

Министерство образования и науки Российской Федерации

Амурский государственный университет

Т.А. Луганцева, Н.М. Ларченко

ВВЕДЕНИЕ В СТАТИКУ

Учебное пособие

Благовещенск

Издательство АмГУ

2010

ББК 22.21

Л71

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензенты:

Чайкин В.А., зав. кафедрой теоретической и прикладной механики Санкт-Петербургского гос. университета технологии и дизайна,

д-р техн. наук, профессор;

*Труфанова Т.В., доцент кафедры математического анализа и моделирования
АмГУ, канд. техн. наук*

Луганцева, Т.А., Ларченко, Н.М.

Л71 Введение в статику: учебное пособие / Т.А. Луганцева, Н.М. Ларченко. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2010. – 88 с.

В пособии рассмотрен материал, который относится к первой части раздела «Статика» (Первый модуль блочно-модульной системы обучения). Теоретические и практические вопросы, рассмотренные в учебном пособии, относятся к материалу, знания которого необходимо студентам для изучения условий и уравнений равновесия систем сил (второй модуль раздела «Статика») и приведения систем сил к простейшему виду (третий модуль раздела «Статика»).

Пособие предназначено для студентов всех специальностей и форм обучения университета, изучающих курс теоретической механики.

ББК 22.21

© Луганцева Т.А., Ларченко Н.М., 2010

© Амурский государственный университет, 2010

ББК 22.21

Л 71

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Амурского государственного
университета

Луганцева Т.А., Ларченко Н.М.

Введение в статику: учебное пособие. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2010. – 88 с.

В пособии рассмотрен материал, который относится к первой части раздела «Статика» (Первый модуль блочно-модульной системы обучения). Теоретические и практические вопросы, рассмотренные в учебном пособии, относятся к материалу, знания которого необходимо студентам для изучения условий и уравнений равновесия систем сил (второй модуль раздела «Статика») и приведения систем сил к простейшему виду (третий модуль раздела «Статика»).

Пособие предназначено для студентов всех специальностей и форм обучения университета, изучающих курс теоретической механики.

Рецензенты: В.А. Чайкин, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна, докт. техн. наук, профессор;
Т.В. Труфанова, доцент кафедры математического анализа и моделирования, канд. техн. наук.

© Амурский государственный университет, 2010

© Луганцева Т.А., Ларченко Н.М., 2010

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика – наука об общих законах механического движения и взаимодействия материальных тел и их систем.

Любые изменения, происходящие в окружающем нас реальном мире, называются движением. Теоретическая механика изучает простейшую форму движения материи – механическое движение.

Механическим движением называется изменение с течением времени взаимного положения материальных точек в пространстве.

Механическим взаимодействием называется такое взаимодействие материальных тел, которое изменяет или стремится изменить характер их механического движения.

В настоящее время теоретическая механика – сложившаяся наука, достигшая аксиоматического уровня развития и ставшая научной базой современной техники.

По характеру изучаемых задач теоретическая механика традиционно разделяется на три раздела: статику, кинематику и динамику.

1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТАТИКИ

1.1 Теоретические сведения

Статика изучает условия равновесия твердого тела, находящегося под действием некоторой системы сил, условия эквивалентности двух систем сил, а также преобразование заданной системы сил к каноническому виду. Под **равновесием** понимается состояние покоя по отношению к определенной системе координат.

Чтобы твердое тело под действием некоторой системы сил находилось в равновесии (покое), необходимо чтобы эти силы удовлетворяли определенным **условиям равновесия** данной системы сил. Нахождение этих условий является одной из основных задач статики. Но для отыскания условий равновесия различных систем сил, а также для решения ряда других задач механики, необходимо уметь складывать силы, действующие на твердое тело, заменять действие одной системы сил другой системой и, в частности, приводить данную систему сил к простейшему виду. Поэтому в статике твердого тела рассматриваются **две основные задачи**:

1) замена одной системы сил, действующей на твердое тело, другой эквивалентной ей системой. Основная цель такой замены – **упростить** заданную систему сил, т.е. свести большое число сил, действующих на тело, к возможно меньшему их числу. Такая операция называется **приведением системы сил** к простейшему виду;

2) определение необходимых и достаточных **условий равновесия** (вывод уравнений) механической системы, находящейся под действием сил по отношению к определенной системе координат (для использования в расчетах различных конструкций и сооружений).

Ни одна наука не обходится без абстракций, идеализированных схем реальных явлений. Даже при современном уровне развития механики и вычислительной техники полное описание объекта исследования не представляется возможным, как, впрочем, и необходимым. В задачах механики, отбрасывают

все свойства, которые не влияют или достаточно мало влияют на решение задачи, поэтому в теоретической механике, как и в любой другой науке, используется **метод абстракции**. В практике инженерных расчетов расчетной схемой является абстракция (динамическая модель) реального явления, в которой стремятся отобразить наиболее существенные факторы рассматриваемой задачи. Материальные (физические) тела – это тела, которые имеют сложную структуру и множество свойств - таких как температура, теплопроводность, электропроводность, влажность и т.п. Отбрасывая те или иные малозначительные факторы и вводя некоторые упрощающие предположения, можем получить различные модели одного и того же физического тела. Итак, **динамическая модель (модель)** – это идеализированное отображение рассматриваемой системы, используемое при ее теоретическом исследовании и инженерных расчетах с учетом особенностей поставленной задачи. Поскольку таких задач может быть много, то одному объекту в зависимости от целей расчета может отвечать целый ряд динамических явлений. Важнейшими моделями в теоретической механике являются: материальная точка, системы материальных точек, абсолютно твердое тело, идеальные связи. В природе такие материальные объекты отсутствуют, поэтому теоретическую механику следует рассматривать как приближенную в смысле описания реальных явлений. Однако в ряде случаев теоретические расчеты решения задач, например законы движения планет (законы Кеплера), движения спутников вокруг земли, движения свободных твердых тел в атмосфере, движения механизмов и деталей машин и т.д. достаточно точно согласуются с экспериментальными данными.

Если линейные размеры реального материального тела малы, по сравнению с каким-нибудь линейным размером для движения этого тела, (путь, пройденный телом, радиус кривизны траектории его центра тяжести и т.д.), или, когда форма и размеры тела не играют существенной роли в данной конкретной задаче, то приближенно, можно пренебречь размерами такого тела, принимая его за геометрическую точку с массой, равной массе реального тела. Например, при изучении движения планет Солнечной системы вокруг Солнца их размера-

ми по сравнению с их расстояниями от Солнца пренебрегают и рассматривают эти планеты как материальные точки. С другой стороны, изучая движение планеты (например, Земли) вокруг оси, ее уже нельзя считать материальной точкой. Тело можно считать материальной точкой во всех случаях, когда все его точки совершают тождественные движения.

Материальное тело, размеры которого в рассматриваемых условиях можно не учитывать, называют материальной точкой.

Системой называют совокупность материальных точек, движения и положения которых взаимосвязаны.

Любое физическое тело можно рассматривать как систему материальных точек.

Все встречающиеся в природе твердые тела под влиянием внешних воздействий в той или иной мере изменяют свою форму (деформируются). Величины этих деформаций зависят от материала тел, их геометрической формы и размеров и от действующих нагрузок. Для обеспечения прочности различных инженерных сооружений и конструкций материал и размеры их частей подбирают так, чтобы деформации при действующих нагрузках были достаточно малы. Вследствие этого при изучении условий равновесия вполне допустимо пренебречь малыми деформациями соответствующих твердых тел и рассматривать их как недеформируемые или абсолютно твердые.

Абсолютно твердым телом называют такое тело, у которого расстояния между точками сохраняются неизменными при воздействии на него других тел.

В дальнейшем для удобства абсолютно твердое тело будем называть твердым телом или просто телом.

Рассматриваемые в механике тела могут быть свободными и несвободными. Тело, не скрепленное с другими телами, которому из данного положения можно сообщить любое перемещение в пространстве, называется **свободным**.

Фундаментальным понятием в статике является понятие **силы**. Но, прежде чем мы рассмотрим понятие силы, напомним некоторые элементы векторной алгебры. Во всех разделах теоретической механики встречаются два рода величин: скалярные и векторные.

Скаляром называется величина, которая определяется только своим численным значением в выбранной системе единиц и не связана с направлением в пространстве. Например, масса и объем тела, температура, энергия суть скаляры.

Векторная величина определяется не только своим численным значением, но и определенным направлением в пространстве. Например, сила и скорость суть векторы.

Вектором называется направленный отрезок. Графически вектор изображается прямолинейным отрезком, на конце которого ставится стрелка. Направление стрелки указывает направление вектора. Длина отрезка в выбранном масштабе выражает численное значение – **модуль вектора**. Прямая, по которой направлен вектор, называется **линией действия вектора**.

В теоретической механике встречаются величины, характеризующиеся векторами свободными, скользящими и закрепленными. **Свободным** будет вектор, точку приложения которого можно переносить в любую точку пространства. **Скользящим** будет вектор, точку приложения которого можно переносить вдоль линии действия. И, наконец, **закрепленным** будет вектор, точка приложения которого фиксирована.

Сила – это количественная мера механического взаимодействия тел, определяющая интенсивность и направление этого взаимодействия.

В результате этого взаимодействия может происходить изменение кинематического состояния материальных тел, т.е. не только изменение их положения в пространстве, но и изменение скоростей точек тела. Это определение ускоряющего свойства силы будет развито в динамике. В задачах статики мы будем понимать под силой действие одного тела на другое, выражающееся в виде давления, притяжения или отталкивания.

Простейшим примером силы является сила тяжести. Эта сила, с которой всякое тело притягивается Землей, в результате чего несвободное тело оказывает на свою опору давление (статическое действие силы), а, будучи свободным, падает на Землю с ускорением g (динамическое действие силы).

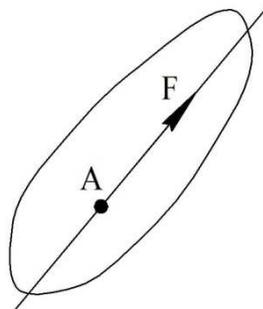


Рис. 1

Сила – величина векторная, поэтому графически изображается вектором (рис. 1). Обычно начало или конец вектора совпадает с точкой приложения силы; прямая, вдоль которой направлен вектор, изображающий силу, называется **линией действия силы**; стрелка на конце вектора показывает, в какую сторону действует сила.

Длина вектора в принятом масштабе определяет численную величину (модуль) силы.

Таким образом, действие силы на тело определяется тремя факторами: **численным значением** (модулем), **направлением** вдоль линии действия и **точкой приложения**.

Замечание: на приведенных рисунках векторы сил условимся обозначать буквами F , R , G , и др. без стрелки (черты) сверху, так как изображение силы отрезком прямой со стрелкой на конце и есть вектор силы.

Точка приложения силы и точка приложения составляющих этой силы одна и та же. При разложении силы на составляющие необходимо выделить точку приложения.

Модуль или численное значение силы в системе *СИ* измеряется в ньютонах (Н). Иногда используют техническую систему *МКГСС* – килограмм-сила (кГс). $1 \text{ кГс} = 9,81 \text{ Н}$ или $1 \text{ Н} \approx 0,1 \text{ кГс}$.

мега (М) – 10^6	деци (д) – 10^{-1}
кило (к) – 10^3	санти (с) – 10^{-2}
гекто (г) – 10^2	милли (м) – 10^{-3}
дека (да) – 10	микро (мк) – 10^{-6}

Силы, действующие на твердое тело (или систему тел), делятся на **внешние** и **внутренние** силы.

Внешними называются силы (нагрузки), действующие на частицы данного тела (или на тела системы) со стороны других материальных тел (F^e). По условиям приложения различают нагрузки объемные и поверхностные. **Объемными** называются силы, распределенные по всему объёму тела. К объемным силам относятся: силы тяжести, силы инерции и магнитные воздействия и т.п.

Если внешние силы являются результатом непосредственного взаимодействия тела с другими телами (твердыми, жидкими или газообразными), то они прикладываются только по площадкам контакта и называются **поверхностными**.

Внутренними называются силы, с которыми частицы данного тела действуют друг на друга (F^i).

Поверхностные силы делятся на сосредоточенные силы и равномерно (неравномерно) распределённую нагрузку.

Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется **сосредоточенной**. Понятие о сосредоточенной силе является условным, так как практически приложить силу к телу в одной точке нельзя. Силы, которые в механике рассматриваются как сосредоточенные, представляют собою по существу равнодействующие некоторых систем распределённых сил.

Силы могут быть распределены по поверхности тела (например, давление газа в сосуде, снеговая нагрузка на кровлю здания, ветровая нагрузка, давление жидкости в резервуаре и др.) и по его длине (например, вес балки условно можно считать равномерно распределённым по его длине).

Распределённая нагрузка может быть:

а) силой, равномерно распределенной по прямой (рис. 2) – **равномерно распределённая нагрузка**. Для такой системы сил интенсивность нагрузки q имеет постоянное значение. (q – интенсивность сплошной нагрузки (плотность

распределения силы), она имеет размерность силы, деленной на длину [Н/м]). Принято условно изображать распределенную нагрузку над брусом, если она действует сверху вниз, и изображать под брусом, если она действует снизу вверх. При статических расчетах эту систему сил можно заменить равнодействующей Q . По модулю $Q = q \cdot l$. Приложена сила Q в центре тяжести участка.

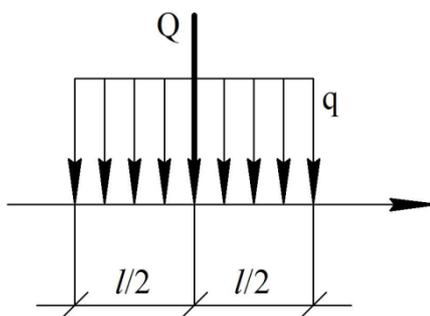


Рис. 2

б) силой, распределенной вдоль отрезка прямой по линейному закону – **неравномерно распределённая нагрузка.**

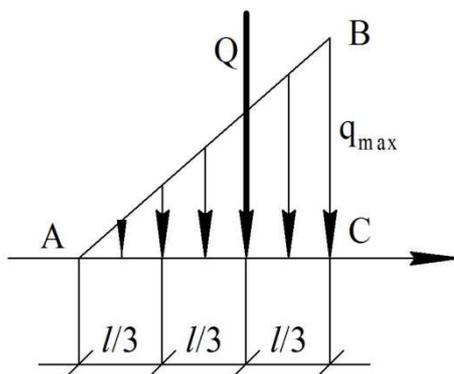


Рис. 3

В этом случае равнодействующая сила определяется как площадь треугольника по формуле:

$$Q = \frac{q_{\max} \cdot l}{2}.$$

Линия действия равнодействующей смещается в сторону больших значений интенсивности и проходит через центр тяжести площади треугольника, (пересечение медиан), который находится на расстоянии $l/3$ от стороны BC эпюрного треугольника ABC. Примером такой нагрузки может служить силы давления воды на плотину, имеющие наибольшее значение у дна и падающие до нуля у поверхности воды.

В задачах, где распределенная нагрузка изменяется по трапециевидному закону, ее можно заменить одной сосредоточенной силой, проходящей через центр тяжести трапеции и равной по модулю площади трапеции, или разбить трапецию на треугольник и прямоугольник, после чего для каждой из частей найти равнодействующую, т.е. заменить трапецию двумя сосредоточенными силами.

в) общий случай - **неравномерная криволинейно распределенная нагрузка.**

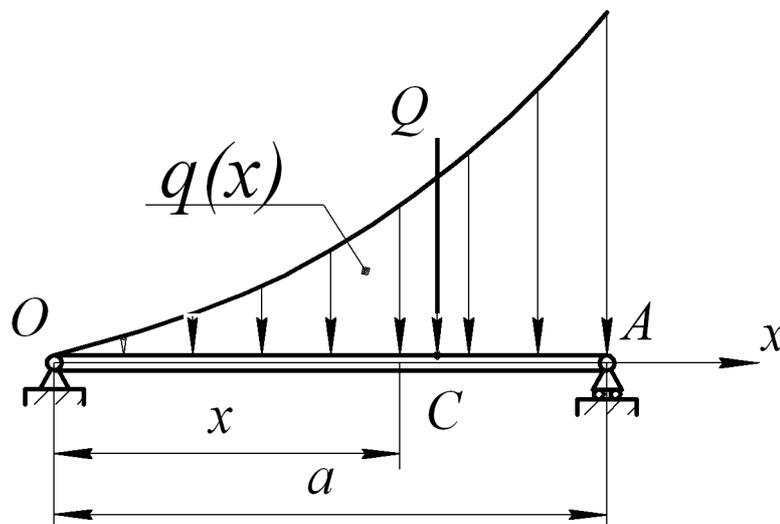


Рис. 4

Равнодействующую сплошной нагрузки получаем интегрированием по длине участка:

$$Q_x = \int_0^a q(x) dx;$$

Точка приложения сосредоточенной силы Q:

$$OC = \frac{\int_0^a x \cdot q(x) dx}{Q}$$

Внешние силы бывают активные и реактивные. **Активные силы** (нагрузка) вызывают перемещение тела, **реактивные** стремятся противодействовать перемещению тела под действием внешних сил.

Совокупность сил, приложенных к данному телу, называется системой сил.

Силы, входящие в систему сил, называют составляющими силами.

Если под действием системы сил, твердое тело остается в покое или совершает так называемое инерциальное движение, (например, все точки тела движутся прямолинейно с постоянной и одинаковой для всех точек тела скоростью), то такое состояние тела называется **состоянием равновесия**.

Система сил, под действием которой тело находится в равновесии, называется уравновешенной.

В этом случае говорят, что система сил **эквивалентна нулю** (нулевая система).

Инерциальное движение тела будет рассмотрено в динамике, в статике же под равновесием тела будем подразумевать покой. Уравновешенная система сил, будучи приложенная к покоящемуся телу, не может вывести его из этого состояния.

Если к данному телу приложена уравновешенная система сил, то говорят также, что эти **силы находятся в равновесии**.

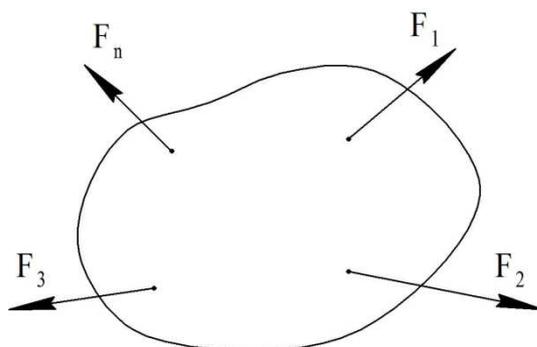


Рис. 5

Каждая система сил характеризуется определенным числом сил, их величиной и направлением (рис. 5). Систему сил принято обозначать:

$$\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n\}.$$

В зависимости от направления составляющих сил различают системы сил (рис. 6):

а) – параллельные;

б) - действующие по одной прямой;

в) – сходящиеся;

г) – произвольно направленные.

Самым общим случаем является **произвольная система сил**. Линии действия сил этой системы как угодно расположены в пространстве или в плоскости. Остальные системы можно рассматривать как частные случаи первой:

- **система сходящихся сил** – линии действия сил пересекаются в одной точке (в плоскости или в пространстве);

- **система параллельных сил** – линии действия сил параллельны друг другу (в плоскости или в пространстве).

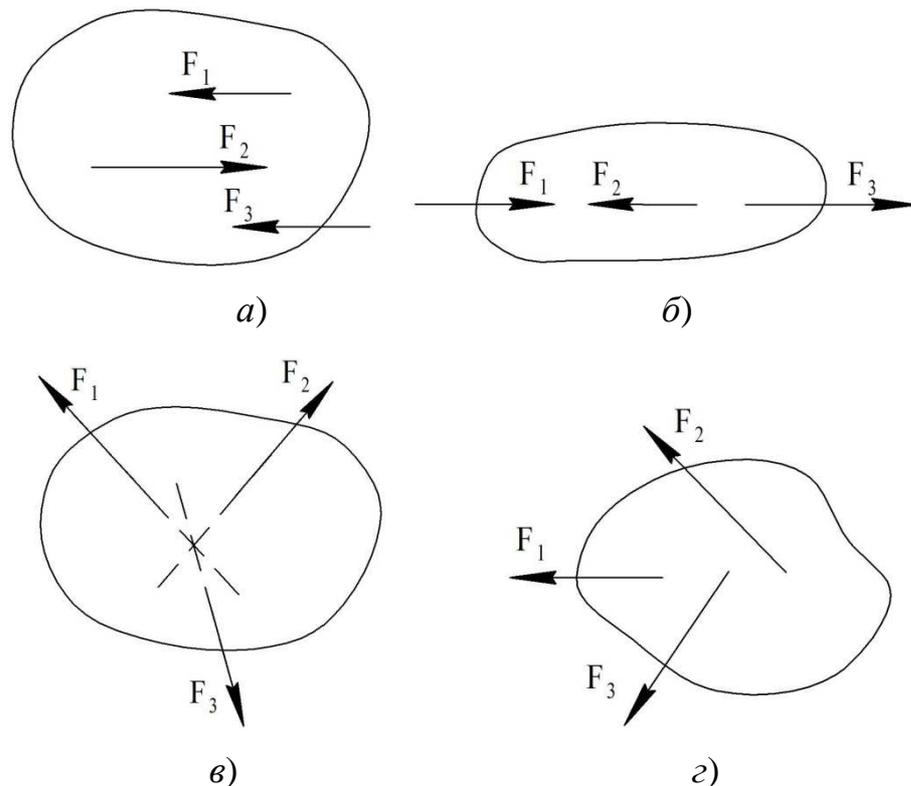


Рис. 6

Две системы сил называют эквивалентными, если, взятые порознь, они оказывают одинаковое механическое действие на тело.

Эквивалентность двух систем будем обозначать:

$$\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n\} \sim \{\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \dots, \vec{Q}_k\}.$$

Если данная система сил $\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n\}$ эквивалентная только одной силе \vec{R} , то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил:

$$\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n\} \sim \vec{R}.$$

Равнодействующая – сила, которая одна заменяет действие всей системы сил.

В этом случае силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ называются составляющими для силы \vec{R} . Замена системы сил $\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n\}$ их равнодействующей \vec{R} называется **сложением сил**. Обратный процесс замены силы \vec{R} ее составляющими силами $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ называется **разложением данной силы на ее составляющие**.

Замечание: далее векторы сил условимся обозначать буквами, набранные жирным курсивом, а их числовые значения (модули) - светлым курсивом.

Силу, равную по модулю равнодействующей и направленную по той же линии действия, но в противоположную сторону, называют уравновешивающей силой.

1.2 Рекомендуемая литература

Основная:

- 1). Яблонский А.А., Никифорова В.Л. Курс теоретической механики. М., 2002, с. 7, 8.
- 2). Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М., 2002, с. 9 – 11.
- 3). Цывильский В.Л. Теоретическая механика. М., 2001, с. 8 – 11.
- 4). Рогоза В.Е. Основы теоретической механики. Задания и примеры их исполнения. Челябинск, 1998, с. 5 – 9.

Дополнительная:

- 5). Аркуша А.И. Техническая механика. М., 2002, с. 7 – 9.
- 6). Чернышов А.Д. Статика твердого тела. Красноярск, 1989, с. 9 – 13.
- 7). Гордеев О.И., Дегтярева ВВ. Введение в курс теоретической механики. Новосибирск, 2005, с. 9 – 15.
- 8). Молотников В.Я. Основы теоретической механики. Ростов-на Дону, 2004, с. 13 – 16.

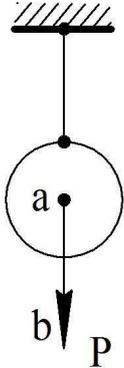
1.3 Упражнения и консультации

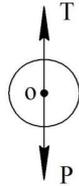
Примечание:

Консультацией пользуйтесь в том случае, когда затрудняетесь ответить на вопросы или хотите проверить правильность своего ответа.

Задания

Консультации

<p>1. Можно ли рассматривать движение космического корабля в межпланетном пространстве как движение материальной точки?</p>	<p>1. Размеры корабля весьма малы по сравнению с расстояниями, которые он проходит. Поэтому движение корабля можно рассматривать как движение материальной точки.</p>
<p>2. Показать на чертеже, что подвешенный на нити однородный шар имеет вес 10Н?</p>  <p>2 а) все ли элементы, характеризующие силу как вектор, указаны в условии?</p> <p>2 б) сделайте чертеж и изобразите силу тяжести в масштабе.</p>	 <p>2. Сила – величина векторная. Следовательно, чтобы изобразить её на чертеже, нужно знать модуль, направление и точку ее приложения.</p> <p>Выберем масштаб построения вектора. Длина отрезка l, изображающего вектор P, прямо пропорциональна его модулю P:</p> $P = \mu_P \cdot l,$ <p>где μ_P – масштаб построения вектора.</p> <p>Для изображения вектора P, модуль которого равен десяти единицам, выберем отрезок длиной $ab=20\text{мм}$, то получим значение масштаба: $\mu_P = P/ab = 10/20 = 0,5 \text{ Н/мм}$.</p> <p>Выбрав масштаб, изобразим силу тяжести, которая направлена верти-</p>

	кальню вниз, приложена в центре шара и имеет модуль 10Н.
3. Объясните, как понимать выражение: «система сил эквивалентна одной силе»?	3. Смотрите страницу 13 пособия.
4. Может ли система сил быть эквивалентной нулю? 4 а) что это означает? 4 б) поясните на примере с шаром.	4. Равнодействующая такой системы равна нулю. 
5. В чем состоит сходство и различие между равнодействующей и уравновешивающей силами?	5. Смотрите страницы 13 и 14 пособия. Силы равны по модулю, направлены по одной прямой, но в противоположные стороны.

1.4 Вопросы для самоконтроля

1. Что изучает статика?
2. Что называется материальной точкой, системой материальных точек, абсолютно твердым телом?
3. Какие тела называются свободными и несвободными? Привести примеры.
4. Приведите определение понятия «сила».
5. Перечислите признаки, характеризующие силу.
6. Основные характеристики силы, единицы измерения силы в различных системах единиц.
7. Как изображается сила на плоскости (в пространстве)? Что называется системой сил?
8. Приведите примеры сосредоточенных и распределенных сил.
9. Что называется равнодействующей произвольной системы сил?

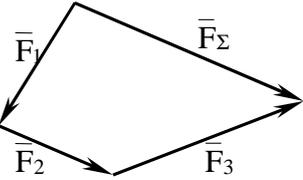
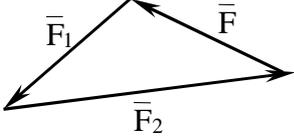
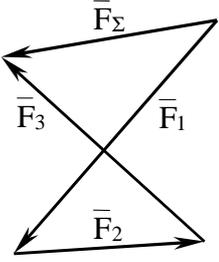
10. Всегда ли существует равнодействующая?
11. Какая сила называется уравнивающей?
12. Какие силы по отношению к системе тел являются внешними, какие – внутренними? Дайте определение внешних и внутренних сил. Привести пример, когда одна и та же сила может выступать в роли либо внешней, либо внутренней силы.
13. Доказать, что в замкнутой системе сумма внутренних сил равна нулю.
14. Какие системы сил называются статически эквивалентными?
15. Какие системы сил частного вида вы знаете?
16. В чем сходство и различие между равнодействующей и уравнивающей силами?

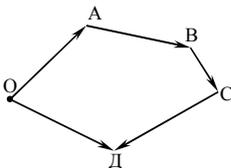
1.5 Тесты по теме

1.	<p>Выберите наиболее полное и правильное определение материальной точки:</p> <p>а) материальная точка – это тело бесконечно малой массы;</p> <p>б) материальная точка – это тело конечной массы;</p> <p>в) материальная точка – это тело конечной массы, размерами которого можно пренебречь;</p> <p>г) материальная точка – это деформируемое тело конечной массы, размерами которого можно пренебречь.</p>
2.	<p>Какое предложение неверно?</p> <p>В статике решается задача:</p> <p>а) замена одной системы сил, действующей на твердое тело, другой эквивалентной ей системой;</p> <p>б) определение необходимых и достаточных условий равновесия механической системы, находящейся под действием сил по отношению к определенной системе координат.</p>

	<p>в) определение кинематических характеристик (скоростей и ускорений) различных точек материального тела.</p>
3.	<p>В какой системе единиц измерения механических величин метр (м), килограмм (кг) и секунда (с) являются основными единицами измерения?</p> <p>а) СИ. б) МКГСС.</p>
4.	<p>Сила, эквивалентная некоторой системе сил, называется ...</p> <p>а) уравнивающей. б) равнодействующей.</p>
5.	<p>Какими факторами, указанными ниже, определяется сила?</p> <p>а) Модулем и направлением. б) Только линией действия. в) Модулем, направлением и точкой приложения к телу. г) В ответах а, б, в указаны не все факторы.</p>
6.	<p>Чему будет эквивалентна система сил, если к ней добавить уравнивающую силу?</p> <p>а) Равнодействующей силе. б) Нулю.</p>
7.	<p>При исследовании движения автомобиля по прямолинейному участку пути автомобиль нужно рассматривать:</p> <p>а) Как материальную точку. б) Как систему материальных точек.</p>
8.	<p>Как взаимно расположены равнодействующая и уравнивающая силы?</p> <p>а) Они направлены в одну сторону. б) Они направлены в противоположные стороны по одной прямой. в) Их взаимное расположение может быть произвольным.</p>
9.	<p>Выберите правильное продолжение: Уравнивающей называется...</p> <p>а) сила, эквивалентная некоторой системе сил.</p>

	<p>б) сила, равная по модулю равнодействующей и направлена по линии её действия в противоположную сторону</p>
10.	<p>Интенсивность распределенной нагрузки имеет размерность:</p> <p>а) Н/м. б) Н·м. в) Н/м². г) Н·м².</p>
11.	<p>Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется...</p> <p>а) сосредоточенной силой; б) распределенной нагрузкой.</p>
12.	<p>Даны две силы: одна равнодействующая данной системы сил, а другая уравнивающая этой же системы. Как направлены эти силы относительно друг друга? Укажите правильный ответ.</p> <p>а) Они направлены в одну сторону. б) Они направлены по одной прямой в противоположные стороны. в) Их взаимное расположение может быть произвольным.</p>
13.	<p>Силы, действующие на все точки данного объема или данной части поверхности тела, называются ...</p> <p>а) сосредоточенными силами. б) распределенной нагрузкой.</p>
14.	<p>Укажите признаки уравнивающей силы:</p> <p>а) Сила, производящая такое же действие, как данная система сил. б) Сила, равная по модулю равнодействующей и направленная в противоположную сторону.</p>
15.	<p>Может ли равнодействующая сила одна заменить действие данной системы сил на твердое тело:</p> <p>а) Может, если силы параллельны. б) Может, если силы пересекаются в одной точке. в) Не может. г) Может в любом из случаев, указанных в пунктах А и Б.</p>

16.	<p>Если данная система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется ...</p> <p>а) уравнивающей.</p> <p>б) равнодействующей.</p>
17.	<p>Выберите правильное продолжение:</p> <p>Равнодействующей системы сил называется ...</p> <p>а) геометрическая сумма сил.</p> <p>б) сила, эквивалентная данной системе сил.</p> <p>в) сила, уравнивающая данную систему сил.</p> <p>г) правильного продолжения нет.</p>
18.	<p>На каком рисунке представлен многоугольник (треугольник) сил, соответствующий уравновешенной системе сил?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>а)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>б)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>в)</p> </div> </div>
19.	<p>Действие силы на тело определяется:</p> <p>а) Численной величиной (модулем).</p> <p>б) Направлением силы.</p> <p>в) Точкой приложения силы.</p> <p>г) Численной величиной и направлением силы.</p> <p>д) Модулем, направлением силы и точкой приложения силы.</p>
20.	<p>Укажите, какой вектор силового многоугольника является равнодействующей силой.</p>

	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">а) ОА; б) АВ; в) ВС; г) СД; д) ОД.</p>
21.	<p>Выберите правильное продолжение:</p> <p>Система сил F называется уравнивающей систему сил P, если:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) в совокупности они образуют уравновешенную систему сил; б) действие этих систем сил на твердое тело одинаково; в) каждая из систем имеет одну и ту же равнодействующую силу.
22.	<p>Выберите правильное продолжение:</p> <p>Система сил называется уравновешенной, если:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) свободное твердое тело под действием этой системы сил движется поступательно и ускоренно; б) свободное твердое тело под действием этой системы сил движется поступательно и замедленно; в) свободное твердое тело под действием этой системы сил остается в равновесии или движется равномерно и прямолинейно.
23.	<p>Какое предложение верно?</p> <p>Статика изучает:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) законы механического движения материальных тел под действием приложенных сил; б) законы равновесия материальных тел под действием приложенных сил; в) определение закона движения материальных тел.

1.6 Задания для самостоятельной работы студентов

- 1). Изучить подраздел **1.1** данного методического пособия.
- 2). Сделать дополнения в своем конспекте лекций, обращаясь также к рекомендуемой литературе.
- 3). Проработать упражнения подраздела **1.3.** и тесты подраздела **1.5.**
- 4). Ответить на вопросы для самопроверки и тесты.

2. АКСИОМЫ СТАТИКИ.

2.1 Теоретические сведения

Статика основана на аксиомах, вытекающих из опыта и принимаемых без доказательств. Аксиомы статики устанавливают основные свойства сил, приложенных к абсолютно твердому телу. В различных учебниках различное количество аксиом статики. Нумерация также различна.

2.1.1 Аксиома 1, (инерции)

Всякое изолированное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока другие тела не выведут его из этого состояния.

Такое движение тела без воздействия на него других тел называют движением **по инерции**.

Из первой аксиомы следует понятие силы как причины, нарушающей состояние равновесия точки или тела.

Рассматривая первую аксиому нетрудно установить, что **уравновешенная система сил как причина механического движения эквивалента нулю**.

Примечание. Тело (в отличие от точки) под действием уравновешенной системы не всегда находится в покое или движется равномерно или прямолинейно. Возможен случай, когда уравновешенная система сил, вызывает равномерное вращение тела вокруг некоторой неподвижной оси. Следовательно, **если на тело действует уравновешенная система сил, то тело, либо находится в состоянии относительного покоя, либо движется равномерно и прямолинейно, либо равномерно вращается вокруг неподвижной оси.**

Первая аксиома в «чистом виде» не выполняется, так как полностью изолированных материальных точек или материальных тел нет. Опыт показывает, что с уменьшением действия других тел на данное его состояние все ближе подходит к состоянию равновесия. Однако равновесие возможно не только в том случае, когда отсутствуют действия других тел, но и тогда, когда эти действия взаимно нейтрализуются.

Упражнения

Консультации

<p>1. Может ли тело двигаться по инерции ($V = const$) или находиться в покое ($V = 0$) в том случае, если на него действуют силы?</p> <p>1 а) если может, то при каком условии?</p> <p>1 б) как называют такое состояние тела (при $V = const$ или $V = 0$)?</p>	<p>1. Если тело движется равномерно и прямолинейно или находится в покое, то на это тело или не действуют силы, или действует система сил, эквивалентная нулю.</p> <p>Такое состояние тела называется равновесием.</p>
<p>2. При каком условии у тела изменяется скорость, т.е. появляется ускорение?</p>	<p>2. Тело движется с ускорением, если на него действует неуравновешенная система сил.</p>

2.1.2 Аксиома 2, устанавливающая условие равновесия двух сил

Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю $|F_1| = |F_2|$ и направленные по одной прямой в противоположные стороны (рис. 7).

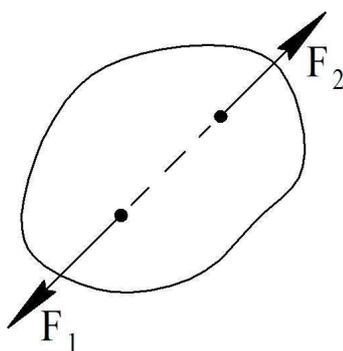


Рис. 7

2.1.3 Аксиома 3 присоединения и исключения уравновешенных сил

Действие системы сил на твердое тело не изменится, если к ней присоединить или отбросить от нее уравновешенную систему сил.

Тело (рис. 8) находится в состоянии равновесия. Если к нему приложить несколько взаимно уравновешенных сил ($F_1 = F'_1$; $F_2 = F'_2$; $F_3 = F'_3$), то равновесие не нарушается. Аналогичный эффект получится при отбрасывании этих уравновешенных сил.

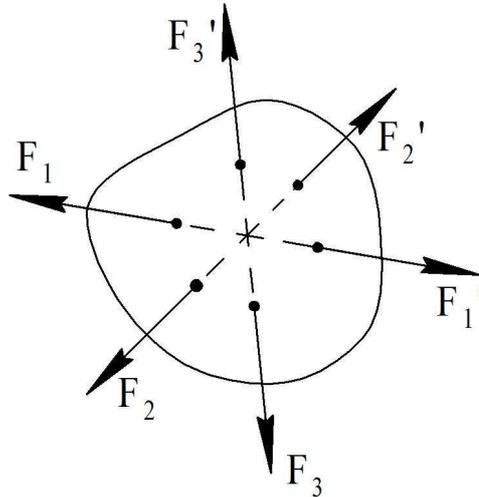


Рис. 8

Системы сил (рис. 7 и рис. 8) эквивалентны, т.к. под действием каждой из них тело находится в равновесии.

Следствие из 2-й и 3-й аксиом:

Всякую силу, действующую на абсолютно твердое тело, можно перенести вдоль линии ее действия в любую точку тела, не нарушив при этом его механического состояния.

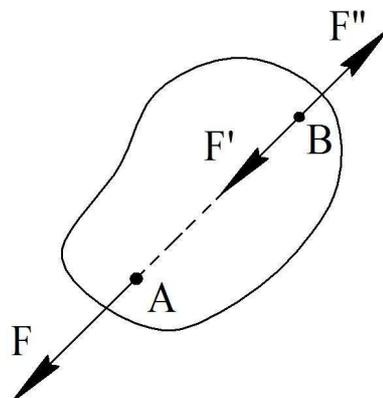


Рис. 9

Пусть на тело в точке A действует сила F (рис. 9). В произвольной точке B на линии действия силы F приложим две уравновешенные силы F' и F'' , (равные по модулю силе F и направленные в противоположные стороны). Состояние тела в этом случае не нарушится, так как силы F и F'' также образуют уравновешенную систему, которую можно отбросить. Таким образом, силу F можно заменить равной силой F' , перенесенной по линии действия силы F из точки A в точку B .

Векторы, которые можно переносить по линии их действия, называют **скользящими**. Как показано выше, сила является **скользящим вектором**.

Полученный результат справедлив только для сил, действующих на абсолютно твердое тело. При инженерных расчетах им можно пользоваться лишь тогда, когда определяются условия равновесия той или иной конструкции и не рассматриваются возникшие в её частях внутренние усилия.

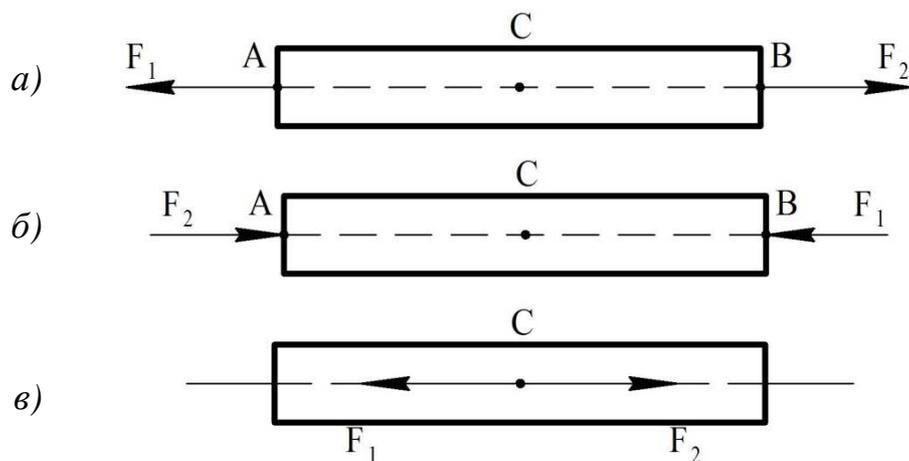


Рис. 10

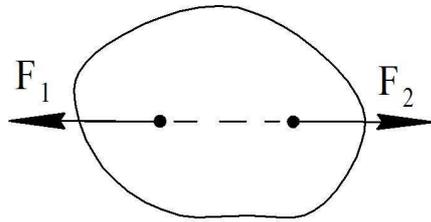
Так, в случае, приведенном на рисунке 10а) стержень AB находится в равновесии если $F_1 = F_2$. При переносе точки приложения силы F_1 в точку B , а силу F_2 в точку A (рис. 10 б) или при переносе точек приложения обеих сил в какую-либо точку C стержня (рис. 10 в) равновесие не нарушится.

Однако внутренние усилия будут в каждом из рассмотренных случаев разными. В случаях: а) стержень под действием приложенных сил растягивается; б) стержень будет сжиматься; в) стержень не напряжен.

Упражнения

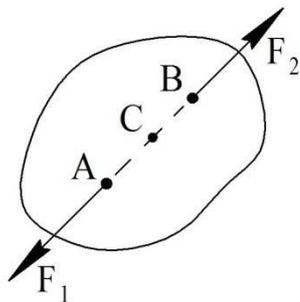
Консультации

3. Нарушится ли равновесие твердого тела, если равные по модулю силы F_1 и F_2 поменять местами?



3. смотрите следствие из 2-й и 3-й аксиом.
(Не нарушится).

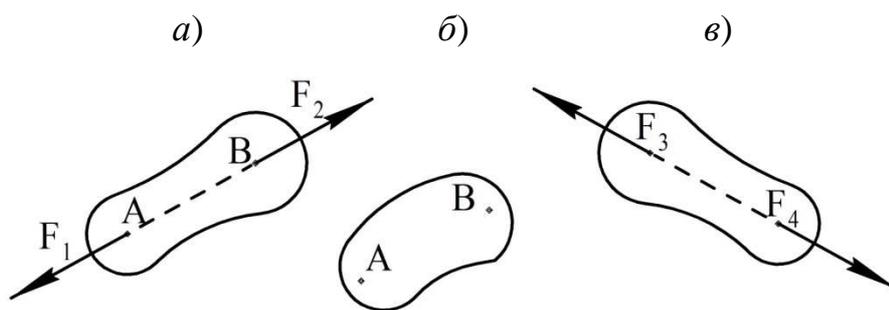
4. Нарушится ли равновесие твердого тела, если силу F_1 перенести из точки A в точку C ? $F_1 = -F_2$



4. смотрите следствие из 2-й и 3-й аксиом.
(Не нарушится).

5. Будут ли данные системы, изображенные на рисунках a , b и v эквивалентны нулю?

$$|F_1| = |F_2|; |F_3| = |F_4|$$



5. Системы сил a) и v) уравновешены, т.к. $|F_1| = |F_2|$ и $|F_3| = |F_4|$; их можно отбросить. Системы a) и v) станут эквивалентны системе b), а, следовательно, эквивалентны нулю.

2.1.4 Аксиома 4 определяет правила сложения двух сил

Равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке, приложена в точке их пересечения и равна по величине и направлению диагонали параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах (рис. 11).

Правило 1 определения равнодействующей (правило параллелограмма)

Определение равнодействующей двух сил по правилу параллелограмма называется **векторным** или **геометрическим** сложением и выражается векторным равенством, (рис. 11): $R = F_{\Sigma} = F_1 + F_2$.

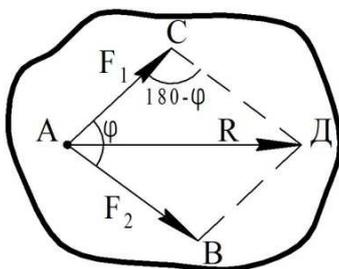


Рис. 11

Равнодействующая двух пересекающихся сил равна геометрической (векторной) сумме этих сил и приложена в точке их пересечения.

Правило 2 *определения равнодействующей (правило векторного «силового» треугольника)*

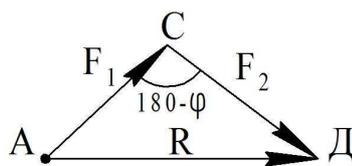


Рис. 12

Если из конца первой силы F_1 отложить вторую силу F_2 , тогда равнодействующая есть вектор, идущий из начала первой силы в конец второй.

Модуль равнодействующей двух сил можно определить из ΔACD по теореме косинусов, (рис. 12):

$$R^2 = F_{\Sigma}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \varphi),$$

где: $\cos(180^\circ - \varphi) = -\cos \varphi$,

тогда: $R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \varphi$, или $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$.

Направление равнодействующей силы определяем по направляющим косинусам:

$$\cos(R \wedge OX) = \frac{R_x}{R}; \quad \cos(R \wedge OY) = \frac{R_y}{R}; \quad \cos(R \wedge OZ) = \frac{R_z}{R}.$$

На основании этой аксиомы одну силу R (F_{Σ}) можно заменить двумя силами F_1 и F_2 . Замену одной силы несколькими называют разложением данной

силы на составляющие. Эта операция называется **векторной** или **геометрической** разностью.

2.1.5 Аксиома 5 устанавливает, что в природе не может быть одностороннего действия сил (третий закон Ньютона)

При взаимодействии тел всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие, поэтому силы, с которыми два тела действуют друг на друга, всегда равны по модулю и направлены по прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны (рис. 13).

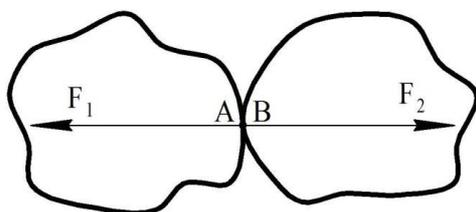


Рис. 13

Если на тело B (рис. 13) действует сила F_2 со стороны тела A , то на тело A действует со стороны тела B такая же по численному значению сила F_1 . Обе силы действуют по одной прямой и направлены в противоположные стороны.

Из пятой аксиомы следует, что силы всегда встречаются попарно, все силы носят характер взаимодействий.

Силы действия и противодействия не уравниваются, так как они приложены к разным телам.

2.1.6 Аксиома 6, аксиома отвердевания

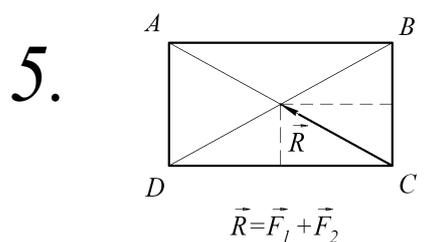
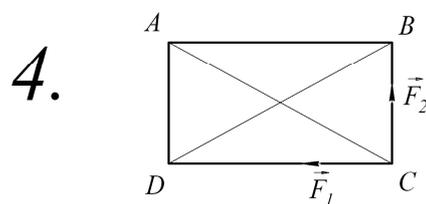
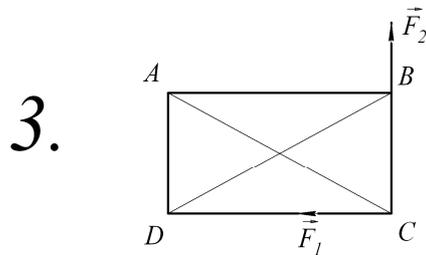
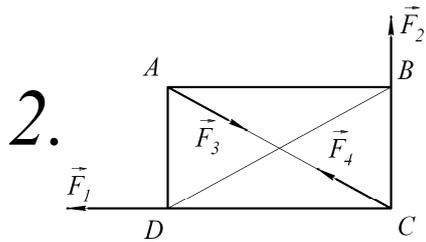
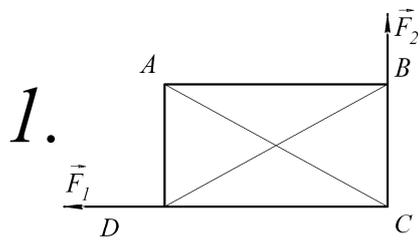
Если деформируемое (не абсолютно твердое) тело находится в равновесии под действием некоторой системы сил, то равновесие его не нарушается и после того, как оно отвердеет (станет абсолютно твердым).

Принцип отвердевания приводит к выводу о том, что наложение дополнительных связей не изменяет равновесия тела и позволяет рассматривать деформируемые тела (тросы, цепи и пр.), находящиеся в равновесии, как абсолютно твердые тела и применять к ним методы статики.

Упражнения

Консультации

6. На рисунке изображены пять эквивалентных систем сил. На основании каких аксиом или свойств сил доказанных на их основании, осуществлены преобразования исходной (первой) системы сил в каждую из последующих (первой во вторую, первой во третью и т.д.)

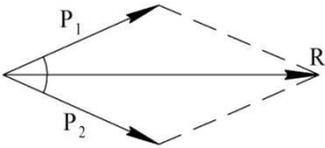
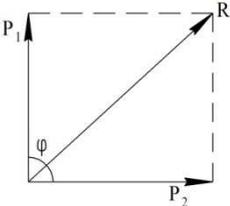
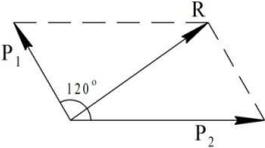


6.1 Система сил (1.) преобразована в систему сил (2.) на основании аксиомы присоединения или отбрасывания систем взаимно уравновешивающихся сил \vec{F}_3 и \vec{F}_4 . При присоединении или отбрасывании таких систем сил полученная система сил остается эквивалентной исходной системе сил и кинематическое состояние тела не изменяется.

6.2 Система сил (1.) преобразована в систему сил (3.) на основании свойства силы: силу можно переносить вдоль ее линии действия в пределах данного тела в любую точку, при этом кинематическое состояние тела или эквивалентность системы сил не изменяется.

6.3 Система сил (1.) преобразована в систему сил (4.) путем переноса сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 вдоль их линии действия в точку C, а следовательно системы сил (1.) и (4.) эквивалентны.

6.4 Система сил (1.) преобразована в систему сил (5.) путем перехода от системы сил (1.) к системе сил (4.) и сложения сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 в точке C на основании аксиомы о равнодействующей двух сил, приложенных в одной точке.

<p>7. Вычислите равнодействующую двух сил P_1 и P_2, если:</p> <p>7 а) $P_1 = P_2 = 2 \text{ Н}$, $\varphi = 30^\circ$;</p> <p>7 б) $P_1 = P_2 = 2 \text{ Н}$, $\varphi = 90^\circ$.</p>	<p>7. Модуль равнодействующей сил P_1 и P_2 определяется по формуле:</p> $R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos \varphi}$ <p>7, а) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;</p>  <p>$R = 3,86 \text{ Н}$.</p> <p>7, б) $\cos 90^\circ = 0$;</p>  <p>$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = 2,83 \text{ Н}$.</p>
<p>8. Сделайте рисунок и найдите равнодействующую для случаев:</p> <p>8 а) $P_1 = P_2 = 2 \text{ Н}$, $\varphi = 120^\circ$;</p> <p>8 б) $P_1 = P_2 = 2 \text{ Н}$, $\varphi = 0^\circ$;</p> <p>8 в) $P_1 = P_2 = 2 \text{ Н}$, $\varphi = 180^\circ$.</p>	<p>8 а) $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$; $R = 2 \text{ Н}$.</p>  <p>8 б) $\cos 0^\circ = 1$; $R = P_1 + P_2 = 4 \text{ Н}$.</p>  <p>8 в) $\cos 180^\circ = -1$; $R = P_2 - P_1 = 2 - 2 = 0$.</p>  <p>Примечание: если $P_1 \neq P_2$ и $P_1 > P_2$, то R направлена в ту же сторону, что и сила P_1.</p>

2.2 Рекомендуемая литература

Основная:

- 1). Яблонский А.А., Никифорова В.Л. Курс теоретической механики. М., 2002. с. 8 – 10.
- 2). Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М., 2002. с. 11 – 15.
- 3). Цывильский В.Л. Теоретическая механика. М., 2001. с. 16 – 19.
- 4) Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. М., 2000. с. 4 – 20.

Дополнительная:

- 5). Аркуша А.И. Техническая механика. М., 2002. с. 10 – 15.
- 6). Чернышов А.Д. Статика твердого тела. Красн-к., 1989. с. 13 – 20.
- 7). Эрдеди А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов. М., 2001. с. 8 – 12.
- 8) Олофинская В.П. Техническая механика. М., 2003. с. 5 – 7.

2.3 Вопросы для самоконтроля

1. Привести примеры, иллюстрирующие аксиомы статики.
2. Объяснить положение: аксиомы статики установлены опытным путем.
3. Привести примеры применения аксиом статики в технике.
4. Сформулируйте аксиому о равновесии двух сил.
5. Назовите простейшую систему сил эквивалентную нулю.
6. В чем сущность аксиомы присоединения и исключения уравновешенной системы сил?
7. В чем физический смысл аксиомы отвердевания?
8. Сформулируйте правило параллелограмма сил.
9. Что выражает аксиома инерции?
10. Являются ли условия равновесия абсолютно твердого тела необходимыми и достаточными для равновесия деформируемых тел?
11. Приведите формулировку аксиомы равенства действия и противодействия.

12. В чем принципиальная ошибка выражения «действие и противодействие уравниваются»?

13. Как направлена равнодействующая R системы сил, если сумма проекций этих сил на ось OY равна нулю?

14. Как определяется проекция силы на ось?

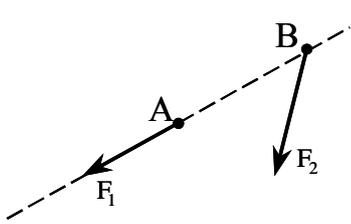
15. Изложить алгоритм (порядок) определения модуля равнодействующей F_z , если заданы:

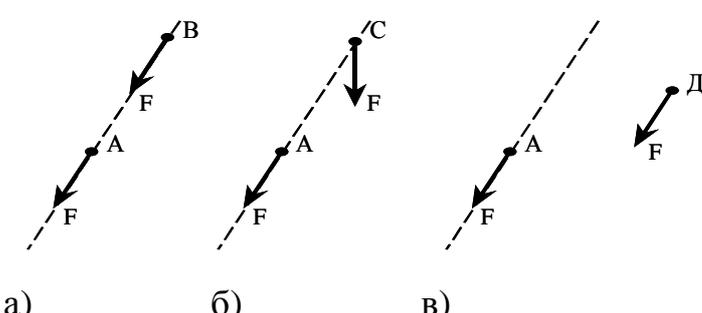
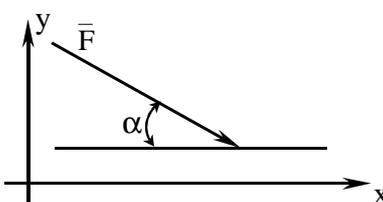
а) модуль и направление одной составляющей F , а также направления другой составляющей F_2 и равнодействующей;

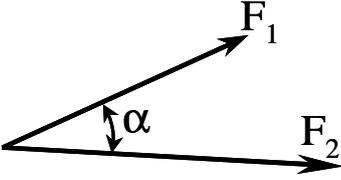
б) модули обеих составляющих и направление равнодействующей;

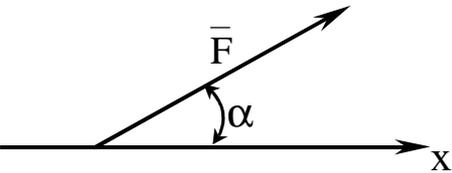
в) направления обеих составляющих и равнодействующей.

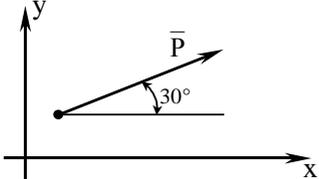
2.4 Тесты по теме

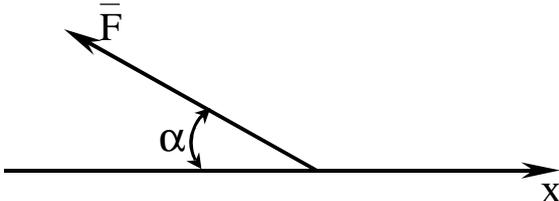
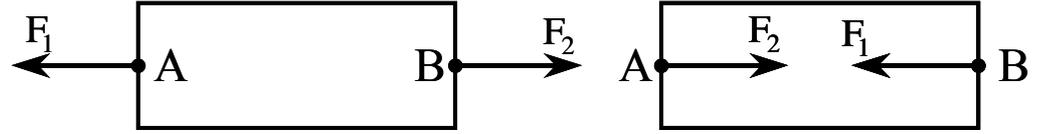
1.	<p>На рисунке изображены две силы, линии действия которых лежат в одной плоскости. Можно ли найти их равнодействующую по правилу параллелограмма?</p>  <p>а) Можно. б) Нельзя.</p>
2.	<p>Вставьте пропущенное слово. Проекция вектора на ось является ... величиной.</p> <p>а) векторной; б) скалярной.</p>

3.	<p>В каком из случаев, указанных на рисунках а), б) и в), перенос силы из точки A в точки B, C или D не изменит механического состояния твердого тела?</p>  <p style="text-align: center;">а) б) в)</p>
4.	<p>На рис. б) (см. пункт 3) изображены две силы, линии действия которых, лежат в одной плоскости. Можно ли найти их равнодействующую по правилу параллелограмма?</p> <p>а) Можно; б) Нельзя.</p>
5.	<p>При каком значении угла между двух сил \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 их равнодействующая определяется по формуле $F_{\Sigma} = F_1 + F_2$?</p> <p>а) 0°; б) 90°; в) 180°.</p>
6.	<p>Чему равна проекция силы \bar{F} на ось y?</p>  <p>а) $F \cdot \sin\alpha$; б) $-F \cdot \sin\alpha$; в) $F \cdot \cos\alpha$; г) $-F \cdot \cos\alpha$.</p>
7.	<p>Если к абсолютно твердому телу приложить две силы, равные по модулю и направленные по одной прямой в противоположные стороны, то равновесие тела:</p> <p>а) Нарушится; б) Не нарушится.</p>

8.	<p>При каком значении угла между двух сил \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 их равнодействующая определяется по формуле $F_\Sigma = F_1 - F_2$?</p> <p>а) 0°; б) 90°; в) 180°.</p>
9.	<p>Определить направление вектора силы \bar{P}, если известно: $P_x = 30\text{Н}$, $P_y = 40\text{Н}$.</p> <p>а) $\cos(\text{OX}, \wedge \bar{P}) = 3/4$; $\cos(\text{OY}, \wedge \bar{P}) = 0$. б) $\cos(\text{OX}, \wedge \bar{P}) = 0$; $\cos(\text{OY}, \wedge \bar{P}) = 3/4$. в) $\cos(\text{OX}, \wedge \bar{P}) = 3/5$; $\cos(\text{OY}, \wedge \bar{P}) = 4/5$. г) $\cos(\text{OX}, \wedge \bar{P}) = 3/4$; $\cos(\text{OY}, \wedge \bar{P}) = 1/2$.</p>
10.	<p>Чему равен модуль равнодействующей двух сил?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>а) $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$; б) $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$; в) $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \sin \alpha}$; г) $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.</p>
11.	<p>Укажите правильное выражение для расчета проекции силы \bar{P} на ось x, если модуль силы $P = 100\text{ Н}$, $\cos(\bar{P} \wedge \text{OX}) = 0,56$; $\cos(\bar{P} \wedge \text{OY}) = 0,82$.</p> <p>а) $100 \cdot 0,82 = 82\text{ Н}$. б) $-100 \cdot 0,82 = -82\text{ Н}$. в) $100 \cdot (-0,56) = -56\text{ Н}$. г) $100 \cdot 0,56 = 56\text{ Н}$. д) Правильного решения нет.</p>

12.	<p>Можно ли силу, приложенную к твердому телу, переносить вдоль линии действия без изменения действия силы на тело?</p> <p>а) Можно всегда. б) Нельзя ни при каких условиях. в) Можно, если на тело не действуют другие силы.</p>
13.	<p>Результат сложения векторов называется...</p> <p>а) геометрической суммой. б) алгебраической суммой.</p>
14.	<p>Можно ли силу в 50 Н разложить на две силы, например, по 200 Н каждая?</p> <p>а) Можно. б) Нельзя.</p>
15.	<p>Результат вычитания векторов называется...</p> <p>а) геометрической разностью. б) алгебраической разностью.</p>
16.	<p>Чему равна проекция силы \vec{F} на ось x?</p> <div style="text-align: center;">  <p>The diagram shows a horizontal axis labeled 'x' with an arrow pointing to the right. A vector labeled 'F' with a bar over it is drawn from the origin at an angle alpha above the x-axis. A curved arrow indicates the angle alpha between the vector and the x-axis.</p> </div> <p>а) $F_x = F \cdot \sin\alpha$. б) $F_x = -F \cdot \sin\alpha$. в) $F_x = -F \cdot \cos\alpha$. г) $F_x = F \cdot \cos\alpha$.</p>
17.	<p>Является ли сила скользящим вектором?</p> <p>а) Является. б) Не является.</p>
18.	<p>Две системы сил уравнивают друг друга. Можно ли утверждать, что их равнодействующие равны по модулю и направлены по одной</p>

	<p>прямой?</p> <p>а) Да.</p> <p>б) Нет.</p>
19.	<p>Определить модуль силы \mathbf{P}, если известны: $P_x = 30$ Н, $P_y = 40$ Н.</p> <p>а) 70 Н;</p> <p>б) 50 Н;</p> <p>в) 80 Н;</p> <p>г) 10 Н;</p> <p>д) Нет правильного ответа.</p>
20.	<p>Чему равна проекция силы \vec{P} на ось y ?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>а) $P_y = P \cdot \sin 60^\circ$;</p> <p>б) $P_y = P \cdot \sin 30^\circ$;</p> <p>в) $P_y = -P \cdot \cos 30^\circ$;</p> <p>г) $P_y = -P \cdot \sin 30^\circ$;</p> <p>д) Нет правильного ответа.</p>
21.	<p>Зависят ли модуль и направление равнодействующей от порядка, в котором откладываются складываемые силы?</p> <p>а) Зависят;</p> <p>б) Не зависят.</p>
22.	<p>При каком значении угла α между вектором силы и осью проекция силы на эту ось равна 0?</p> <p>а) $\alpha = 0$; б) $\alpha = 90^\circ$; в) $\alpha = 180^\circ$; г) $\alpha = 60^\circ$;</p> <p>д) Нет правильного ответа.</p>

23.	<p>Чему равна проекция силы \vec{F} на ось x?</p>  <p>а) $-F \cdot \sin \alpha$; б) $F \cdot \sin \alpha$; в) $-F \cdot \cos \alpha$; г) $F \cdot \cos \alpha$.</p>
24.	<p>Определите модуль силы \vec{F}, если известны её проекции на оси x и y.</p> <p>а) $\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$; б) $F_x + F_y$; в) $\sqrt{F_x^2 + F_y^2 - 2 \cdot F_x \cdot F_y \cdot \cos \alpha}$; г) $\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + 2 \cdot F_x \cdot F_y \cdot \cos \alpha}$.</p>
25.	<p>Могут ли силы действия и противодействия взаимно уравновешиваться?</p> <p>а) Не могут; б) Могут.</p>
26.	<p>Абсолютно твердое тело находится в равновесии под действием двух равных по величине сил F_1 и F_2. Нарушится ли равновесие тела, если эти силы будут перенесены, как показано на рисунке?</p>  <p>а) Нарушится; б) Не нарушится.</p>

27.	<p>Проекция вектора на ось равна:</p> <p>а) произведению модуля вектора на косинус угла между вектором и положительным направлением оси координат;</p> <p>б) произведению модуля вектора на синус угла между вектором и положительным направлением оси координат.</p>
28.	<p>Почему силы действия и противодействия не могут взаимно уравновешиваться?</p> <p>а) Эти силы не равны по модулю;</p> <p>б) Они не направлены по одной прямой;</p> <p>в) Они не направлены в противоположные стороны;</p> <p>г) Они приложены к разным телам.</p>
29.	<p>В каком случае две силы, действующие на твердое тело можно заменить их геометрической суммой?</p> <p>а) В состоянии покоя;</p> <p>б) В любом случае;</p> <p>в) При движении;</p> <p>г) В зависимости от дополнительных условий.</p>

2.5 Задания для самостоятельной работы студентов

- 1). Изучить подраздел **2.1** данного методического указания, проработав предложенные упражнения.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля и тесты по данному разделу.
- 3). Сделать дополнения в своем конспекте лекций, обращаясь также к рекомендуемой литературе.
- 4). Изучить и сделать краткий конспект следующего раздела «**Действие над векторами**» (4, с. 4-20), (7, с. 13,14):
 - 1.Сложение векторов. Правила параллелограмма, треугольника и многоугольника. Разложение вектора на два составляющих. Разность векторов.
 3. Сложение и разложение векторов графоаналитическим способом.
 4. Решить самостоятельно следующие номера задач (4, с. 14-16, 19): **6-2, 8-2, 9-2, 10-2, 13-3, 14-3.**

3. СВЯЗИ И ИХ РЕАКЦИИ

3.1 Понятия связей

Как уже отмечалось, в механике тела могут быть свободными и несвободными. Системы материальных тел (точек), положения и движения, которых подчинены некоторым геометрическим или кинематическим ограничениям, заданным наперед и не зависящим от начальных условий и заданных сил, называется **несвободной**. Эти ограничения, наложенные на систему и делающие ее несвободной, называются **связями**. Связи могут осуществляться с помощью различных физических средств: механических соединений, жидкостей, электромагнитных или других полей, упругих элементов.

Примерами несвободных тел являются груз, лежащий на столе, дверь, подвешенная на петлях, и т.п. Связями в этих случаях будут: для груза – плоскость стола, не дающая грузу перемещаться по вертикали вниз; для двери – петли, не дающие двери отойти от косяка. Связями также являются тросы для грузов, подшипники для валов, направляющие для ползунов и т.д.

Подвижно соединенные детали машин могут соприкасаться по плоской или цилиндрической поверхности, по линии или по точке. Наиболее распространен контакт между подвижными частями машин по плоскости. Так контактируют, например, ползун и направляющие пазы кривошипно-шатунного механизма, задняя бабка токарного станка и направляющие станины. По линии соприкасаются ролики с кольцами подшипника, опорные катки с цилиндрическим каркасом опрокидывателя вагонеток и т.д. Точечный контакт образуется в шарикоподшипниках между шариками и кольцами, между острыми опорными частями и плоскими деталями.

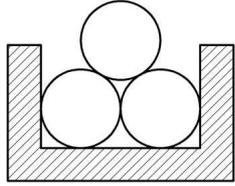
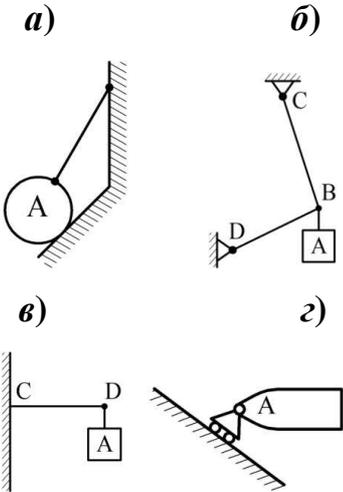
3.2 Упражнения на определение связей

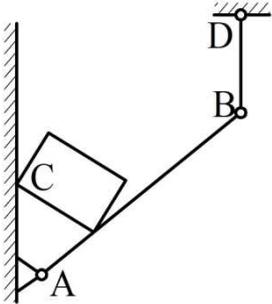
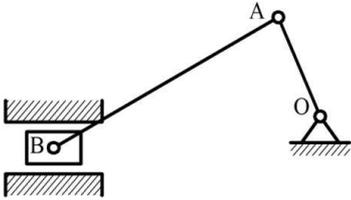
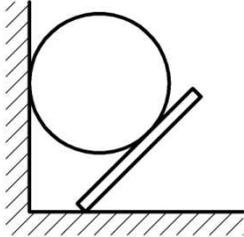
Замечание: Выполняя задание по определению связей, в каждом частном случае в первую очередь нужно выделить объект, т.е. такое тело, движение или равновесие которого будет рассматриваться. Это важно сделать потому, что одно и то же тело можно рассматривать и как объект и как связь

для другого тела. Только после того, как объект установлен, нужно указать его связи.

Задание

Консультация

<p>1. Назовите связи для лестницы, приставленной к стене.</p>	<p>1. Для лестницы (объект), приставленной к стене, связями являются стена и пол.</p>
<p>2. Укажите связи для шара на бильярдном столе.</p>	<p>2. Для бильярдного шара (объект) связями являются поверхность и бортики стола.</p>
<p>3. В ящике лежат три трубы, как указано на рисунке. Укажите связи:</p> <p>а) для верхней трубы;</p> <p>б) для двух нижних труб.</p> 	<p>3. Для верхней трубы связями являются нижние трубы, а для нижних – дно и стенки ящика.</p>
<p>4. Выделите возможные объекты равновесия из совокупности тел, изображенных на рисунках <i>а</i>, <i>б</i>, <i>в</i> и <i>г</i> и укажите связи для каждого объекта (тела).</p> 	<p>4. Связями являются:</p> <p>а) для объекта <i>A</i> – нить и наклонная поверхность;</p> <p>б) для объекта <i>A</i> – стержни <i>BC</i> и <i>BD</i>;</p> <p>в) для объекта <i>A</i> – стержень <i>CD</i>;</p> <p>г) для объекта <i>A</i> – наклонная поверхность.</p>

<p>5. Укажите связи для объекта C и балки AB.</p> 	<p>5. Связями являются: для объекта C балка AB и стена; для балки AB стена и нить BD.</p>
<p>6. Перечислите связи для звеньев кривошипно-шатунного механизма:</p> <p>а) для кривошипа OA;</p> <p>б) для шатуна AB;</p> <p>в) для поршня B.</p> <p>Для каких объектов шатун AB является связью?</p> 	<p>6. Связями являются:</p> <p>а) для кривошипа OA вал O и шатун AB;</p> <p>б) для шатуна AB – кривошип OA и поршень B;</p> <p>в) для поршня B – шатун AB и стенки цилиндра.</p> <p>Шатун AB является связью для кривошипа OA и поршня B.</p>
<p>7. Что является связями для цилиндра, изображенного на рисунке?</p> 	<p>7. Связями цилиндра являются стена и стержень.</p>

3.3 Виды связей и их реакции

При взаимодействии между телом и его связями возникают силы, противодействующие возможным движениям тела. Тело, стремясь под действием приложенных сил осуществить перемещение, которому препятствует связь, будет действовать на нее с некоторой силой, называемой **силой давления на связь**. Одновременно по закону о равенстве действия и противодействия связь будет действовать на тело с такой же по модулю, но противоположно направленной силой.

Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тем или иным его перемещениям, называется силой реакции (противодействия) связи или просто реакцией связи.

Силовое взаимодействие связи на рассматриваемое тело приводится к силе R и паре сил с моментом M . Сила R называется реакцией связи, а момент M – моментом реакции, опорным или реактивным моментом.

Реакции связи и опорные моменты относятся к **пассивным** силам, т.к. они не способны сообщить движение телу, т.е. не способны изменить кинематическое состояние тела. Все остальные силы – **активные**, способные изменить кинематическое состояние тела (не исчезают при устранении связей).

Принцип освобожденности от связей

Для определения реакций связей используют **принцип освобожденности от связей или аксиому связей**:

Всякое несвободное тело можно, мысленно отбросив связи, рассматривать как свободное, если действия связей заменить реакциями связей.

Определение реакций связей является одной из основных задач статического расчета любого сооружения или механизма.

В зависимости от направления реакций связи можно разделить на три группы:

1) направления реакций определяются связями и не зависят от других приложенных сил;

2) направление реакций частично определяются связями и зависят, кроме того, от других приложенных сил;

3) направление реакций заранее неизвестны и зависят от других приложенных сил.

Направление сил реакции (*основные правила*)

1. Реакция связи всегда противоположна тому направлению, по которому связь препятствует движению тела.

2. Если связь **разрешает** поступательные движения тела в каком-то направлении, то силы реакции в таком направлении **не будет**, если связь **запрещает** движение в каком-то направлении, то реакция **будет**.

3. Если связь **разрешает** повороты вокруг нее, то момента реакции **не будет**, если **запрещает** повороты, то **будет** действовать момент реакции.



ОДНОСТОРОННИЕ СВЯЗИ (1 группа)

К этой группе относятся следующие, часто встречающиеся в практических задачах связи:

- *связь в виде идеально гладкой поверхности;*
- *свободное опирание тела о связь;*
- *опора на катках;*
- *гибкая связь;*
- *идеальный блок.*

3.3.1 Связь в виде гладкой (без трения) поверхности

Любая реальная поверхность является шероховатой и имеет трение. Если при движении по поверхности тело испытывает минимальное трение, например, при скольжении конькобежца по льду, при движении полированного стального или стеклянного бруска по полированной стеклянной или стальной поверхности и т.д. то силой трения можно пренебречь. В этом случае получим идеальную **абсолютно гладкую поверхность**. Подобное допущение упрощает решение задач.

Гладкая поверхность не дает телу перемещаться только по направлению общего перпендикуляра (нормали) к поверхности соприкасающихся тел в точке их касания. Поэтому **реакция N гладкой поверхности или опоры направлена по общей нормали к поверхности соприкасающихся тел в точке их касания и приложена в этой точке.**

Пример 1. На гладкой неподвижной горизонтальной плоскости покоится шар (рис. 14 *a*). Плоскость, ограничивая движение шара, является для него связью. Если мысленно освободить шар от связи (рис. 14 *б*), то для удержания его в покое к нему в точке касания с плоскостью нужно приложить силу N , равную весу шара G по модулю и противоположную ему по направлению.

Сила N и будет реакцией плоскости. Тогда шар, освобожденный от связи, будет свободным телом, на которое действует задаваемая сила G и реакция плоскости N .

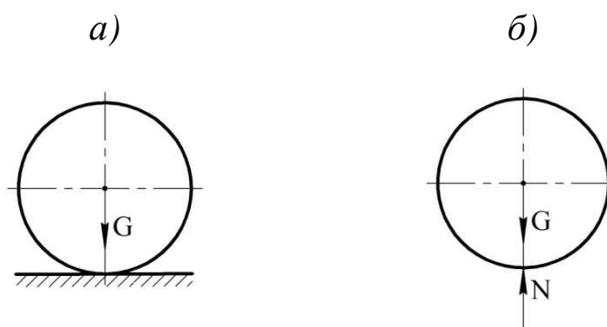


Рис. 14

Пример 2. На рисунке 15 показана связь в виде контакта двух идеально гладких поверхностей: цилиндрической поверхности с неподвижной горизонтальной плоскостью. Реакция связи N направлена также по нормали к опорной поверхности.

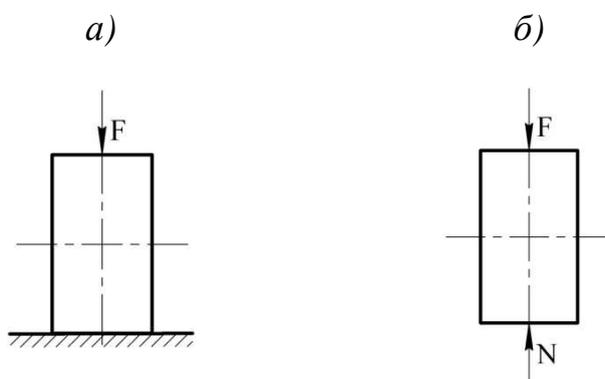


Рис. 15

Сила N и будет реакцией плоскости. Тогда шар, освобожденный от связи, будет свободным телом, на которое действует задаваемая сила G и реакция плоскости N .

3.3.2 Примеры свободного опирания тела о связь (точечная опора, опора на ребро, опора на острие)

Пример 1. Балка весом G в точке B опирается на гладкую полусферу; в точках A и D – на гладкие горизонтальную и вертикальную плоскости (рис. 16). В этом случае реакции полусферы, пола и стены будут иметь указанные на рисунке направления.

Пример 2. При опирании тела своим ребром о гладкую криволинейную поверхность реакция связи (R_A) направлена перпендикулярно касательной к поверхности (рис. 17).

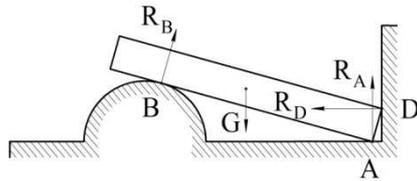


Рис. 16

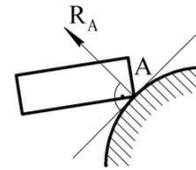


Рис. 17

Пример 3. При опирании тела о ребро связи (рис. 18) или острие связи (рис. 19) своей гладкой поверхностью (плоской или криволинейной) реакция связи направлена перпендикулярно поверхности тела (R_B) или касательной к поверхности тела (R_C).

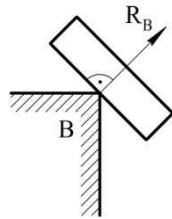


Рис. 18



Рис. 19

Пример 4. При опирании гладкой поверхности тела о гладкую поверхность связи реакция связи направлена перпендикулярно общей касательной обеих поверхностей (R_D и R_E , рис. 20 и рис. 21).

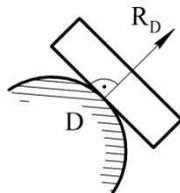


Рис. 20

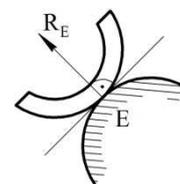


Рис. 21

Пример 5. На тело кругового очертания реакция связи R_1 и R_2 действует в радиальном направлении. Такие реакции получают, например, фрикционные диски кругового опрокидывателя вагонеток со стороны роликовых опор (рис. 22).

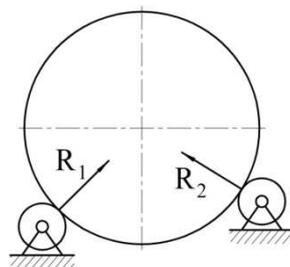


Рис. 22

3.3.3 Связь в виде шарнирно подвижной опоры

Пример 1, плоский случай. Тело (брус) опирается на опорную поверхность не непосредственно, а через цилиндрический шарнир, поставленный на катки (рис. 23 а, б). Такая опора препятствует перемещению тела только в направлении, перпендикулярном опорной поверхности катков (вдоль опорной поверхности шарнир вместе с прикрепленным к нему телом может перемещаться).

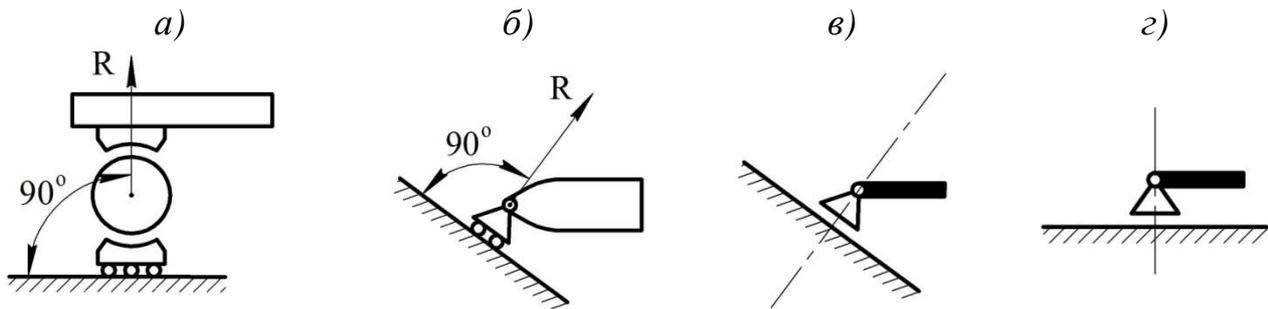


Рис. 23

Из-за сравнительно большой подвижности катка трением пренебрегают и поэтому: **реакция связи шарнирно-подвижной опоры направлена перпендикулярно опорной поверхности.**

На рисунке 23 б, в и г дано условное обозначение шарнирно-подвижной опоры.

Пример 2, пространственный случай. Подвижная сферическая шарнирная опора (рис. 24) допускает поворот тела в любом направлении в пространстве, а ее основание подвижно и может находиться на цилиндрических или сферических катках.

Тело имеет возможность перемещаться в плоскости, параллельной основанию, но не может перемещаться перпендикулярно основанию, так как нарушится связь. Поэтому **реакция такой опоры R_A направлена перпендикулярно плоскости ее подвижного основания.**

Таким образом, направление реакции будет известно, а её величина неизвестна. Расположим оси координат x и y в плоскости основания опоры, а ось z перпендикулярно к ней, тогда из проекций реакции опоры R_A на оси координат неизвестной будет только одна проекция

$$Z_A = R_A \neq 0; X_A = Y_A = 0.$$

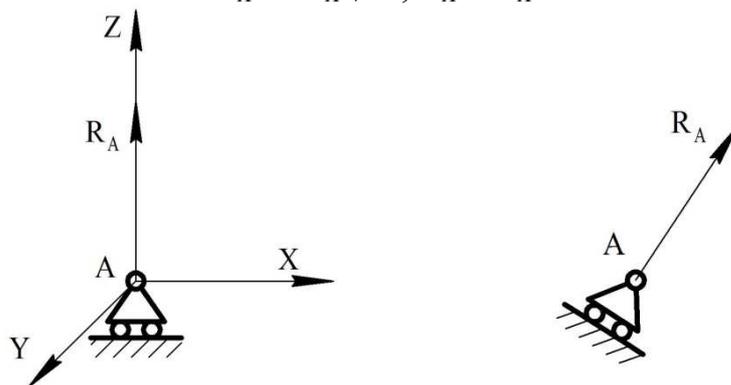


Рис.24

3.3.4 Гибкая связь

Связь, осуществляемая посредством нити, троса, цепи, веревки и т.п. называется гибкой связью.

К категории гибкой нити относятся не только текстильные нити, но также тросы, цепи, канаты, веревки, лески. Все перечисленные тела обладают одинаковым свойством – они не способны работать на сжатие и могут выдерживать нагрузку на растяжение, при этом реакция гибкой нити называется силой её натяжения.

Направление реакций гибких тел совпадает с их положением и направлено в сторону, противоположную приложенной к телу силе.

Реакция гибкой связи направлена вдоль этой связи к точке подвеса. Гибкая связь может работать только на растяжение.

Пример 1. Если к концу B нити AB (рис. 25), прикрепленной в точке A , подвесить груз весом G , то реакция нити S будет приложена к грузу в точке B , равная по модулю его весу G и направлена вертикально вверх (не дает телу удаляться от точки подвеса нити по направлению нити).

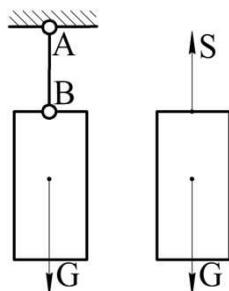


Рис. 25

Пример 2. Реакции гибких связей R_A и R_B (рис. 26) направлены вдоль связей.

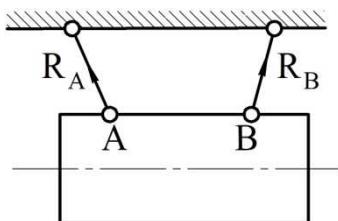


Рис. 26

Пример 3. Особый вид связи образуется между ремнем и шкивами в механизме передачи вращения от ведущего вала к ведомому. В отличие от обычных «жестких» связей ремень образует «гибкую» связь, изменяя свою линейную форму при работе.

Реакции в ветвях ремня направлены соответственно вдоль ремней (рис. 27), причем реакция верхней ведущей ветви приблизительно в два раза больше реакции нижней холостой ветви.

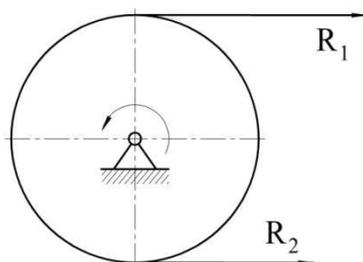


Рис. 27

3.3.5 Идеальный блок

Рассмотрим свойства идеального блока (рис. 28). Блок может быть использован только в паре с гибкой нитью, перекинутой через него.

Нить закреплена в точке A , а в точке D к ней приложена сила P . Когда пренебрегают трением в оси колеса блока и гибкой нити об это колесо, идеальный блок не изменяет величину натяжения нити на участках AB и CD . Направление реакций на участках AB и CD совпадает с направлением этих линий. Таким образом, при рассмотрении равновесия тела (шарнирной опоры A) следует мысленно отбросить блок вместе с приложенной ему силой P при помощи рассечения нити на участке AB , заменив механическое дейст-

вие блока силой P_a , направленной вдоль участка AB в сторону отброшенной части, по величине равной данной силе P .

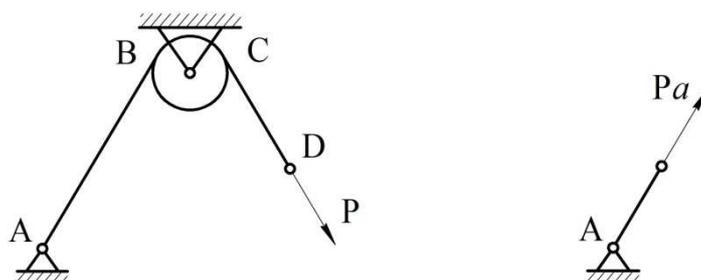


Рис. 28

Итак: идеальный блок не изменяет величины натяжения блока, он изменяет направление передаваемого усилия (натяжения нити).

ДВУХСТОРОННИЕ СВЯЗИ (1 группа)

К этой группе можно отнести следующие, часто встречающиеся в практических задачах связи:

- невесомые твердые стержни;
- скользящую заделку.

Конструкция двухсторонних связей определяет положение **линии действия реакции**, а её модуль и направление вдоль линии действия остаются неизвестными. Примерами таких связей могут служить невесомые стержни в опорах или фермах (рис. 29) и скользящая заделка.

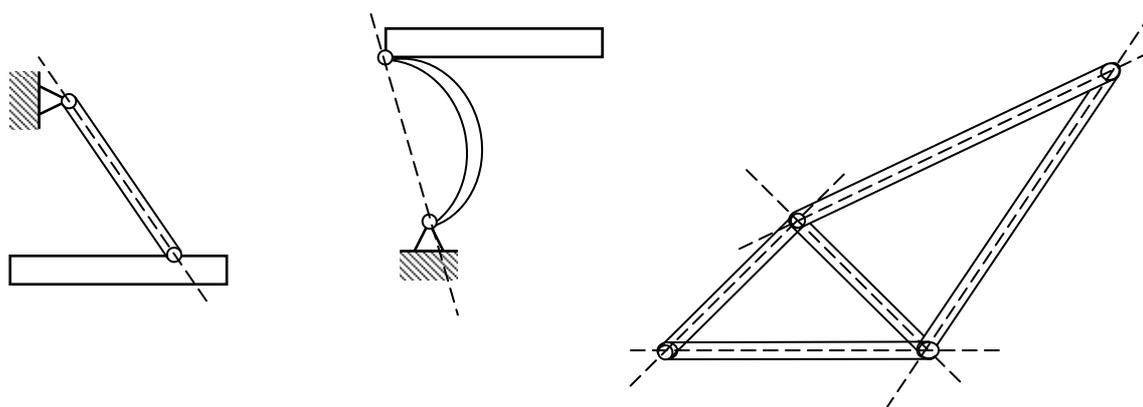


Рис. 29

3.3.6 Связь в виде невесомого твердого стержня

Связь в виде невесомого твердого стержня шарнирно соединенного концами с данным телом, равновесие которого мы рассматриваем, и с другим ка-

ким-нибудь телом, например, со стойкой или полом. Такой стержень называется **опорным**, так как он испытывает нагрузку только на своих концах.

Если в пределах стержня от шарнира до шарнира никаких сил к нему не приложено (опорный стержень нельзя нагружать силами в какой-нибудь его средней части и вес стержня не учитывается), то **реакция стержня направлена вдоль стержня**.

Пример 1. Реакции стержней R_1 , R_2 и R_3 (рис. 30) направлены вдоль осей стержней.

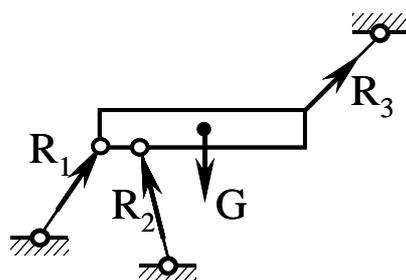


Рис. 30

Пример 2. Если связью является криволинейный невесомый стержень (рис. 31), то его реакция тоже направлена вдоль прямой AB , соединяющей шарниры A и B . Таким образом, **реакции стержневых связей направлены вдоль прямой, проходящей через оси концевых шарниров**.

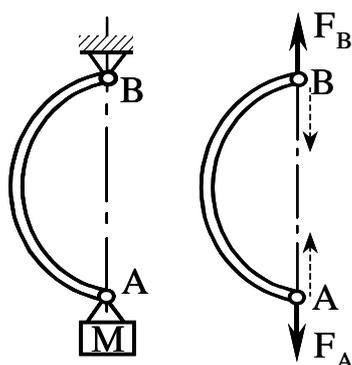


Рис. 31

Для примеров 1 и 2 можно считать, что искомым здесь является лишь модуль реакции, так как знак численного значения при решении задачи покажет правильное направление реакции вдоль известной линии действия.

В отличие от нити стержень может действовать на тело в двух направлениях, испытывая либо сжатие, либо растяжение. Если стержень растянут, то его

реакция направлена в сторону от тела к стержню (R_A , R_B и R_E на рисунке 32 а и б). Если стержень сжат, то его реакция направлена в сторону от стержня к телу (R_C и R_D на рисунке 32 б).

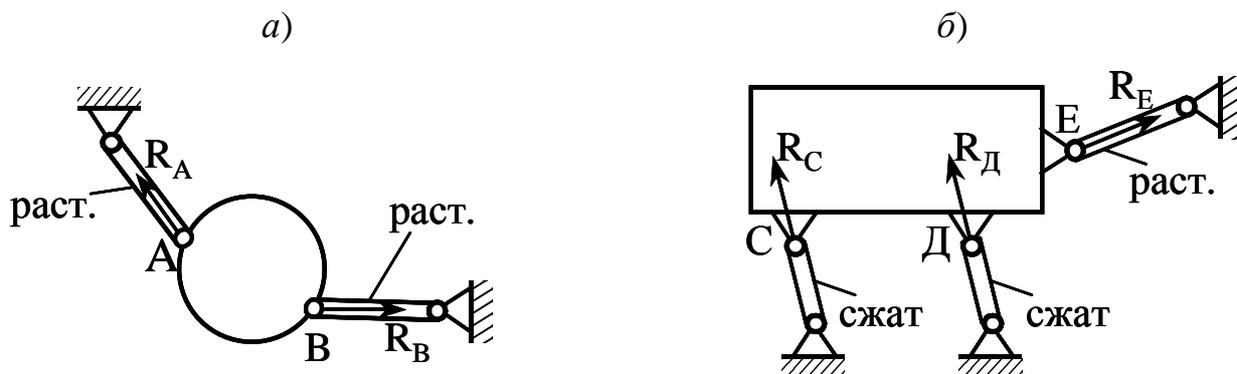


Рис. 32

3.3.7 Скользящая заделка

Данная связь в плоском случае разрешает движение по канавке, но запрещает движение поперёк канавки и поворот вокруг неё. На рисунке 33 показаны возникающие в этом случае реакцию связи и опорного момента.

На рисунке 34 показана двойная скользящая заделка, которая запрещает повороты – возникает момент M_A , но разрешает скольжение в двух взаимно перпендикулярных направлениях – сил реакций не будет.

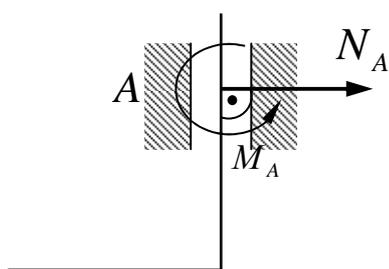


Рис. 33

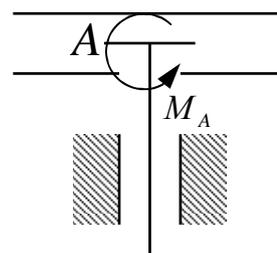


Рис. 34

ДВУСТОРОННИЕ СВЯЗИ (ВТОРАЯ ГРУППА)

Ко второй группе относятся связи, по конструктивным особенностям которых ничего нельзя сказать заранее о направлениях реакций. Известна только точка приложения, а искомыми являются неизвестные составляющие силы реакции.

3.3.8 Связь в виде шероховатой поверхности

Пример 1. Тело A находится на шероховатой опорной поверхности (на рисунке 35 *а* изображено тело A до освобождения от связи).

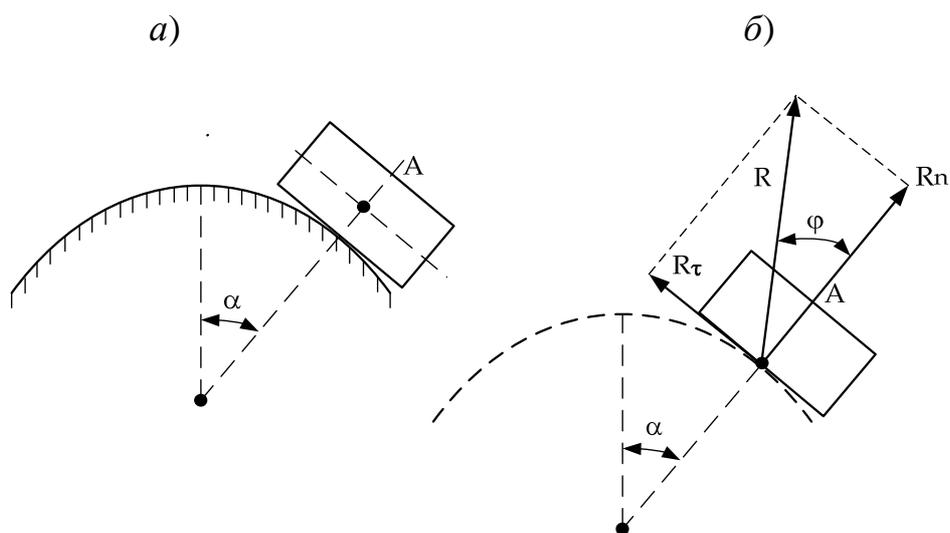


Рис. 35

В этом случае реакция поверхности R отклонена на угол φ от нормали к поверхности (на рисунке 35 *б* изображено тело A после освобождения от связи) и раскладывается на две составляющие реакции: нормальную R_n , перпендикулярную опорной поверхности и касательную R_τ , лежащую в плоскости. Касательная реакция R_τ , препятствующая скольжению тела по этой поверхности, называется **силой трения скольжения** и всегда направлена в сторону, противоположную действительному или возможному движению тела. Полная реакция R равная геометрической сумме нормальной и касательной составляющих:

$$R = R_n + R_\tau, \text{ а ее модуль } R = \sqrt{R_n^2 + R_\tau^2}.$$

Пример 2. На рисунке 36 *а* изображен стержень AB веса P , опирающийся концами на шероховатую поверхность. Кроме веса стержня P и нормальных ре-

акций опорной поверхности N_A и N_B , на стержень действуют силы трения F_A и F_B (на рисунке 36 б изображен стержень AB , освобожденный от связей).

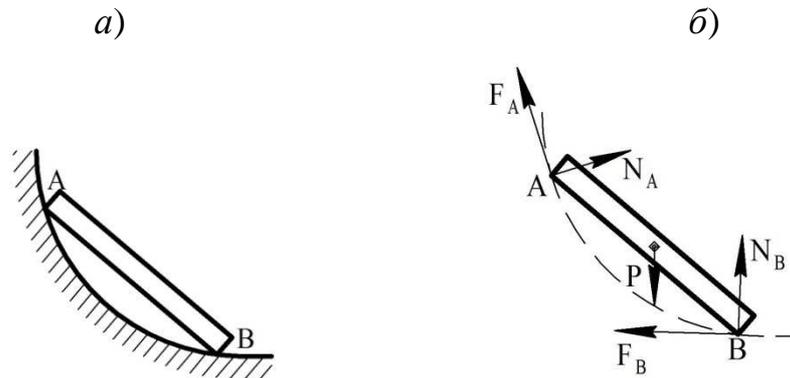


Рис. 36

3.3.9 Шарнирная связь

Решения многих задач статики сводятся к определению реакций опор, с помощью которых закрепляются балки, мостовые фермы и т.д. К ним относятся:

1. Гладкий цилиндрический шарнир или подшипник

(шарнирно-неподвижная опора, плоский случай)

В данном случае, цилиндрический шарнир (или просто шарнир) осуществляет такое соединение двух тел, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому вокруг общей оси называемой осью шарнира (например, как две половины ножниц).

По своей конструкции цилиндрический шарнир представляет собой опирание цилиндрического стержня (на рисунке 37 а и б его сечение залито и заштриховано, ось цилиндра перпендикулярна плоскости чертежа) на внутреннюю поверхность цилиндрического отверстия тела A .

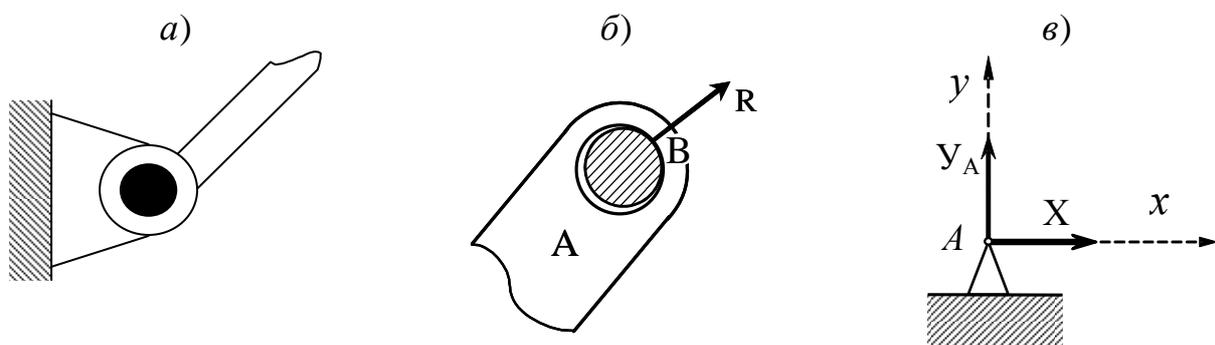


Рис. 37

Соприкосновение этих тел происходит по какой-либо образующей цилиндрической поверхности, которая в сечении, перпендикулярном оси цилиндра, проектируется в «точку контакта» B (рис. 37 б). Реакция связи (на рисунке 37 а левое тело считаем связью для правого) проходит через ось шарнира и располагается в плоскости, перпендикулярной этой оси. Так как в зависимости от действующих сил «точка контакта» цилиндрических поверхностей тел будет меняться, то для реакции R в этом случае не известны ни её модуль (R), ни её направление (рис. 37 б). Поэтому при освобождении тела от шарнирной связи реакцию R_A раскладывают на две составляющие X_A и Y_A , параллельные осям координат в плоскости, перпендикулярной оси шарнира.

В процессе решения задачи эти составляющие всегда направляем в сторону положительного направления осей; если в результате решения задачи для X_A и Y_A получатся отрицательные значения, то это означает, что в действительности составляющие реакции направлены в стороны, противоположные направлению осей координат. По составляющим X_A и Y_A находят модуль и направление полной реакции:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}; \quad \cos(R \wedge OX) = \frac{X_A}{R_A}; \quad \cos(R \wedge OY) = \frac{Y_A}{R_A}.$$

На рисунке 38 а показан цилиндрический шарнир (подшипник) B , ось которого совпадает с осью y .

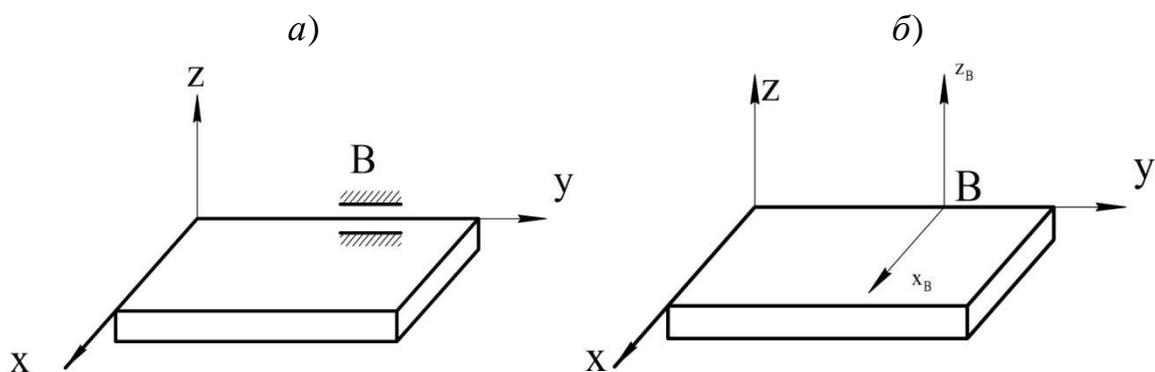


Рис. 38

Подшипник B препятствует повороту тела вокруг осей x и z и не препятствует вращению тела вокруг оси y и скольжению вдоль этой оси. Если

трением пренебречь, то реакция R_B подшипника (реакция цилиндрической поверхности его стенок) пересекает ось вращения тела и лежит в плоскости, перпендикулярной к этой оси (X_B и Z_B – составляющие этой реакции, рис. 38 б). Так как подшипник не препятствует скольжению тела вдоль оси вращения, то нет и реакции, направленной вдоль этой оси.

Модуль и направление полной реакции определяется аналогично.

2. Сферический шарнир (пространственный случай)

Для свободного твердого тела не возникает никаких ограничений на повороты тела относительно любой оси и его перемещений вдоль этих осей. В этом случае для какой-либо точки тела (A), связанной с осями координат x , y и z , будем иметь: $X_A = 0$; $Y_A = 0$; $Z_A = 0$; $M_{Ax} = 0$; $M_{Ay} = 0$; $M_{Az} = 0$,

где X_A , Y_A и Z_A – проекции реакции R_A ,

M_{Ax} , M_{Ay} и M_{Az} – проекции опорного момента M_A .

Если твердое тело закреплено на сферической шарнирной опоре, то такая опора не накладывает никаких ограничений на повороты тела относительно любой оси, поэтому составляющие проекции опорного момента остаются равными нулю: $M_{Ax} = M_{Ay} = M_{Az} = 0$.

Решение вопроса о том, какие из составляющих реакции R_A тождественно равны нулю, а какие не равны нулю и являются неизвестными, зависит от свойств кинематического закрепления основания опоры.

Классическим примером такой опоры является шаровой шарнир (рис. 39): шар вставлен в обойму, обойма закреплена неподвижно, а с шаром жестко соединено тело балки или некоторой конструкции. Поверхности шара и обоймы обычно полагаются идеальными.

Реакция такой опоры R_A проходит через центр шара, её величина и направление неизвестны, поэтому при решении практических задач её разлагают на три составляющих X_A , Y_A и Z_A , направляя их в сторону осей x , y и z . Все три проекции реакции R_A в общем случае будут не равны нулю:

$$X_A \neq 0; Y_A \neq 0; Z_A \neq 0.$$

Модуль этой реакции определяют по формуле:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$$

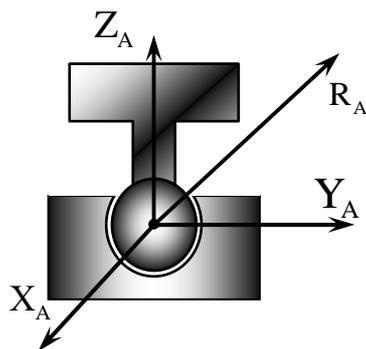


Рис. 39

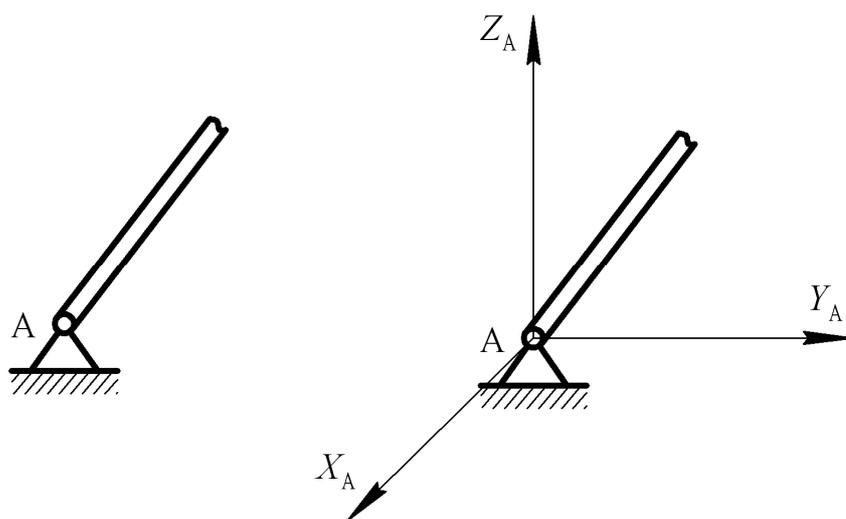


Рис. 40

На рисунке 40 показано условное обозначение неподвижной сферической шарнирной опоры и направления ее реакций связей.

3. Подпятники

Подпятник A представляет собой соединение цилиндрического шарнира с опорной плоскостью, препятствующей осевым перемещениям тел (рис. 41). Подпятник служит для укрепления пяты стойки и допускает только одно поворотное движение тела, а именно вращение этого тела вокруг оси стойки.

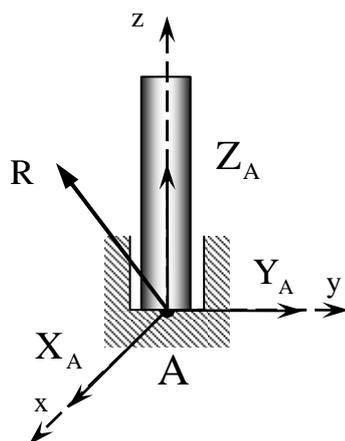


Рис. 41

Основание подпятника препятствует перемещению тела по вертикали вниз (вдоль оси стойки), а стенки подпятника препятствуют перемещению тела в плоскости, перпендикулярной к оси стойки.

Реакции подпятника направляются также, как и реакции сферического шарнира; однако следует иметь в виду, что составляющая Z_A , действующая вдоль оси подпятника, может быть направлена только к телу.

Для подпятника, показанного на рисунке 42 в плоской системе сил, реакцию связи нужно разложить на две составляющие X_A и Y_A .

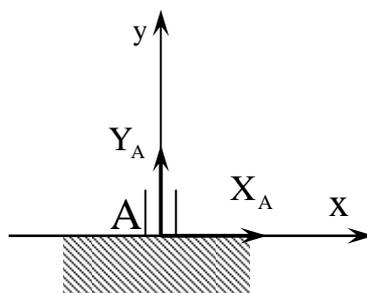


Рис. 42

3.3.10 Связь в виде неподвижной жесткой заделки (балка консоль, балка с заземленным концом)

Связь представляет собой внедрение данного тела в другое, при котором, нет взаимных перемещений этих тел (например, гвоздь вбит в стену, балконная плита заделана в стену, столб врыт в землю).

Примером тела, на которое наложена такая связь, может служить балка (консоль) с замурованным в стену концом (рис. 43).

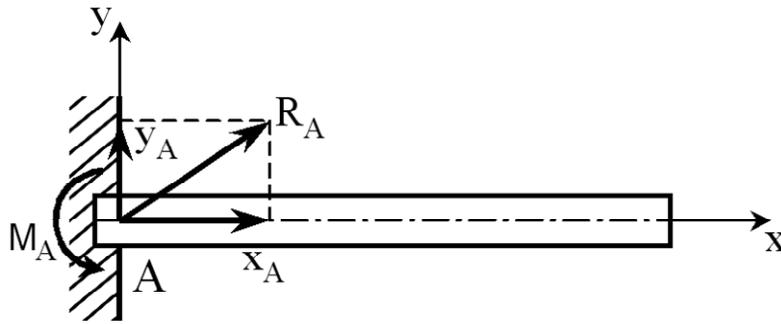


Рис. 43

Заделка исключает все перемещения тела – и вращательные, и поступательные.

При действии на балку плоской системы сил в заделке возникает пара сил с моментом M_A – реактивный момент, препятствующий повороту балки, и произвольно направленная сила реакции R_A , препятствующая поступательным перемещениям. Эту силу заменяют другими ее составляющими X_A и Y_A .

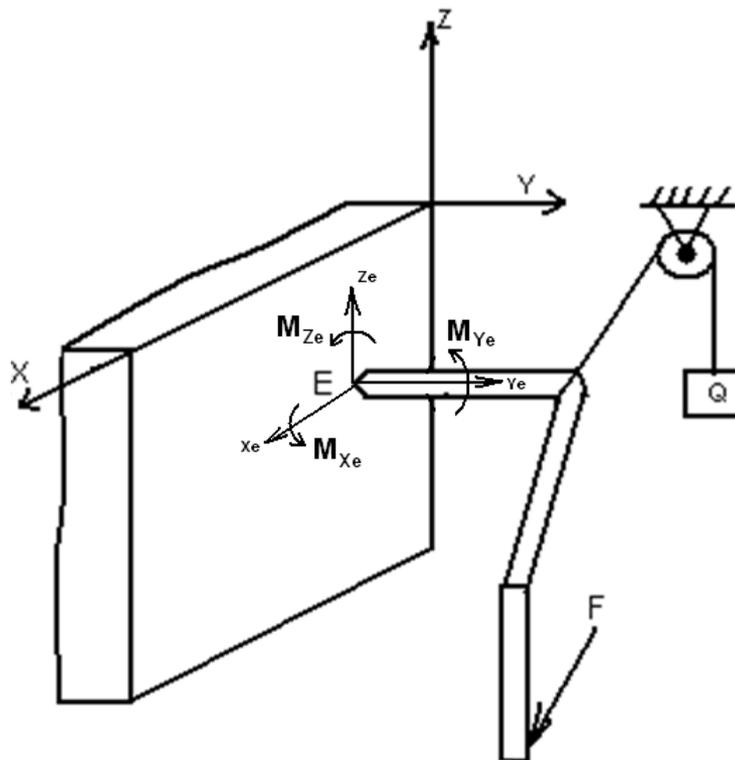


Рис. 44

В пространственном случае кроме реакций связей X_e , Y_e и Z_e , будут возникать опорные (реактивные) моменты M_{X_e} , M_{Y_e} и M_{Z_e} .

Примеры условных обозначений шарнирных соединений

В литературе, кроме рассмотренных выше, используют следующие условные обозначения шарнирных соединений и подпятника:

шарнирно-подвижная опора

плоский случай – опора B (рис. 45);

шарнирно-неподвижная опора:

плоский случай – опора A (рис. 46);

пространственный случай – опора B (рис. 46, a , $б$);

подпятник: – опора A (рис. 46, a , $б$).

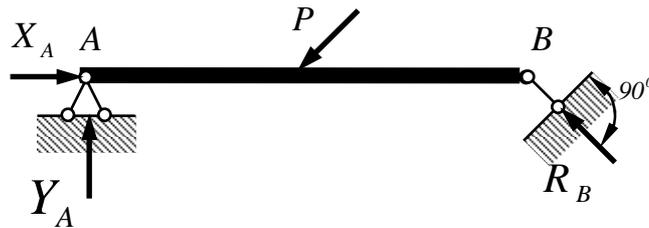
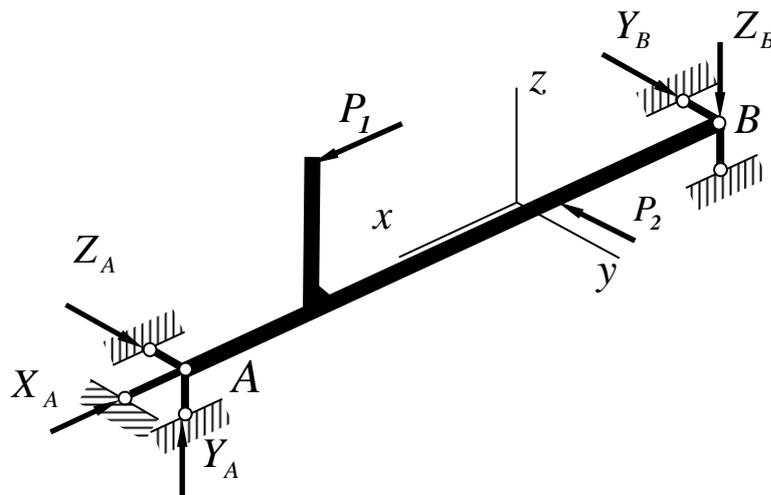


Рис. 45

$a)$



$б)$

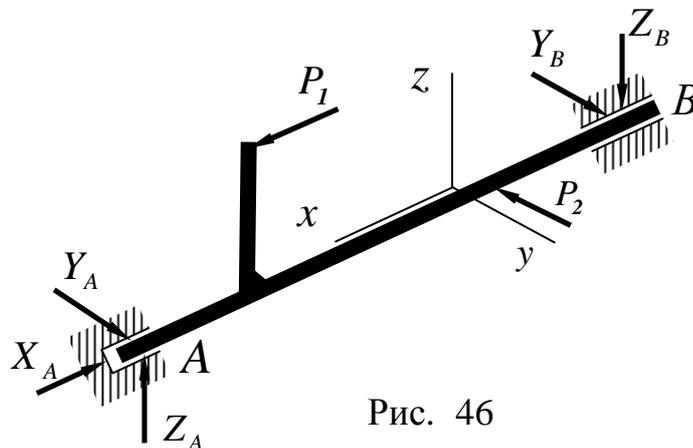


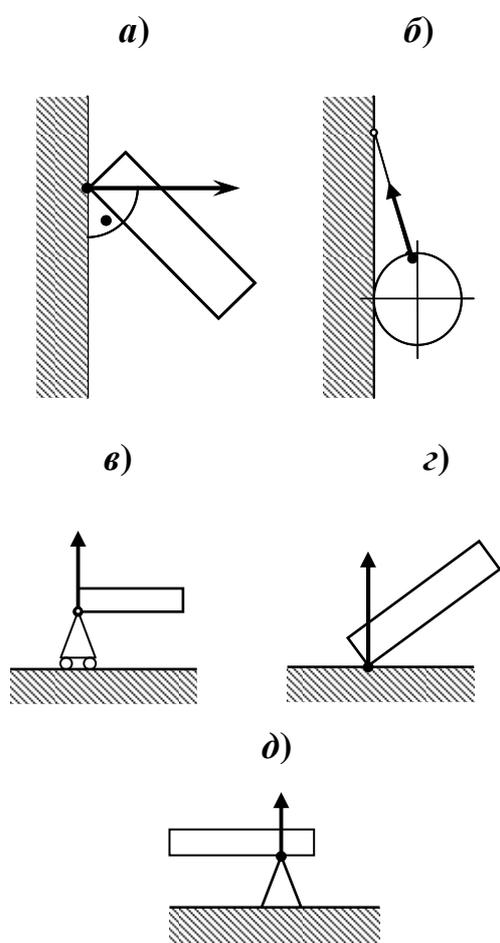
Рис. 46

3.4. Упражнения

Консультации

1. На рисунках представлены примеры связей. Охарактеризуйте каждую связь и дайте заключение о верном (неверном) направлении реакций связи.

Замечание. На представленных рисунках связь (опора) отмечена штриховкой.



1. На рисунках *а), б), в), г)* и *д)* представлены односторонние связи (1 группа):

а) – тело опирается ребром на гладкую вертикальную поверхность. Реакция связи направлена перпендикулярно к опорной поверхности.

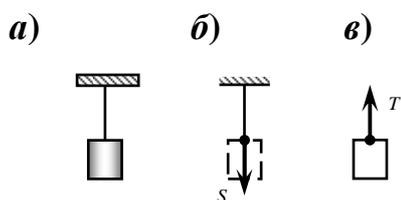
б) – шар, подвешенный на нити. Реакция связи направлена от шара вверх по нити.

в) – опора на катки. Реакция связи направлена перпендикулярно к опорной поверхности.

г) – тело опирается ребром на гладкую горизонтальную поверхность. Реакция связи направлена перпендикулярно к опорной поверхности.

д) – опора на острие. Реакция связи направлена перпендикулярно к поверхности тела.

2. Что показано на рисунках *а), б)* и *в)*?

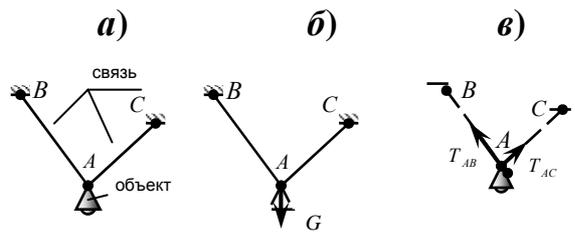
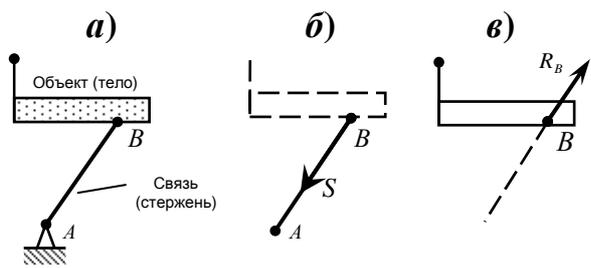
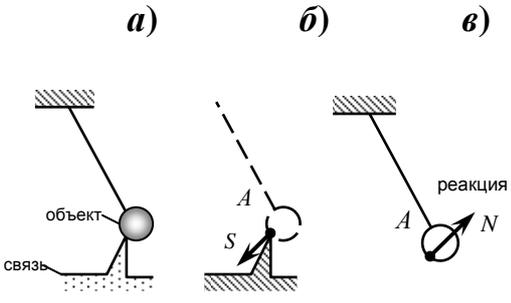
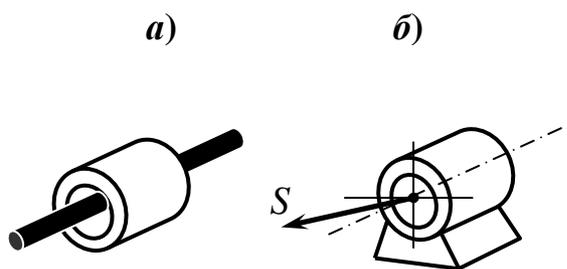
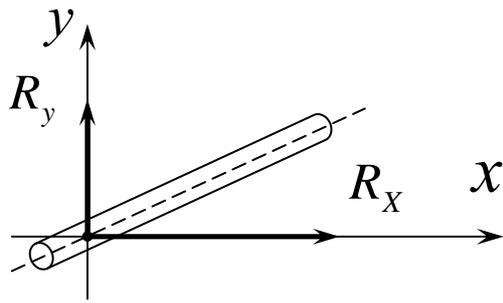


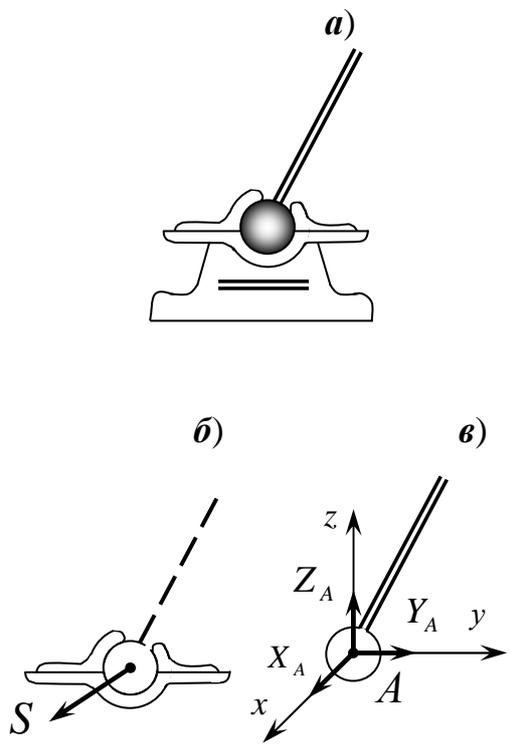
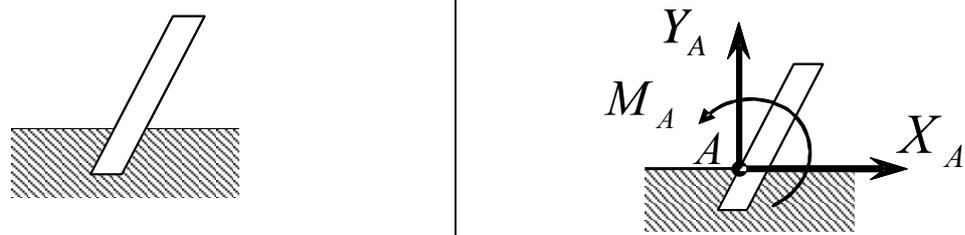
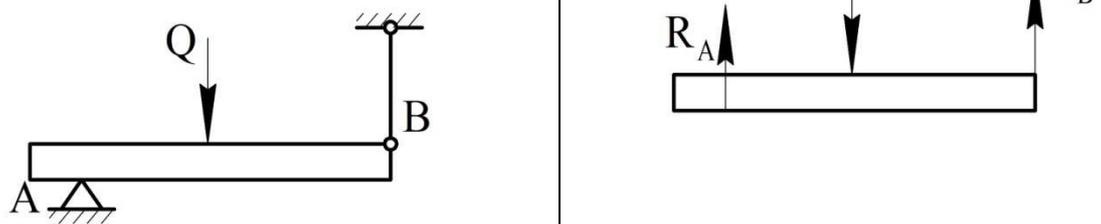
2. На рисунках показано:

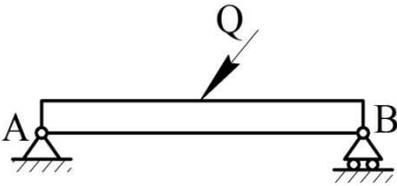
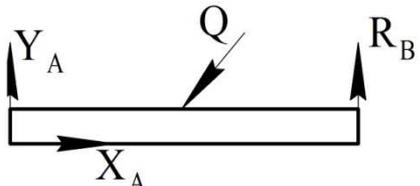
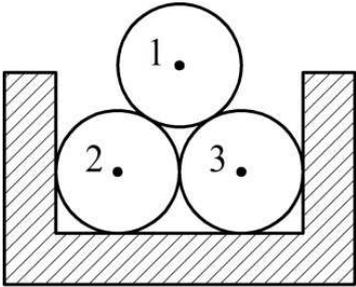
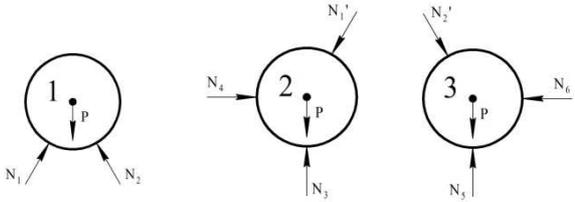
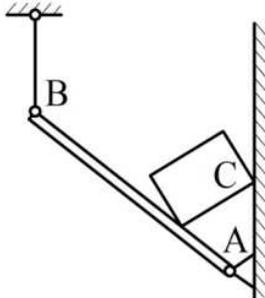
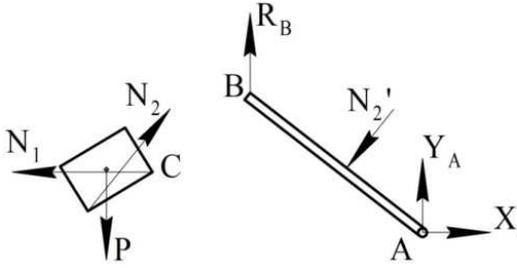
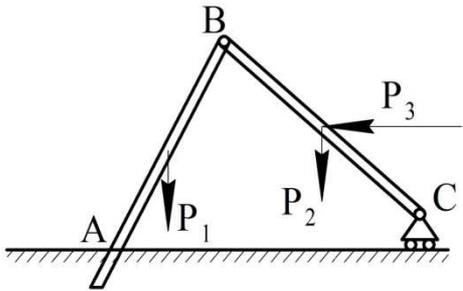
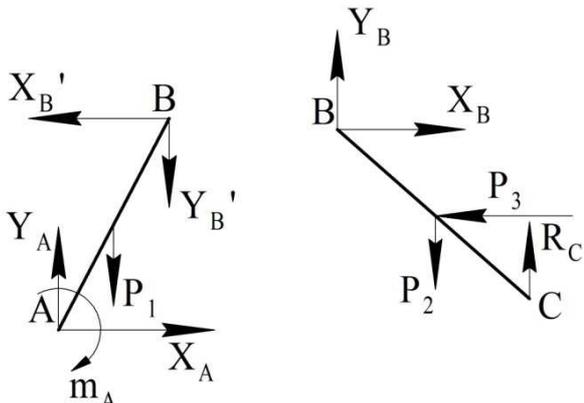
а) вид связи – гибкая нить;

б) S – воздействие тела на связь;

в) T – реакция связи (направлена вдоль связи).

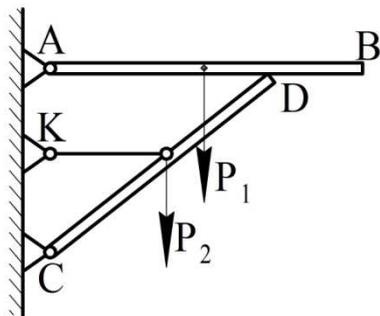
<p>3 Что показано на рисунках <i>а), б)</i> и <i>в)</i>?</p> 	<p>3. На рисунках показано:</p> <p><i>а)</i> вид связи – гибкая нить (<i>AB</i> и <i>AC</i>);</p> <p><i>б)</i> G – воздействие тела на связь;</p> <p><i>в)</i> T_{AB} и T_{AC} – реакции связи (направлены вдоль нитей).</p>
<p>4. Что показано на рисунках <i>а), б)</i> и <i>в)</i>?</p> 	<p>4. На рисунках показано:</p> <p><i>а)</i> вид связи – жесткий стержень (<i>AB</i>);</p> <p><i>б)</i> S – воздействие тела на связь;</p> <p><i>в)</i> R_B – реакции связи (направлена вдоль стержня).</p>
<p>5. Что показано на рисунках <i>а), б)</i> и <i>в)</i>?</p> 	<p>5. На рисунках (без учета гибкой нити) показано:</p> <p><i>а)</i> связь в виде опоры на острие;</p> <p><i>б)</i> S – воздействие тела на связь (острие);</p> <p><i>в)</i> N – реакции острия (направлена перпендикулярно касательной).</p>
<p>6. На рисунке <i>а)</i> показана связь в виде цилиндрического шарнира; на рисунке <i>б)</i> – воздействие тела на связь. Покажите направление реакции связи.</p> 	<p>6. Реакцию цилиндрического шарнира раскладывают на две составляющие: R_x и R_y (см. подраздел 3.3.9).</p> 

<p>7. Что показано на рисунках <i>a)</i>, <i>б)</i> и <i>в)</i>?</p> 	<p>7. На рисунках показано:</p> <p><i>a)</i> вид связи – сферический шарнир;</p> <p><i>б)</i> S – воздействие тела на связь;</p> <p><i>в)</i> Z_A, X_A, Y_A – реакции связи.</p>
<p>8. Какой вид связи показан на рисунке? Покажите возможные направления реакции связи.</p> 	<p>8. Вид связи – жесткая заделка (см. подраздел 3.3.30).</p>
<p>9. Изобразите направление реакций связей для балки <i>AB</i>.</p> 	<p>9.</p>

<p>10. Изобразите реакции опор A и B.</p> 	<p>10.</p> 
<p>11. Изобразите реакции опор для каждого из трех цилиндров.</p> 	<p>11.</p> 
<p>12. Изобразите реакции связей:</p> <p>а) для объекта C;</p> <p>б) для объекта AB.</p> 	<p>12.</p> 
<p>13. Изобразите реакции опор A и C, а также шарнира B, разбив конструкцию на объекты AB и BC.</p> 	<p>13.</p> 

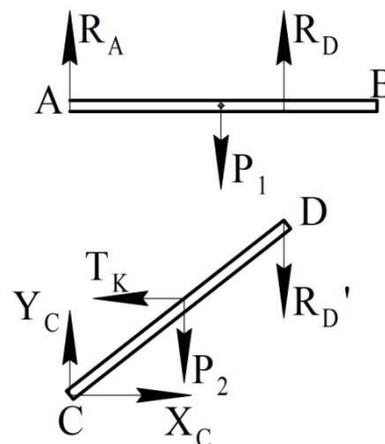
14. Изобразите реакции опор:

а) для объекта AB ;

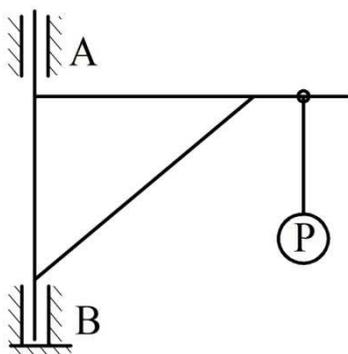


б) для объекта CD .

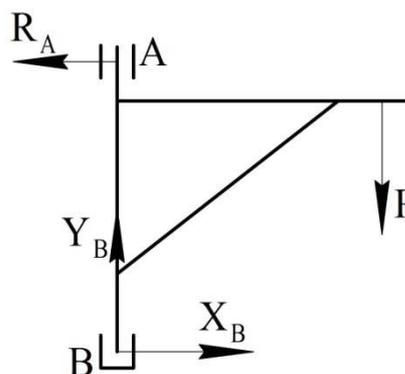
14.



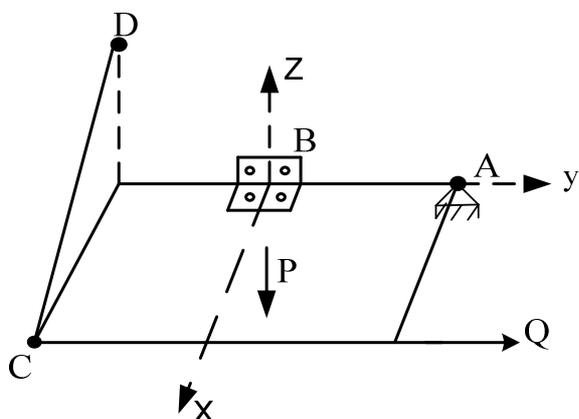
15. Изобразите реакции подшипника A и подпятника B . Все силы действуют в одной плоскости.



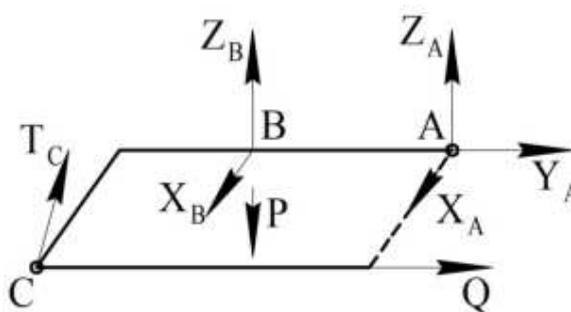
15.

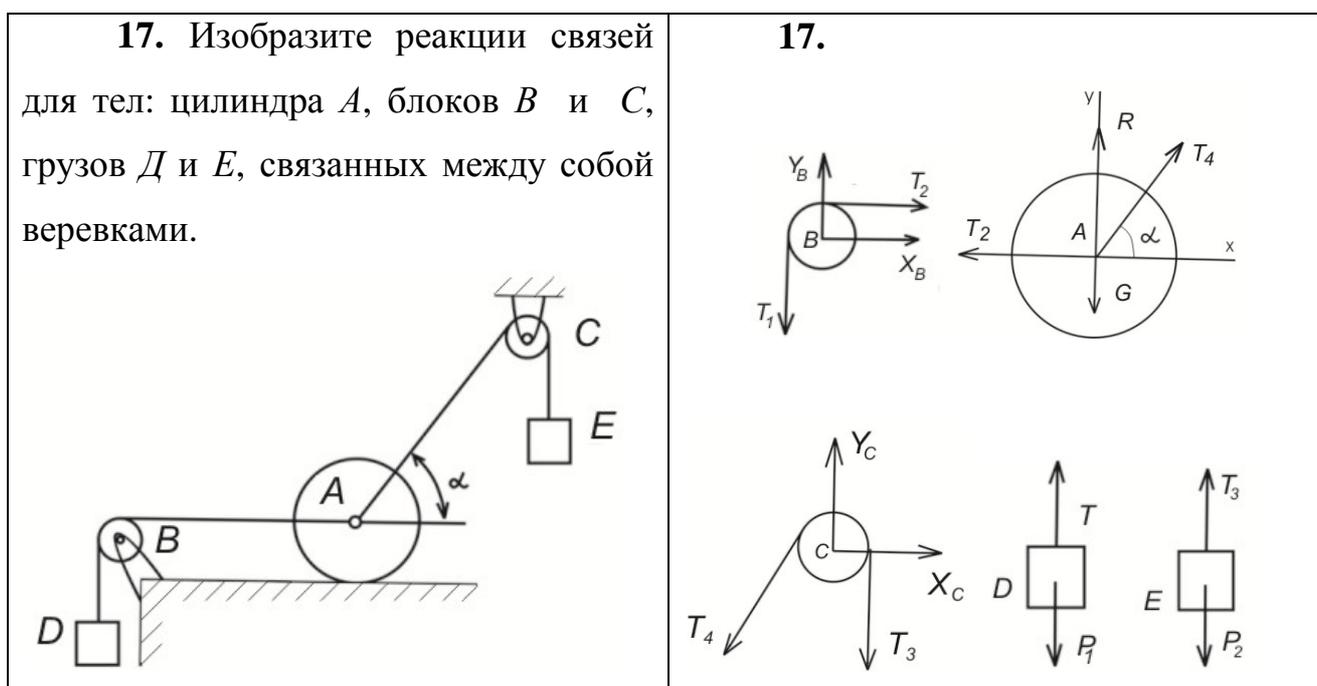


16. Укажите реакции связей для сферического шарнира A , цилиндрического B и нити CD (пространственный случай).



16.





3.5. Рекомендуемая литература

Основная:

- 1). Яблонский А.А., Никифорова В.Л. Курс теоретической механики. М., 2002. с. 11 – 14.
- 2). Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М., 2002. с. 15 – 17, 48 – 52.
- 3). Цывильский В.Л. Теоретическая механика. М., 2001. с. 33 – 37.
- 4) Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. М., 2000. с. 99 – 102.

Дополнительная:

- 5). Аркуша А.И. Техническая механика. М., 2002. с. 15 – 29.
- 6). Чернышов А.Д. Статика твердого тела. Красн-к., 1989. с. 22 – 33.
- 7). Эрдеди А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов. М., 2001. с. 12– 15.
- 8) Олофинская В.П. Техническая механика. М., 2003. с. 7 – 9.

3.6. Задания для самостоятельной работы студентов

- 1). Изучить подразделы **3.1** и **3.3** данного методического указания, проработав предложенные упражнения (подразделы **3.2** и **3.4**).

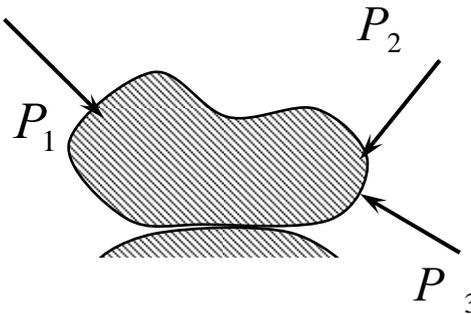
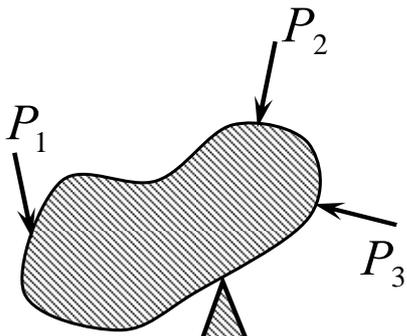
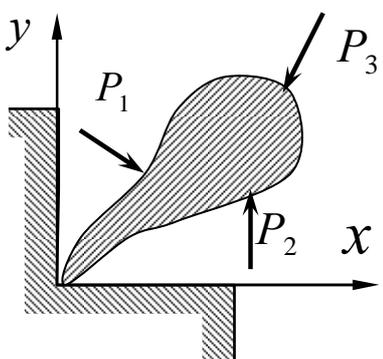
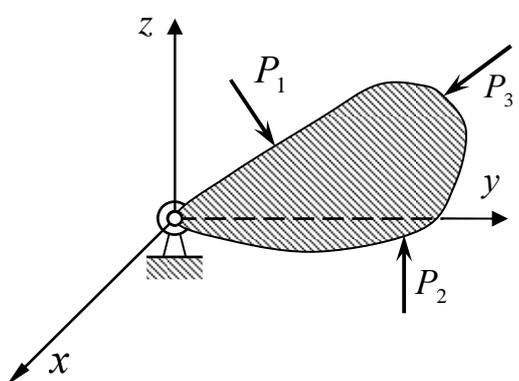
2). Сделать дополнения в своем конспекте лекций, обращая также к рекомендуемой литературе.

3). На основании изученного материала проработать самостоятельно предложенное в подразделе 3.7 задание и сравнить свои решения с приведенными в подразделе 3.8 ответами.

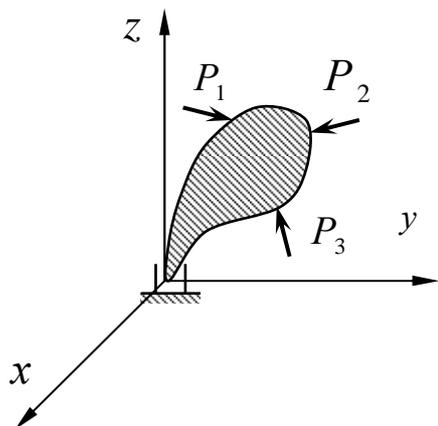
3.7. Задание для самостоятельной работы студентов

На приведенных ниже рисунках показано твердое тело с действующими на него активными силами, опирающееся на различные опоры.

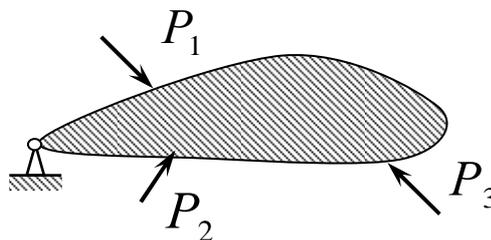
Как направлены силы (реакции связей или опорные реакции), с которыми опоры действуют на данное тело? Ответ сформулируйте словами и покажите на своих рисунках направление (линию действия) реакций.

<p>1. Гладкая опорная поверхность.</p> 	<p>2. Тело опирается своей гладкой поверхностью на остриё.</p> 
<p>3. Тело опирается остриём (концом) в угол.</p> 	<p>4. Сферический (пространственный) шарнир.</p> 

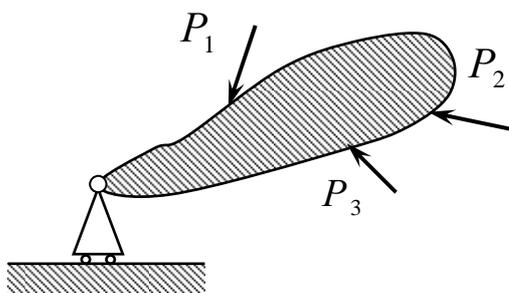
5. Подпятник.



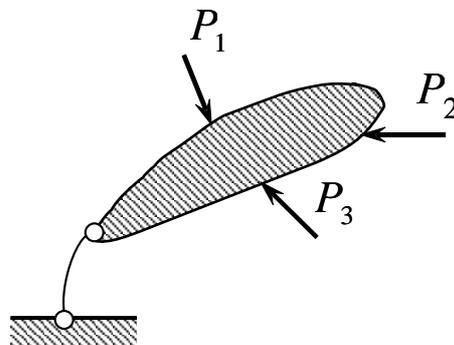
6. Неподвижная цилиндрическая шарнирная опора.



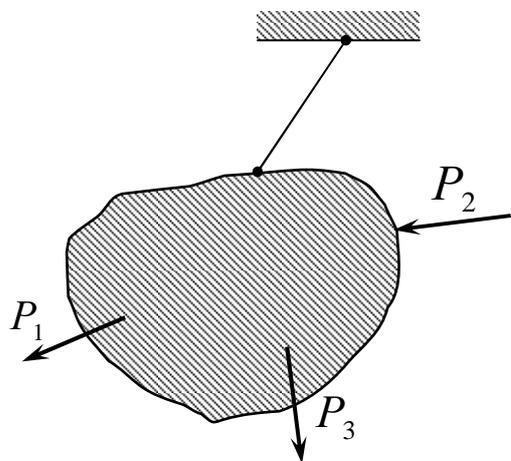
7. Подвижная цилиндрическая шарнирная опора (опора на катках).



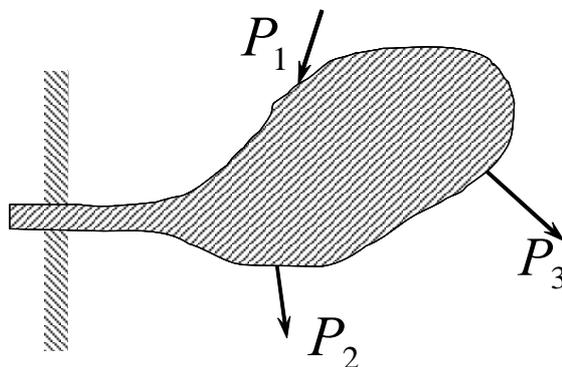
8. Опора на невесомый стержень, имеющий на концах шарниры.



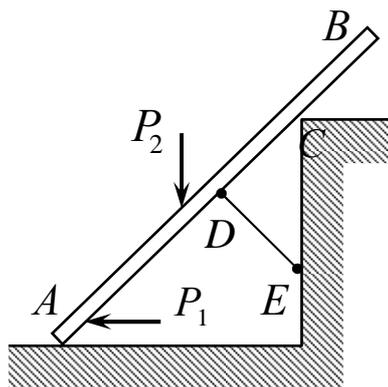
9. Гибкая связь (нить, веревка, цепь, трос и т.д.)



10. Тело одним концом жестко закреплено в стенку – глухая заделка.



11. AB – балка; DE – веревка.

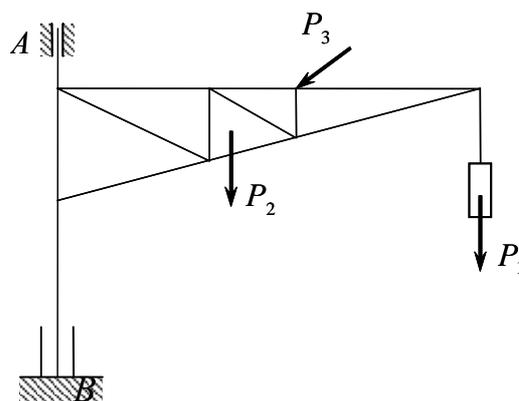


12. Крановая ферма

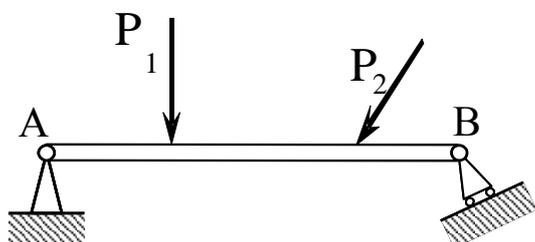
A – цилиндрический подшипник;

B – подпятник;

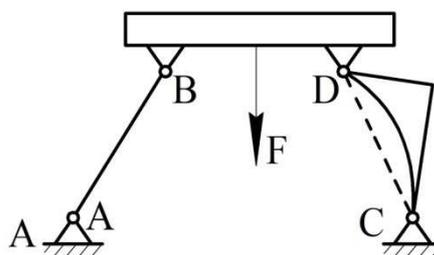
$(P_1, P_2$ и $P_3)$ – система сил, действующая в плоскости фермы.



13. AB – балка.

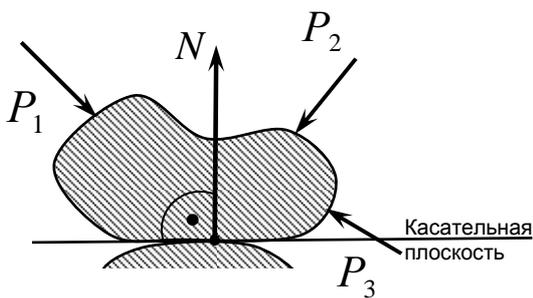


14. AB и CD – стержни.

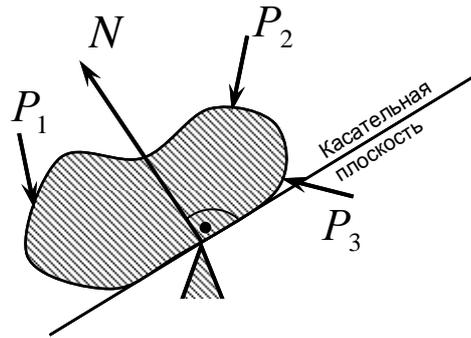


3.8 Ответы к заданиям

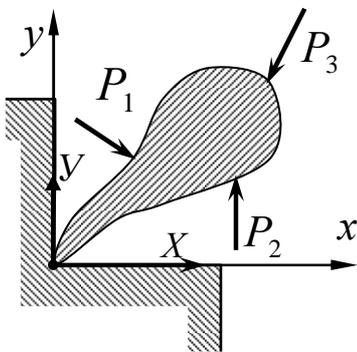
1. Реакция направлена перпендикулярно к касательной плоскости, проведенной к соприкасающимся телам в точке их соприкосновения.



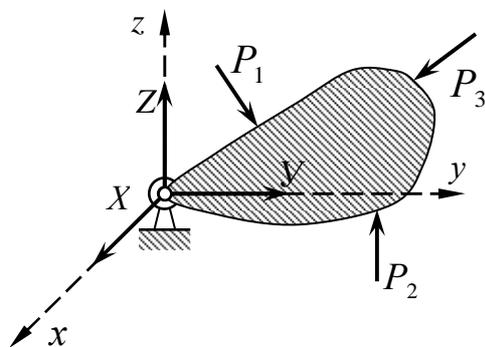
2. Реакция направлена перпендикулярно к касательной плоскости, проведенной к телу в точке его соприкосновения с остриём (углом).



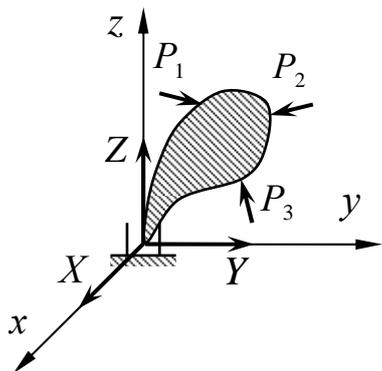
3. Направление полной реакции неизвестно. При решении задач её следует разложить на две составляющие в плоскости чертежа, параллельные осям координат.



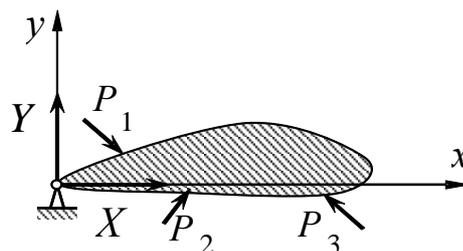
4. Направление полной реакции неизвестно. При решении задач её следует разложить на три составляющие, параллельные осям координат.



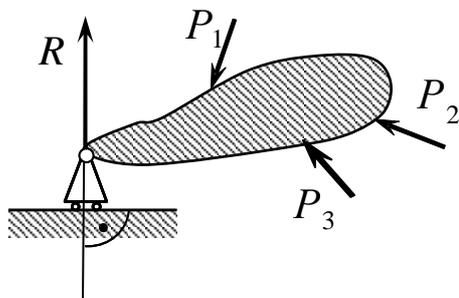
5. Направление полной реакции неизвестно. При решении задач её следует разложить на три составляющие, параллельные осям координат.



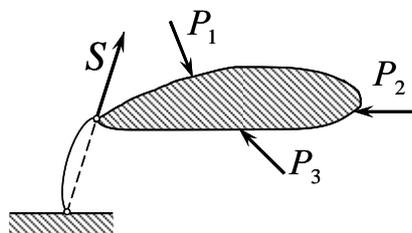
6. Полная реакция лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (в плоскости чертежа), её направление неизвестно. При решении задач реакцию следует разложить на две составляющие, параллельные осям координат.



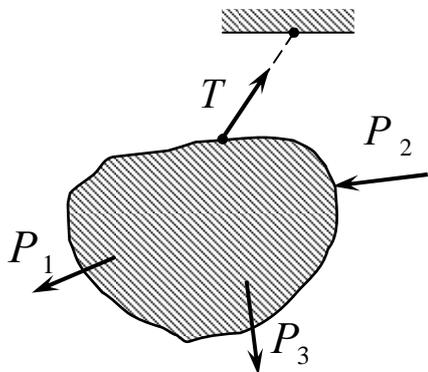
7. Реакция направлена перпендикулярно плоскости, на которой лежат катки.



8. Реакция направлена по линии, проходящей через шарниры на концах стержня.

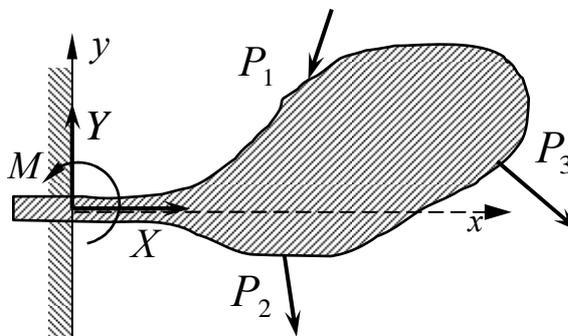


9. Реакция гибкой связи приложена в точке крепления связи к объекту и направлена по связи от объекта.



10. Реакция состоит из силы, неизвестной по направлению и приложенной в точке заделки, и из пары сил.

При решении задач силу следует разложить на две составляющие, параллельные осям координат (в плоскости чертежа), а пару сил можно направить против часовой стрелки.

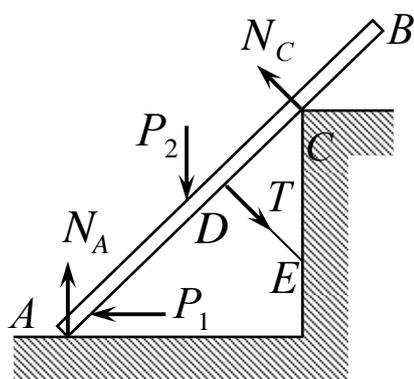


11. На балку AB действуют реакции:

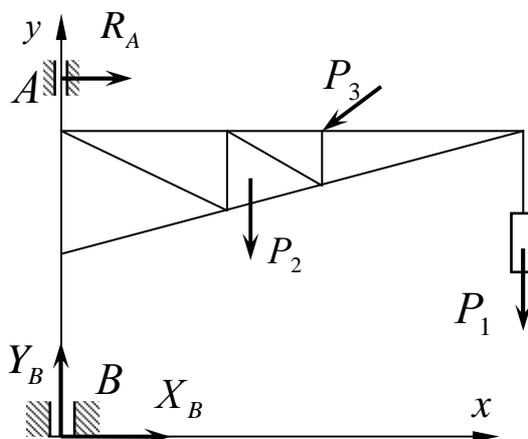
пола – N_A ;

угла C – N_C ;

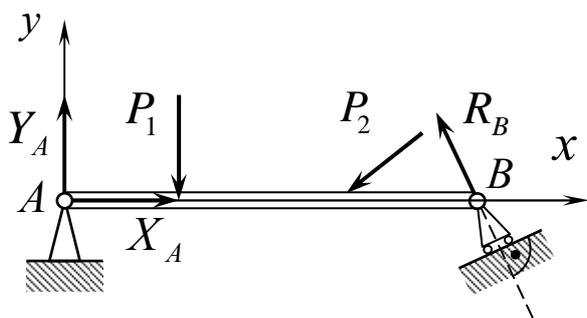
веревки DE – T .



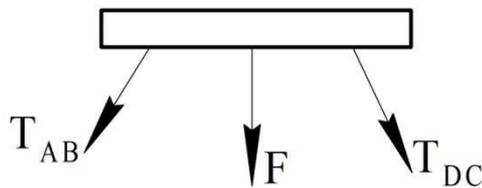
12. Реакции R_A , X_B и Y_B лежат в одной плоскости с силами P_1 , P_2 и P_3 . Реакция R_A перпендикулярна оси подшипника A .



13. На балку AB действуют реакции неподвижного шарнира A и катка B – соответственно X_A , Y_A и R_B .



14. На балку действует реакция прямого стержня AB и изогнутого стержня CD . Реакции направлены соответственно R_{AB} и R_{CD} .



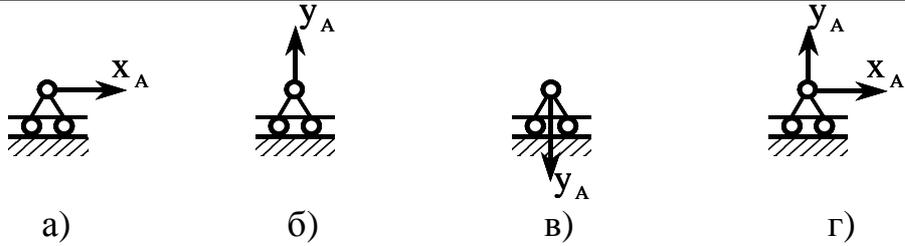
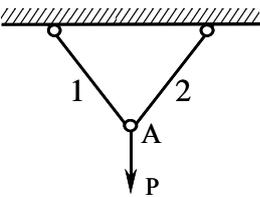
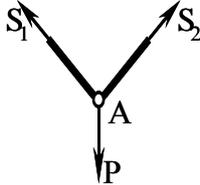
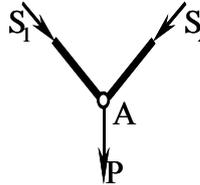
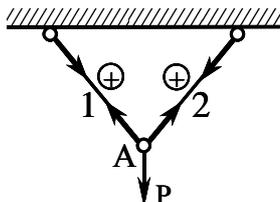
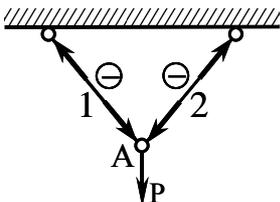
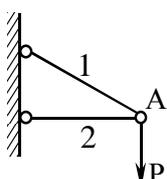
3.9 Вопросы для самоконтроля

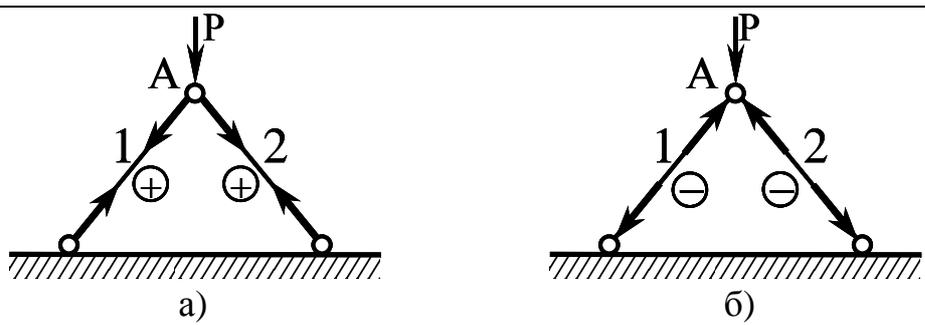
1. Свободным или несвободным телом является намагниченная металлическая пластинка, повисшая между полюсами постоянного магнита? лежащая на столе?
2. Что называется связью? В чем заключается сущность принципа освобождения от связей? Какое практическое значение имеет этот принцип? Привести пример.
3. Что такое реакция связи?
4. К какому объекту приложены силы реакции?
5. Что такое активные силы и реакции связей? Так как реакция связи - это сила, то верно ли положение: связь и сила понятия эквивалентные? Привести пример.
6. Перечислите основные виды связей, для которых заранее известно направление силы реакции.
7. Назовите связи, для которых заранее известна точка приложения реакции, но не ее направление.

8. Как классифицируются основные типы опор, применяемых в технике?
9. Что называется усилием в стержне?
10. Что называется натяжением нити?
14. В каких случаях не нарушится равновесие тела, если отбросить связи?

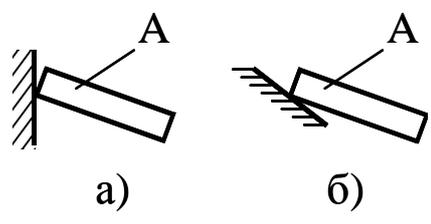
3.10 Тесты по теме

1.	<p>Что такое связь?</p> <p>а) Сила, с которой одно тело ограничивает движение другого тела;</p> <p>б) Любое тело, ограничивающее свободу передвижения данного тела;</p> <p>в) Система из нескольких тел;</p> <p>г) Система из нескольких сил.</p>
2.	<p>При освобождении объекта равновесия от связей реакции опор имеют различное количество неизвестных составляющих. Если опорой является невесомый стержень, закрепленный шарнирно на концах, то запишите число, которое соответствует числу составляющих реакции стержня...</p>
3.	<p>В каких связях, перечисленных ниже, реакции всегда направлены по нормали к поверхности?</p> <p>а) Гладкая плоскость;</p> <p>б) Невесомый стержень стержень;</p> <p>в) Гибкая связь;</p> <p>г) Шероховатая поверхность.</p>
4.	<p>Укажите направление силы реакции шарнирно-подвижной опоры.</p>

	 <p style="text-align: center;"> а) б) в) г) </p>
5.	<p>Выберите верное изображение направления опорных реакций невесомых стержней 1 и 2 на узел A, если концы стержней закреплены шарнирно.</p>  <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>а)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>б)</p> </div> </div>
6.	<p>Выберите верное изображение реакций стержней 1 и 2 на узел A и потолок (см. рисунок в пункте 5), а также определите знаки усилий в стержнях, полагая растягивающие усилия положительными, а сжимающие – отрицательными.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>а)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>б)</p> </div> </div>
7.	<p>Выберите верное изображение направления опорных реакций невесомых стержней 1 и 2 на узел A, если концы стержней закреплены шарнирно.</p> 

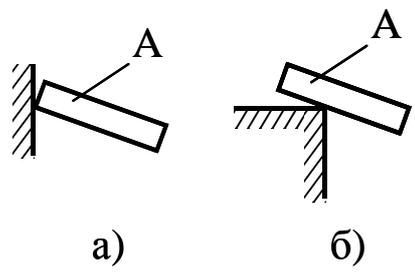


14. Изменится ли направление реакции связи, если не меняя положение бруса *A*, изображенное на рисунке *a*, опору (связь) заменить опорой (связью), как показано на рисунке *б*? Трение не учитывать, т.е. связь считать идеальной.



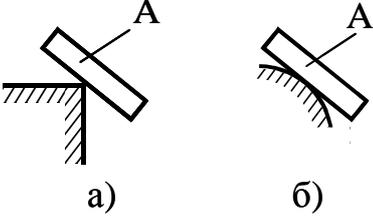
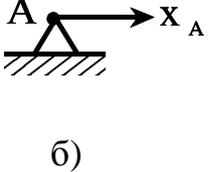
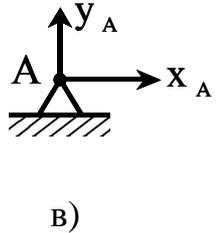
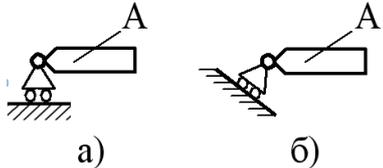
- а) Изменится;
- б) Не изменится.

15. Изменится ли направление реакции связи, если не меняя положение бруса *A*, изображенное на рисунке *a*), опору (связь) заменить опорой (связью), как показано на рис. б) ? Трение не учитывать, т.е. связь считать идеальной.

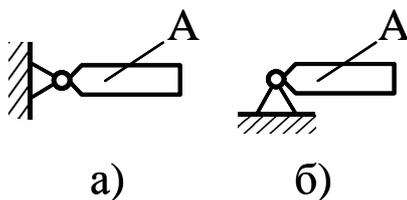


- а) Изменится;
- б) Не изменится.

16. Изменится ли направление реакции связи, если не меняя положение бруса *A*, изображенное на рисунке *a*), опору (связь) заменить опорой (связью), как показано на рисунке *б*? Трение не учитывать, т. е. связь

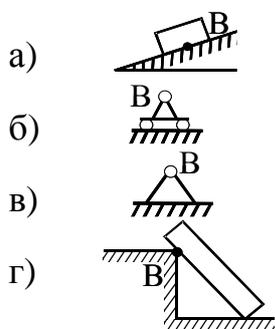
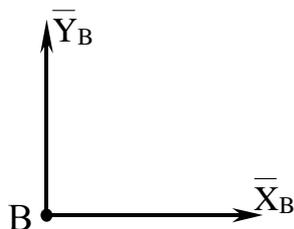
	<p>считать идеальной.</p> <div style="text-align: center;">  <p>а) б)</p> </div> <p>а) Изменится; б) Не изменится.</p>
17.	<p>Укажите направление силы реакции шарнирно-неподвижной опоры.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>а)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>б)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>в)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>г)</p> </div> </div> <p>д) Нет правильного ответа.</p>
18.	<p>Изменится ли направление реакции связи, если не меняя положение бруса A, изображенное на рисунке а), опору (связь) заменить опорой (связью), как показано на рисунке б)? Трение не учитывать, т.е. связь считать идеальной.</p> <div style="text-align: center;">  <p>а) б)</p> </div> <p>а) Изменится; б) Не изменится.</p>
19.	<p>Изменится ли направление реакции связи, если не меняя положение бруса A, изображенное на рисунке а), опору (связь) заменить опорой</p>

(связью), как показано на рисунке б) ? Трение не учитывать, т.е. связь считать идеальной.



- а) Изменится;
- б) Не изменится.

20. На рисунке показаны составляющие реакции опоры B . Какой вид опоры соответствует этому случаю?

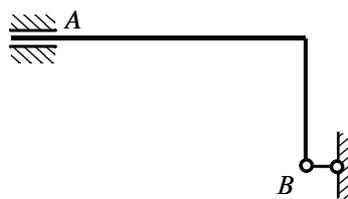
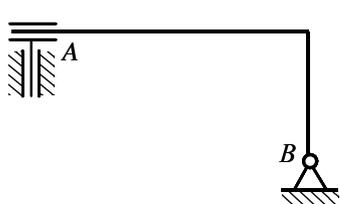


21. Укажите связи, для которых реакции всегда направлены по нормали к поверхности.

- а) Связь в виде гладкой плоскости;
- б) Гибкая связь;
- в) Связь в виде жесткого стержня;
- г) Ребро двугранного угла и гладкая плоскость;
- д) Шероховатая плоскость.

22. На каком рисунке правильно составлена расчетная схема?

	а)	б)	в)
27.	<p>На полуарку действует система сил, расположенных в плоскости чертежа.</p> <p>На каком рисунке правильно показана реакция заделки?</p>		
	<p>а)</p>	<p>б)</p>	<p>в)</p>
28.	<p>В точке B балка опирается на гладкую поверхность.</p> <p>На каком рисунке правильно составлена расчетная схема?</p>		
	<p>а)</p>	<p>б)</p>	<p>в)</p>
29.	<p>Вставьте пропущенное слово.</p> <p>Когда одна из соприкасающихся поверхностей является точкой, то реакция связи направлена по ... к другой поверхности.</p> <p>а) касательной; б) нормали.</p>		
30.	<p>Имеют ли одинаковое направление реакции опор A, представленных на схемах a, $б$ и $в$?</p>		
	<p>а)</p>	<p>б)</p>	<p>в)</p>
	<p>а) Имеют; б) Не имеют.</p>		
31.	<p>На рисунках a и $б$ представлены различные связи для тела AB.</p>		
	<p>а)</p>	<p>б)</p>	

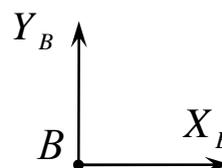
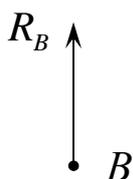


Укажите, каким схемам соответствуют приведенные реакции опор в точке B .

ϑ)

ζ)

∂)

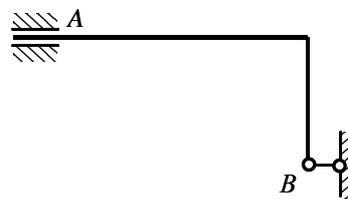


1. ϑ) соответствует a), ∂) соответствует ∂);
2. ϑ) соответствует ∂), ∂) соответствует a);
3. ϑ) соответствует a), ζ) соответствует ∂);
4. ∂) соответствует a), ζ) соответствует ∂);

32. На рисунках a и \bar{b} представлены различные связи для тела AB .

a)

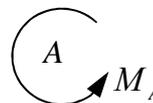
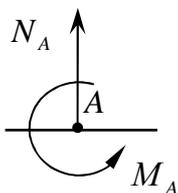
\bar{b})



Укажите, каким схемам соответствуют приведенные реакции опор в точке A .

ϑ)

ζ)

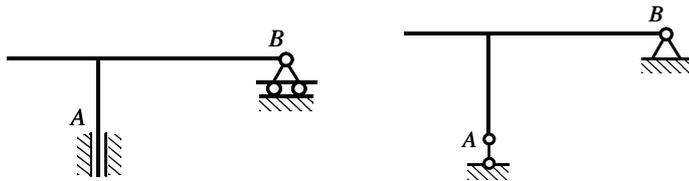


1. ϑ) соответствует a), ζ) соответствует \bar{b});
2. ϑ) соответствует \bar{b}), ζ) соответствует a);

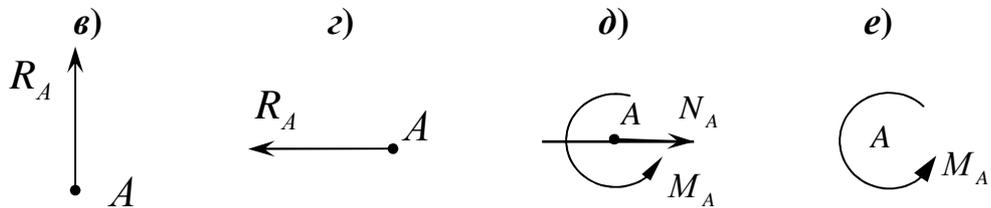
33. На рисунках a и \bar{b} представлены различные связи для тела AB .

a)

\bar{b})



Укажите, каким схемам соответствуют приведенные реакции опор в точке A .



1. $a)$ соответствует $a)$, $b)$ соответствует $b)$;
2. $a)$ соответствует $b)$, $b)$ соответствует $a)$;
3. $c)$ соответствует $b)$, $d)$ соответствует $a)$;
4. $a)$ соответствует $b)$, $d)$ соответствует $a)$;

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Основные понятия статики.....	4
1.1. Теоретические сведения.....	4
1.2. Рекомендуемая литература.....	14
1.3. Упражнения и консультации.....	15
1.4. Вопросы для самоконтроля.....	16
1.5. Тесты по теме.....	17
1.6. Задания для самостоятельной работы студентов.....	21
2. Аксиомы статики.....	22
2.1. Теоретические сведения.....	22
2.1.1. Аксиома 1.....	22
2.1.2. Аксиома 2.....	23
2.1.3. Аксиома 3.....	23
2.1.4. Аксиома 4.....	26
2.1.5. Аксиома 5.....	28
2.1.6. Аксиома 6.....	28
2.2. Рекомендуемая литература.....	31
2.3. Вопросы для самоконтроля.....	31
2.4. Тесты по теме.....	32
2.5. Задания для самостоятельной работы студентов.....	38
3. Связи и их реакции.....	39
3.1. Понятие связей.....	39
3.2. Упражнения на определение связей.....	39
3.3. Виды связей и их реакции.....	42
Односторонние связи.....	45
Двухсторонние связи (первая группа).....	51
Двухсторонние связи (вторая группа).....	54
3.4. Упражнения и консультации.....	62

3.5. Рекомендуемая литература.....	67
3.6. Задания для самостоятельной работы.....	67
3.7. Задания для самостоятельной работы студентов.....	68
3.8. Ответы к заданиям.....	71
3.9. Вопросы для самоконтроля.....	74
3.10. Тесты по теме.....	75

Татьяна Анатольевна Луганцева,
доцент кафедры АППиЭ АмГУ, канд. техн. наук

Ларченко Нина Михайловна,
доцент кафедры КиТО АмГУ, канд. техн. наук

Введение в статику. Учебное пособие.

Изд-во АмГУ. Подписано к печати 13.12.10. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 5,12.

Тираж 100. Заказ 186.

Отпечатано в типографии АмГУ