

Федеральное агентство по образованию РФ  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(ГОУВПО «АмГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой ИиУС  
\_\_\_\_\_ А.В.Бушманов  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ**

**ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САПР**

для специальности

230201 – Информационные системы и технологии

Составитель: А.В.Бушманов

2007

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики  
и информатики  
Амурского государственного  
университета*

Информационное обеспечение САПР для специальности 230201 «Информационные системы и технологии»: учебно-методический комплекс дисциплины. /Бушманов А.В. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2007г.

© Амурский государственный университет, 2007.

© Кафедра Информационных и управляющих систем, 2007.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Рабочая программа .....	4
2. График самостоятельной работы студентов .....	10
3. Методические рекомендации по проведению самостоятельной работы студентов .....	11
4. Перечень учебников, учебных пособий .....	43
5. Краткий конспект лекций .....	45
6. Методические указания по выполнению курсовой работы .....	96
7. Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ .....	101
8. Перечень программных продуктов, используемых в практике выпускников и учебно-методическое пособие .....	131
9. Методические указания по применению современных ИТ для преподавания учебной дисциплины .....	131
10. Методические указания по организации межсессионного и экзаменационного контроля знаний студентов .....	147
11. Комплекты заданий для лабораторных работ и курсовых проектов .....	149
12. Фонд тестовых и контрольных заданий для оценки качества заданий по дисциплине .....	152
13. Комплект экзаменационных билетов .....	159
14. Карта кадровой обеспеченности дисциплины .....	170

## 1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По дисциплине: Информационное обеспечение Систем автоматизированного проектирования.  
Для специальности: 230201 – Информационные системы и технологии.

Курс: 4 Семестр: 8

Лекции: 30 (час.) Экзамен: 8

Практические занятия: нет Зачет: 8

Лабораторные занятия: 30 (час.)

Самостоятельная работа: 60 (час.) Курс.раб.: 8

Всего часов: 120 (час.)

Составитель: Бушманов А.В.

Факультет Математики и информатики

Кафедра: Информационные и управляющие системы

### 1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

#### 1.1. Цель преподавания дисциплины

Ознакомить студентов с базовыми возможностями современного программного обеспечения, предназначенного для автоматизации проектирования. Сформировать единую систему знаний, дающую возможность более результативно использовать ЭВМ при проведении проектных расчетов. Ознакомить студентов с комплексом средств автоматизированного проектирования, а также с использованием комплексов средств автоматизированного проектирования в практической деятельности инженера-проектировщика.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины

По завершению курса «Информационное обеспечение САПР», обучаемые должны приобрести устойчивые навыки и умения, позволяющие эффективно автоматизировать решение различных типовых задач с помощью различных программных продуктов САПРа, предназначенных для выполнения проектных расчетов.

- 1.3. Перечень разделов (тем) необходимых дисциплин
  - 1.3.1. Алгебра и геометрия: методы решения алгебраических уравнений и систем.
  - 1.3.2. Вычислительная математика: численные методы решения дифференциальных уравнений и систем; способы аппроксимации исходной зависимости.
  - 1.3.3. Физика: теоретическая механика; статика, кинематика; динамика, термодинамика.
  - 1.3.4. Информатика: офисные приложения операционной среды.
  - 1.3.5. Алгоритмические языки и программирование: базовые конструкции процедурного программирования.

## 2. Содержание дисциплины

### 2.1. Федеральный компонент

Обще профессиональная дисциплина по выбору

ГОС ВПО: 230201 СД.ДС1.

### 2.2. Лекционные занятия

- 2.2.1. Введение. Роль и значение автоматизации проектирования в ускорении научно-технического прогресса и в развитии народного хозяйства. Общие сведения о проектировании технических объектов. – 2 ч.
- 2.2.2. Тема 1. Проектирование и проектные процедуры. Уровни, аспекты, подходы автоматизированного проектирования. Блочнo-иерархический подход к проектированию. – 2 ч.
- 2.2.3. Тема 2. Иерархические уровни и аспекты описания технических объектов. Стадии и этапы проектирования – 2 ч.
- 2.2.4. Тема 3. Внешнее и внутреннее проектирование. Восходящее и нисходящее проектирование. Формализация технических заданий – 2 ч.
- 2.2.5. Тема 4. Типовые проектные процедуры и маршрутные проектирования. Процедуры структурного синтеза, параметрической оптимизации, одновариантного и многовариантного анализа и верификации – 2 ч.
- 2.2.6. Тема 5. Принципы построения САПР. Структура и состав САПР. – 2 ч.
- 2.2.7. Тема 6. Комплекс средств автоматизированного проектирования. Классификация и применение подсистем САПР – 2 ч.
- 2.2.8. Тема 7. Математическое обеспечение САПР. Классификация математических моделей. Иерархия математических моделей, применяемых в САПР – 2 ч.

- 2.2.9. Тема 9. Представление структур моделируемых объектов в виде графов и эквивалентных схем. Эквивалентные схемы для систем с разнородными физическими элементами – 2 ч.
- 2.2.10. Тема 10. Общая постановка задачи автоматического формирования математических моделей систем на макроуровне. Форма представления топологических уровней – 2 ч.
- 2.2.11. Тема 11. Методы формирования математических моделей систем, применяемые в САПР, - табличный, узловой, переменные состояния. Разновидности математических моделей на метауровне – 2 ч.
- 2.2.12. Тема 12. Классификация задач синтеза технических объектов (ТО). Постановка задачи структурного синтеза ТО – 2 ч.
- 2.2.13. Тема 13. Понятие критерия оптимальности. Постановка задачи параметрического синтеза. Характеристика задач оптимизации параметров, допусков и технических требований – 2 ч.
- 2.2.14. Тема 14. Требования к техническому обеспечению САПР. Принципы построения комплекса технических средств. Задачи комплекса технических средств – 2 ч.
- 2.2.15. Тема 15. Конфигурация комплекса технических средств. Одноуровневые комплексы технических средств. Классификация технических средств САПР – 2 ч.
  
- 2.3. Лабораторные занятия
  - 2.3.1. Вводное лабораторное занятие: знакомство со справочными системами и информационными ресурсами AutoCAD и MSC.Nastran for Windows, а также примерами решения задач – 2 ч.
  - 2.3.2. Лабораторная работа 1. Построение 2D моделей в системе AutoCAD – 4 ч.
  - 2.3.3. Лабораторная работа 2. Построение 2D моделей в системе MSC.-Nastran for Windows – 4 ч.
  - 2.3.4. Лабораторная работа 3. Прочностной анализ 2D моделей в системе MSC.Nastran for Windows – 4 ч.
  - 2.3.5. Лабораторная работа 4. Построение 3D моделей в системе AutoCAD – 4 ч.
  - 2.3.6. Лабораторная работа 5. Построение 3D моделей в системе MSC.-Nastran for Windows – 4 ч.
  - 2.3.7. Лабораторная работа 6. Прочностной анализ 3D моделей в системе MSC.Nastran for Windows – 6 ч.
  - 2.3.8. Итоговое лабораторное занятие: систематизация практических навыков, полученных в рамках изучаемой дисциплины – 2 ч.
  
- 2.4. Курсовая работа
  - 2.4.1. Курсовая работа включает в себя анализ, проектирование и реализацию элементов конструкции. Тематика курсовой работы, как правило, связана с научно-исследовательской работой студента.

## 2.4.2. Примерные темы курсовых работ:

- 2.4.2.1. Расчет балочных конструкций методом конечных элементов.
- 2.4.2.2. Расчет плоских ферм с помощью метода конечных элементов.
- 2.4.2.3. Расчет рамных конструкций методом конечных элементов.

## 2.5. Самостоятельная работа студентов

- 2.5.1. Система AutoCAD: изучение базовых возможностей; практическое использование его программной среды для выполнения лабораторных работ – 20 ч.

### Рекомендуемая литература:

- 1. Ткачев Д.А. AutoCAD 2005. Самоучитель. –С-Пб.: Питер, 2005. – 464 с.
- 2. Чуприн А.И. AutoCAD 2005 Platinum Edition. -М.: Диа Софт, 2005. – 1200 с.
- 2.5.2. Система MSC.NASTRAN for Windows: изучение базовых возможностей пакета; практическое использование его программной среды для выполнения лабораторных работ – 40 ч.

### Рекомендуемая литература:

- 1. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. М.: ДМК, 2001. – 446 с.
- 2. Бате Н., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов, М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
- 3. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде MSC.visual NASTRAN для WINDOWS. М.: NT Press, 2004 – 546 с.

## 2.6. Вопросы к экзамену

- 2.6.1. Роль и значение автоматизации проектирования в ускорении научно-технического прогресса и в развитии народного хозяйства.
- 2.6.2. Проектирование и проектные процедуры.
- 2.6.3. Иерархические уровни и аспекты описания технических объектов.
- 2.6.4. Стадии и этапы проектирования. Внешнее и внутреннее проектирование.
- 2.6.5. Формализация технических заданий.
- 2.6.6. Типовые проектные процедуры и маршрутные проектирования.
- 2.6.7. Принципы построения САПР. Структура и состав САПР.
- 2.6.8. Комплекс средств автоматизированного проектирования. Классификация и применение подсистем САПР.
- 2.6.9. Классификация математических моделей. Иерархия математических моделей, применяемых в САПР.
- 2.6.10. Понятие о моделях микро-, макро- и метауровней. Требования к математическим моделям и их классификация. Полные математические модели и макромоделли.

- 2.6.11. Основные положения инвариантных методов моделирования на макроуровне.
- 2.6.12. Представление структур моделируемых объектов в виде графов и эквивалентных схем. Эквивалентные схемы для систем с различными физическими элементами.
- 2.6.13. Методы формирования математических моделей систем, применяемые в САПР, - табличный, узловой, переменные состояния.
- 2.6.14. Основные сведения о моделировании систем массового обслуживания. Структурные модели.
- 2.6.15. Классификация задач синтеза технических объектов (ТО). Постановка задачи структурного синтеза ТО.
- 2.6.16. Понятие критерия оптимальности. Постановка задачи параметрического синтеза. Характеристика задач оптимизации параметров, допусков и технических требований.
- 2.6.17. Оценка эффективности и рекомендации по выбору методов поисковой оптимизации для применения в САПР.
- 2.6.18. Возможности и основные подходы к формализации структурного синтеза.
- 2.6.19. Алгоритмы структурного синтеза – простого, направленного перебора. Примеры решения задачи структурного синтеза.
- 2.6.20. Требования к техническому обеспечению САПР. Принципы построения комплекса технических средств. Задачи комплекса технических средств.
- 2.6.21. Классификация технических средств САПР. Вычислительные сети (ВС) САПР. Структура ВС САПР, достоинства и недостатки. Принципы построения ВС САПР.
- 2.6.22. Основные типы ЭВМ и периферийного оборудования, используемые в САПР. Технические средства (ТС) связи ЭВМ с удалённым доступом. ТС машинной графики.
- 2.6.23. Типовая структура ПО САПР. Требования к ПО САПР. Классификация ПО САПР. Классификация операционных систем (ОС). Задачи ОС.
- 2.6.24. Взаимодействие подсистем в спец. ПО САПР. Пример структуры ПО САПР системы управления (СУ).
- 2.6.25. Структура ЛО САПР. Структура МТ САПР. Классификация языков, применяемых в САПР. Характеристика и выбор языков программирования.
- 2.6.26. Программные системы с единым промежуточным и расширяемым множеством входных языков. Примеры диалогового языка сопровождения.
- 2.6.27. Основная задача ИО САПР. Вопросы, решаемые ИО САПР. Структура ИО САПР. Пакеты прикладных программ для создания ИО САПР.
- 2.6.28. Экспертные системы: структура и классификация. Основное направление дальнейшего развития САПР элементов и ТС.

2.6.29. Банки и базы данных в САПР. Архитектура БД. Системы управления базами данных. Назначение, классификация, разновидности.

2.6.30. Требования к банкам данных. Специфические особенности банков данных САПР.

## 2.7. Оценочные критерии

Студент получает зачет по изучаемой дисциплине в случае, если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

## 3. Учебно-методические материалы по дисциплине

### 3.1. Используемая и рекомендуемая литература

#### Основная:

3.1.1. Норенков И.Н. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. – М., Высш.шк., 2003 г.

3.1.2. Петренко А.И., Семенов О.И. Основы построения систем автоматизированного проектирования. – Киев, Высш.шк. 1984 г.

3.1.3. Системы автоматизированного проектирования. Ка.1-9 (Серия учебных пособий под ред. Норенкова И.П.) М., Высш.шк., 1986г.

3.1.4. Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.Н. Теоретические основы САПР. – М., Энергоиздат, 1987 г.

#### Дополнительная:

3.1.5. Сабонадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л. Метод конечных элементов и САПР.- М.: МИР, 1989.- 190 с.

3.1.6. Математика и САПР. В 2 кн.- М.: Мир, 1989.- 208 с.

3.1.7. Смит, Джон М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей М.: Машиностроение, 1989.- 144 с.

3.1.8. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров электриков М.: Мир, 1986.- 229 с.

3.1.9. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ.- М.: Мир, 1982.- 208 с.

3.1.10. Уайлд Д. Оптимальное проектирование М.: Мир, 1981.- 208 с

### 3.2. Учебные пособия:

3.2.1. Бушманов А.В., Еремин И.Е., Банышева В.В. Пакеты прикладных программ: лабораторный практикум на ПВЭМ. Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2002. – 64 с.

4. Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины

Номер недели	Номер темы	изучаемые на лекции Вопросы,	Занятия		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Форма контроля
			Практические	Лабораторные		Содержание	Часы	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ВВ. <sup>1</sup>	2.2.1	-	2.3.1	3.2.1	3.1.5	20	Злр <sup>2</sup>
2	1	2.2.2	-	2.3.2				3.5.1
3	2, 3	2.2.3	-	2.3.3	3.5.1	3.1.6		
4	4	2.2.4	-					2.3.4
5	5	2.2.5	-	2.3.5	3.5.2	3.1.8		
6	6	2.2.6	-					2.3.6
7	7	2.2.7	-	2.3.7	3.5.2	3.1.9	злр, сб.	
8	8	2.2.8	-					2.3.8
9	9	2.2.9	-	2.3.8	3.5.2	3.1.11	злр, сб.	
10	10	2.2.10	-					2.3.8
11	11	2.2.11	-	2.3.8	3.5.2	3.1.13	сб. <sup>3</sup>	
12	12	2.2.12	-					2.3.8
13	13	2.2.13	-	2.3.8	3.5.2	3.1.14		
14	14	2.2.14	-				2.3.8	3.5.2
15	15	2.2.15	-	2.3.8	3.5.2	3.1.14		

<sup>1</sup> Введение

<sup>2</sup> Защита отчета о выполнении лабораторной работы

## 2. ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Содержание	Объем в часах	Сроки и форма контроля
<p>Изучение основных этапов моделирования в AutoCad и Nastran for Windows 4.1</p> <p>1. Инструментальная среда AutoCad:                      Общее описание интерфейса AutoCad;                      Основы создание новой 2D модели;                      Основы создание новой 3D модели;</p> <p>2. Создание модели данных в среде Nastrsn for Windows 4.1:                      Интерфейс Nastrsn for Windows 4.1.                      Уровни отображения модели;                      Подмножества модели и сохраняемые отображения;                      Расчетный модуль.</p>	<p>15 час.</p> <p>15 час.</p>	<p>Собеседование (6 неделя)</p> <p>Собеседование (6 неделя)</p>

## 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Выполнение самостоятельной работы по курсу «Информационное обеспечение САПР», имеет целью выработку у студентов навыков геометрического и математического моделирования, в том числе и в следующих направлениях:

1. Применение соответствующих методологий для разработки и расчета моделей конструкций и узлов приборов и аппаратов;
2. Применение соответствующего программного инструментария.

*Общие сведения о системе AutoCad.*

- 1.1. Назначение системы
- 1.2. Требования к компьютеру
- 1.3. Пользовательский интерфейс

- 1.4. Способы ввода команд
- 1.5. Операции с файлами рисунков
- 1.6. Текстовое окно
- 1.7. Единицы измерения

### *1.1. Назначение системы.*

Система AutoCAD разработана американской фирмой Autodesk в начале 80-х годов и была первоначально ориентирована на существовавшие в то время персональные компьютеры (PC XT, PC AT без сопроцессора и т. п.). Уже эти, по нынешним меркам слабые, версии вызвали интерес у конструкторов и чертежников, желавших автоматизировать свой труд хотя бы в части рисования на листе бумаги.

Широкое распространение системы в России началось с десятой версии, которая работала в операционной системе MS DOS, существовала, как в английском, так и русском вариантах (как, впрочем, и в других национальных модификациях). Эта версия была уже достаточно развита, поскольку команды можно было вводить из командной строки или экранных, падающих и графических меню.

Одиннадцатая версия прошла сравнительно незаметно. Следующей популярной в России версией стала двенадцатая, которая обладала диалоговыми окнами даже в варианте для MS DOS (вариант для Windows 3.1 и Windows 95 тоже существовал, но не переводился на русский язык). В ней было появившееся еще в 11-й версии "пространство листа", окончательно утвердившее AutoCAD как пространственную графическую систему, в которой, построив трехмерный объект, можно было вывести его виды (проекции) в расположенные на поле листа окна (видовые экраны) в необходимом масштабе.

Тринадцатая версия существовала сразу в двух вариантах (для MS DOS и Windows 95), причем на стадии инсталляции (установки на компьютер) можно было выбрать один вариант системы или установить сразу оба. Четырнадцатая версия, вобрав в себя новшества тринадцатой, была сделана более компактной и быстрой, чем предыдущая. Она была рассчитана только на операционную систему Windows (Windows 95 или Windows NT), поскольку эта система де-факто уже стала общеиспользуемой и устанавливалась на все новые персональные компьютеры.

В 1999 году началось внедрение 15-й версии, которой, отдавая дань моде, присвоили номер 2000. Эта версия стала очередным шагом вперед, как в простом двумерном рисовании, так и в трехмерном моделировании. Заметные изменения претерпели средства управления выводом на плоттер (графопостроитель) и принтер (устройство печати).

Первые варианты системы содержали в основном инструменты для простого двумерного рисования, которые постепенно, от версии к версии, дополнялись и развивались. В результате AutoCAD стал очень удобным "электронным кульманом". На рис. 1.1 приведен пример чертежа, сделанного простыми средствами системы.

Большим преимуществом такого средства рисования является возможность формирования электронного архива чертежей. Каждый из созданных в системе AutoCAD чертежей легко редактируется, что позволяет быстро разрабатывать чертежи-аналоги по чертежам-прототипам. Для облегчения процесса выпуска чертежной документации можно разрабатывать "библиотеки стандартных элементов". Эта идея стала хорошим стимулом для создания на базе системы локальных рабочих мест по различным конструкторским, архитектурным и другим направлениям, а также для разработки новых специализированных систем.

Десятая версия позволяла выполнить достаточно сложные трехмерные построения в любой плоскости пространства и отобразить их на разных видовых экранах с различных точек зрения. Поэтому она уже была инструментом трехмерного (и тем более двумерного) моделирования.

Двенадцатая версия стала переломной. Она позволила работать с расширенной памятью, ввела диалоговые окна, а через появившийся в 11-й версии механизм пространства листа и видовых экранов дала возможность получать чертеж с проекциями трехмерного объекта или сооружения. В AutoCAD 2000 эта идея получила дальнейшее развитие: по одной модели можно получать несколько листов чертежа.

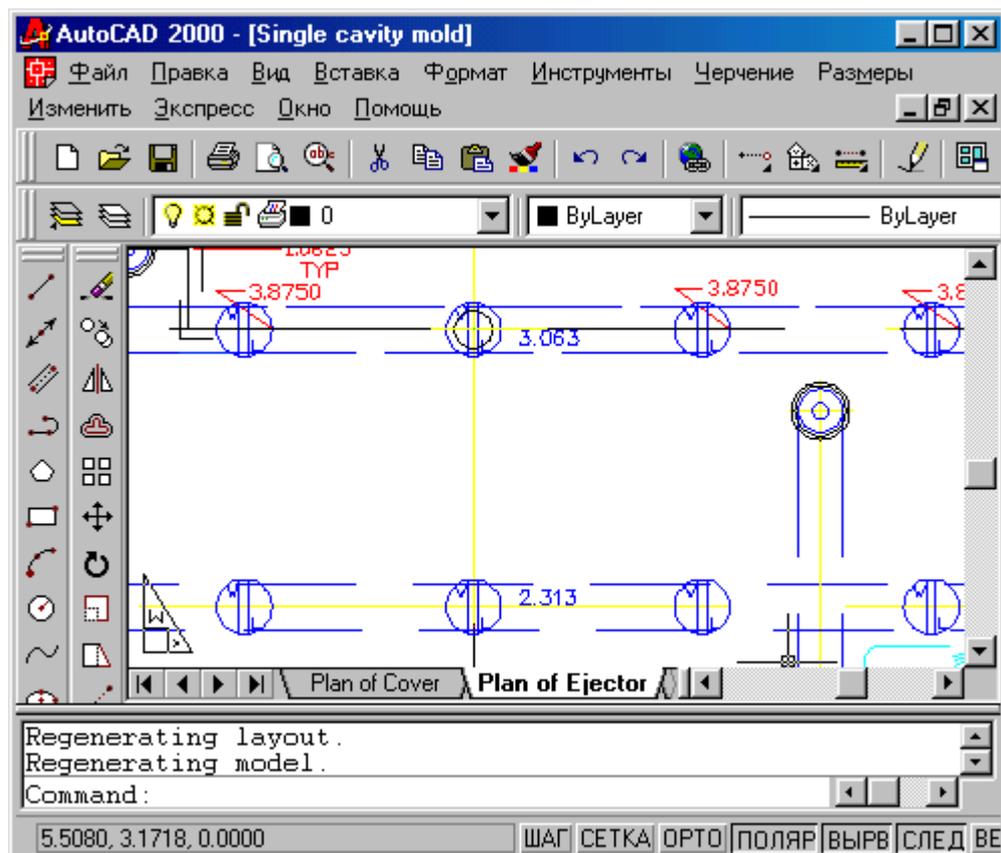


Рис. 1.1. Двумерный чертеж.

Таким образом, система AutoCAD 2000 предназначена не только для черчения, но и для формирования трехмерных моделей. На рис. 1.2 приведен пример, отображающий проекции трехмерного объекта.

### 1.2. Требования к компьютеру.

Персональный компьютер, на котором может быть установлена система AutoCAD 2000, должен удовлетворять определенным требованиям. Это должна быть машина класса Pentium 133 или выше, с оперативной памятью 32 Мбайта (лучше 64 Мбайта), винчестером (жестким диском) 1 Гбайт ? на винчестере надо иметь свободными 200 Мбайт под программное обеспечение и не менее 100 Мбайт для временных файлов, которые система образует во время сеансов работы. И конечно, на винчестере должно оставаться место для хранения создаваемых файлов чертежей. На компьютере должна быть установлена операционная система Windows NT 4.0 или Windows 95 или Windows 98.

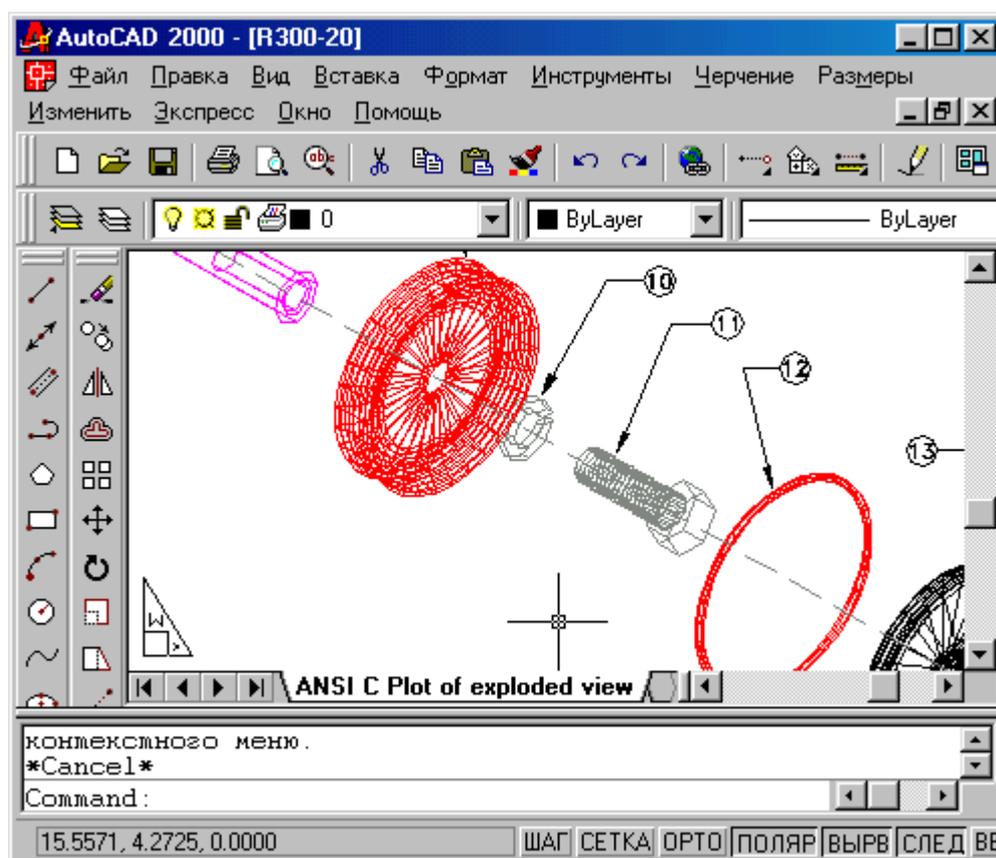


Рис. 1.2. Чертеж проекций трехмерной модели кормовой части судна.

Итак, требования к компьютеру, на котором планируется установить современную систему AutoCAD, достаточно высоки. Похожи требования и для 14-й версии (в ней можно ограничиться емкостью оперативной памяти в 32 Мбайта), а для 13-й версии размер оперативной памяти может быть 24 Мбайта.

Эти цифры заметно превосходят требования, предъявлявшиеся к AutoCAD 12, предназначенной для MS DOS: PC 486DX 66 с оперативной памятью 8 Мбайт и свободными 100 Мбайт на жестком диске. А 10-я версия вообще могла работать на 286 компьютере с сопроцессором, оперативной памятью 1-2 Мбайт и с винчестером 40 Мбайт.

### 1.3. Пользовательский интерфейс.

Итак, подошло время начать работу в русской версии AutoCAD 2000. Предположим, что она уже установлена на вашем компьютере. Это может быть обычная (русская или английская), а может быть и 30-дневная версия (AutoCAD 2000 Trial), компакт-диск с которой распространяется бесплатно и служит для оценки возможностей системы. Система AutoCAD, установленная с такого диска, работает в течение 45 дней, но ряд возможностей перестают работать через 30 дней. В остальном это полнофункциональная версия системы.

Выберите указателем мыши на поле рабочего стола ярлык программы (на нем написано AutoCAD 2000 или AutoCAD 2000 RUS; если у вас 30-дневная версия, то на ярлыке будет текст AutoCAD 2000 Trial). Запустите ее, дважды щелкнув левой кнопкой мыши.

После полной загрузки AutoCAD 2000 в оперативную память появляется окно Начало работы (Startup) (рис. 1.4).

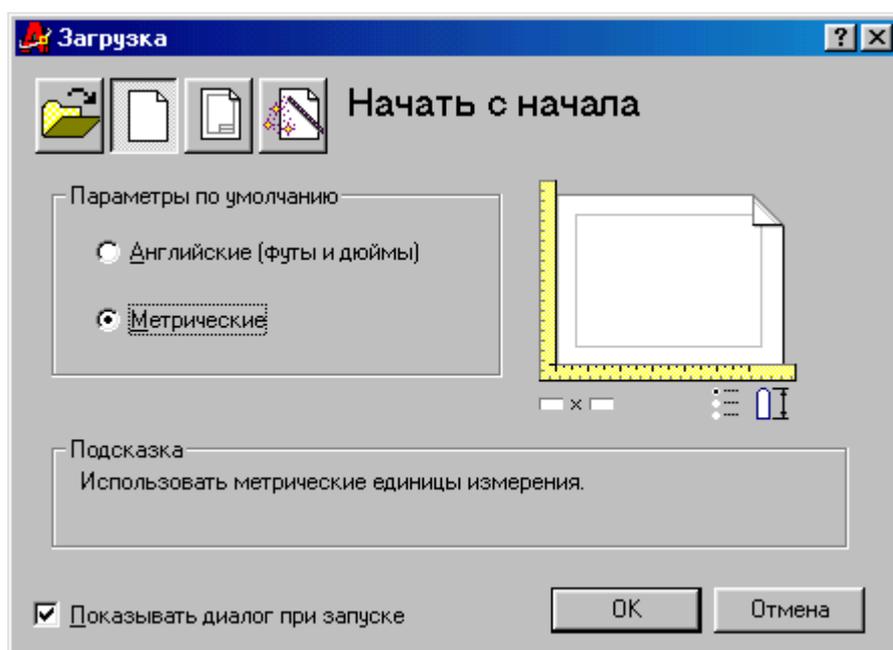


Рис. 1.4. Начальное окно.

Пользователю необходимо подвести указатель мыши на кнопку с одним из вариантов начала работы, изображенных в верхней части окна: "Открытие рисунка" (Open a Drawing), "Простейший шаблон" (Start from Scratch), "По шаблону" (Use a Template) и "Вызов мастера" (Use a Wizard), а затем нажать на левую кнопку мыши. Три из них рассмотрены ниже: "Открытие рисунка" (Open a Drawing), "По шаблону" (Use a Template),

"Вызов мастера" (Use a Wizard). Читателя для первого раза прошу нажать на кнопку "Простейший шаблон" (Start from Scratch) и кнопку "OK" (OK). В открывшемся окне (рис. 1.5) разберем элементы оформления рабочего окна AutoCAD.

Центральная часть экрана, это основная рабочая зона, в которой находится видимая часть рисунка (остальные его части могут находиться выше, правее, ниже и левее). При движении указателя мыши по этой части, которую мы будем называть далее *графическим экраном*, он (указатель) имеет вид перекрестия с квадратной мишенью в точке пересечения. Длина линий перекрестия настраивается с помощью системной переменной CURSORSIZE.

Верхнюю строку экрана, состоящую из надписей: Файл (File), Правка (Edit), Вид (View), Вставка (Insert), Формат (Format), Сервис (Tools), Рисование (Draw), Размеры (Dimension), Редакт (Modify), Express, Окно (Window), Справка (Help) будем называть *строкой падающих меню*.

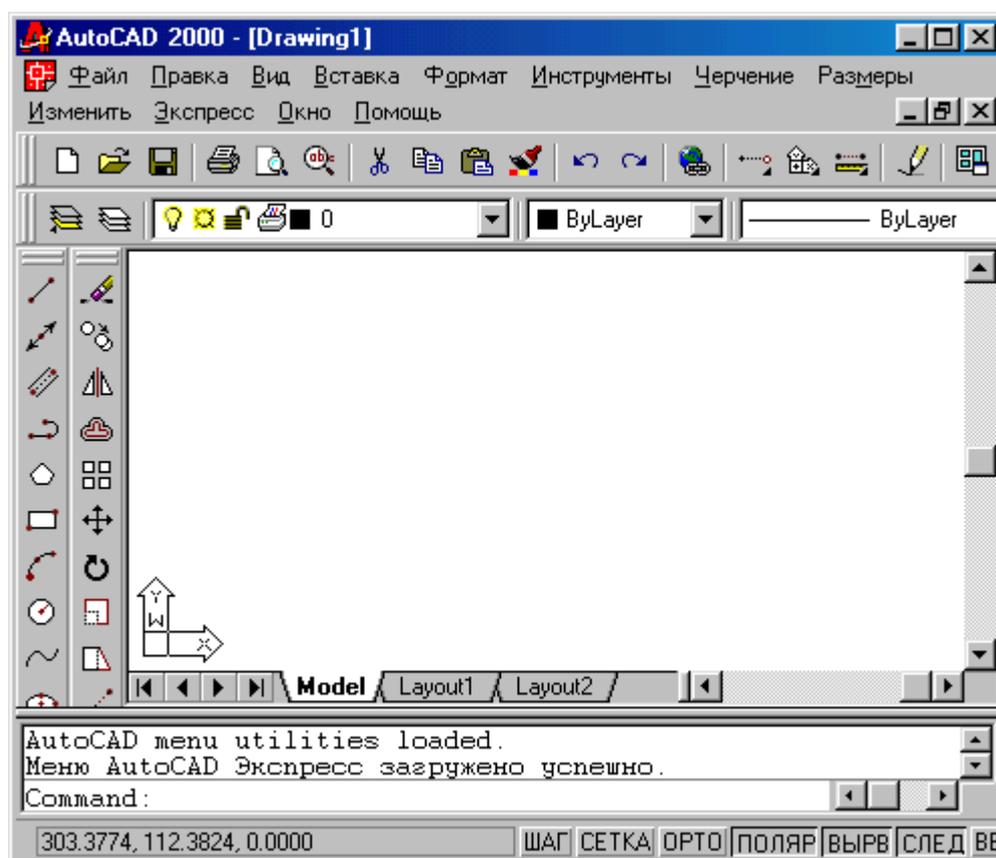


Рис. 1.5. Элементы пользовательского интерфейса.

Эта строка содержит наименования падающих меню, раскрыть любое из которых можно, выбрав с помощью мыши соответствующее имя меню. Меню Express является необязательным и содержит дополнительные функции, которые были включены в систему в последний момент и могли быть пропущены при установке вашей версии AutoCAD.

Графический экран снизу обрамляют кнопки вкладок Модель (Model), Лист1 (Layout1), Лист2 (Layout2). Эти вкладки используются при переключении между пространствами модели и листа. Треугольные кнопки слева от вкладок позволяют передвигаться по вкладкам (аналогично листам в книге Microsoft Excel) в обоих направлениях. Справа от вкладок расположена горизонтальная линейка прокрутки для графического экрана. По умолчанию активной является вкладка Модель (Model).

Нижняя (светлая) часть экрана, в которой вы видите приглашение в форме Команда: (Command:), это область, через которую в основном происходит диалог пользователя с системой, здесь отображаются вводимые вами команды и ответы (или вопросы) AutoCAD. Эту часть будем называть *зоной командных строк*. Последняя строка, содержащая приглашение Команда: (Command:), называется *командной строкой*.

Ниже от зоны командных строк находится *строка режимов*, в которой расположены *счетчик координат* и прямоугольные кнопки режимов: ШАГ (SNAP), СЕТКА (GRID), ОРТО (ORTHO), ОТС-ПОЛЯР (POLAR), ПРИВЯЗКА (OSNAP), ОТС-ПРИВ (OTRACK), ВЕС (LWT), МОДЕЛЬ (MODEL). Счетчик координат служит для ориентировки на поле чертежа, он изменяет свое трехкоординатное значение при движении указателя мыши по графическому экрану. Счетчик может быть отключен с помощью функциональной клавиши <F6>. Нажатием на ту же клавишу счетчик можно снова включить.

Основным элементом пользовательского интерфейса являются кнопки панелей инструментов. Две горизонтальные панели находятся ниже строки падающих меню. Еще две вертикальные панели находятся слева от графического экрана.

Панели инструментов в AutoCAD оформлены так же, как и панели в Microsoft Office. Поэтому, если вы подведете указатель мыши к пиктограмме одного из элементов любой панели, то пиктограмма сразу примет форму прямоугольной кнопки, а через несколько мгновений под указателем появится подсказка с наименованием команды или функции AutoCAD, выполняемой с помощью этой кнопки. На рис. 1.6 показана подсказка, появляющаяся при положении указателя мыши на кнопке команды ПЕРЕНЕСТИ (MOVE).

Четыре панели, которые вы видите на рис. 1.6, находятся в фиксированном положении. При желании можно перенести их внутрь графического экрана, где они займут "плавающее" положение, принимая одновременно форму окон Windows (рис. 1.7). Для этого нужно аккуратно подвести указатель мыши к краю панели (но не задевая кнопок инструментов!), нажать левую кнопку мыши и, не отпуская ее, отбуксировать панель на новое место экрана, после чего отпустить левую кнопку.

В плавающем положении панели могут принимать разную форму, которую можно изменять, растягивая их за углы. Для перемещения панели на новое место следует буксировать ее с помощью мыши за синюю область с наименованием. Буксировка панели на один из четырех краев графического экрана позволяет вернуть ее к фиксированному положению. Таким образом,

пользователь может сам найти для себя наиболее удобный способ расположения панелей на дисплее.

Все панели имеют имена. На рис. 1.5, 1.6, 1.7 под строкой падающих меню видны две горизонтальные панели с наименованиями: Стандартная (Standard) и Свойства объектов (Object Properties). Эти панели желательно не трогать, не удалять и не перемещать, поскольку они постоянно нужны для работы. Две оставшиеся панели (вертикально расположенные на рис. 1.5 и 1.6 и находящиеся в плавающем положении на рис. 1.7) называются Рисование (Draw) и Редактирование (Modify).

Для вызова панелей на экран и удаления их с экрана имеется специальное средство. Подведите указатель мыши к имени падающего меню Вид (View) и нажмите левую кнопку мыши.

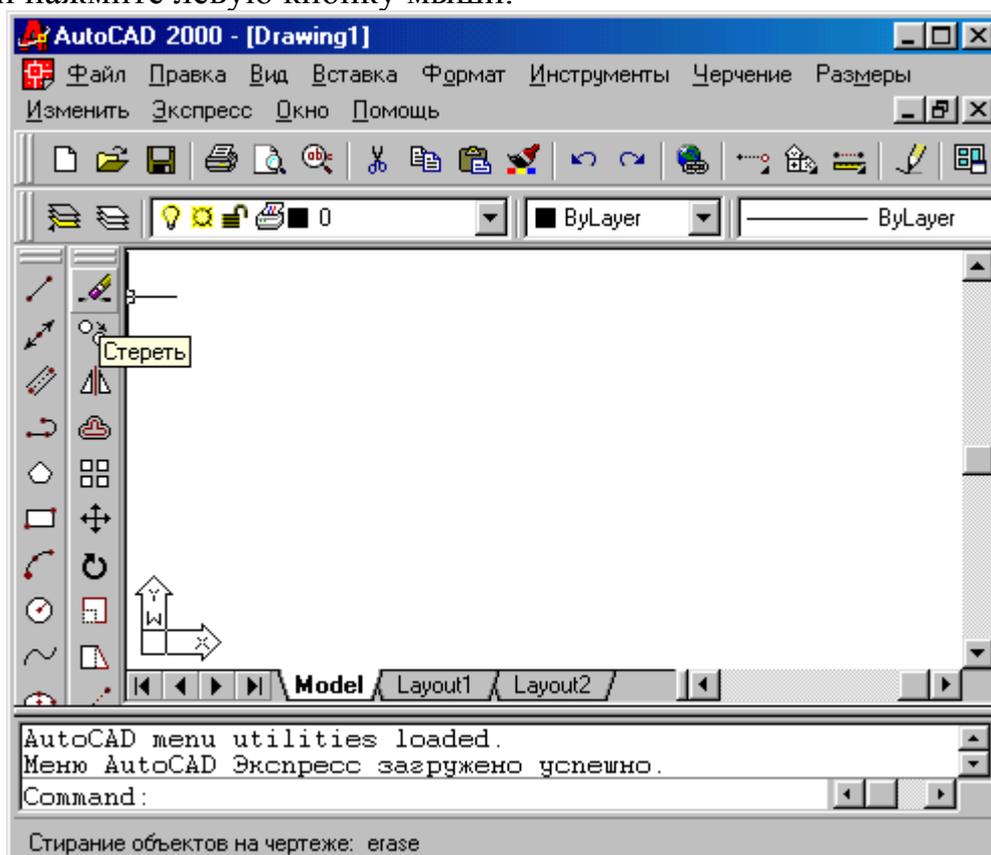


Рис. 1.6. Всплывающая подсказка.

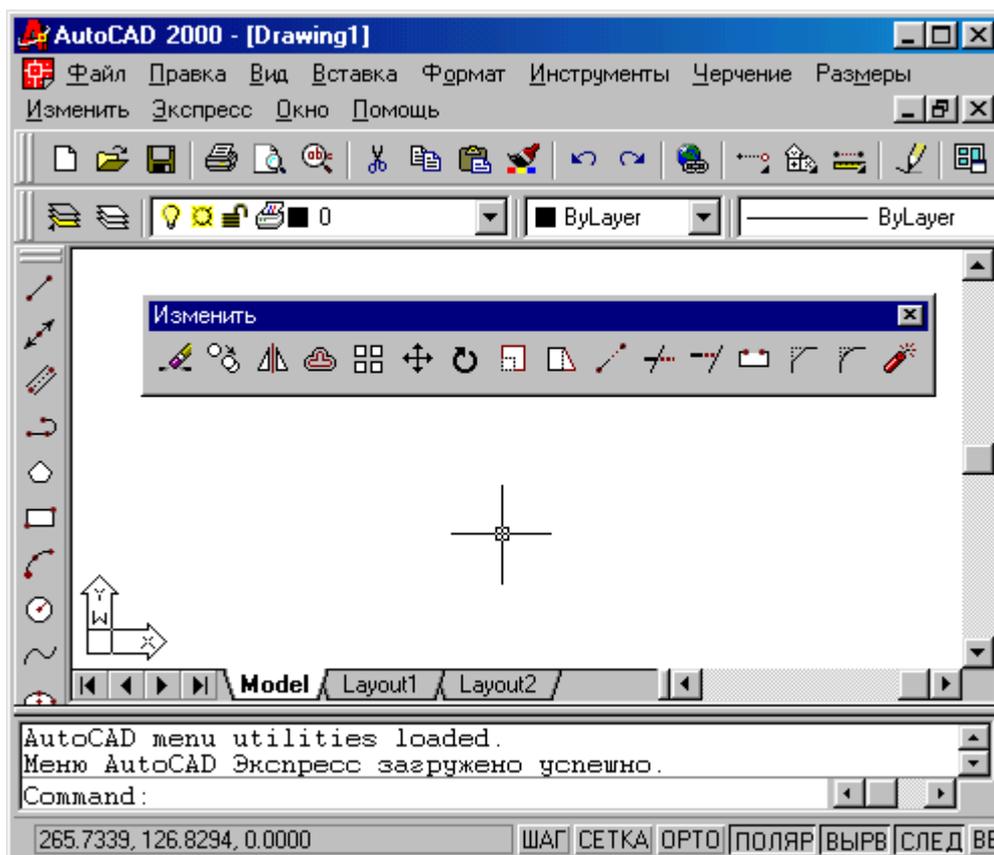


Рис. 1.7. Плавающее положение панели инструментов Редактирование.

Выбранное падающее меню откроется на графический экран, затем опустите указатель мыши на нижнюю строку Панели (Toolbars...) (рис. 1.8) и нажмите левую кнопку мыши (в дальнейшем выбор любых элементов экрана будем делать только с помощью щелчка левой кнопки мыши, правая же кнопка обычно вызывает какое-нибудь контекстно-зависимое меню).

Многоточие после слова Панели (Toolbars) означает, что после выбора этого пункта меню будет вызвано диалоговое окно, в котором следует ввести какие-то параметры и ответить на предложенные вопросы.

Появившееся диалоговое окно Панели (Toolbars) (рис. 1.9) в левом верхнем углу показывает все имена панелей, которые доступны в данной версии системы AutoCAD. Прокручивание всего списка осуществляется с помощью вертикальной линейки прокрутки. В квадрате перед именем панели стоит знак "x", если панель активна, т. е. находится на экране, при отсутствии этого знака ? панели на экране не будет. Поставьте с помощью левой кнопки мыши знак "x" возле панели Сведения (Inquiry) и уберите его около панели Рисование (Draw). После этого панель Рисование (Draw) исчезнет, а панель Сведения (Inquiry) появится на экране (рис. 1.10). Закройте окно Панели (Toolbars) с помощью кнопки Закрывать (Close).

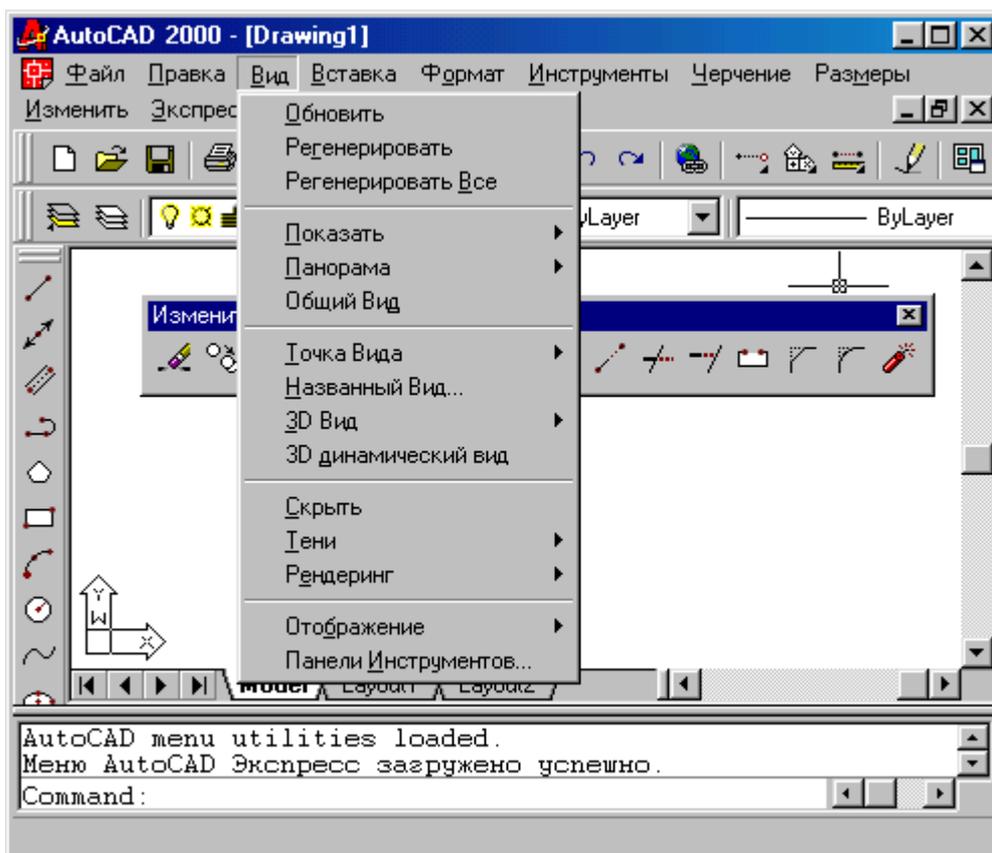


Рис. 1.8. Вызов диалогового окна управления панелями инструментов

Далее новую панель можно известным нам способом отбуксировать на удобное место экрана. Аналогично добавляются любые другие панели инструментов.

В версиях, работающих под управлением Windows, экранное меню является необязательным, оно вызывается или убирается по желанию пользователя.

Замечание

В версиях, работающих под управлением MS DOS, для вызова текстового окна служит клавиша <F1>, которая для Windows имеет совсем другой смысл: вызов справочной системы.

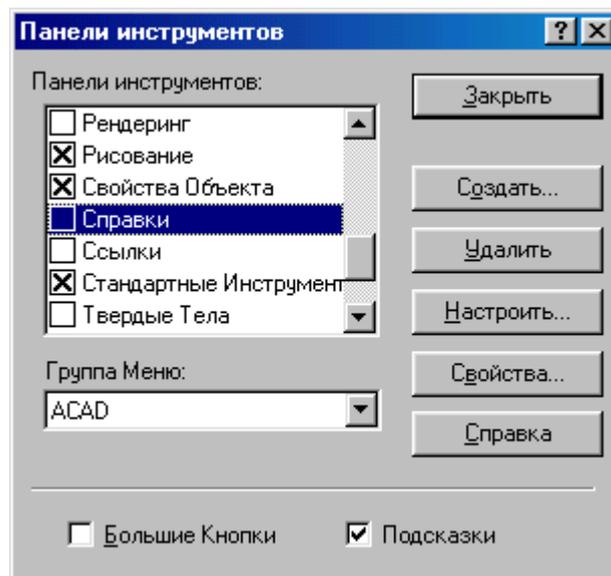


Рис. 1.9. Диалоговое окно Панели.

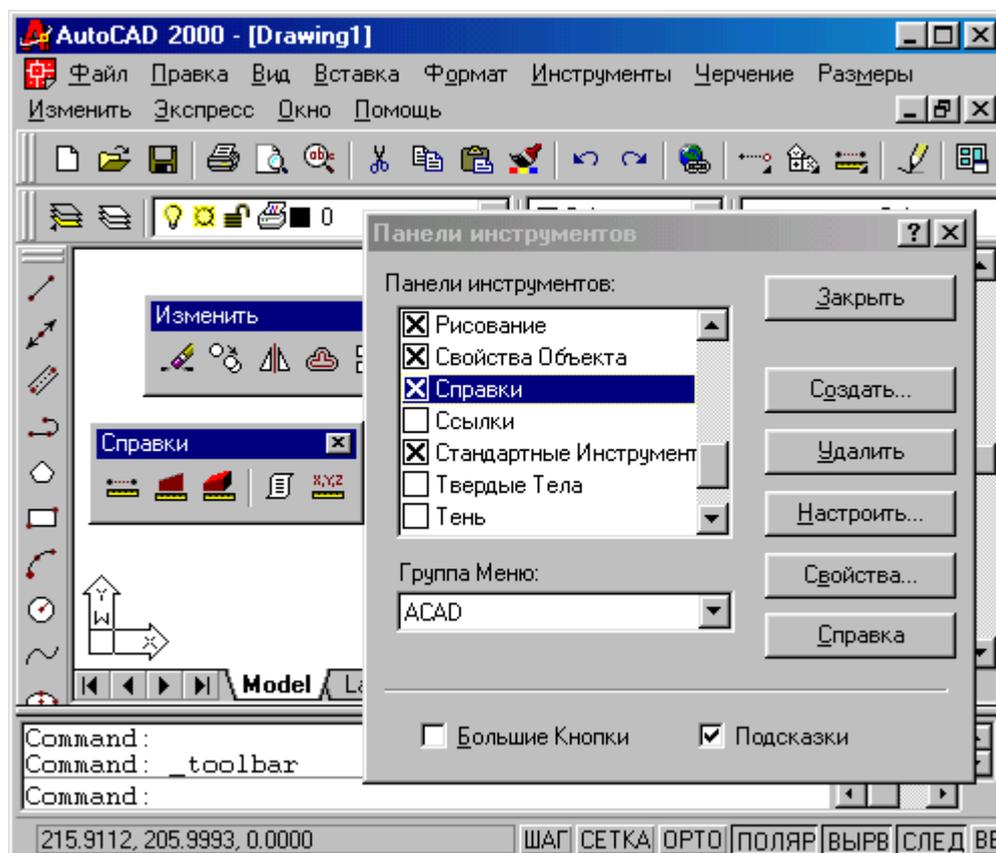


Рис. 1.10. Вызов панели Сведения

#### 1.4. Способы ввода команд

Система AutoCAD создана для интерактивной работы пользователя. Весь диалог с системой идет на языке команд. Самый простой способ ввода команд - набор их на клавиатуре в командной строке в ответ на приглашение Команда: (Command:), в русском верхнем или нижнем регистрах (в английской версии - естественно, в латинском верхнем или нижнем регистрах).

Если вы знаете английские наименования команд, вы можете вводить их и в русской версии AutoCAD в латинском верхнем или нижнем регистре, предварительно, однако, знаком подчеркивания. Так, например, команда ОТРЕЗОК (LINE) для рисования отрезков может быть введена с клавиатуры любым из следующих способов:

- ОТРЕЗОК
- отрезок
- LINE
- line

После набора команды на клавиатуре не забудьте нажать клавишу <Enter>, поскольку она является для системы AutoCAD указанием начать обработку команды. Пока клавиша <Enter> не нажата, вы можете отредактировать набранный в командной строке текст, используя клавиши {-->}, {<--}, <Del> (удаляет символ справа от курсора), <Backspace> (удаляет символ слева от курсора).

Другим способом ввода команд является выбор соответствующих пунктов падающих меню, экранного меню или кнопок панелей инструментов.

Если в ответ на запрос Команда: (Command:) нажать клавишу <Enter>, то AutoCAD повторит вызов предыдущей команды.

Прервать любую команду, уже начавшую работу, можно, нажав на клавишу <Esc>.

### *1.5. Операции с файлами рисунков.*

Чертежи (рисунки) системы AutoCAD хранятся в файлах с расширением dwg (формат, в котором записывается графическая информация в этих файлах, называется форматом DWG). Имена файлов могут содержать русские и латинские буквы, цифры, специальные знаки (@, #, \$, &, \_, -) а так же пробелы. Остальные символы (точки, запятые и т. п.), как правило, не допускаются, поскольку являются служебными и могут быть неправильно интерпретированы операционной системой Windows. Для удобства работы желательно пользовательские чертежи хранить в отдельных папках и ни в коем случае не записывать их в основные и вспомогательные папки AutoCAD, иначе такие файлы будут не только засорять программное обеспечение, но и при смене версии или при переустановке AutoCAD могут быть утрачены.

Операции над файлами собраны в падающем меню Файл (File):

- Новый... (New...)
- Открыть... (Open...)
- Частичная загрузка (Partial Load)
- Закрыть (Close)
- Сохранить (Save)
- Сохранить как... (Save As...)
- Экспорт... (Export...)
- Печать... (Plot...)

- Утилиты (Drawing Utilities): Проверить (Audit), Восстановить... (Recover...), Очистить (Purge)
- Выход (Exit)
- Свойства рисунка... (Drawing Properties...)

Пункт падающего меню Новый... (New...) выполняет команду AutoCAD НОВЫЙ (NEW), которая открывает в рабочей области новый рисунок по простейшему шаблону или по специальному шаблону согласно выбору пользователя в вызываемом командой диалоговом окне Создание нового рисунка (Create New Drawing), которое идентично окну Начало работы (Startup).

С помощью пункта меню Открыть... (Open...) можно выполнить команду ОТКРЫТЬ (OPEN), вызывающую диалоговое окно Выбор файла (Select File) (рис. 1.12).

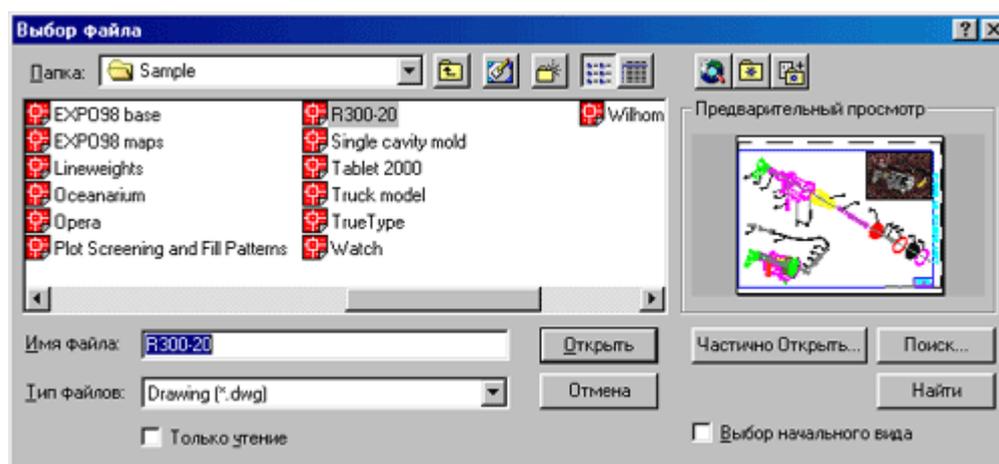


Рис. 1.12. Открытие существующего рисунка.

В этом окне нужно найти необходимую папку и с помощью левой кнопки мыши выбрать имя открываемого файла с расширением dwg (все файлы рисунков имеют слева от имени красную пиктограмму с эмблемой AutoCAD), просмотреть в области Предварительный просмотр (Preview) отмеченный рисунок, после чего нажать на кнопку "Открыть" (Open). При необходимости можно открыть поочередно сразу несколько рисунков, причем любые из них могут быть открыты не полностью (так называемая частичная загрузка рисунка).

Возможность открыть в одном сеансе работы несколько файлов чертежей появилась только в AutoCAD 2000. Если вы в предыдущих версиях хотели открыть следующий рисунок, AutoCAD сначала закрывал предыдущий, задавая обычно вопрос о сохранении изменений, а только затем открывал следующий.

#### Замечание

Чтобы в 14-й версии открыть сразу два рисунка, нужно вызвать одновременно две копии системы AutoCAD. Это возможно, если позволяет размер оперативной памяти компьютера.

Когда вы в AutoCAD 2000 в одном сеансе открываете несколько рисунков, тогда каждый из них оформляется как отдельное окно Windows. Исполь-

зую кнопки максимизации и минимизации окон, которые находятся в верхней правой части графического экрана, вы можете расположить рисунки, как вам будет удобно. В этом вам помогут также операции над окнами, включенные в падающее меню Окно (Window):

- Каскадом (Cascade)
- Слева направо (Tile Horizontally)
- Сверху вниз (Tile Vertically)
- Упорядочить значки (Arrange Icons)
- 

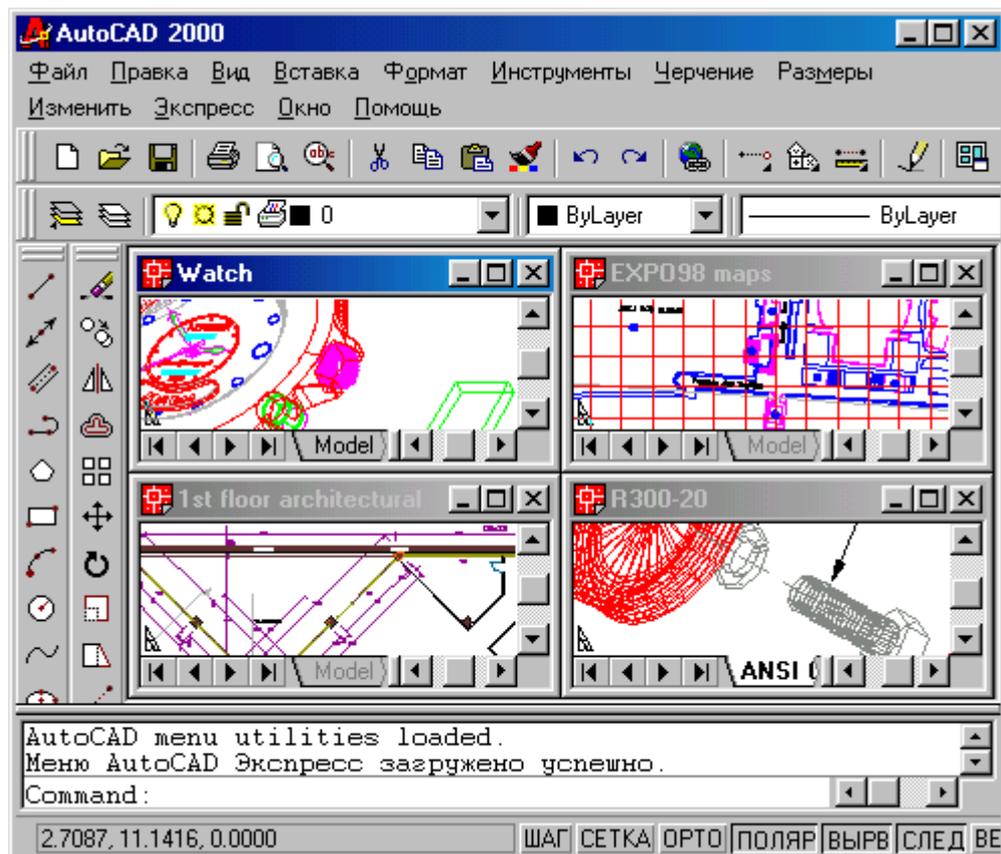


Рис. 1.13. Пример четырех одновременно открытых рисунков.

В окне Выбор файла (Select File) в папке AutoCAD 2000 откройте папку Sample, а в ней - папку DesignCenter. В папке Sample собраны примеры рисунков, поставляемых фирмой Autodesk вместе с системой AutoCAD 2000. Эти рисунки, созданные пользователями с большим опытом работы, иллюстрируют богатые возможности применения системы в разных областях. В папке DesignCenter собраны файлы, являющиеся собранием стандартных графических элементов некоторых направлений. Откройте, например, файлы Fasteners Metric, Hydraulic Pneumatic, Plant Process, Welding. На рис. 1.13 показан вариант распределения места на экране между четырьмя открытыми рисунками. Активным, т. е. доступным для операций, является тот рисунок, окно которого также активно (наименование этого окна выделено более ярким цветом). Если вы максимизируете активный рисунок, он займет всю зону графического экрана (остальные окажутся под ним).

В окне Выбор файла (Select File) имеются средства, облегчающие поиск рисунков. Это поле Предварительный просмотр (Preview), в котором отображается еще не открытый, но уже отмеченный пользователем графический файл; это кнопки "Найти..." (Search...), и "Обнаружить" (Locate). Можно открыть файл в режиме Только чтение (Open as read-only) (для того, чтобы случайной записью не испортить файл), установив одноименный флажок, или открыть определенный вид с помощью установки флажка С выбором начального вида (Select Initial View).

Особый интерес представляет кнопка "Открыть часть..." (Partial Open...), которая становится доступной, как только отметить какой-нибудь файл. Нажав эту кнопку, вы открываете соответствующее окно Частичное открытие (Partial Open) (рис. 1.14), в котором можно указать объем частичной загрузки. Выбор может быть осуществлен по слоям и видам.

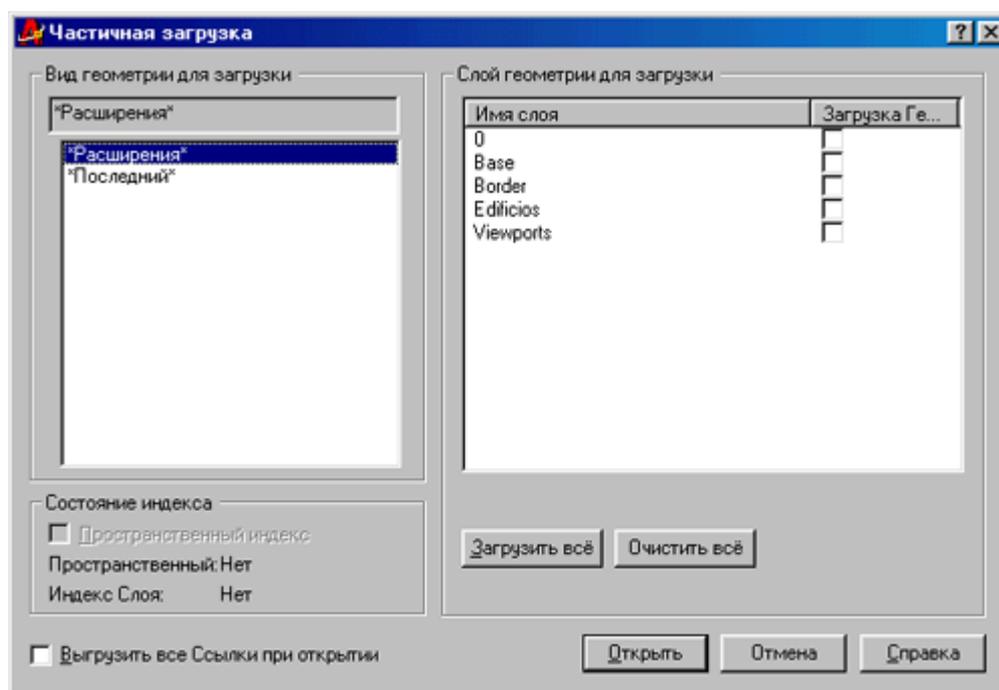


Рис. 1.14. Выбор элементов для частичной загрузки.

Это окно вызывается и с помощью пункта Частичная загрузка (Partial Load...) падающего меню Файл (File). Однако данный пункт будет доступен только после того, как вы открыли часть рисунка, а затем хотите в него еще что-то добавить.

Пункт Сохранить (Save) падающего меню Файл (File) позволит вам сохранить изменения открытого рисунка в файле с тем же именем. Если вы хотите сделать запись в другой файл, воспользуйтесь пунктом меню Сохранить как... (Save As...). При этом вам будет предложено окно, в котором нужно для сохранения выбрать папку и ввести имя файла (расширение dwg можно не указывать, т. к. оно будет добавлено автоматически). В данном окне есть также возможность, с помощью поля Тип файла: (Save as type:), сохранения рисунка в одном из дополнительных форматов, которые понимает

AutoCAD 2000: форматы DWG в структуре 14-й и 13-й версий AutoCAD, формат шаблона (расширение dwt), формат DXF (обменный формат, файлы с расширением dxf) в структуре 2000-й, 14-й, 13-й или 12-й версий системы AutoCAD.

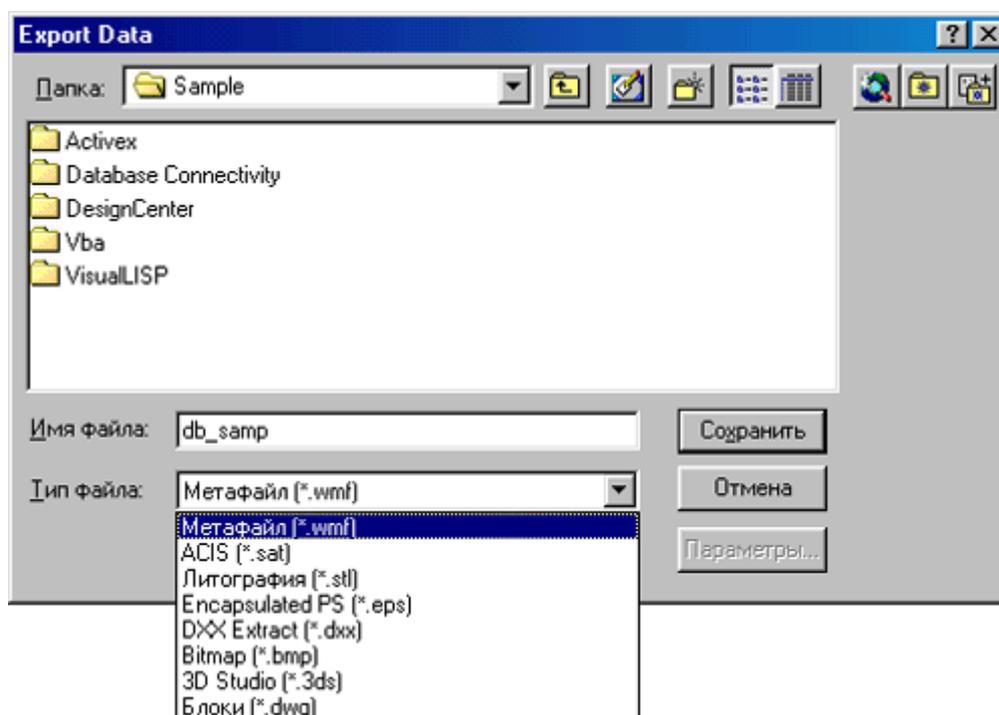


Рис. 1.15. Окно Экспорт данных.

При создании новых рисунков AutoCAD дает им условные имена: Drawing1, Drawing2 и т. д. Пользователь в дальнейшем может сохранить рисунки с этими именами или дать им свои.

Пункт меню Экспорт... (Export...) служит для экспорта (преобразования и сохранения) рисунка AutoCAD в форматы некоторых других графических систем. В рассматриваемой нами версии к таким форматам относятся следующие: wmf, sat, sti, eps, dxx, bmp, 3ds. Кроме того, в вызываемое данной операцией диалоговое окно Экспорт данных (Export Data) (рис. 1.15) включена и возможность вывода описания блока вашего текущего рисунка в отдельный файл.

Любой из открытых рисунков может быть закрыт с помощью пункта меню Закрывать (Close) падающего меню Файл (File). AutoCAD анализирует, сохранены ли изменения в закрываемом рисунке, и если нет, то задает вопрос: Сохранить изменения в (далее следует полное имя файла) (Save changes to ...). Необходимо с помощью мыши щелкнуть по кнопке Да (Yes), если изменения нужно сохранить, или по кнопке Нет (No), если изменения не нужны. Выбор кнопки Отмена (Cancel) отменяет команду ЗАКРЫТЬ (CLOSE).

Для выхода из сеанса редактирования следует воспользоваться пунктом Выход (Exit) падающего меню Файл (File). AutoCAD анализирует, сохранены ли изменения во всех открытых рисунках, и если нет, то по каждому не

сохраненному файлу задает вопрос о сохранении или игнорировании изменений.

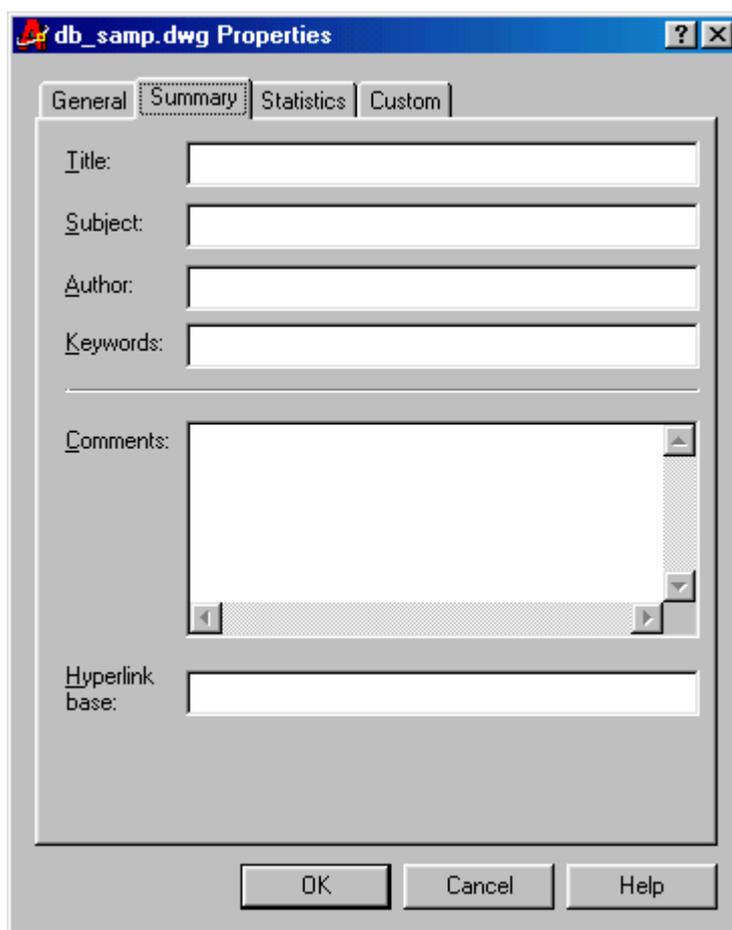


Рис. 1.16. Окно Свойства рисунка.

Как и Microsoft Office, AutoCAD дает возможность сохранить вместе с рисунком некоторую авторскую информацию. Для этого выберите пункт Свойства рисунка... (Drawing Properties) падающего меню Файл (File), который открывает одноименное диалоговое окно (рис. 1.16).

В этом окне имеются кнопки четырех вкладок, которые выбираются щелчком левой кнопки мыши. Вкладки Общие (General) и Статистика (Statistics) содержат данные, заносимые системой AutoCAD, а вкладки Документ (Summary) и Прочие (Custom) заполняются непосредственно автором чертежа. Все эти данные сохраняются вместе с чертежом.

### 1.6. Текстовое окно

Если вы, находясь в графическом экране (см. рис. 1.5), нажмете на клавиатуре функциональную клавишу <F2>, то на экране дисплея появится окно Текстовое окно AutoCAD (AutoCAD Text Window), которое выводится поверх рабочей зоны (рис. 1.17).

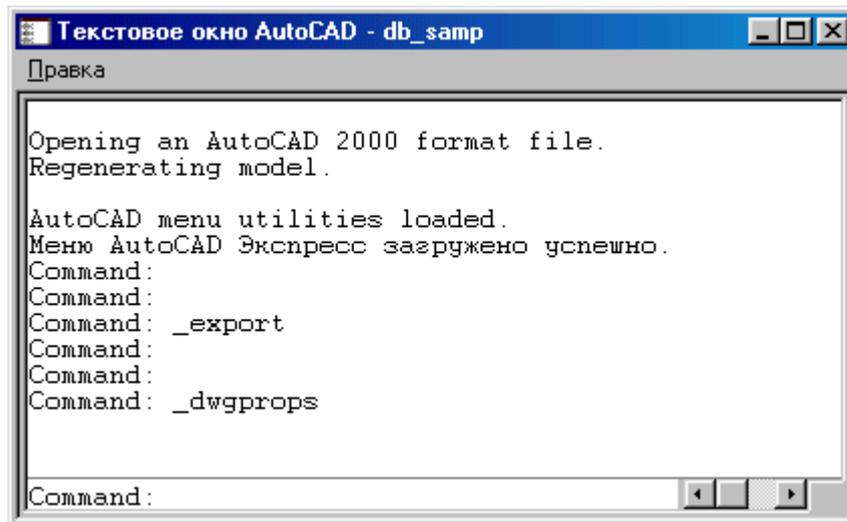


Рис. 1.17. Текстовое окно.

Убрать текстовое окно можно, нажав еще раз клавишу <F2> или воспользовавшись стандартной для окон системы Windows кнопкой "Закрыть" (Close) со знаком "x", размещенной в верхнем правом углу окна. Текстовое окно выводится системой AutoCAD, когда нужно выдать пользователю большую порцию текстовой информации (например, при работе команды СПИСОК (LIST) ? см. разд. 2.19), или вызывается пользователем с помощью упомянутой клавиши <F2>. Содержимое этого окна является протоколом всего сеанса работы с системой AutoCAD, а для его просмотра (прокрутки) используются вертикальная и горизонтальная линейки прокрутки (вертикальная линейка на рис. 1.17 отсутствует, т. к. в начале работы количество строк в текстовом окне мало и линейка прокрутки не нужна; по мере роста объема текстового окна вертикальная линейка появится автоматически). Обратите внимание: область командных строк повторяет последние строки (как правило, три строки) текстового окна.

### 1.7. Единицы измерения.

AutoCAD может работать в двух линейных единицах измерения: в миллиметрах и дюймах, и различных угловых единицах, причем единицы в процессе работы могут меняться. В диалоговом окне Начало работы (Startup) (см. рис. 1.4) видны установленные в данный момент линейные единицы они включены переключателем Метрические (Metric) и это означает, что в качестве единиц измерения выбраны миллиметры. Подробная установка единиц осуществляется в окне Начало работы (Startup) при нажатии кнопки "Вызов мастера" (Use a Wizard) (рис. 1.18).

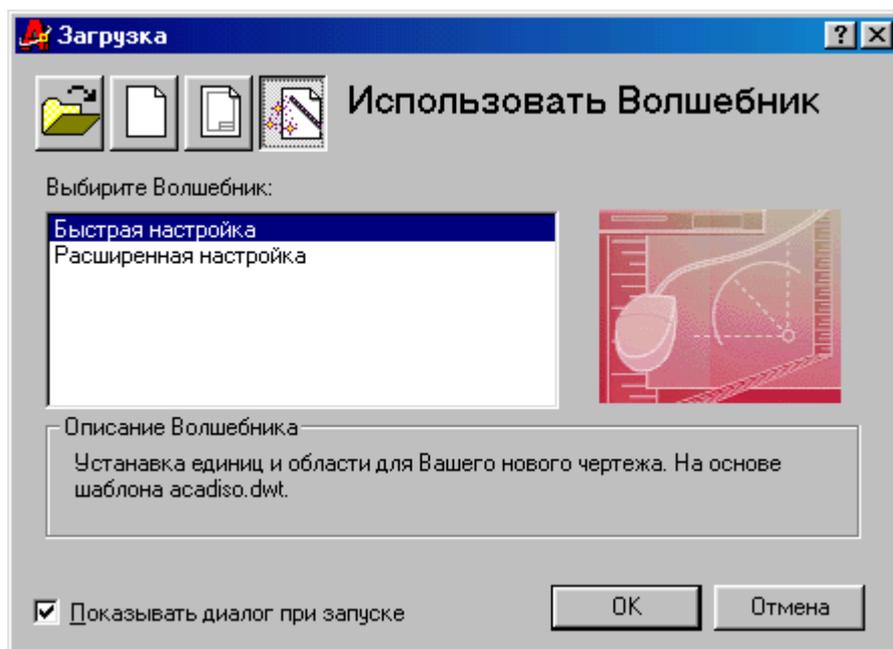


Рис. 1.18. Мастер начальных установок.

В этом окне возможен выбор одного из двух режимов дальнейшей работы: Быстрая подготовка (Quick Setup) Детальная подготовка (Advanced Setup).

В режиме быстрой подготовки будут запрошены только тип линейных единиц и размеры зоны рисования. Более подробная настройка выполняется в режиме детальной подготовки, которым мы и продолжаем дальнейшее освоение системы AutoCAD. Отметьте указателем мыши Детальная подготовка (Advanced Setup) и нажмите кнопку ОК (OK), в результате чего откроется одноименное окно (рис. 1.19).

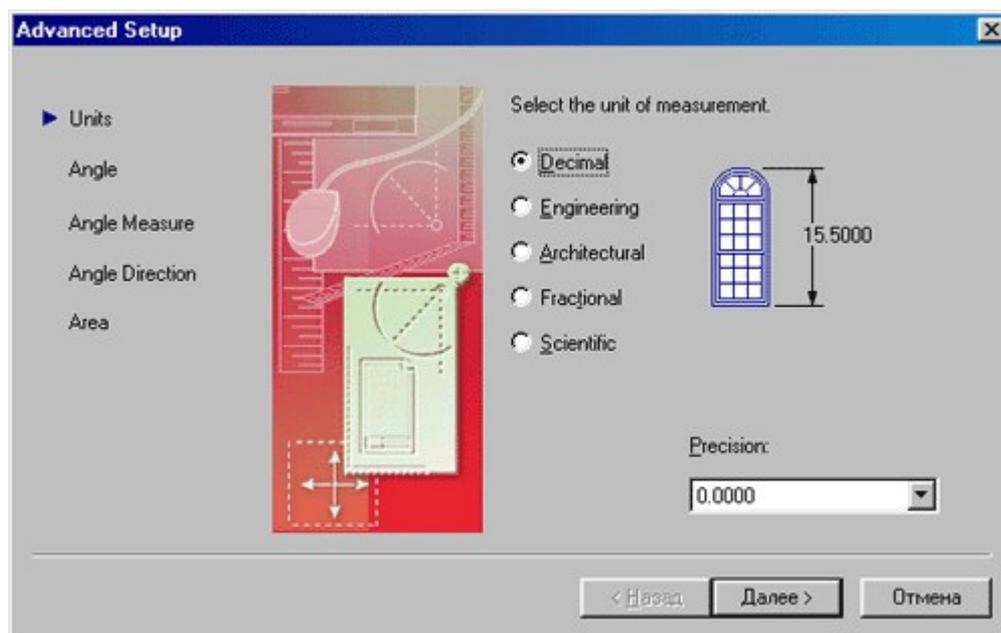


Рис. 1.19. Задание линейных единиц.

Выберите десятичные единицы (включите переключатель Десятичные (Decimals)). Рисунок справа иллюстрирует те единицы, которые вы выбрали. Затем с помощью раскрывающегося списка Точность: (Precision:) установите точность, с которой вы будете оперировать с вещественными числами (щелкните левой кнопкой мыши, поместив ее указатель на треугольнике раскрывающегося списка, и отметьте подходящий для вас вариант; по умолчанию это четыре знака после десятичной точки), и нажмите на кнопку "Далее > (Next >)". Появится очередное диалоговое окно Детальная подготовка (Advanced Setup) для задания единиц и точности углов (рис. 1.20).

Выберите Десятичные градусы (Decimal Degrees). Рисунок справа опять покажет иллюстрацию к избранному вами способу. Установите точность измерения углов (обычно это округление до целого) и нажмите кнопку "Далее > (Next >)". Переходим к следующему окну (рис. 1.21).

В этом окне надо выбрать то направление, которое будет соответствовать нулевому углу (обычно это Восток (East)), и снова нажать "Далее > (Next >)". Появится очередное окно настройки, определяющее ориентацию отсчета углов (рис. 1.22).

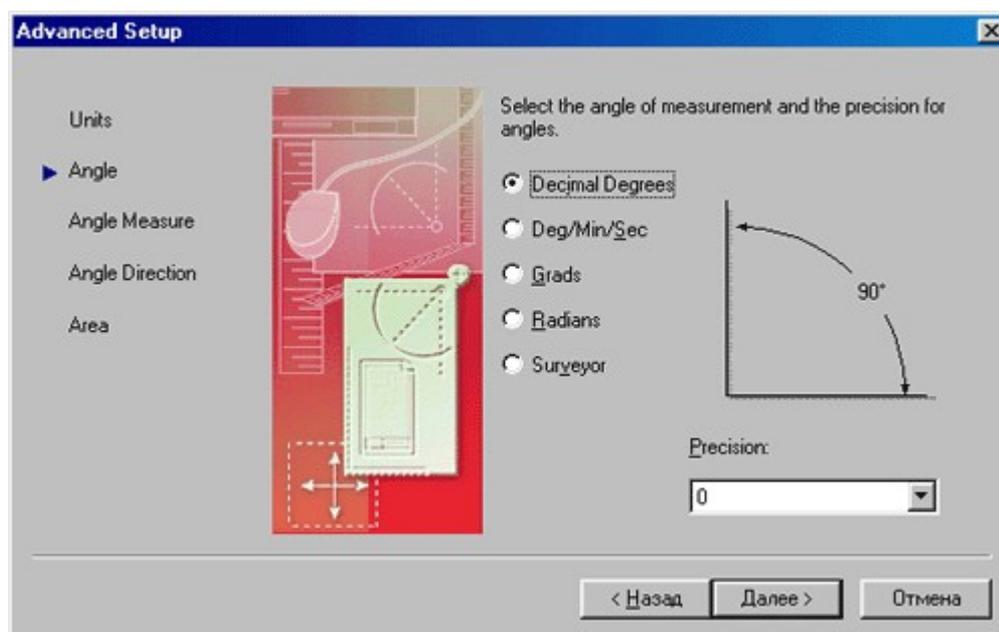


Рис. 1.20. Задание угловых единиц.

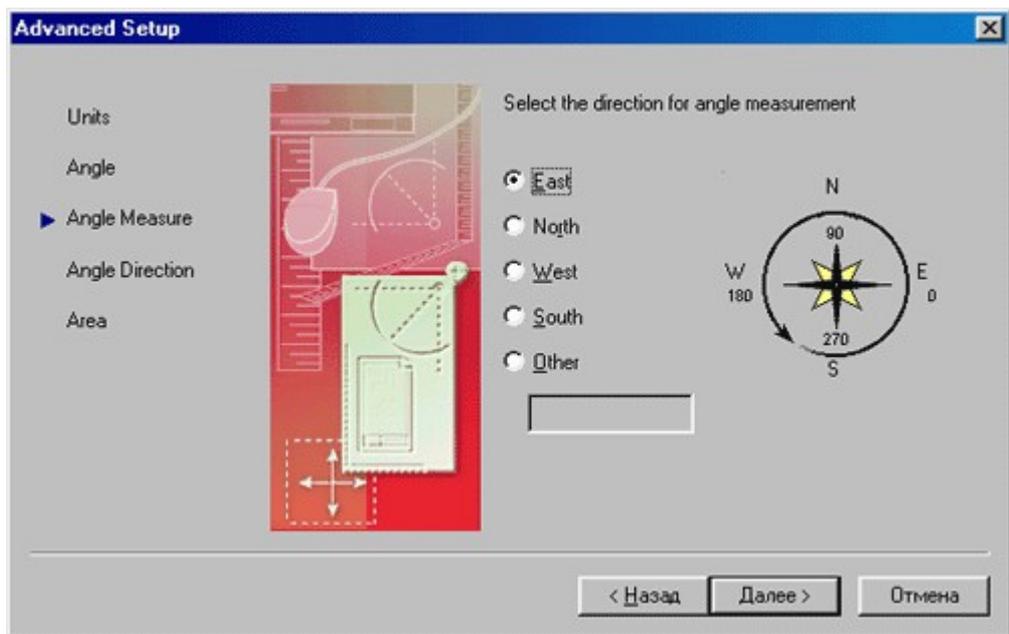


Рис. 1.21. Выбор направления нулевого угла.

Здесь нужно определиться с направлением отсчета углов. Обычный вариант это Против часовой стрелки (Counter-Clockwise). Нажмите на кнопку "Далее > (Next >)", в результате чего откроется заключительное окно, устанавливающее размеры области рисунка (рис. 1.23).

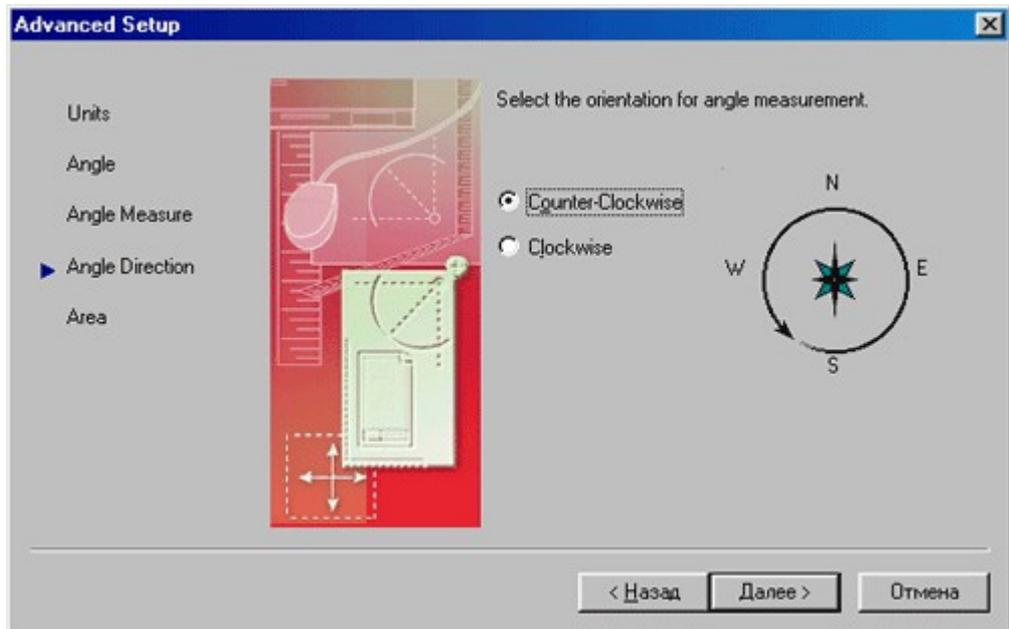


Рис. 1.22. Задание ориентации отсчета углов.

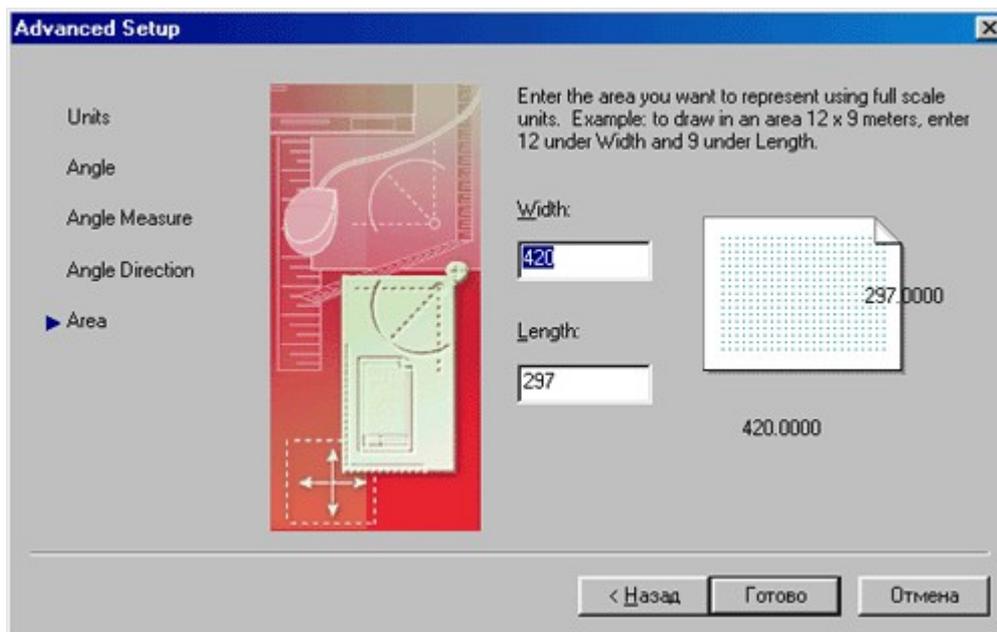


Рис. 1.23. Задание зоны лимитов.

В новом окне вам надо определить начальные размеры зоны рисования, которая называется *зоной лимитов*. Как правило, левый нижний угол этой прямоугольной зоны имеет нулевые координаты, как по горизонтальной, так и по вертикальной осям, а верхний правый угол определяется пользователем. По умолчанию это зона формата А3 (420 ммх297 мм), но пользователь может выбрать и другие размеры, пользуясь двумя специальными полями: Ширина: (Width:) и Длина: (Length:) (для активизации поля нужно щелкнуть левой кнопкой мыши по этому полю, в котором после этого появится мерцающий курсор, и ввести или отредактировать значение размера). После установки размеров остается нажать на кнопку Готово (Finish). Ваш чертеж после этого будет настроен в соответствии с выбранными вами линейными и угловыми единицами измерения.

В левом нижнем углу графического экрана изображена пиктограмма осей координат. Ось X экрана направлена вдоль горизонтальной кромки экрана, ось Y вдоль вертикальной кромки. Основная система координат, в которой вы по умолчанию начинаете работу, называется *мировой*. Она имеет внутри пиктограммы букву М (в английской версии AutoCAD букву W). Ось Z системы AutoCAD направлена от плоскости экрана к вам (конечно, это важно только если вы работаете не на плоскости, а в пространстве). При движении указателя мыши по графическому экрану счетчик координат, если он не отключен функциональной клавишей <F6>, считывает текущие координаты и выводит их в левом нижнем углу в строке с кнопками режимов.

Хотя заданы размеры зоны лимитов, вы не обязаны строго придерживаться этих ограничений. Выход за пределы лимитов допустим (а когда вы с помощью AutoCAD создаете двумерную или трехмерную модель большого объекта, то тогда вам обязательно придется выйти за границы лимитов).

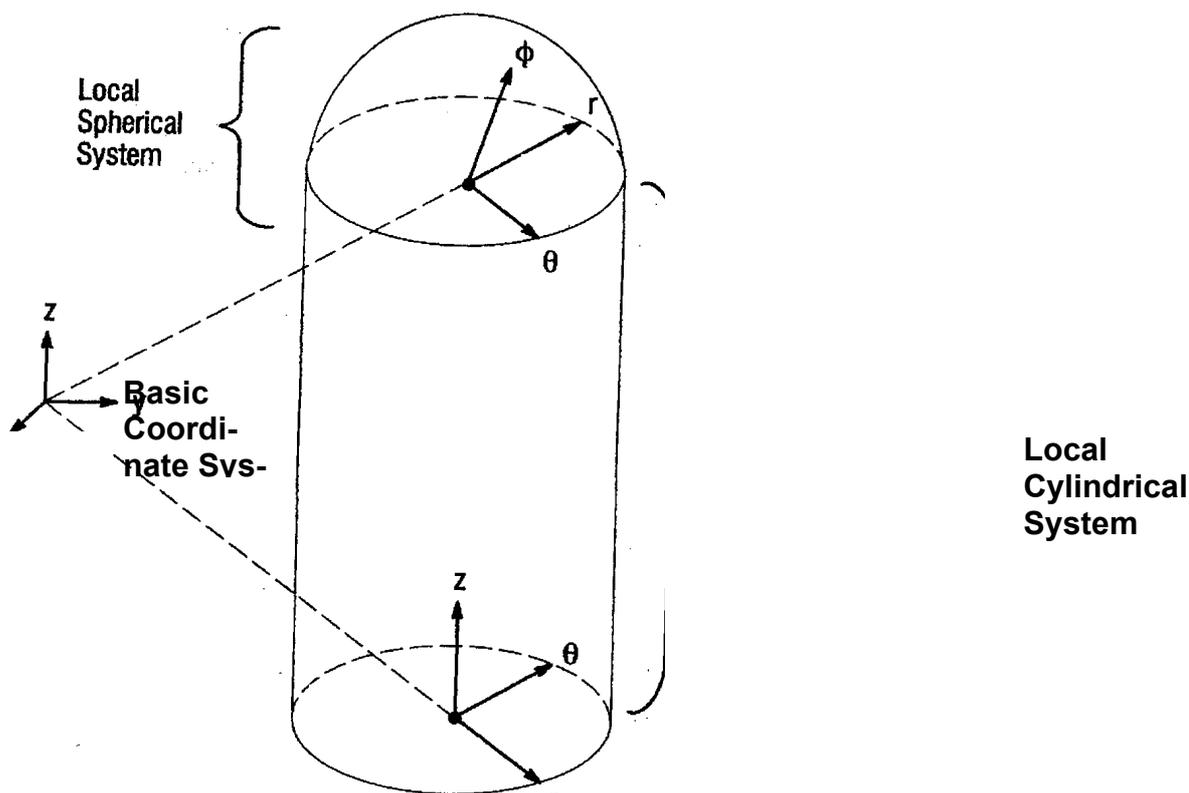
Часть построенных вами линий может вполне оказаться за пределами видимой части экрана.

**Метод конечных элементов (МКЭ)** в настоящее время является стандартом при решении задач механики твердого тела посредством численных алгоритмов. Популярный в свое время метод конечных разностей, а также претендовавший на универсальность метод граничных элементов (граничных интегральных уравнений) сейчас занимают достаточно узкие ниши, ограниченные исследовательскими или специальными задачами. МКЭ занял лидирующее положение благодаря возможности моделировать широкий круг объектов и явлений. Абсолютное большинство конструктивных элементов, узлов и конструкций, изготовленных из самых разнообразных материалов, имеющих различную природу, могут быть рассчитаны посредством МКЭ. При этом, разумеется, нужно учитывать неизбежные при любой численной аппроксимации условности и погрешности. Поэтому вопрос соответствия между расчетной моделью и реальностью является, пожалуй, основным при использовании программ анализа. Несмотря на то, что такие программы имеют более или менее подробную документацию, они все равно остаются в определенной степени черными ящиками. Это означает определенную непредсказуемость результатов, а также некоторый произвол в их интерпретации. Следовательно, качество заключений, принимаемых на основе результатов, всецело зависит от квалификации, а также, применительно к расчету на прочность, принципиального знакомства с основами МКЭ.

Программа конечно-элементного анализа конструкций MSC/NASTRAN - это программа общего назначения. Это значит, что MSC/NASTRAN применим при решении широкого спектра инженерных задач (например, статических задач, динамических процессов, нелинейного поведения конструкций, задач теплопроводности, а также оптимизации), если сравнивать со специальными программами, ориентированными на определенные типы анализа. Программы MSC/NASTRAN написаны на языке FORTRAN и содержат около миллиона строк. MSC/NASTRAN работает на разнообразных типах компьютеров с различными операционными системами, от небольших рабочих станций до суперкомпьютеров. Независимо от вычислительной платформы, MSC/NASTRAN оптимизирован так, чтобы расчеты проходили наиболее эффективно и результаты получались идентичными для всех систем.

#### *Системы координат*

Перед заданием геометрии конструкции необходимо определить систему координат. В MSC/NASTRAN есть встроенная глобальная декартова система координат, называемая системой координат по умолчанию. В зависимости от конструкции, может быть более удобным задавать геометрию в системах координат других типов. Поэтому в NASTRANе есть возможность определить локальные декартовы, цилиндрические и сферические координатные системы.



### *Геометрия модели*

Значительная часть рабочего времени расчетчика уходит на корректное описание геометрии модели. Необходимые для этого данные могут быть получены из распечаток, из баз данных систем автоматизированного проектирования (CAD) или из чертежей.

Геометрия модели задаётся в MSC/NASTRAN координатами узловых точек. Каждая узловая точка модели имеет 6 возможных компонент перемещений: 3 поступательных (в X-, Y- и Z- направлениях) и 3 поворота (вокруг X-, Y- и Z- осей). Эти компоненты перемещений называются степенями свободы (DOF).

### *Конечные элементы*

Заданные узловые точки связываются конечными элементами. В линейном статическом анализе элементы представляются упругими пружинами, и эта математическая аппроксимация соответствует очень малой области реального поведения конструкции. Целью конечно-элементного моделирования является составление из этих дискретных "пружинок" математической модели, наиболее достоверно описывающей реальную конструкцию.

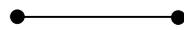
MSC/NASTRAN содержит обширную библиотеку конечных элементов, позволяющих моделировать разнообразное физическое поведение. В данном обзоре приводится описание конечных элементов, наиболее часто используемых в линейном статическом анализе. Эти элементы и их имена показаны на следующем рисунке. Символ С в начале имени элемента означает "connection".

- SPRING ELEMENTS (they behave like simple extensional or rotational springs)



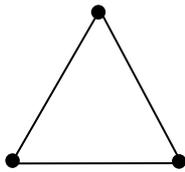
CELAS2

- LINE ELEMENTS (they behave like rods, bars, or beams)

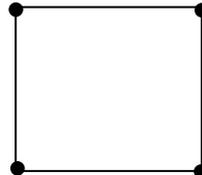


GROD, CONROD, GBAR

- SURFACE ELEMENTS (they behave like membranes or thin plates)

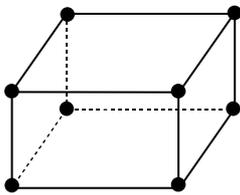


CTRIA3

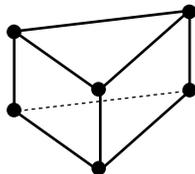


CQUAD4

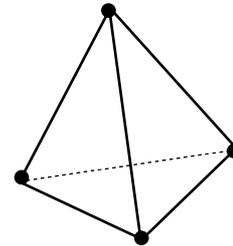
- SOLID ELEMENTS (they behave like bricks or thick plates)



CHEXA



CPENTA



CTETRA

- RIGID BAR (infinitely stiff without causing numerical difficulties in the mathematical model)



RBE2

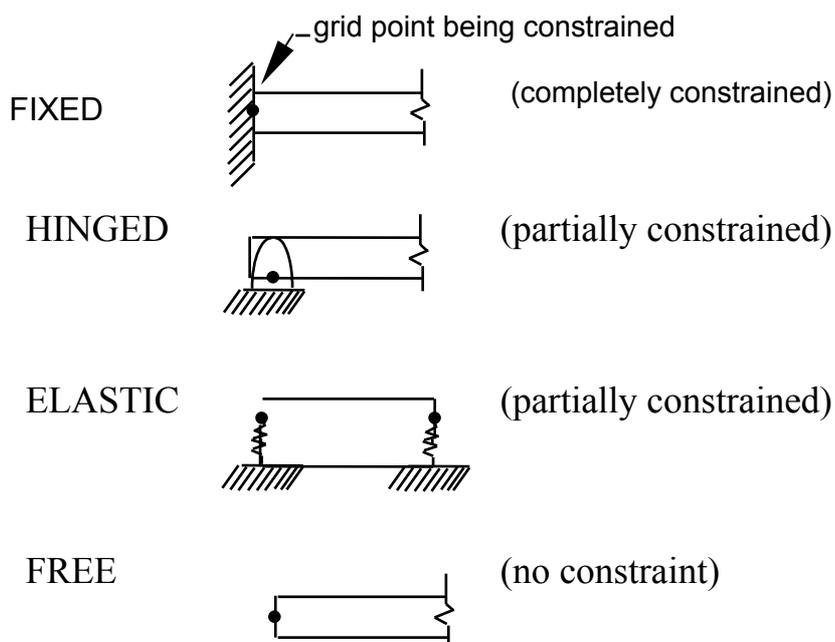
### *Нагрузки*

MSC/NASTRAN даёт возможность моделировать много типов нагрузок из различных инженерных дисциплин: статические нагрузки, переменные по времени, возбудители собственных колебаний, температурные нагрузки, сейсмические и т.д. В данной работе будут рассмотрены:

- сосредоточенные силы и моменты,
- нагрузки, распределенные по длине балок,
- давление на поверхность,
- гравитационная нагрузка,
- нагрузки от заданного ускорения,
- заданные перемещения (натяги).

### *Граничные условия*

Ответом конструкции на приложенные нагрузки являются реакции в точках закрепления конструкции, где наложены ограничения перемещений по определенным степеням свободы. Примеры простых ограничений показаны ниже:



В большинстве случаев граничные условия моделируются в MSC/NASTRAN заданием для соответствующих степеней свободы нулевых перемещений.

#### *Свойства материалов*

MSC/NASTRAN предоставляет широкий выбор при задании свойств материалов: изотропный, анизотропный, ортотропный, нелинейный с зависимостью свойств от напряжений, жидкость, с зависимостью свойств от температуры, композиционный. Здесь будет рассматриваться упругий материал.

#### *Структура входного файла MSC/NASTRAN*

Входной файл MSC/NASTRAN содержит полное описание конечно-элементной модели:

- тип выполняемого анализа
- геометрические данные модели
- данные о конечных элементах
- нагрузки
- граничные условия
- описание выходных данных.

Входной файл - это текстовый файл, имя которого по умолчанию должно иметь расширение .DAT (например, MODEL.DAT). Создаваться он может как в текстовом редакторе, так и с помощью препроцессора. Для выполнения задания в MSC/NASTRAN надо в командной строке набрать команду NASTRAN и имя входного файла (без расширения, если таковое .DAT).

Например:

NASTRAN MODEL

Детали запуска задачи являются специфическими для каждого компьютера, а также зависят от настроек установленного на него NASTRANa.

Входной файл состоит из пяти секций (задание трёх обязательно) и трёх строчных разделителей.

#### *Единицы измерений*

MSC/NASTRAN ничего не "знает" о физических единицах. Пользователь должен сам определиться, в каких единицах задавать те или иные величины, и в дальнейшем придерживаться выбранных вначале единиц при задании всех характеристик модели.

Естественно, на этапе обработки результатов расчета необходимо помнить о выбранных ранее единицах измерений.

#### *Запись символов, целых и вещественных чисел*

MSC/NASTRAN предъявляет довольно жёсткие требования к форме вводимых данных. Существует три возможных типа данных:

- целое число - не должно содержать десятичную точку,
- вещественное число - должно содержать десятичную точку,
- символ - выражение может содержать не более 8 букв и цифр, но всегда должно начинаться с буквы.

Требования к вводимым данным и значения, присваиваемые в MSC/NASTRAN по умолчанию, описываются в *MSC/NASTRAN Quick Reference Guide*.

Вещественные числа могут быть записаны различными способами:

7.0	.7E1	0.7+1
.70+1	.7e+1	70.-1

#### *Свободный, малый и большой форматы полей*

Строки во входном файле MSC/NASTRAN разделяются для ввода данных на поля трёх различных форматов:

- свободный - поля ввода отделяются запятыми
- малый - в строке 10 полей размером по 8 позиций
- большой - поля, в каждом из которых 16 позиций, используются, когда требуется большая точность

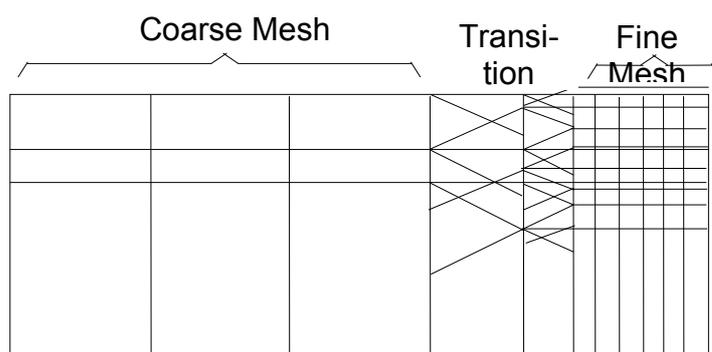
#### *Сетки разбиений и переходные сетки*

Сетка - это схема разбиения конструкции на конечные элементы. Разбиение на сравнительно небольшое количество элементов приводит к "грубой" крупной сетке. Увеличение числа элементов формирует более изящную картину с мелкой сеткой, что позволяет более точно представить геометрию конструкции, имеющей сложную форму. В общем, мелкая сетка даёт более точный результат, но при этом существенно возрастают вычислительные затраты.

Зоны с перехода от крупной к мелкой сетке появляются в большинстве конечно-элементных моделей. Переходные сетки решают несколько проблем:

- формируют переходные зоны, связывающие зону с мелкой сеткой и зону с крупной сеткой
- формируют зоны соединения элементов разных типов (например, балок и пластин)
- формируют переходы, обусловленные геометрической нерегулярностью конструкции (например, край круглого отверстия в пластине).

Главное правило, надо избегать переходных сеток в интересующих зонах конструкции, а также в зонах с большим градиентом напряжений. Переходы от одного типа элемента к другому (даже от CQUAD4 к STRIA3) могут привести к местным искажениям напряжений.



### *Создание модели*

Приступая к созданию конечно-элементной модели, необходимо провести тщательную инженерную проработку поведения реальной конструкции. Так как моделирование сложной конструкции требует больших инженерных и компьютерных ресурсов, план создания модели необходимо составить, прежде чем садиться за компьютер. Разнообразные требования, которые должны учитываться при создании модели, приводятся ниже:

- Составление проекта затрат поможет в принятии решения по моделированию.
- Четко понимать, какие задачи необходимо будет решать и с какой степенью точности.
- Знать критерии оценки допускаемых величин.
- Разобраться со всеми нагрузками, точками приложения нагрузок и точками закрепления конструкции.
- Рассмотреть характер поведения конструкции при нагружении.
- Если необходимо, провести исследования чувствительности конструкции на тестовых моделях.
- Использовать симметрию модели, когда это возможно.

### *Использование тестовых моделей*

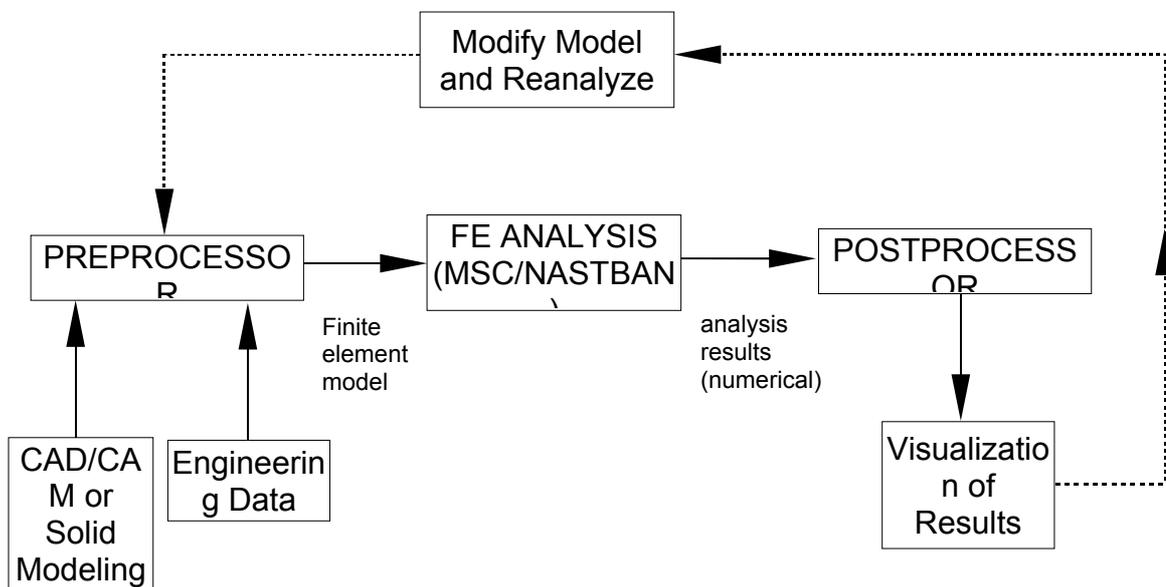
Одним из наиболее полезных и сберегающих время методов при работе с конечными элементами является использование небольших тестовых моделей. Когда при создании конечно-элементной модели применяются новые или незнакомые средства - например, элемент или тип решения, который Вы до этого не использовали, - необходимо сначала поупражняться на тестовых

моделях. Такие "численные эксперименты" дают углублённое представление о работе элемента, выбранной технологии моделирования, чувствительности результатов к частоте сетки и др. Даже самые сложные методы анализа в MSC/NASTRAN могут изучаться и тестироваться на простых моделях.

Вторая важная причина использования тестовых моделей состоит в том, что иногда просто невозможно предвидеть поведение конструкции при определённом нагружении. В таком случае рекомендуется создать первоначальную модель, чтобы можно было понять в общих чертах поведение конструкции.

### *Пре- и постпроцессоры*

Создание конечно-элементной модели вручную занимает много времени, к тому же дело утомительное, и в итоге приходится выявлять множество ошибок. Анализ огромного объема выходной информации (число единиц которой достигает нескольких миллионов даже для задач средней размерности) также представляет собой весьма значительную проблему. Конечноэлементные пре-постпроцессоры представляют собой программное обеспечение, основанное на использовании интерактивной графики, созданное в первую очередь для того, что облегчить создание КЭ-моделей (функция препроцессора) и визуализации и анализа результатов расчета (функция постпроцессора). Роль пре-пост процессоров в процессе КЭ-расчета показана на приведенном ниже рисунке



Кроме того, использование препроцессора помогает пользователю модифицировать исходную модель, если анализ выявил необходимость изменения модели и повторения расчета. Ряд препроцессоров имеют возможность импортировать геометрические данные от программных средств твердотельного моделирования либо от САПР-систем, и использовать эти данные как основу для создания кэ-моделей. Препроцессор может быть объединен с программным блоком расчета либо представлять собой независимый программный продукт.

### *Ввод координат*

Создание конечно-элементной модели конструкции есть создание математической модели конструкции, представляющей ее свойства в матричной форме. Неизвестными матричного уравнения здесь являются перемещения модели. Перемещения узловой точки имеют 6 компонентов перемещений, перемещения скалярной точки - один компонент. Обычно перемещения узловых и скалярных точек называют степенями свободы модели.

Скалярная точка подобна узловой точке в том смысле, что она также собирается в матричное уравнение. Однако скалярная точка не имеет пространственной ориентации, она просто представляет собой дополнительную степень свободы которую можно определить в модели. Скалярные точки используются при моделировании с помощью скалярных элементов, в MPC, описании деформаций элементов SBEAM и других приложениях.

### *Узловые точки*

Карта GRID раздела данных Bulk Data используется для определения узловой точки, определения ее координат в пространстве относительно некоторой ссылочной системы координат, определения постоянных граничных условий и определения направлений перемещений узловой точки. Формат карты следующий

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GRID	ID	CP	X1	X2	X3	CD	PS	SEID	

Здесь ID - идентификационный номер точки

CP - идентификационный номер координатной системы, в которой определяется положение точки

X1,X2,X3 - координаты точки в системе CP

CD - идентификационный номер координатной системы, в которой определяются перемещения, степени свободы, граничные условия и вектора решений.

PS - постоянные граничные условия единичного типа (SPC), ассоциированные с данной точкой.

SEID - идентификационный номер суперэлемента.

Идентификационный номер точки должен быть уникален для всей совокупности узловых и скалярных точек модели. Множество числовых значений ID не обязано быть сплошным, и не обязано начинаться с 1. Обычно бы-

вает удобным группировать ID для определенных участков модели. Например в процессе моделирования конструкции автомобиля можно выбрать диапазон узлов для двери в пределах 1-1000, крыши - 1001-2000 и т.п. Использование подобного подхода значительно облегчает интерпретацию результатов. Разумный выбор схемы нумерации узловых точек и использование определений SET в секции Case Control, может существенно упростить анализ результатов, особенно если в работе задействовано несколько участников.

В MSC/NASTRAN каждая точка имеет 6 степеней свободы: 3 поступательных и 3 вращательных. Степени свободы обозначаются как  $u_1, u_2, u_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$  или  $T_1, T_2, T_3, R_1, R_2, R_3$ .  $T_1, T_2, T_3$  есть три ортогональных компонента поступательного движения параллельных направлениям осей 1, 2 и 3 системы координат перемещений узла,  $R_1, R_2, R_3$  - компоненты поворота относительно тех же осей.

Поле 8 карты GRID имеет имя PS (Permanant Single-Point Constraint) и может быть использовано для фиксации какой-либо или всех степеней свободы, связанных с данным узлом. Это фиксирование производится в системе координат вывода информации, которая указывается в поле CD, а не в системе координат, в которой положение точки определяется (поле CP). Это дает дополнительные возможности по моделированию различного рода соединениям и граничным условиям.

Система координат вывода (поле CD) используется для определения граничных условий, получения в ней вектора решений и вывода результатов. Поле CP используется только для координации точки в пространстве.

Граничные условия, определенные в поле 8 называются постоянными, так как они не могут быть изменены в ходе решения. Любая степень свободы, фиксированная в поле PS будет рассматриваться фиксированной для всех случаев нагружения. В ряде случаев может возникнуть необходимость производить расчет конструкции с использованием нескольких наборов граничных условий (закреплений), в такой ситуации нельзя определять закрепления в картах GRID. Вместо этого необходимо использовать карты SPC (Single Point Constraint) - одноточечных закреплений. Единственное различие в использовании этих способов закреплений состоит в том, что закрепления, заданные по SPC должны быть отмечены в секции Case Control, и потому могут быть различными для разных случаев нагружения. Все закрепления, вне зависимости от способа их определения, задаются в выходной системе координат.

Допускается не указывать систему координат в полях CP или CD. Поля CP и CD могут ссылаться на одну и ту же систему координат, если это нужно, однако это не является обязательным. Распространенной практикой является использование локальной системы координат для ввода геометрии (используя поле CP) и получение результатов в базовой системе координат (оставляя пустым поле CD, либо указывая в нем 0). Локальные системы координат могут быть ортогональными, цилиндрическими или сферическими.

### *Скалярные точки*

Скалярная точка может быть использована, если необходимо ввести в модель единичную степень свободы. Скалярная точка имеет только одну степень свободы, от отличие от 6 для случая узловой точки. Скалярная точка не локализуется в пространстве, поэтому не требует указания координатной системы. Обычно скалярные точки применяются для описания моделей со скалярными элементами, вычисления относительных и осредненных перемещений, а также определения коэффициентов деформации тонкостенных балок.

Узловая точка может быть использована в качестве скалярной, однако она требует большего объема входной информации закрепления 5 из 6 степеней свободы. Если нужно ввести единичную степень свободы, использование скалярной точки будет более уместным с точки зрения удобства ввода. Более того, использование скалярной точки является более эффективным в смысле эффективности вычислительного процесса, чем использование узловой точки с закрепленными 5 из 6 степенями свободы.

Описание скалярной точки производится в карте SPOINT. В одной карте можно определить до 8 скалярных точек. Скалярные точки вводятся неявно, если определяются скалярные элементы.

Формат SPOINT следующий

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPOINT	ID1	ID2	ID3	ID4	ID5	ID6	ID7	ID8	

Здесь ID - идентификационный номер скалярной точки.

### *Системы координат*

В процессе моделирования в MSC/NASTRAN необходимо создать совокупность точек, которые вместе с элементами определяют размеры и форму модели. Задание координат точек подразумевает использование определенной системы координат. В приведенных выше примерах координаты точек по умолчанию задавались в базовой системе координат. Базовая система координат есть ортогональная система координат, неявно определенная во всех конечно-элементных моделях MSC/NASTRAN.

Часто бывает удобным задавать модель или какую-либо ее часть в координатной системе, отличной от общей. Например при моделировании цилиндрических оболочек более удобно использовать цилиндрическую систему координат, или сферическую - для моделирования сферических объектов. Эти цилиндрические и сферические системы координат принято называть локальными системами координат. Другой распространенный пример использования локальных координат - это моделирование конструкции, состоящей из нескольких агрегатов. В этом случае можно использовать размеры непосредственно из чертежей, без их предварительного преобразования в единую систему координат. Далее, если агрегаты заданы в их собственных системах координат, их положение и ориентация могут быть модифицирова-

ны путем изменений в спецификации соответствующей системы координат, минимизируя затраты на перестроение сетки.

Для определения системы координат при задании положения узловой точки указывается ID координатной системы в поле CP карты GRID. Локальные системы могут быть прямоугольными, цилиндрическими и сферическими. Если поле CP оставлено пустым, то узловая точка задается в базовой системе координат.

ID общей системы координат есть 0, то есть установка 0 в поле CP приводит к тому же результату. Локальная система координат идентифицируется неким положительным целым числом. Все локальные системы координат явно или неявно должны быть определены относительно общей системы. Очень важно понимать, что система координат, определенная в поле CP используется для задания координат точек. Результаты, связанные с узловыми точками (перемещения, силы в узлах и т.п.) вычисляются и выводятся в координатной системы, указанной в поле CD, указанная система координат выходной системой координат системой вывода или координатная система перемещений (displacement coordinate system).

Однако функции этой системы шире, чем просто системы для вывода информации, она играет более фундаментальную роль в системе MSC/NASTRAN. Совокупность всех систем координат вывода образует глобальную систему координат. Важно отметить, что глобальная система координат не обязательно какая либо одна система координат, а может являться совокупностью CD-координатных систем. В этой системе производится ассемблирование матрицы жесткости.

Подход MSC/NASTRAN заключается в том, что по стандартной схеме производится определение матриц жесткости отдельных элементов, однако затем вместо трансформации матриц жесткости в соответствии с единой системой координат эти матрицы трансформируются в соответствии с CD-системами, определенными для каждого узла, на которые навешан элемент. Отдельные матрицы жесткости затем объединяются (ассемблируются) в глобальную матрицу жесткости. Однако координатные системы, связанные со степенями свободы в глобальной матрице жесткости MSC/NASTRAN могут быть различными. Этот подход предоставляет больше возможностей при моделировании.

Существуют 2 метода для задания координатной системы. Первый метод (метод 1) заключается в определении новой координатной системы путем ссылки на 3 узловые точки. Этому способу соответствуют карты CORD1R, CORD1Ñ и CORD1S секции Bulk Data.

Второй способ заключается в определении координатной системы путем задания координат трех точек. Соответствующими картами являются CORD2R (ортогональная), CORD2C (цилиндрическая) и CORD2S (сферическая система координат).

В методе 2 новая система координат определяется в терминах существующей системы координат, которая может быть , а может и не быть общей системой координат. Отсюда необходимо помнить, что если ссылочная

система координат изменена, то новая локальная система координат тоже изменится. А также, если изменилось положение ссылочных узлов, то координатная система, определенная по методу 1 тоже изменится.

#### *Ввод ортогональной системы координат*

Определение ортогональной системы картой CORD1R требует 3 узловых точек ссылки: G1, G2, G3. G1 определяет начало координатной системы, вектор, проведенный от G1 к G2 определяет ось Z. Точка G3 вместе с этой Z-осью, определяет плоскость XZ. Ось X лежит в плоскости XZ и перпендикулярна оси Z. Ось Y определяется по положению X и Z для правой системы координат (по правилу правой руки). Формат карты CORD1R следующий

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CORD1	CID	G1A	G2A	G3A	CID	G1B	G2B	G3B	
R									

Где

CID - идентификационный номер координатной системы

GiA, GiB - идентификационные номера узловых точек

Карта CORD2R использует координаты трех точек A, B, C сходным образом как используются координаты узловых точек в CORDIR. Точки задаются в пространстве относительно ссылочной системы координат. Ссылочная система координат должна быть определена заранее. Формат карты следующий

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CORD2	CID	RID	A1	A2	A3	B1	B2	B3	
R									
	C1	C2	C3						

Где

CID - идентификационный номер координатной системы

RID - идентификационный номер координатной системы, которая определена независимо от CID - координатной системы

Ai, Bi, Ci - координаты трех точек в координатной системе, определенной в поле 3.

#### 4. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ И УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования, М. Изд. МГТУ им. Баумана, 2000г.
2. Серия ГОСТ 34.XXX "Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы".
3. ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207-99 "Информационная технология. Процессы жизненного цикла программных средств".

4. РД 50–680–88 Методические указания. Автоматизированные системы. Основные положения.
5. Э.Е. Кудряшова. САПР ТП как система интегрированной среды. Интегрированные автоматизированные системы CAD/CAM/CAE: Учеб. пособие / Волгоград: ВолгГТУ, 1998. - 148с.
- 6. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.: ил.
- 7. И.П. Норенков, П.К. Кузьмик. Информационная поддержка наукоемких изделий. CALS-технологии. Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 320 с.: ил.
- 8. В. Погорелов. AutoCAD 2005 для начинающих. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 400 с.: ил.
- 9. Тику Ш. Эффективная работа: SolidWorks 2004 – СПб.: Питер, 2005. – 768 с.: ил.
- 10. Системы автоматизированного проектирования: Учеб. пособие для вузов / Под ред. И. П. Норенкова, в 9-ти кн. Трудоношин В. А., Пивоварова Н. В. Математические модели технических объектов. - М.: Высшая школа, 1986. - Кн. 4. - 160 с.
- 11. Системы автоматизированного проектирования: Учеб. пособие для вузов / Под ред. И. П. Норенкова, в 9-ти кн. Кузьмик П. К., Маничев В. Б. Автоматизация функционального проектирования. - М.: Высшая школа, 1986. - Кн. 5. - 144 с.
- 12. ГОСТ 2.103-68, ГОСТ 2.118-73, ГОСТ 2.119-73, ГОСТ 2.120-73,
13. Власов А.И. «Конструкторско-технологические БД в САПР ЭС» // Курс лекций. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006
14. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках / Пер. с англ. - М.: Мир, 1984. - 494с.
15. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике /Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 248с.
16. Ван Тассел Д. Стиль, разработка, эффективность, отладка и испытание программ /Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. - 332с.
17. Галлагер Р. МКЭ: Основы /Пер. с англ. - М.: Мир, 1984. - 215с.
18. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике /Пер. с англ. - М.: Мир, 1975. - 541с.
19. Маслов Л.Б. Численные методы для решения задач теории упругости: Методическое пособие / Иван. гос. энерг. ун-т.- Иваново, ИГЭУ, 1999.-28с.
20. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов /Пер. с англ. - М.: Мир, 1981. - 304с.
21. Самарский А.А. Введение в численные методы.- М.: Наука, 1987. - 459с.
22. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина /Пер. с англ. - М.: Мир, 1988. - 352с.

## 5. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

**Лекция 1. Понятие инженерного проектирования.** Проектирование технического объекта – создание, преобразование и представление в принятой форме образа этого еще не существующего объекта. Образ объекта или его составных частей может создаваться в воображении человека в результате творческого процесса или генерироваться в соответствии с некоторыми алгоритмами в процессе взаимодействия человека и ЭВМ. В любом случае инженерное проектирование начинается при наличии выраженной потребности общества в некоторых технических объектах, которыми могут быть объекты строительства, промышленные изделия или процессы.

Проектирование включает в себя разработку технического предложения и (или) технического задания (ТЗ), отражающих эти потребности, и реализацию ТЗ в виде проектной документации.

Обычно ТЗ представляют в виде некоторых документов, и оно является исходным (первичным) описанием объекта. Результатом проектирования, как правило, служит полный комплект документации, содержащий достаточные сведения для изготовления объекта в заданных условиях. Эта документация и есть проект, точнее окончательное описание объекта. Более коротко, проектирование – процесс, заключающийся в получении и преобразовании исходного описания объекта в окончательное описание на основе выполнения комплекса работ исследовательского, расчетного и конструкторского характера.

Преобразование исходного описания в окончательное порождает ряд промежуточных описаний, подводящих итоги решения некоторых задач и используемых для обсуждения и принятия проектных решений для окончания или продолжения проектирования.

Проектирование, при котором все проектные решения или их часть получают путем взаимодействия человека и ЭВМ, называют автоматизированным в отличие от ручного (без использования ЭВМ) или автоматического (без участия человека на промежуточных этапах). Система, реализующая автоматизированное проектирование, представляет собой систему автоматизированного проектирования (в англоязычном написании *CAD System — Computer Aided Design System*).

Автоматическое проектирование возможно лишь в отдельных частных случаях для сравнительно несложных объектов. Превалирующим в настоящее время является автоматизированное проектирование.

Проектирование сложных объектов основано на применении идей и принципов, изложенных в ряде теорий и подходов. Наиболее общим подходом является системный подход, идеями которого пронизаны различные методики проектирования сложных систем.

*Принципы системного подхода.* Основные идеи и принципы проектирования сложных систем выражены в системном подходе. Для специалиста в области системотехники они являются очевидными и естественными, однако

их соблюдение и реализация зачастую сопряжены с определенными трудностями, обусловливаемыми особенностями проектирования. Как и большинство взрослых образованных людей, правильно использующих родной язык без привлечения правил грамматики, инженеры используют системный подход без обращения к пособиям по системному анализу. Однако интуитивный подход без применения правил системного анализа может оказаться недостаточным для решения все более усложняющихся задач инженерной деятельности.

Основной общий принцип системного подхода заключается в рассмотрении частей явления или сложной системы с учетом их взаимодействия. Системный подход включает в себя выявление структуры системы, типизацию связей, определение атрибутов, анализ влияния внешней среды.

Системный подход рассматривают как направление научного познания и социальной политики. Он является базой для обобщающей дисциплины «Теория систем» (другое используемое название – «Системный анализ»). Характерными примерами таких систем являются производственные системы. При проектировании систем цели достигаются в многошаговых процессах принятия решений. Методы принятия решений часто выделяют в самостоятельную дисциплину, называемую «Теория принятия решений».

**Лекция 2. Стадии проектирования.** Стадии проектирования – наиболее крупные части проектирования, как процесса, развивающегося во времени. В общем случае выделяют стадии научно-исследовательских работ (НИР), эскизного проекта или опытно-конструкторских работ (ОКР), технического, рабочего проектов, испытаний опытных образцов или опытных партий. Стадию НИР иногда называют предпроектными исследованиями или стадией технического предложения. Очевидно, что по мере перехода от стадии к стадии степень подробности и тщательность проработки проекта возрастают, и рабочий проект уже должен быть вполне достаточным для изготовления опытных или серийных образцов. Близким к определению стадии, но менее четко оговоренным понятием, является понятие этапа проектирования.

Стадии (этапы) проектирования подразделяют на составные части, называемые проектными процедурами. Примерами проектных процедур могут служить подготовка детализованных чертежей, анализ кинематики, моделирование переходного процесса, оптимизация параметров и другие проектные задачи. В свою очередь, проектные процедуры можно расчленить на более мелкие компоненты, называемые проектными операциями, например, при анализе прочности детали сеточными методами операциями могут быть построение сетки, выбор или расчет внешних воздействий, собственно моделирование полей напряжений и деформаций, представление результатов моделирования в графической и текстовой формах. Проектирование сводится к выполнению некоторых последовательностей проектных процедур – маршрутов проектирования.

Иногда разработку ТЗ на проектирование называют внешним проектированием, а реализацию ТЗ – внутренним проектированием.

*Классификация моделей и параметров используемых в автоматизированном проектировании.* В автоматизированных проектных процедурах вместо еще не существующего проектируемого объекта оперируют некоторым квазиобъектом – моделью, которая отражает некоторые интересующие исследователя свойства объекта. Модель может быть физическим объектом (макет, стенд) или спецификацией. Среди моделей – спецификаций различают упомянутые выше функциональные, поведенческие, информационные, структурные модели (описания). Эти модели называют математическими, если они формализованы средствами аппарата и языка математики.

В свою очередь, математические модели могут быть геометрическими, топологическими, динамическими, логическими и т.п., если они отражают соответствующие свойства объектов. Наряду с математическими моделями при проектировании используют рассматриваемые ниже функциональные IDEF0-модели, информационные модели в виде диаграмм сущность-отношение, геометрические модели-чертежи. В дальнейшем, если нет специальной оговорки, под словом “модель” будем подразумевать математическую модель.

Математическая функциональная модель в общем случае представляет собой алгоритм вычисления вектора выходных параметров  $Y$  при заданных векторах параметров элементов  $X$  и внешних параметров  $Q$ .

Математические модели могут быть символическими и численными. При использовании символических моделей, оперируют не значениями величин, а их символическими обозначениями (идентификаторами). Численные модели могут быть аналитическими, т.е. их можно представить в виде явно выраженных зависимостей выходных параметров  $Y$  от параметров внутренних  $X$  и внешних  $Q$ , или алгоритмическими, в которых связь  $Y$ ,  $X$  и  $Q$  задана неявно в виде алгоритма моделирования. Важнейший частный случай алгоритмических моделей – имитационные, они отображают процессы в системе при наличии внешних воздействий на систему. Другими словами, имитационная модель – это алгоритмическая поведенческая модель.

Классификацию математических моделей выполняют также по ряду других признаков.

Так, в зависимости от принадлежности к тому или иному иерархическому уровню выделяют модели уровней системного, функционально-логического, макроуровня (сосредоточенного) и микроуровня (распределенного).

По характеру используемого для описания математического аппарата различают модели лингвистические, теоретико-множественные, абстрактно-алгебраические, нечеткие, автоматные и т.п.

Например, на системном уровне преимущественно применяют модели систем массового обслуживания и сети Петри, на функционально-логическом уровне – автоматные модели на основе аппарата передаточных функций или конечных автоматов, на макроуровне – системы алгебро-дифференциальных уравнений, на микроуровне – дифференциальные уравнения в частных

производных. Особое место занимают геометрические модели, используемые в системах конструирования.

Кроме того, введены понятия полных моделей и макромоделей, моделей статических и динамических, детерминированных и стохастических, аналоговых и дискретных, символических и численных.

Полная модель объекта в отличие от макромоделей описывает не только процессы на внешних выводах моделируемого объекта, но и внутренние для объекта процессы.

Статические модели описывают статические состояния, в них не присутствует время в качестве независимой переменной. Динамические модели отражают поведение системы, т.е. в них обязательно используется время. Статические и детерминированные модели различаются в зависимости от учета или не учета случайных факторов.

В аналоговых моделях фазовые переменные – непрерывные величины, в дискретных – дискретные, в частном случае дискретные модели являются логическими (булевыми) в них состояние системы и ее элементов описывается булевыми величинами. В ряде случаев полезно применение смешанных моделей, в которых одна часть подсистем характеризуется аналоговыми моделями, другая – логическими.

Информационные модели относятся к информационной страте автоматизированных систем, их используют, прежде всего, при инфологическом проектировании баз данных (БД) для описания связей между единицами информации.

Наибольшие трудности возникают при создании моделей слабоструктурированных систем, что характерно прежде всего для системного уровня проектирования. Здесь значительное внимание уделяется экспертным методам. В теории систем сформулированы общие рекомендации по подбору экспертов при разработке модели, организации экспертизы, по обработке полученных результатов. Достаточно общий подход к построению моделей сложных слабоструктурированных систем, выражен в методиках IDEF.

Обычно в имитационных моделях фигурируют фазовые переменные. Так, на макроуровне имитационные модели представляют собой системы алгебро-дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{J}(d\mathbf{V}/dt, \mathbf{V}, t) = 0, \text{ при } t = 0 \mathbf{V} = \mathbf{V}_0,$$

где  $\mathbf{V}$  – вектор фазовых переменных;  $t$  – время;  $\mathbf{V}_0$  – вектор начальных условий. К примерам фазовых переменных можно отнести токи и напряжения в электрических системах, силы и скорости – в механических, давления и расходы – в гидравлических.

Выходные параметры систем могут быть двух типов. Во-первых, это параметры-функционалы т.е. функционалы зависимостей  $\mathbf{V}(t)$  в случае использования (1.1). Примеры таких параметров: амплитуды сигналов, временные задержки, мощности рассеивания и т.п. Во-вторых, это параметры, ха-

рактизирующие способность проектируемого объекта работать при определенных внешних условиях.

Эти выходные параметры являются граничными значениями диапазонов внешних переменных, в которых сохраняется работоспособность объекта.

**Лекция 3. Функции, характеристики и примеры CAE/CAD/CAM – систем.** Функции САД-систем подразделяют на функции двухмерного (2D) и трехмерного (3D) проектирования. К функциям 2D относятся черчение, оформление конструкторской документации; к функциям 3D – получение трехмерных моделей, метрические расчеты, реалистичная визуализация, взаимное преобразование 2D и 3D моделей.

Среди САД-систем различают “легкие” и “тяжелые” системы. Первые из них ориентированы преимущественно на 2D графику, сравнительно дешевы и менее требовательны в отношении вычислительных ресурсов. Вторые ориентированы на геометрическое моделирование (3D), более универсальны, дороги, оформление чертежной документации в них обычно осуществляется с помощью предварительной разработки трехмерных геометрических моделей.

Основные функции САМ-систем: разработка технологических процессов, синтез управляющих программ для технологического оборудования с числовым программным управлением (ЧПУ), моделирование процессов обработки, в том числе построение траекторий относительного движения инструмента и заготовки в процессе обработки, генерация постпроцессоров для конкретных типов оборудования с ЧПУ (NC — Numerical Control), расчет норм времени обработки.

Наиболее известны (к 1999 г.) следующие САЕ/CAD/CAM-системы, предназначенные для машиностроения. “Тяжелые” системы (в скобках указана фирма, разработавшая или распространяющая продукт): Unigraphics (EDS Unigraphics); Solid Edge (Intergraph); Pro/Engineer (PTC – Parametric Technology Corp.), CATIA (Dassault Systemes), EUCLID (Matra Datavision), CADD5.5 (Computervision, ныне входит в PTC) и др. “Легкие” системы: AutoCAD (Autodesk); АДЕМ; bCAD (ПроПро Группа, Новосибирск); Caddy (Ziegler Informatics); Компас (Аскон, С.Петербург); Спрут (Sprut Technology, Набережные Челны); Кредо (НИВЦ АСК, Москва).

Системы, занимающие промежуточное положение (среднемасштабные): Cimatron, Microstation (Bentley), Euclid Prelude (Matra Datavision), T-FlexCAD (Топ Системы, Москва) и др. С ростом возможностей персональных ЭВМ грани между “тяжелыми” и “легкими” САД/САМ-системами постепенно стираются.

Функции САЕ-систем довольно разнообразны, так как связаны с проектными процедурами анализа, моделирования, оптимизации проектных решений. В состав машиностроительных САЕ-систем прежде всего включают программы для следующих процедур:

- моделирование полей физических величин, в том числе анализ прочности, который чаще всего выполняется в соответствии с МКЭ;
- расчет состояний и переходных процессов на макроуровне;
- имитационное моделирование сложных производственных систем на основе моделей массового обслуживания и сетей Петри.

Примеры систем моделирования полей физических величин в соответствии с МКЭ: Nastran, Ansys, Cosmos, Nisa, Moldflow.

Примеры систем моделирования динамических процессов на макроуровне: Adams и Dyna – в механических системах, Spice – в электронных схемах, ПА9 – для многоаспектного моделирования, т.е. для моделирования систем, принципы действия которых основаны на взаимовлиянии физических процессов различной природы.

Для удобства адаптации САПР к нуждам конкретных приложений, для ее развития целесообразно иметь в составе САПР инструментальные средства адаптации и развития. Эти средства представлены той или иной CASE-технологией, включая языки расширения. В некоторых САПР применяют оригинальные инструментальные среды.

Примерами могут служить объектно-ориентированная интерактивная среда CAS.CADE в системе EUCLID, содержащая библиотеку компонентов, в САПР T-Flex CAD 3D предусмотрена разработка дополнений в средах Visual C++ и Visual Basic.

Важное значение для обеспечения открытости САПР, ее интегрируемости с другими автоматизированными системами (АС) имеют интерфейсы, представляемые реализованными в системе форматами межпрограммных обменов. Очевидно, что, в первую очередь, необходимо обеспечить связи между САЕ, CAD и САМ-подсистемами.

В качестве языков – форматов межпрограммных обменов – используются IGES, DXF, Express (стандарт ISO 10303-11, входит в совокупность стандартов STEP), SAT (формат ядра ACIS) и др.

Наиболее перспективными считаются диалекты языка Express, что объясняется общим характером стандартов STEP, их направленностью на различные приложения, а также на использование в современных распределенных проектных и производственных системах. Действительно, такие форматы, как IGES или DXF, описывают только геометрию объектов, в то время как в обменах между различными САПР и их подсистемами фигурируют данные о различных свойствах и атрибутах изделий.

Язык Express используется во многих системах интерфейса между CAD/CAM-системами. В частности, в систему CAD++ STEP включена среда SDAI (Standard Data Access Interface), в которой возможно представление данных об объектах из разных систем CAD и приложений (но описанных по правилам языка Express). CAD++ STEP обеспечивает доступ к базам данных большинства известных САПР с представлением извлекаемых данных в виде STEP-файлов. Интерфейс программиста позволяет открывать и закрывать файлы проектов в базах данных, производить чтение и запись сущностей.

В качестве объектов могут использоваться точки, кривые, поверхности, текст, примеры проектных решений, размеры, связи, типовые изображения, комплексы данных и т.п.

#### Лекция 4. Процесс конечно-элементного анализа

Процесс конечно-элементного анализа включает определенную последовательность шагов. Эта последовательность имеет две канонические конфигурации в зависимости от окружения, в котором используется МКЭ:

- Математический подход
- Физический подход.

Схема математического подхода изображена на рис. 1. В центре данного подхода находится *математическая модель*. Обычно это есть обыкновенное дифференциальное уравнение или уравнение в частных производных по пространственным координатам и времени. Дискретная конечно-элементная модель генерируется путем применения какого-либо вариационного принципа к исходной системе дифференциальных уравнений или же метода взвешенных невязок в его ослабленном варианте. Этот шаг называется *дискретизацией*. Получаемая система конечно-элементных уравнений решается одним из методов прикладной математики решения больших систем алгебраических уравнений. В результате чего получается так называемое дискретное, или приближенное, решение.

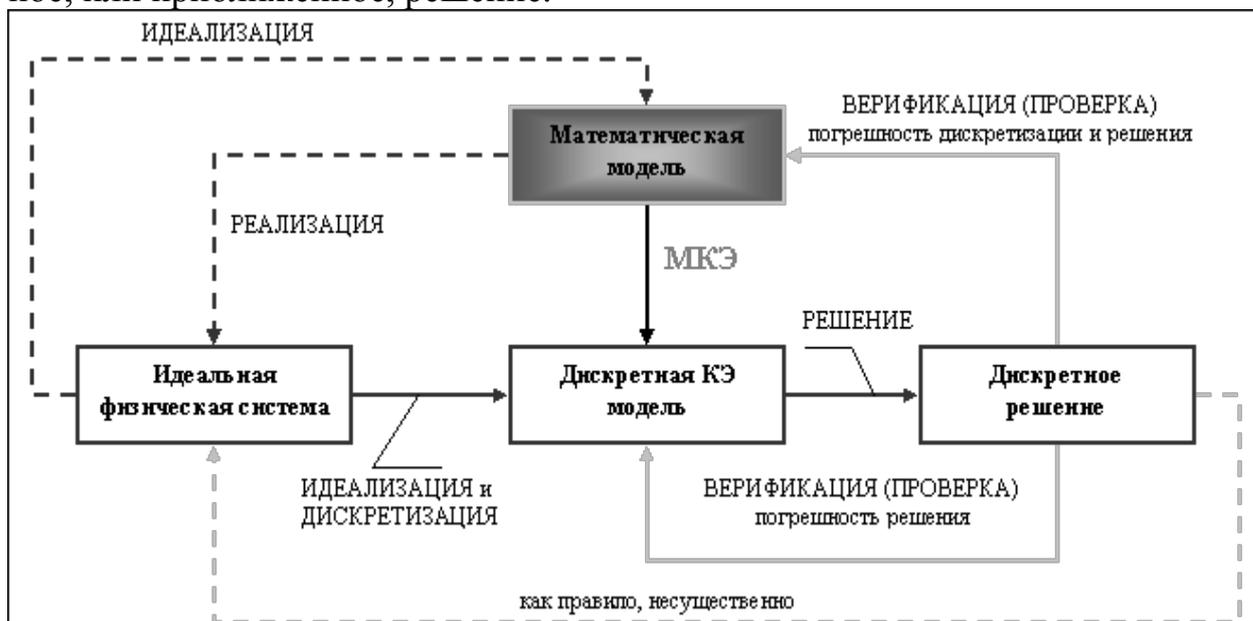


Рис. 1. Математическая концепция МКЭ

Идеальная физическая система в данном случае может быть представлена как *реализация* математической модели; и наоборот, математическая модель есть *идеализация* этой системы. Например, если математическая модель есть уравнение Пуассона, то его реализацией может быть проблема распределения электростатического заряда или распределение тепла. В принципе этот шаг не существен и может быть опущен. Другими словами, конечно-эле-

ментная дискретизация может быть приведена и без обращения к физике явления.

Концепция ошибки, или погрешности, возникает, когда приближенное решение подставляется в математическую модель. Эта подстановка называется *верификацией*. Полная ошибка численного подхода включает в себя *ошибку решения* системы алгебраических уравнений и *погрешность дискретизации*. Подстановка приближенного решения в идеальную физическую систему, т.е. проведение теста или опыта, в принципе могла бы дать оценку этой ошибки моделирования. Однако, в концепции математического подхода МКЭ физическая система не играет большой роли и является лишь некоторым идеализированным образом математической модели.

Схема физического подхода изображена на рис. 2. Центральным звеном в этом случае является *физическая система*, которая должна быть рассчитана. Процедуры идеализации и конечно-элементной дискретизации проводятся *одновременно*, чтобы получить дискретную модель. Приближенное дискретное решение получают аналогично предыдущему.



Рис. 2. Физическая концепция МКЭ.

Идеальная математическая модель в данном подходе может быть представлена как *предельный переход* или «континуализация» дискретной модели. Для определенных физических систем, которые хорошо моделируются непрерывными полями, этот шаг существенен, для других, таких как сложные инженерные системы, подобный переход не имеет большого смысла. Для них конечно-элементная модель может быть построена без обращения к математическим моделям только на основе экспериментальных измерений.

Понятие *погрешности*, или *ошибки*, возникает в физическом подходе благодаря двум процедурам – *верификации* численного решения и *оценки* результатов моделирования (*ратификации*). Верификация имеет тот же смысл, что и в математическом подходе: численное решение подставляется в дис-

кретную модель, в результате чего получается погрешность решения. Подстановка приближенного решения в идеальную математическую модель, в принципе, может дать ошибку дискретизации. Однако это редко используется в сложных инженерных системах, поскольку, как правило, в данном случае математической модели не существует, и сравнивать полученное решение необходимо с исходной физической системой. Таким образом, оценка или ратификация численного решения основана на сравнении результатов моделирования с экспериментальными данными, что и дает *суммарную погрешность моделирования*.

Один из способов настройки дискретной модели, для того чтобы она лучше соответствовала физической системе, называется *уточнением модели* (Рис. 1.3). Имеющиеся свободные параметры модели определяются путем сравнения дискретного приближенного решения с результатами эксперимента, как показано на рис. 3. Поскольку, условия минимизации ошибки моделирования, как правило, нелинейные (даже если конечно-элементная модель линейная), то процесс уточнения является существенно итерационным.

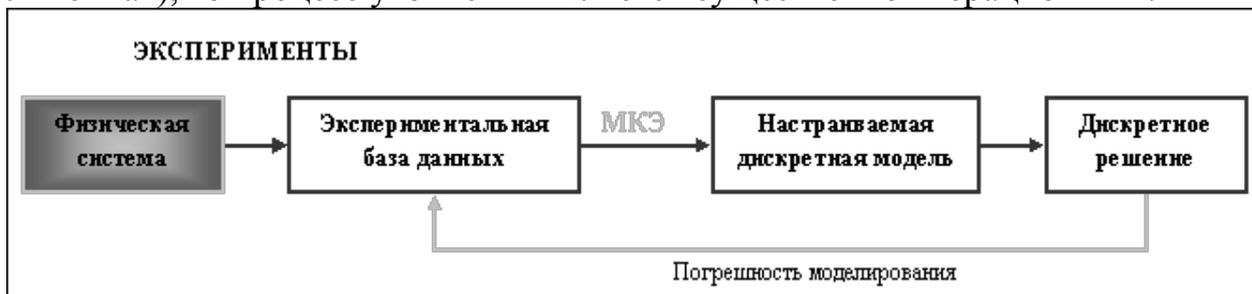


Рис. 1.3. Процесс уточнения дискретной модели.

Выше рассмотренные подходы применения МКЭ не являются взаимоисключающими, а дополняют друг друга. Исторически физический подход был первым для разработки конечно-элементных моделей очень сложных инженерных систем, таких как самолеты, корабли и т.п. Математический подход возник позднее и среди прочих вещей призван обеспечить необходимый теоретический фундамент МКЭ, для того чтобы распространить метод на решение различных междисциплинарных задач выходящих за рамки общепринятого прочностного анализа конструкций.

### **Лекция 5. Основные понятия и концепция МКЭ. Терминология.**

Классическая аналитическая механика была разработана Эйлером и Лагранжем в конце 18 века и впоследствии развита Гамильтоном и Якоби, как систематическая формулировка механики Ньютона. Объектами изучения аналитической механики являются модели механических систем от отдельных частиц, состоящих из достаточно большого числа молекул, до сложных инженерных конструкций и тел солнечной системы. Пространственная конфигурация любой из таких систем описывается *числом степеней свободы* системы, или другими словами, *обобщенными координатами*. В математически ориентированных курсах для их обозначения используются так же термины *переменные состояния* и *главные переменные*.

Если число степеней свободы модели конечно, модель называется *дискретной*, и *непрерывной (континуальной)* в противном случае.

Поскольку МКЭ представляет собой один из методов дискретизации, то число степеней свободы конечно-элементной модели необходимо конечно. Обычно, все степени свободы собираются в матричный вектор, обозначаемый  $\mathbf{U}$  и называемый *вектором степеней свободы* или *вектором состояния*. Термин *вектор узловых перемещений* обычно используется в механических приложениях.

В аналитической механике каждой степени свободы соответствует сопряженная переменная, представляющая собой *обобщенную силу*. В немеханических приложениях также существует подобное множество сопряженных переменных, которые для универсальности называются силами или силовыми переменными. Эти силы объединяются в матричный вектор, обозначаемый  $\mathbf{F}$ . Отметим, что внутреннее произведение вектора сил на вектор степеней свободы имеет смысл внешней энергии или работы.

Предполагается, что соотношение между  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{F}$  является линейным и однородным. Последнее означает, что если  $\mathbf{U}$  стремится к нулю, то и  $\mathbf{F}$  стремится к нулю. в этом случае соотношение между ними выражается следующим основным уравнением:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{1}$$

$\mathbf{K}$  для универсальности называется *матрицей жесткости*, даже в случае нечисто механических приложений, поскольку к настоящему времени нет общего соглашения по обозначению этой матрицы в различных дисциплинах.

Физический смысл векторов  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{F}$  изменяется в зависимости от области приложения МКЭ, как это показано в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Физический смысл векторов  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{F}$  в различных конечно-элементных приложениях

Область приложения	Вектор состояния $\mathbf{U}$	Сопряженный вектор $\mathbf{F}$
Механика конструкций и твердых тел	Перемещение	Механическая сила
Теплопроводность	Теплопроводность	Тепловой поток
Потенциальное течение	Давление	Скорость частицы
Общий вид течения	Скорость	Поток
Электростатика	Электрический потенциал	Плотность заряда
Магнитостатика	Магнитный потенциал	Интенсивность магнитного поля

Заметим, что если соотношение между силами и перемещениями линейное, но неоднородное, уравнение 1 обобщается на следующее соотношение:

$$KU = F_M + F_I \quad (2)$$

Здесь  $F_I$  есть узловый вектор начальных сил, который возникает, например, при решении задач термоупругости для учета начальных температурных напряжений;  $F_M$  - вектор механических сил.

### Основные шаги МКЭ

Основные шаги МКЭ показаны на рис. 2.1. Схематично их можно назвать следующим образом:

- Идеализация
- Дискретизация
- Решение.



Рис. 3. Основные шаги численного моделирования

### Идеализация

Под идеализацией понимают процесс перехода от исходной физической системы к математической модели. Этот процесс является наиболее важным шагом при решении технической или инженерной задачи.

Ключевым пунктом в этом процессе является понятие *модели*, которую можно определить как символическое устройство, построенное для моделирования и предсказания поведения системы. Математическое моделирование, или идеализация, есть процесс, с помощью которого инженер переходит от реальной физической системы к математической модели системы. Данный процесс называется идеализацией, поскольку математическая модель необходимо абстрагируется от физической реальности.

В качестве примера реальной физической системы рассмотрим инженерную конструкцию в виде плоской пластины, нагруженную поперечными силами. Математические модели данной системы, которые инженер может использовать для анализа напряжений в пластине, могут быть следующими:

1. Модель очень тонкой пластины, основанная на теории изгиба мембран.
2. Модель тонкой пластины, основанная на классической теории Кирхгоффа.
3. Модель достаточно толстой пластины, основанная, например, на теории Миндлина-Рейсснера.
4. Модель очень толстой пластины, основанная на трехмерной теории упругости.

Очевидно, инженер должен обладать достаточными теоретическими знаниями, чтобы правильно выбрать соответствующую математическую модель системы (конструкции), которую ему необходимо исследовать.

### Лекция 6. Явное и неявное моделирование

Как было отмечено, диаграмма на рис. 3 представляет собой упрощенную схему инженерного процесса. В обобщенном виде он представлен на рис. 4.

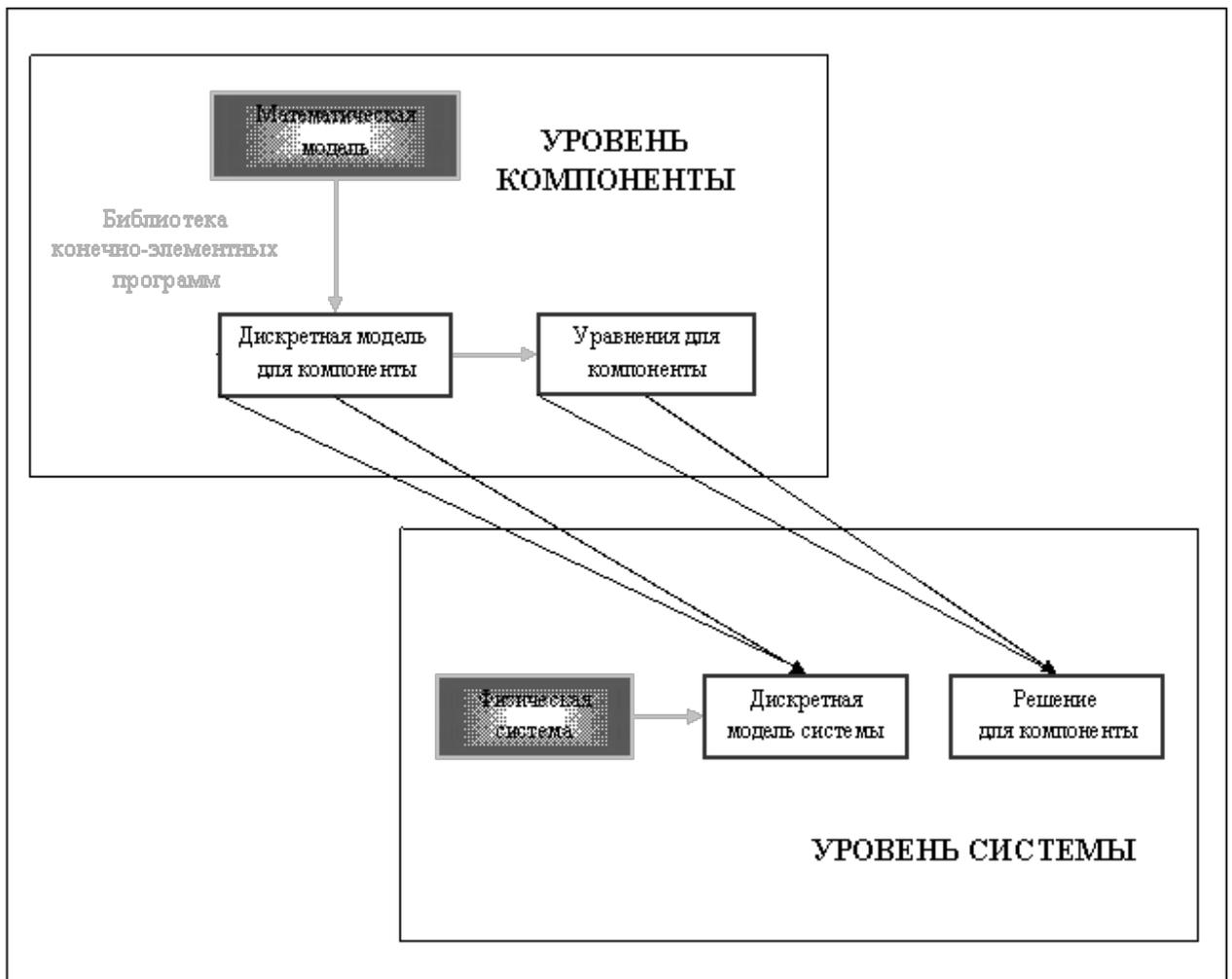


Рис. 4. Общий вид инженерного процесса.

Рассмотрим современный сценарий действий инженера-механика в крупной компании. Предположим, необходимо рассчитать некоторую техни-

ческую конструкцию с помощью некоторого коммерческого универсального конечно-элементного комплекса. Как правило, любой коммерческий пакет предлагает широкий каталог различных типов элементов. Например, стержневые, балочные, оболочечные, осесимметричные, трехмерные и т.д. В момент выбора того или иного элемента из каталога инженер автоматически принимает некоторую математическую модель, на которой этот элемент основан. Это называется *безусловным моделированием*. В идеале инженер должен быть полностью компетентен в принятии решения. Обеспечение выпускника подобной «конечно-элементной грамотностью» есть одна из целей данного курса.

Под *явным моделированием* понимается подход, когда выбору математической модели уделяется значительное внимание. При этом приобретаются специализированные конечно-элементные программы, реализующие данную модель, или же такие программы пишутся самостоятельно. Очевидно, данный подход требует гораздо больше знаний, опыта и ресурсов, чем безусловное моделирование. Однако, для многих задач, которые не могут быть решены с помощью общего подхода, явное моделирование является единственным способом решения. Заметим, что на практике часто используются комбинации обоих подходов.

### *Дискретизация*

Математическое моделирование есть первый упрощающий шаг при решении реальных инженерных задач. Однако, математические модели физических систем вовсе необязательно просты для решения. Они часто описываются связанными системами уравнений в частных производных по пространству и времени и сложными граничными условиями. Такие модели имеют *бесконечное* число степеней свободы.

Решение полученных уравнений может быть аналитическим или численным. Аналитические решения, называемые также решениями в замкнутой форме, могут быть применены к широкому классу задач, поскольку, выражаются в символической форме. Однако, к сожалению, возможность их получения ограничена простыми уравнениями, регулярными областями и постоянными граничными условиями.

Поскольку, большинство проблем, стоящих перед инженером не может быть решено аналитически или требуют для этого непропорционально больших усилий, то единственной альтернативой является применение численного моделирования.

Для того, чтобы численное моделирование могло быть применено на практике необходимо уменьшение числа степеней свободы до *конечного* значения. Этот процесс называется дискретизацией. Результатом процесса дискретизации является *дискретная модель*. Для сложных инженерных систем эта модель есть результат многоуровневой декомпозиции. Отметим, что дискретизации могут подвергаться как пространственные координаты, так и время. Соответственно, выделяют *пространственную дискретизацию* и *временную*.

### *Источники ошибки и аппроксимация*

Как показано на рис. 4, каждый шаг численного моделирования вносит свою ошибку. В инженерной практике погрешность перехода от физической модели к математической является одной из наиболее существенной. Однако, ошибки этого шага достаточно трудны и дорогостоящи для оценки, поскольку, верификация модели требует доступа и сравнения с экспериментальными данными, объем которых часто недостаточен или же они вообще отсутствуют в случае новых инженерных продуктов.

Следующая по важности идет *ошибка дискретизации*. Даже, если ошибка этапа решения дискретной модели игнорируется, полученное численное решение, в общем, является лишь *аппроксимацией*, или приближением, точного решения математической модели. Тем самым мы получаем ошибку, или погрешность, дискретизации. Изучением свойств и поведения этой ошибки занимается раздел прикладной математики, называемый теорией аппроксимаций.

Интуитивно можно ожидать, что точность решения дискретной модели должна улучшаться при увеличении числа степеней свободы модели и, следовательно, ошибка дискретизации стремится к нулю при стремлении числа степеней свободы к бесконечности. Данное утверждение описывает так называемое требование *сходимости* приближенного решения. Однако доказательство этого утверждения не всегда возможно и является одной из ключевых целей теории аппроксимаций.

### **Лекция 7. Общая схема алгоритма МКЭ**

Последовательность процедур алгоритма МКЭ может быть представлена в следующем виде:

1. *Дискретизация рассматриваемой области*, т.е. замена континуальной среды совокупностью КЭ заданной формы, соединенных между собой в узлах конечным числом связей.

Этот этап, несмотря на видимую простоту, имеет важное значение, хотя он и не обусловлен строгими теоретическими рекомендациями и во многом определяется интуитивно. Обычно при построении конечно-элементной модели руководствуются предварительными представлениями о характере ожидаемого результата, и в местах высоких градиентов искомых величин сетку конечных элементов сгущают.

#### *2. Выбор вариационного принципа.*

Выбор вариационного принципа определяет основные неизвестные функции, через которые впоследствии устанавливаются остальные неизвестные. В задачах механики деформируемого твердого тела используются следующие вариационные принципы: принцип Лагранжа, в соответствии с которым варьируются перемещения; принцип Кастильяно (варьируются напряже-

ния), принцип Рейсснера (варьируются перемещения и напряжения), принцип Ху-Вашицы (варьируются перемещения, напряжения и деформации).

В практических расчетах чаще всего используется принцип Лагранжа. Поэтому дальнейшее изложение базируется на его основе.

### *3. Выбор аппроксимирующих функций.*

При кусочно-непрерывной аппроксимации предполагается, что перемещения внутри элемента могут быть выражены через перемещения в его узлах. Эта связь описывается при помощи так называемых функций формы, которые аппроксимируют действительное поле перемещений внутри элемента. От выбора аппроксимирующих функций в значительной степени зависит точность решения. Эти функции должны удовлетворять следующим критериям:

- критерию полноты: при стремлении размеров элемента к нулю выбранные функции формы должны обеспечить любые простые значения.
- критерию совместимости: функции формы должны обеспечивать непрерывность перемещений и ее производных до  $(n-1)$ -го порядка на границе между элементами (где  $n$ -порядок старшей производной в функционале энергии). Если выбранный тип элемента обеспечивает непрерывность поля перемещений, то по классификации его относят к классу  $C^0$  – элементов, а если обеспечивается и непрерывность деформации, то к классу  $C^1$  – элементов.

При выполнении этих критериев с увеличением числа конечных элементов, моделирующих конструкцию, результаты расчета монотонно сходятся к точному решению. Нарушение критерия совместимости в ряде случаев приводит к достоверному результату, но сходимость в этих случаях не будет монотонной.

### *4. Реализация вариационного принципа.*

На этом этапе осуществляется вычисление матриц жесткостей элементов и построение глобальной матрицы системы алгебраических уравнений и вектора узловых сил. Глобальная матрица жесткости может быть получена несколькими методами:

- методом непосредственного сложения жесткостей;
- методом конгруэнтного преобразования;
- при помощи конечно-разностных операторов.

### *5. Учет граничных условий.*

Полученная на основе указанных методов матрица жесткости является вырожденной, поскольку в соответствии с уравнениями равновесия заданной системы часть уравнений (для пространственных систем – шесть, а для плоских – три) окажутся взаимно зависимыми. Корректировка этой матрицы при учете граничных условий приводит к невырожденной системе линейных алгебраических уравнений.

### *6. Решение системы алгебраических уравнений.*

Для решения системы алгебраических уравнений используются стандартные программы, имеющиеся в математическом обеспечении ЭВМ, и специально подготовленные и лучшим образом учитывающие симметрию и структуру матрицы жесткости системы – редкозаполненность или ленточность.

### *7. Определение деформаций и напряжений.*

После определения узловых перемещений в соответствии с известными соотношениями теории упругости могут быть определены деформации и напряжения.

## **Лекция 8. Понятие о конечных элементах**

### *Определение*

Как было отмечено в предыдущих лекциях, метод конечных элементов представляет собой наиболее распространенный приближенный метод в механике твердого тела и может быть интерпретирован с физической или математической точки зрения.

Основа физической концепции МКЭ – это разбиение математической модели конструкции на непересекающиеся компоненты (подобласти) простой геометрии, называемые *конечными элементами* или просто *элементами* для краткости. Множество элементов, на которые разбита конструкция, называется *конечно-элементной сеткой*. Механическое поведение каждого элемента выражается с помощью конечного числа степеней свободы или значений искомым функций во множестве узловых точек. Поведение математической модели, таким образом, аппроксимируется поведением дискретной модели, полученной путем сборки или ансамблирования всех элементов. Заметим, что концепция разбиения-сборки естественно возникает при исследовании многих искусственных или живых систем. Например, легко представить мост, здание, двигатель или скелет, как сложную систему, составленную из простых компонентов. Заметим также, что в отличие от метода конечных разностей, конечные элементы не накладываются друг на друга в пространстве.

### *Атрибуты элемента*

Рассмотрим основные типы конечных элементов и их *свойства*, называемые *атрибутами* элементов (Рис. 5).

1. *Собственная размерность*. Конечные элементы могут описываться одной, двумя или тремя пространственными координатами в зависимости от размерности задачи, для решения которой они предназначены. Соответствующее число внутренних или локальных координат называется собственной размерностью элемента. В динамическом анализе время рассматривается как дополнительная размер-

ность. Отметим, что в расчетах используются также специальные элементы с нулевой размерностью, такие как, точечные массы или сосредоточенные упругие элементы (пружины).

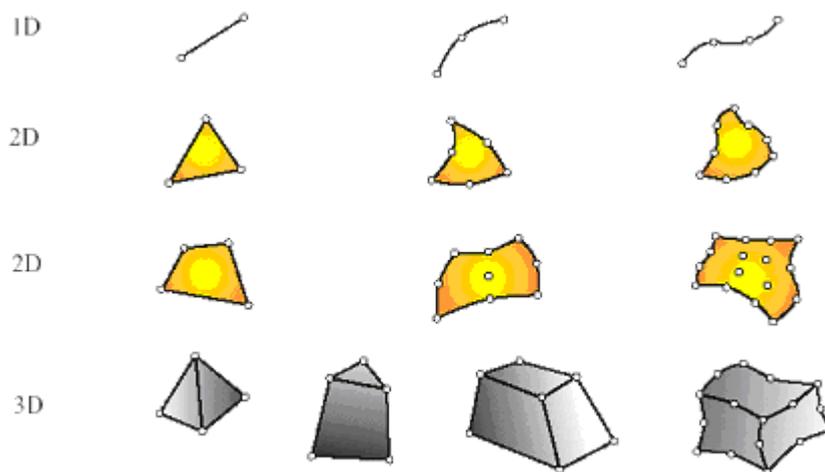


Рис. 5. Основные типы конечных элементов для одно-, дву- и трехмерных задач механики.

2. *Узловые точки.* Каждый элемент описывается множеством характерных точек, называемых узловыми точками или узлами для краткости. Узлы предназначены для описания геометрии элемента и для задания физических степеней свободы (числа неизвестных функций). Узлы обычно находятся в угловых или крайних точках элемента, но могут быть также расположены между угловыми узлами и внутри элемента. Данное различие связано с порядком аппроксимации, который обеспечивает данный конечный элемент. Элементы, имеющие только угловые узлы, называются *линейными* и обеспечивают линейную интерполяцию геометрии и функций. Элементы, имеющие дополнительные узлы на своих границах между угловыми точками, могут обеспечивать квадратичную или даже кубическую интерполяцию (Рис. 5). В первом случае такие элементы называются *квадратичными*. Отметим также, что существуют элементы, имеющие внутренние узлы. Теоретически такие элементы обеспечивают более точное описание геометрии тела и искоемых функций, однако широкого распространения данный тип элементов не получил. При наличии современных автоматических генераторов конечно-элементных сеток часто бывает проще и удобнее разбить конструкцию на большое число линейных элементов простой формы, чем использовать элементы высокого порядка, требующие для построения сетки значительной работы вручную. Элементы, не имеющие внутренних узлов, относятся к так называемому *серендипову семейству*.

3. *Геометрия элемента.* Геометрия элемента определяется расположением узловых точек. Большинство элементов, используемых в расчетах, имеют достаточно простую геометрическую форму. Например, в одномерном случае элементы обычно представляют собой прямолинейные отрезки или сегменты кривых линий; в двумерном случае элементы имеют трехстороннюю или четырехстороннюю форму; в трехмерных задачах наиболее распространены такие геометрические фигуры, как тетраэдры, призмы и гексаэдры (Рис. 5).
4. *Степени свободы.* Степени свободы определяют физическое состояние элемента, т.е. физическое поле, которое описывает данный элемент. Благодаря общим степеням свободы в соседних элементах осуществляется сборка модели и формирование глобальной системы конечно-элементных уравнений. В качестве степеней свободы могут фигурировать как узловые значения неизвестной функции, так и ее производные по пространственным координатам в узлах. В первом случае элементы относятся к типу *лагранжевых* элементов; во втором случае – типу *эрмитовых* элементов. Например, в простейшей задаче о растяжении стержня неизвестной функцией является продольное перемещение стержня. Соответственно в качестве степеней свободы выступают узловые значения данной функции и, следовательно, конечный элемент относится к лагранжевому типу. Наоборот, в задаче об изгибе стержня неизвестной функцией является поперечное перемещение центральной оси стержня, а в качестве степеней свободы используются как узловые значения самой функции, так и ее производной по продольной координате. Физический смысл этой производной – угол поворота поперечного сечения стержня. Таким образом, конечный элемент, применяемый в расчетах стержня на изгиб, относится к типу эрмитовых элементов. Заметим также, что данные обозначения происходят от названия полиномов Лагранжа и Эрмита, широко используемых в прикладной математике для интерполяции функций по узловым значениям.
5. *Узловые силы.* Система узловых сил полностью соответствует степеням свободы элемента и выражается с помощью глобального вектора узловых сил.
6. *Определяющие соотношения.* Для конечных элементов, используемых в механических расчетах, определяющее соотношение задает поведение материала, из которого изготовлена конструкция. Например, в качестве такого соотношения во многих случаях используется обобщенный закон Гука, связывающий тензор деформаций и тензор напряжений в точке. Для линейного упругого стержневого элемента достаточно задать один модуль Юнга  $E$  и один коэффициент температурного расширения  $\alpha$ .

7. **Свойства сечения.** К свойствам сечения относятся площади и моменты инерции одномерных и двумерных конечных элементов, таких как балки, стержни, пластины. В эту группу также входит толщина пластин и оболочек. При построении конечного элемента свойства сечений считаются заданными и входят в результирующую матрицу жесткости элемента.

**Лекция 9. Классификация конечных элементов.**

**Простейшие конструкционные элементы.** К простейшим структурным элементам относятся элементы типа стержень, балка, труба, брус, панель, работающая на сдвиг (Рис. 6). Уравнения, описывающие данные элементы, выводятся из теоретических положений сопротивления материалов, т.е. из упрощенных механических формулировок. Исторически первыми стали использоваться именно эти типы конечных элементов.

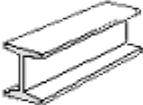
Компонента физической конструкции (структуры)	Имя математической модели	Конечно-элементная дискретизация
	стержень	
	балка	
	труба	
	брус средней толщины	
	сдвиг панели	

Рис. 6. Простейшие конструкционные элементы.

**Континуальные элементы.** Континуальные элементы представляют собой конечные объемы или площади сплошной среды (континуума). Например, к континуальным элементам относятся пластины, оболочки, осесимметричные элементы, трехмерные твердотельные элементы (Рис. 7). Уравнения, описывающие данный тип конечных элементов, получаются из общих соотношений механики сплошной среды и, в частности, теории упругости.

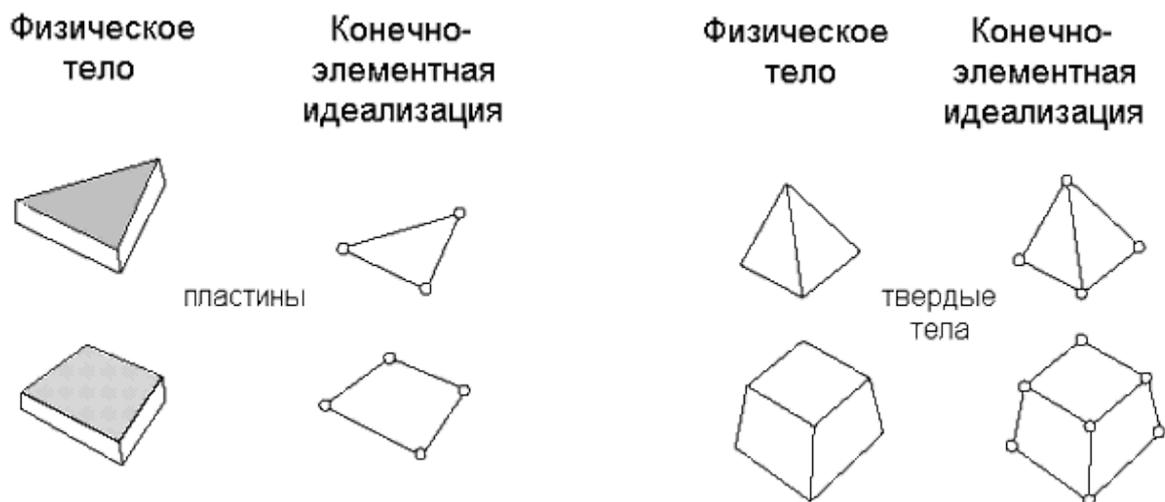


Рис. 7. Континуальные конечные элементы.

*Специальные элементы.* Специальные элементы обладают свойствами как конструкционных, так и континуальных элементов. Они выводятся из уравнений механики сплошной среды, но включают в себя некоторые особенности непосредственно связанные с физическими особенностями решаемых задач. В качестве примера можно привести следующие специальные элементы: элемент с трещиной для задач механики разрушения; многослойная панель; бесконечные и полубесконечные элементы; контактные и штрафные элементы; абсолютно твердотельные элементы (Рис. 8).

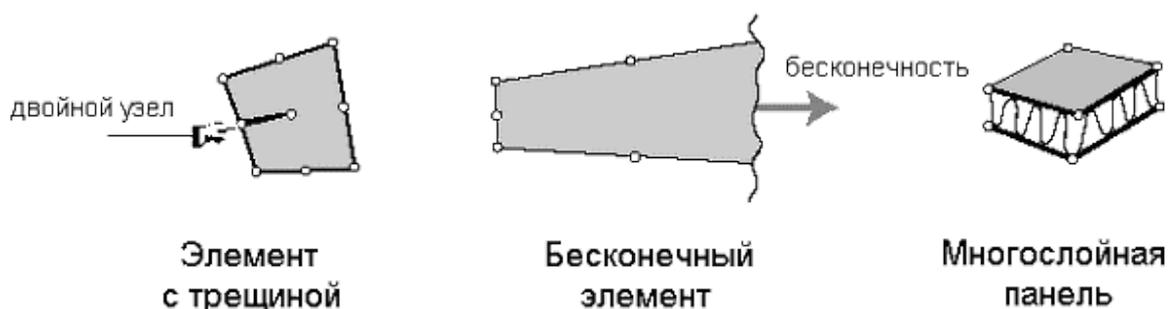
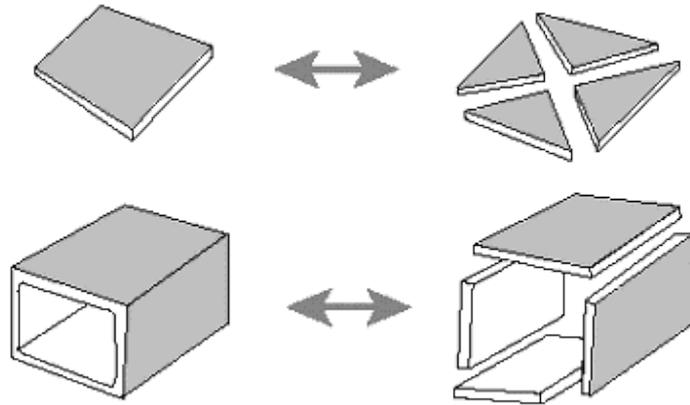


Рис.8. Специальные конечные элементы.

*Макроэлементы.* Макроэлементы представляют собой более сложный тип конечных элементов. Как правило, они получаются путем сборки из более простых конструкционных элементов. Число таких элементов, входящих в макроэлемент, как правило, невелико (Рис. 9).



*Рис.9. Макроэлементы.*

*Подструктуры.* Подструктуры можно определить как макроэлементы с явно выраженными структурными особенностями или функциями. Как правило, они получаются путем разделения полной конструкции на функциональные компоненты. Например, крылья и фюзеляж самолета, пролет и тросы подвесного моста. Заметим, что различия между понятиями полной конструкции, подструктур и макроэлементов не всегда очевидны и четко определены. Поэтому часто используется понятие суперэлемента как обобщенного названия для всех типов макроэлементов или подструктур, представляющих собой комбинацию простейших конструктивных элементов.

### **Лекция 10. Ансамблирование.**

Ансамблирование или сборка представляет собой объединение отдельных элементов в конечно-элементную сетку. С математической точки зрения ансамблирование состоит в объединении матриц жесткости отдельных элементов в одну глобальную матрицу жесткости всей конструкции. При этом существенно используются две системы нумерации узлов элементов: локальная и глобальная. Локальная нумерация представляет собой фиксированную нумерацию узлов для каждого типа конечных элементов в соответствии с введенной локальной системой координат на элементе. Глобальная нумерация узлов всей конструкции может быть совершенно произвольной, также как и глобальная нумерация конечных элементов. Однако, между локальными номерами и глобальными номерами узлов существует взаимнооднозначное соответствие, на основе которого и формируется глобальная система конечно-элементных уравнений.

### *Граничные условия*

Согласно терминологии математической физики, рассматривающей различные дифференциальные уравнения, описывающие физические поля, с единой математической точки зрения, граничные или краевые условия для

данных дифференциальных уравнений делятся на два основных типа: *существенные* и *естественные*. Обычно, существенные условия накладываются на искомую функцию, а естественные на ее производные по пространственным координатам. В математической физике естественные граничные условия получаются «естественным» образом вместе с исходными дифференциальными уравнениями (уравнениями Эйлера) из соответствующего вариационного принципа, в то время как существенные граничные условия должны выполняться независимо.

С позиции метода конечных элементов существенные граничные условия – это такие, которые непосредственно влияют на степени свободы модели и накладываются на компоненты глобального вектора неизвестных  $U$ . Наоборот, естественные граничные условия – это такие, которые опосредованно влияют на степени свободы через глобальную систему конечно-элементных уравнений и накладываются на правую часть системы – вектор  $F$ .

В задачах механики, как правило, к существенным граничным условиям относят те, которые включают в себя *перемещения* (но не деформации, представляющие собой производные перемещений по пространственным координатам). Согласно терминологии теории упругости такие граничные условия называются *кинематическими*. Например, заделка и шарнирное опирание в стержневых задачах представляют собой существенные, или кинематические, граничные условия, наложенные на прогиб или продольные перемещения точек стержня. Заметим, что в задаче изгиба стержня к существенным условиям относится также условия, наложенные на первую производную по продольной координате от прогиба стержня, которая имеет механический смысл угла поворота сечения стержня. Тоже можно сказать об углах поворота сечений в теории изгиба пластин.

К естественным граничным условиям в механических приложениях МКЭ относят условия, наложенные на различные внешние силовые факторы, действующие на точки поверхности тела – сосредоточенные силы и моменты в стержневых задачах; распределенные силы в двумерных и трехмерных задачах. Такие ограничения носят название *силовых* граничных условий.

В постановках задач механики сплошной среды, и в частности теории упругости, широко используются *смешанные* граничные условия. Это означает, что в данной точке поверхности тела одновременно заданы некоторые компоненты перемещений и поверхностных сил. Например, такие условия возникают при решении геометрически симметричных задач. Если остальные граничные условия и внешние силы также зеркально симметричны относительно некоторой плоскости, то смешанные граничные условия на плоскости симметрии представляют собой равенство нулю нормальных перемещений и равенство нулю касательных сил.

Перечисленные три варианта граничных условий наиболее распространены в чисто механических приложениях МКЭ. Однако, в междисциплинарных приложениях МКЭ, и в частности, при расчете температурных напряжений, граничные условия накладываются на различные физические перемен-

ные и зависят от особенностей математической постановки соответствующих задач.

### Лекция 11. Понятие функционала.

Рассмотрим определённый интеграл вида:

$$\Phi = \int_0^1 y^2 dx \quad (3)$$

Этот интеграл можно вычислять только зная вид подынтегральной функции  $y = y(x)$ ,  $x \in [0,2]$ . Можно получить различные значения этого интеграла. Например,

$y$	$y_1 = x^2$	$y_2 = \sin x$	$y_3 = \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$	...
$\Phi$	$\int_0^2 x^4 dx = 64$	$\int_0^2 \sin^2 x dx = 1,19$	$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2,83$	...

Тогда закон соответствия между различными функциями ( $y = y_1(x)$ ,  $y = y_2(x)$ , ...) и числами, которые получаются после интегрирования функции на заданном интервале, представляет собой **функционал**, где в качестве аргумента выступают функции, а в качестве новой функции получается функционал.

Пример:  $\Phi = \int_0^2 y^2 dx$        $L = \int_0^2 z^2 dx$

Приведенные функции представляют собой один и тот же функционал. Но, допустим,  $G = \int_0^3 y^2 dx$  дает другой функционал, так как задан на другом диапазоне  $x \in [0,3]$ .

В задачах на определение экстремума функционалов ищется такая функция (экстремаль), при подстановке которой в функционал достигается экстремум. В более общем виде для одномерного случая функционал можно записать следующим образом:

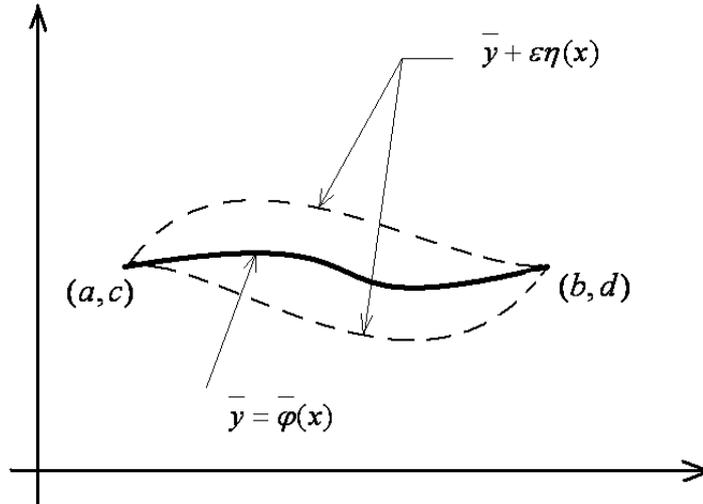
$$\Phi = \int_a^b F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx \quad (4)$$

Число неизвестных функций ( $y_1, y_2, y_3, \dots$ ) под знаком интеграла может быть, конечно, увеличено, тогда экстремаль получается соответственно в трехмерном, четырехмерном и т.д. пространствах. Число независимых аргументов также может быть увеличено, а также в связи с этим получают двойные и тройные интегралы.

Ограничимся рассмотрением такого функционала:

$$\Phi = \int_a^b F(x, y, y') dx \quad (5)$$

### Минимизация функционала



Из всех криволинейных функций вида  $y = \varphi(x)$ , проходящих через координаты точек  $(a, c)$  и  $(b, d)$  необходимо найти ту, уравнение которой, подставленное в интеграл, доставило бы ему экстремальное значение.

Пусть экстремаль найдена и её уравнение дано в форме  $\bar{y} = \bar{\varphi}(x)$ . Тогда рассмотрим кривые, которые проходят через те же крайние точки и немного отклоняются от экстремали. Это так называемые **вариации**. Это аналог приращения аргумента в дифференциальном исчислении, здесь же аргументом является функция  $\bar{\varphi}(x)$ . Таким образом, варьирование – это операция, родственная дифференцированию. То есть, можно сказать, что происходит дифференцирование функционала по форме его функционального аргумента.

Общее уравнение кривых сравнения можно представить в форме

$$y = \bar{y} + \varepsilon \eta(x),$$

где  $\varepsilon$  - произвольная переменная величина, не зависящая от  $x$ ;

$\eta(x)$  - любая непрерывная функция, обладающая свойствами:

$$\begin{cases} \eta(a) = 0 \\ \eta(b) = 0 \end{cases}$$

Таким образом, форма функции  $\bar{y}$  регулируется теперь одним параметром  $\varepsilon$ , то есть ясно, что значение интеграла  $\Phi$  также будет зависеть от величины  $\varepsilon$ .

Другими словами, можно сказать, что функционал  $\Phi$  превратился в функцию одного аргумента  $\varepsilon$ , следовательно экстремум такой функции найдется из известного условия:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = 0, \quad \text{где} \quad \Phi = \int_a^b F(x, y, y') dx \quad (6)$$

## Лекция 12. Уравнение Эйлера-Лагранжа

Дифференцируя  $\Phi$  по  $\varepsilon$  как сложную функцию этого параметра, найдем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = \int_a^b \left[ \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial \varepsilon} \right] dx$$

$$y = \bar{y} + \varepsilon \eta(x), \quad y' = \bar{y}' + \varepsilon \eta'(x)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varepsilon} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} = \eta(x), \quad \frac{\partial y'}{\partial \varepsilon} = \eta'(x)$$

Подставляя эти зависимости в условие экстремума получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = \int_a^b \left[ \frac{\partial F}{\partial x} \cdot 0 + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \eta(x) + \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot \eta'(x) \right] dx$$

Последний член подынтегрального выражения проинтегрируем, взяв по частям:

$$\int_a^b \frac{\partial F}{\partial y'} \eta'(x) dx = \eta(x) \frac{\partial F}{\partial y'} \Big|_a^b - \int_a^b \eta(x) \cdot \left( \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right) dx$$

Учитывая свойства  $\eta(x)$  полученное выражение примет вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = \int_a^b \left[ \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \eta(x) dx = 0$$

Так как по смыслу задачи  $\eta(x) \neq 0$ , то получаем

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \tag{7}$$

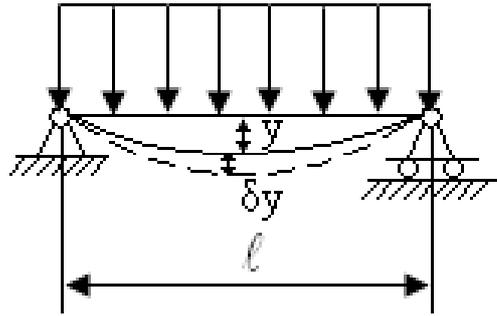
Уравнение (4) называют уравнением Эйлера-Лагранжа, которое представляет собой ОДУ первого и выше порядка для нахождения экстремума, который неявно входит в функцию  $F(x, y, y')$ .

Если рассматривать функционал в общем виде, то уравнение Эйлера-Лагранжа в обобщенном виде будет выглядеть:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial F}{\partial y''} \right) + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \left( \frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} \right) = 0$$

Задача изгиба балки.

Рассмотрим пример:



Пусть имеется балка под произвольной нагрузкой  $q(x)$ , которая находится в состоянии равновесия. Из принципа возможных перемещений Лагранжа следует, что работа всех сил, обеспечивающих балке равновесие на введенных нами бесконечно малых смещениях  $y$  равна нулю.

Равновесными являются две категории сил (это силы внешние и внутренние). Работу внешних сил можно посчитать как произведение интенсивности нагрузки  $q(x)$  на ординаты дополнительных смещений.

Работу внутренних сил можно посчитать как прирост потенциальной энергии упругой деформации  $T$ .

Это в свою очередь дает следующее:

$$\Sigma (q(x) \cdot \delta y - T) = 0 \quad (6)$$

$$\text{Так как нагрузка } q(x) \text{ - постоянна, то } \begin{cases} q(x) \cdot \delta y - T = 0 \\ q(x) \cdot \delta y = T \end{cases}$$

или же  $\delta [q(x) \cdot y - T]$

Работа внешних сил определяется как интеграл  $\int_0^l q(x)y dy$ .

$$\text{Работа внутренних сил: } T = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_x^2}{EJ} dx.$$

Известно, что момент находится по следующему выражению:

$$M_x = EJ \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

Тогда условие равновесия описывается:

$$\Phi = \int_a^b \left[ q(x)y - \frac{EJ}{2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 \right] dx \quad (7)$$

Упругая линия  $y = \varphi(x)$  балки, которая проходит через опорные точки, будет экстремалью данного функционала. Можно применить формулу Эйлера-Лагранжа в форме (5), соответствующую функционалу (7) и содержащую члены не старше второй производной.

$$F(x, y, y', y'') = q(x)y - \frac{EJ}{2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2$$

Тогда можно расписать:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = q(x), \quad \frac{\partial F}{\partial y'} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y''} = -\frac{EJ}{2} \cdot \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right), \quad \frac{\partial^2 \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)}{\partial x^2} = -EJ \cdot \frac{d^4 y}{dx^4}$$

Всё это подставляем в уравнение Эйлера-Лагранжа, получаем:

$$q(x) - EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = 0$$

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x). \text{ Это уравнение изгиба балки. Его необходимо интегри-}$$

ровать при заданных начальных условиях, чтобы решить задачи.

Таким образом, вариационное исчисление дает общую методику составления дифференциальных уравнений как теории упругости, так и строительной механики.

Кроме этого вариационное исчисление дает возможность получить приближенное решение любой задачи упругости.

### **Лекция 13. Приближенные методы.**

#### *Метод Бубнова-Галеркина.*

Рассмотрим метод Бубнова-Галеркина, которые имеет непосредственное отношение к конечным элементам. Пусть имеется дифференциальное уравнение вида:

$$L(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (8)$$

и заданы граничные условия для  $y, y', y''$ . По методы Бубнова-Галеркина приближенное решение ищется в виде:

$$\varphi = A_1 \cdot \varphi_1(x) + A_2 \cdot \varphi_2(x) + \dots + A_n \cdot \varphi_n(x) \quad (9)$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_n$  - некоторые постоянные коэффициенты,  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  - весовые функции, выбираются из физических соображений правдоподобия таким образом, чтобы они удовлетворяли граничным условиям при любом значении неопределённых коэффициентов.

Подставим решение (9) в дифференциальное уравнение (8):

$$L(x, A_1, A_2, \dots, A_n) = f(x) \neq 0 \quad (10)$$

Если бы решение (9) было бы точным, то (10) равнялось бы нулю. В случае приближенного решения получается некоторая функция  $f(x)$ , которая дает отклонение от точного решения. Эту функцию также называют *невязкой*.

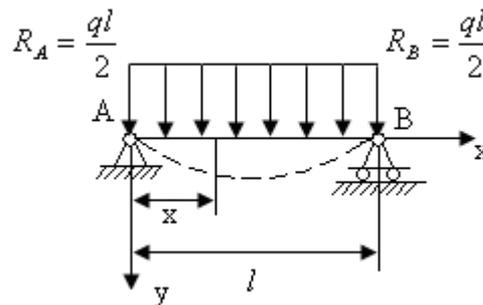
Далее умножают эту функцию-невязку последовательно на  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$ , затем вычитают определенный интеграл от каждого такого произведения, а результат приравнивают к нулю. То есть:



Так как  $\int_a^b \sin^2 \frac{\pi(x-a)}{(b-a)} dx$  не может быть равен нулю, то  $B_1=0$ . Следовательно  $B_2 = 0, \dots, B_n = 0$ . Тогда из (13) можно получить невязку:  $f(x) = B_{n+1} \sin \frac{(n+1)\pi(x-a)}{(b-a)} + \dots$ , которая, уменьшаясь, приближается к нулю:  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

Последнее показывает, что, увеличивая число слагаемых в (9) мы получаем все более точное решение.

Рассмотрим приложение этого метода к решению дифференциального уравнения упругой линии балки, загруженной равномерной распределенной нагрузкой  $q$ .



Из курса сопротивления материалов известно, что дифференциальное уравнение балки:

$$EJ\varphi'' = \frac{qx^2}{2} - \frac{ql}{2}x \tag{14}$$

причем, это уравнение может быть получено из  $EJ \frac{d^4\varphi}{dx^4} = q(x)$  (из условия минимизации функционала (7) при граничных условиях  $y_1(x) = 0, y_2(x) = l$ ).

Изгибающий момент:

$$M(x) = \sum M_i = qx \frac{x}{2} - \frac{ql}{2}x$$

Будем искать не точное, а приближенное решение по методу Бубнова-Галеркина.

Так как погрузка симметрична, то будем искать приближенное решение, например, в виде одного слагаемого суммы (9).

$$\varphi = A \sin \frac{\pi x}{l} \quad x \in [0, l] \tag{15}$$

где  $A$  – неопределенный коэффициент, соответствующий максимальному изгибу

$\sin \frac{\pi x}{l} = \varphi(x)$ , причем  $\varphi(x)$  удовлетворяет начальным условиям  $\varphi(0) = 0, \varphi(l) = \sin \frac{\pi l}{l} = 0$ , что соответствует физическому смыслу задачи. Тогда, по методу Бубнова-Галеркина, подставляем приближенное решение (15) в дифференциальное уравнение (14) и получаем функцию-невязку:

$$EJA \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} - q \frac{x^2}{2} + \frac{ql}{2} x = f(x) \neq 0$$

Умножим эту невязку на  $\varphi_1(x) = \sin \frac{\pi x}{l}$  и интегрируем на  $[0, l]$  и результат приравняем к нулю:

$$\int_a^b \left( EJA \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} - q \frac{x^2}{2} + \frac{ql}{2} x \right) \sin \frac{\pi x}{l} dx = 0$$

Так как

$$1) \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{1}{2} l$$

$$2) \int_0^l x \sin \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l^2}{\pi}$$

$$3) \int_0^l x^2 \sin \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l^3}{\pi} \left( 1 - \frac{4}{\pi^2} \right)$$

Уравнение (17) приобретает вид:

$$EJA \frac{\pi^2 l}{2l^2} + \frac{ql^3}{2\pi} \left( 1 - \frac{4}{\pi^2} \right) - \frac{qx^2 l^2}{2 \pi} = 0$$

Полученное уравнение представляет собой алгебраическое уравнение для неизвестного коэффициента  $A$ .

$$EJA \frac{\pi^2}{2l} = \frac{ql^3}{2\pi} \left( 1 - 1 + \frac{4}{\pi^2} \right) = \frac{2ql^3}{\pi}$$

$$y_{\max} = \frac{ql^4}{EJ\pi^2} = 0,013071 \frac{ql^4}{EJ}$$

Таким образом, приближенное решение (14) будет иметь вид:

$$y = \frac{ql^4}{EJ} \frac{4}{\pi^5} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Известно, что точное решение (14) дает:

$$y_{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql}{EJ} \approx 0,031021 \frac{ql^4}{EJ}$$

Высокая точность приближенного решения объясняется удачным выбором аппроксимирующей функции:  $y = A \sin \frac{\pi x}{l}$ .

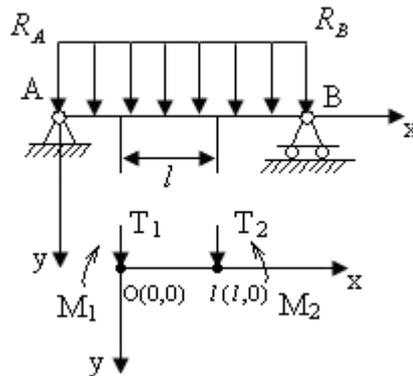
В общем случае нагружения балки пришлось бы искать решение уравнения, например, в виде суммы:

$$y = A_1 \sin \frac{\pi x}{l} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$$

## Лекция 14. Матрица жесткости.

### Функции Эрмита

Рассмотрим следующую задачу:



Причем, точки  $(0,0)$  и  $(l,0)$  будем называть узлами элемента.

Пусть матрица нагрузки в узлах будет выглядеть:

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ M_1 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

Матрица перемещений в узлах:

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

При упругих деформациях связь между нагрузкой и перемещением описывается с помощью закона Гука:

$$\{P\} = [K] \cdot \{\delta\}$$

где  $K$  - матрица жесткости.

При равновесии упругой системы (как выше рассматривалось), функционал полной энергии достигает минимума, то есть, минимизируя функционал, мы определяем те деформации, при которых наступило состояние равновесия.

Тогда функционал потенциальной энергии деформации (6) для элемента балки  $[0, l]$  будет выглядеть следующим образом:

$$\Phi = \int_0^l \left[ q(x)y - \frac{EJ}{2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 \right] dx \quad (16)$$

Будем искать уравнение упругой линии на участке  $[0, l]$ , причем уравнение будем искать в виде полинома третьей степени, который содержит 4 члена, согласно четырем неизвестным  $(\varphi_1, \varphi_2, \theta_1, \theta_2)$ .

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \quad (17)$$

В этом случае углы поворота будут определяться:

$$\theta = \frac{d\varphi}{dx} = 0 + \alpha_2 + 2\alpha_3 x + 3\alpha_4 x^2 \quad (18)$$

Тогда система уравнений переписывается в виде:

$$\begin{cases} \varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \\ \theta = 0 + 0 + 2\alpha_3 + 3\alpha_4 x^2 \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} \varphi \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Подставив координаты узловых точек в систему (4) для конечного элемента балки получим:

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$\text{или } \{\delta\} = [A] \cdot \{\alpha\} \quad (21)$$

$$\text{где } \{\delta\} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (7) - \text{ матрица перемещений}$$

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (22) - \text{ матрица коэффициентов полинома (1)}$$

Решение уравнения (21) имеет вид:

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \cdot \{\delta\} \quad (22)$$

где  $[A]^{-1}$  - обратная матрица, определяемая по известным правилам (алгебраические дополнения для элементов транспонированной матрицы также находят по известным правилам).

Тогда:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{l^4} \cdot \begin{bmatrix} l^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l^4 & 0 & 0 \\ -3l^2 & 2l^3 & 3l^2 & -3l^3 \\ 2l & l^2 & -2l & l \end{bmatrix} \quad (23)$$

Тогда после подстановки получаем:

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ -\frac{3}{l^2}\varphi_1 - \frac{2}{l}\theta_1 + \frac{3}{l^2}\varphi_2 - \frac{1}{l}\theta_2 \\ \frac{2}{l^3}\varphi_1 + \frac{1}{l^2}\theta_1 - \frac{2}{l^3}\varphi_2 + \frac{1}{l^2}\theta_2 \end{bmatrix}$$

Подставив найденные значения  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  в полином (2) получим:

$$\begin{aligned} \varphi &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 = \begin{Bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ -\frac{3}{l^2}\varphi_1 - \frac{2}{l}\theta_1 + \frac{3}{l^2}\varphi_2 - \frac{1}{l}\theta_2 \\ \frac{2}{l^3}\varphi_1 + \frac{1}{l^2}\theta_1 - \frac{2}{l^3}\varphi_2 + \frac{1}{l^2}\theta_2 \end{Bmatrix} = \\ &= \varphi_1 + x\theta_1 + x^2 \left( -\frac{3}{l^2}\varphi_1 - \frac{2}{l}\theta_1 + \frac{3}{l^2}\varphi_2 - \frac{1}{l}\theta_2 \right) + x^3 \left( \frac{2}{l^3}\varphi_1 + \frac{1}{l^2}\theta_1 - \frac{2}{l^3}\varphi_2 + \frac{1}{l^2}\theta_2 \right) \end{aligned}$$

Перепишем выражение, расположив слагаемые по узловым деформациям  $\varphi_1, \theta_1, \varphi_2, \theta_2$ , тогда уравнение балки примет вид:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 \left( 1 - \frac{3}{l^2}x^2 + \frac{2}{l^3}x^3 \right) + \theta_1 \left( x - \frac{2}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3 \right) + \varphi_2 \left( \frac{3}{l^2}x^2 - \frac{2}{l^3}x^3 \right) + \theta_2 \left( -\frac{1}{l}x^2 + x^3 \frac{1}{l^2} \right) = \\ &= \varphi_1 \mathcal{E}_1(x) + \theta_1 \mathcal{E}_2(x) + \varphi_2 \mathcal{E}_3(x) + \theta_2 \mathcal{E}_4(x) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\varphi = \begin{Bmatrix} \varphi_1 & \theta_1 & \varphi_2 & \theta_2 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathcal{E}_1 \\ \mathcal{E}_2 \\ \mathcal{E}_3 \\ \mathcal{E}_4 \end{Bmatrix}, \quad \text{где } \mathcal{E}_i \text{ - полиномы Эрмита}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = 1 - \frac{3}{l^2}x^2 + \frac{2}{l^3}x^3 \\ \mathcal{E}_2 = x - \frac{2}{l}x^2 + \frac{1}{l^2}x^3 \\ \mathcal{E}_3 = \frac{3}{l^2}x^2 - \frac{2}{l^3}x^3 \\ \mathcal{E}_4 = -\frac{1}{l}x^2 + x^3 \frac{1}{l^2} \end{cases} \begin{cases} \mathcal{E}'_1 = -\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3} \\ \mathcal{E}'_2 = 1 - \frac{4x}{l} + \frac{3x^2}{l^2} \\ \mathcal{E}'_3 = \frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3} \\ \mathcal{E}'_4 = -\frac{2x}{l} + \frac{3x^2}{l^2} \end{cases} \quad (24)$$

Таким образом, интерполирующий полином (2), подставленный в виде (24) позволяет вычислить прогиб  $\varphi$  и узлы поворота  $\theta$  в любой точке элемента балки  $[0, l]$  через узловые прогибы и углы поворота с помощью так называемых функций форм (в рассмотренном случае это полиномы Эрмита).

В методе конечных элементов выражение (23), которое представляет собой искомым полином (1) записывают в виде:

$$y = \delta_1 N_1 + \delta_2 N_2 + \delta_3 N_3 + \delta_4 N_4 \quad (23^*)$$

$$\begin{aligned} \delta_i &= \varphi_i \\ N_i &= \mathcal{E}_i \end{aligned} \quad \text{- образуют матрицы угловых перемещений}$$

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \theta_1 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Величины  $N_i$  - образуют матрицу форм:  $\{N\} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix}$

Следовательно,  $y = \{\delta\}^{-1} \cdot \{N\}$

**Лекция 15. Матрица жесткости для элемента балки.**

Подставим полученное решение для  $y$  (из (23\*)) в функционал (3):

$$\Phi = \int_0^l \left[ q(x) \cdot (\delta_1 N_1 + \delta_2 N_2 + \delta_3 N_3 + \delta_4 N_4) - \frac{EJ}{2} \left( \frac{d^2(\delta_1 N_1 + \delta_2 N_2 + \delta_3 N_3 + \delta_4 N_4)}{dx^2} \right)^2 \right] dx$$

Тогда, дифференцируя от 0 до  $l$  получаем при  $E$  и  $J = \text{const}$  (т.к.  $\delta_i$  не зависят от  $x$ ) получаем 10 следующих величин для второй части функционала:

$$\int_0^l \left( N_1'' \right)^2 dx = \int_0^l \left( -\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3} \right)^2 dx = \frac{12}{l^3}$$

$$\int_0^l \left( N_2'' \right)^2 dx = \int_0^l \left( -\frac{4}{l} + \frac{6x}{l^2} \right)^2 dx = \frac{4}{l}$$

$$\int_0^l \left( N_3'' \right)^2 dx = \int_0^l \left( \frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3} \right)^2 dx = \frac{12}{l^3}$$

$$\int_0^l \left( N_4'' \right)^2 dx = \int_0^l \left( -\frac{2}{l} + \frac{6x}{l^2} \right)^2 dx = \frac{4}{l}$$

$$\int_0^l \left( N_1'', N_2'' \right) dx = \frac{6}{l^2}$$

$$\int_0^l \left( N_2'', N_3'' \right) dx = \frac{6}{l^2}$$

$$\int_0^l \left( N_1'', N_3'' \right) dx = -\frac{12}{l^3}$$

$$\int_0^l \left( N_2'', N_4'' \right) dx = \frac{2}{l}$$

$$\int_0^l \left( N_1'', N_4'' \right) dx = \frac{6}{l^2}$$

$$\int_0^l \left( N_3'', N_4'' \right) dx = -\frac{6}{l^2}$$

$\Phi(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4) = \int_0^l q(x) \cdot (\delta_1 N_1 + \delta_2 N_2 + \delta_3 N_3 + \delta_4 N_4) - \left[ \frac{EJ}{2} \left( \delta_1^2 \frac{12}{l^3} + \delta_2^2 \frac{4}{l} + \delta_3^2 \frac{12}{l^3} + \delta_4^2 \frac{4}{l} + 2\delta_1 \delta_2 \frac{6}{l^2} + 2\delta_1 \delta_3 \left( -\frac{12}{l^3} \right) + 2\delta_1 \delta_4 \frac{6}{l^2} + 2\delta_2 \delta_3 \frac{6}{l^2} + 2\delta_2 \delta_4 \frac{2}{l} + 2\delta_3 \delta_4 \left( -\frac{6}{l^2} \right) \right) \right]$	<b>((25))</b>
--	---------------

Поэтому, минимизация функционала (1) приводит к нахождению  $\min$  функции четырех независимых переменных:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \delta_1} = 0 \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_2} = 0 \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_3} = 0 \quad (26)$$

Тогда, вычислив соответствующие частные производные, получаем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} EJ \left( 2\delta_1 \frac{12}{l^3} + 2\delta_2 \frac{6}{l^2} - 2\delta_3 \frac{12}{l^3} + 2\delta_4 \frac{6}{l^2} \right) = \int_0^l q(x) N_1 dx \\ \frac{1}{2} EJ \left( 2\delta_1 \frac{12}{l^2} + 2\delta_2 \frac{6}{l} - 2\delta_3 \frac{12}{l^2} + 2\delta_4 \frac{6}{l} \right) = \int_0^l q(x) N_2 dx \\ \frac{1}{2} EJ \left( -2\delta_1 \frac{12}{l^3} - 2\delta_2 \frac{6}{l^2} + 2\delta_3 \frac{12}{l^3} - 2\delta_4 \frac{6}{l^2} \right) = \int_0^l q(x) N_3 dx \\ \frac{1}{2} EJ \left( 2\delta_1 \frac{6}{l^2} + 2\delta_2 \frac{2}{l} - 2\delta_3 \frac{6}{l^2} + 2\delta_4 \frac{4}{l} \right) = \int_0^l q(x) N_4 dx \end{cases} \quad (27)$$

Докажем теперь, что

$\int_0^l q(x) N_1 dx = T_1$	$\int_0^l q(x) N_3 dx = T_2$
$\int_0^l q(x) N_2 dx = M_1$	$\int_0^l q(x) N_4 dx = M_2$

$T_1, M_1, T_2, M_2$  - сосредоточенные силы и моменты, которые эквивалентны распределенной нагрузке  $q$ .

Запишем выражение для работы от действия распределенной нагрузки  $q$ , приведенной к узловым перемещениям:

$$\begin{aligned} \delta_1 = \varphi_1 \quad \delta_2 = \theta_1 \\ \delta_3 = \varphi_2 \quad \delta_4 = \theta_2 \\ \Delta A_{распр.} = \int_0^l q(x) \Delta y dx = \int_0^l q(x) [\Delta \delta_1 N_1 + \Delta \delta_2 N_2 + \Delta \delta_3 N_3 + \Delta \delta_4 N_4] dx = \\ = \Delta \delta_1 \int_0^l q(x) N_1 dx + \Delta \delta_2 \int_0^l q(x) N_2 dx + \Delta \delta_3 \int_0^l q(x) N_3 dx + \Delta \delta_4 \int_0^l q(x) N_4 dx \end{aligned} \quad (28)$$

Работа сосредоточенных сил и моментов запишется в следующем виде:

$$\Delta A_{экви.} = T_1 \Delta \delta_1 + M_1 \Delta \delta_2 + T_2 \Delta \delta_3 + M_2 \Delta \delta_4 \quad (30)$$

Приравняв выражения для работ, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \delta_1 \int_0^l q(x) N_1 dx + \Delta \delta_2 \int_0^l q(x) N_2 dx + \Delta \delta_3 \int_0^l q(x) N_3 dx + \Delta \delta_4 \int_0^l q(x) N_4 dx = \\ = T_1 \Delta \delta_1 + M_1 \Delta \delta_2 + T_2 \Delta \delta_3 + M_2 \Delta \delta_4 \end{aligned}$$

На основе принципа суперпозиции (независимости действия сил), если положить, что  $M_1 = 0$ ,  $T_1 = 0$ ,  $M_2 = 0$ , получаем от действия только силы  $T_1$  следующее:

$$\Delta \delta_1 \int_0^l q(x) N_1 dx = \Delta \delta_1 T_1$$

Аналогично получаются и остальные. Таким образом, система уравнений (30) примет следующий вид:

$$\begin{cases} T_1 = \int_0^l q(x)N_1 dx \\ M_1 = \int_0^l q(x)N_2 dx \\ T_2 = \int_0^l q(x)N_3 dx \\ M_2 = \int_0^l q(x)N_4 dx \end{cases} \quad (31)$$

Тогда (27) в матричном виде переписывается:

$$\frac{EJ}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ M_1 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

где  $\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} = K \quad (33)$  – матрица жесткости элемента балки

$[0, l]$  при изгибе.

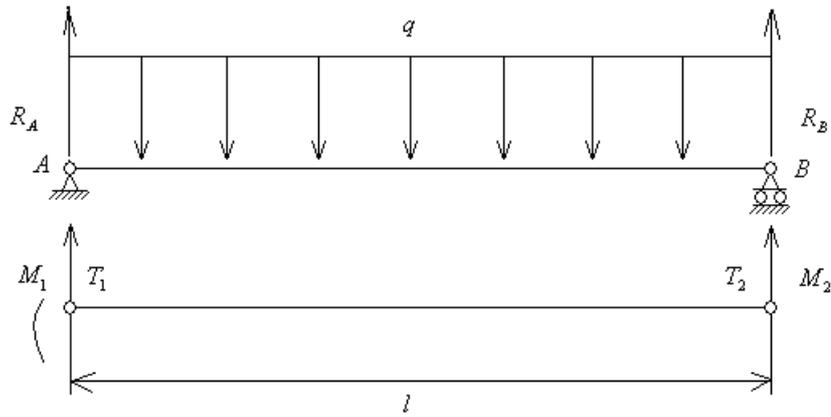
$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ M_1 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix}$$

Если модуль упругости и момент инерции является переменной величиной, то их не следует выносить за знак интеграла. То есть, зная закон изменения этих величин по длине элемента балки  $L$  можно получить матрицу жесткости для элемента балки с переменным сечением или для балки из композиции материалов. Таким образом, (18) соответствует минимуму функционала (3).

Выражение (33) является важнейшим понятием МКЭ и представляет собой матрицу жесткости балки, зная которую и решив систему (32) можно определить искомое перемещение в узлах:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \varphi_1 \\ \delta_2 &= \theta_1 \\ \delta_3 &= \varphi_2 \\ \delta_4 &= \theta_2 \end{aligned}$$

Прогибы и углы поворота в произвольных точках элемента балки находятся по формуле (23\*) с использованием функций форм  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4$



Вычислим сосредоточенные узловые моменты, эквивалентные распределенной нагрузке:

$$T_1 = \int_0^l q(x)N_1 dx = q \int_0^l \left(1 - \frac{3}{l^2}x^2 - \frac{2}{l^3}x^3\right) dx = \frac{ql}{2}$$

Аналогично и остальные:

$$T_2 = \frac{ql}{2}$$

$$M_1 = \frac{ql^2}{12}; \quad M_2 = -\frac{ql^2}{12};$$

$$T_A = R_A + T_1 = 0; \quad M_A = M_1 = \frac{ql^2}{12}$$

Составим систему уравнений, которая будет соответствовать рассматриваемой задаче на основе уравнения (19):

$$\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A \\ M_B \\ T_A \\ M_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l^2 \\ 0 \\ -q \frac{l^2}{12} \end{bmatrix}$$

Тогда перемножение этих матриц даст нам систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{EJ}{l^3}(12\delta_1 + 6l\delta_2 - 12\delta_3 + 6l\delta_4) = 0 \\ \frac{EJ}{l^3}(6l\delta_1 + 4l^2\delta_2 - 6l\delta_3 + 2l^2\delta_4) = \frac{ql^2}{12} \\ \frac{EJ}{l^3}(-12\delta_1 - 6l\delta_2 + 12\delta_3 - 6l\delta_4) = 0 \\ \frac{EJ}{l^3}(6l\delta_1 + 2l^2\delta_2 - 6l\delta_3 + 4l^2\delta_4) = 0 \end{cases}$$

Решение этой системы даст величины узловых перемещений  $\delta_i$ . Однако, матрица системы (19) вырождена, потому что первая и третья строки пропорциональны. Таким образом, ранг матрицы системы равен нулю и ранг расширенной матрицы равен нулю. Незвестных величин – четыре, поэтому, согласно теореме Кронекера, система имеет бесчисленное множество решений. Чтобы получить единственное решение необходимо ввести две произ-

вольные величины для двух неизвестных. Тогда две оставшиеся величины могут быть через них выражены. Эти две произвольные величины могут быть взяты из начальных условий (перемещение в точках А и В равны нулю, т.е.  $\delta_1$  и  $\delta_3$  равны нулю). Тогда, учитывая это, система примет вид:

$$\begin{cases} \frac{EJ}{l^3}(6l\delta_2 - 6l\delta_4) = 0 \\ \frac{EJ}{l^3}(4l^2\delta_2 + 2l^2\delta_4) = \frac{ql^2}{12} \\ \frac{EJ}{l^3}(-6l\delta_2 - 6l\delta_4) = 0 \\ \frac{EJ}{l^3}(2l^2\delta_2 + 4l^2\delta_4) = 0 \end{cases}$$

$$\theta_1 = \frac{ql^3}{24EJ} = \delta_2 \quad \theta_2 = -\frac{ql^3}{24EJ} = \delta_4$$

Найденные ответы совпадают с точным решением дифференциального уравнения упругой балки (часть 1 уравнения (15)). Таким образом получены 4 узловых перемещения.

Приближенное решение дифференциального уравнения (32) (из части 1), полученное МКЭ, когда балка представлена одним конечным элементом имеет следующий вид:

$$y = \frac{ql^3}{24EJ}(N_2(x) - N_4(x)) = \frac{ql^3}{24EJ}\left(x - \frac{1}{l}x^2\right)$$

Максимальный прогиб тогда будет в середине балки, где  $x = \frac{l}{2}$ .

Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{мкэ: } y_{\max} &\approx 0,010417 \frac{ql^4}{EJ} \\ \text{точн.: } y_{\max} &\approx 0,013021 \frac{ql^4}{EJ} \end{aligned}$$

Отсюда видна высокая точность МКЭ.

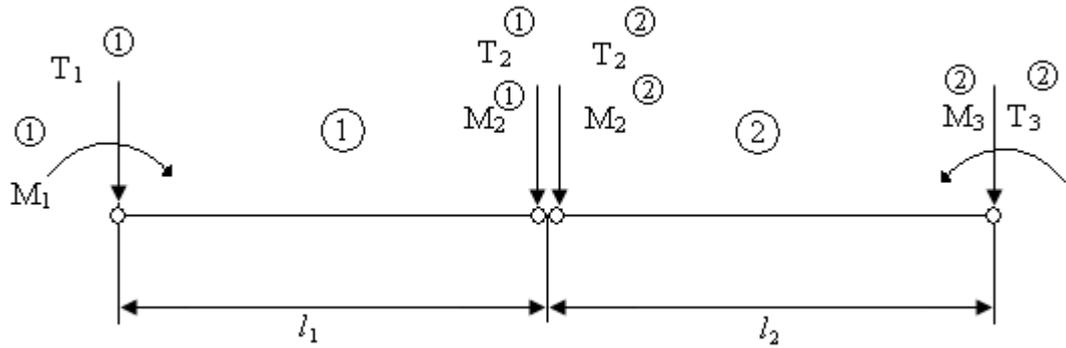
#### *Сборка матрицы жесткости системы нескольких элементов балки*

В случае сложного нагружения балки или переменных значений модуля упругости элемента балки, или же в случае переменного момента инерции нескольких участков балки, необходимо разбить балку на несколько частей. Кроме того увеличение числа конечных элементов повышает точность решаемой задачи. Таким образом, зная матрицы жесткости отдельных элементов балки нам необходимо собрать матрицу жесткости всех элементов балки.

Принцип сборки основывается на том, что в узле, полученном после сборки смежных элементов сила равна сумме сил на концах сопрягаемых элементов. Это же относится и к моментам.

Перемещение одинаково с перемещениями элементов, составляющих общий вид.

**Пример:** состоит из двух конечных элементов длиной  $l_1$  и  $l_2$



Согласно принципу сборки матрицы системы, имеем:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_2^{(1)} + T_2^{(2)} \\ M_2 &= M_2^{(1)} + M_2^{(2)} \end{aligned} \quad (23)$$

Пусть  $[K]^{(1)}$  и  $[K]^{(2)}$  - матрицы жесткости первого и второго элемента балки.

$$[K]^{(1)} = \frac{EJ}{l_1^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_1 & -12 & 6l_1 \\ 6l_1 & 4l_1^2 & -6l_1 & 2l_1^2 \\ -12 & -6l_1 & 12 & -6l_1 \\ 6l_1 & 2l_1^2 & -6l_1 & 4l_1^2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$[K]^{(2)} = \frac{EJ}{l_2^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_2 & -12 & 6l_2 \\ 6l_2 & 4l_2^2 & -6l_2 & 2l_2^2 \\ -12 & -6l_2 & 12 & -6l_2 \\ 6l_2 & 2l_2^2 & -6l_2 & 4l_2^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Запишем систему уравнений (19) элементов балки, дописывая нулевые члены.

Элемент ①

$$\frac{EJ}{l_2^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_2 & -12 & 6l_2 \\ 6l_2 & 4l_2^2 & -6l_2 & 2l_2^2 \\ -12 & -6l_2 & 12 & -6l_2 \\ 6l_2 & 2l_2^2 & -6l_2 & 4l_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ M_1 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Элемент ②

$$\frac{EJ}{l_2^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_2 & -12 & 6l_2 \\ 6l_2 & 4l_2^2 & -6l_2 & 2l_2^2 \\ -12 & -6l_2 & 12 & -6l_2 \\ 6l_2 & 2l_2^2 & -6l_2 & 4l_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_2 \\ M_2 \\ T_3 \\ M_3 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

$$[K]^{(1)} = EJ \begin{bmatrix} \frac{12}{l_1^3} & \frac{6}{l_1^2} & -\frac{12}{l_1^3} & \frac{6}{l_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6}{l_1^2} & \frac{4}{l_1} & -\frac{6}{l_1^2} & \frac{2}{l_1} & 0 & 0 \\ -\frac{12}{l_1^3} & -\frac{6}{l_1^2} & \frac{12}{l_1^3} & -\frac{6}{l_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6}{l_1^2} & \frac{2}{l_1} & -\frac{6}{l_1^2} & \frac{4}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$[K]^{(2)} = EJ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12}{l_2^3} & \frac{6}{l_2^2} & -\frac{12}{l_2^3} & \frac{6}{l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{4}{l_2} & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} \\ 0 & 0 & -\frac{12}{l_2^3} & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{12}{l_2^3} & -\frac{6}{l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{4}{l_2} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Глобальная матрица жесткости системы получается сложением:

$$[K] = [K]^{(1)} + [K]^{(2)} \quad (40)$$

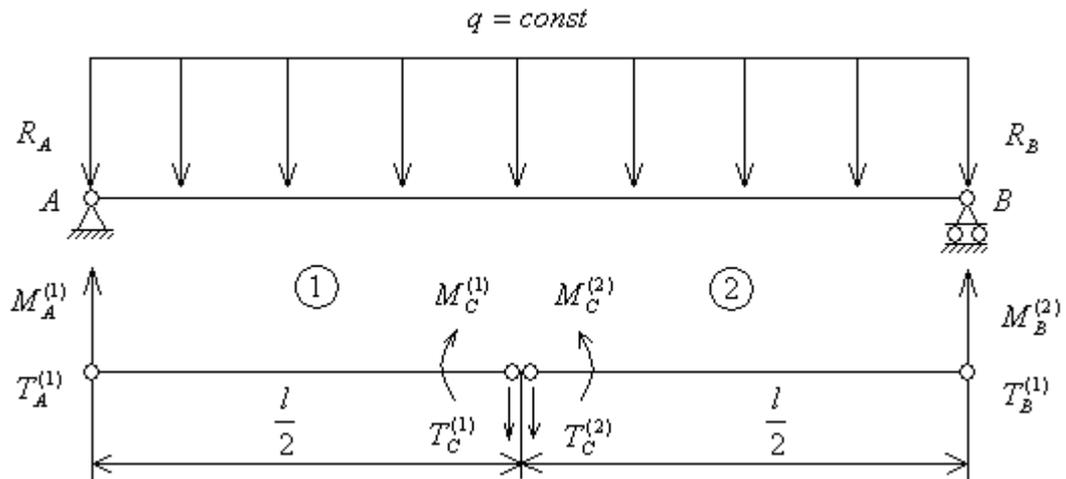
$$K = EJ \begin{bmatrix} \frac{12}{l_1^3} & \frac{6}{l_1^2} & -\frac{12}{l_1^3} & \frac{6}{l_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6}{l_1^2} & \frac{4}{l_1} & -\frac{6}{l_1^2} & \frac{2}{l_1} & 0 & 0 \\ -\frac{12}{l_1^3} & -\frac{6}{l_1^2} & \left( \frac{12}{l_1^3} + \frac{12}{l_2^3} \right) & \left( \frac{6}{l_2^2} - \frac{6}{l_1^2} \right) & -\frac{12}{l_2^3} & \frac{6}{l_2^2} \\ \frac{6}{l_1^2} & \frac{2}{l_1} & \left( \frac{6}{l_2^2} - \frac{6}{l_1^2} \right) & \left( \frac{4}{l_1} + \frac{4}{l_2} \right) & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} \\ 0 & 0 & -\frac{12}{l_2^3} & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{12}{l_1^3} & -\frac{6}{l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6}{l_2^2} & \frac{2}{l_2} & -\frac{6}{l_2^2} & \frac{4}{l_1} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Если модуль упругости момента инерции в первом и во втором элементах балки имеют разные знаки, то они должны быть внесены под знак матриц (38) и (39).

Глобальные матрицы жесткости (21) являются квадратными симметричными матрицами ленточной формы.

Порядок глобальных матриц (31) -  $6 \times 6$ , что соответствует трем узлам, в каждом из которых имеется 2 степени свободы (т.е. перемещение и поворот).

Для сборки матрицы жесткости трех и более элементов поступают аналогичным образом.



$$\text{Узел А: } R_A = -\frac{ql}{2}; \quad M_A^{(1)} = \frac{ql^3}{48}; \quad T_A^{(1)} = \frac{ql}{4}$$

$$\text{Узел В: } R_B = -\frac{ql}{2}; \quad M_B^{(2)} = -\frac{ql^2}{48}; \quad T_B^{(1)} = \frac{ql}{4}$$

$$\text{Узел С: } T_C^{(1)} = \frac{ql}{4}; \quad M_C^{(1)} = -\frac{ql^2}{48}$$

$$T_C^{(2)} = \frac{ql}{4}; \quad M_C^{(2)} = \frac{ql^3}{48}$$

Таким образом, вектор-столбец нагрузки можно записать:

$$\{P\} = \left\{ \begin{array}{c} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{array} \right\}$$

После сборки матрицы жесткости по (31) получим матричное уравнение балки из двух конечных элементов (при  $l = \frac{l}{2}$ )

$$K = EJ \begin{bmatrix} \frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & -\frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & \frac{4 \cdot 2}{l_1} & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & ? & 0 & 0 \\ -\frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & ? & ? & -\frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} \\ \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & ? & ? & ? & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & ? \\ 0 & 0 & -\frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & \frac{12 \cdot 8}{l_1^3} & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} \\ 0 & 0 & \frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & ? & -\frac{6 \cdot 4}{l_1^2} & \frac{4 \cdot 2}{l_1^2} \end{bmatrix}$$

Умножив эту матрицу на вектор перемещений  $(\delta_1 \dots \delta_6)^T$ , приравняем к силам.

Используем граничные условия:  $\delta_1 = \varphi_0 = 0$  и  $\delta_5 = \varphi_l = 0$ .

Имея в виду тот факт, что в силу симметричности движения угол поворота  $\theta$  в среднем узле  $C = 0$ , то есть  $\delta_4 = 0$ .

В матрице системы (32) первый, четвертый и пятый столбцы обратятся в ноль. То есть остаются только 3 неизвестных:  $\delta_2, \delta_3, \delta_6$ . Поэтому, оставив в системе (32) соответствующие уравнения получим модифицированную систему уравнений:

$$EJ \begin{bmatrix} \frac{8}{l} & -\frac{24}{l^2} & 0 \\ -\frac{24}{l^2} & \frac{192}{l^3} & \frac{24}{l^2} \\ 0 & \frac{24}{l^2} & \frac{8}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{ql^2}{48} \\ \frac{ql}{2} \\ -\frac{ql^2}{48} \end{Bmatrix} \quad (42)$$

Здесь видна особенность метода конечных элементов, которая заключается в следующем: учитывая граничные условия, появляется возможность существенно понизить порядок системы.

Преобразуем:

$$\frac{348EJ}{ql^4} \begin{bmatrix} l^2 & -3l & 0 \\ -3l & 24 & 3l \\ 0 & 3l & l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l \\ 24 \\ -l \end{Bmatrix} \quad (43)$$

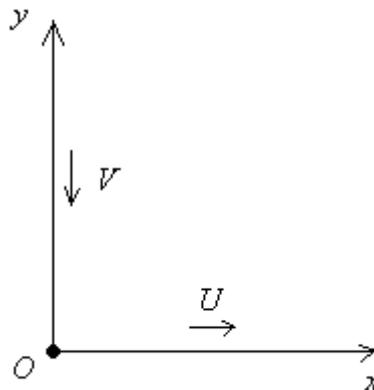
Решив последнюю систему методом Гаусса, получим:

$$\frac{348EJ}{ql^4} \begin{bmatrix} l & -3 & 0 \\ 0 & 5 & l \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 9 \\ -16 \end{Bmatrix}$$

Все три полученных результата совпадают с точным решением.

### Лекция 16. Двумерный конечный элемент.

В плоской задаче теории упругости точки напряженной области получают перемещения, которые характеризуются двумя компонентами  $U$  и  $V$ , соответственно вдоль оси  $OX$  и  $OY$ .



Каждая из этих компонент представляется полиномом, графически его можно изобразить в виде гладких непрерывных поверхностей на плоскости  $XOY$ .

Таким образом, разбив заданную область в плоскости  $XOY$  на конечные элементы аппроксимируем гладкие функции перемещений  $U = U(x, y)$  и  $V = V(x, y)$  каждого элемента полиномом, то есть участками плоскостей или квадратными формами.

Для *треугольного* элемента получается 6 степеней свободы (в каждом из углов по 2 степени), поэтому вводят 6 полиномиальных коэффициентов  $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ .

$$\begin{cases} U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ V = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{cases} \text{ - уравнения плоскости} \quad (1)$$

Для *прямоугольного* конечного элемента необходимо ввести 8 полиномиальных коэффициентов (так как 8 степеней свободы). Тогда квадратная форма будет выглядеть:

$$\begin{cases} U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \\ V = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \end{cases} \quad (2)$$

После подстановки в полиномы (1) координат узлов треугольного элемента  $(i, j, k)$  получаем 6 уравнений:

$$\begin{cases} U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ U_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ U_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k \\ V_i = \alpha_4 + \alpha_5 x_i + \alpha_6 y_i \\ V_j = \alpha_4 + \alpha_5 x_j + \alpha_6 y_j \\ V_k = \alpha_4 + \alpha_5 x_k + \alpha_6 y_k \end{cases} \quad (3)$$

Для *четырёхугольного* элемента (при подстановке в полиномы (2) координат узлов  $i, j, k, l$ ) получаем:

$$\begin{cases} U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 x_i y_i \\ U_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j + \alpha_4 x_j y_j \\ U_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k + \alpha_4 x_k y_k \\ U_l = \alpha_1 + \alpha_2 x_l + \alpha_3 y_l + \alpha_4 x_l y_l \\ V_i = \alpha_5 + \alpha_6 x_i + \alpha_7 y_i + \alpha_8 x_i y_i \\ V_j = \alpha_5 + \alpha_6 x_j + \alpha_7 y_j + \alpha_8 x_j y_j \\ V_k = \alpha_5 + \alpha_6 x_k + \alpha_7 y_k + \alpha_8 x_k y_k \\ V_l = \alpha_5 + \alpha_6 x_l + \alpha_7 y_l + \alpha_8 x_l y_l \end{cases} \quad (4)$$

$$\{\delta\} = [A] \cdot \{\alpha\} \quad (5)$$

Матрица  $A$ , например, для треугольного элемента в общем виде запишется в следующем виде:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & y_j & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad \delta = \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \\ V_i \\ V_j \\ V_k \end{Bmatrix}$$

Аналогично можно составить  $\delta$  и матрицу  $A$  для четырехугольника.

Система уравнений (3) распадается на две подсистемы:

1) с неизвестными  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

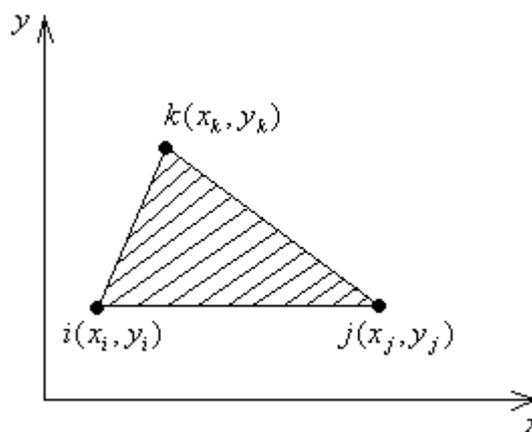
2) с неизвестными  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$

Поэтому можно независимо решить первую подсистему:

$$\begin{cases} U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ U_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ U_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (6^*)$$

$$\{U\} = [A] \cdot \{\alpha\} \Rightarrow \{\alpha\} = [A]^{-1} \{U\} \quad (7)$$



Применяя правило вычисления обратной матрицы получаем:

$$[A]^{-1} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} x_j y_k - x_k y_j & x_k y_i - x_i y_k & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{bmatrix}$$

В развернутом виде получаем:

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} x_j y_k - x_k y_j & x_k y_i - x_i y_k & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Тогда решение для  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  принимает вид:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= [(x_j y_k - x_k y_j)U_i + (x_k y_i - x_i y_k)U_j + (x_i y_j - x_j y_i)U_k] \cdot \frac{1}{2\Delta} \\
\alpha_2 &= [(y_j - y_k)U_i + (y_k - y_i)U_j + (y_i - y_j)U_k] \cdot \frac{1}{2\Delta} \\
\alpha_3 &= [(x_k - x_j)U_i + (x_i - x_k)U_j + (x_j - x_i)U_k] \cdot \frac{1}{2\Delta}
\end{aligned} \tag{9}$$

Решая вторую подсистему системы (3) для  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$  аналогично найдем:

$$\begin{aligned}
\alpha_4 &= [(x_j y_k - x_k y_j)V_i + (x_k y_i - x_i y_k)V_j + (x_i y_j - x_j y_i)V_k] \cdot \frac{1}{2\Delta} \\
\alpha_5 &= [(y_j - y_k)V_i + (y_k - y_i)V_j + (y_i - y_j)V_k] \cdot \frac{1}{2\Delta} \\
\alpha_6 &= [(x_k - x_j)V_i + (x_i - x_k)V_j + (x_j - x_i)V_k] \cdot \frac{1}{2\Delta}
\end{aligned} \tag{10}$$

Подставим (9) и (10) в (1), получим:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2\Delta} \left( [(x_j y_k - x_k y_j)U_i + (x_k y_i - x_i y_k)U_j + (x_i y_j - x_j y_i)U_k] + \right. \\
&+ [(y_j - y_k)U_i + (y_k - y_i)U_j + (y_i - y_j)U_k] + \left. [(x_k - x_j)U_i + (x_i - x_k)U_j + (x_j - x_i)U_k] \right) \\
V &= \frac{1}{2\Delta} \left( [(x_j y_k - x_k y_j)V_i + (x_k y_i - x_i y_k)V_j + (x_i y_j - x_j y_i)V_k] + \right. \\
&+ [(y_j - y_k)V_i + (y_k - y_i)V_j + (y_i - y_j)V_k] + \left. [(x_k - x_j)V_i + (x_i - x_k)V_j + (x_j - x_i)V_k] \right)
\end{aligned}$$

Группируя члены по узловым перемещениям получаем:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2\Delta} (U_i(x_j y_k - x_k y_j + x_k y_i - x_i y_k + x_i y_j - x_j y_i) + U_j(y_j - y_k + y_k - y_i + y_i - y_j) + \\
&+ U_k(x_k - x_j + x_i - x_k + x_j - x_i)) \\
\left\{ \begin{aligned}
U &= \frac{1}{2\Delta} (U_i(x_j y_k - x_k y_j + x_k y_i - x_i y_k + x_i y_j - x_j y_i) + U_j(y_j - y_k + y_k - y_i + y_i - y_j) + \\
&+ U_k(x_k - x_j + x_i - x_k + x_j - x_i)) \\
V &= \frac{1}{2\Delta} (V_i(x_j y_k - x_k y_j + x_k y_i - x_i y_k + x_i y_j - x_j y_i) + V_j(y_j - y_k + y_k - y_i + y_i - y_j) + \\
&+ V_k(x_k - x_j + x_i - x_k + x_j - x_i))
\end{aligned} \right. \tag{11}
\end{aligned}$$

$$\text{Если } U = U_i \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} + U_j \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} + U_k \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2\Delta} \tag{11*}$$

$$\text{то } \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j & a_j = x_k y_i - x_i y_k & a_k = x_i y_j - x_j y_i \\ b_i = y_j - y_k & b_j = y_k - y_i & b_k = y_i - y_j \\ c_i = x_k - x_j & c_j = x_i - x_k & c_k = x_j - x_i \end{cases} \tag{11**}$$

Тогда, коэффициенты перед  $U_i, U_j, U_k$  будем называть функциями формы  $N_i, N_j, N_k$ .

Таким образом, аппроксимирующие полиномы выражаются через функции форм:

$$\begin{cases} U = N_i U_i + N_j U_j + N_k U_k \\ V = N_i U_i + N_j U_j + N_k U_k \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{где } N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta}; \quad N_j = \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta}; \quad N_k = \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2\Delta} \quad (13)$$

Свойства функций форм (13):

- 1) перемещение  $U$  и  $V$ , линейно зависящее от координат в пределах элемента изменяется также линейно вдоль любой прямой линии в элементе, т.е. прямые отрезки в недеформированном элементе (в том числе сторона элемента) остаются прямыми и в деформируемом состоянии.
- 2) Производные функции формы для треугольного элемента не зависят от координат, то есть их величины, а также определяемые ими деформации и напряжения в пределах элемента остаются постоянными.
- 3) Условие сплошности удовлетворяется тем, что элементы в процессе деформирования области не теряют контактов в узловых точках.
- 4) Значение функции формы, например,  $N_i$  в узле  $i$  равно 1, в остальных равно нулю, аналогично и другие функции формы.

### Лекция 17. Матрица жесткости для треугольного элемента.

Рассмотрим теперь способ нахождения матрицы жесткости, основанный на принципе возможных перемещений. При возможном (виртуальном) перемещении узловых точек работа узловых сил должна быть равна работе внутренних напряжений.

Относительная деформация в пределах элемента определяется путем дифференцирования выражения (12) по координатам  $x$  и  $y$ .

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (13)$$

$$\text{Сдвиговые деформации: } \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}$$

Тогда согласно (12) можно записать:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} U_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} U_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} U_k \\ \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} V_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} V_k \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial y} U_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} U_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} U_k + \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} V_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} V_k \end{cases} \quad (14)$$

Тогда с учетом (13) мы получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{b_i}{2\Delta} U_i + \frac{b_j}{2\Delta} U_j + \frac{b_k}{2\Delta} U_k \\ \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{c_i}{2\Delta} V_i + \frac{c_j}{2\Delta} V_j + \frac{c_k}{2\Delta} V_k \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{c_i}{2\Delta} U_i + \frac{c_j}{2\Delta} U_j + \frac{c_k}{2\Delta} U_k + \frac{b_i}{2\Delta} V_i + \frac{b_j}{2\Delta} V_j + \frac{b_k}{2\Delta} V_k \end{array} \right.$$

Или:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k & b_i & b_j & b_k \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} U_i \\ U_j \\ U_k \\ V_i \\ V_j \\ V_k \end{array} \right\} \quad (16)$$

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{\delta\}$$

$$\text{где } [B] = \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k & b_i & b_j & b_k \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\{\sigma\} = \left\{ \begin{array}{l} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{array} \right\} \quad \{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (18)$$

$$\{\sigma\} = [D] \cdot [B] \cdot \{\delta\} \quad (19)$$

$$[D] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

где  $[D]$  - характеризует плосконапряженное упругое состояние.

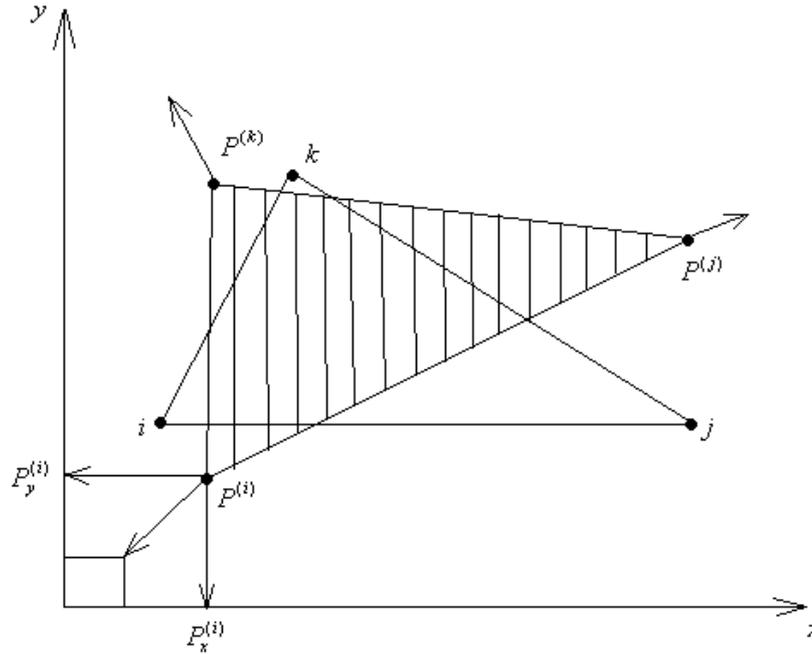
$E$  - модуль упругости I рода (модуль Юнга)

$\mu$  - коэффициент Пуассона.

Зададим бесконечно малое перемещение  $d\delta$  узлу  $i$ -му в направлении оси  $Ox$ .

Тогда можно записать, что полный вектор узловых перемещений будет иметь вид:

$$d\delta = \left\{ \begin{array}{l} d\delta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} = d\delta \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (21)$$



Метод конечных элементов предполагает, что силовые взаимоотношения между элементами осуществляются только в узловых точках  $i, j, k$  приложением узловых сил.

При малом перемещении работу совершает лишь сила  $P_x^{(i)}$ , тогда можно записать:

$$A_{внеш}^{(i)} = d\delta_i \cdot P_x^{(i)} \quad (22)$$

Деформации, которые появляются в элемента и которые вызваны заданными перемещениями узла определяются по формуле:

$$\{d\varepsilon\} = [B] \cdot \{d\delta\} \quad (23)$$

Считаем, что толщина пластинки постоянна, тогда работа внутренних напряжений при возникновении дополнительных деформаций записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} A_{внутр}^{(i)} &= \iiint_V (d\varepsilon_x \sigma_x + d\varepsilon_y \sigma_y + d\gamma_{xy} \tau_{xy}) dV = \iiint_V \begin{pmatrix} d\varepsilon_x & d\varepsilon_y & d\gamma_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} dV = \\ &= \iiint_V \{d\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} dV \end{aligned} \quad (24)$$

Подставив в последнее выражение (23), (19) и (21), получим:

$$A_{внутр}^{(i)} = \iiint_V \{ [B] \{d\delta\} \}^T [D] [B] \{\delta\} dV$$

Разделив на транспонированную матрицу можно записать:

$$A_{внутр}^{(i)} = d\delta_i \iiint_V \{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\} [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV \quad (25)$$

Приравнивая работу внутренних и внешних сил, получим:

$$P_x^{(i)} = \iiint_V \{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\} [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV \quad (27)$$

Аналогично находятся и  $P_y^{(i)}$ ,  $P_x^{(j)}$ ,  $P_y^{(j)}$ ,  $P_x^{(k)}$ ,  $P_y^{(k)}$ .

Тогда:

$$\{P\} = \iiint_V \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV \quad (28)$$

$$\text{Или в общем виде: } \{P\} = [K] \{\delta\} \quad (29)$$

$$\text{где } [K] = \iiint_V \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [B]^T [D] [B] dV \quad (30)$$

Так как  $[B]^T [D] [B]$  - не зависит от  $x$ ,  $y$  и  $z$ , то можно вынести за знак интеграла, тогда  $[K] = [B]^T [D] [B] \iiint_V dV$ , где  $V = \Delta h$  ( $h$  - толщина элемента)

В следствие постоянства функции связи (17), интегрирование по объему  $m$  заменить на умножение на объем. Тогда окончательное выражение для матрицы жесткости будет выглядеть:

$$[K] = [B]^T [D] [B] h \Delta \quad (31)$$

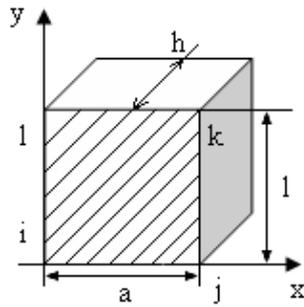
$$[K] = \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i \\ b_j & 0 & c_j \\ b_k & 0 & c_k \\ 0 & c_i & b_i \\ 0 & c_j & b_j \\ 0 & c_k & b_k \end{bmatrix} \cdot \frac{E \cdot h \cdot \Delta}{1 - \mu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_i & c_j & c_k \\ c_i & c_j & c_k & b_i & b_j & b_k \end{bmatrix} = \frac{E \cdot h \cdot \Delta}{1 - \mu} [B]$$

**Лекция 18. Вычисление матрицы жесткости для прямоугольного конечного элемента размерами  $(a \times b)$ .**

Выражение матрицы жесткости для прямоугольного элемента (36) получилось сложнее, чем (31). На это существует две причины:

1. При выборе (46) мы не вводим понятие функции формы

2. Приходится интегрировать полученное выражение, так как элементы матрицы  $B$  не являются постоянными.



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 \end{bmatrix}$$

Тогда

$$[A^{-1}] = \frac{1}{ab} \begin{bmatrix} ab & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ab & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Вычислим интеграл

$$\iiint_v [B(x, y)]^T [D] [B(x, y)] dv$$

где  $B$  берется из (39\*).

$$\iiint_{000}^{abh} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ y & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & y \end{bmatrix} \cdot \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 1 & 0 & y \end{bmatrix} dx dy dz$$

С учетом матриц  $[A]^{-1}$  и  $[A^{-1}]^T$ , проведя умножение матриц и интегрируя окончательно матрицу жесткости, имеем в виде:

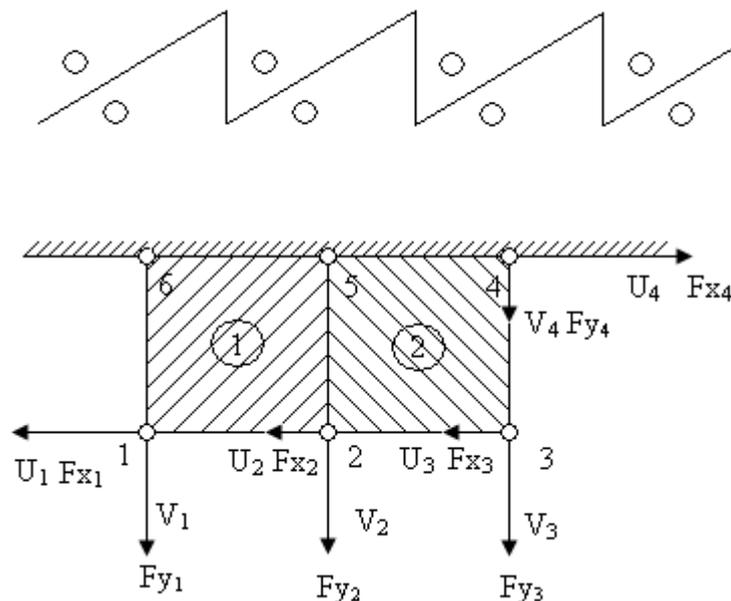
$$[K] = \frac{Eh}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ab & 0 & \frac{ab^2}{2} & 0 & 0 & \mu ab & \frac{\mu a^2 b}{2} \\ 0 & 0 & \frac{cab}{2} & \frac{ca^2 b}{4} & 0 & \frac{cab}{2} & 0 & \frac{cab^2}{4} \\ 0 & \frac{ab^2}{2} & \frac{cab^2}{2} & \frac{1}{3}(ab^3 + \frac{ca^3 b}{2}) & 0 & \frac{ca^2 b}{4} & \frac{\mu ab^2}{2} & \frac{ca^2 b^2}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{cab}{2} & \frac{ca^2 b}{4} & 0 & \frac{cab}{2} & 0 & \frac{cab^2}{4} \\ 0 & \mu ab & 0 & \frac{\mu ab^2}{2} & 0 & 0 & ab & \frac{a^2 b}{2} \\ 0 & \frac{\mu a^2 b}{2} & \frac{cab^2}{4} & \frac{ca^2 b^2}{8} & 0 & \frac{cab^2}{4} & \frac{a^2 b}{2} & \frac{1}{3}(ab^3 + \frac{ca^3 b}{2}) \end{bmatrix}$$

где  $c = 1 - \mu$

Выражение для матриц жесткости (49) и (32) непосредственно применяется при составлении программ вычислений для ЭВМ.

#### Сборка матрицы жесткости системы.

Получив матрицу жесткости для каждого конечного элемента системы необходимо собрать глобальную матрицу жесткости из суммарной вектор-нагрузки. При этом в смежных узлах нагрузка суммируется, а перемещение является общим.



Рассмотрим систему элементов изображенную выше, где  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$  – перемещения по оси  $X$  узлов 1 – 6,  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  – перемещения по оси  $Y$ .

$F_{x1} - F_{x6}$  – компоненты сил по оси  $X$

$F_{y1} - F_{y6}$  – компоненты сил по оси  $Y$

$F$  – вектор приложенных к системе сил.

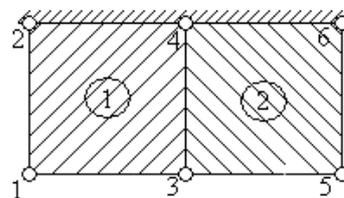
Разбив эту систему на два конечных элемента, можно рассмотреть отдельно узловые силы и перемещения с индексом соответствующего элемента. Там в отличие от обозначения приложенной силы  $F$  в узле можно обозначить  $P_{x_i}^{(1)}$ , где верхний индекс – номер элемента, а  $x_i$  – узел.

Локальные матрицы жесткости имеют размер  $(8 \times 8)$  и могут быть записаны по формуле (49). Но глобальная матрица жесткости системы имеет размер  $(12 \times 12)$ . Поэтому необходимо заготовить поле глобальной матрицы  $(12 \times 12)$  и поместить локальную матрицу первого элемента таким образом, чтобы вместо отсутствующих узлов 3 и 4 будут записаны два ряда путей. Аналогичную процедуру можно проделать для второго элемента.

Таким образом, складывая локальные матрицы в глобальной системе координат, получим глобальную матрицу жесткости системы.

Аналогичная операция производится с вектором сил и вектором перемещений: там, где происходит совпадение, необходимо сложить (например,  $U_{21} + U_{22} = U_2$ ). То же самое и для сил.

Замечание: если нумерация будет другая, например как на рисунке, то глобальная матрица жесткости получится с меньшей шириной ленты, что очень важно для экономии памяти ЭВМ. Ширина ленты определяется по формуле:



$$(DIFF + 1) \cdot DL$$

где  $DIFF$  – максимальная разность в номерах узлов, принадлежащих одному из элементов (в первом способе  $DIFF = 6 - 1 = 5$ . В этом способе - 3).

$DL$  – число степеней свободы в узле (при изгибе балки равно 2, при плоской деформации равно 2, при распространении тепла в пространстве равно 1, при изгибе пластинки равно 3).

## • 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

### *Общие положения.*

Курсовой проект выполняется при обучении в девятом семестре в соответствии с установленным учебным планом.

Целью выполнения курсового проекта является формирование у студентов навыков:

- самостоятельной научно-исследовательской деятельности;
- практической деятельности;
- грамотного оформления полученных результатов в печатном виде;
- представления результатов своей работы в виде научного доклада;
- защиты полученных результатов в дискуссии.

### *Выбор темы работы.*

Тематика курсовых работ определяется преподавателем кафедры, ведущим дисциплину. Перечень предлагаемых тем (названий) работ с указанием научного руководителя доводится до сведения студентов в течение первых трех недель текущего учебного года.

Студент самостоятельно выбирает тему работы в соответствии со своими интересами, о чем лично сообщает научному руководителю. В ходе предварительного обсуждения выбранной темы с научным руководителем и в процессе выполнения работы тема может быть изменена по согласованию между научным руководителем и студентом.

Выбор темы должен быть сделан студентом в течение четвертой недели текущего учебного года.

Работа выполняется в течение семестра и может быть продолжением ранее начатого исследования или развитием результатов, полученных студентом в течение предшествующих лет обучения.

### *Содержание курсовой работы.*

Курсовая работа, как правило, представляет собой:

1. Исследование актуальной задачи по специальности;
2. Разработку информационной подсистемы или иного программного продукта;

Исследование задачи включает следующие разделы:

1. Описание (постановка) задачи.
2. Обоснование актуальности задачи.
3. Обзор информации, содержащейся в открытых источниках, посвященных данной задаче или области исследований.
4. Исследование задачи:
  - а) классификация задачи, т. е. отнесение ее к некоторому известному классу задач;
  - б) описание известных методов решения задач этого класса;
  - в) описание особенностей исследуемой задачи, ее отличительных черт, которые не позволяют применять существующие методы в стандартном виде;
  - г) предложения по модификации существующих методов для решения задачи (близких задач) или по модификации самой задачи для применения существующих методов;
  - д) описание предлагаемых методов решения или подходов к решению с обоснованием их применимости к данной задаче;
  - е) описание возникающих в процессе решения проблем или других побочных, вспомогательных или параллельных задач.

Разработка информационной (программной) подсистемы включает следующие разделы:

1. Постановка задачи:
  - а) описание предметной области, например, протекающих в предметной области;

- б) описание математической модели;
- в) построение имитационной модели и ее анализ.
- 2. Обзор существующих программных продуктов, выполняющих аналогичные функции. Их достоинства и недостатки. Сравнение, классификация.
- 3. Обоснование необходимости разработки.
- 4. Описание математической задачи:
  - а) постановка задачи;
  - б) исследование задачи;
  - в) математическая модель;
  - г) метод решения возникающей математической задачи;
  - д) алгоритм, реализующий метод решения.
- 5. Математическая модель объекта исследования:
  - а) алгоритмы обработки данных.
- 6. Реализация работы:
  - а) назначение и функции программы, режимы работы программы;
  - б) описание категорий пользователей программы, разграничения прав пользователей;
  - в) описание последовательности пользовательских интерфейсов, реализующих каждую функцию;
  - г) описание входных данных;
  - д) описание выходных данных;
  - е) описание методов защиты данных;
  - ж) технические характеристики программного обеспечения.
- 7. Анализ:
  - а) внедрение;
  - б) области применения;
  - в) достоинства и недостатки по сравнению с перечисленными ранее в разделе 2 аналогами;
  - г) описание возникших в процессе разработки проблем, их причины, предложения по решению.

Реферативная работа включает следующие разделы:

1. Обоснование актуальности тематики и описание целей выполнения работы.
2. Систематизация и анализ найденных в научной печати, в сети Интернет и других источниках материалов.
3. Выводы.
4. Предложения по использованию результатов работы в конкретных областях и возможные направления дальнейших исследований.

*Порядок выполнения курсовой работы.*

Курсовая работа выполняется в течение девятого семестра.

По итогам работы, до начала сессии, студент в установленный кафедрой срок представляет подготовленный в печатном виде материал. Руководитель на титульном листе выставляет оценку, заверяя ее своей подписью.

На титульном листе фиксируется срок представления отчета. В случае несоблюдения сроков представления или низкого качества отчета, его оценка снижается, как минимум, на один балл.

Студенты, не представившие в срок курсовые работы, не допускаются к защите. В этом случае защита переносится на начало сессии.

Оценка за курсовую работу складывается из следующих оценок:

- оценки руководителя;
- оценки публичной защиты (если она назначается руководителем);
- оценки оформления.

При выставлении оценки учитываются также сроки представления печатного варианта курсовой работы.

Выступление с докладом по промежуточным результатам курсовой работы на студенческой научной конференции может быть засчитано с выставлением заслуженной оценки (отлично, хорошо, удовлетворительно).

В случае отсутствия руководителя курсовой работы в период представления курсового проекта (командировка, болезнь и т. п.), курсовая работа сдается на кафедру в установленные сроки. Оценка руководителя выставляется позднее.

#### *Структура курсовой работы.*

Работа начинается с титульного листа стандартной формы, за которым следует лист задания, оглавление работы, введение, нескольких разделов, заключения, списка использованных научных источников, приложений.

Введение содержит общий обзор работы, позволяющий составить общее представление об исследуемой проблеме и полученных результатах. Во введении может быть предложена краткая аннотация отдельных разделов работы. Первый раздел должен содержать достаточно подробное описание проблемы, поставленной перед исполнителем с обоснованием ее актуальности и анализ современного состояния исследований и разработок в данной области.

В последующих разделах, число которых произвольно, описываются результаты, полученные по отдельным аспектам исследуемой проблемы. Каждый раздел может разбиваться на подразделы.

Заключение содержит перечень основных результатов, полученных в работе, и сделанных выводов. В него могут включаться рекомендации относительно перспектив продолжения данной работы.

В списке использованных источников указываются использованные автором работы научные публикации, а также другие источники, в том числе электронные, по проблемам разработки аналогичных систем, по средствам разработки, по методам решения математических задач. На все перечисленные в списке литературы источники в соответствующих местах работы должны быть сделаны ссылки (номер источника заключается в квадратные скобки).

Список использованных источников должен содержать не менее 10 печатных изданий и любого количества непечатных изданий.

Приложения могут содержать дополнительную информацию: графики, таблицы, тексты программ и т. п.

#### *Оформление курсового проекта.*

Курсовая работа представляется на кафедру в полностью готовом виде (сшитом, в переплете или в обложке).

Дополнительно к работе прилагаются специальные (магнитные или иные) носители информации, содержащие программы (тексты и исполняемые файлы), данные или объемные приложения, включение которых в текст работы является нецелесообразным.

Текст курсовой работы оформляется в принятом для научных работ виде.

На странице располагается 30 строк., в строке 60 знаков, включая пробелы.

Следует соблюдать следующие размеры полей: левое – не менее 30мм, правое – не менее 10 мм, верхнее – не менее 15 мм, нижнее – не менее 20 мм.

Нумерация страниц выполняется арабскими цифрами, начиная с титульного листа. На титульном листе, а также на первой странице оглавления номер не ставится. На следующих страницах номер ставят в правом верхнем углу.

Работа должна быть отпечатана. Рукописные работы не принимаются.

#### *Графический материал.*

Графический материал проекта должен состоять из чертежей, выполненных в соответствии с требованиями ЕСКД, ЕСПД и других действующих ГОСТов. Чертежи должны быть выполнены или на фолиях или в мультимедийном исполнении и снабжены штампом. Каждый чертеж должен быть снабжен основной надписью, графы которой должны быть заполнены в соответствии с образцом.

Макеты чертежей перед окончательным оформлением необходимо показать руководителю работы.

#### *Защита курсовой работы.*

Курсовая работа, подписанная исполнителем, представляется на проверку руководителю за 3-4 дня до назначенного срока защиты.

Защита работы проводится индивидуально каждым студентом.

Студент, выполнивший курсовую работу, делает доклад (5-7 минут) и отвечает на вопросы руководителя.

В докладе студенту необходимо изложить важнейшие этапы, особенности и результаты работы, не углубляясь в тонкости конкретных технических решений, четко сформулировать конечные результаты.

Вопросы, задаваемые студенту, могут касаться деталей выполненного проекта, а также разделов курсов, по которым выполнялся проект.

Результаты защиты курсового проекта определяются оценками "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно", которые про-

ставляются на титульном листе пояснительной записки. При оценке работы учитывается качество выполнения и оформления курсового проекта, уровень защиты проекта и ответов на вопросы, мнение руководителя.

## • 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

### Лабораторная работа № 1.

#### *Рисование Рычага.*

В этом первом уроке, Вы будете рисовать рычаг. Чертёж рычага состоит из окружностей, линий, и урезанных областей. Вы займетесь некоторыми часто используемыми командами AutoCAD: КРУГ, СМЕЩЕНИЕ, ЛИНИЯ, ЗЕРКАЛО, и ВЫРОВНЯТЬ. Также Вы изучите основы AutoCAD - методы рисования и редактирования, типа использования режима Захвата Объекта.

Урок состоит из шести коротких процедур:

- Создание нового чертежного файла;
- Установка среды рисования;
- Рисование двух втулок;
- При рисовании линии, чтобы соединить нижние части втулок, использование режима Захвата Объекта;
- Зеркальное отражение линии, чтобы соединить верхние части втулки;
- Удаление нежелательных линий;
- Создание чертежного файла.

Файл lesson01 находится в AutoCAD каталоге шаблонов. Для этого упражнения, Вы используете шаблон lesson01.dwt, чтобы создать ваш рисунок. Когда Вы готовы открыть файл шаблона для этого упражнения, следуйте этими шагами:

Из меню Файл (File), выберите Новый (New).

В диалоговом окне Создание Нового Чертежа (Create New Drawing), выберите Использование Шаблона (Use a Template).

В поле Выбора Шаблона (Select a Template), выберите файл lesson01.dwt, и выберите ОК.

AutoCAD открывает новый чертежный файл, используя lesson01.dwt установки шаблона. Область рисования должна быть пуста.

Установка среды рисования

Шаблон содержит установки одного или большего количества из следующих настроек:

- Единицы (десятичное число и так далее);
- Ограничение (границы рисования);
- Помощь в рисовании (Snap, Grid, Ortho);
- Слои;
- Типы Линии;

- Размер бумаги.

В Обучающей программе существует шаблон, уже имеющий установки, в которых Вы нуждаетесь. В этом первом упражнении, однако, Вы узнаете, как установить единицы, ограничения, и помощь в рисовании самостоятельно.

Из меню Формат (Format), выберите Единицы (Units).

В диалоговом окне Управление Единицами Измерения (Units), выберите 0.00 под Точностью (Precision), и затем выберите ОК.

AutoCAD использует десятичные единицы по умолчанию, которые является правильной установкой для этого упражнения.

То, что Вы должны вводите в командную строку в ответ на подсказку, показано в нижеследующих примерах жирным шрифтом, например:

Upper right corner <12.0000,9.0000>: 16,12

Из меню Формат (Format), Ограничение Рисования (Drawing Limits).

ON/OFF/<Lower left corner><0.00,0.00>: Нажмите Enter, чтобы принять значение по умолчанию

Upper right corner<12.00,9.00>: 16,12

NB! Вы должны нажать Enter после того, как Вы отвечаете на подсказку AutoCAD.

Вы установили ограничения вашего рисунка к 16x12 модулей, немного больше чем механическая часть, которую Вы хотите рисовать. Вы можете видеть границы рисунка, устанавливая сетку, потому что сетка простирается до ограничений.

Из меню Инструменты (Tools), выберите Помощь в рисовании (Drawing Aids).

В диалоговом окне Помощь в Рисовании (Drawing Aids), выберите ОК под Сеткой (Grid).

Установить значение X, располагающийся под Сеткой на 0.5, и выбрать ОК. (Интервал Y автоматически будет установлен на 0.5 также.)

Чтобы видеть эффект Сетки (Grid) и Ограничений (Limits), Вы должны изменить размер окна области рисунка к ограничениям рисования командой Увеличить Всё (ZOOM ALL). Введите команду на командной строке внизу экрана.

Относительно Команды Увеличение (ZOOM).

Увеличение увеличивает или уменьшает очевидный размер объектов. Это обеспечивает много опций для управления полем рисования.

Из инструментальной панели Увеличение (Zoom), выберите Увеличить Всё

 (Zoom All).

Кнопка Увеличить Всё (Zoom All)

Сетка теперь простирается до границ рисунка.

*Рисование двух втулок.*

Теперь, когда вы установили среду рисования, Вы можете начинать рисовать. Сначала рисуйте внешнюю окружность левой втулки.

 Относительно Команды КРУГ (CIRCLE).

Вы можете рисовать круг несколькими различными способами с командой Круг. В этой процедуре, Вы используете метод радиуса и центра: Вы определяете среднюю отметку, и затем определяете радиус.

☞ Относительно Абсолютных Координат (Absolute Coordinates)

В двумерной (2-ой) системе координат, Вы определяете точки, вводя два значения, которые определяют расположение отметки относительно X (горизонтальной) и Y (вертикальной) осей. Два значения отделяются запятой, например,

0,0

2,3

2.25,6.05

Из инструментальной панели Рисовать (Draw), выберите Круг (Circle).



Кнопка Круг (Circle)

\_circle 3P/2P/TTR / <Center point>: 3,4

Diameter/<Radius>: 2

Теперь Вы будете рисовать другую внешнюю окружность правой втулки.

Из инструментальной панели Рисовать (Draw), выберите Круг (Circle). AutoCAD запрашивает Вас снова определять среднюю отметку, используя X и Y оси.

\_circle 3P/2P/TTR / <Center point>: 7.5,4

Diameter/<Radius>< 1 >: 1.2

Ваш рисунок должен походить на этот (сетка не показана).



Теперь Вы будете рисовать внутри левой втулки.

Из инструментальной панели Модифицировать (Modify), выберите Смещение (Offset).



Кнопка Смещение (Offset)

☞ Относительно Команды СМЕЩЕНИЕ (OFFSET).

Команда Смещение создает объект, идентичный другому объекту, или на определенном расстоянии из первоначального объекта или через определенную отметку, называемую через отметку. В этом упражнении, Вы определите расстояние.

Определите расстояние на командной строке.

Offset distance or Through<Through>: 1

AutoCAD запрашивает Вас выбирать объект, который Вы хотите смещать.

Select object to offset: Выберите левый круг

Следующая подсказка просит, чтобы Вы указали сторону, к которой Вы хотите смещать выбранный объект.

Side to offset? Выберите отметку где-нибудь внутри левого круга  
Select object to offset: Нажмите Enter, чтобы закончить СМЕЩЕНИЕ

Ваш рисунок должен походить на этот.



Продолжите, рисуя внутри правой втулки.

Из инструментальной панели Модифицировать (Modify), выберите Смещение (Offset).

Размер правой втулки меньше чем левой с радиусом 0.6 вместо 1.2.

Offset distance or Through<1.00>: 0.6

Select object to offset: Выберите правый круг

Side to offset? Определите отметку где-нибудь внутри правого круга

Select object to offset: Нажмите Enter, чтобы закончить СМЕЩЕНИЕ(Offset).

 Совет для быстрого действия.

Если Вы имеете мышь с двумя кнопками, нажимая правую кнопку мыши Вы имеете тот же самый эффект как нажим клавиши ENTER. Если Вы имеете устройство управления позицией с большим количеством кнопок, одни из них обычно устанавливается, чтобы заменить клавишу Enter.

Рисование линии, чтобы соединить нижние части обеих втулок

Вы можете использовать в AutoCAD режим Захват Объекта (Object Snap) , чтобы рисовать линии, основанные на геометрических реквизитах объектов в вашем рисунке, типа Захват По Конечным Точкам, Захват По Средней Точке, и Захват По Центру. В этой процедуре, Вы создадите касательную линию к двум кругам, использующим Захват По Касательной.

 Из инструментальной панели Рисовать (Draw), выберите Линию (Line).

Кнопка линия (Line)

AutoCAD запрашивает Вас определять происхождение строки, которую Вы хотите рисовать.

\_line From point:

2. Из инструментальной панели Захват Объекта (Object Snap), выберите Захват по Касательной (Snap to Tangent).



Кнопка Захват По Касательной (Snap to Tangent) выглядит следующим образом:

 Относительно Выбора с Захватом Объекта

Когда Вы используете любую функцию из Захват Объекта, AutoCAD добавляет дополнительную подсказку, чтобы указать, какая функция ожидается. Когда Вы определяете отметку, используя захват объекта, Вы не должны определить точно отметку, которую Вы хотите; Вы только должны определить отметку, которая является достаточно близко. Вы обратите внимание

на желтый круг, который переходит к сути обозначенный типом выбранной опции Захват Объекта.

\_line From point: \_tan to: Выберите нижнюю часть внешней линии - левого круга

AutoCAD запрашивает Вас определять другой конец строки.

3. Из инструментальной панели Захват Объекта (Object Snap), выберите Захват По Касательной (Snap to Tangent).

To point: \_tan to Выбрать нижнюю часть внешней линии правого круга

AutoCAD рисует касательную линию к двум окружностям.

To point: \_tan to: Нажмите Enter, чтобы закончить команду Линия

Ваш рисунок должен походить на этот.



Отражать строку, чтобы соединить верхние части втулок

Скорее чем повторение команды Линия (LINE), чтобы соединить верхние части втулок, Вы можете использовать ЗЕРКАЛО (MIRROR). Команда Зеркало (Mirror) создает новую копию существующего объекта, отражая это с другой стороны оси, определенной двумя точками.

Из инструментальной панели Модифицировать (Modify), выберите Зеркало



(Mirror).

Кнопка Зеркало (Mirror)

Первая подсказка просит, чтобы Вы выбрали объекты, которые Вы хотите отражать.

 Относительно Выбора Объекта (выделения)

Имеется много способов выбрать объекты в AutoCAD. Вы узнаете, несколько из них в этой обучающей программе. Например, Вы можете выбирать объекты, выбирая их непосредственно с устройством управления позицией или включая их внутри окна. В этой процедуре, самый быстрый выделения состоит в том, чтобы ввести в командную строку l "last", потому что объект, который Вы хотите отражать, был последний выведенный объект.

Select objects: Введите l(last), чтобы выбрать последний объект

AutoCAD всегда сообщает для Вас, сколько находит выделенных объектов.

1 found

Select objects: Нажмите Enter, чтобы завершить объектный выбор

Затем, AutoCAD запрашивает Вас определять первую точку и затем вторую точку зеркальной оси. Зеркальная линия - ось, относительно которой AutoCAD отражает выбранные объекты. Вы используете Захват объекта По Центру, чтобы рисовать зеркальную ось.

First point of mirror line:

2. Из инструментальной панели Захват Объекта (Object Snap), выберите Захват По Центру (Snap to Senter).



Кнопка Захват По Центру (Snap to Center)

First point of mirror line: `_cen` of: Выберите левый круг

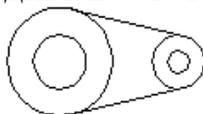
First point of mirror line: `_cen` of Second point: Из инструментальной панели Захват Объекта (Object Snap), выберите Захват По Центру (Snap to Center)

First point of mirror line: `_cen` of Second point: `_cen` of: Выберите правый круг

AutoCAD спрашивает, Вы хотите ли удалять старые объекты (первоначальная линия). Вы должны сохранить строку, так примите значение по умолчанию NO.

Delete old objects? <N> Нажимает Enter, чтобы сохранить старые объекты и закончить команду

Ваш рисунок должен походить на этот.



*Вырезка нежелательных линий чертежа.*

Чтобы заканчивать упражнение, Вы используете команду Выровнять (Trim), чтобы стереть часть круга справа.

☞ Относительно Команды ВЫРАВНИВАНИЕ (TRIM).

Используйте команду ВЫРАВНИВАНИЕ (TRIM), чтобы стереть объекты, заканчивающие точно в передовой позиции (или грани) определенный одним или большее количество других объектов.

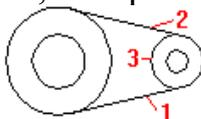
Когда Вы выбираете ВЫРАВНИВАНИЕ (TRIM), AutoCAD просит Вас сначала выбирать объекты на которых будет производиться обрезание. AutoCAD затем запрашивает Вас выбирать объекты, которые Вы хотите стереть. Объекты уничтожены до наружного контура или граней.

Из инструментальной панели Модификация (Modify), выберите Выравнивание (Trim).



Кнопка Выравнивание (Trim)

В этом шаге, Вы выбираете линии, которые показаны на иллюстрации.



Select cutting edge(s) (Projmode=UCS, Edgemode=No extend)

Select objects: Выберите линию (1)

Select objects: Выберите линию (2)

Select objects: Нажмите Enter, чтобы закончить выделение передовых позиций

<Select object to trim>Project/Edge/Undo: Выберите круг (3)

<Select object to trim>Project/Edge/Undo: Нажмите Enter, чтобы закончить объектный выбор

AutoCAD вырежет дугу окружности между двумя точками касания с линиями.

Очистите область рисования командой ПЕРЕРИСОВАТЬ ВСЁ (REDRAWALL). Маленькие пересечения в области рисования называются

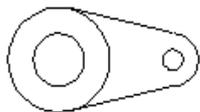
вспышками. Вспышки отмечают точки, которые Вы определяли щелчком мыши. Они остаются видимыми только, пока Вы не используете команду REDRAW(ПЕРЕРИСОБАЕЬ), REDRAWALL(ПЕРЕРИСОВАТЬ ВСЁ), или REGEN команду (regenerate). REDRAWALL регенерирует все области просмотра. REGEN повторно вычисляет базу данных рисунка.

3. Из Стандартной (Standard) инструментальной панели , выберите Перерисовать Всё (Redraw All).



Кнопка Перерисовать Всё (Redraw All)

Законченный рисунок должен выглядеть следующим образом:



*Резюме.*

Поздравления! Вы завершили это упражнение. Вы использовали следующие команды AutoCAD и функции:

Шаблон Рисунка – Template drawings

Единицы - Units

Ограничения – Limits

Сетка – Grid

МАСШТАБ – ZOOM

КРУГ – CIRCLE

Абсолютные координаты – Absolute coordinates

ЛИНИЯ – LINE

СМЕЩЕНИЕ – OFFSET

Захват объекта по касательной – Tangent object snap

Захват Объекта По Центру – Center object snap

ЗЕРКАЛО – MIRROR

ВЫРОВНЯТЬ – TRIM

ПЕРЕРИСОВАТЬ ВСЁ – REDRAWALL

## Лабораторная работа № 2.

*Рисование комнаты.*

В этом уроке, Вы будете рисовать стены и дверной проем комнаты.

Урок состоит из пяти коротких процедур:

- Создание нового чертежного файла;
- Создание нового слоя;
- Рисование стен комнаты;
- Рисование открытой двери;
- Создание дверного проема.

### *Создание чертежного файла*

Файл *lesson02.dwt* - AutoCAD шаблон, который содержит часть предварительной работы установки для этого упражнения. Чтобы воспользоваться преимуществом этой установки, Вы создадите новый файл, используя *lesson02.dwt* как шаблон. Когда Вы готовы создать файл для этого упражнения, следуйте за этими шагами:

Из меню **Файл (File)**, выберите **Новый (New)**.

В диалоговом окне **Создание Новой Картинки (Create New Drawing)**, выберите **Использовать Шаблон (Use a Template)**.

В окне списка **Выбора Шаблона (Select a Template)**, выберите файл *lesson02.dwt*, и выберите **ОК**.

AutoCAD открывает новый чертежный файл, используя установки шаблона *lesson02.dwt*. Область рисования должна быть пуста.

### *Создание нового слоя (layer)*

Прежде, чем Вы начнёте рисовать стены, создайте новый слой с названием WALLS.

#### *Относительно Слоёв (Layers)*

Слои - логические группировки объектов в чертеже. (Условно можно представить слой в AutoCAD как совершенно прозрачное стекло, которое не имеет реальной толщины. Нарисовав на каждом из “стёкол” часть изображения и сложив их вместе – один на другой, - мы получим полное изображение). Вы можете распределять объекты по слоям и затем управлять видом, цветом, типом линий, и так далее.

Из меню **Формат (Format)**, выберите **Слой (Layer)**.

В диалоговом окне **Свойства Слоя (Layer)** и **Тип Линии (Linetype Properties)**, выберите **Новый (New)**, и введите WALLS в поле названия. Выберите иконку в столбце **Цвет (Color)** для слоя **СТЕНЫ**.

В диалоговом окне **Выберите Цвет (Select Color)**, выберите синий под **Обычными Цветами (Standart Colors)**, и выберите **ОК**.

Нажмите **Текущий (Current)**, и выберите **ОК**.

WALLS - теперь текущий Слой. Его цвет синий.

### *Рисование стен комнаты.*

#### **Об Относительных Координатах (Relative Coordinates)**

Вы можете рисовать линии, используя абсолютные координаты или относительные координаты, которые определяют расположение точки согласно X и Y осям. Используйте относительные координаты, чтобы рисовать ряд линий, где каждая строка продолжается из оконечной точки предыдущей линии. Вы используете знак @, чтобы сообщить AutoCAD, что линии начинается в текущей точке. Вы используете знак "минус", чтобы определить отметку на -X или -Y осях.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Мультилинию (Multiline)**.

Кнопка **Мультилиния (Multiline)** выглядит следующим образом: 

Команда MLINE рисует множественные параллельные линии. В этой процедуре, Вы используете её, чтобы рисовать двойную линию стен комнаты.

То, что Вы вводите в командную строку в ответ на подсказку, показывается в жирном начертании, например,

*Upper right corner <12.0000,9.0000>:* **16,12**

**NB!** Вы должны нажать **Enter** после того, как Вы отвечаете на подсказку AutoCAD.

*Justification/Scale/STyle / <From point >:* **s**

*Set Mline scale <0.00>:* **6**

*Justification/Scale/Style / <From point>:* **36,12**

*To point:@96,0*

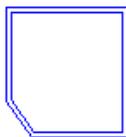
*Undo /<To point>:* **@0,132**

*Close/Undo/<To point>:* **@-120,0**

*Close/Undo/<To point>:* **@0,-96**

*Close/Undo/<To point>:* **c**

Ваш рисунок должен походить на этот.



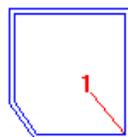
### *Рисование двери*

Вы можете начинать линию специфической длины из стены, используя **Захватить Из (Snap From)** из панели **Захват Объекта (Object Snap)**.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Линию (Line)**.

Кнопка **Линия (Line)** выглядит следующим образом: 

В этом шаге, Вы определите отметку, показанную в следующей иллюстрации.



*\_line From point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захватить Из (Snap From)**.

Кнопка **Захватить Из (Snap From)** Из выглядит следующим образом:



*\_line From point: \_from Base point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват По Конечной точке (Snap to Endpoint)**.

**Захват По Конечной точке (Snap to Endpoint)** выглядит следующим образом: 

*\_endp* Определите точку (1)

*<Offset >: @-6,0*

*To point: @0,36*

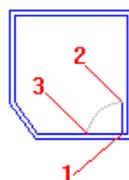
*To point:* Нажмите **Enter**

Затем, сделайте дугу для открытия двери.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Дугу (Arc)**.

**Кнопка Дуга (Arc)** выглядит следующим образом: 

В этом шаге, Вы определите точки, показанные в следующей иллюстрации.



*arc Center/<Start point >: c*

*Center:* Из инструментальной панели **Захват объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)**

*Center: \_endp of* Определите точку (1)

*Start point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной точке (Snap to Endpoint)**

*Start point: \_endp of* Определите точку (2)

*Angle/Length of chord/<End point>:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Ближайшему (Snap to Nearest)**

**Кнопка Захват по Ближайшему (Snap to Nearest)** выглядит следующим образом: 

*\_nea, to* Определите отметку (3)

Вы начертили комнату с дверью. Следующий шаг должен создать дверной проем.

*Создание дверного проема.*

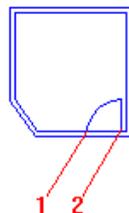
Вы используете **MLEDIT (Править Мультилинию)** команду, чтобы разбить стенку в конечных точках вашей двери и дверного проёма.

Из инструментальной панели **Модифицировать II (Modify II)**, выберите **Править Мультилинию (Edit Multiline)**.

**Кнопка Править Мультилинию (Edit Multiline)** выглядит следующим образом: 

В диалоговом окне **Инструменты Редактирования Мультилинии (Multiline Edit Tools)**, выберите **Cut All** (средняя иконка в правом столбце) и выберите **ОК**.

В этом шаге, Вы определяете точки, показанные в следующей иллюстрации.



*Select mline:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Пересечению (Snap to Intersection)**

Кнопка **Захват по пересечению (Snap to Intersection)** выглядит следующим образом: 

*int of* Определите точку (1)

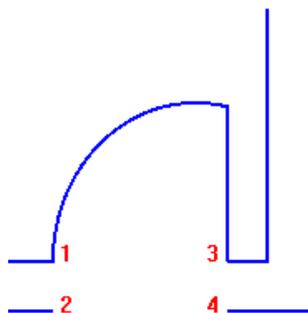
*Select second point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Пересечению (Snap to Intersection)**

*int of* Определите точку (2)

*Select mline (or undo):* Нажмите **Enter**

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Линия (Line)**.

В этом шаге, Вы определите точки, показанные в следующей иллюстрации.



*From point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)**

*endp of* Определите точку (1)

*To point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)**

*endp of* Определите точку (2)

*To point:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду

Нажать **Enter**, чтобы повторить команду **Линия (LINE)**.

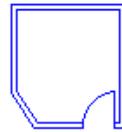
*From point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)**

*end of* Определите точку (3)

*To point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной точке (Snap to Endpoint)**

*end of* Определите точку (4)

*To point:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду  
Законченный рисунок должен походить на этот.



### *Резюме*

Поздравления! Вы завершили это упражнение. Вы использовали следующие команды AutoCAD и функции:

Создание нового слоя

Относительные координаты

MLINE

MLEDIT

Захват по центральной точке

Захватить Из

Захват по ближайшему

Захват по пересечению(Snap to Endpoint)

### Лабораторная работа № 3.

#### *Рисование Муфты.*

В этом уроке, Вы будете рисовать муфту. Урок покажет Вам, как рисовать линии, используя относительные координаты, и познакомит Вас со слоями в AutoCAD. Вы также обучитесь относительно команд **FILLET (ОБОДОК)** и **HATCH (ШТРИХ)**.

Урок состоит из шести коротких процедур:

- Создание нового чертежного файла
- Рисование нижней части муфты
- Изменение и модификация слоёв
- Создание осевых линий обоих отверстий
- Зеркальное отражение нижней части на верхнюю часть и закругление углов
- Заштриховка завершённого контура

#### *Создание чертежного файла*

Файл *lesson03.dwt* - AutoCAD шаблон, который содержит часть предварительной работы установки для этого упражнения. Чтобы пользоваться преимуществом этой установки, Вы создадите новый файл, используя *lesson03.dwt* как шаблон рисунка. Когда Вы готовы создать файл для этого упражнения, следуйте за следующими пунктами:

Из меню **Файл (File)**, выберите **Новый (New)**.

В диалоговом окне **Создание Новой Картинки (Create New Drawing)**, выберите **Использование Шаблона (Use a Template)**.

В окне **Выбора Шаблона (Select a Template)**, выберите файл *lesson03.dwt*, и выберите **ОК**.

AutoCAD открывает новый чертежный файл с *lesson03.dwt* установкой шаблона. Область рисования должна быть пуста.

*Рисование нижней части муфты*

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Линию(Line)**.



Кнопка **Линия (Line)** выглядит следующим образом:

То, что Вы вводите в командную строку в ответ на подсказку, показывается в жирном начертании, например,

*Upper right corner <12.0000,9.0000>: 16,12*

**NB!** Вы должны нажать **Enter** после того, как Вы ответили на подсказку AutoCAD.

*From point: 3,4*

*To point: @0,-3*

*To point: @-.75,0*

*To point: @0,.75*

*To point: @-.75,0*

*To point: @0,1.50*

*To point:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить ввод координат



Ваш рисунок должен походить на этот.

Затем, Вы измените название текущего слоя на **ЦЕНТР (CENTER)** прежде, чем Вы нарисуете осевые линии. Слой **CENTER** имеет соответствующий тип линий и цвет, назначенный этому слою.

Щёлкнуть мышкой по кнопке **Слой (Layer)** на инструментальной панели **Свойства Объекта (Object Properties)**.

AutoCAD перечисляет постоянно определенные слои.

Выбрать **ЦЕНТР (CENTER)** из списка слоёв.

**ЦЕНТР (CENTER)**- теперь текущий слой. Цвет синий.

Продолжаем рисовать осевую линию болтового отверстия нижней части.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Линию (Line)**.

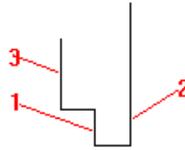
AutoCAD запрашивает Вас определять начало линии, которую Вы хотите рисовать. Используйте **Захват Объекта по Средней точке (Midpoint Object Snap)**.

Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захвата по Средней Точке (Snap to Midpoint)**.



Кнопка **Захват по Средней Точке (Snap to Midpoint)** выглядит следующим образом:

В этом шаге, Вы выберете линии, которые показаны на следующей иллюстрации.



*From point: \_mid:* Выберите линию (1)

AutoCAD просит Вас определить другой конец линии, которую Вы хотите рисовать. Используйте **Захват Объекта по Перпендикуляру (Snap To Perpendicular)**.

**Относительно Захвата Объекта по Перпендикуляру и Ortho Режима:**

Чертежный файл, который Вы создаёте, был предварительно установлен к Ortho (Ортогональному) режиму. Когда Ortho режим включен, любые линии, которые Вы рисуете, привязаны к горизонтальной и вертикальной осям координат. **Захват Объекта по Перпендикуляру** удостоверится, что конечная точка горизонтальной линии находится на вертикальной линии.

Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Перпендикуляру (Snap to Perpendicular)**.

Кнопка **Захват по Перпендикуляру (Snap to Perpendicular)** выглядит следующим образом:



*To point: \_per to* Выберите линию (2)

*To point:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду **Линия (LINE)**

Повторение это для отверстия втулки, чтобы нарисовать осевую линию.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите **Линию (Line)**.

*\_line From point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Средней Точке (Snap to Midpoint)**

*From point: \_mid of:* Выберите линию (3)

*To point:* Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Перпендикуляру (Snap to Perpendicular)**

*To point: \_per to:* Выберите линию (2)

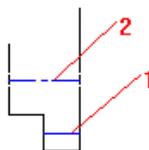
*To point:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду **Линия (LINE)**

Теперь, используйте команду **Смещение (OFFSET)**, чтобы рисовать диаметр болтового отверстия нижней части.

Из инструментальной панели **Модификация (Modify)**, выберите **Смещение (Offset)**.



Кнопка **Смещение (Offset)** выглядит следующим образом:



*Offset distance or Through<Through>:* **\_125**

В этом шаге, Вы выберете линию, которая показана в следующей иллюстрации.

*Select object to offset:* Выберите линию (1)

*Side to offset?* Определите любую отметку ниже той линии

*Select object to offset:* Выберите линию (1) снова

*Side to offset?* Определите любую отметку выше той линии

*Select object to offset :* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду **СМЕЩЕНИЕ**.

Так как вы будете делать зеркальное отражение нижней части половины муфты, чтобы создать верхнюю половину, сместите линию только для нижней части половины.

Нажмите **Enter**, чтобы повторить команду **Смещение (OFFSET)**.

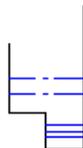
*Offset distance or Through<0.13>:* **\_375**

*Select object to offset:* Выберите линию (2)

*Side to offset?* Определите любую отметку ниже той линии

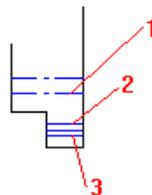
*Select object to offset:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду

Ваш рисунок должен походить на этот.



*Замена слоёв для смещенных линий.*

Потому что линии, которые Вы только что сместили - не осевые линии, Вы должны заменить их слои. Простой способ сделать это состоит в том, чтобы использовать **CHPROP (Change Properties - Реквизиты Изменения)** команду.



На командной строке, введите **chprop**

В этом шаге, Вы выберете линии, которые показаны на следующей иллюстрации.

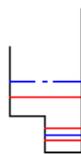
*Select objects:* Выберите линии (1, 2, 3)

*Select objects:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить команду

*Change what property (Color/Layer/Ltype/LtScale/Thickness)?:* **la**

*New layer<CENTER>:* **edge**

*Change what property (Color/Layer/LType/LtScale/Thickness)?*: Нажмите **Enter**, чтобы завершить команду



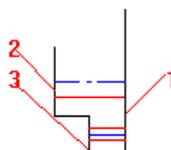
Ваш рисунок должен походить на этот.

*Продление осевых линий обеих отверстий.*

Чтобы продлить концы осевые линии, Вы используете команды **Смещение (OFFSET)** и **Продолжить (EXTEND)**.

Из инструментальной панели **Модификация (Modify)**, выберите **Смещение (Offset)**.

*Offset distans or Through<0.38>*: **\_33**



В этом шаге, Вы выберете линии, которые показаны на следующей иллюстрации.

*Select object to offset*: Выберите линию (1)

*Side of offset?* Определите любую отметку направо от той строки

*Select object to offset*: Выберите линию (2)

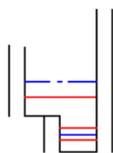
*Side of offset?* Определите любую отметку налево от этой линии

*Select object to offset*: Выберите линию (3)

*Side of offset?* Определите любую точку налево от этой линии

*Select object to offset*: Нажмите **Enter**, чтобы завершить команду

Ваш рисунок должен походить на этот.



Смещённые линии, которые Вы только что нарисовали - граничные грани. Команда **Расширить (EXTEND)** продлит концы осевых линий до этих границ.

Из инструментальной панели **Модифицировать (Modify)**, выберите, **Расширить(Extendet)**.



Кнопка **Расширить (Extend)** выглядит следующим образом:

*Select boundary edge(s) (Projmode=UCS, Edjemode=No extend)* Выберите все три смещённые линии и нажмите **Enter**

*<Select object to extend> /Project/Edge/Undo*: Щёлкните мышкой вблизи концов обеих синих осевых линий

*< Select object to extend > /Project/Edge/Undo*: Нажмите **Enter**, чтобы завершить команду

Осевые линии продолятся до смещённых линий.

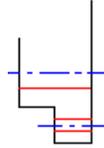
Смещённые линии были линиями временной конструкции. Теперь Вы можете стереть их.

Из инструментальной панели **Модифицировать (Modify)**, выберите **Уничтожить (Erase)**.



Кнопка Уничтожить (Erase) выглядит следующим образом:

*Select object:* Выберите все три смещённые линии, и нажмите **Enter**



Ваше рисунк должен походить на этот.

*Заканчиваем рисовать муфту.*

В этой процедуре, Вы завершите наружный контур муфты. Сначала, Вы отразите все объекты ниже осевой линии отверстия втулки к верхней части. Затем Вы будете закруглять углы муфты.

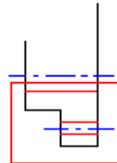
Из инструментальной панели **Модифицировать (Modify)**, выберите **Зеркало (Mirror)**.



Кнопка **Зеркало (Mirror)** выглядит следующим образом:

Первая подсказка просит, чтобы Вы выбрали объекты, которые Вы хотите отражать. Потому что Вы должны выбрать несколько объектов в одно время, самый быстрый способ состоит в том, чтобы рисовать окно выбора вокруг них.

В этом шаге, Вы определяете точки, которые показаны в следующей иллюстрации.



*Select objects:* Определите левый верхний угол

*Select objects: Other corner:* Определите нижний правый угол

*Select objects:* Нажмите **Enter**, чтобы закончить объектный выбор

Затем, используйте **Захват Объекта по Конечной Точке (Endpoint Object Snap)**, чтобы выбрать конец осевой линии.

Из инструментальной панели **Захват Объекта (Object Snap)**, выберите **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)**.



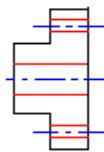
Кнопка **Захват по Конечной Точке (Snap to Endpoint)** выглядит следующим образом:

*First point of mirror line: \_endp of* Определите левую конечную точку осевой линии

*Second point:* Определите любую точку на другом конце осевой линии

Так как **Ortho** режим включен, AutoCAD отражает объекты относительно горизонтальной линии.

*Delete old objects? <N>*: Нажмите **Enter**, чтобы принять значение по умолчанию Нет



Ваш рисунок должен походить на этот.

Из инструментальной панели **Модифицировать (Modify)**, выберите **Ободок (Fillet)**.



Кнопка **Ободок (Fillet)** выглядит следующим образом:

Используйте команду **ОБОДОК (FILLET)** для округления углов к специфическому радиусу. Сначала, установите радиус.

*Polyline/Radius/Trim <Select first object>*: **r**

*Enter fillet radius <0.00>*: **\_17**

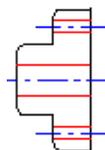
Ваша цель округлить каждый угол левой части муфты, выбирая пары смежных линий. Имеются четыре пары линий.

Нажмите **Enter**, чтобы повторить команду **ОБОДОК (FILLET)**.

*Polyline/Radius/Trim / < Select first object >*: Выберите первую пару линий для округления

*Polyline/Radius/Trim / < Select first object >*: Выберите вторую пару линий для округления

Повторите предыдущий шаг, пока Вы не округлите все четыре из наружных углов с левой стороны.



Ваш рисунок должен походить на этот.

*Штрихование завершено контур.*

Эта процедура показывает Вам, как внести в области вашего рисунка штриховку. Вы выберете шаблон для штрихования и масштабируете его, чтобы согласовать Вашему рисунку. Начните, с замены текущего слой на слой **Hatch**.

Выберите стрелку, которая указана с права в окне управления слоями в инструментальной панели **Свойства Объекта (Object Properties)**.

AutoCAD перечисляет все постоянно определенные слои.

Из списка уровней, выберите **Hatch**.

Слой **Hatch** отображается. Цвет сиреневый. Установите штрихующиеся опции для шаблона и масштаба.

Из инструментальной панели **Рисовать (Draw)**, выберите, **Штрих (Hatch)**.



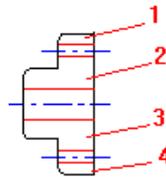
Кнопка **Штрих (Hatch)** выглядит следующим образом:

### **Относительно Масштаба Штриховки**

Обычно необходимо масштабировать шаблон штриховки, чтобы согласовать с Вашим рисунком. Вы можете легко пробовать различные способы перед применением штрихования к рисунку. В этой процедуре, Вы вводите значение **.75** для масштаба.

В диалоговом окне **Граничная Штриховка (Boundary Hatch)**, введите **.75** в поле масштаба.

Теперь Вы можете указывать области для штрихования, определяя точки внутри этих областей. AutoCAD определяет границы для штрихования автоматически.



Выберите указывающие точки.

В этом шаге, Вы определите точки, которые показаны в следующей иллюстрации.

*Select internal point:* Определите точку (1)

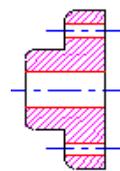
*Select internal point:* Определите точку (2)

*Select internal point:* Определите точку (3)

*Select internal point:* Определите точку (4)

*Select internal point:* Нажмите **Enter**, чтобы завершить выделение

Вы будете обычно предварительно просматривать пример штрихования прежде, чем Вы примените его. В этом упражнении, однако, Вы опустите этот шаг и примените шаблон штриховки непосредственно.



В диалоговом окне **Граничное Штрихование (Boundary Hatch)**, выберите **Применить (ОК)**.

Законченный рисунок должен походить на этот.

*Резюме.*

Поздравления! Вы завершили это упражнение. Вы использовали следующие команды и функции AutoCAD:

Работа со слоями (layers).

Ortho режим

Захват Объекта (Object Snap) по Средней точке (Midpoint), Перпендикуляру (Perpendicular) и по Конечной Точке (Endpoint)

CHPROP

СМЕЩЕНИЕ (OFFSET)

ПРОДЛЕНИЕ (EXSTEND)  
УНИЧТОЖИТЬ (ERASE)  
ОБОДОК (FILLET); ШТРИХ (HATCH)

Лабораторная работа № 4.

MSC/NASTRAN for Windows  
Динамика

*Модель Скобы - Переменный режим нагрузки (Direct Transient)*

*Описание модели:*

В данном примере для анализа будет использоваться готовая модель скобы с различными ограничивающими условиями. Ниже описывается, как произвести анализ, читать и редактировать анализ, вывести полученный результат.

К верхней точке паза (продолговатый вырез) приложена импульсная, с частотой 250Hz, нагрузка 50lb. Круглое отверстие по своему диаметру жёстко фиксировано от каких-либо перемещений. Критическое демпфирование принято равным 5%.

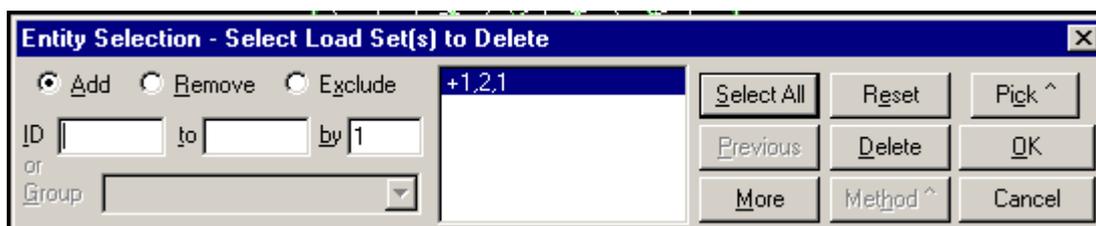
*Выполнение примера:*

1. Запустите MSC/NASTRAN for Windows двойным нажатием по иконке на рабочем столе. Когда появится диалоговое окно **Open Model File**, выберите файл **bracket.mod** (примерное место расположения C:\Mscn4w40\examples\start). Это база данных, содержащая модель и результаты произведённого её анализа.

Так как файл модели в данном упражнении будет редактироваться, сохраним его под другим названием, например **bckt\_trn**, в папке TEMP с помощью команды **File/Save As....**

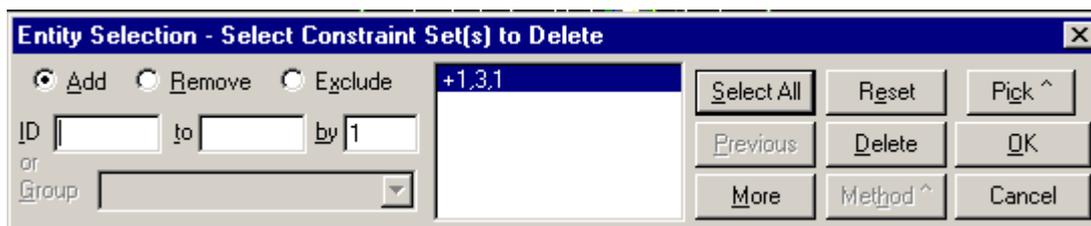
2. В базу данных модели входят узлы, элементы, свойства элемента, свойства материала, приложенные нагрузки и условия ограничения. Удалите все нагрузки и условия ограничений.

**Delete/Model/Load - Set...**



В появившемся диалоговом окне выберите **Select All** и затем **OK**. При запросе: OK to Delete 2 Selected Load Set(s)? - выберите **YES**.

**Delete/Model/Constraint - Set...**

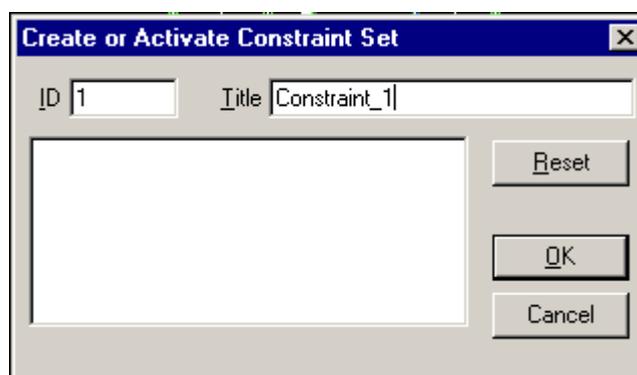


В появившемся диалоговом окне выберите **Select All** и затем **OK**. При запросе: OK to Delete 3 Constraint Set(s)? - выберите **YES**.  
**View/Regenerate (Ctrl+G)**

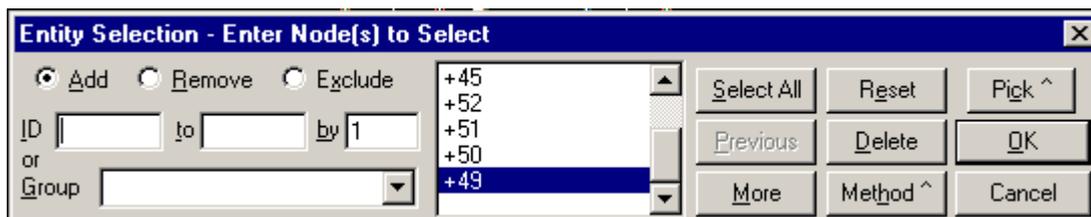
3. Задайте новые ограничивающие условия.

**Model/Constraint/Nodal...**

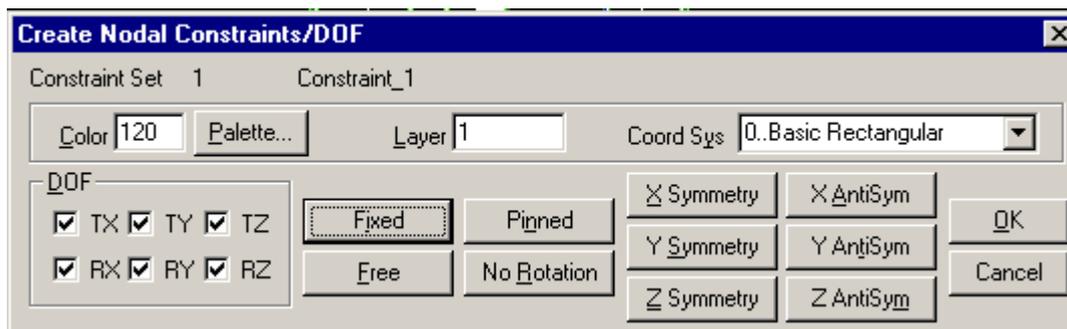
В открывшемся диалоговом окне напечатайте название [**Constraint\_1**].



Теперь ограничьте все узлы вокруг круглого отверстия во всех степенях свободы. Выберите все узлы вокруг круглого отверстия на графической области экрана с помощью левой кнопки мыши (**Nodes 45-52**).



После выбора всех необходимых узлов, нажмите кнопку **OK**.  
 В следующем диалоговом окне выберите **Fixed** и затем **OK**.

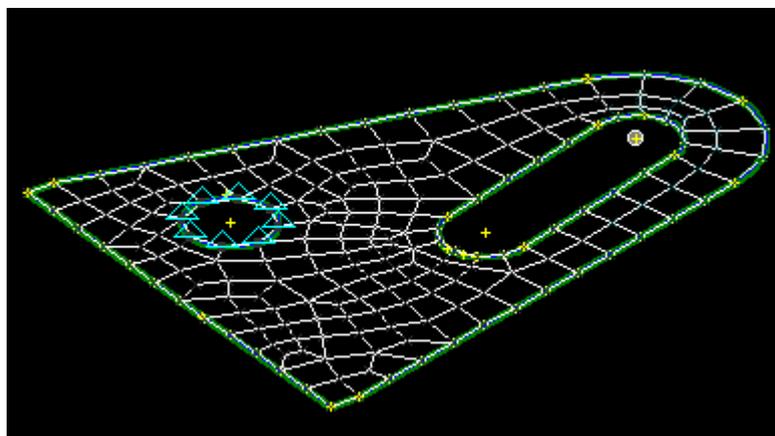


Автоматически открывается диалоговое окно **Entity Selection - Enter Node(s) to Select**, предлагая выбрать другие узлы для них условия ограничения. Выберите **Cancel**.

Для наглядности поверните модель на экране.  
**View/Rotate... (F8)**



В открывшемся диалоговом окне выберите **Dimetric** и затем **OK**. Ваша модель должна напоминать показанный ниже рисунок.



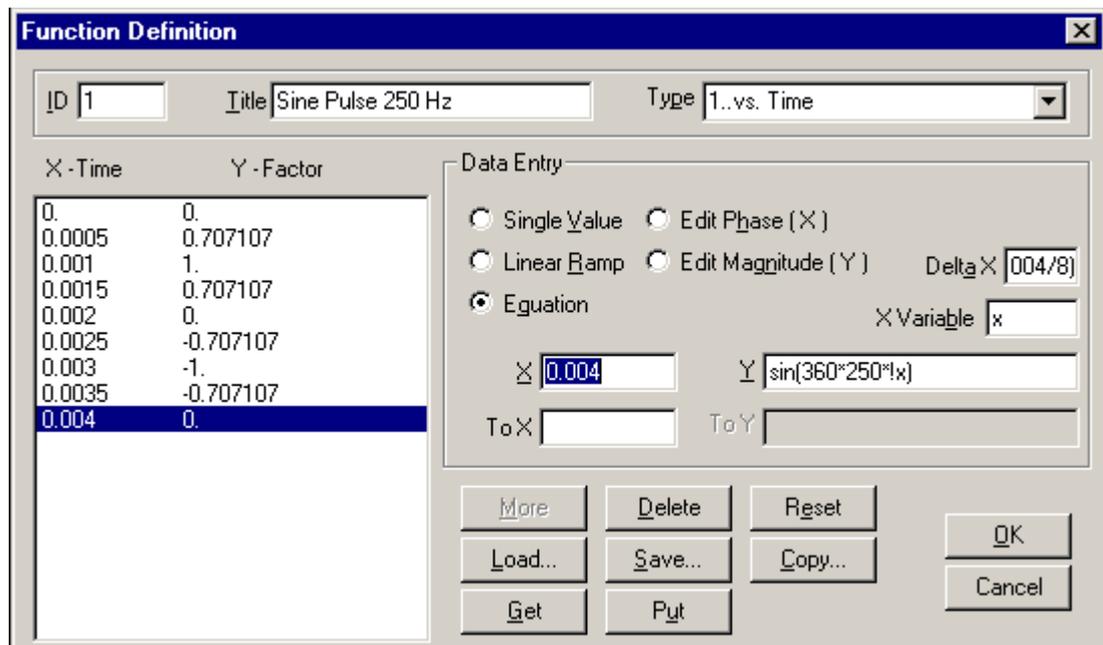
4. Создадим переменную нагрузку. К узлу 56 (верхняя точка паза) приложим усилие величиной 50lb в положительном направлении оси Z. При этом усилии изменяется по синусоиде с частотой 250Hz. Для начала временные аспекты нагрузки должны быть определены как функция времени.

#### **Model/Function...**

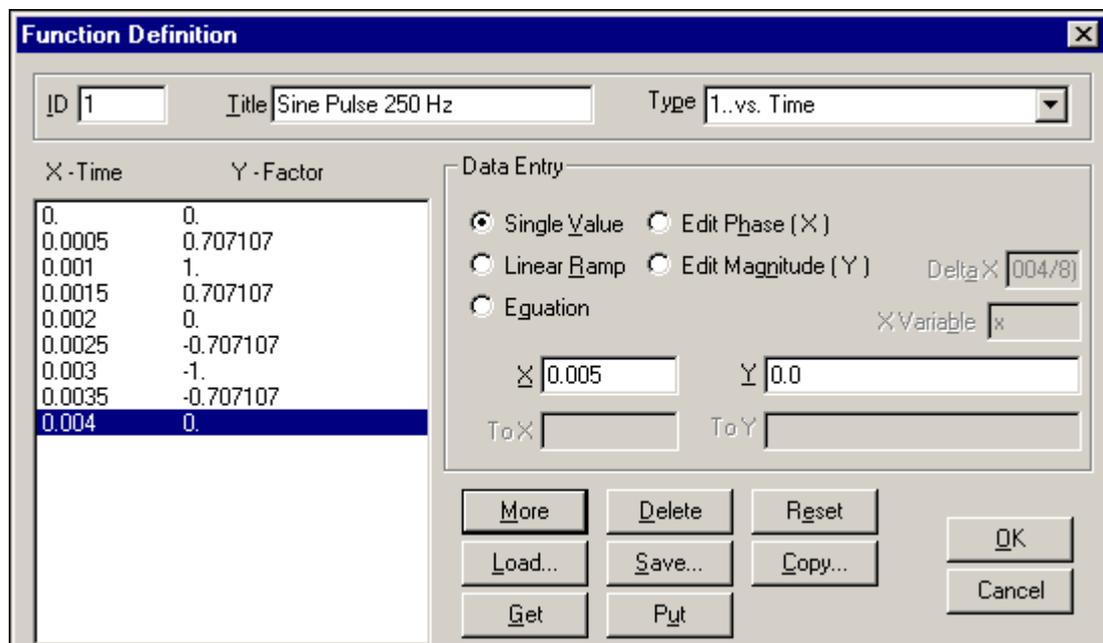
В открывшемся диалоговом окне в качестве названия напечатайте [**Sine Pulse 250 Hz**]. Из опускающегося списка *Type* выберите **1..vs. Time**. В зоне окна *Data Entry* поставьте метку напротив **Equation**. В поле *Delta X* напечатайте [(0.004/8)]. *X*: [0.0]; *Y*: [sin(360\*250\*!x)]; *To X*: [0.004]. Нажмите кнопку **More**.

Этим мы задали 8 ху координат одного периода синусоиды (рекомендуется минимальное число), в интервале значения времени между 0.0 и 0.004 секунды (что составляет 250Hz).

На Вашем экране должно быть диалоговое окно, показанное на рисунке ниже.



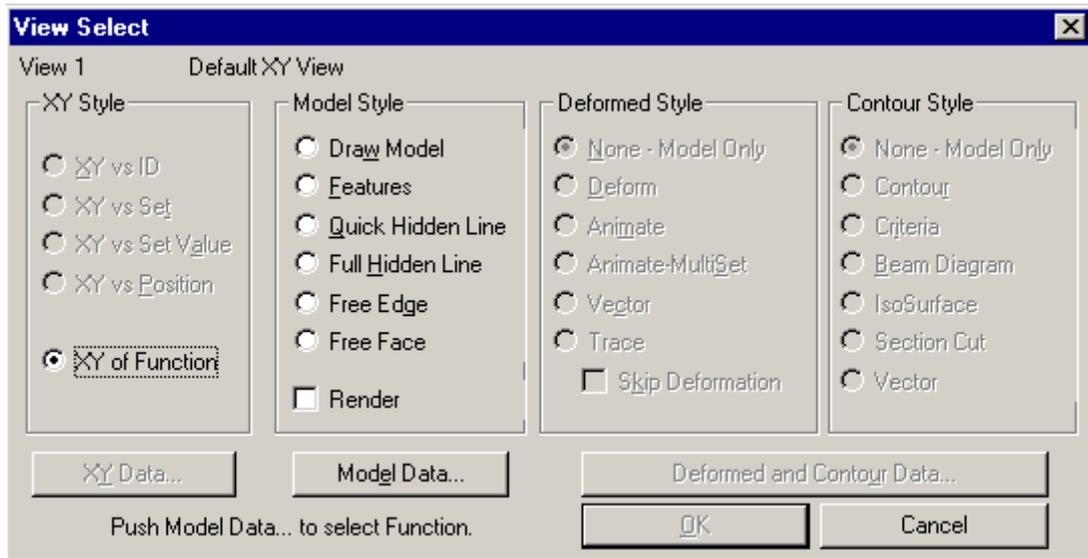
Важно помнить, что MSC/NASTRAN будет интерполировать и экстраполировать между этими координатами кривой, так что дальнейший набор координат должен быть добавлен к "нулю" кривой на конце синусоиды. В этом же окне в секции окна *Data Entry* поставьте отметку против **Single Value**. X: - [0.005]; Y: - [0.0].



Выберите **OK** и из следующего диалогового окна **Cancel**. Этот заключительный набор координат будет добавлен к другим.

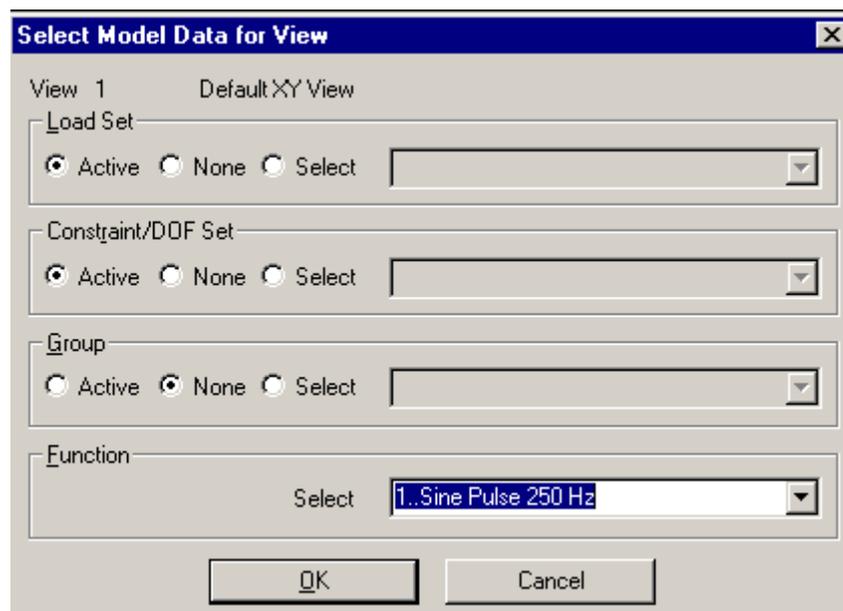
5. Чтобы убедиться, что функция введена корректно, выберите: **View/Select... (F5)**

В секции окна *XY Style* поставьте отметку напротив **XY of Function**.



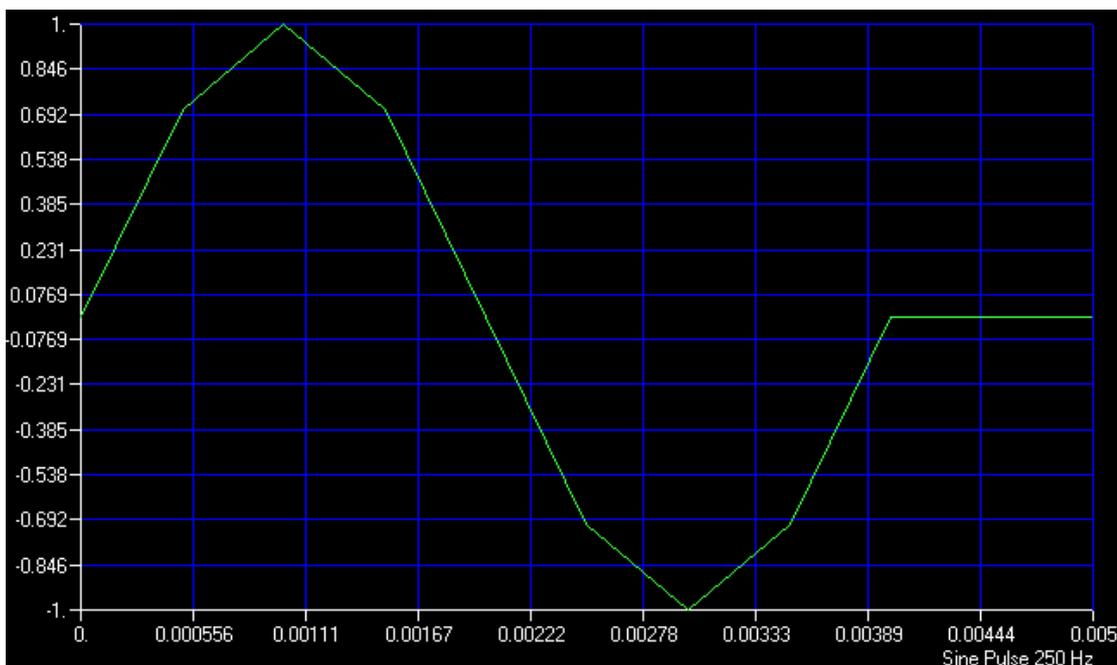
Нажмите кнопку **Model Data...**

В открывшемся диалоговом окне в секции *Function* из опускающегося списка *Select* выберите **1..Sine Pulse 250 Hz**.



В обоих диалоговых окнах выбираем **OK**.

Появится график XY- функции, показывающий импульс синуса, заканчивающийся в  $Y=0$ .

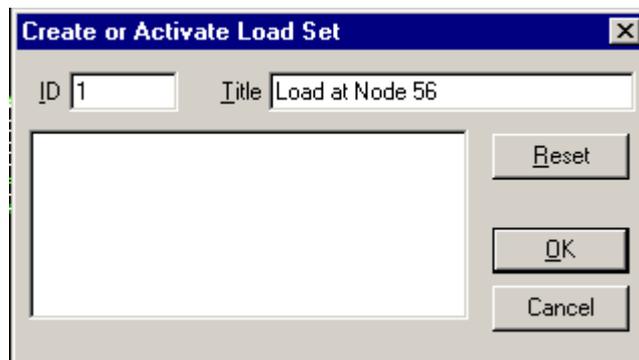


Возвратимся к виду модели.

### View/Select... (F5)

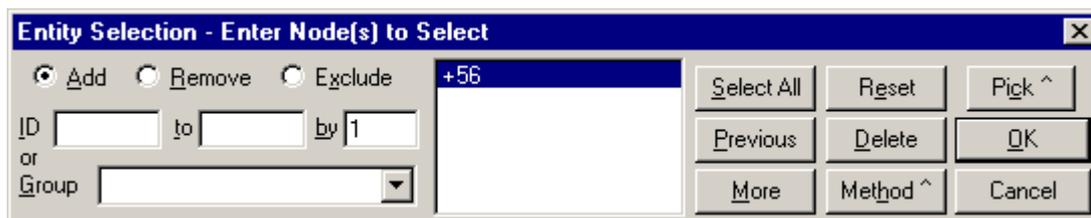
В секции *Model Style* поставьте отметку напротив **Draw Model**. Затем нажмите кнопку **OK**.

6. В следующем шаге создадим нагрузку, приложенную к верхней точке круглого отверстия. В качестве названия напечатайте [**Load at Node 56**].  
**Model/Load/Nodal...**

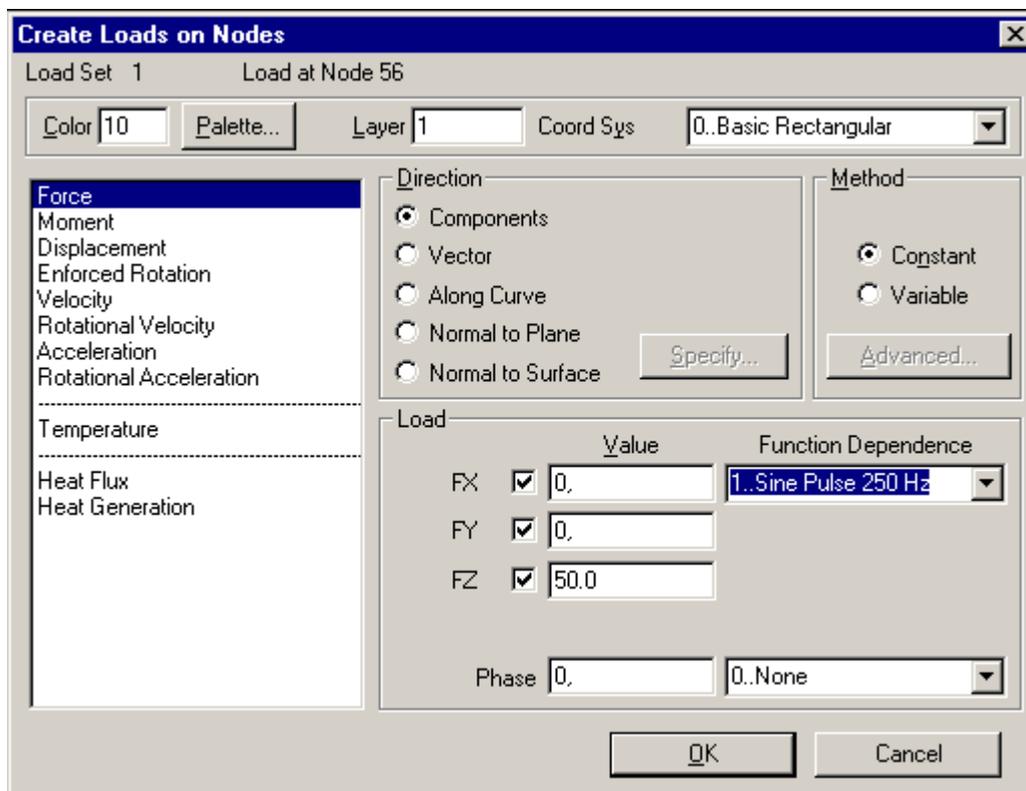


Нажмите **OK**.

В графической зоне окна выберите узел 56 (верх круглого отверстия).



Нажмите **ОК**. Откроется следующее диалоговое окно, предлагающее определить нагрузку на данный узел. Высветите тип нагрузки - **Force**. В секции окна *Load* убедитесь в наличии отметки рядом с *FZ*. В столбце *Value* напротив *FZ* введите значение [50.0]. В этой же секции из опускающегося списка *Function Dependence* выберите **1..Sine Pulse 250 Hz**.

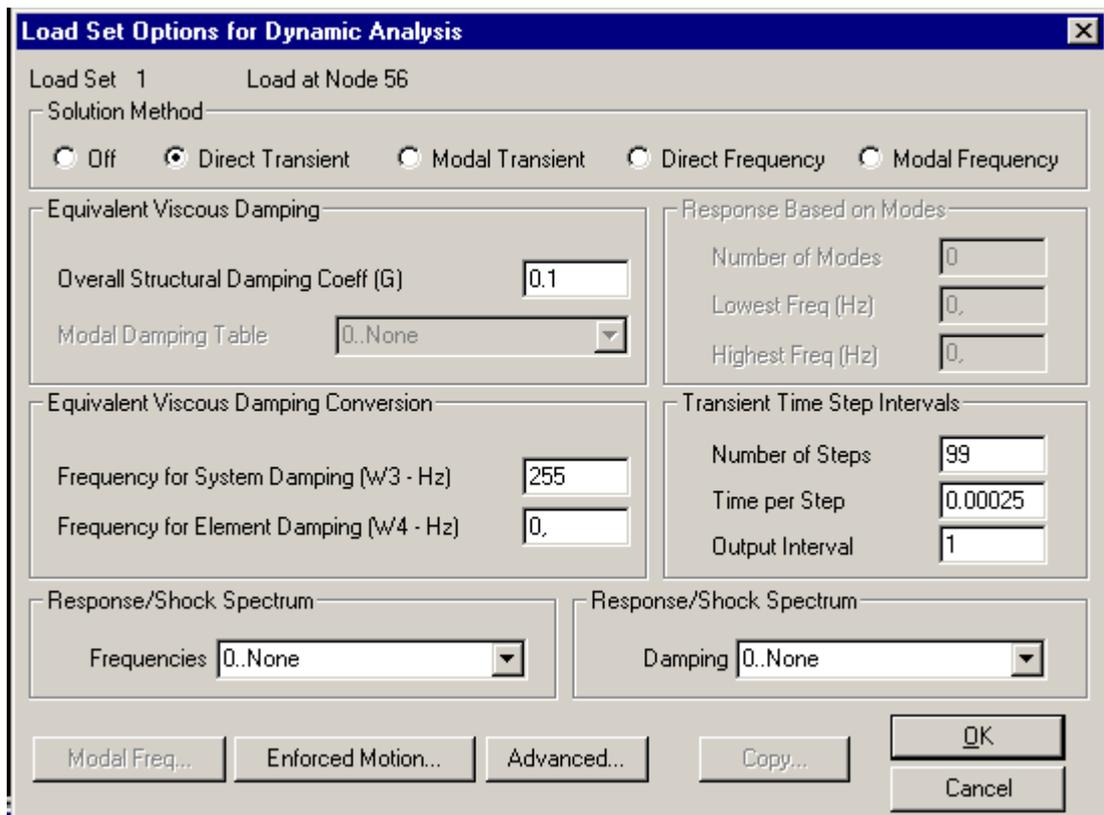


Выберите **ОК** и **Cancel** из следующего окна.

7. В заключении зададим недостающие параметры для проведения анализа переходных процессов.

#### **Model/Load/Dynamic Analysis...**

В секции окна *Solution Method* выберите **Direct Transient**. *Overall Structural Damping Coeff (G)* - [0.1]. *Frequency for System Damping (W3)* - [255]. *Number of Steps* - [99]. *Time per Step* - [0.00025]. *Output Interval* - [1].



Выберите **ОК**.

С установкой коэффициента демпфирования на **0.1**, 5%-ый эквивалент "вязкого демпфирования" будет рассчитан по формуле  $G = 2 * (\text{Критический коэффициент затухания})$ . Эквивалентное преобразование "вязкого демпфирования" рассчитано при частоте 255 Hz. Этот импульс стремится изогнуть модель. Это - частота, при которой в структуре модели, вероятно, с помощью переменных нагрузок будет вызвана вибрация, в которой будет участвовать большая часть массы.

Значение такта установлено на **0.00025** секунды, разрешение 16 тактов для периода нагрузки (0.004 секунды), что близко к первичной частоте структуры. Общее количество шагов выбрано равным **99**, что управляет полным интервалом времени анализа  $((99+1)*0.00025=0.025$  секунды). Выходной интервал, установленный на **1**, создаст значение функции для каждого заданного временного интервала - другими словами, будет получен гладкий график в осях ху при выдаче конечных результатов.

8. Произведите анализ модели.

**File/Analyze...**

В открывшемся диалоговом окне из опускающегося списка *Analysis Type* выберите **3..Transient Dynamic/Time Response**. В секции окна *Additional Info* убедитесь, что поставлена метка рядом с **Run Analysis**. Нажмите **ОК**.

При запросе **OK to Save Model Now?**, выберите **YES**.

Произойдёт перезагрузка MSC/NASTRAN и на экране появится диалоговое окно **Message Review**. Для просмотра сообщений Вы можете выбрать

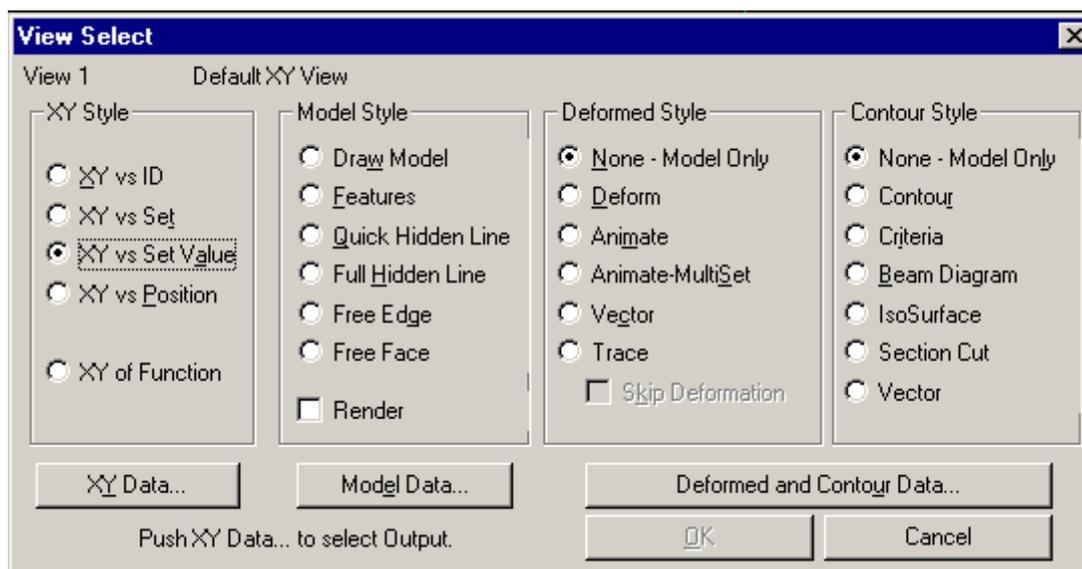
**Show Details.** Так как анализ прошел без проблем, мы не будем сейчас вдаваться в детали. Выберите **Continue**.

#### 9. Вывод результатов анализа.

После успешного завершения анализа, результаты занесены в базу данных файла и могут быть просмотрены.

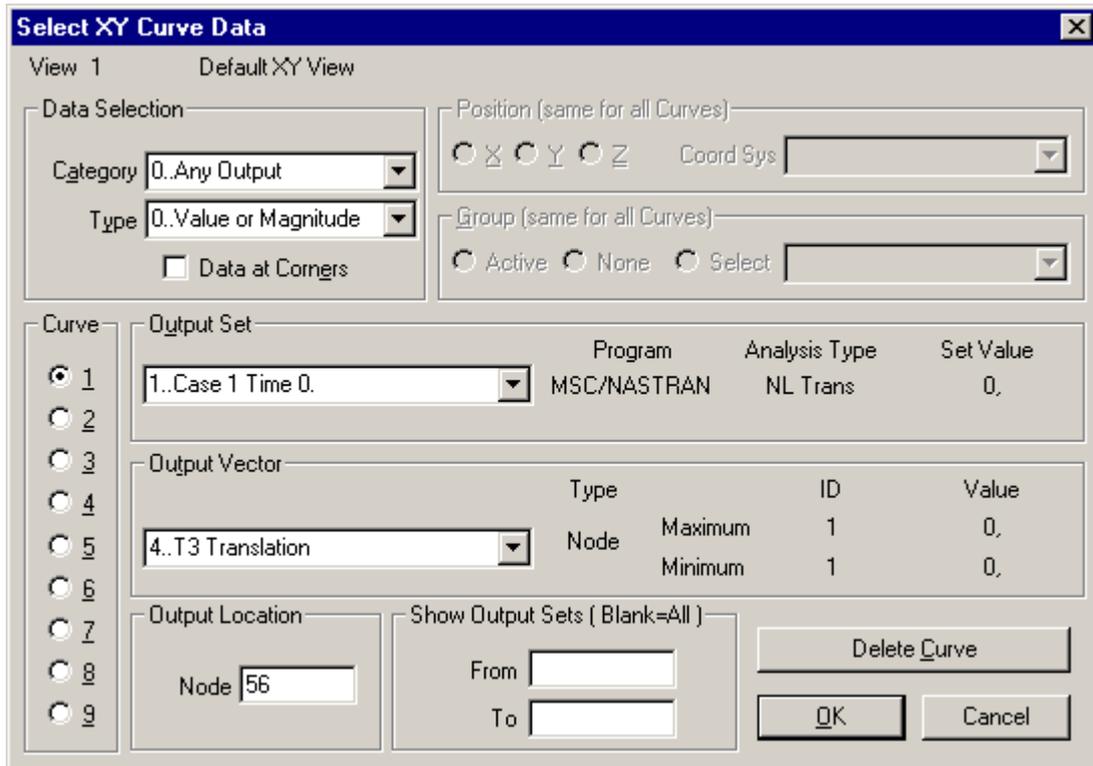
#### **View/Select... (F5)**

В открывшемся диалоговом окне, в его секции *XY Style*, выберите **XY vs Set Value**.



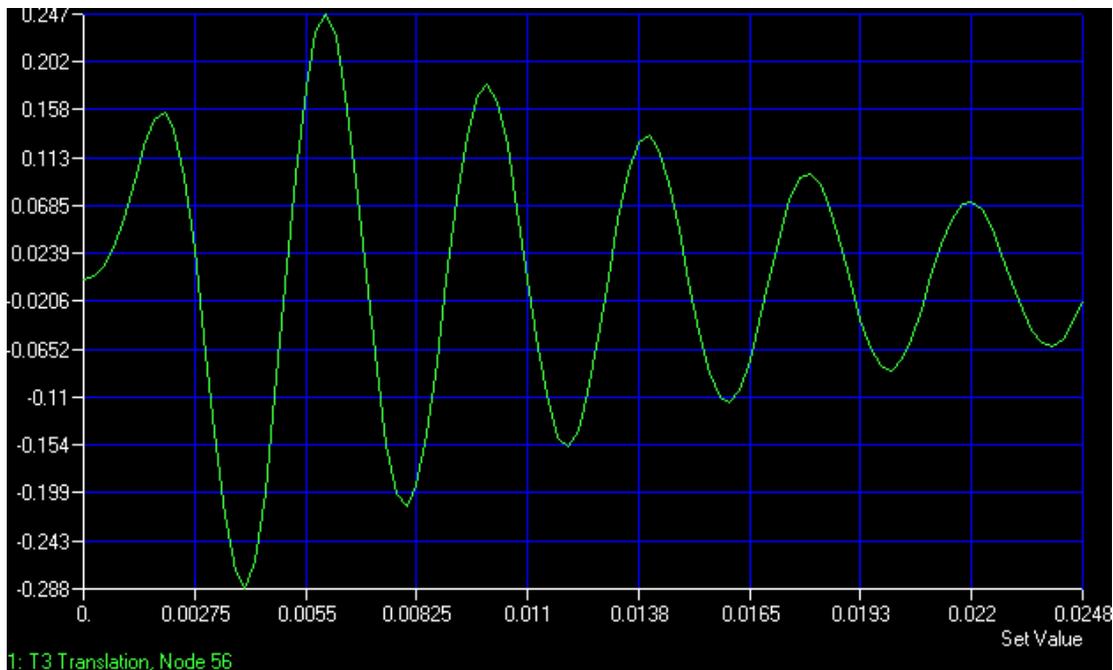
#### Выберите **XY Data...**

Из опускающегося списка *Category* выберите **0..Any Output**. Из опускающегося списка *Type* выберите **0..Value or Magnitude**. Из опускающегося списка *Output Set* выберите **1..Case 1 Time 0**. Из опускающегося списка *Output Vector* выберите **4.. T3 Translation**. В зоне окна *Output Location* в строку *Node* введите значение [56].



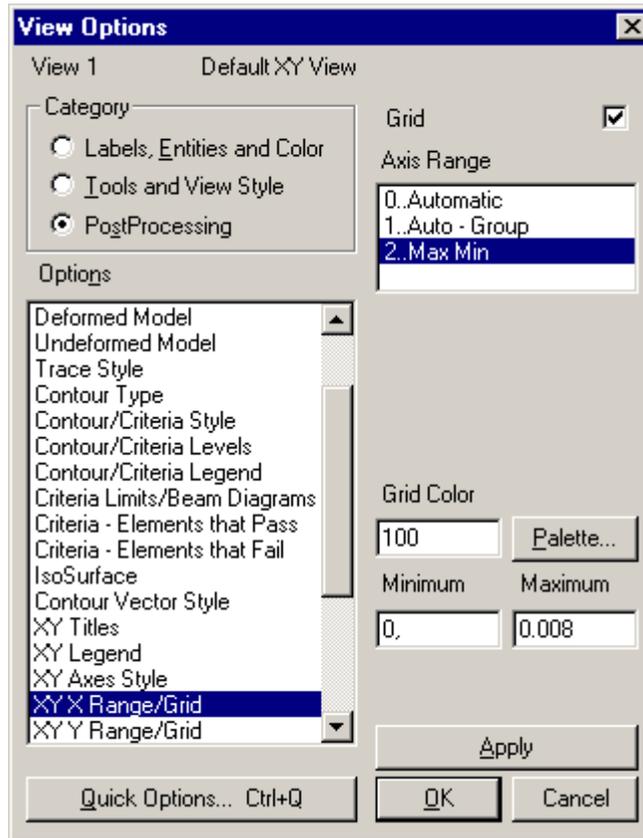
Дважды нажмите **ОК**, для выхода из обоих диалоговых окон.

Смещение узла 56 относительно оси z будет представлено в виде графика в осях ху. График должен выглядеть как рисунок, показанный ниже.



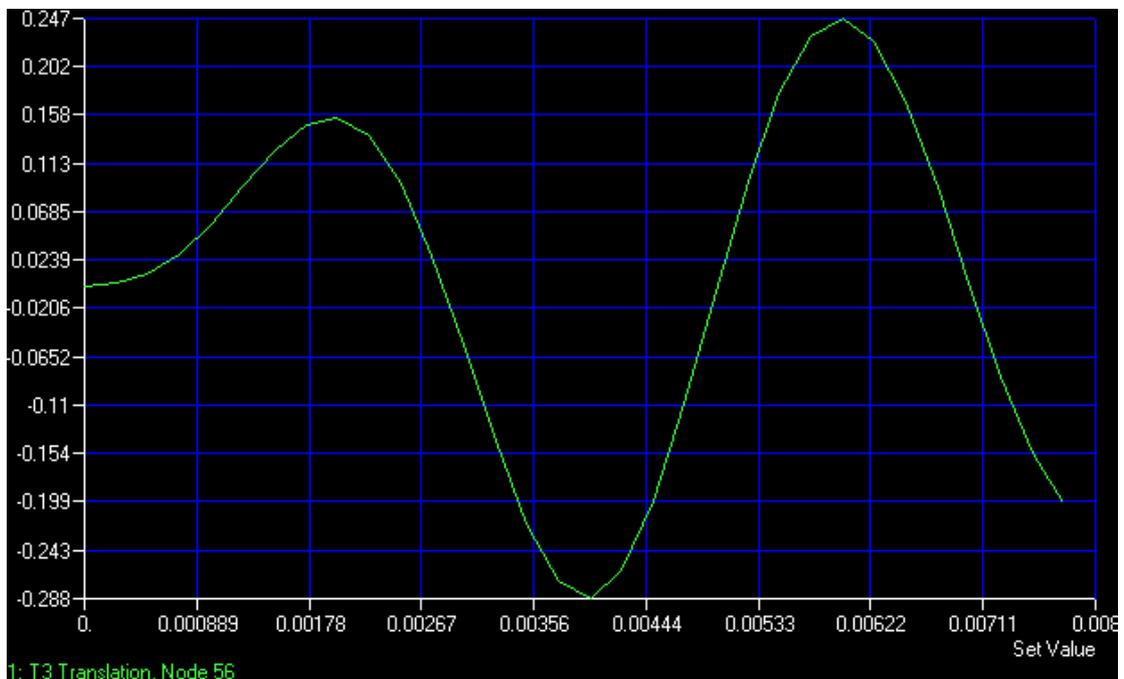
### View/Options... (F6)

В открывшемся диалоговом окне в секции *Category* выберите **PostProcessing**. В *Options* выберите **XY X Range/Grid**. Установите *Axis Range* на **2..Max Min**. *Minimum* установите на **0**. *Maximum* установите на **0.008**.



Выберите **ОК**.

Получившийся график должен напоминать следующий рисунок.



Согласно данного графика максимальное отклонение составляет -0.288 дюйма в момент времени 0.004 секунды. Сравните это со статическим отклонением (от груза весом 50 фунтов, приложенного в той же точке) в -0.12

дьюма, полученном в предыдущем статическом анализе этой структуры. Это увеличение в отклонении произошло из-за динамического эффекта усиления приложенной нагрузки.

10. В заключение выйдем из программы.

#### **File/Exit**

При запросе Save file before closing?, выберите **Yes** .

### 8. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИКЕ ВЫПУСКНИКОВ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Программные продукты – AutoCAD, Nastran for Windows 4.1.

1. Федоренков А.П., Басов К.А. AutoCAD 2000. Практический курс. – М.: ДЕССКОМ, 2000 г. – 432 с.: ил.

2. Мюррей Д. SOLIDWORKS. – М.: Изд-во «Лори», 2003 г. – 604 с.:ил.

3. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК, 2001. – 446 с.

4. Рычков С.П. MSC.visualNASTRAN для Windows (Проектирование и моделирование). – М.: NT Press, 2004. – 546 с.

### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

*Трехмерные построения.*

*Вступление*

*Плоскости построения и системы координат*

*Вступление*

AutoCAD может строить рассмотренные нами в предыдущих главах примитивы не только в плоскости XY, которая до сих пор была единственной плоскостью построений, но в любой плоскости трехмерного пространства. Кроме того, в системе AutoCAD существует большой набор пространственных примитивов (поверхностей, тел и др.), которые позволяют выполнять построения трехмерных моделей зданий, сооружений и различных машиностроительных изделий.

Далее мы не только будем строить трехмерные объекты, но и рассматривать их в разных видах и проекциях, используя новые системы координат (все эти понятия будут определены ниже). Затем познакомимся с такими возможностями AutoCAD, как скрытие невидимых линий, тонирование и назначение объектам тех или иных материалов. Все построенные модели можно с помощью пространства листа, оформлять красиво и удобно в виде чертежей.

Плоскость XY основной системы координат, с которой мы до сих пор работали и которая называется *мировой системой координат* (МСК), совпадает с плоскостью графического экрана. Третья ось (ось Z) МСК расположена перпендикулярно экрану и направлена от экрана к нам. В качестве признака мировой системы координат пиктограмма осей имеет букву М (в английской версии - W) (рис. 1).

Многие рассмотренные нами команды допускают ввод трехмерных координат точек. Например, для команды ОТРЕЗОК (LINE) на вопрос *От точки:*

(*From point:*) можно ответить: 50,240,780 -это означает, что начальная точка строящегося отрезка имеет соответствующие координаты по осям;  $X=50$ ,  $Y=240$  и  $Z=780$ . Если же на следующий запрос команды ОТРЕЗОК (LINE) (*К точке: (To point:)*) вы ответите: 97.55,201.1,-17.62, то будет построен отрезок, у которого конечной точкой является точка с координатами:  $X=97.55$ ,  $Y=201.1$  и  $Z=-17.62$ .

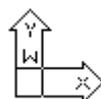


Рис. 1. Пиктограмма мировой системы координат

Вариант относительного ввода точек в декартовых координатах тоже допускает использование трех координат, например: @50,0,15 - строящаяся точка смещена относительно предыдущей по оси X на 50 мм, по оси Y - на 0 мм, а по оси Z - на 15 мм.

К записи относительного ввода точки в полярных координатах тоже может добавляться третья координата, например: @33.5<45,16.29. Эта запись означает, что проекция отрезка на плоскость XY, построенного из предыдущей точки в указанную нами вторую точку, образует в плоскости XY с положительным направлением оси X угол 45 градусов и имеет в этой же плоскости длину 33,5 мм, а координата Z конечной точки отрезка смещена от начальной по оси Z на 16,29 мм. Этот вариант ввода координат можно назвать *относительным вводом точек в цилиндрических координатах* (ось цилиндра направлена по оси Z).

Возможен ввод координат записью следующего типа: @14<20<45 - его можно назвать *относительным вводом точек в сферических координатах*. Понимать эту запись следует так: отрезок сначала строится в плоскости XY, образуя угол 20 градусов относительно положительного направления оси X, затем отрезок наклоняется относительно плоскости XY на 45 градусов и, на определенном луче, конечная точка отрезка смещается относительно начальной на 14 мм.

Для указания точек в пространстве может использоваться и объектная привязка к характерным точкам объектов. Следует отметить, что роль объектной привязки в трехмерном пространстве даже выше.

#### 9.1. Плоскости построения и системы координат

Плоскость, в которой строятся двумерные объекты, называется *плоскостью построений*. Ее положение определяется действующей системой коор-

динат и уровнем, т. е. ее смещением вдоль оси  $Z$  относительно плоскости  $XY$  этой системы координат. Нам известна пока только одна система координат - мировая, но даже в ней можно менять уровень плоскости объекта. Рассмотрим это на примере построения окружности.

Удобно анализировать трехмерные построения в изометрических видах, которые вполне могут заменить известную нам аксонометрию. Главное, что в любом изометрическом виде хорошо заметны модификации примитивов по всем трем осям. Установим стандартный вид, называемый юго-западная изометрия. Воспользуйтесь для этого пунктом 3М вида (3D Views), ЮЗ изометрия (SW Isometric) падающего меню Вид (View). Щелкните с помощью левой кнопки мыши по указанному пункту меню. После этого изменяется внешний вид графического экрана: пиктограмма осей МСК смещается в центр и разворачивается так, что угол между осями будет уже не прямым, а 120 градусов. Кроме того, внутри пиктограммы появляется знак плюс, означающий, что в данном виде пиктограмма располагается в начале действующей системы координат, т. е. МСК. Форма перекрестия устройства указания также изменяется аналогично знаку осей координат. Далее нарисуйте окружность (с помощью команды КРУГ (CIRCLE)) с центром в точке 0,0 и радиусом 100 мм. В результате чего получим вид, изображенный на рис. 2.

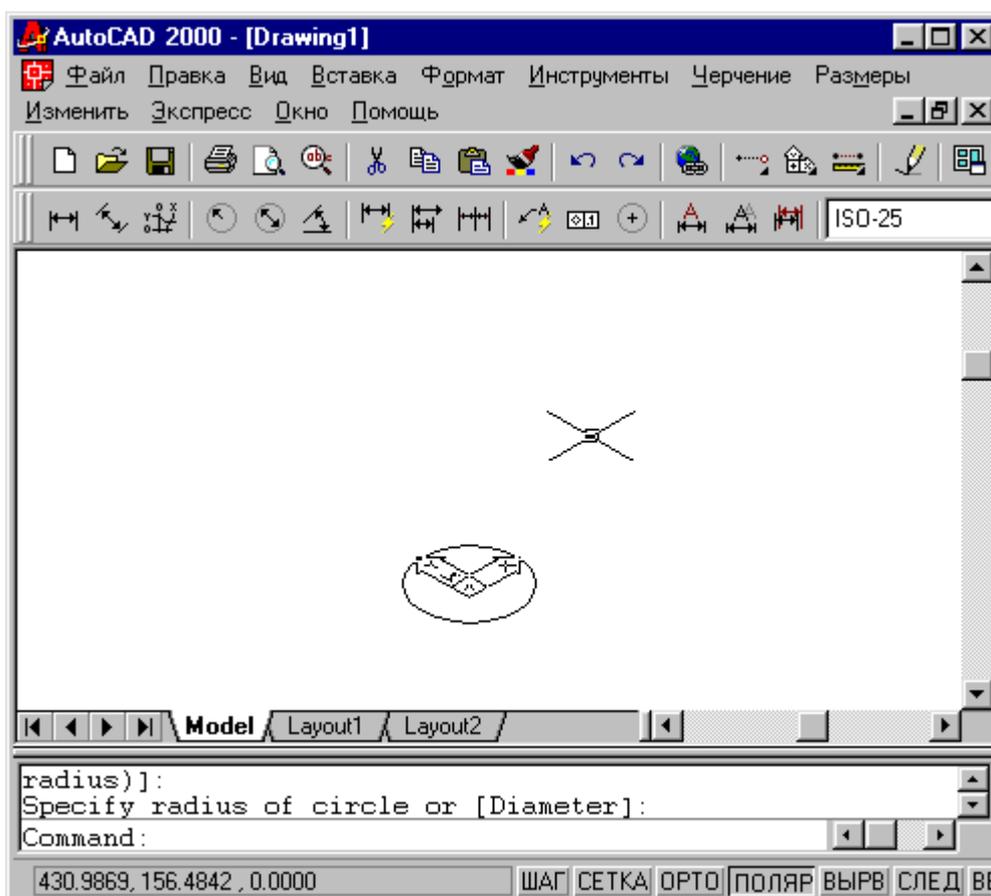


Рис. 2. Юго-западная изометрия

В изометрическом виде окружность изображается эллипсом. Ось Z при этом идет вертикально вверх от точки начала координат (она отмечена плюсом в пиктограмме МСК). Изменим уровень окружности (для этого нужно изменить координату Z центра окружности). Щелкните по окружности - у нее появятся ручки. С помощью кнопки Свойства (Properties) панели Свойства объектов (Object Properties) вызовите диалоговое окно Свойства (Properties). В этом окне отражены все характеристики окружности, которые при желании могут быть изменены. Щелкните дважды левой кнопкой мыши в правой колонке, напротив характеристики Центр Z (Center Z). В ячейке появится вертикальный текстовый курсор и значок устройства указания (его можно использовать, если вы хотите указать новое значение Z для центра с помощью мыши). Исправьте с помощью клавиатуры старое значение 0 на 250 (рис. 3) и закройте диалоговое окно Свойства (Properties).

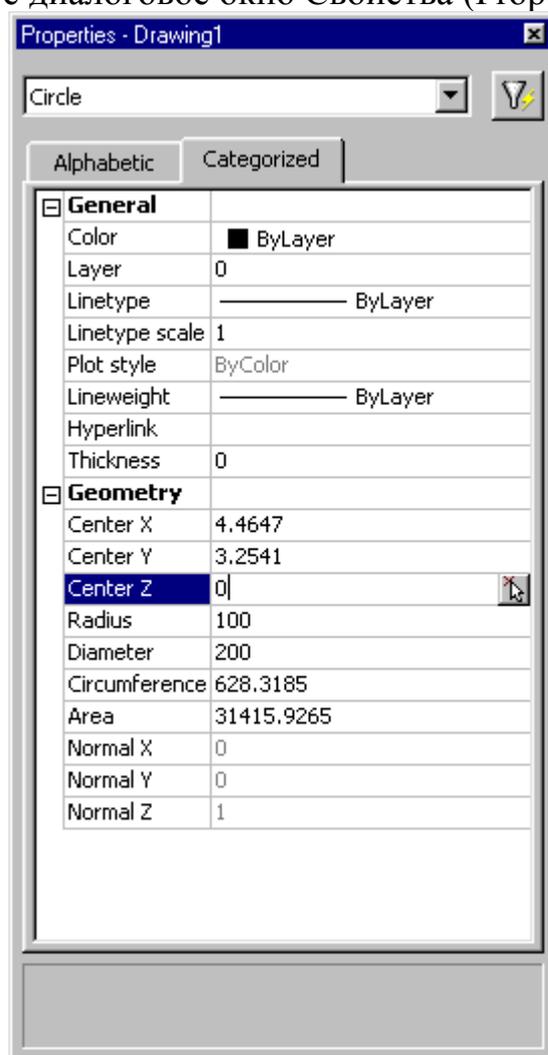


Рис. 3. Изменение уровня с помощью диалогового окна Свойства

В результате этого изменения окружность переместилась вверх на 250 мм (рис. 4).

Если бы было нужно опустить окружность на 250 мм вниз, то мы бы задали  $Z=-250$ .

Таким образом, в нашем примере плоскостью построений сначала была основная плоскость XY с уровнем  $Z=0$ , а затем объект был перенесен в новую плоскость (на 250 мм выше по оси Z).

Теперь попробуем изменить еще одну характеристику нашего круга - высоту. Под *высотой* в системе AutoCAD понимается толщина объекта по оси Z. В нашем случае это будет означать, что окружность превратится в цилиндр с осью, направленной вдоль оси Z МСК. Откройте еще раз окно Свойства (Properties) и измените параметр Высота (Thickness) со значения 0 на 100. При этом двумерный круг превратится в трехмерный цилиндр (рис. 5).

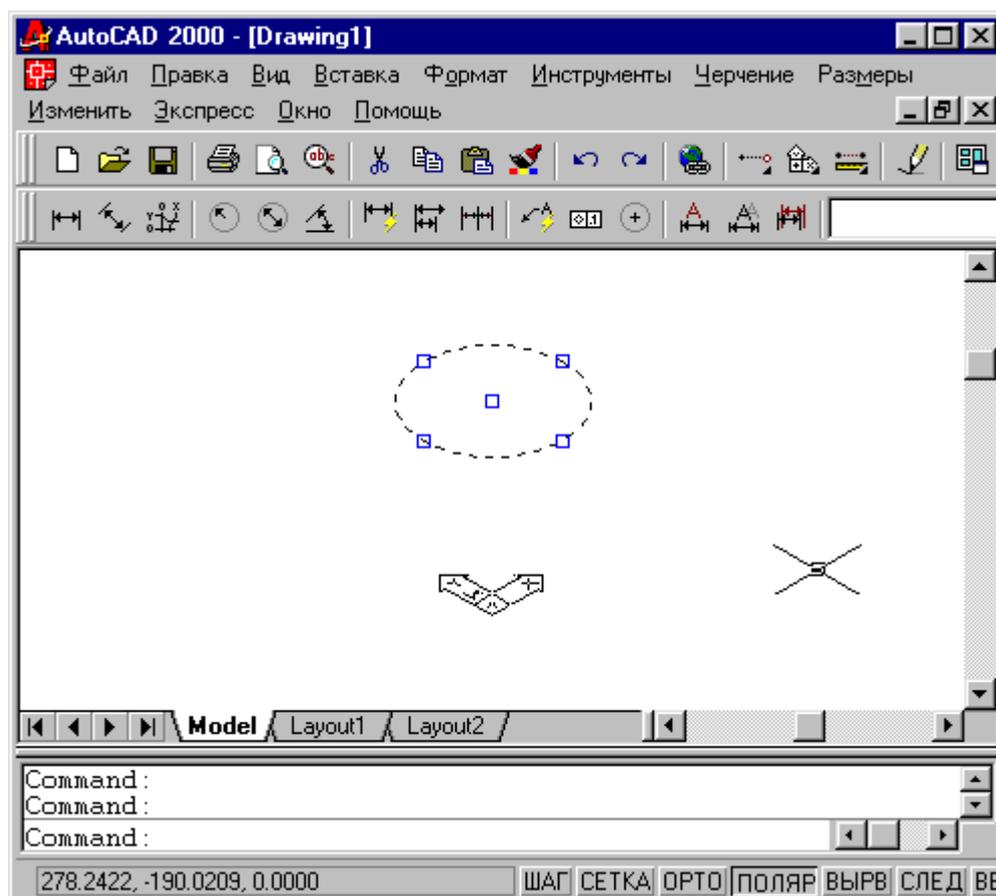


Рис. 4. Результат изменения уровня объекта

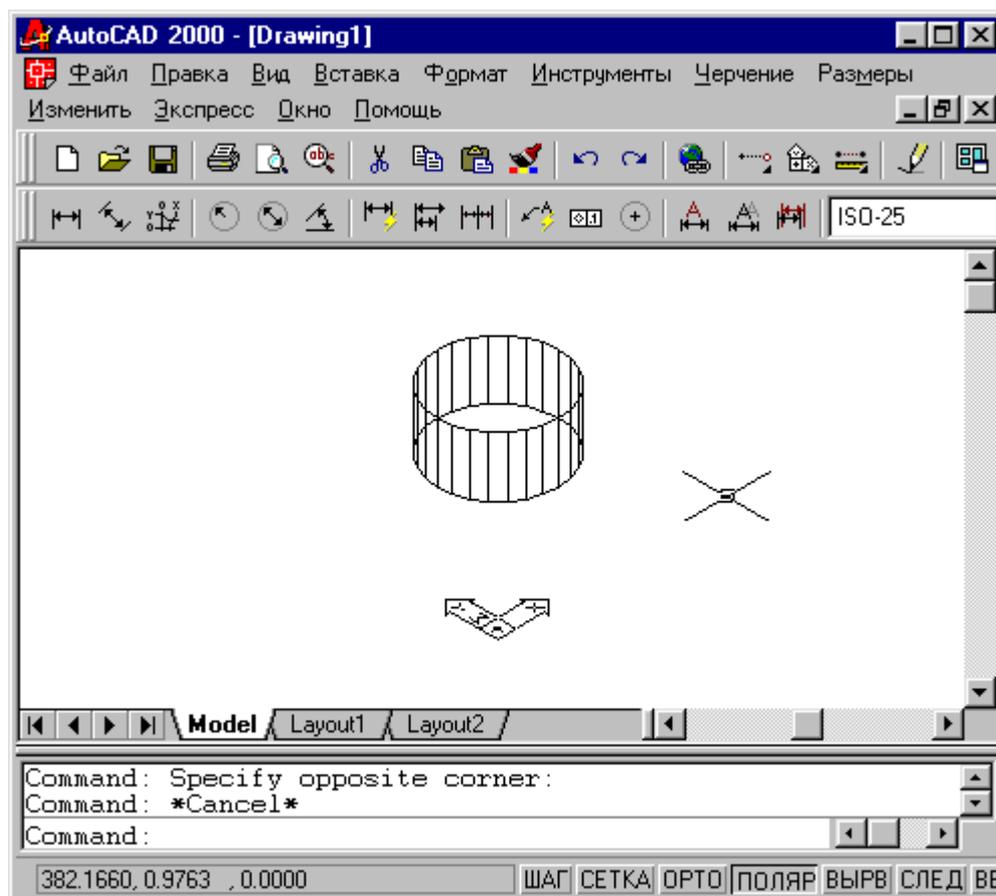


Рис. 5. Результат изменения высоты объекта

На криволинейной части цилиндра AutoCAD для наглядности выводит некоторое количество образующих, которое может при необходимости регулироваться пользователем с помощью системной переменной ISOLINES. Кроме того, в рабочем режиме все стенки цилиндра доступны для редактирования и прозрачны, чтобы видеть объект полностью.

Операция изменения высоты называется еще *выдавливанием двумерного объекта* (в данном случае выдавливание круга идет вдоль положительного направления оси Z). Образовавшийся объект уже является трехмерным полым объектом. Теперь воспользуйтесь пунктом Скрыть (Hide) падающего меню Вид (View) для того, чтобы скрыть невидимые части цилиндра и убедиться, что стенка цилиндра и оба дна (основания) являются непрозрачными. Этому пункту соответствует команда СКРЫТЬ (HIDE). Результат скрытия невидимых линий приведен на рис. 6.

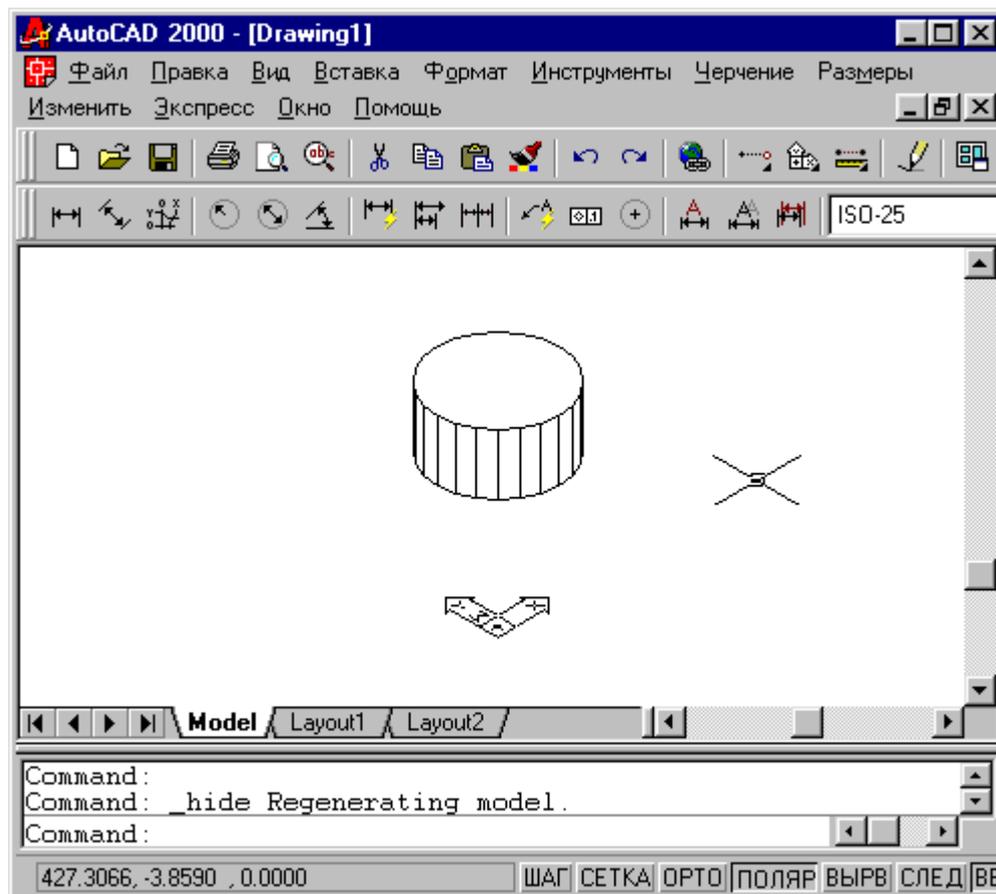


Рис. 6. Скрытие невидимых линий цилиндра

На рисунке видно, что верхнее и нижнее основания цилиндра являются непрозрачными. Такой результат специфичен для круга. Если выдавить прямоугольник (т. е. замкнутую полилинию в форме прямоугольника), то у него непрозрачными будут только боковые стенки.

Изображение, образовавшееся на графическом экране в результате скрытия невидимых линий, является нерабочим - для продолжения редактирования необходимо обязательно выполнить пункт Регенерировать (Regen) или Регенерировать все (Regen All) падающего меню Вид (View). Пункт Регенерировать все (Regen All) отличается от пункта Регенерировать (Regen) тем, что если графический экран разделен на видовые экраны то регенерируются все экраны, а не только активный.

Система AutoCAD хранит текущее значение уровня, на котором выполняются построения. Команда УРОВЕНЬ (ELEV) изменяет текущие установки для уровня и высоты объектов, которые будут строиться далее. Команда запрашивает (в скобках указывается текущее значение):

*Новый уровень по умолчанию <0.0000>:  
(Specify new default elevation <0.0000>:)*

Введите 250, что соответствует уровню нижнего основания цилиндра. Таким образом, плоскость построений переносится на уровень 250 мм. Следующий запрос (в скобках - текущее значение):

*Новая высота по умолчанию <0.0000>:*

(Specify new default thickness <0.0000>:)

Введите -100, чтобы строящиеся объекты выдавливались на 100 мм вдоль отрицательного направления оси Z.

Теперь постройте окружность с центром в точке с координатами 0,0 и радиусом 200 мм. Если у точки координата Z отсутствует, то значение Z берется равным текущему уровню (т. е. 250 мм). В результате, во-первых, построится не окружность, а еще один цилиндр, поскольку задана ненулевая высота, а во-вторых, одно основание цилиндра попадет в плоскость нижнего основания первого цилиндра, а второе основание будет лежать в плоскости с уровнем 150 мм (т. к. к текущему уровню 250 прибавляется высота выдавливания, т. е. -100). Можно немного упростить себе задачу построения цилиндра, если при задании центра окружности воспользоваться функцией объектной привязки Центр (Center) к центру нижнего основания существующего цилиндра. В этом случае точка центра вычислилась бы сразу как трехмерная.

Теперь скройте невидимые линии. Результат выполненных операций представлен на рис. 7.

Перемещение примитивов можно было бы выполнить не только изменяя уровень объекта (для окружности это координата Z ее центра), но и с помощью известной команды ПЕРЕНЕСТИ (MOVE) (см. разд. 3.2), используя для этого при ответе на запросы команды две трехмерные точки, расположенные друг от друга в пространстве с заданным сдвигом вдоль оси Z.

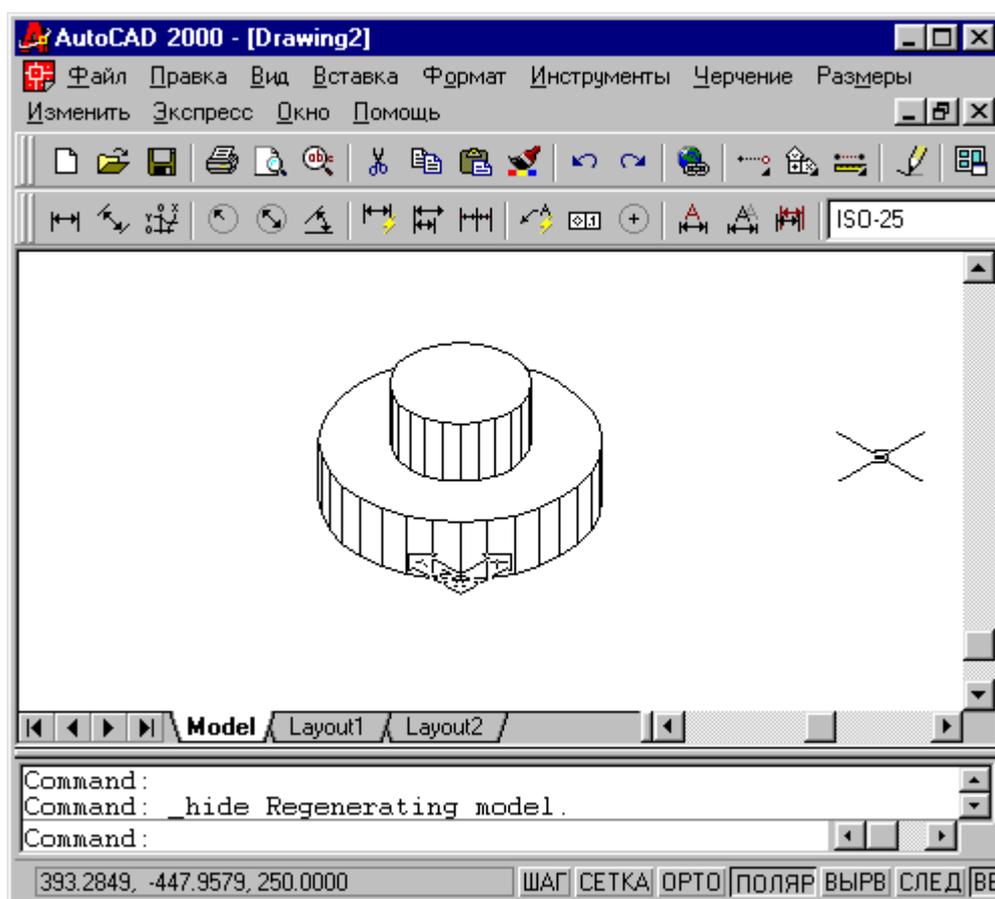


Рис. 7. Скрытие невидимых линий двух цилиндров



Восстановить (Restore) - восстановление ПСК по ее имени;  
Сохранить (Save) - сохранение текущей ПСК с новым именем;  
Удалить (Del) - удаление именованной ПСК;  
прИмепить (Apply) - применение ПСК текущего видового экрана к другому экрану или сразу ко всем видовым экранам (*о видовых экранах см. разд. 9.2*);

? (?) - вывод списка именованных ПСК с их характеристиками;

Мир (World) - восстановление МСК.

Для построения новой ПСК выберите опцию НОвая (New). Далее система AutoCAD выдает запрос:

*Укажите начало новой ПСК или [ZОсь/Зточка/Объект/Грань/Вид/X/Y/Z] <0,0,0>:  
(Specify origin of new UCS or [ZAxis/Зpoint/Объект/Face/View/X/Y/Z] <0,0,0>:)*

В этом случае возможны следующие опции создания новой системы координат:

Начало новой ПСК (origin of new UCS) - перенос начала ПСК в новую точку с сохранением направления осей X и Y;

ZОcb (ZAxis) - указание нового начала координат и точки, лежащей на положительном направлении новой оси Z;

Зточки (Зpoint) - указание нового начала координат и точек, определяющих положительные направления новых осей X и Y;

Объект (Объект) - установка ПСК по плоскости двумерного объекта;

Грань (Face) - установка ПСК по плоскости грани трехмерного тела;

Вид (View) - установка ПСК перпендикулярно направлению взгляда (в плоскости вида), с сохранением начала координат;

X (X) - поворот текущей ПСК вокруг текущей оси X;

Y (Y) - поворот текущей ПСК вокруг текущей оси Y;

Z (Z) - поворот текущей ПСК вокруг текущей оси Z.

Самым общим случаем является случай выбора опции Зточки (Зpoint). Построим новую ПСК с ее помощью. Поле чего следует запрос:

*Новое начало координат <0,0,0>:*

*(Specify new origin point <0,0,0>:)*

Нажмите на клавишу <Enter>, подтверждая сохранение начала координат на прежнем месте. Следующий запрос:

*Точка на положительном луче оси X <1.0000,0.0000,0.0000>:*

*(Specify point on positive portion of X-axis < 1.0000.0.0000,0.0000>:)*

Поскольку оси X и Y новой ПСК должны лежать в плоскости XZ МСК, то новая ось X обязана пройти по старой. Поэтому нажмите на клавишу <Enter> (предлагаемая точка 1,0,0 лежит на положительном направлении оси X МСК). Далее:

*Точка на положительном луче оси Y в плоскости XY ПСК.  
<0.0000,1.0000,0.0000>:*

*(Specify point on positive-Y portion of the UCS XY plane <0.0000,1.0000,0.0000>:)*

Новую ось Y направим по оси Z МСК, поэтому ответьте 0,0,1 и новая ось ординат (Y) пойдет по старой оси Z (точка 0,0,1 лежит именно на оси Z).

Выполненная операция определила новую текущую систему координат, поэтому пиктограмма ПСК изменит свое положение (рис. 11).

Кроме того, в панели ПСК-2 (UCS II) поле списка, показывающее имя текущей ПСК и имевшее значение Мировая СК (World), изменило свое значение на Без имени (Unnamed). Если ПСК нужна для неоднократных построений, сохраните ее с новым именем (например, плХZ), для чего нужно повторить команду ПСК (UCS) и выбрать опцию Сохранить (Save). В ответ на запрос имени введите выбранное вами имя для новой ПСК.

Теперь все вводимые координаты будут браться относительно текущей ПСК, которая отлична от МСК. Если вы, находясь в ПСК, хотите все-таки задать координаты точки в мировой системе координат, то добавляйте перед координатами символ звездочки, например:

\*150,320

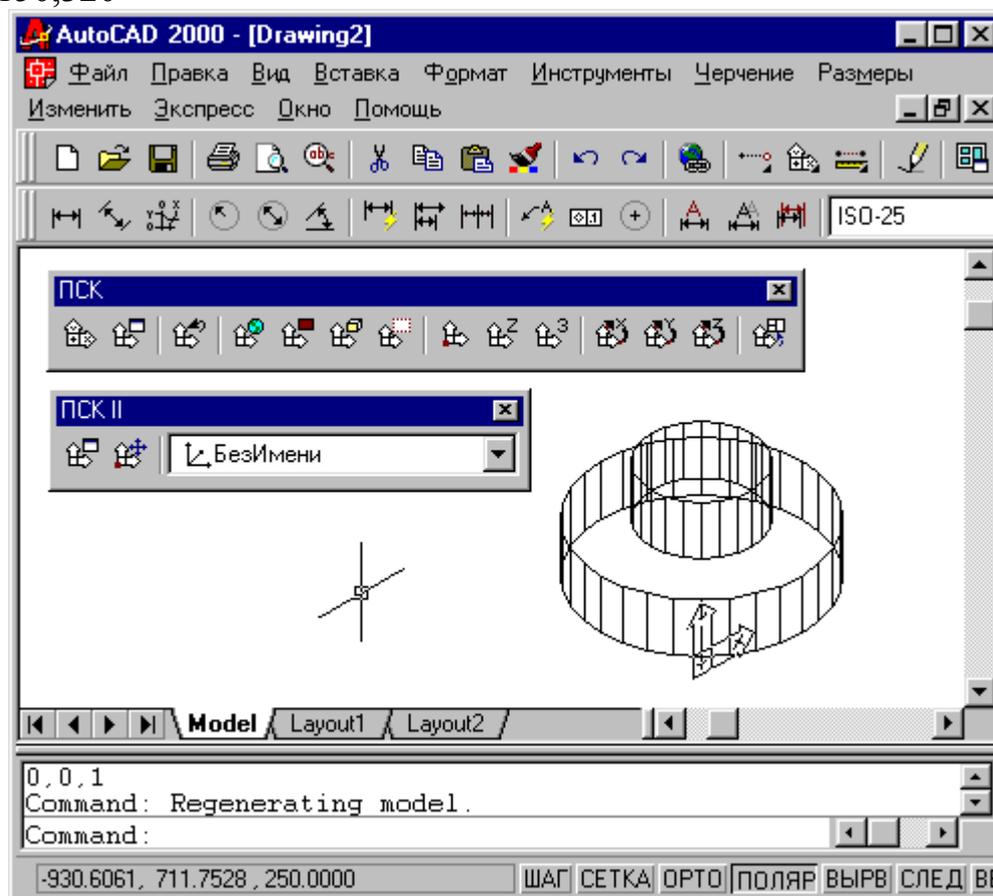


Рис. 11. Новое направление осей системы координат

Вспомним, что текущее значение уровня было 250 мм. Введение новой системы координат не изменит его (оно запоминается в системной переменной ELEVATION). Однако это означает, что текущей плоскостью построений будет не плоскость XY действующей ПСК, а плоскость, которая параллельна ей (напомню, что эта плоскость совпадает с плоскостью XZ МСК) и отстоит от нее вдоль направления новой оси аппликат (Z) на 250 мм. Попробуйте с

помощью команды ПЛИНИЯ (PLINE) построить замкнутую полилинию в новой системе координат с вершинами в точках (0,0), (200,0), (200,120) и (0,120). Получится параллелепипед, а не прямоугольная полилиния, т. к. текущее значение высоты равно -100. Основание нового параллелепипеда будет параллельно новой плоскости построений (рис. 12, со скрывтием невидимых линий).

Поскольку вы не указали третьей координаты для первой вершины полилинии, то AutoCAD взял ее значение из текущего значения уровня, т. е. 250 мм. Если бы были заданы все три координаты первой точки, то плоскость основания параллелепипеда была бы выбрана независимо от текущего уровня. Обратите внимание, что основания построенного параллелепипеда, в отличие от основания цилиндра, не являются сплошными двумерными объектами (имеют только внешний контур без внутренности) и поэтому прозрачны.

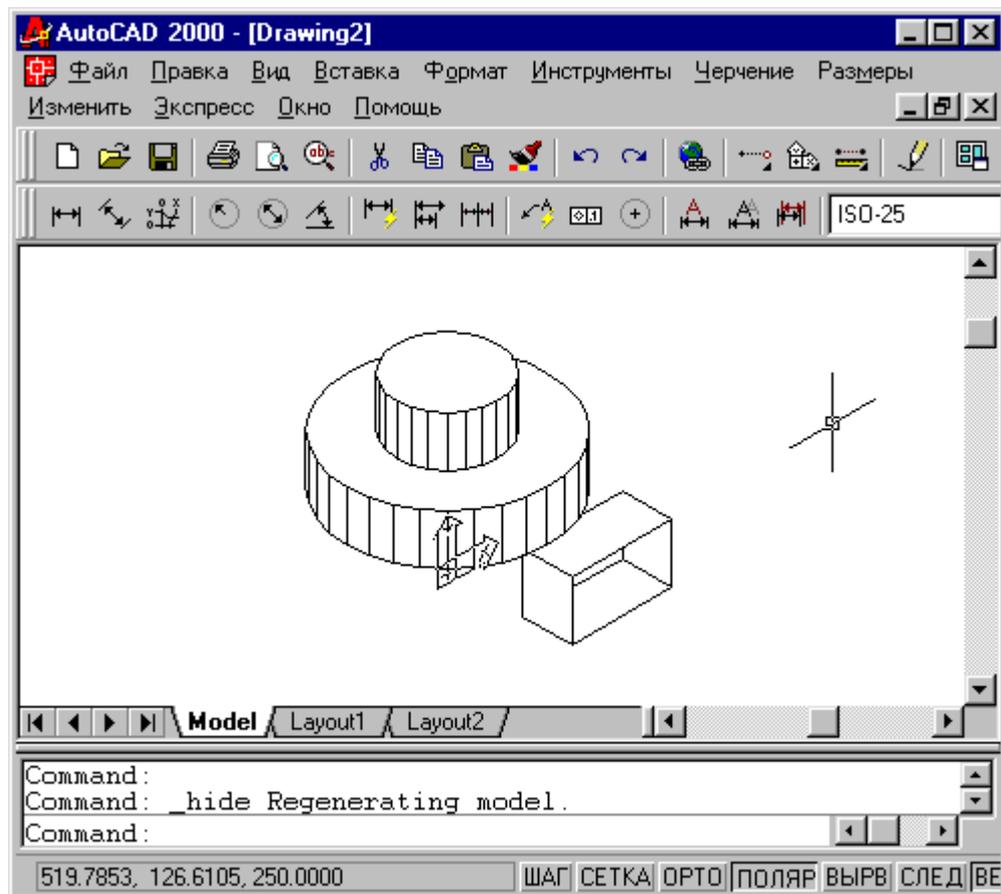


Рис. 12. Построение параллелепипеда в новой ПСК

Новую систему координат, поскольку она является одной из стандартных, проще было бы задать с помощью опции Ортогональная (orthoGraphic) команды ПСК (UCS). При выборе этой опции команда ПСК (LJCS) запрашивает имя для системы координат:

*Задайте* *опцию*  
 [Верхняя/Нижняя/Передняя/Задняя/Левая/Правая] <Верхняя >:  
 (Enter an option [Top/Bottom/Front/Back/Left/Right] <Top>.)

Имя нашей системы координат - Передняя (Front), поскольку выбор плоскости XZ для построений соответствует выбору переднего вида. ПСК Задняя (Back) отличается от Передняя (Front) тем, что у нее ось X направлена в противоположную сторону. Мировая система координат идентична с Верхняя (Top). Соответственно, если вы хотите выбрать ПСК для правого вида, укажите Правая (Right).

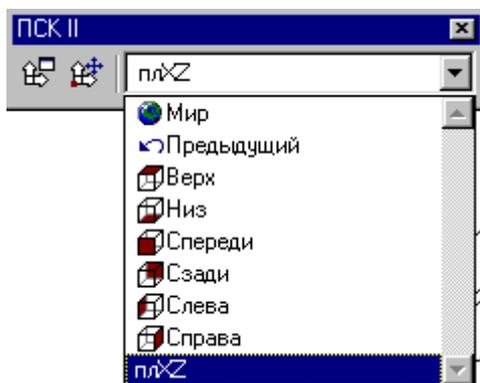


Рис. 13. Раскрывающийся список систем координат панели ПСК-2

В панели инструментов ПСК (UCS) (см. рис. 9) собраны кнопки, которые соответствуют различным вариантам (комбинациям опций) команды ПСК (UCS). Поэтому щелчок по любой кнопке этой панели инструментов почти всегда означает, что вызывается команда ПСК (UCS) и в качестве первого ответа на запрос этой команды необходимо задать определенную опцию (или опции, одна за другой, по структуре запросов команды ПСК (UCS)). Перечислим кнопки панели инструментов ПСК (UCS) по порядку слева направо:

ПСК (UCS) - вызывает выполнение команды ПСК (UCS) без автоматического выбора опций (далее их задает пользователь);

Диалоговое окно ПСК (Display UCS Dialog) - вызывает диалоговое окно ПСК (UCS) для управления именованными системами координат;

Предыдущая ПСК (UCS Previous) - восстанавливает предыдущую ПСК;

МСК (World UCS) - восстанавливает МСК;

ПСК Объект (Object UCS) - устанавливает ПСК по объекту;

ПСК на грани (Face UCS) - совмещает ПСК с выбранной гранью трехмерного тела;

ПСК вид (View UCS) - устанавливает новую систему координат с плоскостью XY, параллельной экрану;

ПСК Начало (Origin UCS) - устанавливает новую ПСК путем переноса начала системы координат;

ПСК Zocb (Z Axis Vector) - устанавливает ПСК путем указания точки на положительном участке оси Z;

ПСК 3 точки (3 Point) - устанавливает новую ПСК с помощью трех точек (начала координат и направлений осей X и Y);

ПСК повернуть вокруг X (X Axis) - выполняет поворот текущей ПСК вокруг оси X;

ПСК повернуть вокруг Y (Y Axis) - выполняет поворот текущей ПСК вокруг оси Y;

ПСК повернуть вокруг Z (Z Axis) - выполняет поворот текущей ПСК вокруг оси Z;

Применить ПСК (Apply UCS) - применяет текущую ПСК к выбранному видовому экрану.

Панель ПСК-2 (UCS II) (см. рис. 9), помимо раскрывающего списка именованных систем координат, содержит две кнопки, которые вошли в панель ПСК (UCS): "Диалоговое окно ПСК" (Display UCS Dialog) и "ПСК Начало" (Origin UCS).

Кнопка "Диалоговое окно ПСК" (Display UCS Dialog) связана не с командой ПСК (UCS), а с командой ДИСПСК (UCSMAN), которая открывает диалоговое окно ПСК (UCS) (рис. 14).

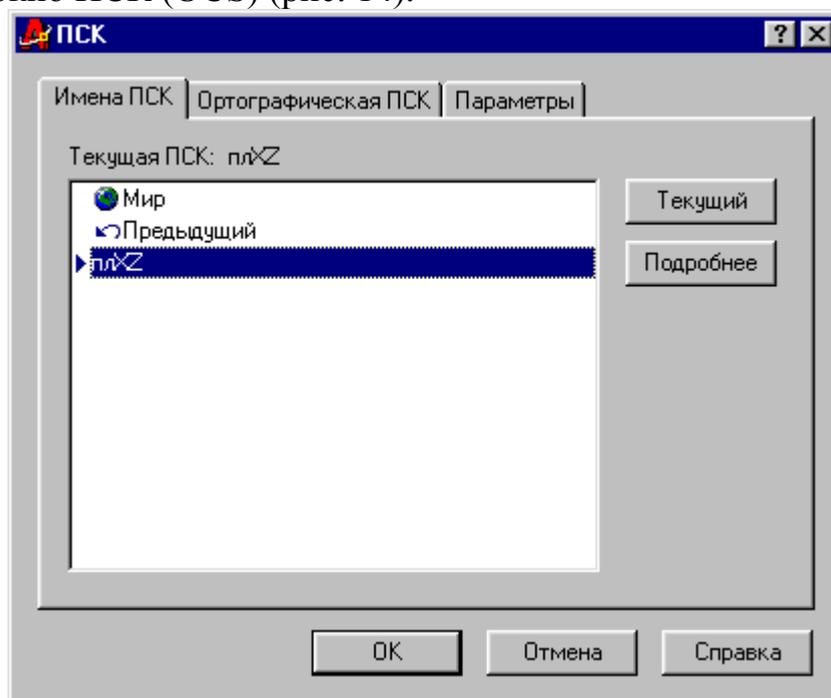


Рис. 14. Диалоговое окно ПСК, вкладка Именованные ПСК

Диалоговое окно имеет три вкладки: Именованные ПСК (Named UCSs), Ортогональные ПСК (Orthographic UCSs) и Режимы (Settings). Вкладка Именованные ПСК (Named UCSs) позволяет видеть список именованных ПСК и устанавливать любую из них с помощью кнопки "Установить" (Set Current). Кнопка "Подробности" (Details) открывает диалоговое окно Подробности о ПСК (UCS Details) с характеристиками отмеченной ПСК (рис. 15).

Вкладка Ортогональные ПСК (Orthographic UCSs) (рис. 16) предназначена для работы с основными ортогональными ПСК.

Задание параметра Глубина (Depth) позволяет дополнительно переместить плоскость текущей ортогональной ПСК вдоль оси Z. Для того чтобы

изменить параметр глубины, нужно либо дважды щелкнуть по колонке "Глубина" (Depth), либо вызвать правой кнопкой контекстное меню, в котором выбрать пункт Глубина (Depth), после чего появится диалоговое окно Глубина ортогональной ПСК (Orthographic UCS Depth) (рис. 17), в котором можно задать новую глубину.

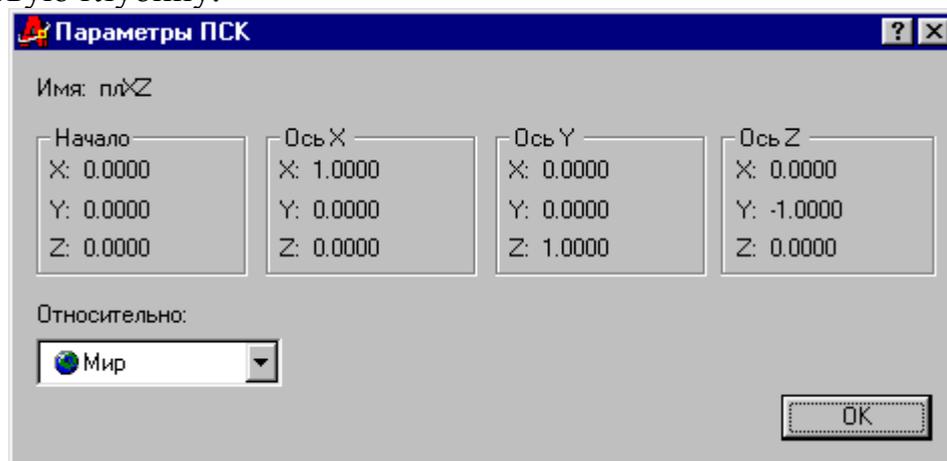


Рис. 15. Диалоговое окно Подробности о ПСК

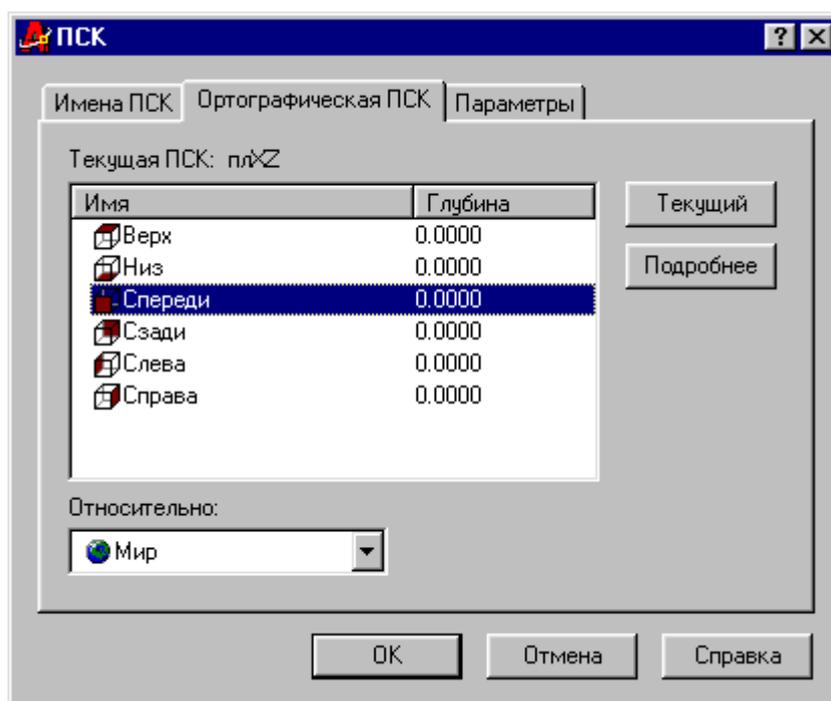


Рис. 16. Диалоговое окно ПСК, вкладка Ортогональные ПСК

Вкладка Режимы (Settings) диалогового окна ПСК (UCS) (рис. 18) имеет два поля.

В поле Режимы пиктограммы ПСК (UCS Icon settings) находятся три флажка:

Вкл (On) - включает пиктограмму ПСК;

В начале ПСК (Display at UCS origin point) - переносит пиктограмму из левого нижнего угла графического экрана в начало координат (если точка 0,0,0 видна в этом экране);

Для всех активных ВЭкранов (Apply to all active viewports) - распространяет установки режимов пиктограммы ПСК на все видовые экраны.

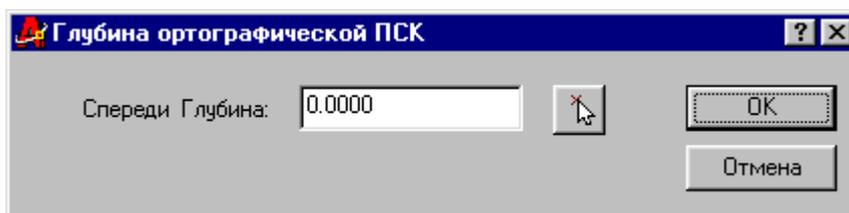


Рис. 17. Диалоговое окно Глубина ортогональной ПСК

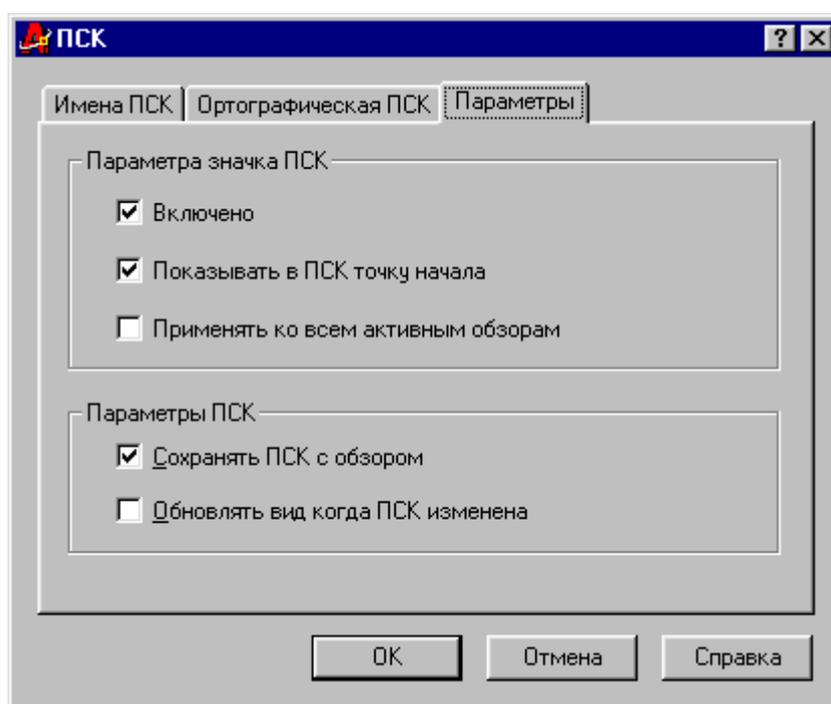


Рис. 18. Диалоговое окно ПСК, вкладка Режимы

Поле Режимы ПСК (UCS settings) содержит два флажка:

Сохранять ПСК с ВЭкраном (Save UCS with viewport) - сохраняет индивидуальную ПСК для каждого видового экрана;

Вид в плане при смене ПСК (Update view to Plan when UCS is changed) - автоматически устанавливает вид перпендикулярно плоскости XY текущей ПСК.

При работе со сложным чертежом или моделью удобно вывести на экран еще одно окно, называемое Общий вид (Aerial View). Тогда на основном экране может устанавливаться один вид, а в дополнительном окне - другой (например, вид всего рисунка). На рис. 19 показано окно Общий вид (Aerial View), в котором установлено окно по границам всего рисунка, а вну-

три него рамкой показаны границы того вида, который находится в основном графическом экране.

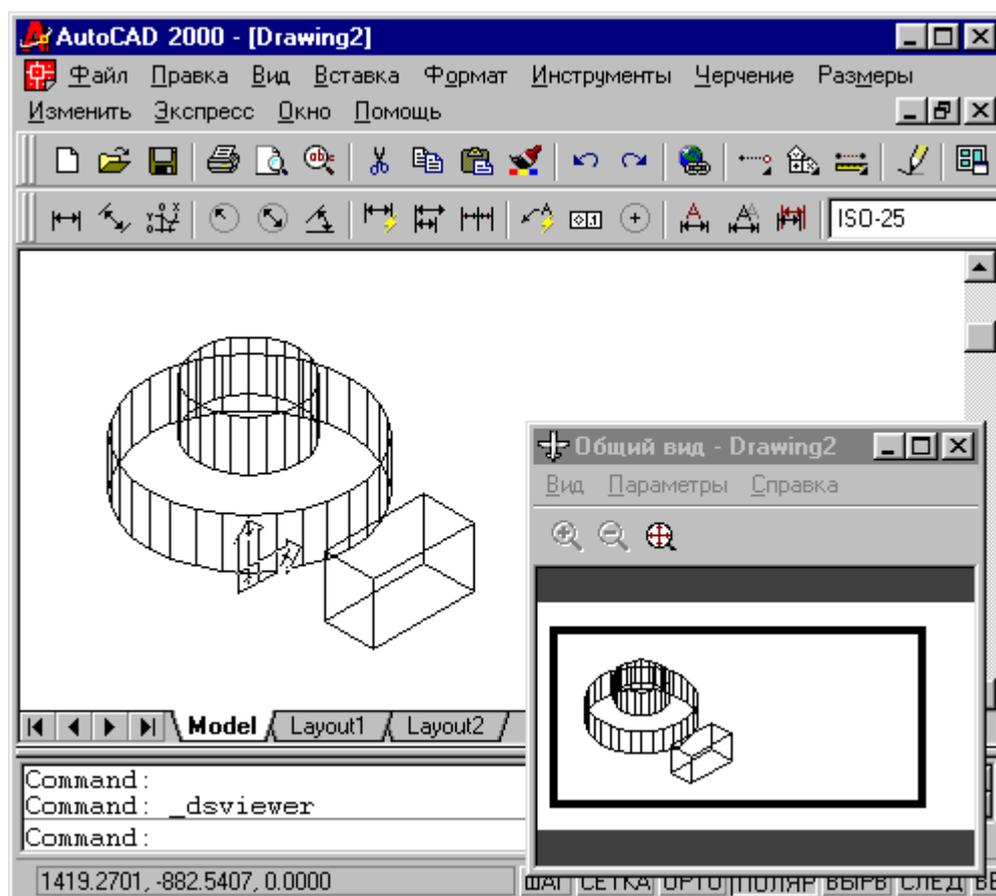


Рис. 19. Окно Общий вид

Вызов этого окна может быть выполнен с помощью команды ГЛАЗ (DSVIEWER) или пункта Общий вид (Aerial View) падающего меню Вид (View). Возможно также выполнять зумирование большого окна через маленькое. Для этого нужно щелкнуть мышью внутри окна Общий вид (Aerial View), которое переходит в режим динамического зумирования (см. опцию Динамика (Dynamic) команды ПОКАЗАТЬ (ZOOM)). Выполняемое зумирование отражается на основном графическом экране.

Закреть окно Общий вид (Aerial View) можно либо с помощью стандартной кнопки закрытия окон Windows, либо с помощью того же пункта Общий вид (Aerial View) падающего меню Вид (View).

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ.

1. Межсессионная аттестация студентов проводится дважды в семестр на 7 и 13 неделях 9-го семестра.

2. Аттестационная оценка складывается из оценок, полученных на аттестационных занятиях по лабораторным работам и собеседованиях:

9-й семестр:

2.51. *Первое аттестационное занятие.* Проверка знаний и навыков студентов по проектированию клиент-серверных корпоративных ИС.

2.6. *Второе аттестационное занятие.* Проверка знаний и навыков студентов по возможностям функционально-ориентированного проектирования ИС.

2.7. *Первое собеседование.* Объектно-ориентированное проектирование ИС. Прототипное проектирование ИС (RAD-технология);

2.8. *Второе собеседование.* Типовое проектирование ИС.

3. Организация аттестации студентов, проводится в соответствии с положением АмГУ о курсовых экзаменах и зачетах\*.

\* 3.1. Организация аттестации студентов в университете по специальностям и направлениям высшего профессионального образования регламентируется рабочим учебным планом, расписанием учебных занятий и программами учебных дисциплин, утверждаемыми в установленном в университете порядке.

Контроль за качеством освоения образовательных программ осуществляется путем текущей внутрисеместровой аттестации, ректорской контрольной аттестации, промежуточной аттестации студентов в форме курсовых экзаменов и зачетов и итоговой аттестации выпускников.

3.2. Курсовые экзамены и зачеты проводятся по дисциплинам утвержденного учебного плана по соответствующим специальностям и направлениям высшего профессионального образования. Знания, умения и навыки обучающегося определяются оценками "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно", "зачтено" и "незачтено".

3.3. Студенты, обучающиеся по основным программам высшего профессионального образования, сдают в течение учебного года не более 10 экзаменов и 12 зачетов. В это число не входит аттестация по физической культуре и факультативным дисциплинам.

Студенты, обучающиеся в сокращенные сроки (по индивидуальным планам), в течение учебного года сдают не более 20 экзаменов и 24 зачетов.

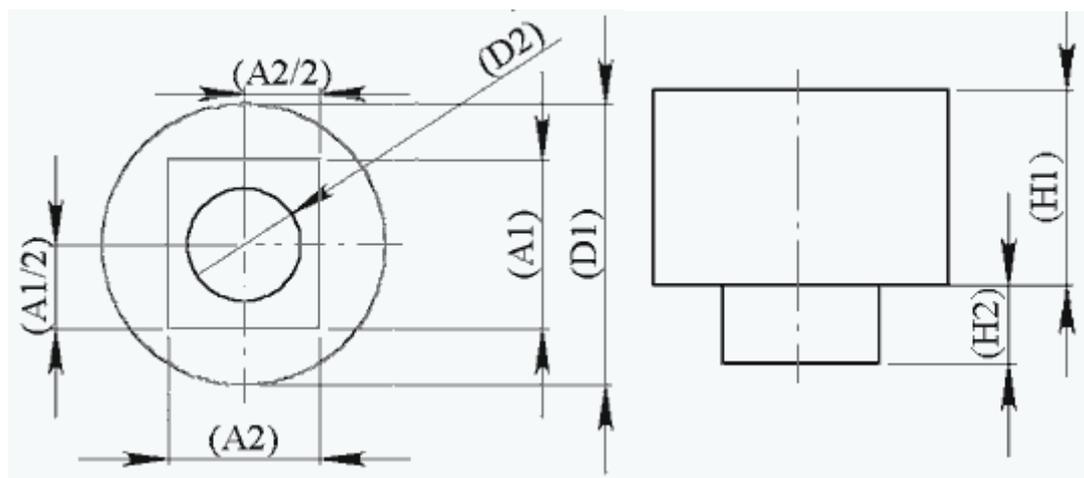
3.4. Сроки проведения курсовых зачетов и экзаменов (экзаменационная сессия) и начало очередного учебного семестра устанавливаются графиком учебного процесса, утвержденным проректором по учебной работе.

Расписание экзаменов составляется в соответствии с графиком учебного процесса, утверждается проректором по учебно-научной работе и доводится до сведения преподавателей и студентов не позднее, чем за две недели до начала сессии. Расписание составляется таким образом, чтобы на подготовку к экзаменам по каждой дисциплине было отведено не менее 3 дней, исключая день предыдущего экзамена. По согласованию с деканами и заведующими соответствующих кафедр отдельные экзамены (зачеты) могут проводиться в течение семестра по завершении преподавания дисциплины.

- 11. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе № 1.

Варианты заданий.



Вариант	D1	H1	A1	A2	H2	D2	оболочка
1	50	190	30	20	10	10	1
2	60	180	35	25	20	15	1
3	70	170	40	30	30	20	1
4	80	160	45	35	40	25	1
5	90	150	50	40	50	30	1
6	100	140	55	45	60	35	2
7	110	130	60	50	70	40	2
8	120	120	65	55	80	45	2
9	130	110	70	60	90	50	2
10	140	100	75	65	100	55	2
11	150	90	80	70	110	60	3
12	160	80	85	75	120	65	3
13	170	70	90	80	130	70	3
14	180	60	95	85	140	75	3
15	190	50	100	90	150	80	3

*Содержание отчёта:*

1. В лабораторной тетради отразить тему, цель, необходимое оборудование и материалы.
2. Кратко записать последовательность действий по созданию эскиза, бобышки, выреза и оболочки.
3. Созданную модель показать преподавателю и сохранить в соответствующую папку на дискете и на диске

*Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе № 2.*

*Создание бокового фланца.*

1. Выберите вертикальную грань шестигранника, установите ориентацию вида - "перпендикулярно".
2. Создайте новый эскиз.

Нарисуйте прямоугольник.

*Содержание отчёта:*

1. В лабораторной тетради отразить тему, цель, необходимое оборудование и материалы.
2. Кратко записать последовательность действий по созданию эскиза, бобышки, выреза и оболочки.
3. Созданную модель показать преподавателю и сохранить в соответствующую папку на дискете и на диске.

*Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе № 3.*

*Варианты заданий.*

*Внешний вид детали.*

*Таблица вариантов с пояснениями*

- Н1 - Толщина основания детали
- Н2 - Высота вытяжки для малых бобышек (диаметром 20 мм)
- Н3 - Глубина вырезов под малыми бобышками.
- Н4 - Высота нижней ступени большой бобышки
- Н5 - Высота верхней ступени большой бобышки
- Н6 - Глубина выреза диаметром 25 мм в большой бобышке
- Н7 - Глубина вытяжки сложного внутреннего контура
- Н8 - Глубина вытяжки для отверстий кругового массива

*Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе № 4.*

*Варианты заданий.*

*Таблица размеров с пояснениями.*

Вариант	L1	L2	L3	L4	A1	A2	D1	A3	A4
1	20	20	20	180	42	42	32	132	3
2	21	21	21	181	44	44	34	134	3
3	22	22	22	182	46	46	36	136	3
4	23	23	23	183	48	48	38	138	3
5	24	24	24	184	50	50	40	140	3
6	25	25	25	185	52	52	42	142	4
7	26	26	26	186	54	54	44	144	4
8	27	27	27	187	56	56	46	146	4
9	28	28	28	188	58	58	48	148	4
10	29	29	29	189	60	60	50	150	5
11	30	30	30	190	62	62	52	152	5
12	31	31	31	191	64	64	54	154	5
13	32	32	32	192	66	66	56	156	5
14	33	33	33	193	68	68	58	158	5
15	34	34	34	194	70	70	60	160	5

L1 - расстояние от плоскости "Спереди" до "Плоскости 1".

L2 - расстояние от "Плоскости 1" до "Плоскости 2".

L3 - расстояние от "Плоскости 2" до "Плоскости 3".

L4 - расстояние от плоскости "Спереди" до "Плоскости 4" ( реверс включен).

A1 - сторона квадрата сечения.

A2 - сторона квадрата сечения.

D1 - диаметр окружности сечения.

A3 - сторона прямоугольника сечения.

A4 - сторона прямоугольника сечения.

*Содержание отчёта:*

1. В лабораторной тетради отразить тему, цель, необходимое оборудование и материалы.
2. Кратко записать последовательность действий по созданию новой плоскости, элемента по сечениям.
3. Созданную модель показать преподавателю и сохранить в соответствующую папку на дискете и на диске

Таблица исходных значений по вариантам.

	D1	D2	D3,D6	D4,D8	D5,D10,D11	D7	D9	L1	L2	L3	L4
1	90	60	70	30	10	45	15	20	10	20	20
2	95	65	75	35	10	50	15	20	10	20	20
3	100	70	80	40	10	55	15	20	15	20	20
4	105	75	85	45	10	60	15	20	15	20	20
5	110	80	90	50	15	65	20	20	20	20	20
6	115	85	95	55	15	70	20	20	20	20	20
7	120	90	100	60	15	75	20	20	25	20	20
8	125	95	105	65	15	80	20	25	25	25	15
9	130	100	110	70	15	85	20	25	30	25	15
10	135	105	115	75	20	90	20	25	30	25	15
11	140	110	120	80	20	95	20	25	35	25	15
12	145	115	125	85	20	100	25	25	35	25	15
13	150	120	130	90	20	105	25	25	40	25	15
14	155	125	135	95	20	110	25	25	40	25	15
15	160	130	140	100	20	115	25	25	45	25	15

### Содержание отчета

1. В лабораторной тетради отразить тему, цель, необходимое оборудование и материалы.
2. Кратко записать последовательность действий по созданию сборки.
3. Созданную сборку показать преподавателю и сохранить в соответствующую папку на дискете и на диске

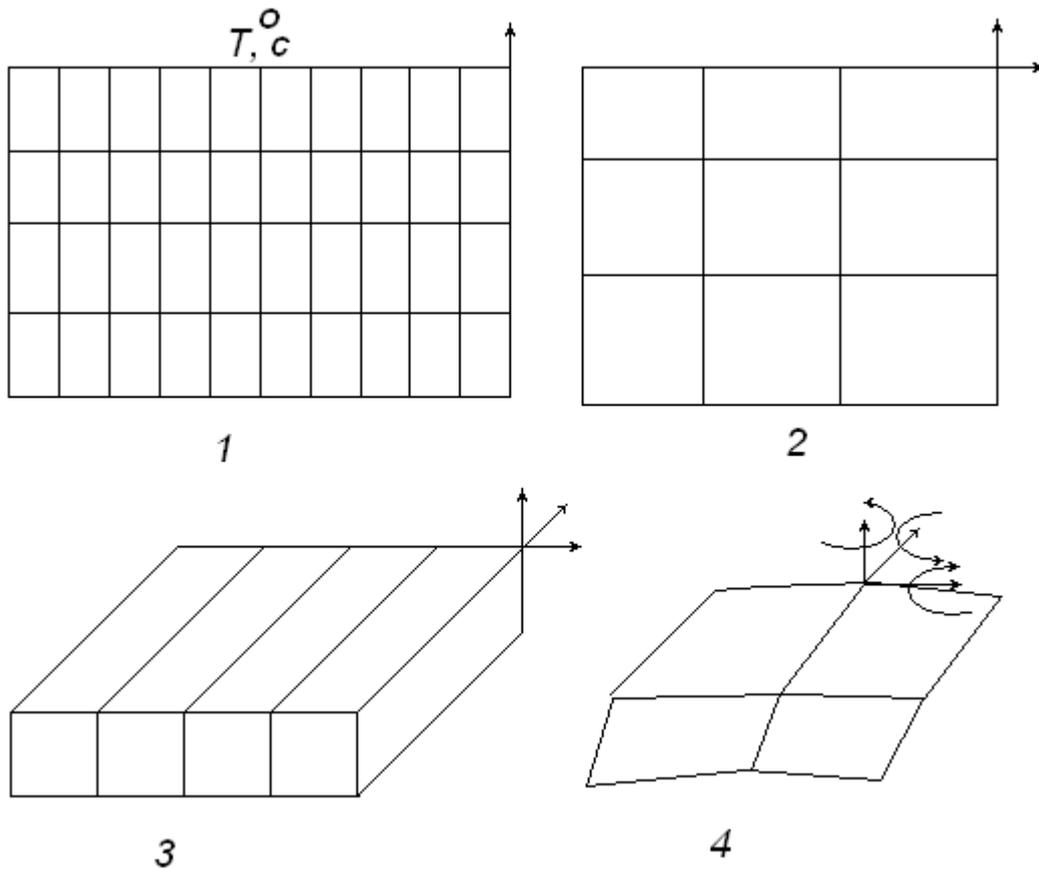
### 12. ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.

Тестовые задания по проверке остаточных знаний  
время тестирования – 45 минут

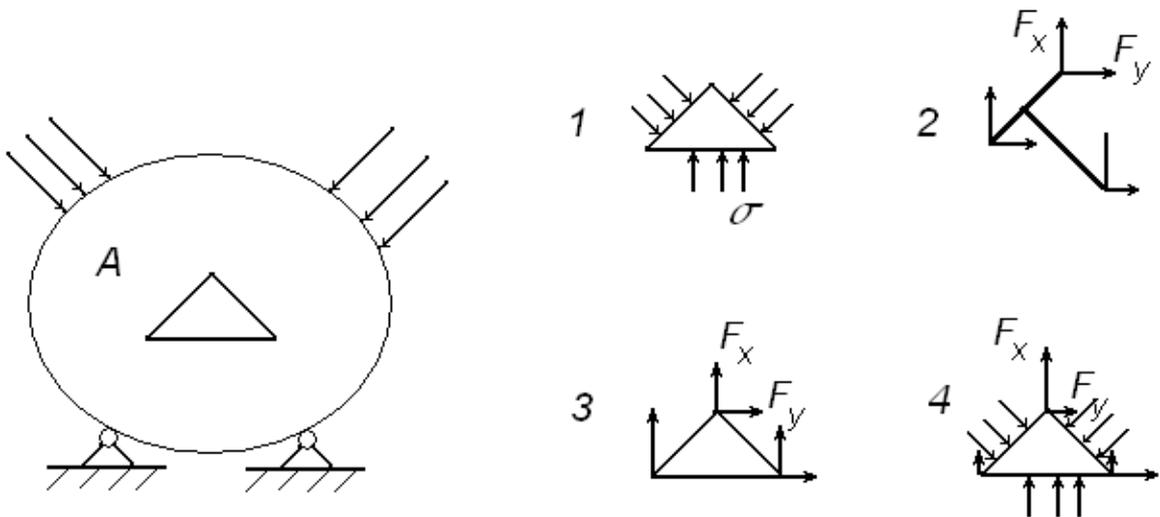
1. Система автоматизированного проектирования, это:
  1. Проектирование без участия человека на промежуточных этапах;
  2. Проектирование без использования ЭВМ;
  3. проектирование путем взаимодействия человека и ЭВМ;
  4. Проектирование с частичным использованием ЭВМ;

5. Проектирование с использованием ЭВМ и частичным участием человека.
2. Системный уровень проектирования, это:
  1. Уровень, на котором решают наиболее общие задачи проектирования систем;
  2. Уровень, на котором проектируют отдельные устройства;
  3. Уровень, на котором проектируют отдельные детали и элементы машин и приборов;
  4. Уровень получения описания и решения возникающих проектных задач;
  5. Уровень проектирования ЭВМ и вычислительных сетей.
3. Какую из стадий проектирования называют стадией предпроектных исследований?
  1. Стадию испытаний опытных образцов или опытных партий;
  2. Стадию технического проектирования;
  3. Стадию рабочего проектирования;
  4. Стадию научно-исследовательских работ;
  5. Стадию эскизного проекта или опытно-конструкторских работ.
4. Что является проектной процедурой?
  1. Построение сетки;
  2. Выбор или расчет внешних воздействий;
  3. Представление результатов моделирования;
  4. Подготовка детализированных чертежей;
  5. Моделирование полей напряжений и деформаций.
5. Какие математические модели, используемые при автоматизированном проектировании, используются на системном уровне?
  1. Дифференциальные уравнения в частных производных;
  2. Системы алгебро-дифференциальных уравнений;
  3. Автономные модели на основе аппарата передаточных функций или конечных автоматов;
  4. Системы массового обслуживания и сети Петри;
  5. Лингвистические.
6. К какому признаку относятся САПР для радиоэлектроники?
  1. Целевому назначению;
  2. Приложению;
  3. Комплексности решаемых задач;
  4. Характеру базовой подсистемы;
  5. Ядру САПР.
7. Основные функции САЕ – систем?
  1. Разработка технологических процессов;
  2. Моделирование процессов обработки;
  3. Связаны с проектными процедурами анализа, моделирования, оптимизации проектных решений;
  4. 2-х мерное проектирование;
  5. 3-х мерное проектирование.

8. Выбрать функцию, которая относится к автоматизированным системам управления технологическими процессами:
  1. Управление проектированием изделий;
  2. Учет основных фондов;
  3. Управление запасами;
  4. Маркетинг;
  5. Сбор и обработка данных о состоянии оборудования и протекании производственных процессов.
9. Какие этапы относятся к постпроцессорной стадии при решении задачи с применением МКЭ?
  1. Создание геометрии модели;
  2. Разбиение модели на сетку КЭ;
  3. Приложение к модели граничных условий;
  4. Численное решение;
  5. Анализ результатов.
10. Наиболее трудоемкий этап решения задачи с помощью МКЭ?
  1. Создание геометрии модели;
  2. Разбиение модели на сетку КЭ;
  3. Приложение к модели граничных условий;
  4. Численное решение;
  5. Анализ результатов.
11. Какими из наиболее употребительных типов КЭ обычно пользуются при моделировании рамной конструкции?
  1. Брус;
  2. Стержень;
  3. Тонкая пластина или оболочка;
  4. Двумерное или трехмерное тело;
  5. Труба.
12. Допустим, модель имеет 520 узлов и 800 прямоугольных элементов. Из них 50 узлов жестко закреплены, а в 100 узлах фиксированы перемещения вдоль оси X. Какое количество неизвестных имеет эта конечно-элементная модель, если в каждом узле по 3 степени свободы?
  1. 1000;
  2. 1200;
  3. 1310;
  4. 1350;
  5. 1400.
13. В каком случае размер задачи (число степеней свободы) максимальный?



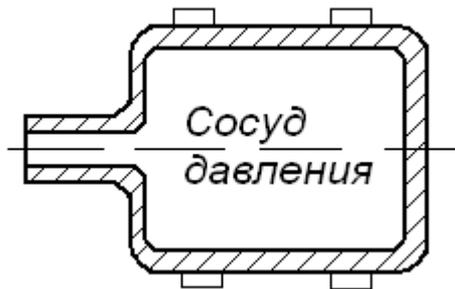
1. Задача теплопроводности (плоская задача);
  2. Частотный анализ конструкции (плоская задача);
  3. Прочностной анализ конструкции (трехмерная задача);
  4. Прочностной анализ (оболочечные элементы).
14. Заданы четыре варианта моделей с сеткой конечных элементов:
1. В одной и той же сетке присутствуют элементы первого и второго порядков;
  2. В одной и той же сетке присутствуют линейные, балочные и оболочечные элементы;
  3. В модели присутствуют элементы с нулевой жесткостью;
  4. В модели присутствуют элементы с бесконечно большой жесткостью.
- Какой из вариантов невозможен с точки зрения МКЭ?
15. Какая из схем треугольников пригодна в качестве конечного элемента для твердого тела  $A$ , находящегося под действием внешней нагрузки?



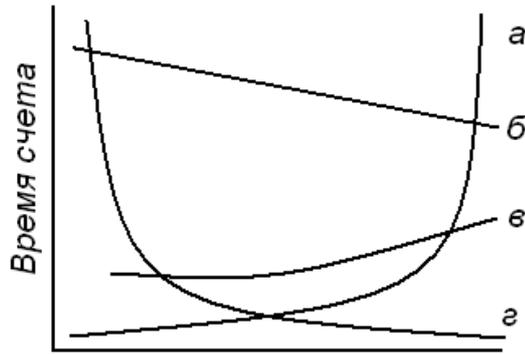
16. Какой размер имеет матрица жесткости 8 – узлового прямоугольного элемента?

1. 18 18;
2. 12 12;
3. 24 24;
4. 6 6;
5. 36 36.

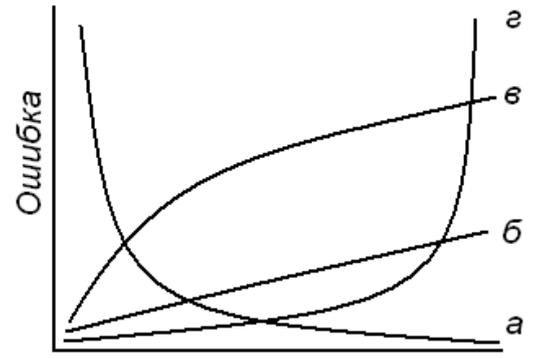
17. Какой из предложенных элементов является наиболее удачным для генерации КЭ модели симметричного тонкостенного сосуда давления?



1. Балочный элемент;
  2. Трехмерный прямоугольный элемент;
  3. Трехмерный четырехугольный элемент;
  4. 8 – узловый прямоугольный двумерный элемент;
  5. Оболочечный элемент.
18. Как влияет размер  $h$  произвольной сетки на время счета и ошибку при вычислении напряжений?



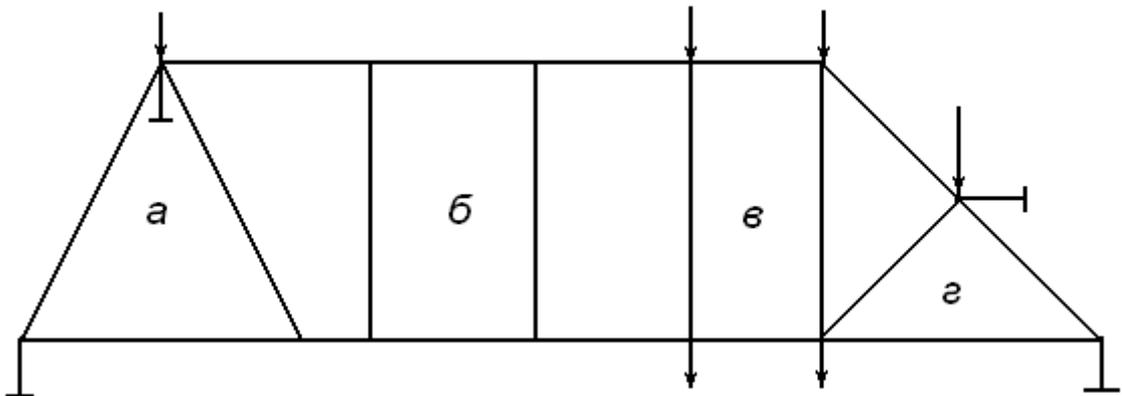
Размер стороны элемента  $h$ , мм



Размер стороны элемента  $h$ , мм

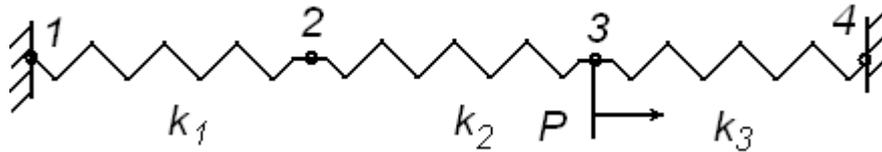
1.  $a$ ;
2.  $b$ ;
3.  $в$ ;
4.  $г$ .

19. В каком из элементов граничные условия показаны не верно?



1.  $a$ ;
2.  $b$ ;
3.  $в$ ;
4.  $г$ .

20. Для показанной на схеме системы трех последовательно соединенных упругих элементов дано:  $k_1 = 100$  н/мм.;  $k_2 = 200$  н/мм.;  $k_3 = 100$  н/мм.;  $P = 500$  н.;  $u_1 = u_4 = 0$ . Определить смещение узлов 2 и 3.



1.  $u_2 = 1$  мм.;  $u_3 = 2$  мм.;
2.  $u_2 = 2$  мм.;  $u_3 = 3$  мм.;
3.  $u_2 = 3$  мм.;  $u_3 = 4$  мм.;
4.  $u_2 = 4$  мм.;  $u_3 = 5$  мм.;
5.  $u_2 = 2$  мм.;  $u_3 = 4$  мм.;

Ответы:

№ вопроса	№ ответа	№ вопроса	№ ответа
1	3	11	1
2	1	12	3
3	4	13	3
4	4	14	3
5	4	15	3
6	2	16	3
7	3	17	4
8	5	18	4
9	5	19	1
10	2	20	2

На выполнение заданий теста дается 40 минут.

В каждом вопросе за каждый полный ответ – 2 балла.

За неполный ответ – 1 балл.

Максимальное количество набранных баллов – 16.

Критерии оценок:

14 – 16 баллов – «отлично»

12 – 13 баллов – «хорошо»

9 – 11 баллов – «удовлетворительно»

0 – 8 баллов – «неудовлетворительно»

13. КОМПЛЕКТ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Понятие инженерного проектирования.
2. Задача изгиба балки.
3. Задача.

**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

1. Принципы системного подхода.
2. Метод Бубнова-Галеркина.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Иерархическая структура проектных спецификаций и иерархические уровни проектирования.
2. Функции Эрмита.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Стадии проектирования.
2. Матрица жесткости для элемента балки.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра *И и УС*

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Содержание технического задания на проектирование.
2. Равномерно нагруженная балка, сравнение точного решения с приближенным.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра *И и УС*

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Структура САПР.
2. Сборка матрицы жесткости системы нескольких элементов балки.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*  
Курс *4*  
Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Разновидности САПР.
2. Пример: определение матрицы жесткости, сборка матрицы жесткости системы, вычисление прогиба.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*  
Курс *4*  
Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Функции, характеристики и примеры CAE/CAD/CAM систем.
2. Типы двумерных элементов.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Понятие о CALS-технологии.
2. Матрица жесткости для треугольного элемента.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Комплексы автоматизированных систем.
2. Матрица жесткости для прямоугольного элемента.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра *И и УС*

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1. Системы управления в составе комплексных автоматизированных систем.
2. Вычисление матрицы жесткости для прямоугольного конечного элемента.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра *И и УС*

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1. Характерные особенности современных АСУП.
2. Сборка матрицы из прямоугольных элементов.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

1. Автоматизированные системы делопроизводства.
2. Принципы сборки глобальной матрицы из конечных элементов разной формы.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

1. Технические средства САПР.
2. Осесимметричная задача.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

1. Вычислительные системы САПР.
2. Типы трехмерных элементов.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

1. Принципы метода конечных элементов.
2. Матрица жесткости для тетраэдра.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

1. Атрибуты элемента.
2. Замена распределенной нагрузки на сосредоточенную в узлах.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

1. Классификация конечных элементов.
2. Распределенная нагрузка элемента балки, определение эквивалентных сил и моментов в узлах А и В.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

1. Ансамблирование.
2. Узловые силы и перемещения при изгибе пластин.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании кафедры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспечение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

1. Граничные условия.
2. Функции перемещения при изгибе пластин.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

1. Понятие функционала.
2. Матрица жесткости конечного элемента при изгибе пластин.
3. Задача.

## АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.  
Заведующий кафедрой  
Утверждаю: \_\_\_\_\_

Кафедра *И и УС*

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23

1. Минимизация функционала.
2. Изопараметрический элемент, матрица жесткости.
3. Задача.

# АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра *И и УС*

**Утверждено на заседании ка-  
федры**

“ \_\_\_ “ \_\_\_\_\_ 200\_ г.

Заведующий кафедрой

Утверждаю: \_\_\_\_\_

Факультет *М и И*

Курс *4*

Дисциплина *Информационное обеспе-  
чение САПР.*

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24

1. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
2. Понятие и применение метода численного интегрирования Гаусса-Лежандра.
3. Задача.

- 14. КАРТА КАДРОВОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ

Лектор – доцент, канд.техн.наук, Бушманов А.В.

Руководитель лабораторных работ – ст. преподаватель Жилиндина О.В.

**Бушманов Александр Вениаминович,**  
*к.т.н., доцент, зав. кафедрой ИиУС АмГУ*

**ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САПР**  
*Учебно-методический комплекс дисциплины*

---

Изд-во АмГУ. Подписано к печати ????. Формат ????. Усл. печ. л. ???, уч. - изд. л. ????. Тираж 100.  
Заказ ???.