быть одноканальные и многоканальные с различными приоритетами обслуживания. Системы массового обслуживания с отказами наиболее часто бывают многоканальными. В этих системах очередь на обслуживание не образуется. Если же каналы заняты, то очередной заявке отказывают в обслуживании. Примерами таких систем являются: больница с ограниченным числом мест для больных, диспетчерский пункт системы управления воздушным движением, платная стоянка автомобилей, телефонный узел и т.д.

Для заявок на обслуживание наиболее важным показателем функционирования СМО является возможность обслуживающего органа принять заявку на обслуживание в любой произвольный момент времени t. Тогда отказом СМО является событие, при котором заявка не будет принята на обслуживание в момент ее поступления. Системы массового обслуживания с очередью в обслуживании не отказывают. Можно подумать, что эти системы отказов не имеют. Однако это далеко не так. Если, например, очередь на обслуживание длинная, а заявка ограничена во времени, то последняя покинет обслуживающий орган и для нее такая СМО является ненадежной. Для СМО с очередью отказом является событие, при котором заявка покидает очередь. В данном случае отказ СМО является понятием субъективным, зависящим от мнения заявки. Для заявки наиболее важным показателем функционирования такой СМО является длительность обслуживания.

Анализ функционирования ИС позволяет утверждать, что критериями их надежности могут быть те же критерии, которые в теории надежности применяются для анализа надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых технических систем. Отличие состоит лишь в их физическом смысле. Основными из них являются:

2. $P(t)$ вероятность безотказной работы;
3. T_1 – среднее время безотказной работы;
4. $K_г(t)$ – функция готовности;
5. $K_г$ – коэффициент готовности;
6. T – наработка на отказ.

Вероятностью безотказной работы информационной системы будем называть вероятность того, что ни одной из заявок не будет отказано в обслуживании в течение времени t. Вероятность безотказной работы является функцией, убывающей во времени и имеющей следующие свойства: $P(0) = 1$, $P(\infty) = 0$. вероятность безотказной работы есть интервальная характеристика надежности информационной системы.

Средним временем безотказной работы называется математическое ожидание времени до отказа. Эта характеристика является интегральной. ЕЕ применение целесообразно в тех случаях, когда информационная система длительного функционирования без перерывов в работе.

Информационную систему следует рассматривать, как систему с восстановлением. Действительно, при возникновении отказа в обслуживании заявки система не прекращает функционирование. Спустя время, равное времени обслуживания одной заявки, она будет готова обслуживать очередную заявку.

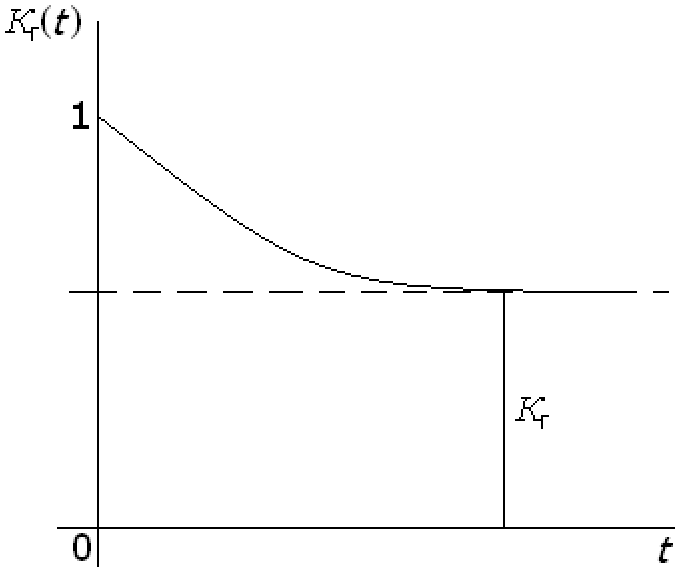


Рисунок Функция готовности информационной системы

Функцией готовности информационной системы называется вероятность того, что в произвольный момент времени t информационная система готова принять заявку на обслуживание. Функция готовности может иметь вид, показанный на рисунке 1.

Коэффициент готовности является предельным значением функции готовности и определяется выражением:

$$K_Г = \lim_{t \to \infty} K_Г(t).$$

Наработкой на отказ T называется математическое ожидание времени между отказами системы.

Ни один из рассмотренных показателей не может в полной мере характеризовать надежность функционирования информационной системы. Только совокупность этих критериев позволит оценить надежность СМО.

Весь объем информации, хранящейся в системе, можно представить как совокупность n независимых, отличных по содержанию частей. Тогда функционирование информационной системы, в смысле ее надежности, можно описать в виде последовательного (основного) соединения элементов. Источников информации может быть несколько (например, компьютеров с базами данных). Тогда для потребителя информации такая система является структурно резервированной. При этом резерв может быть постоянный (если системы работают одновременно) или замещением (если резервная система подключается только при отказе основной).

Информационная система является, как правило, восстанавливаемой. Однако ее надежность иногда полезно оценивать до первого отказа.

Заявки на обслуживание – это потребители информации. При этом время между заявками есть величина случайная, аналогично времени между отказами технической системы. Будем считать, что поток заявок на обслуживание является простейшим.

Время обслуживания заявки зависит от множества факторов: объема необходимой информации, квалификации обслуживающего органа и т.п. Это время также является величиной случайной. Будем считать, что время обслуживания заявки имеет экспоненциальное распределение вероятностей.

Из сказанного ранее видно, что с точки зрения надежности функционирование информационной системы аналогично технической. А это дает нам право утверждать, что методы анализа надежности, разработанные в теории надежности технических систем пригодны также для анализа надежности информационных систем.

3. Практические занятия

Практическое занятие №1

Расчет показателей надежности не резервированных не восстанавливаемых систем

Решение типовых задач

Задача 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 3000 часов отказало 80 ламп. Требуется определить вероятности безотказной работы и вероятность отказа при t = 3000 часов.

Решение.

В данном случае N_0 = 1000; n =80; $N_0 - n$ = 1000 – 80 = 920. По формулам $Q(T_0)=\frac{n}{N_0}$, $P(T_0)=1-\frac{n}{N_0}$, где n – количество отказов за время испытаний, N_0 – количество испытуемых объектов определяем:

$Q(T_0)=\frac{80}{1000}=0{,}08$; $P(T_0)=1-0{,}08=0{,}92$.

Задача 1.2. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 часов отказало 80 ламп, а за интервал времени от 3000 до 4000 часов отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов электронных ламп в промежутке времени от 3000 до 4000 часов.

Решение.

В данном случае N_0 = 1000; t = 3000 ч; Δt = 1000 ч; n = 50; n(t)=920.

По формулам находим статистическую оценку частоты отказов изделия

$$f(t)=f(3000)=\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}=\frac{50}{1000\cdot1000}=5\cdot10^{-5}(1/\text{÷àñ}),$$

где $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени Δt; Δt – интервал времени.

Тогда интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\lambda(t)=\lambda(3000)=\frac{\Delta n(t)}{n(t)\cdot\Delta t}=\frac{100}{100\cdot200}=5\cdot10^{-3}(1/\text{÷àñ}),$$

где $n(t)$ – число изделий, не отказавших не отказавших к моменту времени t, $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени Δt.

Задача1.3. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i - го изделия) : t_1 = 280 час; t_2 = 350 час; t_3 = 400 час; t_4 = 320 час; t_5 = 380 час; t_6 = 330 час.

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Решение.

По формуле среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} t_i = \frac{280+350+400+320+380+330}{6} = \frac{2060}{6} = 343{,}3\,\text{÷àñ}.$$

Задача 1.4. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 7 отказов. Время восстановления составило: t_1 = 12мин; t_2 = 23мин; t_3 = 15мин; t_4 = 9мин; t_5 = 17мин; t_6 = 28мин; t_7 = 25 мин; t_8 = 31мин. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры $m_{t\text{â}}$.

Решение.

$$m_{t\text{â}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20\,\text{ìèí} \quad .$$

Задача 1.5. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл.1.1. Требуется определить $m_{t\text{â}}$.

Таблица 1.1

t_i, час	n_i	t_i, час	n_i	t_i, час	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0		
25-30	6	55-60	0		

Решение.

В данном случае $t_{\text{ñði}} = (t_{i-1} + t_i)/2$, тогда $t_{ср1}$ = 2,5; $t_{ср2}$ = 7,5; $t_{ср3}$ = 12,5; $t_{ср4}$ = 17,5; $t_{ср5}$ = 22,5; $t_{ср6}$ = 27,5; $t_{ср7}$ = 32,5; $t_{ср8}$ = 37,5; $t_{ср9}$ = 42,5; $t_{ср10}$ = 47,5; $t_{ср11}$ = 52,5; $t_{ср12}$ = 57,5; $t_{ср13}$ = 62,5; $t_{ср14}$ = 67,5; $t_{ср15}$ = 72,5; $t_{ср16}$ = 77,5.

Используя формулу получим

$$m_{t\text{â}} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot t_{\text{ñði}} = \frac{1\cdot 2{,}5 + 5\cdot 7{,}5 + 8\cdot 12{,}5 + 2\cdot 17{,}5 + 5\cdot 22{,}5 + 6\cdot 27{,}5 + 4\cdot 32{,}5 + 3\cdot 37{,}5 + 0\cdot 42{,}5 +}{45}$$

$$\frac{1\cdot 47{,}5 + 0\cdot 52{,}5 + 0\cdot 57{,}5 + 3\cdot 62{,}5 + 3\cdot 67{,}5 + 3\cdot 72{,}5 + 1\cdot 77{,}5}{} = \frac{1427{,}5}{45} = 31{,}7\,\text{÷àñ}$$

$m = t_k/t$, $t = t_{i+1}$-t_i – время начала i – го интервала, t_i – время конца i – го интервала, t_k – время, в течение которого вышли из строя все изделия, t – интервал времени.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.6. На испытание поставлено N = 400 изделий. За время t = 3000 час отказало 200 изделий, т.е. $n(t)$ = 400 – 200 = 200. За интервал времени Δt, где t = 100 час, отказало 100 изделий, т.е. $n(t)$ = 100. Требуется определить $P(3000)$, $P(3100)$, $f(3000)$, $\lambda(3000)$.

Задача 1.7. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час отказало 50 изделий. За интервал времени 4000 - 4100 час отказало ещё 20 изделий. Требуется определить $f(t)$, $\lambda(t)$ при t = 4000 час.

Задача 1.8. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час отказало 50 изделий. Требуется определить $P_0(t)$ и $Q_0(t)$ при t = 4000 час.

Задача 1.9. В течение 1000 час из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000 - 1100 час отказал еще один гироскоп. Требуется определить $f(t)$, $\lambda(t)$ при t =000 час.

Задача 1.10. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За первые 3000 час отказало 80 ламп. За интервал времени 3000 - 4000 час отказало еще 50 ламп. Требуется определить $P_0(t)$ и $Q_0(t)$ при t = 4000 час.

Задача 1.11. На испытание поставлено 1000 изделий. За время t = 1300 час вышло из строя 288 штук изделий. За последующий интервал времени 1300-1400 час вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо вычислить $P_0(t)$ при t = 1300 час и t =1400 час; $f(t)$, $\lambda(t)$ при t =1300 час.

Задача 1.12. На испытание поставлено 45 изделий. За время t = 60 час вышло из строя 35 штук изделий. За последующий интервал времени 60-65 час вышло из строя еще 3 изделия. Необходимо вычислить $P_0(t)$ при t = 60час и t = 65 час; $P_0(t)$ при t = 60 час.

Задача 1.13. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования, которые прошли предварительную 80 - часовую приработку, получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл.1.2. Необходимо определить m_t.

Таблица 1.2.

t_i, час	n_i	t_i, час	n_i	t_i, час	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0		
20-30	8	50-60	1		

Задача 1.14. На испытание поставлено 8 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i-го изделия):
t_1 = 560 час; t_2 = 700 час; t_3 = 800 час; t_4 = 650 час; t_5 = 580 час; t_6 = 760 час; t_7 = 920 час; t_8 = 850час. Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Задача1.15. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зарегистрировано 6 отказов. Время восстановления составило: t_1 = 15 мин; t_2 = 20 мин; t_3 = 10 мин; t_4 = 28 мин; t_5 = 22 мин; t_6 = 30 мин. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры $m_{t\hat{a}}$.

Задача1.16. На испытание поставлено 1000 изделий. За время t = 11000 час вышло из строя 410 изделий. За последующий интервал времени 11000-

12000 час вышло из строя еще 40 изделий. Необходимо вычислить $P_0(t)$ при t = 11000 час и t = 12000 час, а также $f(t)$, $\lambda(t)$ при t = 11000 час.

Практическое занятие №2

Расчет показателей надежности резервированных не восстанавливаемых систем.

Основные математические формулы

Выпишем формулы, по которым определяются количественные характеристики надежности изделия (формулы (2.1) - (2.5)):

$$p(t) = \exp(-\int_0^t \lambda(t)dt) = 1 - \int_0^t f(t)dt;$$

$$q(t) = 1 - p(t);$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt};$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)};$$

$$m_t = \int_0^\infty p(t)dt,$$

где $p(t)$ - вероятность безотказной работы изделия на интервале времени от 0 до t; q(t) - вероятность отказа изделия на интервале времени от 0 до t; $f(t)$-частота отказов изделия или плотность вероятности времени безотказной работы изделия T;

$\lambda(t)$- интенсивность отказов изделия; m_t - среднее время безотказной работы изделия.

Формулы (2.1) - (2.5) для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы изделия примут вид

$$p(t) = e^{-\lambda t}; \quad (2.6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad (2.7)$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; \quad (2.8)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda; \quad (2.9)$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.10)$$

Формулы (2.1) - (2.5) для нормального закона распределения времени безотказной работы изделия примут вид

$$p(t) = 0{,}5 - \Phi(U); \quad U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}; \quad (2.11)$$

$$q(t) = 0{,}5 + \Phi(U); \quad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{-\frac{U^2}{2}} dU; \quad (2.12)$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}\ ;\quad \varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{U^2}{2}}\ ; \qquad (2.13)$$

$$\lambda(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma(t)} \cdot \frac{1}{0.5 - \Phi(U)}\ , \qquad (2.14)$$

где Ф(U) - функция Лапласа, обладающая свойствами

Ф(0)=0; (2. 15)

Ф(-U) =-Ф(U); (2.16)

Ф(5.0)=0.5. (2.17)

Значения функции Лапласа приведены в приложении.

Здесь m_t - среднее значение случайной величины *T*; $_t^2$ - дисперсия случайной величины *T*; *T* - время безотказной работы изделия.

Формулы (2.1) - (2.5) для закона распределения Вейбулла времени безотказной работы изделия имеют вид

$$p(t) = e^{-at^k}\ ; \qquad (2.18)$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k}\ ; \qquad (2.19)$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t)\ ; \qquad (2.20)$$

$$\lambda(t) = akt^{k-1}\ ; \qquad (2.21)$$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}}\ , \qquad (2.22)$$

где *a*, *k* - параметры закона распределения Вейбулла. *Г*(*x*) - гамма-функция, значения которой приведены в приложении.

Формулы (2.1) - (2.5) для закона распределения Релея времени безотказной работы изделия имеют вид

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right)\ ; \qquad (2.23)$$

$$q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right)\ ; \qquad (2.24)$$

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_t^{\,2}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right)\ ; \qquad (2.25)$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^{\,2}}\ ; \qquad (2.26)$$

$$m(t) = \sigma_t\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ , \qquad (2.27)$$

где $_t$ - мода распределения случайной величины *T*; *T* - время безотказной работы изделия.

Решение типовых задач

<u>Задача 2.1</u>. Время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $=2.510^{-5}$ 1/час.
Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для t=1000час.

<u>Решение</u>.
Используем формулы (2.6), (2.7), (2.8), (2.10) для $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t .
1. Вычислим вероятность безотказной работы:

$$p(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2.5\cdot 10^{-5} t}.$$

Используя данные таблицы получим

$$p(1000) = e^{-2.5\cdot 10^{-5}\cdot 1000} = e^{-0.025} = 0.9753.$$

2. Вычислим вероятность отказа $q(1000)$. Имеем $q(1000)=1-p(1000)=0.0247$.
3. Вычислим частоту отказов

$$f(t) = \lambda(t) p(t) = 2.5\cdot 10^{-5}\cdot e^{-2.5\cdot 10^{-5}\cdot t}; \quad f(1000) = 2.5\cdot 10^{-5}\cdot e^{-2.5\cdot 10^{-5} 1000} = 2.5\cdot 10^{-5}\cdot 0.9753 = 2.439\cdot 10^{-5}$$

1/час.
4. Вычислим среднее время безотказной работы

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2.5\cdot 10^{-5}} = 40000$$

час.

<u>Задача 2.2.</u> Время работы элемента до отказа подчинено нормальному закону с параметрами m_t =8000 час, $_t$ =2000 час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для t=10000 час.

<u>Решение.</u>
Воспользуемся формулами (2.11), (2.12), (2.13),(2.14) для $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t .
1. Вычислим вероятность безотказной работы
$p(t)=0.5\Phi(U)$; $U=(t-m_t)/_t$;
U=(10000-8000)/2000=1; $\Phi(1)$=0.3413 ;
$p(10000)$=0.5-0.3413=0.1587. 2. Определим частоту отказа *f(t)*

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_t}\cdot \exp\left[-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right].$$

Введем обозначение

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}}; \varphi(-U) = \varphi(U).$$

Тогда
$f(t)=(U)/_t$; $U=(t-m_t)/_t$;
$f(1000)$=(1)/2000=0.242/2000=12.110^{-5} 1/час.
3. Рассчитаем интенсивность отказов (t)
(t)=f(t)/p(t);
(10000)=f(10000)/p(10000)=12.110^{-5} /0.1587=76.410^{-5} 1/час.
4. Среднее время безотказной работы элемента
m_t = 8000 час.

<u>Задача 2.3.</u> Время работы изделия до отказа подчиняется закону распределения Релея. Требуется вычислить количественные характеристики надежности изделия p(t),f(t),(t),m_t для t=1000час ,если параметр распределения $_t$=1000 час.

Решение.

Воспользуемся формулами (2.23), (2.25), (2.27),(2.26) для p(t),f(t), m_t ,(t).

1. Вычислим вероятность безотказной работы p(t)

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right);$$

$$p(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2\cdot 1000^2}\right) = e^{-0.5} = 0.606.$$

2. Определим частоту отказа f(t)

f(t)=tp(t)/$_t^2$;

f(1000)=10000.606/1000^2=0.606$10^{-3}$ 1/час.

3. Рассчитаем интенсивность отказов

(t)= t/$_t$ ^{2} ;

(1000)=1000/1000^2 =10^{-3} 1/час.

4. Определим среднее время безотказной работы изделия

$$m_t = \sigma_t\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000\cdot 1.253 = 1253$$ час.

<u>Задача 2.4.</u> Время безотказной работы изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами k=1.5; a=10^{-4} 1/час, а время работы изделия t=100 час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности изделия *p(t),f(t),(t),m_t* .

Решение.

1. Определим вероятность безотказной работы p(t) по формуле (2.18) . Имеем

p(t)=exp(-at^k); p(100)=exp(-10^{-4} $100^{1.5}$); x=$100^{1.5}$;

lg x=1,5lg 100=3; x=1000; p(100)=$e^{-0,1}$ =0,9048.

2. Определим частоту отказов f(t)

f(t)=akt^{k-1} p(t);

f(100)=10^{-4} 1,5$100^{0,5}$ 0,90481,35$10^{-3}$ 1/час.

3. Определим интенсивность отказов (t)

(t)=f(t)/p(t) ;

(100)=f(100)/p(100)=1,35$10^{-3}$ /0.90481,5$10^{-3}$ 1/час.

4. Определим среднее время безотказной работы изделия m_t

$$m_t = \frac{\frac{1}{k}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{1/k}} = \frac{\frac{1}{1,5}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{1,5}\right)}{(10^{-4})^{1/1,5}} = \frac{0,666\cdot\Gamma(0,666)}{10^{-2,666}}.$$

Так как zΓ(z)=Γ(z+1), то

$$m_t = \frac{\Gamma(1,666)}{10^{-2,666}};$$

x=$10^{-2,666}$;lg x=-2,666lg10=-2,666=$\overline{3},333$; x=0,00215.

Используя приложение П.7.18 [1], получим

m_t =0,90167/0,00215=426 час.

<u>Задача 2.5.</u> В результате анализа данных об отказах аппаратуры частота отказов получена в виде $f(t) = c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$.
Требуется определить количественные характеристики надежности: *p*(*t*), *q*(*t*), *f*(*t*), m_t.

<u>Решение</u>.

1. Определим вероятность безотказной работы. На основании формулы (2.1) имеем

$$p(t) = 1-\int_0^t f(t)dt = 1-\left[\int_0^t c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^t c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt\right] = 1-\left[-c_1 e^{-\lambda_1 t}\Big|_0^t - c_2 e^{-\lambda_2 t}\Big|_0^t\right] =$$

$$= 1-\left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_1 - c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_2\right] = 1-\left(c_1 + c_2\right) + c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Вычислим сумму C_1+ C_2 так как $\int_0^\infty f(t)dt = 1$, то

$$\int_0^\infty c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^\infty c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt = c_1 + c_2 = 1.$$

Тогда

$$P(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

2. Найдем зависимость интенсивности отказов от времени по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}.$$

3. Определим среднее время безотказной работы аппаратуры. На основании формулы (2.5) будем иметь

$$m_t = \int_0^\infty p(t)dt = c_1\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt + c_2\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 2.6</u>.Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления цилиндров автомобильного двигателя в течении 120 час равна 0.9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени t =120 час., а также среднее время безотказной работы.

<u>Задача 2.7</u>. Среднее время безотказной работы автоматической системы управления равно 640 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение 120 час., частоту отказов для момента времени t=120 час и интенсивность отказов.

<u>Задача 2.8</u>. Время работы изделия подчинено нормальному закону с параметрами
m_t = 8000 час., $_t$ =1000 час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности *p*(*t*), *q*(*t*), *f*(*t*), m_t для t=8000 час.

<u>Задача 2.9</u>. Время безотказной работы прибора подчинено закону Релея с параметром $_t$= 1860 час. Требуется вычислить P(t), f(t),(t) для t = 1000 час и среднее время безотказной работы прибора.

<u>Задача 2.10</u>. Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами к=2,6 ; а= $1{,}65*10^{-7}$ 1/час.
Требуется вычислить количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для t=150 час. и среднее время безотказной работы шарикоподшипников.

<u>Задача 2.11</u>.Вероятность безотказной работы изделия в течение t=1000 час. P(1000)=0,95. Время исправной работы подчинено закону Релея. Требуется определить количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t .

<u>Задача 2.12</u>. Среднее время исправной работы изделия равно 1260 час. Время исправной работы подчинено закону Релея. Необходимо найти его количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для t=1000 час.

<u>Задача 2.13.</u> В результате анализа данных об отказах изделия установлено, что частота отказов имеет вид $f(t)=2e^{-t}(1-e^{-t})$. Необходимо найти количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t .

<u>Задача 2.14</u>. В результате анализа данных об отказах изделий установлено, что вероятность безотказной работы выражается формулой $P(t)=3e^{-t}-3e^{-2t}+e^{-3t}$. Требуется найти количественные характеристики надежности $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t.

<u>Задача 2.15.</u> Определить вероятность безотказной работы и интенсивность отказов прибора при t = 1300 часов работы, если при испытаниях получено значение среднего времени безотказной работы m_t=1500 час. и среднее квадратическое отклонение σ_t= 100 час.

Практическое занятие №3

Расчет показателей надежности не резервированных восстанавливаемых систем

Теоретические сведения

Соединение элементов называется последовательным, если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы. Система последовательно соединенных элементов работоспособна тогда, когда работоспособны все ее элементы.

Вероятность безотказной работы системы за время t определяется формулой

$$P_{\tilde{n}}(t)=P_1(t)\cdot P_2(t)\cdot\ldots\cdot P_n(t)=\prod_{i=1}^{n}P_i(t), \quad (3.1)$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i – го элемента за время t.

Если $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_{\tilde{n}}(t)=P^n(t). \quad (3.2)$$

Выразим $P_c(t)$ через интенсивность отказов $\lambda_i(t)$ элементов системы. Имеем:

$$P_{\tilde{n}}(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{t} \lambda_i(t)dt \right) \qquad (3.3)$$

или

$$P_{\tilde{n}}(t) = \exp\left(-\int_{0}^{t} \lambda_{\tilde{n}}(t)dt \right), \qquad (3.4)$$

где

$$\lambda_{\tilde{n}}(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t)\,. \qquad (3.5)$$

Здесь $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов i – го элемента; $\lambda_c(t)$ – интенсивность отказов системы. Вероятность отказа системы на интервале времени (0; t) равна

$$q_{\tilde{n}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t)\,. \qquad (3.6)$$

Частота отказов системы $f_c(t)$ определяется соотношением

$$f_{\tilde{n}}(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}\,. \qquad (3.7)$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda_{\tilde{n}}(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)}\,. \qquad (3.8)$$

Среднее время безотказной работы системы:

$$m_{tc} = \int_{0}^{\infty} P_c(t)dt\,. \qquad (3.9)$$

В случае экспоненциального закона надежности всех элементов системы имеем

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = const; \qquad (3.10)$$

$$\lambda_{\tilde{n}}(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c\,; \qquad (3.11)$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t)\,; \qquad (3.12)$$

$$P_{\tilde{n}}(t) = \exp(-\lambda_c t)\,; \qquad (3.13)$$

$$f_{\tilde{n}}(t) = \lambda_c \cdot \exp(-\lambda_c t)\,; \qquad (3.14)$$

$$q_{\tilde{n}}(t) = 1 - \exp(-\lambda_c t)\,; \qquad (3.15)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}\,; \qquad (3.16)$$

$$m_{ti} = \frac{1}{\lambda_i}\,, \qquad (3.17)$$

где m_{ti} - среднее время безотказной работы i - го элемента.

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета, возводить их в степень и извлекать корни. При значениях $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнять по следующим приближенным формулам:

$$P_1(t)\cdot P_2(t)\cdot\ldots\cdot P_n(t)\approx 1-\sum_{i=1}^{n}q_i(t),$$
$$P_i^{\,n}(t)=1-nq_i(t), \qquad (3.18)$$
$$\sqrt[n]{P_i(t)}=1-\frac{q_i(t)}{n},$$

где $q_i(t)$ – вероятность отказа i – го элемента.

Решение типовых задач

Задача 3.1. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна λ_1 = 0,16⋅10^{-3} 1/час = *const*. Интенсивности отказов двух электромеханических устройств линейно зависят от времени и определяются следующими формулами

λ_2 = 0,23⋅10^{-4} ⋅t 1/час, λ_3 = 0,06⋅10^{-6} $t^{2,6}$ 1/час.

Необходимо рассчитать вероятность безотказной работы изделия в течение 100 час.

Решение.

На основании формулы (3.3) имеем

$$P_c(t)=\exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt)=\exp\left\{-\left[\int_0^t\lambda_1 dt+\int_0^t\lambda_2 dt+\int_0^t\lambda_3 dt\right]\right\}=$$

$$=\exp\left[-\left(\lambda_1 t+0{,}23*10^{-4}\,\frac{t^2}{2}+0{,}06*10^{-6}*\frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t = 100 час

$$P_c(100)=\exp\left[-\left(0{,}16*10^{-3}*100+0{,}23*10^{-4}*\frac{100^2}{2}+0{,}06*10^{-6}*\frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right]\approx 0{,}33$$

Задача 3. 2. Система состоит из трех блоков, среднее время безотказной работы которых равно: m_{t1} = 160 час; m_{t2} = 320 час; m_{t3} = 600 час.

Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Решение.

Воспользовавшись формулой (3.17) получим

$$\lambda_1=\frac{1}{m_{t1}}=\frac{1}{160};\ \lambda_2=\frac{1}{m_{t2}}=\frac{1}{320};\ \lambda_3=\frac{1}{m_{t3}}=\frac{1}{600}.$$

Здесь λ_i – интенсивность отказов i -го блока. На основании формулы (3.11) имеем

$$\lambda_c=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=\frac{1}{160}+\frac{1}{320}+\frac{1}{600}\approx 0{,}011$$ 1/час.

Здесь λ_c - интенсивность отказов системы.

На основании формулы (3.16) получим:

$$m_{tc}=\frac{1}{\lambda_c}=\frac{1}{0{,}011}\approx 91$$ час.

Задача 3.3. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}$=0,32 $\cdot 10^{-6}$ 1/час. Требуется определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc}, для t = 50 час. Здесь $P_c(t)$ - вероятность безотказной работы системы в течение времени t; $q_c(t)$ - вероятность отказа системы в течение времени t; $f_c(t)$ - частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы; m_{tc} - среднее время безотказной работы системы.

Решение.

Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$\lambda_c = \lambda_{ср} \cdot n = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3}$ 1/час .

Из (3.13) имеем

$P_c(t) = e^{-\lambda ct}$; $P_c(50) = \mathrm{e}^{-4{,}032 \cdot 0{,}001 \cdot 50} = 0{,}82$.

Из (3.15) получим

$q_c(t)$= 1- $P_c(t)$; $q_c(50) = 1 - P_c(50) = 0{,}18$.

Из (3.14) имеем

$f_c(t) = \lambda_c \mathrm{e}^{-\lambda ct} = \lambda_c P_c(t)$; $f_c(50) = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}82 = 3{,}28 \cdot 10^{-3}$ 1/час.

Из (3.16) получим

$m_{tc}=1/\lambda_c=1/4{,}032 \cdot 10^{-3250}$ час.

Задача 3.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени t = 100 час равны: $P_1(100)$ = 0,95; $P_2(100)$ = 0,97. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы.

Решение.

Найдем вероятность безотказной работы изделия:

$P_c(100)=P_1(100) \cdot P_2(100) = 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}92$.

Найдем интенсивность отказов изделия, воспользовавшись формулой $P_c(\mathrm{t})=\mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{ct}}$ или $P_c(100) = 0{,}92 = \mathrm{e}^{-\lambda c100}$.

По таблице имеем

$\lambda_c=0{,}83 \cdot 10^{-3}$ 1/час .

Тогда

$m_{tc} = 1/\lambda_c = 1/(0{,}83 \cdot 10^{-3}) = 1200$ час.

Задача 3.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t)$ = 0,9997. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из n = 100 таких же элементов.

Решение.

Вероятность безотказной работы системы равна $P_c(t) = P^n(t) = (0{,}9997)^{100}$.

Вероятность $P_c(t)$ близка к единице, поэтому для ее вычисления воспользуемся формулой (3.18). В нашем случае $q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0{,}9997 = 0{,}0003$.

Тогда $P_c(t) = 1 - nq(t) = 1 - 100 \cdot 0{,}0003 = 0{,}97$.

Задача.3.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_c(t)$ = 0,95. Система состоит из n = 120 равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение.

Очевидно, что вероятность безотказной работы элемента будет $\mathrm{P_i(t)} = \sqrt[n]{\mathrm{P_c(t)}}$.

Так как $P(\mathbf{t})$ близка к единице, то вычисления $P(t)$ удобно выполнить по формуле (3.18).
В нашем случае $q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 – 0,95 = 0,05$.
Тогда

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0,05}{120} \approx 0,9996.$$

<u>Задача 3.7.</u> Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср} = 0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/час. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение t = 50 час.

<u>Решение</u>. Интенсивность отказов системы по формуле (З.11) будет
$\lambda_c = \lambda_{ср} \cdot n = 0,32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4,032 \cdot 10^{-3}$ 1/час.
Тогда на основании (З.13)
$P_c(t) = e^{-\lambda c t}$
или
$P_c(50) = e^{-4,032 \cdot 0,001 \cdot 50} = 0,82$.

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 3.8.</u> Аппаратура связи состоит из 2000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср} = 0,33 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течении t = 200 час и среднее время безотказной работы аппаратуры.

<u>Задача 3.9</u>. Невосстанавливаемая в процессе работы электронная машина состоит из 200000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср} = 0,2 \cdot 10^{-6}$ 1/час . Требуется определить вероятность безотказной работы электронной машины в течении t = 24 часа и среднее время безотказной работы электронной машины.

<u>Задача 3.10</u>. Система управления состоит из 6000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср.} = 0,16 \cdot 10^{-6}$ 1/час. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течении t = 50 час и среднее время безотказной работы.

<u>Задача 3.11</u>. Прибор состоит из n = 5 узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, которая равна: $P_1(t)$=0,98; $P_2(t)$=0,99; $P_3(t)$=0,998; $P_4(t)$=0,975; $P_5(t)$=0,985. Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

<u>Задача 3.12</u>. Система состоит из пяти приборов, среднее время безотказной работы которых равно: m_{t1}=83 час; m_{t2}=220 час; m_{t3}=280 час; m_{t4}=400 час; m_{t5}=700 час. Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы системы.

<u>Задача 3.13</u>. Прибор состоит из пяти блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t = 50 час равна: $P_1(50)$=0,98; $P_2(50)$=0,99; $P_3(50)$=0,998; $P_4(50)$=0,975; $P_5(50)$=0,985. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы прибора.

Практическое занятие №4

Расчет показателей надежности резервированных восстанавливаемых систем

Теоретические сведения

При постоянном резервировании резервные элементы 1, 2, … соединены параллельно с основным (рабочим) элементом в течение всего периода работы системы. Все элементы соединены постоянно, перестройка схемы при отказах не происходит, отказавший элемент не отключается.

Вероятность отказа системы $q_c(t)$ определяется формулой

$$q_{\tilde{n}}(t) = \prod_{i=0}^{n} q_j(t), \qquad (4.1)$$

где $q_j(t)$ – вероятность отказа j – го элемента.

Вероятность безотказной работы системы

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left(1 - P_j(t)\right), \qquad (4.2)$$

где $P_j(t)$ – вероятность безотказной работы j – го элемента. Если $P_j(t) = P(t)$, j = 0, 1, …, m, то

$$q_c(t) = q^{m+1}(t);\ P_c(t) = 1 - (1 - P(t))^{m+1}. \qquad (4.3)$$

При экспоненциальном законе надежности отдельных элементов имеем

$$\begin{aligned} &P_j(t) = P(t) = e^{-\lambda t};\\ &q_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\ &P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\ &m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{1+i}. \end{aligned} \qquad (4.4)$$

Резервирование называется общим, если резервируется вся система, состоящая из последовательного соединения n элементов. Основная цепь содержит n элементов. Число резервных цепей равно m, т. е. кратность резервирования равна m. Определим количественные характеристики надежности системы с общим резервированием (резервные цепи включены постоянно).

Запишем вероятность безотказной работы j – ой цепи

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0,\ 1,\ \ldots,\ m, \qquad (4.5)$$

где $P_{ij}(t)$, j = 0, 1, 2,, …, m; i = 1, 2, 3, …, n – вероятность безотказной работы элемента $Эij$.

Вероятность отказа j – ой цепи

$$q_j(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t), \qquad (4.6)$$

Вероятность отказа системы с общим резервированием

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m}\left(1-\prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right). \qquad (4.7)$$

Вероятность безотказной работы системы с общим резервированием

$$P_c(t) = 1-\prod_{j=0}^{m}\left(1-\prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right).$$

(4.8)

Частный случай: основная и резервные цепи имеют одинаковую надежность, т. е.

$$P_{ij}(t) = P_i(t). \qquad (4.9)$$

Тогда

$$q_c(t) = \left(1-\prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right)^{m+1}; \qquad (4.10)$$

$$P_c(t) = 1-\left(1-\prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right)^{m+1}. \qquad (4.11)$$

Рассмотрим экспоненциальный закон надежности, т. е.

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}. \qquad (4.12)$$

В этом случае формулы (4.10) и (4.11) примут вид

$$q_c(t) = \left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}, \qquad (4.13)$$

$$P_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}, \qquad (4.14)$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i, \qquad (4.15)$$

где λ_0 – интенсивность отказов цепи, состоящей из n элементов. Частота отказов системы с общим резервированием

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m. \qquad (4.16)$$

Интенсивность отказов системы с общим резервированием

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0 \cdot (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}. \qquad (4.17)$$

Среднее время безотказной работы резервированной системы

$$m_{tc} = T_0 \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}, \qquad (4.18)$$

где $T_0 = 1/\lambda_0$ - среднее время безотказной работы не резервированной системы.

Решение типовых задач

Задача 4.1. Система состоит из 10 равнонадежных элементов, среднее время безотказной работы элемента m_t = 1000 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы m_{tc}, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ в момент времени t = 50 час в следующих случаях:

а) не резервированной системы,

б) дублированной системы при постоянно включенном резерве.

Решение:

а) $\lambda_{\tilde{n}} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$,

где λ_c - интенсивность отказов системы; λ_i – интенсивность отказов i - го элемента; n = 10.

$\lambda_i = 1/m_{ti} = 1/1000 = 0{,}001$; $i = 1,2, \ldots ,n$;

$\lambda_c = \lambda_i \cdot n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01$ 1/час;

$m_{tc} = 1/\lambda_c = 100$ час;

$f_c(t) = \lambda_c(\text{t})\, P_c(t)$;

$\lambda_c(50) = \lambda_c$; $P_c(t) = \text{e}^{-\lambda \text{ct}}$;

$f_c(50) = \lambda_c \text{e}^{-\lambda \text{ct}} = 0{,}01 \cdot \text{e}^{-0{,}01 . 506 . 10\text{-}3}$ 1/час;

$\lambda_c(50) = 0{,}01$ 1/час.

б) $m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}$; $m=1$; $m_{tc} = \frac{1}{0.01}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150$ час ;

$p_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}$; $\lambda_0 = \lambda_c = 0.01$ 1/час ;

$p_c = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t}$;

$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)$;

$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)}{2-e^{-\lambda_0 t}}$;

$f_c(50) = 4.8 10^{-3}$ 1/час ; $\lambda_c(50) = 5.7 10^{-3}$ 1/час .

Задача 4.2. В системе телеуправления применено дублирование канала управления. Интенсивность отказов канала λ = 10^{-2} 1/час. Рассчитать вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ при t = 10 час, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы.

Решение.

В данном случае n = 1; $\lambda_i = \lambda$; λ_0 = n = 1; m = 1. По формуле (4.14) имеем

$P_c(t) = 1-(1-\text{e}^{-t})^2$;

$P_c(10) = 1-(1-\text{e}^{-0{,}1})^2$.

Из приложения получим

$\text{e}^{-0{,}1} = 0{,}9048$.

Тогда

$P_c(10) = 1-(1-0{,}9048)^2 = 1-0{,}0952^{21\text{-}0{,}01} = 0{,}99$.

Определим m_{tc}. Из формулы (4.4) имеем

$\text{m}_{\text{tc}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{\text{i}=0}^{1} \frac{1}{1+\text{i}} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150$ час .

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Получим

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda \cdot e^{-\lambda t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Имеем

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2 - e^{-\lambda t}\right)} = \frac{2\lambda \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{2 - e^{-\lambda t}}.$$

<u>Задача 4.3.</u> Не резервированная система управления состоит из n = 5000 элементов. Для повышения надежности системы предполагается провести общее дублирование элементов. Чтобы приближенно оценить возможность достижения заданной вероятности безотказной работы системы $P_c(t)$ = 0,9 при t =10 час, необходимо рассчитать среднюю интенсивность отказов одного элемента при предположении отсутствия последействия отказов.

<u>Решение</u>.

Вероятность безотказной работы системы при общем дублировании и равнонадежных элементах равна

$P_c(t)=1-(1-e^{-nt})^2$

или

$P_c(t)=1-[1-P^n(t)]^2$,

где

$P(t)=e^{-t}$.

Здесь $P(t)$ - вероятность безотказной работы одного элемента.

Так как должно быть

$1-[1-P^n(t)]^2 = 0,9$,

то

$$p(t) \ge \left(1 - \sqrt{0,1}\right)^{1/n}.$$

Разложив $\left(1 - \sqrt{0,1}\right)^{1/n}$ по степени 1/n в ряд и пренебрегая членами ряда высшего порядка малости, получим

$$\left(1 - \sqrt{0,1}\right)^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000}\sqrt{0,1} = 1 - 6.32 \cdot 10^{-5}.$$

Учитывая, что $P(t)$= exp (-t)1-t , получим

$1-t1-6,32*10^{-5}$

или

$(6,32*10^{-5})/t=(6,32*10^{-5})/10=6,32*10^{-6}$ 1/час.

Задачи для самостоятельного решения

<u>Задача 4.4</u>. Приемник состоит из трех. блоков: УВЧ, УПЧ и УНЧ. Интенсивности отказов этих блоков соответственно равны: λ_1= $4*10^{-4}$ 1/час; λ_2= $2,5*10^{-4}$ 1/час; λ_3= $3*10^{-4}$ 1/час. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы приемника при t = 100 час для следующих случаев:

а) резерв отсутствует; б) имеется общее дублирование приемника в целом.

<u>Задача 4.5</u>. В радиопередатчике, состоящем из трех равнонадежных каскадов (n = 3) применено общее постоянное дублирование всего радиопередатчика. Интенсивность отказов каскада равна λ=$5*10^{-4}$ 1/час. Определить $P_c(t)$, m_{tc}, $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$ радиопередатчика с дублированием.

<u>Задача 4.6.</u> Радиоэлектронная аппаратура состоит из трех блоков I,II,III . Интенсивности отказов этих трех блоков соответственно равны: λ_1, λ_2, λ_3. Требуется определить вероятность безотказной работы аппаратуры $P_c(t)$ для следующих случаев:

а) резерв отсутствует;

б) имеется дублирование радиоэлектронной аппаратуры в целом.

<u>Задача 4.7</u>. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов изделия. Интенсивности отказов элементов имеют значения: λ_1= 0,3*10^{-3} 1/час; λ_2= 0,7*10^{-3} 1/час. Требуется найти вероятность безотказной работы изделия в течении времени t = 100 час, среднее время безотказной работы изделия, частоту отказов и интенсивность отказов в момент времени t=100 час.

<u>Задача 4.8</u>. В телевизионном канале связи, состоящем из приемника и передатчика, применено общее дублирование. Передатчик и приемник имеют интенсивности отказов $\lambda_п$=2*10^{-3} 1/час, $\lambda_{пр}$=1*10^{-3} 1/час, соответственно. Требуется определить вероятность безотказной работы канала $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$.

<u>Задача 4.9</u>. Не резервированная система управления состоит из n = 4000 элементов. Известна требуемая вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ = 0,9 при t = 100 час. Необходимо рассчитать допустимую среднюю интенсивность отказов одного элемента, считая элементы равнонадежными, для того чтобы приближенно оценить достижение заданной вероятности безотказной работы при отсутствии профилактических осмотров в следующих случаях: а) резервирование отсутствует ; б) применено общее дублирование .

<u>Задача 4.10</u>. Устройство обработки состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства $P_y(t_i)$ в течение (0, t_i) должна быть не менее 0,9. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение (0, t_i)

для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всего устройства в целом; в) имеется пассивное раздельное резервирование с неизменной нагрузкой по блокам.

<u>Задача 4.11</u>. Вычислитель состоит из двух блоков, соединенных последовательно и характеризующихся соответственно интенсивностями отказов λ_1=120,54*10^{-6} 1/час и λ_2=185,66*10^{-6} 1/час. Выполнено пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всей системы (блока 1 и 2). Требуется определить вероятность безотказной работы P_c (t) вычислителя, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $_c(t)$ вычислителя. Определить $P_c(t)$ при t = 20 час.

Практическое занятие №5

Анализ надежности систем сложной структуры

Теоретические сведения.

В этом случае резервные элементы находятся в облегченном режиме до момента их включения в работу. Надежность резервного элемента в этом случав выше надежности основного элемента, так как резервные элементы находятся в режиме недогрузки до момента их включения в работу.

Вероятность отказа резервированной системы с облегченным резервированием определяется соотношением

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right], \tag{5.1}$$

где

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right). \tag{5.2}$$

Здесь λ_1 - интенсивность отказа резервного элемента в режиме недогрузки до момента включения его в работу ; λ_0 - интенсивность отказа резервного элемента в состоянии работы; m - кратность резервирования или количество резервных элементов. Вероятность безотказной работы системы с облегченным резервированием определяется формулой

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left(1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right). \tag{5.3}$$

Определим среднее время безотказной работы системы с облегченным резервированием. Имеем

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+ik}, \tag{5.4}$$

где

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \tag{5.5}$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$ системы с облегченным резервированием.

Имеем

$$f_c(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t}\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}\right]. \tag{5.6}$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы с облегченным резервированием.

Получим

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{P_c(t)}=\lambda_0\left[1-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}}{1+\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)^{i}}\right]. \quad (5.7)$$

При λ_1 =0 имеем режим ненагруженного (холодного) резерва. Вероятность отказа резервированной системы с ненагруженным резервированием определяется соотношением

$$q_c(t)=1-e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (5.8)$$

Вероятность безотказной работы системы с ненагруженным резервом определяется формулой

$$P_c(t)=1-q_c(t)=e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (5.9)$$

Определим среднее время безотказной работы системы с ненагруженным резервом. Имеем

$$m_{tc}=\int_0^{\infty}P_c(t)dt=\frac{m+1}{\lambda_0}. \quad (5.10)$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$ системы с ненагруженным резервом.

Имеем

$$f_c(t)=-\frac{dP_c(t)}{dt}=\frac{\lambda_0^{m+1}}{m!}t^m e^{-\lambda_0 t}. \quad (5.11)$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы с ненагруженным резервом. Получим

$$\lambda_c(t)=\frac{f\ (t)}{P_c(t)}=\frac{\lambda_0^{m+1}t^m}{m!\,e^{-\lambda_0 t}\sum\limits_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}} \quad (5.\ 12)$$

Решение типовых задач.

<u>Задача 5.1.</u> Система состоит из 10 равно надежных элементов, среднее время безотказной работы элемента m_t = 1000 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равно надежны. Необходимо найти вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$, среднее время безотказной работы системы

m_{tc}, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ в момент времени t = 50 час в следующих случаях:

а) не резервированной системы,

б) дублированной системы при включении резерва по способу замещения (ненагруженный резерв).

Задача 5.2. Радиопередатчик имеет интенсивность отказов λ_0=0,4·10^{-3} 1/час. Его дублирует такой же передатчик, находящийся до отказа основного передатчика в режиме ожидания (в режиме облегченного резерва). В этом режиме интенсивность отказов передатчика λ_1= 0,06·10^{-3} 1/час. Требуется вычислить вероятность безотказной работы передающей системы в течение времени t = 100 час., а также среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$.

Задача 5.3. Вероятность безотказной работы преобразователя постоянного тока в переменный в течении времени t = 1000 час. равна 0,95, т. е. P(1000) = 0,95. Для повышения надежности системы электроснабжения на объекте имеется такой же преобразователь, который включается в работу при отказе первого (режим ненагруженного резерва). Требуется рассчитать вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы системы, состоящей из двух преобразователей, а также определить частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы.

Задача 5.4. Система состоит из двух одинаковых элементов. Для повышения ее надежности конструктор предложил дублирование системы по способу замещения с ненагруженным состоянием резерва. Интенсивность отказов элемента равна. Требуется определить вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$.

Задача 5.5. Передающее устройство состоит из одного работающего передатчика (λ = 8·10^{-3} 1/час) и одного передатчика в облегченном резерве (λ_0 = 8·10^{-4} 1/час) . Требуется определить вероятность безотказной работы устройства $P_c(t)$, среднее время безотказной работы устройства m_{tc}. Определить $P_c(t)$ при t = 20 час.

Задача 5.6. В радиопередающем канале связной системы используется основной передатчик $П_1$, два передатчика $П_2$ и $П_3$, находящиеся в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов основного работающего передатчика равна λ_0 = 10^{-3} 1/час. С момента отказа передатчика $П_1$ в работу включается $П_2$, после отказа передатчика $П_2$ включается $П_3$. При включении резервного передатчика в работу его интенсивность отказов становится равной λ_0. Считая переключатель абсолютно надежным, определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ радиопередающего канала, среднее время безотказной работы m_{tc} канала. Определить также $P_c(t)$ при t=100 час.

<u>Задача 5.7</u>. Устройство автоматического поиска неисправностей состоит из двух логических блоков. Среднее время безотказной работы этих блоков одинаково и для каждого из них равно m_t= 200 час. Требуется определить среднее время безотказной работы устройства m_{tc} для двух случаев: а) имеется ненагруженный резерв всего устройства; б) имеется ненагруженный резерв каждого блока.

4. Лабораторные работы

Лабораторная работа № 1

Определение показателей надежности элементов по опытным данным

Цель работы: Разработать алгоритмы решений задач по определению характеристик простейшего потока с производственным сценарием.

Указания к работе:
1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:
   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.
   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по работе.

Ход работы:

а) формулировка задачи на естественном языке (текст).

b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).
c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).
d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.
e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.
f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) Интенсивность отказов щеточно-коллекторного узла генератора равна $1{,}1 \cdot 10^{-3}$ 1/час. Определить вероятность того, что через 60000 часов работы откажет ровно 7 щеточно - коллекторных узлов. Поток отказов считать простейшим.
b) $\lambda = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ 1/час; $\tau = 60000$ час.; $K = 7$ – количество отказов; $P(\xi = K)$ – искомая вероятность.
c) В соответствии с формулой Пуассона искомая вероятность равна:

$$P(\xi = K) = \frac{a^K}{K!} e^{-a};$$

$$a = \lambda \cdot \tau;$$

$$P(\xi = K) = \frac{(\lambda \cdot \tau)^K}{K!} e^{-\lambda \cdot \tau}.$$

d) Построить и привести блок – схему алгоритма решения в соответствии с приведенной последовательностью применения формул.
e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме с введением данных, приведенных в условии задачи.

$$P(\xi = K) = \frac{(\lambda \cdot \tau)^K}{K!} e^{-\lambda \cdot \tau} = \frac{(1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 60000)^7}{7!} e^{1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 60000} \approx 0{,}0054 .$$

Размерность в решении выдержана. Действительно. В числителе формулы Пуассона, а также в показателе степени числа *е* получается безразмерная величина: (1/час·час) = 1.
f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Вопросы для самоконтроля:

1. Какое состояние ТУ называется работоспособным.
2. Сформулировать определение понятия – отказ.
3. Какой поток называется простейшим.
4. Свойства простейшего потока и их характеристики.
5. Среднее число событий, наступающих в простейшем потоке.

Задание:

Задача 1.

Определить интенсивность отказов некоторого ТУ, если за 500 часов ТУ такого же типа среднее число отказов за это же время равно 1.

Задача 2.
На автоматическую телефонную станцию поступает простейший поток вызовов с интенсивностью, равной 0,8 (вызовов в минуту). Найти вероятность того, что за две минуты: *a*) не придет ни одного вызова; *b*) придет ровно один вызов; *c*) придет хотя бы один вызов.
Задача 3.
Поток вызовов на АТС – пуассоновский нестационарный с интенсивностью $\lambda(t)$, зависящей от времени На участке времени от 0 час. до 6 час. 40 мин. интенсивность $\lambda(t)$ возрастает по линейному закону:

$$\lambda(t) = bt + c,$$

причем к 0 час. она равна 0,2 вызова в минуту, а в 6 часов 40 минут – 0,4 вызова в минуту, Найти вероятность того, что за 10 минут от 3 часов 15 минут до 3 часов 25 минут придет не менее трех вызовов.
Замечание:
Если интенсивность простейшего потока λ не стационарна (не постоянна), а зависит от времени $\lambda = \lambda(t)$, то вероятность попадания ровно m событий на участок длины τ, начинающийся в точке t_0 и кончающийся в точке $t_0 + \tau$, имеет также распределение Пуассона:

$$P(\xi = m) = \frac{a^m}{m!}e^{-a} \ (m = 0, 1, 2, \ldots), \text{ где } a = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \lambda(t)dt.$$

Лабораторная работа № 2

Исследование надежности и риска не резервированной технической системы

Цель работы: Разработать алгоритмы решений задач по расчету основных характеристик надежности невосстанавливаемых элементов информационных систем.

Указания к работе:
1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:
   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.
   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по образцу:

Ход работы:

a) формулировка задачи на естественном языке (текст).

b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).

c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).

d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.

e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.

f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) На эксплуатацию одновременно было поставлено 300 однотипных электронных цифровых приборов. Известно, что через 100 часов отказало 27 приборов, а еще через следующие 100 часов отказало еще 34. определить статистические вероятности безотказной работы и отказов через 100 и 200 часов, условную вероятность безотказной работы через 200 часов, при условии, что приборы проработали уже 100 часов, а также определить статистические значения плотности вероятности отказов через 100 и 200 часов.

b) $p*(t)$ - статистическая вероятность безотказной работы через t часов; $q(t)$ – статистическая вероятность отказов через t часов; $p*(t_i/t_j)$ - условная вероятность безотказной работы через t_i часов при условии, что приборы проработали безотказно уже t_j часов; $f*(t)$ - статистическое значение плотности вероятности отказов через t часов; N – число поставленных на эксплуатацию приборов; $\Delta n(t)$ – число, отказавших ко времени t приборов; $N(t)$ – число приборов, оставшихся работоспособными к моменту времени t.

c) Задача решается в соответствии со следующими выражениями:

$$p*(t)=\frac{N-N(t)}{N};\ q(t)=\frac{n(t)}{N};\ p*(t_i/t_j)=\frac{p(t_i)}{p(t_j)},\ (t_i \ge t_j);\ f*(t)=\frac{\Delta n(t)}{N(t)}.$$

d) Построить и привести блок – схему алгоритма решения в соответствии с приведенной последовательностью применения формул:

$$p*(t=100)=\frac{N-N(t=100)}{N}=\frac{300-27}{300}=0{,}91;$$

$$p*(t=200)=\frac{N-N(t=200)}{N}=\frac{300-27-34}{300}=0{,}8;$$

$$q(t=100)=\frac{n(t=100)}{N}=\frac{27}{300}=0{,}09;$$

$$q(t=200)=1-p(t=200)=1-0{,}8=0{,}2;$$

$$f*(t=200)=\frac{\Delta n(t=200)}{N(t=200)}=\frac{34}{300\cdot 200}\approx 5{,}7\cdot 10^{-4}\,(1/час).$$

Размерность в решении выдержана.

e) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Вопросы для самоконтроля:

1. В чем заключается принцип резервирования.
2. Что является основной характеристикой резервирования.
3. Основные особенности общего резервирования.
4. Основные особенности раздельного резервирования.
5. Плотность вероятности отказов.
6. Какие характерные участки имеет кривая интенсивности отказов невосстанавливаемых технических устройств.
7. Среднее время безотказной работы.
8. Среднее статистическое время безотказной работы.
9. Какова зависимость между $f(t)$ и $p(t)$, $p(t)$ и $\lambda(t)$, $f(t)$ и $\lambda(t)$, T и $\lambda(t)$.
10. Как зависит $p(t)$, $f(t)$ и T от $\lambda(t)$ при $\lambda(t) = \lambda = const$.
11. Основные расчетные соотношения между показателями надежности для случая, когда $t << T$.

Задание:

Задача 1.

В течении 2000 часов наблюдали за 480 видеоадаптерами. Определить статистическую вероятность безотказной работы этих устройств, если в течении указанного срока зарегистрировано 52 отказа, причем 12 из них произошли в первые 400 часов.

Задача 2.

Найти статистическое распределение плотности вероятности отказов и статистическую кривую интенсивности отказов 500 блоков питания для ПЭВМ, испытанных на эксплуатационном режиме до полного отказа всех блоков. Отказы блоков питания подсчитаны через каждые 100 часов, результаты сведены в таблицу.

№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i	№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i
1	0 – 100	9	16	1500 – 1600	3
№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i	№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i
2	100 – 200	13	17	1600 – 1700	5
3	200 – 300	16	18	1700 – 1800	11
4	300 – 400	15	19	1800 – 1900	18
5	400 – 500	11	20	1900 – 2000	27
6	500 – 600	6	21	2000 – 2100	38
7	600 – 700	3	22	2100 – 2200	48
8	700 – 800	2	23	2200 – 2300	55
9	800 – 900	4	24	2300 – 2400	52

10	900 – 1000	3	25	2400 – 2500	46
11	1000 – 1100	2	26	2500 – 2600	42
12	1100 – 1200	5	27	2600 – 2700	31
13	1200 – 1300	3	28	2700 – 2800	15
14	1300 – 1400	3	29	2800 – 2900	7
15	1400 – 1500	4	30	2900 – 3000	3

Задача 3.

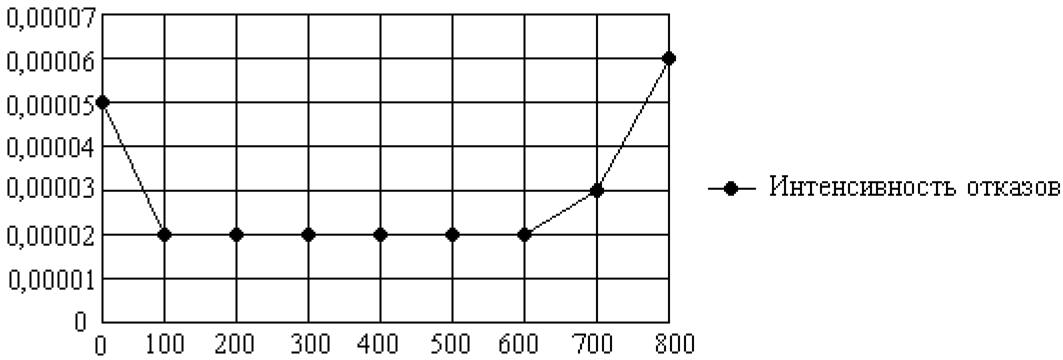
На эксплуатацию было поставлено N = 67 однотипных ТУ, за которыми велось наблюдение в течение 400 часов. Определить статистическую интенсивность отказов $\lambda^*(t)$ и статистическую вероятность безотказной работы $p^*(t)$ в точках наблюдения, если известно, что каждые 50 часов отказывало по 2 устройства.

Задача 4.

Вероятность безотказной работы проволочных сопротивлений определяется законом, выраженным формулой $p(t) = e^{-0,0098t}$. На эксплуатацию поставлено 500 сопротивлений. Определить среднее количество отказов через 50 часов наработки.

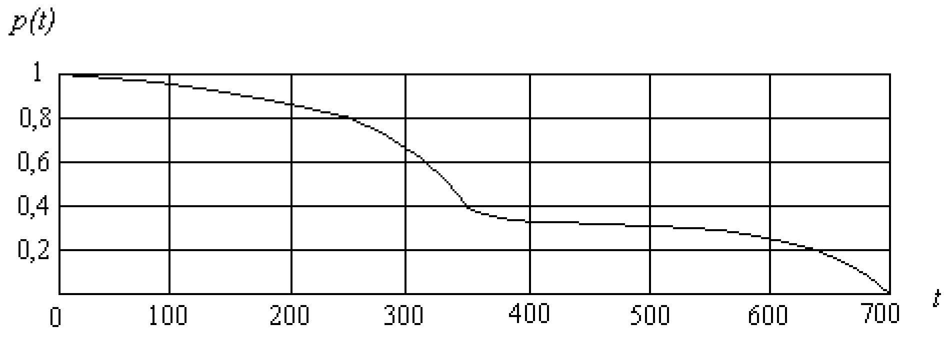
Задача 5.

На основании графика интенсивности отказов ТУ построить график вероятности его безотказной работы.



Задача 6.

График вероятности безотказной работы керамического конденсатора показан на рисунке. На эксплуатацию было поставлено 180 конденсаторов. определить среднее количество отказавших конденсаторов через 300 часов и интенсивность безотказной работы через 600 часов.



Замечание:

Известно, что $\lambda_i^* = \frac{\Delta n_i}{N_i \Delta t_i}$. Индекс «*i*» представляет собой указатель интервала. Для которого рассчитывается интенсивность отказа. Для расчета по приведенной формуле необходимо знать величины Δn_i, N_i, Δt_i. Обычно из условия задачи известны количество отказавших ТУ Δn_i и величина интервала времени Δt_i. Величина N_i по своей сути представляет собой математическое ожидание числа безотказно проработавших ТУ в течение i – го интервала времени. Наиболее очевидной статистической оценкой этой величины могло бы стать среднеарифметическое $N_i^* = \frac{\sum_{i=1}^{8}(N - \Delta n_i)}{i}$. Однако существует оценка, которая с большей точностью соответствует значению математического ожидания $N_i = N - \sum_{k=1}^{i-1} \Delta n_k - \frac{\Delta n_i}{2}$.

Лабораторная работа № 3

Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании с постоянно включенным резервом

Цель работы: Разработать алгоритмы определения показателей надежности в период процесса эксплуатации информационных систем.

Указания к работе:

1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:
   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.
   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по образцу:

Ход работы:

a) формулировка задачи на естественном языке (текст).
b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).
c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).
d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.

e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.

f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) Система состоит из3 блоков. У всех блоков системы период нормальной эксплуатации начинается одновременно. Эксплуатация же самой системы начинается с момента начала периода нормальной эксплуатации. Интенсивности отказов блоков системы равны: λ_1 = 3,03·10^{-3} час$^{-1}$, λ_2 = 3,13·10^{-3} час$^{-1}$, λ_3 = 2,97·10^{-3} час$^{-1}$. Для всей системы характерно соотношение $\frac{t_p}{T} = 0{,}58$. Определить ресурс системы.

b) λ_1, λ_2, λ_3 – интенсивности отказов первого, второго, третьего блоков системы соответственно; T – среднее время безотказной работы системы; t_p – ресурс системы.

c) Задача решается в соответствии со следующими выражениями. Ресурс системы t_p будет рассчитываться по среднему времени безотказной работы системы. Средним временем безотказной работы системы будет считаться среднее время безотказной работы наименее Надежного блока. Наименее надежным блоком считается тот, интенсивность отказов у которого максимальна. По условию задачи это второй блок, т.к. $\lambda_2 > \lambda_1$, $\lambda_2 > \lambda_3$. Поэтому: $T = T_2 = \frac{1}{\lambda_2}$. Ресурс системы будет равен: $t_p = 0{,}58T$.

d) Построить и привести блок – схему алгоритма решения в соответствии с приведенной последовательностью применения формул:

$$T = T_2 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{3{,}13 \cdot 10^{-3}} \approx 319{,}5(ч);$$

$t_p = 0{,}58T = 0{,}58 \cdot 319{,}5 = 185(ч)$.

Размерность в решении выдержана.

e) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие основные виды интенсивностей отказов могут иметь технические устройства.
2. Дайте определение календарному сроку службы.
3. Что такое ресурс, чем он отличается от календарного срока службы.
4. Виды ресурса.
5. Что такое средний срок сохраняемости.
6. Какой характер имеет поведение интенсивностей отказов в нормальный период эксплуатации и в период износа и старения.
7. Каким законом может быть описано распределение времени безотказной работы в период износа и старения.
8. Как определяется общая вероятность безотказной работы технического устройства с учетом внезапных и постепенных отказов.

Задание:

Задача 1.

Испытания наблюдения велись за 1000 вентиляторами для ПЭВМ. Испытания проводятся в режиме нормальной эксплуатации до полного отказа всех ламп. Число отказов вентиляторов подсчитывалось в каждом интервале времени Δt = 500 часов. Результаты испытаний занесены в таблицу. Пользуясь данными таблицы построить график функции интенсивности отказов от времени и провести анализ этого графика.

Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов	Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов	Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов
0 – 500	60	3000 – 3500	40	6000 – 6500	20
500 – 1000	200	3500 – 4000	30	6500 – 7000	20
1000 – 1500	197	4000 – 4500	20	7000 – 7500	20
1500 – 2000	150	4500 – 5000	20	7500 – 8000	30

Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов	Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов	Интервал времени Δt, час	Кол-во отказов
2000 – 2500	128	5000 – 5500	20	8000 – 8500	20
2500 – 3000	72	5500 – 6000	20	8500 – 9000	10

Задача 2.

Испытания на надежность в номинальном рабочем режиме подверглись 900 лазерных головок дисководов вплоть до отказа всех этих приборов. Лазерные головки дисководов относятся к элементам стареющего типа, их отказы считаются независимыми, имеют случайный характер и в ходе испытания подсчитывались через каждые 200 часов наработки. Результаты испытаний приведены в таблице. Определить среднюю наработку головки дисковода до отказа, построить график вероятности безотказной работы $p^*(t)$, график вероятности отказа $q^*(t)$, график плотности вероятности отказов $f^*(t)$, график интенсивности отказов $\lambda^*(t)$ в собственных осях координат и провести анализ этих графиков. Определить общую вероятность безотказной работы лазерных головок дисководов с учетом внезапных и постепенных отказов к моменту времени t = 5800 часов от начала испытаний.

№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i	№ п/п	Δt_i в часах	Δn_i
1	0 – 200	30	16	3000 – 3200	11
2	200 – 400	36	17	3200 – 3400	8
3	400 – 600	40	18	3400 – 3600	12
4	600 – 800	42	19	3600 – 3800	12
5	800 – 1000	35	20	3800 – 4000	21
6	1000 – 1200	27	21	4000 – 4200	39
7	1200 – 1400	18	22	4200 – 4400	52
8	1400 – 1600	16	23	4400 – 4600	61
9	1600 – 1800	15	24	4600 – 4800	74
10	1800 – 2000	13	25	4800 – 5000	82

11	2000 – 2200	15	26	5000 – 5200	80
12	2200 – 2400	12	27	5200 – 5400	56
13	2400 – 2600	11	28	5400 – 5600	25
14	2600 – 2800	10	29	5600 – 5800	23
15	2800 – 3000	9	30	5800 – 6000	15

Лабораторная работа № 4

Исследование свойств структурно резервированных систем при общем резервировании с замещением

Цель работы: Разработать алгоритмы расчета структурных схем надежности.

Указания к работе:

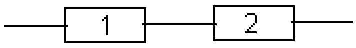
1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:
   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.
   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по образцу:

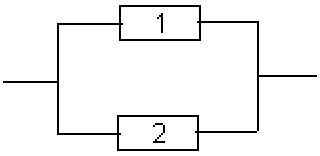
Ход работы:

a) формулировка задачи на естественном языке (текст).
b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).
c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).
d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.
e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.
f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) Даны структурные схемы надежности:





Определить вероятность безотказной работы изображенных структурных схем надежности для случаев:

a) вероятности безотказной работы не равны между собой: p_1 = 0,99; p_2= 0,97.

b) вероятности безотказной работы равны между собой: $p_1 = p_2$ = 0,98.

b) p_1, p_2 – вероятности безотказной работы соответственно первого и второго элементов представленных структурных схем надежности, p_c - вероятность безотказной работы структурной схемы надежности.

c) Первый рисунок изображает последовательное соединение в структурной схеме надежности, состоящей из двух элементов, второй - параллельное соединение двух элементов в структурной схеме надежности. Поэтому:

- для последовательной структурной схемы надежности 1*a*) при равенстве вероятностей безотказной работы; 1*b*) при неравенстве вероятностей безотказной работы имеют место выражения

1*a*) $p_c = p \cdot p = p^2$; 1*b*) $p_c = p_1 \cdot p_2$.

- для параллельной структурной схемы надежности 2*a*) при равенстве вероятностей безотказной работы; 2*b*) при неравенстве вероятностей безотказной работы имеют место выражения

2*a*) $p_c = 1 - (1 - p)^2$; 2*b*) $p_c = 1 - q_c = 1 - q_1 \cdot q_2$.

d) Решить задачу, построить и привести блок – схему алгоритма решения в соответствии с приведенной последовательностью применения формул:

1*a*) $p_c = p \cdot p = p^2$ = 0,98 · 0,98 = 0,9604; 1*b*) $p_c = p_1 \cdot p_2$ = 0,99 · 0,97 = 0,9603.

2*a*) $p_c = 1 - (1 - p)^2$ = 0,9996; 2*b*) $p_c = 1 - q_c = 1 - q_1 \cdot q_2$ = 0,9997.

e) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Вопросы для самоконтроля:

1. Что такое структурная схема надежности и чем она отличается от принципиальной схемы ТУ.
2. Что такое структурная схема надежности с последовательным соединением элементов.
3. Что такое структурная схема надежности с параллельным соединением элементов.

4. Надежность при структурной схеме с последовательным соединением элементов
5. Надежность при структурной схеме с параллельным соединением элементов.
6. Что такое сложная произвольная структурная схема надежности.
7. Надежность при произвольной структурной схеме.

Задание:

Задача 1.

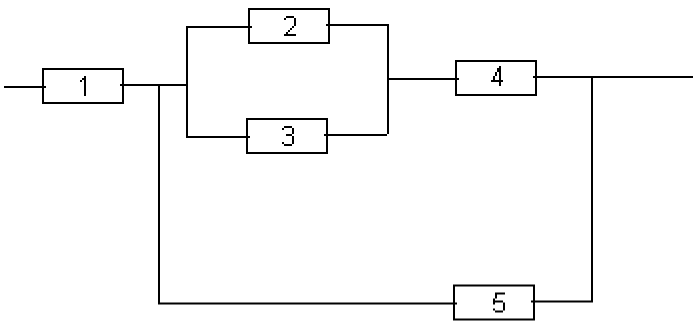
Система сигнализации состоит из трех блоков: датчика, электронного усилителя и сигнализатора. Известно, что надежность датчика выше надежности электронного усилителя, а наименее надежным агрегатом в системе является сигнализатор.

Определить вероятность безотказной работы каждого элемента системы и системы сигнализации в целом, если известно, что q_1 = 0,05; q_2 = 0,001; q_3 = 0,01.

Задача 2.

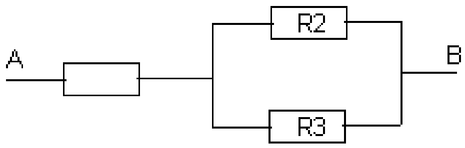
Определить вероятность безотказной работы системы, структурная схема надежности которой изображена на рисунке. Вероятности безотказной работы элементов равны:

$p_1 = p$; $p_2 = 0{,}5p_1$; $p_3 = p_1$; $p_4 = 0{,}75p_3$; $p_5 = p_4^2$; $p = 0{,}998$.

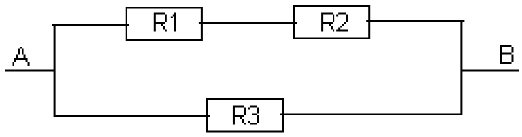


Задача 3.

Определить вероятность прохождения сигнала на участке АВ электрической сети, если вероятность исправного состояния резисторов R1, R2, R3 за время прохождения сигнала соответственно равны 0,6; 0,8; 0,9.



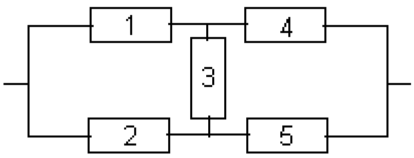
a)



b)

Задача 4.

На рисунке приведена структурная схема надежности типа «мостик». Вероятности безотказной работы элементов системы равны: $p_1 = 0{,}98$; $p_2 = 0{,}98$; $p_3 = 0{,}99$; $p_4 = 0{,}97$; $p_5 = 0{,}98$. Определить вероятность безотказной работы системы.



Лабораторная работа № 5

Исследование надежности и риска восстанавливаемой не резервированной системы

Цель работы: Разработать алгоритмы расчета надежности при резервировании.

Указания к работе:

1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:
   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.
   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по образцу:

Ход работы:

а) формулировка задачи на естественном языке (текст).

b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).

c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).

d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.

e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.

f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) Техническая система состоит из одного элемента с вероятностью отказа q = 0,0007. Она однократно резервируется элементом подобного типа с вероятностью безотказной работы p_p = 0,99. Определить вероятность безотказной работы системы после резервирования и сделать выводы.

b) q = 0,0007 – вероятность отказа основной системы; p – вероятность безотказной работы основной системы; p_p = 0,99 – вероятность безотказной работы резервирующего элемента; q_{cp} – вероятность отказа системы после резервирования; p_{cp} – вероятность безотказной работы системы после резервирования.

c) Так как система состоит из одного элемента, то ее однократное резервирование нельзя отнести к общему или раздельному типу резервирования. Основной элемент вместе с резервирующим составят структурную схему надежности с параллельным соединением элементов. Поэтому искомая вероятность ищется следующим образом:

$p_{cp} = 1 – q_{cp}$;

$q_{cp} = q \cdot q_p$;

$q_p = 1 – p_p$.

d) Решить задачу, построить и привести блок-схему алгоритма решения в соответствии с приведенной последовательностью применения формул. Решение задачи начинается с последнего выражения предыдущего пункта в связи с тем, что именно такая последовательность устанавливает логику решения задачи – определения неизвестных по мере их использования:

$p_{cp} = 1 – q_{cp} = 1 – 0{,}000007 = 0{,}999993$;

$q_{cp} = q \cdot q_p = 0{,}007 \cdot 0{,}001 = 0{,}\ 000007$;

$q_p = 1 – p_p = 1 – 0{,}99 = 0{,}001$.

Из полученного результата видно, что система после резервирования даже менее надежным элементом, чем элемент основной системы стала более надежной, а эффективность резервирования равна

$$R = \frac{q}{q_{cp}} = \frac{0{,}007}{0{,}000007} = 1000 .$$

Далее строится подробная блок-схема алгоритма решения задачи.

e) Приводится листинг решения задачи.

Вопросы для самоконтроля:

1. В чем заключается принцип резервирования.
2. Что является основной характеристикой резервирования.
3. Основные особенности общего резервирования.
4. Основные особенности раздельного резервирования.
5. Что такое эффективность резервирования.
6. Расчет надежности при общем резервировании
7. Расчет надежности при раздельном резервировании.
8. Как определить необходимое количество резервных элементов при общем резервировании.
9. Как определить необходимое количество резервных элементов при раздельном резервировании.
10. Что такое эффективность при общем и раздельном резервировании.
11. Дать сравнительную оценку общего и раздельного резервирования.
12. В чем заключается особенности резервирования электрических схем.
13. Что такое каноническое уравнение резервированной системы элементов.

Задание:

Задача 1.

Система состоит из трех равнонадежных элементов с вероятностью безотказной работы $p_1 = p_2 = p_3 = 0{,}9$ каждого элемента. Элементы объединены в структурную схему с последовательным соединением. Определить вероятность безотказной работы системы без резервирования, с общим однократным резервированием; с раздельным однократным резервированием. Определить эффективность общего и раздельного резервирования, дать сравнительную оценку общего и раздельного резервирования. При решении задачи учесть, что резервирование осуществляется элементами, аналогичными по надежности элементам основной системы.

Задача 2.

Решить предыдущую задачу, но для вероятностей безотказной работы элементов основной системы, равных соответственно:

$p_1 = 0{,}9$; $p_2 = 0{,}86$; $p_3 = 0{,}92$.

Задача 3.

Определить необходимое число резервных элементов, если задана вероятность отказа основного элемента, равная $q = 0{,}1$. Допустимая вероятность резервированной системы должна быть равна $Q_p = 0{,}0001$.

Лабораторная работа № 6

Исследование надежности и риска резервированной восстанавливаемой системы

Цель работы: Разработать алгоритмы диагностирования состояния технических систем и их прогноза.

Указания к работе:

1. Свести условие задач, сформулированных на естественном языке, к формальным символам и обозначениям.
2. Произвести решение задач в этих формальных символах. При этом:

   2.1. Построить решение задачи, если решение известно и условие задачи является достаточным для этого решения, а само решение адекватно заданию.

   2.2. Найти решение, адекватное заданию для случая, когда условие не является достаточным, однако из условия могут быть найдены недостающие данные.
3. Построить алгоритм на основании решения, полученного в п. 2.
4. Написать и отладить программу на базе алгоритма (п. 3).
5. Оформить отчет по образцу:

Ход работы:

a) формулировка задачи на естественном языке (текст).

b) Формализация условия задачи (введение обозначений и пояснений к ним).

c) Описание решений в терминах принятых обозначений (в том числе и по пункту 2.2 указаний к работе).

d) Построить блок – схему алгоритма на основе правила и решений.

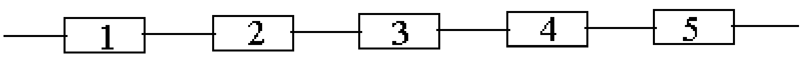
e) Написать программу решения на алгоритмическом языке по полученной блок – схеме.

f) Привести листинг рабочей программы и результаты решения.

Пример:

a) Построить алгоритм диагноза состояний системы последовательного типа, состоящей из пяти элементов, используя метод половинного разбиения (МПР).

b) $y_i(t)$ – измеренное значение параметра; y_i – признак параметра; j = 1, 2, …, 5.

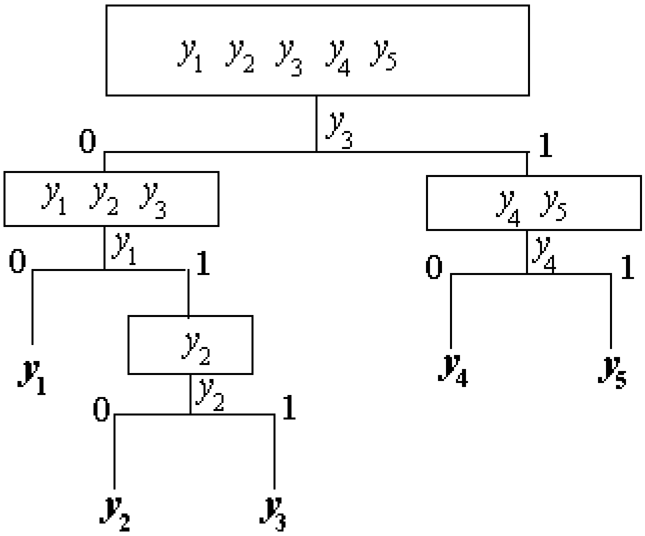


c) *Метод половинного разбиения*: система состоит из нечетного числа элементов, поэтому первую проверку в МПР можно делать после второго или после третьего элемента. Пусть это будет третий элемент. Будем считать:

$$y_i = \begin{cases} 0, y_i(t) \in y_{idop} \\ 1, y_i(t) \notin y_{idop} \end{cases}$$

где y_{idop} - область допустимых значений параметра y_i , а i = 1, 2, 3, 4, 5.

Алгоритм поиска места отказа методом половинного разбиения, при условии, что система вообще отказала, т.е. $y_5 = 0$, будет выглядеть следующим образом: если $y_3 = 0$, то проверяется левая от третьего элемента ветвь путем деления ее пополам (т.к. в ней снова нечетное число элементов, то для проверки можно взять любой из элементов, находящихся слева от третьего) и выбора, например, первого элемента; если $y_1 = 0$, то отказал первый элемент; $y_1 = 1$, то проверяется второй элемент; если $y_2 = 0$ – то отказал второй элемент; если $y_2 = 1$, то отказал третий элемент; если $y_3 = 1$, то проверяют правую от третьего элемента ветвь, делят ее пополам и проверяют четвертый элемент; если $y_4 = 0$, то отказал четвертый элемент; если $y_4 = 1$, то отказал пятый элемент.



Т.о., как видно из графа, построенного по алгоритму поиска отказов, отказ первого элемента распознается за два измерения ($y_3 = 0$, $y_1 = 0$), отказ второго элемента – за три измерения ($y_3 = 0$, $y_1 = 1$, $y_2 = 0$), отказ третьего элемента – за три измерения ($y_3 = 0$, $y_1 = 1$, $y_2 = 1$), отказ четвертого – за два измерения ($y_3 = 1$, $y_4 = 0$) и отказ пятого – за два измерения ($y_3 = 1$, $y_4 = 1$).

Задание:

Задача 1.

Построить алгоритм диагноза состояний системы последовательного типа, состоящей из 11 элементов, используя метод половинного разбиения.

Содержание

Виктория Владимировна ЕРЕМИНА
доцент кафедры Информационных и управляющих систем АмГУ,
кандидат физико-математических наук, доцент

Надежность информационных систем для направления подготовки магистров 230100.68 – «Информатика и вычислительная техника»:
учебно-методический комплекс дисциплины.

Издательство АмГУ.