Министерство образования и науки РФ
Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО «Амурский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ОМиИ
_________ Г.В. Литовка
«____» ________ 2007г.

УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

для специальности 032301 – «Регионоведение»
Раздел « МАТЕМАТИКА»

Составитель: Т.Б.Антонова.

Благовещенск, 2007

Печатается по решению
Редакционно-издательского совета
Факультета математики и информатики
Амурского государственного университета

Антонова Т.Б.
Учебно- методический комплекс дисциплины «Математика и информатика» для специальности 032301, раздел «Математика» – Благовещенск: АмГУ, 2007. - 35 с.

Содержание

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:

1.1. Цели и задачи учебной дисциплины « Математика и информатика» и её место в учебном процессе.

А. *Цели преподавания учебной дисциплины « Математика и информатика»*

Преподавание дисциплины « Математика и информатика» ставит своей целью:

- Формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению
- Обучение основным математическим методам необходимым для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений
- Привитие навыков использования математических методов в практической деятельности
- Обучение студентов основам программирования и работы с ЭВМ
- Обучение теоретическим основам и навыкам проектирования и реализации программ на современных ЭВМ.

Б. *Задачи изучения дисциплины*

- На примерах математических понятий показать сущность научного подхода, специфику математики, её развитие
- Выработать умение анализировать полученные результаты и делать соответствующие выводы
- Научить приёмам исследования и решения математических задач
- Привить навыки самостоятельного изучения литературы по данной дисциплине

В. *Перечень разделов*, усвоение которых необходимо для изучения учебных тем, вопросов курса «Математика и информатика»

- Основания математики
- Теория вероятностей
- Математическая статистика
- Алгоритмизация и языки программирования

Г. После изучения дисциплины *студент должен знать и уметь*:

- Логически мыслить
- Оперировать с абстрактными объектами
- Грамотно употреблять математические понятия и символы для выражения качественных и количественных отношений
- Владеть навыками компьютерной обработки данных
- Владеть методами информационного поиска
- Работать с различными типами текстовых редакторов

1.2. Содержание учебной дисциплины « Математика и информатика»

Согласно государственному стандарту по дисциплине «Математика и информатика» студент должен изучить:

- Аксиоматический метод
- Основные математические структуры
- Вероятность и статистика
- Математические модели
- Алгоритмы и языки программирования

Раздел «Математика»

Пояснительная записка.
В течении периода изучения математики студенты обязаны прослушать теоретический курс в объёме 18 часов и закрепить материал на практических занятиях в объёме 18 часов.

1.3. Тематическое планирование

№	Тема занятия 1 семестр	Кол-во час.	
		Лек.	Пр.
1.	**Основания математики** **1.1. Аксиоматический метод:** • Понятия: определение, теорема, аксиома. **1.2. Основные математические структуры:** • Теория множеств. • Операции над множествами.	2	4
2.	**Теория вероятностей** **2.1. Основные понятия теории вероятностей:** • Предмет теории вероятностей. • Классификация событий. • Классическое определение вероятности. • Основные формулы комбинаторики. **2.2. Действия над вероятностями:** • Теорема сложения вероятностей. • Теорема умножения вероятностей. • Независимые события и их свойства. • Формула полной вероятности. **2.3. Случайные величины:** • Дискретные случайные величины. • Закон распределения дискретной случайной величины. • Числовые характеристики дискретной случайной величины.	2 2 4	8

3.	**Элементы математической статистики.** **3.1. Задачи математической статистики:** • Генеральная и выборочная совокупности. • Статистическое распределение выборки. • Эмпирическая функция распределения. • Полигон и гистограмма. **3.2. Статистические оценки параметров распределения:** • Вариационный ряд. • Точность оценки. • Доверительная вероятность. **3.3. Элементы теории корреляции:** • Корреляционная зависимость. • Коэффициент корреляции. • Корреляционная таблица. **3.4. Статистическая проверка статистических гипотез:** • Статистическая гипотеза. • Область принятия гипотезы. **Всего**	2 2 2 2 18	6 18

Тематическое содержание практических занятий

№	**Тема занятия**	**Час.**
1.	Аксиоматика. Теория множеств. Операции над множествами.	2
2.	Изображение множеств. Круги Эйлера-Вена.	2
3.	Вычисление вероятности. Формулы комбинаторики.	2
4.	Виды событий. Основные теоремы вероятностей.	2
5.	Формула полной вероятности. Повторные независимые испытания.	2
6.	Нахождение математического ожидания, дисперсии дискретной случайной величины, среднего квадратического отклонения.	2
7.	Объём выборки. Построение полигона и гистограммы частот.	2
8.	Точность оценки. Нахождение доверительного интервала.	2
9.	Вычисление коэффициента корреляции. Работа по корреляционной таблице. Определение гипотез.	2
	Всего	**18**

Темы для самостоятельного изучения.

1. Особенности изучения математики.
2. История развития математики (основные этапы).
3. Функция надёжности, её закон и характеристики.
4. Методы обработки экспериментальных данных.
5. Математические модели.

1.4. Вопросы к зачёту.

1.Аксиоматический метод: определения, характеристики.
2.Множества. Виды множеств, операции над множествами, изображение множеств.
3.Роль случайного в жизни. Методы изучения этого явления.
4.Предмет теории вероятности. Его цели и задачи.
5.Классическое и статистическое определение вероятности.
6.Формулы комбинаторики. Их применение при решении задач.
7.Теорема сложения вероятностей. Противоположные события.
8.Теорема умножения вероятностей. Независимые события.
9.Формула полной вероятности, её применение в ходе решения задач.
10.Случайная величина. Виды случайных величин. Задание дискретной случайной величины.
11.Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Формула его вычисления.
12.Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии. Формула для вычисления дисперсии.
13.Среднее квадратическое отклонение. Его нахождение при решении задач.
14.Закон больших чисел, его применение к практическим задачам.
15.Функция распределения вероятностей случайной величины и её плотность.
16.Система двух случайных величин: понятие, закон и функция распределения, их свойства.
17.Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный Момент. Коэффициент корреляции.
18.Математическая статистика. Её элементы и задачи.
19.Генеральная и выборочная совокупности. Построение полигона и гистограммы.
20.Статистические оценки параметров распределения. Генеральная и выборочная средняя.
21.Точность оценки, доверительная вероятность.
22.Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Их понятия и свойства.
23.Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез, виды ошибок при принятии гипотезы.
24.Понятие критерия проверки гипотезы.
25.Метод наименьших квадратов. Уравнение регрессии.
26.Отыскание коэффициентов линии регрессии для нелинейной зависимости.
27.Математические модели. Их классификация.
28.О теории принятия решений.
29.Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе.
30.Общая, факторная и остаточная дисперсия.

1.5. Литература.

Список основной литературы.

1.Верещагин, Н.К. Начала теории множеств [Текст]: лекции по матем. логике и теории алгоритмов / Верещагин Н.К., Шень А. –М.:МЦНМО, 1999.-184с.
2.Теория вероятностей [Текст]: учеб.:Рек. Мин. обр. РФ / Ред. В.С.Зарубин, Ред.
А.П. Крищенко.-2-е изд.-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.-456с.
3.Турецкий, Владимир Яковлевич. Математика и информатика [Текст]: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ. /В.Я.Турецкий,-3-е изд., перераб. и доп.-М.: ИНФРА-
М, 2000, 2002, 2006.-560с.
4.Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие
для вузов /В.Е. Гмурман.-11-е изд., стер.-М.: Высш. Шк., 2005.-479с.:ил.

Список дополнительной литературы.

1.Иванов, О. А. Практикум по элементарной математике: Алгеброаналитические
методы [Текст]: учеб. пособие /О.А. Иванов.-М.:Изд-во Моск. Центра непрерывного математического образования, 2001.-320с.
2.Козлов, Владимир Николаевич. Математика и информатика [Текст]: учеб. пособие:
Доп. Мин. обр. РФ /В. Козлов.-СПб.: Питер, 2004.-266с.
3.Успенский, В.А. Что такое аксиоматический метод ? [Текст]: науч. Изд. /В.А.Успенский.-2-е изд., испр.,-Ижевск:, 2001.-96с.
4.Теория вероятностей: Практикум [Текст]: учеб. пособие / АмГУ. Фак. мат. и информ. Сост.: Г.Н.Торопчина, И.Н.Шевченко, Г.П.Вохминцева.-Благовещенск
Изд-во Амур. гос. ун-та, 2006.-100с.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

1) по проведению лекций;
2) к практическим занятиям;
3) по выполнению самостоятельных работ;
4) по организации контроля знаний студентов.

1) *Лекция* (от латинского ιectio «*чтение*», xи – xш в.) – одна из основных, экономичных, эффективных и эмоционально наполненных форм учебных занятий в ВУЗе. Она представляет собой систематическое, последовательное, устное изложение преподавателем раздела конкретной науки или учебной дисциплины. *Лекция состоит* в основном из: *а*) вводной части, в которой актуализируется сущность вопроса, идёт подготовка к восприятию основного учебного материала; *б*) основной части, где излагается суть рассматриваемой проблемы; *в*) заключения, где делаются выводы и даются рекомендации, практические советы.

Лекция – это теоретическая основа для самостоятельной работы студента. Цикл лекций даёт систематическое изложение изучаемого курса. В лекции преподаватель старается сориентировать студентов в рассматриваемой научной проблеме, раскрыть наиболее существенные стороны, дать анализ различных точек зрения, взглядов. *Главная задача* студента понять сущность рассматриваемой проблемы, уловить логику рассуждений лектора; размышлять вместе с ним, оценивать его аргументацию, составить мнение об изучаемых явлениях и соотнести изучаемое с имеющимися знаниями.

Прослушанный теоретический материал студенты закрепляют на практических занятиях, при выполнении домашних и самостоятельных работ.

2)*Практическое занятие* начинается с проверки домашнего задания. Наиболее сложные задачи, с которыми не справилась большая часть студентов целесообразно решить на доске. При изучении новой темы необходимо постоянно обращаться к теоретическому материалу. При решении задач нужно обосновывать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то необходимо помочь ему выбрать наиболее рациональный. Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием.

Для оптимизации учебного процесса и развития практических навыков овладения математикой весьма эффективным является проведение самостоятельных работ, как по практическому, так и по теоретическому материалу.

3) *Самостоятельная работа* студента (СРС) – это вид познавательной деятельности, при котором проявляются активность и независимость личности, инициатива, ответственность, способность действовать без посторонней помощи и руководства, процесс усвоения определённой суммы знаний и способов деятельности.

Основная цель самостоятельной работы – формирование самостоятельности в познавательной деятельности.

По форме самостоятельная работа может быть: *а*) *Аудиторная* – осуществляется на лекции, практических занятиях и представляет собой форму самостоятельной продуктивной в учебном отношении деятельности студентов; *б*) *Внеаудиторная* – предусматривает изучение научной и специальной литературы, подготовку к занятиям, написание рефератов, докладов, выполнение заданий по темам, вынесенным на самостоятельное изучение.

4) Существуют различные *формы контроля знаний студентов*: *а*) *Текущий контроль* – осуществляется в разных формах в ходе повседневных аудиторных занятий, может быть организован преподавателем в виде индивидуального или группового контроля с использованием разных вариантов устных, письменных, практических занятий; *б*) *Промежуточный (периодический) контроль* – проводится, как правило, с целью концентрации внимания студентов на особо сложных вопросах изучаемой темы, раздела дисциплины или для стимуляции дополнительного повторения изучаемого материала, а также в конце каждого семестра.

Эти формы контроля позволяют выявить наличие и прочность базовых знаний студента.

Зачёт является общепризнанной формой контроля. В качестве зачёта студентам могут быть предложены устные, письменные или практические задания. В отдельных случаях зачёт может иметь задание комбинированного или творческого типа. Преподавателю предоставляется право оценивать зачётные задания и выставлять отметки «зачтено» или «незачтено». При условии успешной активной работы в течение всего семестра зачёт можно получить «автоматом», т.е. автоматически, без дополнительных вопросов к студенту со стороны преподавателя.

3. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ К ЗАНЯТИЯМ:

3.1. Краткий конспект лекций.

Лекция №1. (2 ч.) Основания математики.

1.1.Аксиоматический метод.

Аксиоматический метод появился в Древней Греции, а сейчас применяется во всех теоретических науках, прежде всего в математике.

Аксиоматический метод построения научной теории заключается в следующем: выделяются основные понятия, формулируются аксиомы теории, а все остальные утверждения выводятся логическим путём, опираясь на них.

Основные понятия выделяются следующим образом. Известно, что одно понятие должно разъясняться с помощью других, которые, в свою очередь, тоже определяются с помощью каких-то известных понятий. Таким образом, мы приходим к элементарным понятиям, которые нельзя определить через другие. Эти понятия и называются основными.

Когда мы доказываем утверждение, теорему, то опираемся на предпосылки, которые считаются уже доказанными. Но эти предпосылки тоже доказывались, их нужно было обосновать. В конце концов, мы приходим к недоказываемым утверждениям и принимаем их без доказательства. Эти утверждения называются *аксиомами*. Набор аксиом должен быть таким, чтобы, опираясь на него, можно было доказать дальнейшие утверждения.

Выделив основные понятия и сформулировав аксиомы, далее мы выводим теоремы и другие понятия логическим путём. В этом и заключается логическое строение геометрии. Аксиомы и основные понятия составляют основания планиметрии.

Так как нельзя дать единое определение основных понятий для всех геометрий, то основные понятия геометрии следует определить как объекты любой природы, удовлетворяющие аксиомам этой геометрии. Таким образом, при аксиоматическом построении геометрической системы мы исходим из некоторой системы аксиом, или аксиоматики. В этих аксиомах описываются свойства основных понятий геометрической системы, и мы можем представить основные понятия в виде объектов любой природы, которые обладают свойствами, указанными в аксиомах.

Определение: Аксиома это утверждение, принимаемое без доказательства.

Пример: «Через любые две точки проходит прямая и притом только одна. Из трёх точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими».

Определение: Утверждение, справедливость которого устанавливается путём рассуждений, называется теоремой, а сами рассуждения называются доказательством теоремы.

Пример: «В равнобедренном треугольнике углы при основании равны».
Составление первого систематического курса геометрии, основанного на определениях и аксиомах, приписывается Гиппократу Хиосскому.

Затем греческий математик Евклид написал книгу под названием «Начала». В ней он систематизировал все имевшиеся к тому времени сведения по геометрии. Им был предложен аксиоматический метод.

1.2. Теория множеств.

Понятие множества является одним из основных в математике. Система, семейство, совокупность - эти термины можно считать синонимами слова «множество».

Определение: Множество есть совокупность некоторых объектов, любой природы, поддающихся счёту, объединённых по какому-либо признаку.

Пример: множество студентов АМГУ; совокупность студентов, учащихся на «хорошо» и «отлично» на ФМО; множество девушек и юношей, занимающихся в спортивных секциях университета.

Счёт может продолжаться бесконечно долго или, начавшись, тут же и кончиться ввиду отсутствия элементов. Значит *множества* бывают *конечными и бесконечными*.

Объекты, составляющие множество, называются его элементами или точками. Множества обозначаются большими буквами, а входящие в них элементы-малыми буквами: A={a, b, c, d}

Выражение «элемент a из множества A» соответствует записи $a \in A$, если же «элемент k не входит в множество A», то записывают: $k \notin A$.

Пусть A и B –два множества, тогда между ними можно определить следующие соотношения:

1) Если оба множества состоят из одних и тех же элементов, то они совпадают, записывают A = B.
2) Если все элементы множества A содержатся в множестве B, то A является подмножеством B (и наоборот), записывают $A \subseteq B$ (или $B \subseteq A$).Если элементы множеств различны, то о подмножестве не говорят.

Рассмотрим *пример*:

Дана некоторая совокупность предметов V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11} и выделены подмножества A={1,2,4,6} и B={2,3,4,8,9}.

Рассмотрим 4 класса элементов:

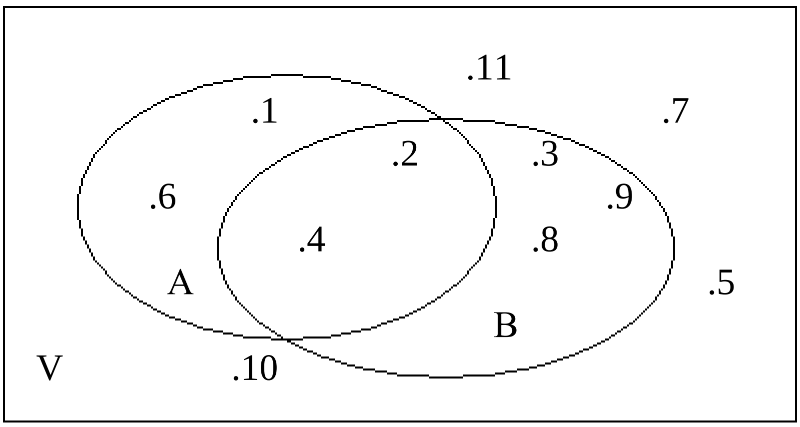
C_1={5,7,10,11}- элементы, которые не обладают ни одним из названных свойств

C_2={1,6}-элементы, обладающие только свойством A;

C_3={3,8,9}-элементы, обладающие только свойством B;

C_4={2,4}-элементы, которые обладают одновременно двумя названными свойствами.

Эти классы удобно изображать с помощью кругов Эйлера-Вена.



В математике используется понятие *пустого множества*, обозначаемого символом Ø. Это множество, в котором не содержится ни один элемент, и потому оно является подмножеством любого множества.

Введём *операции на множествах*.

1) *Объединением* (суммой) множеств A и B называется совокупность элементов, входящих как в множество A так и в множество B.
   Записывают: $A \cup B$.

   Пример: Даны множества A={1,2} и B={2,3,4,5}, то
   $A \cup B=\{1,2,3,4,5\}$.

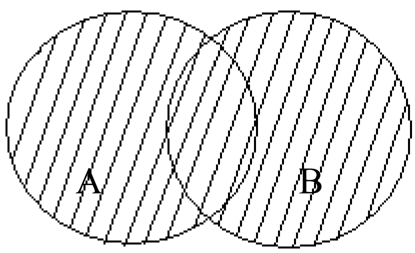
2) *Пересечением* множеств A и B называется совокупность элементов, входящих как в множество A, так и в множество B.
   Записывают: $A \cap B$.

   Пример: Даны множества A={1,2,3,4} и B={3,4,5,6},
   то $A \cap B=\{3,4\}$.

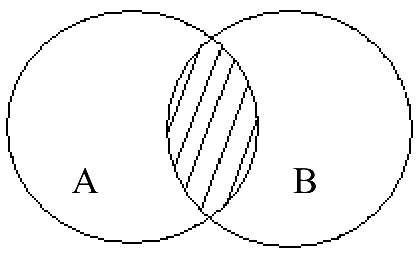
3) *Разностью* множеств A и B называется множество C, содержащее все элементы множества A, не содержащиеся в множестве B.
   Записывают: C=A/B.

   Пример: Даны множества A={1,2,3,4} и
   B={3,4,5},то C=A/B={1,2}.

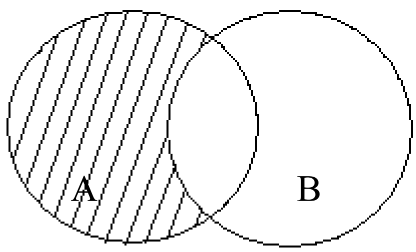
Эти операции показывают с помощью кругов Эйлера-Вена.



Объединение множеств



Пересечение множеств



Разность множеств A/B

Лекция №2. (2 ч.) Теория вероятностей.

2.1. Предмет теории вероятностей. Классификация событий.

Трудно найти такую сферу человеческой деятельности, в которой не использовались бы вероятностно-статистические методы. Эти методы базируются на понятиях случайного события и вероятности. Окружающий нас мир пронизан явлениями, которые носят случайный характер. Результаты многих наблюдений нельзя предсказать. Все наблюдаемые при определённых условиях события можно разделить на три вида: а) достоверные; б) невозможные; в) случайные.

Определение: Достоверным называют такое событие, которое происходит при каждом испытании.

Определение: Невозможным называют событие, которое не может произойти ни при одном испытании.

Определение: Случайным называют событие, которое в данном испытании может произойти, а может и не произойти.

Пример: В урне имеются шары только синего и красного цвета. Наугад вынимают один шар. *Решение:* Событие, состоящее в том, что вынут либо синий, либо красный шар - достоверное. Событие, состоящее в том, что вынут шар белого цвета- невозможное. Событие «вынут шар красного цвета» является случайным.

Определение: Событие есть результат эксперимента (наблюдения), который при реализации условий может произойти, или не произойти.

Событие обозначается буквами A,B,C,…. Событие будем рассматривать как результат испытания.

Пример: Стрелок стреляет по мишени разделённой на 4 области. Выстрел – это испытание. Попадание в определённую область мишени – событие.

Определение: События называют несовместными, если появление одного из них исключает появление других событий в одном и том же испытании.

Пример: Из ящика с деталями наудачу извлечена деталь. Появление стандартной детали исключает появление нестандартной детали. События «появилась стандартная деталь» и «появилась нестандартная деталь» - несовместные.

Несколько событий образуют полную группу, если в результате испытания появится хотя бы одно из них.

Определение: События называют равновозможными, если есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другое.

Пример: Появление «герба» и появление надписи при бросании монеты – равновозможные события.

2.2. Классическое определение вероятности. Формулы комбинаторики.

Вероятность - одно из основных понятий теории вероятностей.

Пусть в урне содержится 6 одинаковых шаров, причём 2 из них красные, 3-синие и 1-белый. Очевидно, возможность вынуть на удачу из урны цветной шар, больше чем возможность извлечь белый шар.

Можно ли охарактеризовать эту возможность числом? Оказывается, можно. Это число и называют вероятностью события. Таким образом, вероятность есть число, характеризующее степень возможности появления события.

Определение: Вероятностью события А называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу: $P(A)=\frac{m}{n}$

Свойства вероятности таковы:

1) Вероятность достоверного события равна единице;
2) Вероятность невозможного события равна нулю;
3) Вероятность случайного события есть положительное число, заключённое между нулём и единицей: $0 < P(A) < 1$

Пример: В урне 15 шаров: 5 белых и 10 чёрных. Какова вероятность вынуть из урны белый шар? *Решение*: $P(A)=\frac{5}{15}$ или P(A)=33%

2.3. Формулы комбинаторики.

Комбинаторика изучает количества комбинаций, подчинённых определённым условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества.

Определение: Перестановка- это комбинация, состоящая из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения: $P_n=n!$

Понятие факториала. *Определение*: Произведение n натуральных чисел от 1 до n обозначается сокращённо n! т.е. $1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n = n!$ Считается, что 0! = 1, 1! =1

Пример: Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 3,5,9, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?

Решение: $P_3=3!=6$

Определение: Размещение- это комбинация, составленная из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком: $A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}$

Пример: Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2? *Решение*: $A_6^2=\frac{6!}{(6-2)!}$ =30

Определение: Сочетание- это комбинация, составленная из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом:

$$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример: Сколькими способами можно выбрать 2 детали из ящика, содержащего 10 деталей? *Решение*: $C_{10}^2=\frac{10!}{2!(10-2)!}$ =45

Лекция №3. (2ч.) Действия над вероятностями.

3.1. Теорема сложения вероятностей.

Определение: Суммой А+В двух событий А и В называют событие, состоящее в появлении события А, или события В, или обоих событий.

Пример: Из орудия произведены два выстрела: А- попадание при первом выстреле, В- попадание при втором выстреле, то А+В- попадание при первом выстреле, или при втором, или в обоих выстрелах.

Определение: Суммой нескольких событий называют событие, которое состоит в появлении хотя бы одного из этих событий.

Теорема: Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий: Р(А+В)=Р(А)+Р(В)

Пример: В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара. *Решение*: Р(А)=$\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$ - вероятность появления красного шара; Р(В)=$\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$ - вероятность появления синего шара. События А и В несовместны (появление шара одного цвета исключает появление шара другого цвета), поэтому применима теорема сложения: Р(А+В)= Р(А)+ Р(В)=$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

Определение: Противоположными событиями называют два единственно возможных события, образующих полную группу.

Если одно из двух противоположных событий обозначено через А, то другое принято обозначать $\overline{A}$.

Пример: Попадание и промах при выстреле по цели- противоположные события. Если А- попадание, то $\overline{A}$ - промах.

Теорема: Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: Р(А)+ Р($\overline{A}$)= 1.

Пример: Вероятность того, что день будет дождливым равна 0,7. Найти вероятность того, что день будет ясным. *Решение:* События А- «день дождливый» и В- «день ясный» противоположные, поэтому искомая вероятность Р(В)= 1-Р(А)= 1-0,7=0,3

3.2. Теорема умножения вероятностей.

Определение: Произведением двух событий А и В называют событие АВ, состоящее в совместном появлении этих событий.

Пример: Если А- деталь годная, В- деталь окрашенная, то АВ- деталь годна и окрашена.

Определение: Произведением нескольких событий называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Теорема: Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB)=P(A)P_A(B)$

Пример: У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков- конусный, а второй- эллиптический. *Решение*: $P(A)=\frac{3}{10}$ - вероятность того, что первый валик окажется конусным. $P_A(B)=\frac{7}{9}$ - вероятность того, что второй валик окажется эллиптическим, вычисленная в предположении, что первый валик- конусный, т.е. условная вероятность. По теореме умножения: $P(AB)=P(A)\,P_A(B)=\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$. Заметим, что, сохранив обозначения, легко найдём: $P(B)=\frac{7}{10}$, $P_B(A)=\frac{3}{9}$, то $P(B)\,P_B(A)=\frac{7}{30}$.

3.3. Независимые события.

Определение: Событие В называют независимым от события А, если появление события А не изменяет вероятности события В, т.е. если условная вероятность события В равна его безусловной вероятности: $P_A(B)=P(B)$.
Если событие В не зависит от события А, то и событие А не зависит от события В – свойство независимости событий взаимно.

Теорема: Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $P(AB)=P(A)P(B)$.

Определение: Два события называют независимыми, если вероятность их совмещения равна произведению вероятностей этих событий; в противном случае события называют зависимыми.

Пример: Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием (событие А) равна 0,8, а вторым (событие В) – 0,7. *Решение*: События А и В независимые, поэтому, по теореме умножения, искомая вероятность Р(АВ)= Р(А)Р(В)= 0,8·0,7=0,56.

Следствие: Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий: $P(A_1 A_2 \ldots A_n) = P(A_1)(A_2)\ldots P(A_n)$.

3.4. Формула полной вероятности.

Пусть событие А может наступить при условии появления одного из несовместных событий B_1, $B_2, \ldots B_n$, которые образуют полную группу. Пусть известны вероятности этих событий и условные вероятности события А. Как найти вероятность события А? Ответ на этот вопрос даёт теорема.

Теорема: Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий B_1, $B_2, \ldots B_n$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А:
$P(A)=P(B_1)P_B(A)+P(B_2)P_B(A)+\ldots+P(B_n)P_B(A)$.

Пример: Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,8, а второго- 0,9. Найти вероятность того,что взятая наудачу деталь- стандартная. *Решение*: А- событие «извлечённая деталь стандартна». Деталь может быть извлечена либо из первого набора (событие B_1), либо из второго (событие B_2). $P(B_1)=\frac{1}{2}$ - вероятность того, что деталь вынута из первого набора. $P(B_2)=\frac{1}{2}$ - вероятность того, что деталь вынута из второго набора. $P_B(A)=0{,}8$ – условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь. $P_B(A)=0{,}9$ – условная вероятность того, что из второго набора будет извлечена стандартная деталь. По формуле полной вероятности, искомая вероятность того, что извлечённая наудачу деталь – стандартная: Р(А)=0,5·0,8+0,5·0,9=0,85.

Лекция №4. (4 ч.) Случайные величины.

4.1. Дискретные случайные величины.

Определение 1: Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исхода испытания случайно принимает одно значение из множества возможных значений.

Случайные величины будем обозначать прописными буквами X, Y, Z, а их возможные значения – соответствующими строчными буквами x, y, z. Если случайная величина X имеет три возможных значения, то они будут обозначены: x_1, x_2, x_3.

Определение 2: Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется дискретной случайной величиной.

Определение 3: Случайная величина, которая может принимать все значения из некоторого промежутка, называется непрерывной случайной величиной.

Пример: а) Число очков, выпавших при однократном бросании игральной кости, есть случайная величина, она может принять одно из значений: 1,2,3,4,5,6.

б) Прирост веса домашнего животного за месяц, есть случайная величина, которая может принять значение из некоторого промежутка.

в) Число родившихся мальчиков среди пяти новорождённых, есть случайная величина, которая может принять значения: 0,1,2,3,4,5.

г) Расстояние между эпицентром взрыва бомбы и целью, на которую она сброшена, есть случайная величина, которая может принять любое неотрицательное значение.

Определение: Под суммой (произведением) случайных величин X и Y понимают случайную величину $Z=X+Y$ ($Z=XY$), возможные значения которой состоят из сумм (произведений) каждого возможного значения величины X и каждого возможного значения величины Y.

4.2. Закон распределения дискретной случайной величины.

Определение: Законом распределения дискретной случайной величины называется перечень всех её возможных значений и их вероятностей.

Закон распределения дискретной случайной величины может задаваться таблицей: в верхней строке выписываются все возможные значения x_1, x_2,…, x_n величины X, в нижней строке выписываются вероятности p_1, p_2,…, p_n значений x_1, x_2,….,x_n.

X	x_1	x_2	x_3	….	x_{n-1}	x_n
p	p_1	p_2	p_3	….	p_{n-1}	p_n

Так как в результате испытания величина X всегда примет одно из значений x_1, x_2,…, x_n, то $p_1+p_2+\ldots+p_n=1$.

Пример: В денежной лотерее разыгрывается 1 выигрыш в 1 000 000 р., 10 выигрышей по 100 000 р. и 100 выигрышей по 1000 р. при общем числе билетов 10 000.Найти закон распределения случайного выигрыша X для владельца одного лотерейного билета. *Решение*: Возможные значения для X есть x_1=0, x_2=1000, x_3=100 000, x_4=1 000 000. Вероятности их соответственно p_2= 0,01, p_3= 0,001, p_4= 0,0001, p_1= 1- 0,01- 0,001- 0,0001= 0,9889. Следовательно, закон распределения выигрыша x может быть задан таблицей:

X	0	1000	100 000	1 000 000
p	0,9889	0,01	0,001	0,0001

Контроль: p=0,9889+ 0,01+ 0,001+ 0,0001=1.

4.3. Математическое ожидание дискретной случайной величины.

Определение: Математическим ожиданием $M(X)$ дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех возможных значений величины X на соответствующие вероятности: $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 +\ldots+ x_np_n$.

Пример: Найти математическое ожидание случайной величины X, зная закон её распределения:

X	3	5	2
p	0,1	0,6	0,3

Решение: По формуле математического ожидания имеем: $M(X) = 3\cdot0{,}1+ 5\cdot0{,}6+2\cdot0{,}3 =3{,}9$

Свойства математического ожидания дискретной случайной величины.

1) Математическое ожидание постоянной величины C равно этой величине: $M(C) = C\cdot1 =C$.
2) Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания, т.е. $M(CX) =CM(X)$.
3) Математическое ожидание (МО) суммы двух случайных величин X и Y равно сумме их математических ожиданий: $M(X+Y)=M(X) + M(Y)$.
4) Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий: $M(XY) =M(X)\cdot V(Y)$.
5) Математическое ожидание двух случайных величин X и Y равно разности их математических ожиданий: $M(X- Y) = M(X) – M(Y)$.

Определение: Случайные величины X и Y называются независимыми, если закон распределения каждой из них не зависит от того, какое возможное значение приняла другая величина.

Пример: Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

X	5	2	4
p	0,6	0,1	0,3

Y	7	9
p	0,8	0,2

Найти математическое ожидание случайной величины XY.
Решение: Найдём математическое ожидание каждой величины:
M(X) = 5·0,6+ 2·0,1+ 4·0,3 =4,4
M(Y) = 7·0,8+ 9·0,2 = 7,4
По свойству МО имеем M(XY) = 4,4· 7,4= 32,56

4.4. *Дисперсия дискретной случайной величины.*

Определение 1: Отклонением случайной величины X от её математического ожидания (или просто отклонением случайной величины X) называется случайная величина $X – M(X)$.

Определение 2: Дисперсией $D(X)$ дискретной случайной величины X называется МО квадрата отклонения случайной величины X от её МО:
$D(X) =M((X – M(X))^2$.

Свойства дисперсии дискретной случайной величины:
1) Дисперсия дискретной случайной величины X равна разности между МО квадрата величины X и квадратом её МО: $D(X) = M(X^2) - M^2(X)$.
2) Дисперсия постоянной величины C равна нулю.
3) Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат: $D(CX) =C^2D(X)$.
4) Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин: $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$.
5) Дисперсия разности двух независимых случайных величин X и Y равна сумме их дисперсий: $D(X – Y) = D(X) + D(Y)$.

4.5. *Среднее квадратическое отклонение.*

Определение: Средним квадратическим отклонением $G(X)$ случайной величины X называется корень квадратный из её дисперсии: $G(X) = \sqrt{D(X)}$.

Лекция №5. (2 ч.) Задачи математической статистики.

5.1.Генеральная и выборочная совокупности.

Первая задача математической статистики – указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов.

Вторая задача математической статистики – разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования.

Определение: Выборочной совокупностью или просто выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов.

Определение: Генеральной совокупностью называют совокупность объектов, из которых производится выборка.

Выборка бывает: а) повторной, при которой отобранный объект возвращается в генеральную совокупность;
б) бесповторной, при которой отобранный объект в генеральную совокупность не возвращается.

Определение: объёмом совокупности называют число объектов этой совокупности.

Пример: Из 1000 деталей отобрано для обследования 100деталей. Значит объём генеральной совокупности N =1000, а объём выборки n = 100.

Существуют различные способы отбора.

Определение: Простым случайным называют такой отбор, при котором объекты извлекают по одному из всей генеральной совокупности.

Определение: Типическим называют отбор, при котором объекты отбираются не из всей генеральной совокупности, а из каждой её «типической» части.

Определение: Механическим называют отбор, при котором генеральную совокупность «механически» делят на столько групп, сколько объектов должно войти в выборку, а из каждой группы отбирают один объект.

Определение: Серийным называют отбор, при котором объекты отбирают из генеральной совокупности не по одному, а «сериями», которые подвергаются сплошному обследованию.

На практике часто применяется комбинированный отбор, при котором сочетаются данные способы.

5.2. Статистическое распределение выборки.

Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка, причём x_1 наблюдалось n_1 раз, x_2 - n_2 раз, $x_к$ - $n_к$ раз и $\sum n_i = n$ – объём выборки. Наблюдаемые значения x_i называют вариантами, а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, вариационным рядом. Числа наблюдений называют частотами, а их отношения к объёму выборки $n_i/n = W_i$ - относительными частотами.

Определение: Статистическим распределением выборки называют перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

Заметим, что в теории вероятностей под распределением понимают соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями, а в математической статистике – соответствие между наблюдаемыми вариантами и их частотами.

Пример: Задано распределение частот выборки объёма n=20:

x_i	2	6	12
n_i	3	10	7

Написать распределение относительных частот.

Решение: Найдём относительные частоты, для чего разделим частоты на объём выборки: $W_1 = \frac{3}{20} = 0{,}15$; $W_2 = \frac{10}{20} = 0{,}50$; $W_3 = \frac{7}{20} = 0{,}35$.

Напишем распределение относительных частот:

x_i	2	6	12
W_i	0,15	0,50	0,35

Контроль: 0.15 + 0,50 + 0,35 = 1.

5.3. Эмпирическая функция распределения.

Определение: Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки) называют функцию определяющую для каждого значения X относительную частоту события. Функцию распределения генеральной совокупности называют теоретической функцией распределения.

Различие между эмпирической и теоретической функциями состоит в том, что теоретическая функция определяет вероятность события, а эмпирическая функция определяет относительную частоту этого же события.

Пример: Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	2	6	10
n_i	12	18	30

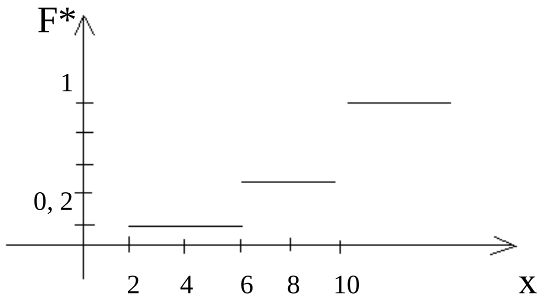
Решение: Найдём объём выборки: $W_i = 12 + 18 + 30 = 60$.

Наименьшая варианта равна 2. Значение эмпирической функции на интервале от 2 до 6 $F^* = \frac{12}{60} = 0{,}2$

на интервале от 6 до 10 $F^* = \frac{12+18}{60} = 0{,}5$

на интервале от 10 $F^* = \frac{12+18+30}{60} = 1$

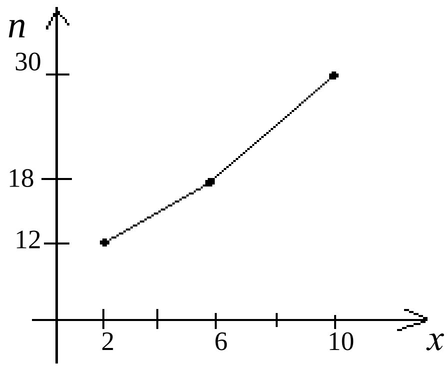
Строим функцию.



5.4. Полигон и гистограмма.

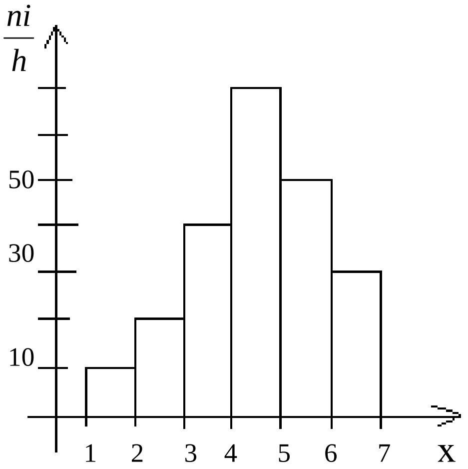
Для наглядности графики статистического распределения строят в виде полигона и гистограммы.

Определение: Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1; n_1)$; $(x_2; n_2)$; …., где x – варианты, n –частоты.



По полигону можно определить чему равно число вариант в выборке.

Определение: Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиною h, а высоты равны отношению $\frac{ni}{h}$ (плотность частоты).



Определение: Выборочной средней называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.

Лекция №6. (2 ч.) Статистические оценки параметров распределения.

6.1. Вариационный ряд.

Определение: Вариационным рядом называется последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке.

Характеристиками вариационного ряда являются: а) выборочная средняя; б) выборочная дисперсия; в) мода; г) медиана.

Определение: Выборочной средней $\overline{X}_B$ называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.

Определение: Выборочной дисперсией D_B называют среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения $\overline{X}_B$.

Определение: Модой M_0 называют варианту, которая имеет наибольшую частоту.

Пример: Дан ряд:

варианта	1	4	7	9
частота	5	1	20	6

Найти моду. *Решение*: Наибольшая частота в данном ряде равна 20 при варианте равной 7, значит мода равна 7.

Определение: Медианой m_e называют варианту, которая делит вариационный ряд на две части, равные по числу вариант.

Если число вариант нечётно, т.е. $n = 2k + 1$, то $m_e = x_{k+1}$; при чётном $n = 2k$ медиана $m_e = (x_k + x_{k+1})/2$.

Пример: Дан ряд: 2 3 5 6 7 . Найти медиану. *Решение*: число вариант в ряде нечётно следовательно, медиана равна 5.

Определение: Коэффициентом вариации V называют выраженное в процентах отношение выборочного среднего квадратического отклонения к выборочной средней: $V = \sigma_B / \overline{X}_B \cdot 100\%$.

Коэффициент вариации служит для сравнения величин рассеяния по отношению к выборочной средней двух вариационных рядов: тот из рядов имеет большее рассеяние по отношению к выборочной средней, у которого коэффициент вариации больше.

6.2. Точность оценки, доверительная вероятность.

Определение: Точечной называют оценку, которая определяется одним числом.

Определение: Интервальной называют оценку ,которая определяется двумя числами – концами интервала.

Определение: надёжностью (доверительной вероятностью) оценки Θ по Θ^* называют вероятность γ, с которой осуществляется неравенство $| \Theta - \Theta^* | < \delta$.

Определение: Доверительным называют интервал ($\Theta^* - \delta$, $\Theta^* + \delta$), который покрывает неизвестный параметр с заданной надёжностью γ .

Пример: Случайная величина *X* имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 3$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания *a* по выборочным средним $\overline{x}$, если объём выборки *n* =36 и задана надёжность оценки γ =0,95. *Решение*: Найдём t . Из соотношения $2\Phi(t) = \gamma$ получим $\Phi(t) = 0,475$. По таблице функции Лапласа находим аргумент t, которому соответствует значение функции Лапласа, равное $\gamma/2$, t = 1,96. Найдём точность оценки: $\delta = t\sigma/\sqrt{n} = (1,96 \cdot 3)/\sqrt{36} = 0,98$. Доверительный интервал таков: ($\overline{x}$ - 0,98; $\overline{x}$ + 0,98). Поясним смысл, который имеет заданная надёжность. Надёжность γ =0,95 указывает, что если произведено достаточно большое число выборок, то 95% из них определяет такие доверительные интервалы, в которых параметр действительно заключён, лишь в 5% случаев он может выйти за границы доверительного интервала.

Лекция №7. (2 ч.) Элементы теории корреляции.

7.1. Корреляционные зависимости.

Определение: Если каждому возможному значению случайной величины *X* соответствует одно возможное значение случайной величины *Y*, то *Y* называют функцией случайного аргумента *X*: $Y = \varphi(X)$.

Пример: Дискретная случайная величина X задана распределением:

X	2	3
p	0,6	0,4

Найти распределение функции $Y = X^2$. *Решение*: Найдём возможные значения Y: $y_1 = 2^2 = 4$; $y_2 = 3^2 = 9$. Напишем искомое распределение Y:

Y	4	9
p	0,6	0,4

Определение: Статистической называют зависимость, при которой изменение одной из величин влечёт изменение распределения другой.

Статистическая зависимость проявляется в том, что при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой, в этом случае статистическую зависимость называют корреляционной.

Пример случайной величины *Y*, которая не связана с величиной *X* функционально, а связана корреляционно. Пусть *Y* – урожай зерна, *X* – количество удобрений. С одинаковых по площади участков земли при равных количествах внесённых удобрений снимают различный урожай, т.е. *Y* не является функцией от *X*. Это объясняется влиянием случайных факторов (осадки, температура воздуха и др.). Вместе с тем, как показывает опыт, средний урожай является функцией от количества удобрений, т.е. *Y* связан с *X* корреляционной зависимостью.

7.2. Коэффициент корреляции.

Определение: Корреляционным моментом μ_{xy} случайных величин *X* и *Y* называют математическое ожидание произведения отклонений этих величин:

$\mu_{xy} = M\{[X - M(X)]\,[Y - M(Y)]\}$.

Корреляционный момент служит для характеристики связи между величинами *X* и *Y* . Корреляционный момент двух независимых случайных величин *X* и *Y* равен нулю.

Определение: Коэффициентом корреляции r_{xy} случайных величин *X* и *Y* называют отношение корреляционного момента к произведению средних квадратических отклонений этих величин: $r_{xy} = \mu_{xy} / (\sigma_x \sigma_y)$.

Величина коэффициента корреляции не зависит от выбора единиц измерения случайных величин.

Теорема: Абсолютная величина коэффициента корреляции не превышает единицы: $|r_{xy}| \le 1$.

7.3. Корреляционная таблица.

При большом числе наблюдений одно и то же значение x может встретиться n_x раз, одно и то же значение y - n_y раз, одна и та же пара чисел (x,y) может наблюдаться n_{xy} раз. Поэтому данные наблюдений группируют, т.е. подсчитывают частоты n_x, n_y, n_{xy}. Все сгруппированные данные записывают в виде таблицы, которую называют корреляционной.

Поясним *устройство корреляционной таблицы*. В первой строке таблицы указаны наблюдаемые значения признака X, а в первом столбце – наблюдаемые значения признака Y. На пересечении строк и столбцов находятся частоты n_{xy} наблюдаемых пар значений признаков. Все частоты помещены в прямоугольнике, стороны которого проведены жирными отрезками. Чёрточка означает, что соответственная пара чисел не наблюдалась. В последнем столбце записаны суммы частот строк. В последней строке записаны суммы частот столбцов. В клетке, расположенной в нижнем правом углу таблицы, помещена сумма всех частот (общее число всех наблюдений n).

Лекция №8. (2 ч.) Статистическая проверка статистических гипотез.

8.1. Статистическая гипотеза.

Когда закон распределения генеральной совокупности неизвестен, но имеются основания предположить, что он имеет определённый вид (А), выдвигают гипотезу: генеральная совокупность распределена по закону А. В этой гипотезе речь идёт о виде предполагаемого распределения.

Когда закон распределения известен, а его параметры неизвестны есть основания предположить, что неизвестный параметр Θ равен определённому значению Θ_0, выдвигают гипотезу: $\Theta = \Theta_0$. В этой гипотезе речь идёт о предполагаемой величине параметра одного известного распределения.

Определение: Статистической называют гипотезу о виде неизвестного распределения, или о параметрах известных распределений.

Наряду с выдвинутой гипотезой рассматривают и противоречащую ей гипотезу. Если выдвинутая гипотеза будет отвергнута, то имеет место противоречащая гипотеза. Эти гипотезы целесообразно различать.

Определение: Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0.

Определение: Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой.

Пример: Если нулевая гипотеза состоит в предположении, что математическое ожидание a нормального распределения равно 10, то конкурирующая гипотеза может состоять в предположении, что $a \neq 10$, записывают: $H_0: a = 10$; $H_1: a \neq 10$.

Определение: Простой называют гипотезу, содержащую только одно предположение.

Пример: Если λ – параметр показательного распределения, то гипотеза $H_0: \lambda = 5$ –простая.

Определение: сложной называют гипотезу, которая состоит из конечного или бесконечного числа простых гипотез.

Пример: Сложная гипотеза $H: \lambda > 5$ состоит из бесчисленного множества простых вида $H_i: \lambda = b_i$, где b_i - любое число большее 5. Гипотеза H_0: математическое ожидание нормального распределения равно 3 (σ неизвестно) – сложная.

8.2. Область принятия гипотезы.

Определение: Статистическим критерием (или просто критерием) называют случайную величину *К*, которая служит для проверки нулевой гипотезы.

Определение: Наблюдаемым значением $K_{набл.}$ называют значение критерия, вычисленное по выборкам.

После выбора определённого критерия множество всех его возможных значений разбивают на два непересекающихся подмножества; одно из них содержит значения критерия, при которых нулевая гипотеза отвергается, а другая – при которых она принимается.

Определение: Критической областью называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Определение: Областью принятия гипотезы (областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых гипотезу принимают.

Основной принцип проверки статистических гипотез: если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области – гипотезу отвергают, если наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы – гипотезу принимают.

Критическая область и область принятия гипотезы являются интервалами, значит существуют точки, которые их разделяют.

Определение: Критическими точками (границами) $k_{кр}$ называют точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

Определение: Правосторонней называют критическую область, определяемую неравенством $K > \kappa_{кр}$, где $\kappa_{кр}$ - положительное число.

Определение: Левосторонней называют критическую область, определяемую неравенством $K < k_{кр}$, где $k_{кр}$ - отрицательное число.

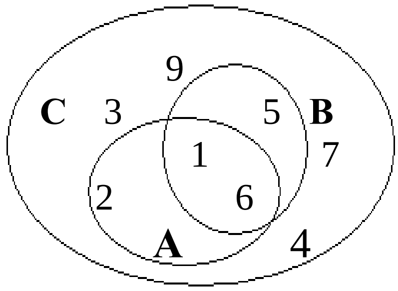
Определение: Односторонней называют правостороннюю или левостороннюю критическую область.

Определение: Двусторонней называют критическую область, определяемую неравенствами $K < k_1$, $K > k_2$, где $k_2 > k_1$.

Критическую область следует строить так, чтобы мощность критерия была максимальной.

3.2. ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ:

Самостоятельная работа №1



1. Используя рисунок запишите:
   а) Элементы принадлежащие множеству А
   б) Объединение множеств А и В
   в) Пересечение множеств А и В
   г) Разность А\В
2. Даны множества А={3;4;5;6;7}, В={3;6;9;12}
   С={0;1;2;3;4;5}. Найти: а) $A \cap B \cap C$
   б) $A \cup B \cup C$
   в) $A \cup C \cap B$
   г) $(A \setminus B) \cup C$
3. Какие из высказываний истинны, а какие ложны?
   Если множество М=$\{(x, y) : 2x - y - 1 = 0\}$, то:
   а) (1; 1)$\in$ M; b) (2;-1)$\notin$ M; c) (2;3)$\notin$ M; d) (-1;2)$\in$ M.
4. Чем является высказывание (определением, теоремой, аксиомой)?
   Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

Самостоятельная работа №2

1. В урне 12 шаров: 3 белых, 4 чёрных и 5 красных. Какова вероятность вынуть из урны чёрный шар?
2. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 5, 7, 9, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?
3. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?
4. В урне 10 белых, 15 чёрных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: белый, синий или красный.
5. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго-0,8, для третьего- 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

Самостоятельная работа №3

1. Даны вероятности значений случайной величины *X*: значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2-вероятность 0,4; значение 8-вероятность 0,1; значение 4-вероятность 0,2. Построить ряд распределения случайной величины *X*.
2. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	10
p	0,1	0,4	0,5

Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

3. Случайная величина *X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ x \text{ при } 0 < x \le \pi, \\ 1 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

Найти плотность распределения.

Самостоятельная работа №4

1. Построить полигоны частот и относительных частот распределения

X_i	1	3	5	7	9
n_i	10	15	30	33	12

2. По статистическому распределению выборки найдите её объём

X_i	1	2	3
n_i	2	5	6

3. Найти число вариант $X_i=3$ в выборке извлечённой из генеральной совокупности, если её объём n=60.

X_i	1	2	3	4
n_i	5	20	?	9

Критерий оценки выполнения самостоятельной работы.

Оценка «отлично» ставится при выполнении студентом 90-100% задания; оценка «хорошо»-70-89%; оценка «удовлетворительно»-50-69%, оценка «неудовлетворительно»-0-49%.

3.3. ТЕСТ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ:

№1 Установите правильное соответствие между математическим утверждением и его формулировкой.

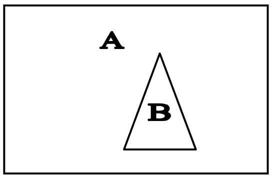
1. « Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.»
2. « Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.»
3. « На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному, и притом только один.»

Варианты ответов: а) Аксиома
б) Теорема
в) Определение

№2 Заданы множества A={4,5,6,7,8} и B= {5,6}, тогда для них верным утверждением будет…

Варианты ответов: а) «Множества A и B равны»
б) «Множество A включает множество B»
в) « Множество A есть подмножества B»
г) « Множества A и B не имеют одинаковых элементов»

№3 Пусть A и B – множества, изображённые на рисунке:



Тогда пересечением этих множеств является …

Варианты ответов: а) A\ B
б) 0
в) B
г) A

№4 Отношение задано неравенством: 2x-y >0, тогда данному отношению принадлежит следующая пара чисел…

Варианты ответов: а) (0;0)
б) (2;2)
в) (1;3)
г) (-1;1)

№5 Количество перестановок букв в слове «HOME» равно…

Варианты ответов: а) 8
б) 20
в) 16
г) 24

№6 Сколько различных двузначных чисел можно составить из пяти цифр:7,8,1,3,5, если все цифры в числе разные?

Варианты ответов: а) 4
б) 6
в) 12
г) 24

№7 Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков **менее трёх**, равна…

Варианты ответов: а) 0
б) ½
в) ⅓
г) 1

№8 Студент разыскивает нужную ему формулу в 3-х справочниках.Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно 0,6; 0,7; 0,8.Какова вероятность того, что формула содержится во всех справочниках?

Варианты ответов: а) 2,1
б) 0,336
в) 0,842
г) 1,4

№9 Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

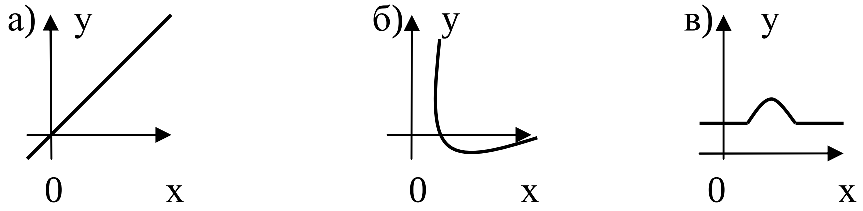
X	-2	4
P	0,3	0,4

Тогда математическое ожидание M(X) этой случайной величины равно…

Варианты ответов: а) 2,1
б) 1
в) 2
г) 2,7

№10 График плотности распределения вероятностей для нормального закона изображён на рисунке…

Варианты ответов:



№11 В урне находится 6 шаров: 3 белых и 3 чёрных.
Событие А заключается в том, что вынули белый шар. Событие В – вынули чёрный шар. Опыт состоит в выборе только одного шара. Тогда для этих событий **неверным** будет утверждение:

Варианты ответов: а) «событие А и В равновероятны»
б) « События А и В несовместимы»
в) « Событие А невозможно»

№12 Вероятность наступления некоторого события **не может** быть равна…

Варианты ответов: а) 3
б) ½
в) 0
г) 1

№13 По статистическому распределению выборки установите её объём

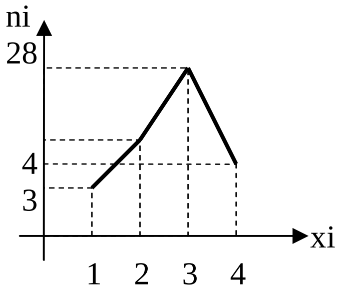
xi	1	2	3
ni	4	5	2

Варианты ответов: а) 25
б) 13
в) 30
г) 11

№14 Средняя выборочная вариационного ряда 1, 2, 2, 3, 4, равна…..

Варианты ответов: а) 3
б) 3,6
в) 6
г) 2,4

№15 Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 60, полигон частот которой имеет вид:



Тогда число вариант xi = 2 в выборке равно…

Варианты ответов: а) 26
б) 27
в) 60
г) 25

№16 Если основная гипотеза имеет вид $H_0 : a = 20$, то конкурирующей может быть гипотеза…

Варианты ответов: а) $H_1 : a \leq 19$
б) $H_1 : a \geq 10$
в) $H_1 : a > 20$
г) $H_1 : a = 21$