Министерство образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет математики и информатики

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Благовещенск
2004

ББК 22.1 я73
М 33

Печатается по решению редакционно-издательского совета факультета математики информатики Амурского государственного университета

Терентьева Е. А., Чалкина Н. А., Юрьева Т. А. (составители)
Математика: Учебное пособие. Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2004.

Пособие предназначено для студентов-заочников факультета социальных наук, изучающих математику. В нем приводится программа курса, даются задания к контрольной работе и методические рекомендации по их выполнению.

Пособие подготовлено авторским коллективом:
Е.А. Терентьева – раздел «Образцы решения задач», задания 1- 5;
Н.А. Чалкина – разделы «Общие рекомендации», «Образцы решения задач», задания 6-11, архитектоника учебного пособия;
Т.А. Юрьева – разделы «Программа курса «Математика» и «Задания для контрольной работы».

Рецензент: А.М. Емельянов, зав. кафедрой высшей математики ДальГАУ, д-р техн. наук, профессор

Настоящее пособие для студентов - заочников содержит общие методические рекомендации по изучению математики, программу, образцы решения задач, перечень рекомендуемой литературы, задания к контрольной работе по курсам линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики.

ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Основной формой обучения студентов – заочников является самостоятельная работа: она включает в себя изучение теоретического материала, решение задач, выполнение контрольной работы.

При выполнении контрольной работы надо строго придерживаться указанных ниже правил. Работа, выполненная без соблюдения этих правил, не зачитывается и возвращается студенту для переработки.

1. Контрольную работу выполнять в тетради пастой или чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, шифр, название дисциплины.
3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Контрольная работа, содержащая не все задания, а также содержащая задачи не своего варианта, не зачитываются.
4. Вариант контрольной работы студент выбирает по последней цифре номера зачетной книжки.
5. Решение задач надо располагать в порядке, указанном в заданиях, сохраняя номера задач.
6. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие. Если несколько задач имеют общую формулировку, следует, перепи-

сывая условие задачи, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера.

7. После получения прорецензированной работы (как зачтенной, так и не зачтенной) студент должен исправить в ней отмеченные ошибки и недочеты. В связи с этим следует оставлять в конце тетради чистые листы для работы над ошибками. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.
8. В конце работы следует указать литературу, которую изучал студент, выполняя данную работу.
9. Зачтенная контрольная работа с рецензиями обязательно предъявляется на зачете и экзамене.

ПРОГРАММА КУРСА МАТЕМАТИКА

1. **Линейная алгебра.** Определители и их свойства. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений.
2. **Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.** Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Окружность, эллипс. Гипербола, парабола. Уравнение прямой и плоскости в пространстве.
3. **Дифференциальное исчисление функции одной переменной.** Техника дифференцирования функций. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Производные высших порядков.
4. **Приложение производной.** Исследование функций и построение графиков. Ряд Тейлора. Приближенные вычисления.
5. **Неопределенный интеграл.** Методы интегрирования (табличное, по частям и подстановкой). Интегрирование алгебраических дробей.
6. **Определенный интеграл.** Вычисление определенных интегралов Методы интегрирования. Приложения определенных интегралов.
7. **Функции нескольких переменных.** Нахождение частных производных функции многих переменных. Частные производные высших порядков. Дифференциал функции. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Касательная и плоскость.
8. **Обыкновенные дифференциальные уравнения.** Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные, однородные уравнения I порядка. Уравнения высших порядков, допускающих понижения. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений.
9. **Ряды.** Числовые ряды **.** Степенные ряды.

10. **Элементы теории вероятностей.** Формулы комбинаторики. Непосредственный подсчет вероятности. Вероятность несовместных и совместных событий. Умножение вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Бейеса. Математическое ожидание. Дисперсия. Функция распределения. Плотность. Законы распределения. Системы случайных величин.
11. **Математические методы исследования в социальной работе.** Корреляционно-регрессионный анализ.

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задание №1

Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 3y - z = 8, \\ x - 2y + 3z = 1 \end{cases}$

а) методом Гаусса;

б) по формулам Крамера;

в) средствами матричного анализа.

Решение.

Обозначим:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ - матрица коэффициентов при неизвестных;

$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ - матрица неизвестных;

$B = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ - матрица свободных членов.

а) Решим систему методом Гаусса. Составим расширенную матрицу и выполним элементарные преобразования.

Поменяем первую и вторую строку (для удобства, т. к. коэффициент при x во втором уравнении равен 1)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & -1 & 8 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 8 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \end{array}\right).$$

Элементы первой строки умножим на (-2) и прибавим к элементам второй строки. Затем из третей строки вычтем первую. Получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & 3 & -9 \\ 0 & -5 & 4 & -7 \end{array}\right).$$

Из элементов третьей строки вычтем элементы второй строки. Получим: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & 3 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$.

Данной матрице соответствует ступенчатая система уравнений, равносильная исходной:

$$\begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ -5y + 3z = -9, \\ z = 2. \end{cases}$$

Из системы последовательно находим: *z=2*, *y=3*, *x=1*.

б) Решим систему по формулам Крамера.

Найдем определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 14 - 4 - 5 = 9 \neq 0 \Rightarrow$$ по теореме Крамера система имеет единственное решение.

Вычислим определители Δx, Δy, Δz, полученных из матрицы А заменой соответственно первого, второго, третьего столбцов столбцом свободных членов.

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 7\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 49 - 25 - 19 = 5,$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 1 & 8 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 7\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 50 - 28 - 7 = 15,$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 8 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 38 + 7 - 35 = 10.$$

Следовательно

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1,\; y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{15}{5} = 3,\; z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{10}{5} = 2.$$

в) Решим систему матричным методом.

Так как система в матричной форме запишется в виде $AX = B$, то решением системы будет матрица столбец $X = A^{-1}B$, где A^{-1} - обратная матрица для матрицы А. Найдем A^{-1} по формуле $A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$, где A_{ij} - алгебраические дополнения.

Определитель системы $\Delta = 5 \neq 0$, следовательно матрица А невырожденная и имеет обратную матрицу A^{-1}. Найдем алгебраические дополнения.

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 7;\quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -4;\quad A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -5;$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -5;\quad A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5;\quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 5;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4;\quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3;\quad A_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5.$$

Следовательно, $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 7 & -5 & -4 \\ -4 & 5 & 3 \\ -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

Решение системы уравнений запишется в виде:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1}B = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 7 & -5 & -4 \\ -4 & 5 & 3 \\ -5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 7\cdot 7 + (-5)\cdot 8 + (-4)\cdot 1 \\ -4\cdot 7 + 5\cdot 8 + 3\cdot 1 \\ -5\cdot 7 + 5\cdot 8 + 5\cdot 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Следовательно: x=1, y=3, z=2.

Ответ. x=1, y=3, z=2.

Задание №2

Даны координаты вершин треугольника ABC: A(2; 2), B(5; 5), C(8; -3). Найти: 1) длину стороны AB; 2) уравнение сторон AB и AC и их угловые коэффициенты; 3) уравнение медианы, проведенной из вершины А; 4) угол А в радианах с точностью до двух знаков; 5) уравнение высоты, проведенной из вершины В; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) площадь треугольника АВС.

Решение.

1. Если даны две точки $M_1(x_1;y_1)$ и $M_2(x_2;y_2)$, то расстояние между ними вычисляется по формуле $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Следовательно, длина стороны АВ будет равна: $d=\sqrt{(5-2)^2+(5-2)^2}=\sqrt{6}$.

2. Для нахождения уравнения прямой, проходящей через две заданные точки, воспользуемся формулой: $\frac{x-x_1}{y_2-y_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$.

Для прямой АВ имеем:

$\frac{x-2}{5-2}=\frac{y-2}{5-2}$ или $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{3}$.

Приведем последнее уравнение прямой к общему знаменателю, получим $3x-6=3y-6$ или $3x-3y=0$ – общее уравнение прямой АВ. Если выразить из общего уравнения у, то получим уравнение прямой АВ с угловым коэффициентом у=х, k=1.

Аналогично составляем уравнение прямой АС:

$\frac{x-2}{8-2}=\frac{y-2}{-3-2}$ или $\frac{x-2}{6}=\frac{y-2}{-5}$,

$-5x+10=6y-12\Rightarrow -5x-6y+22=0\Rightarrow 5x+6y-22=0$ – общее уравнение прямой АС;

$y=-\frac{5}{6}x+\frac{22}{6}$ - уравнение с угловым коэффициентом, $k=-\frac{5}{6}$.

3. По свойству, медиана, проведенная из вершины А пройдет через середину стороны ВС. Найдем координаты точки Д - середины отрезка ВС, используя формулы:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2}{2},\ \bar{y}=\frac{y_1+y_2}{2}.$$

В нашем случае: $\bar{x} = \frac{5+8}{2} = \frac{13}{2}$, $\bar{y} = \frac{5-3}{2} = 1$, следовательно Д($\frac{13}{2}$; 1).

Для составления уравнения медианы АД воспользуемся уравнением прямой через две точки:

$\frac{x-2}{\frac{13}{2}-2} = \frac{y-2}{1-2}$ или $\frac{x-2}{\frac{9}{2}} = \frac{y-2}{-1} \Rightarrow$, $-x+2 = \frac{9}{2}y - 9$, следовательно

$2x - 9y + 22 = 0$ - уравнение медианы АД.

4. Угол между двумя прямыми вычисляется по формуле: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$,

где k_1, k_2 - угловые коэффициенты соответствующих прямых.

В нашем случае берем угловые коэффициенты прямых АВ и АС: $k_1 = 1$, $k_2 = -\frac{5}{6}$. Следовательно,

$$tg\angle A = \left|\frac{-\frac{5}{6}-1}{1+1\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)}\right| = \left|\frac{-\frac{11}{6}}{\frac{1}{6}}\right| = 11 \Rightarrow \angle A = arctg 11.$$

5. Для составления уравнения высоты ВК воспользуемся уравнением прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении $y - y_0 = k(x - x_0)$ и условием перпендикулярности двух прямых. Так как $ВК \perp АС$, то $k_{ВК} = -\frac{1}{k_{АС}}$.

В нашем случае $k_{АС} = -\frac{5}{6} \Rightarrow k_{ВК} = \frac{6}{5}$. Следовательно, уравнение высоты запишется в виде: $y - 5 = \frac{6}{5}(x-5) \Rightarrow y - 5 = \frac{6}{5}x - 6 \Rightarrow 5y - 25 = 6x - 30 \Rightarrow$

$6x - 5y - 5 = 0$ - уравнение высоты ВК в общем виде.

6. Так как прямая ВЕ параллельна прямой АС, то их угловые коэффициенты равна: $k_{ВЕ} = k_{АС} = -\frac{5}{6}$. Используя формулу $y - y_0 = k(x - x_0)$, получим:

$y - 5 = -\frac{5}{6}(x-5) \Rightarrow y - 5 = -\frac{5}{6}x + \frac{25}{6} \Rightarrow 6y - 30 = -5x + 25 \Rightarrow$

$5x+6y-55=0$ - общее уравнение прямой BE, параллельной прямой AC.

7. Площадь треугольника ABC вычислим по формуле

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}h\cdot \mathrm{AC},$$

где h – высота треугольника ABC, опущенная на сторону AC. Найдем длину высоты BK по формуле: $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$, где A, B, C – коэффициенты из уравнения прямой, к которой проведена высота, а $x_0,\ y_0$ - координаты точки, из которой опущен перпендикуляр.

Таким образом, $d=\frac{|5\cdot 5+6\cdot 5-22|}{\sqrt{25+36}}=\frac{33}{\sqrt{61}}$. Длину стороны AC вычислим по формуле: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

$d=\sqrt{(8-2)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$.

Тогда $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\frac{33}{\sqrt{61}}\cdot\sqrt{61}=\frac{33}{2}=16{,}5$ (кв.ед.)

Задание №3

Установить, какие линии определяются следующими уравнениями, изобразить их на чертеже.

а) $4x^2-16x-9y^2-18y-29=0$.

Решение.

Преобразуем данное уравнение следующим образом:

$(4x^2-16x)+(-9y^2-18y)-29=0$.

Дополним выражения в скобках до полного квадрата:

$4(x^2-4x+4-4)-9(y^2+2y+1-1)-29=0,$

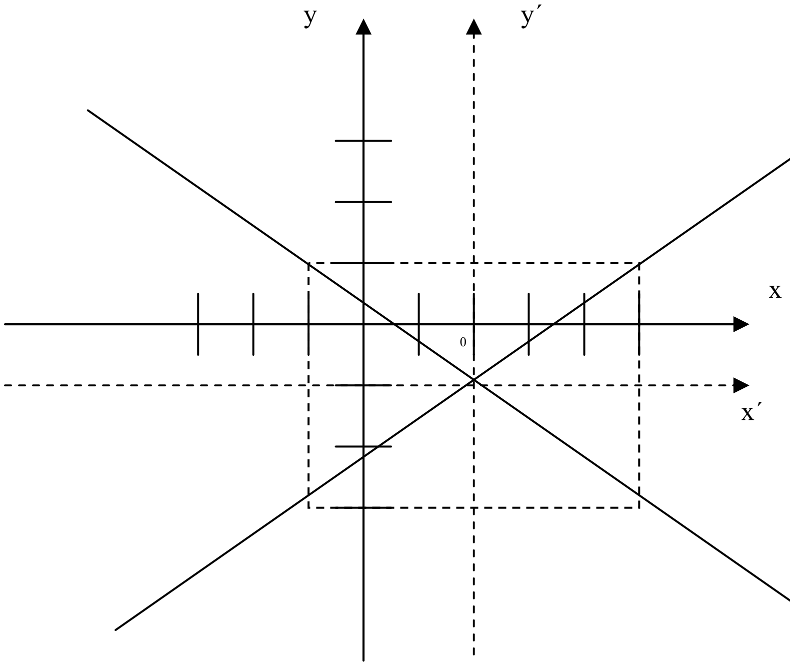
$4(x-2)^2-16-9(y+1)^2+9-29=0,$

$4(x-2)^2-9(y+1)^2=36$,

$\frac{4(x-2)^2}{36}-\frac{9(y+1)^2}{36}=1$,

$\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+1)^2}{4}=1$ - уравнение гиперболы; центр симметрии в точке $O_1(2; -1)$; полуоси – a=3, b=2.

Изображаем чертеж



б) $8x^2-12x+4y-12=0$

Решение.

Преобразуем данное уравнение:

$$\left(8x^2-12x\right)+4y-12=0,$$

$$8\left(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}\right)+4y-12=0,$$

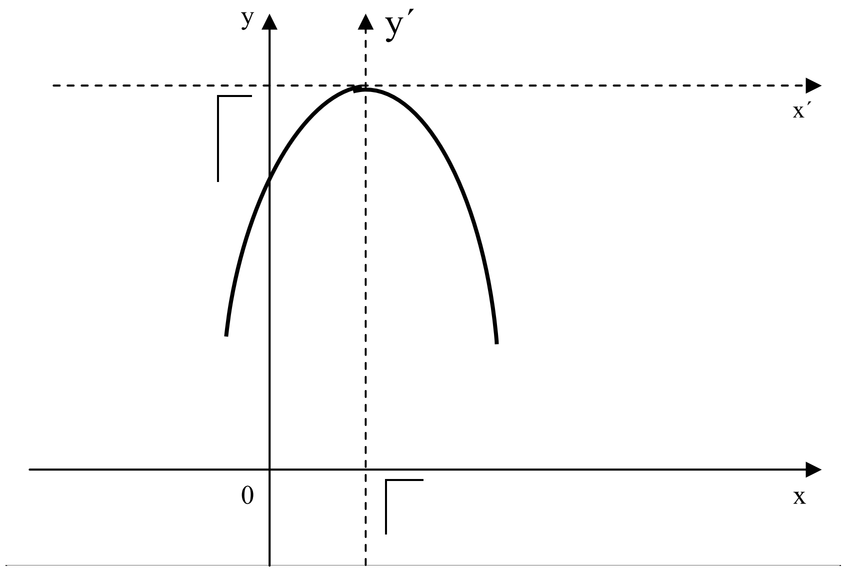
$$8\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{2}+4y-12=0,$$

$$8\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{33}{2}-4y,$$

$$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{33}{16}-\frac{y}{2},$$

$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=-\frac{1}{2}\left(y-\frac{33}{8}\right)$ - уравнение параболы с вершиной в точке $O_1(\frac{3}{4};\frac{33}{8})$; ось симметрии параллельна оси Oy; ветви направлены вниз.

Изображаем чертеж



в) $x = -\sqrt{25 + y^2}$.

Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат:

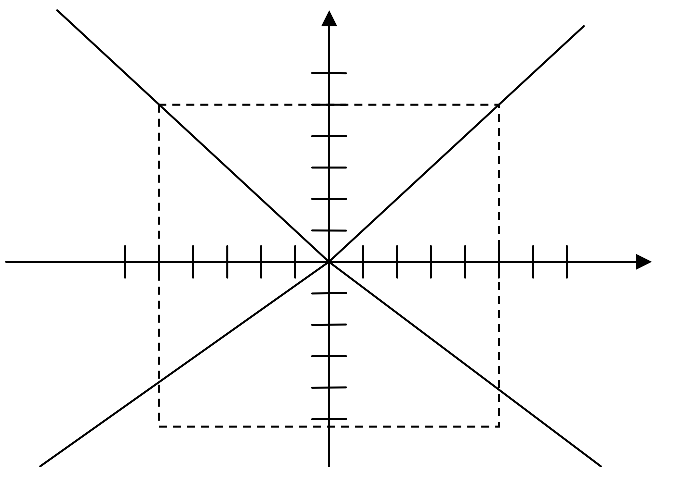
$x^2 = 25 + y^2$,

$x^2 - y^2 = 25$,

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{25} = 1$ - уравнение гиперболы; центр симметрии в точке O(0; 0); a=b=5.

Так как по условию x≤0, то уравнение $x = -\sqrt{25 + y^2}$ определяет часть гиперболы, расположенную во II и IV четвертях прямоугольной системы координат.

Изображаем чертеж



г) $y = +\sqrt{16 - x^2}$.

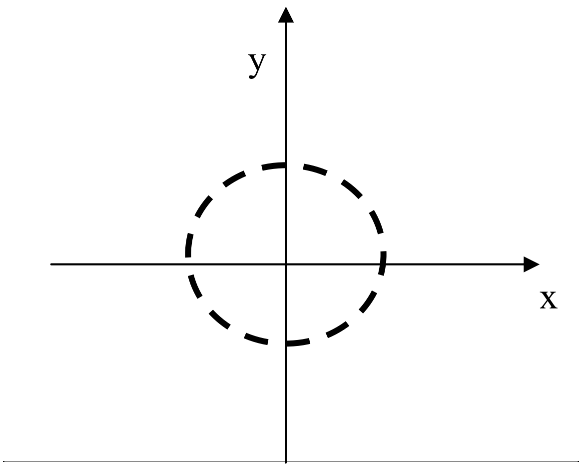
Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$y^2 = 16 - x^2$,

$x^2 + y^2 = 16$ - уравнение окружности с центром в точке O(0; 0) и радиусом R=4. Так как по условию y≤0, то уравнение определяет часть окружности, расположенной выше оси Ox.

Изображаем чертеж



Задание №4

Исследовать и построить график функции $y = \dfrac{2x}{(x-3)^2}$.

Решение.

Для полного исследования функции и построения ее графика рекомендуется использовать следующую схему:

1. Найти область определения функции.
2. Найти (если это возможно) точки пересечения с осями координат.
3. Найти точки разрыва функции и определить, какого они рода.
4. Исследовать функцию на четность и нечетность.
5. Найти асимптоты функции.
6. Найти экстремумы и интервалы монотонности функции.

7. Исследовать функцию на выпуклость и вогнутость, найти точки перегиба.
8. Построить график функции, используя полученное исследование.

Проведем исследование данной функции по выше указанной схеме.

1. Функция определена на всей числовой оси, кроме точки $x=3$, т. е. $D(y)=(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$.
2. Найдем точки пересечения с осями координат.
   - Ось $Ox \Rightarrow y=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow$ точка пересечения с осью Ox – (0; 0);
   - Ось $Oy \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow$ точка пересечения с осью Oy – (0; 0).
3. В точке $x=3$ функция имеет разрыв. Найдем односторонние пределы в точке $x=3$:

$\lim\limits_{x\to 3+0}\frac{2x}{(x-3)^2}=\infty$, $\lim\limits_{x\to 3-0}\frac{2x}{(x-3)^2}=\infty$, следовательно $x=3$ – точка разрыва II рода. В остальных точках числовой оси функция непрерывна.

4. Исследуем функцию на четность и нечетность.

$y(-x)=\frac{2(-x)}{(-x-3)^2}=-\frac{2x}{(x+3)^2}\Rightarrow y(-x)\neq y(x),\ y(-x)\neq -y(x)\Rightarrow$ данная функция не является четной и нечетной.

5. Найдем асимптоты функции:
   a. вертикальная асимптота

      $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x}{(x-3)^2}=\infty\Rightarrow$ $x=3$ – вертикальная асимптота;
   b. горизонтальная асимптота

      $\lim\limits_{x\to \infty}\frac{2x}{(x-3)^2}=0\Rightarrow$ $y=0$ – горизонтальная асимптота;
   c. наклонная асимптота

      $y=kx+b$, где

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x(x-3)^2}=0,\ b=\lim_{x\to\infty}(f(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{(x-3)^3}-0\right)=0,$$

следовательно $y=0$ – наклонная асимптота.

6. Найдем промежутки монотонности и экстремумы функции. Для этого решим уравнение $y'=0$. Вычислим первую производную:

$$y'=\left(\frac{2x}{(x-3)^2}\right)'=\frac{2(x-3)^2-2x\cdot 2(x-3)}{(x-3)^4}=\frac{(x-3)(2(x-3)-4x)}{(x-3)^4}=\frac{2x-6-4x}{(x-3)^3}=\frac{-2x-6}{(x-3)^3};$$

$$y'=0\ \Rightarrow\ \frac{-2x-6}{(x-3)^3}=0\Rightarrow\begin{cases}-2x-6=0\\ x\neq 3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-3\\ x\neq 3\end{cases}.$$

Исследуем характер критической точки $x=-3$. Для этого методом пробных точек определяем знак первой производной в каждом из интервалов:

x	$(-\infty;-3)$	-3	$(-3;3)$	$(3;+\infty)$
y'	-	0	+	-
y	убывает	$-\frac{1}{3}$ min	возрастает	убывает

На интервалах $(-\infty;-3)$, $(3;+\infty)$ функция убывает. На интервале $(-3;3)$ функция возрастает.

$$x_{\min}=-3\Rightarrow y_{\min}=y(-3)=-\frac{1}{3}.$$

7. Исследуем функцию на выпуклость и вогнутость. Для этого решим уравнение $y''=0$. Вычислим вторую производную

$$y''=\left(\frac{2x}{(x-3)^2}\right)''=\frac{-2(x-3)^3-(-2x-6)\cdot 3(x-3)^2}{(x-3)^6}=\frac{(x-3)^2(-2(x-3)-3(-2x-6))}{(x-3)^6}=$$
$$=\frac{-2x+6+6x+18}{(x-3)^4}=\frac{4x+24}{(x-3)^4}$$

$$y''=0\ \Rightarrow\ \frac{4x+24}{(x-3)^4}=0\Rightarrow\begin{cases}4x+24=0\\ x\neq 3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-6\\ x\neq 3\end{cases}.$$

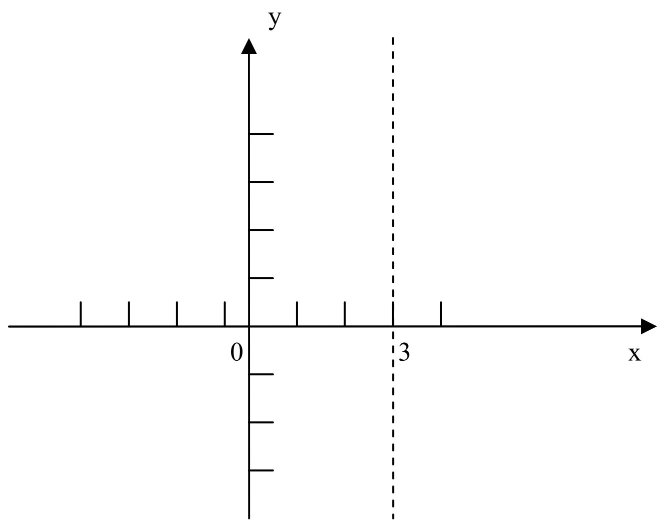
Исследуем характер точки *x=-6*. Для этого методом пробных точек определяем знак второй производной в каждом из интервалов:

x	$(-\infty;-6)$	*-6*	$(-6;3)$	$(3;+\infty)$
y''	-	0	+	+
y	выпуклая	$-\frac{4}{27}$ перегиб	вогнутая	вогнутая

На интервалах $(-6;3)$, $(3;+\infty)$ функция выпуклая. На интервале $(-6;3)$ функция вогнутая.

$x=-6$ - точка перегиба; $y(-6)=-\frac{4}{27}$.

8. Строим график



Задание №5

Найти неопределенные интегралы (результаты а, б проверить дифференцированием).

а) $\int\frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$; б) $\int\frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x}$; в) $\int x^2\ln x dx$; г) $\int\frac{dx}{x^2-2x+3}$;

д) $\int \frac{2x^2+x+3}{(x+2)(x^2+x+1)}dx$.

Решение.

а) $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

Так как $d(\arcsin x)=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$, то имеем

$$\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx=\int \arcsin^5 x\cdot d(\arcsin x)=\frac{\arcsin^6 x}{6}+C.$$

Результат проверим дифференцированием:

$$\left(\frac{\arcsin^6 x}{6}+C\right)'=\frac{6\arcsin^5 x}{6}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+0=\frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

б) $\int \frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x}$.

Так как $d(tgx)=\frac{dx}{\cos^2 x}$, то имеем

$$\int \frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x}=\int tg^3 x\cdot d(tgx)=\frac{tg^4 x}{4}+C.$$

Результат проверим дифференцированием:

$$\left(\frac{tg^4 x}{4}+C\right)'=\frac{4tg^3 x}{3}\cdot\frac{1}{\cos^2 x}+0=\frac{tg^3 x}{\cos^2 x}$$

в) $\int x^2 \ln x dx$

Применим метод интегрирования по частям:

$$\int udv=uv-\int vdu.$$

Пусть $\begin{matrix} u=\ln x \Rightarrow du=\frac{dx}{x} \\ x^2dx=dv \Rightarrow v=\int x^2dx=\frac{x3}{3}\end{matrix}$, тогда

$$\int x^2\ln xdx=\frac{x^3}{3}\ln x-\int\frac{x^3}{3}\cdot\frac{dx}{x}=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{3}+C=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+C.$$

г) $\int \frac{dx}{x^2-2x+3}$.

Выделим полный квадрат в выражении, стоящем в знаменателе:
$x^2-2x+3=(x-1)^2+2$. Тогда

$$\int\frac{dx}{x^2-2x+3}=\int\frac{dx}{(x-1)^2+2}=\int\frac{dx}{(x-1)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{x-1}{\sqrt{2}}+C\ .$$

д) $\int\frac{2x^2+x+3}{(x+2)(x^2+x+1)}dx$.

Разложим подынтегральную дробь на сумму простейших дробей методом неопределенных коэффициентов:

$$\frac{2x^2+x+3}{(x+2)(x^2+x+1)}=\frac{A}{x+2}+\frac{Bx+C}{x^2+x+1}.$$

В правой части полученного выражения дроби приведем к общему знаменателю и приравняем коэффициенты, стоящие при одинаковых степенях в правой и левой частях выражения.

$$2x^2+x+3=Ax^2+Ax+A+Bx^2+2Bx+Cx+2C=(A+B)x^2+(A+2B+C)x+A+2C\ .$$

Решаем систему уравнений и находим коэффициенты *A, B, C*.

$$\begin{cases}A+B=2\\A+2B+C=1\\A+2C=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=3\\B=-1.\\C=0\end{cases}$$

Таким образом,

$$\int\frac{2x^2+x+3}{(x+2)(x^2+x+1)}dx=\int\left(\frac{3}{x+2}-\frac{1}{x^2+x+1}\right)dx=\int\frac{3dx}{x+2}-\int\frac{dx}{x^2+x+1}=3\ln|x+2|-$$

$$-\int\frac{dx}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}=3\ln|x+2|-\frac{2}{\sqrt{3}}arctg\frac{2\left(x+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}+C.$$

Задание №6

Решить дифференциальные уравнения:

а) $xyy'=1-x^2\quad y(1)=1$; б) $y'''=\frac{1}{2}\sin 4x-x$.

Решение.

а) $xyy' = 1 - x^2$ - дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными.

Разделим переменные

$$yy' = \frac{1-x^2}{x} \Rightarrow yy' = \frac{1}{x} - x \Rightarrow ydy = \left(\frac{1}{x} - x\right)dx.$$

Интегрируем обе части уравнения

$\int ydy = \int\left(\frac{1}{x} - x\right)dx \Rightarrow \frac{y^2}{2} = \ln|x| - \frac{x^2}{2} + C \Rightarrow y = \sqrt{\ln x^2 - x^2 + C}$ - общее решение данного дифференциального уравнения.

Найдем частное решение, удовлетворяющее данному начальному условию: $1 = \sqrt{\ln 1 - 1 + C} \Rightarrow C = 2$.

$y = \sqrt{\ln x^2 - x^2 + 2}$ - частное решение данного дифференциального уравнения.

б) $y''' = \frac{1}{2}\sin 4x - x$ - дифференциальное уравнение третьего порядка.

$$y'' = \int\left(\frac{1}{2}\sin 4x - x\right)dx = -\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{x^2}{2} + C_1,$$

$$y' = \int\left(-\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{x^2}{2} + C_1\right)dx = -\frac{1}{32}\sin 4x - \frac{x^2}{6} + C_1 x + C_2,$$

$$y' = \int\left(-\frac{1}{32}\sin 4x - \frac{x^2}{6} + C_1 x + C_2\right)dx = \frac{1}{128}\cos 4x - \frac{x^4}{24} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3.$$

Следовательно, $y = \frac{1}{128}\cos 4x - \frac{x^4}{24} + C_1\frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$ - общее решение данного дифференциального уравнения.

Задание №7

а) Правление некоторой фирмы выбирает из 10 кандидатов 3 человек на различные должности (все 10 кандидатов имеют равные шансы). Сколько всевозможных групп по 3 человека можно составить из 10 кандидатов?

Решение.

В условии задачи речь идет о расчете числа комбинаций из 10 элементов по 3. Так как группы по 3 человека могут отличаться и составом претендентов, и заполняемыми ими вакансиями, т. е. порядком, то для ответа необходимо рассчитать число размещений из 10 элементов по 3:

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$, N= $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-7)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$, следовательно, можно составить 720 групп по 3 человека из 10.

б) Правление некоторой фирмы выбирает из 10 кандидатов 3 человек на одинаковые должности (все 10 кандидатов имеют равные шансы). Сколько всевозможных групп по 3 человека можно составить из 10 кандидатов?

Решение.

Состав различных групп должен отличаться по крайней мере хотя бы одним кандидатом и порядком выбора кандидата не имеет значения, следовательно, этот вид соединений представляет собой сочетания

$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, N= $C_{10}^3 = \frac{10!}{7!(10-7)!} = 120$, следовательно, можно составить 120 групп по 3 человека из 10.

в) Менеджер фирмы ежедневно просматривает 6 изданий. Если порядок просмотра изданий случаен, то сколько существует способов его осуществления?

Решение.

Способы просмотра изданий различаются только порядком, так как число, а значит, и состав изданий при каждом способе неизменны. Следовательно, при решении этой задачи необходимо рассчитать число перестановок $P_n = n!$

По условию задачи n=6, $P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$, следовательно, 6 изданий можно просмотреть 720 способами.

Задание №8

В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой во вторую наудачу переложен один шар: а) найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, окажется черным. б) предположим, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, оказался черным. Какова вероятность того, что из первой урны во вторую был переложен белый шар?

Решение.

Выделим событие и гипотезы:

Событие A – шар, извлеченный из второй урны, черный;

Гипотеза H_1 – из первой урны во вторую переложили черный шар;

Гипотеза H_2 - из первой урны во вторую переложили белый шар.

а) Для нахождения вероятности того, что шар, извлеченный из второй урны после перекладывания, окажется черным, воспользуемся формулой полной вероятности

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A).$$

Используя классическое определение вероятности, найдем вероятности гипотез

$$P(H_1) = \frac{6}{10}; \; P(H_2) = \frac{4}{10}$$

и условные вероятности события А.

После перекладывания во второй урне окажется 11 шаров. Если из первой урны во вторую переложили черный шар, то во второй урне окажется 7 черных и 4 белых шаров, тогда

$$P_{H_1}(A) = \frac{7}{11}.$$

Если из первой урны во вторую переложили белый шар, то во второй урне окажется 6 черных и 5 белых шаров, тогда

$$P_{H_2}(A) = \frac{6}{11}.$$

Тогда по формуле полной вероятности имеем

$$P(A)=\frac{6}{10}\cdot\frac{7}{11}+\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{11}=0{,}6\,.$$

б) Предполагается, что событие A уже произошло, т. е. шар, извлеченный из второй урны, оказался черным. Требуется найти уточненную (послеопытную) вероятность второй гипотезы, т. е. необходимо определить вероятность того, что из первой урны во вторую был переложен белый шар при условии, что шар, извлеченных из второй урны после перекладывания, оказался черным $P_A(H_2)$. Для определения искомой вероятности воспользуемся формулой Бейеса

$$P_A(H_i)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(A)}\,.$$

$$P_A(H_2)=\frac{P(H_2)P_{H_2}(A)}{P(A)}=\frac{\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{11}}{0{,}6}=0{,}3636\,.$$

Задание №9

Задана функция распределения случайной величины X –

$$F(x)=\begin{cases}0, & при\ x\le 2,\\ 0{,}5x-1, & при\ 2<x\le 4\,.\\ 1, & при\ x>4\end{cases}$$

Найти: а) *f(x)*;

б) *M(X), D(X),* $\sigma(x)$;

в) построить графики *F(x)* и *f(x)*.

Решение.

а) $f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & при\ \ x<2,\\ 0{,}5, & при\ \ 2\le x\le 4\\ 0, & при\ \ x>4\end{cases}$ - плотность распределения.

б) $M(x)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$ - математическое ожидание;

$$M(x) = \int_2^4 0{,}5xdx = 0{,}5 \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_2^4 = 0{,}5\left(\frac{16}{2} - \frac{4}{2}\right) = 3;$$

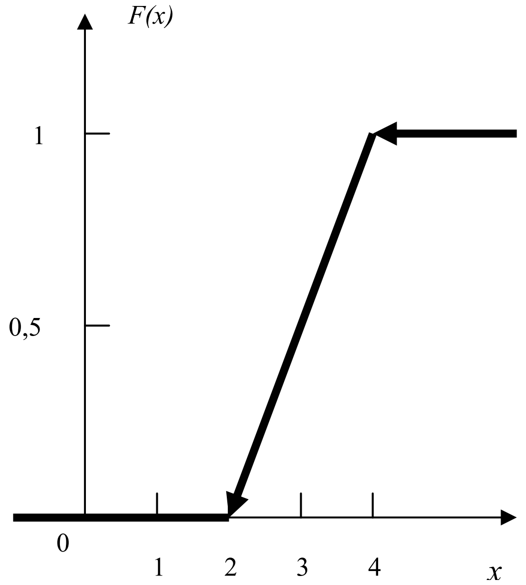
$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - (M(x))^2$$ - дисперсия;

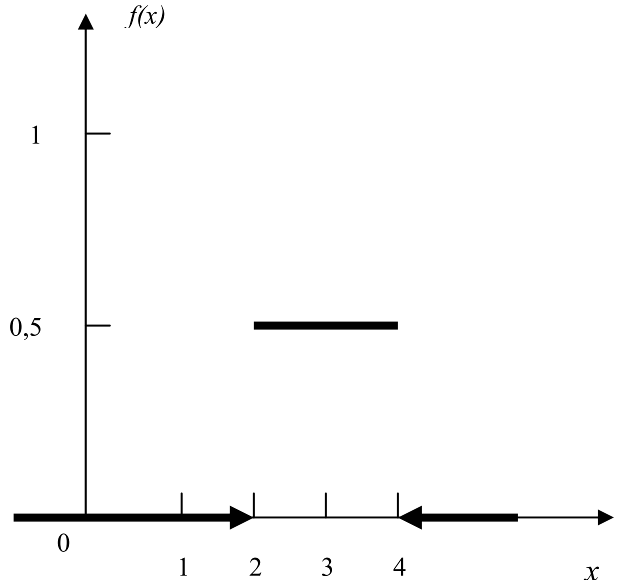
$$D(x) = \int_2^4 0{,}5x^2dx - (M(x))^2 = 0{,}5 \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_2^4 - 9 = 0{,}5\left(\frac{64}{3} - \frac{8}{3}\right) - 9 = 0{,}5 \cdot \frac{56}{3} - 9 = 0{,}33;$$

$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$ - среднеквадратическое отклонение;

$\sigma(x) = \sqrt{0{,}33} = 0{,}58$;

в) строим графики *F(x)* и *f(x)*





Задание №10

Имеются данные о годовой мощности предприятий цементной промышленности в 1996 г.

Предприятия с годовой мощностью, тыс. т	До 500	500 – 1000	1000 - 2000	2000 – 3000	Свыше 3000
Количество предприятий	27	11	8	8	2

Необходимо построить гистограмму, рассчитать среднюю мощность предприятий. Найти дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объяснить полученные результаты, сделать выводы.
Решение.

Данные о годовой мощности предприятий промышленности представлены в виде интервального вариационного ряда – значения признака заданы в виде интервалов. При этом первый и последний интервалы – открытые: оба интервала не имеют одной из границ. Наконец, данный интервальный вариационный ряд – с неравными интервалами: интервальные разности (разность между верхней и нижней границами) интервалов неодинаковы. Условно закроем границы открытых интервалов.

Интервальная разность второго интервала

$$1000-500=500.$$

Следовательно, нижняя граница первого интервала

$$500-500=0.$$

Интервальная разность предпоследнего интервала

$$3000-2000=1000.$$

Следовательно, верхняя граница последнего интервала

$$3000+1000=4000.$$

В результате, получим следующий вариационный ряд

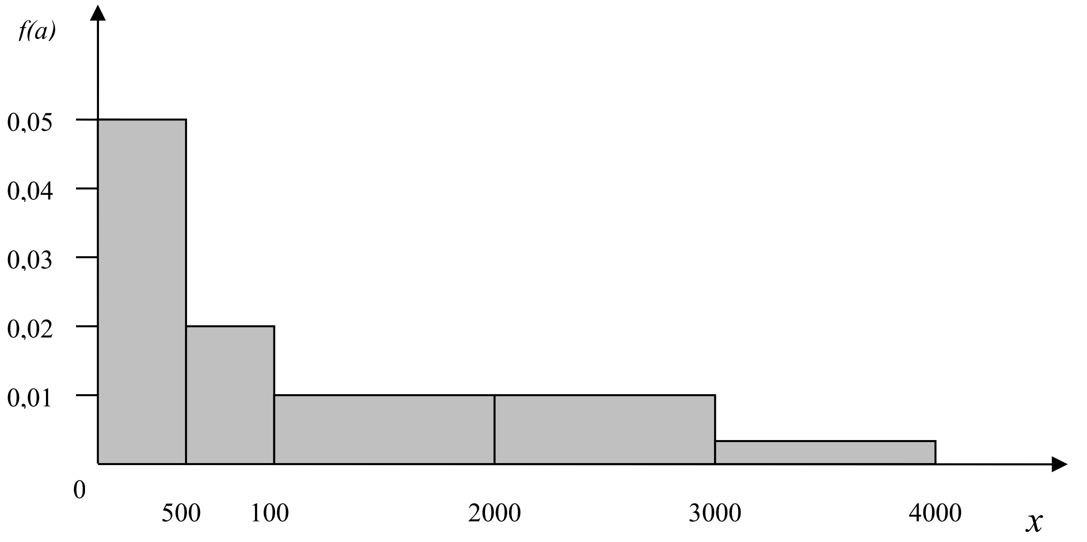
x_i	0 - 500	500 - 1000	1000 - 2000	2000 - 3000	3000 - 4000
m_i	27	11	8	8	2

Учитывая неодинаковую величину интервалов, для построения гистограммы рассчитаем абсолютные плотности распределения:

$f(a)_1 = \dfrac{27}{500-0} = 0{,}054$; $f(a)_2 = \dfrac{11}{1000-500} = 0{,}022$; $f(a)_3 = \dfrac{8}{2000-1000} = 0{,}008$;

$f(a)_4 = \dfrac{8}{3000-2000} = 0{,}008$; $f(a)_5 = \dfrac{2}{4000-3000} = 0{,}002$.

Построим гистограмму.



Рассчитаем среднюю мощность предприятий цементной промышленности в 1996 г. Так как частоты интервалов разные, используем для расчета средней арифметической формулу $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}$.

При расчете числовых характеристик интервального вариационного ряда в качестве значений признака принимаются середины интервалов.

$$\bar{x} = \frac{250 \cdot 27 + 750 \cdot 11 + 1500 \cdot 8 + 2500 \cdot 8 + 3500 \cdot 2}{27 + 11 + 8 + 8 + 2} = 964{,}29$$

Средняя мощность предприятий цементной промышленности в 1996 г. Составляла 964,29 тыс. т.

Оценим колеблемость мощности предприятий цементной промышленности в 1996 г.

Так как частоты неодинаковы, для расчета дисперсии используем формулу $D(x) = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}$.

$$D(x)=\frac{(250-964{,}29)^2\cdot 27+(750-964{,}29)^2\cdot 11+(1500-964{,}29)^2\cdot 8+(2500-964{,}29)^2\cdot 8}{27+11+8+8+2}+$$

$$+\frac{(3500-964{,}29)^2\cdot 2}{56}=862563{,}78$$

Дисперсия мощности предприятий – 862563,78 (тыс. т)^2.

Найдем среднее квадратическое отклонение мощности предприятий по формуле $\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$.

$$\sigma(x)=\sqrt{862583{,}78}=928{,}74$$

Среднее квадратическое отклонение мощности предприятий – 928,74 тыс. т.

Найдем коэффициент вариации по формуле $V(x)=\frac{\sigma(x)}{x}100\%$.

$$V(x)=\frac{928{,}74}{964{,}29}100\%=96{,}31\%$$

Коэффициент вариации годовой мощности предприятий цементной промышленности составляет 96,31%. Поскольку он больше 35%, можно сделать вывод о том, что изучаемая совокупность предприятий является неоднородной, что обусловило высокую колеблемость годовой мощности.

Следовательно, использование средней арифметической для характеристики наиболее типичного уровня годовой мощности предприятий цементной промышленности неверно – средняя арифметическая нетипична для изучаемой совокупности.

Задание №11

Предположим, что мы имеем выручку от продажи баночного пива в магазинах города в течение дня. Провели исследование в 10 случайно выбранных магазинах и получили следующие данные:

Номер магазина	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число посетителей	907	926	506	741	789	889	874	510	529	420

Выручка, у. е.	11,2	11,5	6,84	9,21	9,42	9,45	6,73	7,24	6,12	7,63

Построить график исходных данных и определить характер зависимости. Рассчитать выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$. Построить уравнение регрессии и дать интерпретацию полученных результатов. Сделать прогноз средней ежедневной выручки магазина, который посетят 600 покупателей.

Решение.

Данные, приведенные в таблице, представим в виде точечной диаграммы (ось абсцисс – число посетителей магазина, ось ординат – выручка).

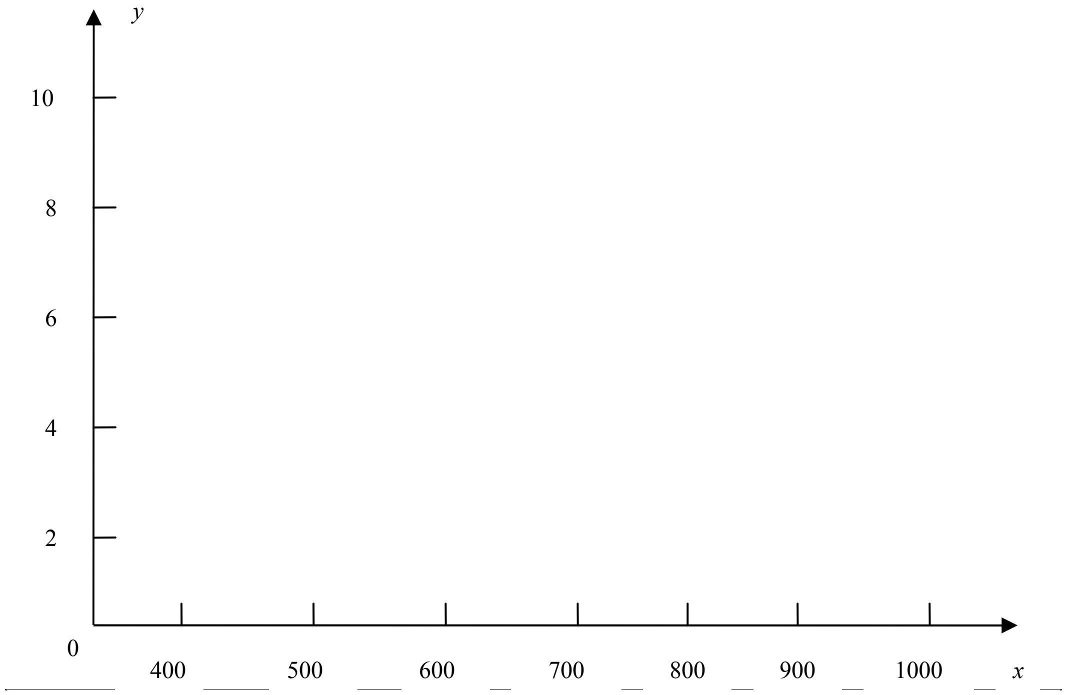


Диаграмма наглядно показывает наличие линейной зависимости выручки от продажи пива от числа посетителей магазина. С увеличением числа посетителей растет выручка от продажи.

Рассчитаем выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверим его значимость при $\alpha = 0{,}05$. Для нахождения коэффициента корреляции воспользуемся формулой: $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}}$.

Составим вспомогательную таблицу

i	x	y	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	907	11,2	822649	125,44	10158,4
2	926	11,5	857476	132,25	10649
3	506	6,84	256036	46,7856	3461,04
4	741	9,21	549081	84,8241	6824,61
5	789	9,42	622521	88,7364	7432,38
6	889	9,45	790321	89,3025	8401,05
7	874	6,73	763876	45,2929	5882,02
8	510	7,24	260100	52,4176	3692,4
9	529	6,12	279841	37,4544	3849,48
10	420	7,63	176400	58,2169	3204,6
$\sum$	7091	85,34	5378301	760,7204	63554,98

Найдем средние значения $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ и $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$:

$$\bar{x} = \frac{7091}{10} = 709{,}1; \ \bar{y} = \frac{85{,}34}{10} = 8{,}534.$$

Тогда $r = \dfrac{63554{,}98 - 10 \cdot 709{,}1 \cdot 8{,}534}{\sqrt{5378301 - 10 \cdot (709{,}1)^2} \cdot \sqrt{760{,}7204 - 10 \cdot (8{,}534)^2}} = \dfrac{3040{,}386}{591{,}67 \cdot 5{,}69} = 0{,}903$.

Проверим значимость коэффициента *r=0,903* при $\alpha = 0{,}05$. Для этого найдем $t_{набл} = \dfrac{r}{\sigma_r}$, где $\sigma_r = \sqrt{\dfrac{1 - r^2}{n - 2}}$ и $t_{кр}$, которое определяется по таблице распределения Стьюдента по уровню значимости α и числу степеней свободы *k=n-2*.

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1 - (0{,}903)^2}{10 - 2}} = 0{,}15; \ t_{набл} = \frac{0{,}903}{0{,}15} = 6{,}02; \ t_{кр} = t(8; 0{,}05) = 2{,}31;$$

$t_{набл} > t_{кр} \Rightarrow$ между величинами *x* и *y* существует линейная зависимость.

Рассчитаем параметры уравнения регрессии:

$$\bar{y}_x = b_0 + b_1 x \text{, где}$$

$$b_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \; b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}.$$

Тогда $b_1 = \frac{10 \cdot 63554{,}98 - 7091 \cdot 85{,}34}{10 \cdot 5378301 - (7091)^2} = \frac{30403{,}86}{3500729} = 0{,}0087$; $b_0 = 8{,}534 - 0{,}0087 \cdot 709{,}1 = 2{,}365.$

Следовательно, уравнение регрессии имеет вид

$$\bar{y}_x = 2{,}365 + 0{,}0087x.$$

Коэффициент b_1 характеризует наклон линии регрессии. b_1=0,0087. Это означает, что при увеличении x на единицу ожидаемое значение y возрастет на 0,0087. То есть регрессионная модель указывает на то, что каждый новый посетитель магазина в среднем увеличивает недельную выручку магазина на 0,0087 у. е. (или можно сказать, что ожидаемый прирост ежедневной выручки составит 8,7 у. е. при привлечении в магазин 100 дополнительных посетителей). Отсюда b_1 может быть интерпретирован как прирост ежедневной выручки, который варьирует в зависимости от числа посетителей магазина.

Свободный член уравнения b_0=2,365 у. е., это – значение y при x, равном нулю. Поскольку маловероятно число посетителей магазина, равное нулю, то можно интерпретировать b_0 как меру влияния на величину ежедневной выручки других факторов, не включенных в уравнение регрессии.

Найдем среднюю ежедневную выручку магазина, который посетят 600 покупателей. Для того, чтобы определить прогнозируемое значение, следует x=600 подставить в полученное уравнение регрессии:

$$\bar{y}_x = 2{,}365 + 0{,}0087 \cdot 600 = 7{,}585.$$

Следовательно, прогнозируемая дневная выручка для магазина с 600 посетителями в день равна 7,585 у. е.

Задания для контрольной работы

Задание №1

Решить систему линейных уравнений

а) методом Гаусса;

б) по формулам Крамера;

в) средствами матричного исчисления.

1	$\begin{cases} x+y-z=-2 \\ 4x-3y+z=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$	6	$\begin{cases} x+4y-3z=-7 \\ x-3y+2z=0 \\ 2x-5y-z=-1 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x+2y+2z=1 \\ 2x-3y-z=3 \\ x+y+2z=-2 \end{cases}$	7	$\begin{cases} x+y+2z=-1 \\ 2x-y+2z=-4 \\ 4x+y+4z=-2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x+2y+4z=31 \\ 5x+y+2z=29 \\ 3x-y+z=10 \end{cases}$	8	$\begin{cases} x+y-2z=16 \\ 2x+3y-7z=16 \\ 5x+2y+z=16 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y+z=8 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 2x-3y+z=-7 \\ x+4y+2z=-1 \\ x-4y=-7 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 4x+5y-2z=-3 \\ x+2y+3z=0 \\ x+y-2z=-1 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 4x-3y+2z=9 \\ 2x+5y-3z=4 \\ 5x+6y-2z=18 \end{cases}$

Задание №2.

Даны координаты вершин треугольника АВС. Найти: 1) длину стороны АВ; 2) уравнение сторон АВ и АС и их угловые коэффициенты; 3) уравнение медианы, проведенной из вершины А; 4) угол А в радианах с точностью до двух знаков; 5) уравнение высоты, проведенной из вершины B; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) площадь треугольника ABC.

№	A	B	C
1	(7;1)	(-5;-4)	(-9;-1)
2	(0;5)	(12;0)	(18;8)
3	(8;0)	(-4;-5)	(-8;-2)
4	(1;5)	(13;0)	(19;8)
5	(6;5)	(-6;0)	(-10;3)
6	(-9;20)	(15;13)	(-3;37)
7	(-21;18)	(3;11)	(-15;35)
8	(-15;27)	(9;20)	(-9;44)
9	(-27;-24)	(-3;-13)	(-21;-7)
10	(-17;26)	(7;19)	(-11;43)

Задание №3

Установить, какие линии определяются следующими уравнениями, изобразить их на чертеже.

№	а)	б)
1	$3x^2 - y - 6x + 1 = 0$	$x = -\sqrt{9 - y^2}$
2	$x - 4y^2 - 8 = 0$	$y = +\sqrt{25 - x^2}$
3	$3x^2 + 5y - 10 = 0$	$x = +2\sqrt{y^2 - 4}$
4	$y^2 - 2y - 4x + 4 = 0$	$x = -\sqrt{25 + y^2}$
5	$6 - y^2 - 8x = 0$	$y = -\frac{2}{5}\sqrt{x^2 + 25}$

6	$8x^2-12x+4y-12=0$	$x=\frac{1}{3}\sqrt{9-y^2}$
7	$3y^2+6y+6x=0$	$y=\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$
8	$6x^2-2x-y=0$	$x=-\frac{2}{3}\sqrt{9-y^2}$
9	$16y-x^2+12x+4=0$	$x=+\frac{4}{3}\sqrt{y^2+9}$
10	$y^2-4x+8=0$	$y=+\sqrt{16-x^2}$

Задание №4

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график, используя результаты исследования.

1	$f(x)=\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$	6	$f(x)=x\cdot e^{2x-1}$
2	$f(x)=\dfrac{x^2}{3-x^2}$	7	$f(x)=\dfrac{e^x}{e^x-1}$
3	$f(x)=(x+4)e^{2x}$	8	$f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}$
4	$f(x)=xe^{-x}$	9	$f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$
5	$f(x)=\dfrac{4x^2}{x^3-1}$	10	$f(x)=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$

Задание №5

Найти неопределенные интегралы (результаты а) ,б) проверить дифференцированием)

1	а) $\int \dfrac{e^{arctgx}}{1+x^2}dx$; б) $\int \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}dx$; в) $\int \dfrac{dx}{x^2+6x+5}$; г) $\int (x^2+3)e^{3x}dx$
2	а) $\int \dfrac{arctg^4 x}{1+x^2}dx$; б) $\int \sin^6 x\cos x dx$; в) $\int \dfrac{dx}{(x+2)(x^2+4)}$; г) $\int x^2\cos 2x dx$
3	а) $\int \dfrac{dx}{x\ln^2 x}$; б) $\int \sin^2 x\cos^3 x dx$; в) $\int \dfrac{dx}{x^2+x}$; г) $x=-\sqrt{25+y^2}$
4	а) $ydy=\left(\dfrac{1}{x}-x\right)dx$; б) $\int \dfrac{xdx}{\sqrt{x^2-1}}$; в) $\int \dfrac{dx}{x(x^2+3)}$; г) $\int x^3\ln x dx$
5	а) $\int \dfrac{dx}{\cos^2 4x}$; б) $\int 4^{x^3} x^2 dx$; в) $\int \dfrac{xdx}{(x-1)(x+2)}$; г) $\int arctg\ \ xdx$
6	а) $\int \dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$; б) $\int \dfrac{\cos^3 x}{\sin^2 x}dx$; в) $\int \dfrac{dx}{x^2+5x+1}$; г) $\int \arcsin 4x dx$
7	а) $\int xe^{x^2-1}dx$; б) $\int ctg^2 x dx$; в) $\int \dfrac{(x-5)dx}{(x-1)(x+3)}$; г) $\int x^2\sin 9x dx$
8	а) $\int 5^{\sqrt{x}}\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$; б) $\int \dfrac{\sin x dx}{1+\cos^2 x}$; в) $\int \dfrac{dx}{(x^2-9)x}$; г) $\int x\ln(3+x)dx$
9	а) $\int e^x\cos e^x dx$; б) $\int \dfrac{x^3dx}{\sqrt[5]{1-x^4}}$; в) $\int \dfrac{dx}{(x^2+1)(x-2)}$; г) $\int x^2\sin 5x dx$

10	а) $\int \frac{x^2dx}{3-x^3}$; б) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[4]{\sin x}}dx$; в) $\int \frac{dx}{2x^2+6x+4}$; г) $\int (x+2)\arcsin x$

Задание №6

Решить дифференциальные уравнения.

1	а) $y' = y(x+1),\ \ y(1)=1;$ б) $y'''=6x+\sin 2x$
2	а) $xy' = \frac{y}{\sqrt{x}},\ \ y(1)=1;$ б) $y'''=e^{2x}-2$
3	а) $y'\sin x = y\ln y,\ \ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1;$ б) $y'''=\cos x+2$
4	а) $(1+y^2)dx = xydy,\ \ y(2)=1;$ б) $y'''=x+x^2$
5	а) $(1+e^x)yy'=e^x,\ \ y(0)=1;$ б) $y'''=3x^2+1$
6	а) $y'=2\sqrt{y}\ln x,\ \ y(e)=1;$ б) $y'''=x-2\cos 2x$
7	а) $y'(x^2+1)=y,\ \ y(0)=1;$ б) $y'''=2-\cos\frac{x}{3}$
8	а) $y'\sqrt{x}=x-1,\ \ y(1)=2;$ б) $y'''=\sin\frac{x}{3}-1$
9	а) $2yy'=\frac{x^2}{2},\ \ y(1)=2;$ б) $y'''=\sqrt{x}+2$
10	а) $2y'\sqrt{x}=y,\ \ y(4)=1;$ б) $y'''=\sin 4x+5$

Задание №7

Задача 1. Сколько существует способов составления в случайном порядке списка из 7 кандидатов для выбора на руководящую должность? Какова вероятность того, что кандидаты будут расставлены в списке по возрасту (от меньшего к большему)?

Задача 2. На железнодорожной станции имеется 5 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава? Какова вероятность того, что составы случайно будут расставлены на путях в порядке возрастания их номеров?

Задача 3. Покупая карточку лотереи «Спортлото», игрок должен зачеркнуть 6 и 49 возможных чисел от 1 до 49. Если при розыгрыше тиража лотереи он угадает все 6 чисел, то имеет шанс выиграть значительную сумму денег. Сколько возможных комбинаций можно составить из 49 по 6, если порядок чисел безразличен? Чему равна вероятность угадать все 6 номеров?

Задача 4. Четыре человека отбираются из 10 согласившихся участвовать в интервью. Эти 4 человека прикрепляются к 4 интервьюерам. Сколько существует различных способов составления таких групп? Если выбор случаен, чему равна вероятность прикрепления определенного человека к интервьюеру?

Задача 5. Сколькими способами можно рассадит 5 гостей за круглым столом? Какова вероятность того, что гости случайно окажутся рассажены по росту?

Задача 6. Для разгрузки поступивших товаров менеджеру требуется выделить 6 из 20 имеющихся рабочих. Сколькими способами можно это сделать, осуществляя отбор в случайном порядке? Какова вероятность того, что в число отобранных войдут самые высокие рабочие?

Задача 7. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходимо набрать пароль из 4 цифр. Оператор забыл или не знает необходимого кода. Сколько всего комбинаций он может составить для выбора пароля если цифры в коде не повторяются. С какой вероятностью можно открыть замок с первой попытки?

Задача 8. Сколько существует способов составления списка из 20 деловых звонков случайным образом? Какова вероятность того, что список окажется составлены в алфавитном порядке?

Задача 9. По сведениям геологоразведки 1 из 15 участков земли по своей вероятности содержит нефть. Однако компания имеет средства для бурения только 8 скважин. Сколько способов отбора 8 различных скважин у компании? Какова вероятность того, что случайно отобранные для бурения участки окажутся, например, самыми северными?

Задача 10. На 9 вакантных мест по определенной специальности претендуют 15 безработных, состоящих на учете в службе занятости. Сколько возможно комбинаций выбора 9 из 15 безработных? Какова вероятность того, что первых обратившихся в службу занятости.

Задание №8

Задача 1. В районе 24 человека обучается на заочном факультете института, из них шесть на факультете механизации, двенадцать на – агрономическом факультете и шесть – на экономическом факультете. Вероятность успешно сдать все экзамены на предстоящей сессии для студентов факультета механизации равна 0,6, агрономического факультета - 0,76 и экономического факультета - 0,8. а) найти вероятность того, что наудачу взятый студент, сдавший успешно все экзамены, окажется студентом экономического факультета; б) студент сдал все экзамены. Какова вероятность того, что он учится на агрономическом факультете?

Задача 2. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. а) найти вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле; б) стрелок поразил цель. Какова вероятность, что он стрелял из пристреленной винтовки?

Задача 3. Для посева заготовлены семена 4 сортов пшеницы. Причем, 20% всех семян 1-го сорта, 30% - 2-го сорта, 10% - 3-го сорта и 40 % всех семян – 4-го сорта. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 40 зерен, для первого сорта равна 0,5, для второго - 0,3, для третьего- 0,2, для четвертого - 0,1. а) найти вероятность того, что наудачу взятое зерно даст колос, содержащий не менее 40 зерен; б) из зерна вырос колос, содержащий не менее 40 зерен. Какова вероятность того, что посаженное зерно было третьего сорта?

Задача 4. В первой бригаде проводятся в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной, для первой бригады равна 0,7, для второй - 0,8. а) найти вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной; б) взятая наугад единица продукции будет стандартной. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность того, что она произведена второй бригадой?

Задача 5. Два предприятия выпускают однотипные изделия. Причем второе выпускает 55% всех изделий. Вероятность нестандартного изделия первым предприятием равна 0,1, вторым – 0,15. а) определить вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется нестандартным; б) взятое изделие оказалось нестандартным. Какова вероятность того, что оно выпущено на втором предприятии.

Задача 6. Семена для посева в хозяйство поступают из трех семеноводческих хозяйств. Причем первое и второе хозяйства присылают по 40% всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства равна 90%, второго – 85%, третьего- 95. а) определить вероятность того, что наудачу взятое семя не взойдет; б) наудачу взятое семя не взошло. Какова вероятность того, что оно получено из второго хозяйства?

Задача 7. Перед посевом 95% всех семян обрабатываются специальным раствором. Всхожесть семян после обработки равна 99%, необработанных -

85%. а) найти вероятность того, что случайно взятое семя взойдет; б) случайно взятое семя взошло. Какова вероятность того, что оно выращено из обработанного семени?

Задача 8. В магазин поступают телевизоры четырех заводов. Вероятность того, что в течение года телевизор не будет иметь неисправность, равна: для первого завода - 0,9; для второго - 0,8; для третьего - 0,8; для четвертого - 0,99. а) найти вероятность того, что случайно выбранный телевизор выйдет из строя в течении года; б) случайно выбранный телевизор в течение года вышел из строя. Какова вероятность того, что он изготовлен на первом заводе?

Задача 9. Покупатель с равной вероятностью посещает каждый из трех магазинов. Вероятность того, что покупатель купит товар в первом магазин, равна 0,4, во втором – 0,6 и в третьем – 0,8. а) найти вероятность того, что покупатель купит товар; б) покупатель купил товар. Какова вероятность того, что он купил его во втором магазине?

Задача 10. Среди студентов института – 30% первокурсники, 35% студентов учатся на 2-м курсе, на 3-м и 4-м курсе их 20% и 15% соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20% студентов сдали сессию только на отличные оценки, на 2-м – 30%, на 3-м – 35%, на 4-м – 40% отличников. а) найти вероятность того, что случайно выбранный студент сдал сессию на отлично; б) наудачу вызванный студент оказался отличником. Какова вероятность того, что он (или она) – третьекурсник?

Задание №9

Задана $F(x)$ – функция распределения случайной величины X.

Найти: а) *f(x)*;

б) *M(X), D(X),* $\sigma(x)$;

в) построить график *F(x)* и *f(x)*.

1. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 \text{ при } 0<\mathrm{x}\le R, \\ 1 \quad \text{ при x} > \mathrm{R}, \mathrm{R}\text{-const.} \end{cases}$	6. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x^2}{25} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 5, \\ 1 \quad \text{ при x} > 5. \end{cases}$
2. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x}{2} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 2, \\ 1 \quad \text{ при x} > 2. \end{cases}$	7. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x^2}{36} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 6, \\ 1 \quad \text{ при x} > 6. \end{cases}$
3. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le -1, \\ \frac{1}{3}(x+1) \text{ при -}1<\mathrm{x}\le 2, \\ 1 \quad \text{ при x} > 2. \end{cases}$	8. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x}{7} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 7, \\ 1 \quad \text{ при x} > 7. \end{cases}$
4. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ x \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 1, \\ 1 \quad \text{ при x} > 1. \end{cases}$	9. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le -1, \\ \frac{3x}{4}+\frac{3}{4} \text{ при -}1<\mathrm{x}\le \frac{1}{3}, \\ 1 \quad \text{ при x} > \frac{1}{3}. \end{cases}$
5. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x^2}{16} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 4, \\ 1 \quad \text{ при x} > 4. \end{cases}$	10. $F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0, \\ \frac{x^2}{4} \text{ при } 0<\mathrm{x}\le 2, \\ 1 \quad \text{ при x} > 2. \end{cases}$

Задание №10

Задача 1. По данным выборочного обследования получено следующее распределение семей по среднедушевому доходу.

Среднедушевой доход	До	25-	50-	75-	100-	125-	150 и

семьи в месяц, у.е.	25	50	57	100	125	150	выше
Количество обследованных семей	46	236	250	176	102	78	12

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднедушевой доход семьи в выборке, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 2. Постройте гистограмму частот, найдите среднюю заработную плату работников одного из цехов промышленного предприятия.

Заработная плата, у.е.	50-75	75-100	125-150	150-175	175-200	200-225
Число работников	12	23	37	19	15	9

Рассчитайте среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации заработной платы. Объясните полученные результаты.

Задача 3. Ниже представлена группировка отраслей и подотраслей промышленности по темпам роста цен на изготавливаемую продукцию за период с начала года.

Сентябрь1996г., % к декабрю 1995г.	92,1-100	100,1-108,0	108,1-116,0	116,1-124,0	124,1-132,0	132,1-140,0
Количество обследованных семей	4	15	21	31	19	18

Найдите среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Постройте гистограмму распределения частот. Объясните полученные результаты.

Задача 4. По результатам выборочного обследования торговых киосков города получены следующие данные о дневной выручки частного бизнеса.

Выручка от продажи товара, тыс. у.е.	До 1	1-1,2	1,2-1,4	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0	2,0 и выше
Число торговых ки-	10	12	22	26	18	7	5

осков							

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднедневную выручку от продажи товаров, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 5. Имеются выборочные данные о стоимости потребительской корзины из 19 основных продуктов по городам Ростовской области (на начало апреля 1996г.)

Стоимость потребительской корзины, тыс. руб	До 196	196 - 208	208 - 230	230 - 242	242 - 254	254 и выше
Число городов области	2	3	4	4	5	7

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднюю стоимость потребительской корзины в выборке, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 6. Предложим, что на некотором предприятии собраны данные о числе дней, пропущенных работниками по болезни.

Число дней, пропущенных в текущем месяце	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
Число работников	10	17	25	28	30	27

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднее число пропущенных дней, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 7. Имеются данные о дневной выручке в магазине электроники.

Выручка, у.е.	0-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
Число дней	3	5	9	14	8	3

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 8. Для оценки состояния деловой активности промышленных предприятий различных форм собственности были проведены выборочные бизнес – обследования и получены следующие результаты:

Интервалы значений показателя деловой активности, бал.	0 - 8	8 - 16	16 - 24	24 – 32
Число предприятий (акционерные общества открытого типа)	10	15	8	5

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 9. Ниже приводятся данные о возрастном составе безработных по Российской Федерации, зарегистрированных в службе занятости по сведениям на последнюю неделю марта 1996г., %.

Возраст, лет	16-20	20-24	25-29	30-49	50-54	55-59	60-65
Количество людей	7	17	11	24	4	5	2

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите средний возраст безработных, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задача 10. Имеются выборочные данные о числе сделок, заключенных брокерскими фирмами и конторами города в течении месяца.

Число заключенных сделок	10 - 30	30 - 50	50 - 70	70 - 90
Число брокерских фирм и контор	20	18	12	5

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднее число заключенных сделок, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Объясните полученные результаты.

Задание 11

Задача 1.Врач исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные, собранные им в некоторой области, имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого, %	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0{,}05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если человек курил 30 лет, то сделайте прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой.

<u>Задача 2.</u> Компания, занимающаяся продажей радио аппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена тыс. рублей.	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Постройте график исходных данных и определите вид зависимости. Рассчитайте коэффициент линейной корреляции Пирсона, оцените его значимость при $\alpha = 0{,}01$. Постройте уравнение регрессии объясните смысл полученных результатов.

<u>Задача 3.</u> Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущий сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Построить график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если студент занимается самостоятельно по 12 ч. в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Задача 4. Предположим, что мы имеем случайную выборку из 10 домохозяйств и числом холодильников в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X- число членов домохозяйства. Y-число холодильников.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость про $\alpha = 0,01$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Задача 5. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.)

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

Задача 6. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X, см) и их урожайности (Y, ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

При $\alpha = 0,05$ установить значимость статистической связи между признаками X и Y. Если признаки коррелируют, постройте уравнение регрессии и объясните его смысл. Сделайте прогноз урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Задание 7. Из студентов 4-го курса одного из факультетов университета отобраны случайным образом 10 студентов и подсчитаны средние оценки, полученные ими на первом (X) и четвертом курсе. Полученные следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии и объясните смысл полученных коэффициентов. Каковы значимость коэффициента корреляции, направления и теснота связи между показателями Y и X, если уровень значимости принять равным 0,05 ?

Задача 8. Определите тесноту связи общего веса некоторого растения (X, г) и веса его семян (Y, г) на основе следующих выборочных данных:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Проверьте значимость выборочного коэффициента корреляции при α=0,05. Постройте линейное уравнение регрессии и объясните его.

Задача 9. Семь вновь принятых сотрудников проходят аттестацию в конце испытательного периода. Результаты их работы оцениваются путем сдачи теста на профессиональную пригодность и по отдаче с каждого инвестированного ими рубля. Результаты молодых специалистов были ранжированы следующим образом:

Специалисты	A	B	C	D	E	F	G
Результат теста	3	2	6	4	1	7	5
Отдача с рубля	1	3	5	2	4	6	7

Вычислить коэффициент корреляции рангов Спирмена, оценить его значимость.

Задача 10. Перед сдачей экзаменов в конце семестра в 20 группах студентов университета был проведен опрос о том, какую оценку по сдаваемым в сессию курсам они ожидают получить. После сессии средние полученные оценки были сопоставлены со средними ожидаемыми. Результаты приведены в таблице:

Ожидаемая	3,4	3,1	3,0	2,8	3,7	3,5	2,9	3,7	3,5	3,2
Полученная	4,1	3,4	3,3	3,0	4,7	4,6	3,0	4,6	4,6	3,6
Ожидаемая	3,0	3,5	3,3	3,1	3,3	3,9	2,9	3,2	3,4	3,4
Полученная	3,5	4,0	3,6	3,1	3,3	4,5	2,8	3,7	3,8	3,9

Рассчитайте линейный коэффициент корреляции Пирсона, оцените его значимость при $\alpha = 0,05$.

Библиографический список

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Москва - наука, 1984 г.
2. Бергман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Москва - наука, 1984.
3. Бугров Я. С., Никольский С. М. Элементы линейной алгебры и аналитической. Москва - наука, 1988 г.
4. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. Москва - наука, 1988 г.
5. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Москва - наука, 1988 г.
6. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика. Задачи. Москва - наука, 1988 г.
7. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевников Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Москва - наука, 1986.
8. Лавров Л. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. Москва. Высшая школа, 1983 г.
9. Венцель Е.С. Теория вероятностей. Москва –наука, 1965 г.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Елена Аркадьевна Терентьева,

ассистент кафедры ОМиИ АмГУ;

Наталья Анатольевна Чалкина,

ассистент кафедры ОМиИ АмГУ;

Татьяна Александровна Юрьева,

ст. преподаватель кафедры ОМиИ АмГУ

Математика: Учебное пособие.

Усл. печ. л. 2,79, уч. изд. л. 2,95.