

Федеральное агентство по образованию РФ  
Амурский государственный университет  
Кафедра общей математики информатики

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ОмИИ  
\_\_\_\_\_ Г.В. Литовка  
« 25 » июня 2007 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ  
КОМПЛЕКС**  
*дисциплины*

**«ИНФОРМАТИКА И МАТЕМАТИКА»**

для специальности:  
030501 — юриспруденция

*Составители: Войтенко Ю.В., Голик А.В.*

Благовещенск, 2007

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного университета*

*Составители: Войтенко Ю.В. и Голик А.В.*

**Учебно-методический комплекс дисциплины «Информатика и математика» Благовещенск: АмГУ, 2007. – 83с.**

Учебно-методический комплекс дисциплины «Информатика и математика» предназначен для студентов юридического факультета очной формы обучения специальностей 03.05.01 «юриспруденция» и включает наименование тем, цели и содержание лекционных, семинарско-лабораторных занятий; примеры тестовых заданий и задач для контроля изученного материала, теоретические вопросы для подготовки к экзамену.

**©Амурский государственный университет, 2007**

## СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи учебной дисциплины « Информатика и математика» и её место в учебном процессе.....	4
Содержание учебной дисциплины «Информатика и математика».....	5
Стандарт по специальности 030501 .....	5
Программа дисциплины.....	6
<b>I Раздел «Информатика»</b>	
Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины.....	9
Требования к изучению тем курса «Информатика и математика»	9
Вопросы для подготовки к экзамену (и тестам).....	24
Рекомендуемая литература.....	26
Образцы вопросов теста.....	27
Образец задачи к экзаменационному билету.....	27
<b>II. Раздел математика</b>	
Лекции .....	28
Задания для практической работы .....	65
Вопросы для подготовки к зачету .....	72
Тесты .....	73
Рекомендуемая литература .....	82
Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава .....	83

## **1. Цели и задачи учебной дисциплины « Информатика и математика» и её место в учебном процессе.**

1.1 Преподавание учебной дисциплины «Информатика и математика» ставит своей целью:

- Формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению
- Обучение основным математическим методам необходимым для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений
- Привитие навыков использования математических методов в практической деятельности
- Развитие навыков математического мышления у специалистов гуманитарного профиля, необходимых для обработки информации и использования математических моделей в компьютерных технологиях;
- Обучение студентов основам программирования и работы с ЭВМ
- Обучение теоретическим основам и навыкам проектирования и реализации программ на современных ЭВМ
- Воспитание достаточно высокой математической культуры
- Привитие навыков использования математических методов в практической деятельности

1.2 Задачи изучения дисциплины

- Выработать умение анализировать полученные результаты , привить навыки самостоятельного изучения литературы по математике и делать соответствующие выводы
- На примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики, ее роль в развитии других наук
- Научить приемам исследования и решения математических задач на ЭВМ
- Привить навыки самостоятельного изучения литературы по данной дисциплине

1.3 Перечень разделов, усвоение которых необходимо для изучения учебных тем, вопросов курса «Информатика и математика»

- Основные аксиомы и теоремы элементарной геометрии, алгебры, начала математического анализа
- Файловая система ПК
- Создание служебной документации в текстовом редакторе
- Создание веб-страниц
- Подготовка данных для вычислений и статистические расчеты в электронных таблицах Excel
- Алгоритмизация и языки программирования

1.4 После изучения дисциплины студент должен знать и уметь:

- Логически мыслить
- Оперировать с абстрактными объектами
- Быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения качественных и количественных отношений;
- Грамотно употреблять математические понятия и символы для выражения качественных и количественных отношений
- Владеть навыками компьютерной обработки данных
- Владеть методами информационного поиска (в том числе в системе Интернет)
- Владеть статистическими методами обработки филологической информации,
- уметь работать с различными типами текстовых редакторов

## 2. Содержание учебной дисциплины «Информатика и математика»

Согласно государственному стандарту по дисциплине «Информатика и математика» студент должен изучить:

- Понятие информации
- Общая характеристика процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации
- Технические и программные средства реализации информационных процессов
- Модели решения функциональных и вычислительных задач
- Алгоритмизация и программирование
- Языки программирования высокого уровня
- Базы данных
- Программное обеспечение и технологии программирования
- Локальные и глобальные сети ЭВМ
- Основы защиты информации и сведений, методы защиты информации
- Компьютерный практикум.

### Раздел математика

Аксиоматический метод, основные структуры, составные структуры, вероятности, языки и программирование, алгоритмы, основы защиты информации и сведений, составляющих государственную тайну; методы защиты информации, компьютерный практикум.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
(лекции – 38 ч., лабораторные раб. – 38 ч.)

- Тема 1. Дискеты. Запись информации на дискеты. Эффективное использование дискет. Сетевое окружение. Работа в локальной сети. Требования к знаниям по работе в текстовом редакторе Word. Колонтитулы, форматирование текста. Буквица. WordArt. Схемы, группировка графических объектов. Таблицы. Многоуровневые нумерованные и маркированные списки. Вставка иллюстраций, диаграмм, графиков. Набор формул. Общая компоновка для создания делового документа (курсовой, дипломной работы). Шаблоны и стили.
- Тема 2. Команды MS DOS. DIR - Просмотр текущего каталога. MD - создание каталога. CD - переход в другой каталог. COPY CON FILE.TXT - создание файла. TYPE FILE.TXT - просмотр файла. REN, DEL - переименование и удаление файлов. COPY, MOVE - копирование и перенос файлов. Использование символов "\*" и "?" в шаблонах для работы с группой файлов. Копирование группы файлов в текущий каталог, другой каталог с переименованием и без переименования. Переход на другой логический диск. Запуск командного файла.
- Тема 3. Norton-подобные оболочки (Far Manager, Windows Commander, Total Commander). Верхнее и нижнее меню. Функциональные клавиши. Создание каталога, файла. Маски (шаблоны). Копирование, переименование, перенос, удаление каталога, файла, группы файлов. Сравнение каталогов. Работа с файловой системой в программе "Проводник" и папке "Мой компьютер" операционной системы Windows. Создание папки, документа. Копирование, переименование, перетаскивание, удаление папки, документа, группы документов. Достоинства и недостатки при работе с файловой системой в MS DOS, Norton-подобной оболочке и среде Windows.
- Тема 4. Электронные таблицы Excel. Принципы решения задач. Правила изменения и фиксации индексов. Относительные и абсолютные ссылки. Режим за цикливания. Примеры. Условное форматирование. Диаграммы и графики. Трехмерная графика.
- Тема 5. Excel. Условные и календарные функции. Функция для определения ранга. Примеры решения задач.
- Тема 6. Excel. Функции для работы с массивами. Текстовые функции. Сортировка, фильтрация, обеспечение требуемого расположения данных за счет совокупности функций. Примеры решения. Решение задач по экономике в рамках изучаемых функций.
- Тема 7. Excel. Работа с таблицей как с файлом базы данных. Работа в режимах Форма, Фильтр, Сортировка, Итоги, Консолидация. Использование элементов управления (ниспадающие списки, кнопки, переключатели, флажки). Создание и редактирование макросов.

- Тема 8. Создание веб-страницы (сайта) в HTML-формате. Теги форматирования текста, списков, таблиц, вставки иллюстраций, гиперссылок.
- Тема 9. Система символьной математики MathCAD. Печать формул, функций, уравнений. Решений уравнений. Создание графиков. Форматирование численных результатов. Единицы и размерности. Функции, определяемые пользователем. Встроенные функции. Вычисления с векторами и матрицами. Внешние файлы, чтение и запись данных.
- Тема 10. Программы архивации. Архиваторы WinZip, WinRar. Общее знакомство с графическим редактором "Paint", с приложением для создания презентаций PowerPoint.
- Тема 11. Переход к информационному обществу. Особенности информационных революций. Модели информационного общества. Сущность и цели процесса информатизации общества. Определение понятий: информационные ресурсы, продукты, услуги. Структура рынка информационных продуктов и услуг. Сектора информационного рынка и его правовое регулирование. Особенности представления информатики как отрасли народного хозяйства, как фундаментальной науки, как прикладной дисциплины.
- Тема 12. Измерение и представление информации. Информация и ее свойства. Формы адекватности и меры информации. Характеристики для оценки качества информации. Классификация и кодирование информации. Классификация офисной техники. Средства изготовления, хранения, транспортирования и обработки документов. Средства копирования и размножения документов. Средства административно-управленческой связи.
- Тема 13. Информационные системы и технологии. Концепции, идеи и проблемы. Роль информационных систем и технологий в стратегии развития организации. Структура и классификация. Основные типы функциональных информационных систем в фирмах. Составляющие и суть информационных технологий.
- Тема 14. Модели решения функциональных и вычислительных задач. Специфика реализации этапов разработки программ решения экономических задач. Понятие алгоритма, его свойства. Способы описания алгоритмов. Основные виды алгоритмических структур. Назначение и способы организации циклических процессов в программах. Сложные циклы. Принципы, облегчающие процесс разработки, отладки и сопровождения программ.
- Тема 15. Основные понятия и термины программного обеспечения. Характерные особенности программного продукта. Этапы жизненного цикла программного продукта. Классификация методов и подходов к проектированию программных продуктов. Модульное программирование. Структурное программирование. Основные понятия и методика объектно-ориентированного проектирования.

- Тема 16. Классы программных продуктов. Системное программное обеспечение. Операционные системы. Сервисное программное обеспечение. Инструментарий технологии программирования. Средства для создания приложений. Языки и системы программирования. Пакеты прикладных программ. Классификация прикладного программного обеспечения.
- Тема 17. Понятие и назначение базы данных (БД) и системы управления базами данных (СУБД). Структурные элементы. Виды моделей. Особенности и назначение реляционной модели. Типы связей информационных объектов. Обеспечение целостности данных. Технологические этапы решения задач в СУБД.
- Тема 18. Основные понятия и терминология компьютерной сети. Классификация компьютерных сетей. Характеристика процесса передачи данных. Аппаратная реализация передачи данных. Звенья данных. Архитектура вычислительных сетей. Эталонные модели взаимодействия систем. Протоколы компьютерной сети. Особенности организации ЛВС. Типы технологий локальных вычислительных сетей. Методы доступа к передающей среде. Варианты объединения ЛВС. Глобальная сеть Internet. Представление о структуре и системе адресации. Способы организации передачи информации. Электронная почта. World Wide Web. Передача файлов с помощью протокола FTP.
- Тема 19. Основы защиты информации и сведений, составляющих государственную тайну. Основные понятия о защите программных продуктов. Программные системы защиты от несанкционированного копирования. Правовые методы защиты программных продуктов и баз данных. Патентная защита. Лицензия.

## Учебно-методическая (технологическая) карта дисциплины

Номер недели	Лекции		Лаборат. занятия		Используемые нагляд. и метод. Пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
	№ темы	Часы	№ темы	Часы		№ темы	Часы	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1, 2	1	3	1	2		1	4	
	11	1	1	2		11	3	
3, 4	2	3	1	2		2	4	
	12	1	1	2		12	3	Отчет
5, 6	3	3	2	2		3	4	
	13	1	3	2		13	3	
7, 8	4	3	3	2	[ 10 ]	4	5	Отчет
	14	1	4	2	[ 10 ]	14	3	
9, 10	5	3	4	2	[ 10 ]	5	6	
	15	1	5	2	[ 10 ]	15	3	
11, 12	6	3	6	2	[ 10 ]	6	6	
	16	1	10	2	[ 10 ]	16	3	Тест
13, 14	7	3	10	2	[ 10 ]	7	6	
	17	1	7	2		17	3	Отчет
15, 16	8	3	8	2	[ 11 ]	8	5	
	18	1	8	2		18	3	
17, 18	9	3	9	2		9	5	
	19	1	9	2		19	3	Тест
19		2		2	Зачетные занятия			
<b>Итого:</b>		<b>38</b>		<b>38</b>			<b>72</b>	

### Требования к изучению тем курса «Информатика»

Тема 1. Дискеты. Запись информации на дискеты. Эффективное использование дискет. Сетевое окружение. Работа в локальной сети. Требования к знаниям по работе в текстовом редакторе Word. Колонтитулы, форматирование текста. Буквица. WordArt. Схемы, группировка графических объектов. Таблицы. Многоуровневые нумерованные и маркированные списки. Вставка иллюстраций, диаграмм, графиков. Набор формул. Общая компоновка для создания делового документа (курсовой, дипломной работы). Шаблоны и стили.

## Лабораторные занятия 1, 2.

### Цель:

- Научиться сохранять на дискеты проделанную работу в аудитории для продолжения редактирования в домашних условиях и наоборот.
- Научиться работать в локальной сети для передачи информации на другой компьютер.
- Создавать и редактировать любые тексты, используя инструменты Word: копирования, перемещения и удаления текста, поиска и замены, проверки орфографии и пр.
- Владеть основными приемами форматирования: шрифта, фона, абзацев, оформления.
- Использовать различные способы (списки нумерованные и маркированные) выделения перечислений в тексте
- Оформлять текст в виде нескольких колонок. Знать и уметь применять колоннотитулы, буквицу, вставку иллюстраций, красочных заголовков WordArt.
- Использовать библиотеку шаблонов с различными стилями для создания готовых документов. Создание собственных шаблонов.
- Использовать технологию создания таблиц. Обеспечивать объединение ячеек в таблицах и изменение направление текста в них.
- Использование панели рисования для создания различных схем: иерархической структуры подразделений предприятия, схемы здания при эвакуации на пожаре, схемы улиц, перекрестков и т.п. Группировка всех графических объектов (геометрических фигур, стрелок, линий) в единый комплекс для быстрого перемещения по документу или в другой файл.
- Производить набор математических и химических формул, используя простейшую систему вставки символов и более сложное приложение
- Использовать возможность обтекания текстом различных объектов для компоновки и верстки документов. На ограниченном количестве страниц обеспечить компактность расположения информации, при этом ориентирясь на ГОСТы по оформлению курсовых и дипломных работ.

### Вопросы для обсуждения

1. Создание содержания (оглавления) на базе многоуровневого нумерованного списка
2. Вычерчивание схем различного назначения с использованием автофигур с дальнейшей группировкой и разгруппировкой
3. Обеспечение компоновки объектов, по контуру которых не выполняется режим обтекания

### Контрольные вопросы

1. Назначение текстового процессора
2. Из каких структурных элементов состоит интерфейс текстового процессора?
3. Какова роль окон в организации работы с текстом?
4. Для каких целей производится выделение фрагментов текста?
5. В чем сущность режима нахождения и замены?
6. Как производится проверка правописания слов?
7. Для какой цели и как используется словарь синонимов?
8. Как и для какой цели производится форматирование документа?
9. В каких случаях используются колонтитулы?
10. Каковы возможности текстового процессора по автоматизации технологии работы?
11. В чем преимущества использования шаблонов?

### Самостоятельная работа

Информационные системы и технологии. Концепции, идеи и проблемы. Роль информационных систем и технологий в стратегии развития организации. Структура и классификация. Основные типы функциональных информационных систем в фирмах. Составляющие и суть информационных технологий.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1-5

Дополнительная: № № 12-16

Тема 2. Команды MS DOS. DIR - Просмотр текущего каталога. MD - создание каталога. CD - переход в другой каталог. COPY CON FILE.TXT - создание файла. TYPE FILE.TXT - просмотр файла. REN, DEL - переименование и удаление файлов. COPY, MOVE - копирование и перенос файлов. Использование символов "\*" и "?" в шаблонах для работы с группой файлов. Копирование группы файлов в текущий каталог, другой каталог с переименованием и без переименования. Переход на другой логический диск. Запуск командного файла.

## Лабораторные занятия 3, 4.

### Цель:

- Понять иерархию расположения информации на жестком диске
- Изучить терминологию: папка (каталог, подкаталог), документ (файл), имя файла, расширение файла, путь (маршрут) и др. Понять физический смысл всех элементов файловой системы.
- Знать команды MS DOS передвижения по каталогам и активизации исполняемого файла для случая восстановления вышедшей из строя основной операционной системы
- Изучить принципы использования символов «\*» и «?» для написания шаблонов при работе с группами файлов
- Уметь создавать, копировать, перемещать, переименовывать, удалять каталоги и файлы. Копировать, перемещать группы файлов в другой каталог с переименованием и без переименования
- Научиться создавать командные файлы (с расширением «bat») для автоматизации процедур работы с файловой системой

### Вопросы для обсуждения

1. Создание копированием в текущий каталог большого числа файлов с разными именами (но с единым содержимым, т.к. исходным является один файл) методом удвоения, т.е. 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 и т.д. с гарантированным обеспечением несовпадения имен файлов
2. Копирование части файлов (делением их количества многократно пополам) в другой каталог, т.е. 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 часть и т.д. благодаря поиску закономерностей в именах файлов.
3. Различие при копировании группы файлов при нахождении: а) в каталоге-источнике; б) в каталоге-приемнике; в) вне каталогов
4. Создание командного файла (с расширением «bat») и скоростное проведение действий соответствующих заданиям предыдущих пунктов

### Контрольные вопросы

1. Причины использования команд MS DOS в практике работы на ПК
2. Назвать команды MS DOS необходимые для создания группы файлов внутри созданной собственной структуры подкаталогов с проверкой их наличия в нужном месте и чтения содержимого любого случайно взятого файла
3. Написание команд MS DOS в командном файле с указанием необходимых отличий от их набора в ручном режиме

## Самостоятельная работа

Измерение и представление информации. Информация и ее свойства. Формы адекватности и меры информации. Характеристики для оценки качества информации. Классификация и кодирование информации. Классификация офисной техники. Средства изготовления, хранения, транспортирования и обработки документов. Средства копирования и размножения документов. Средства административно-управленческой связи.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1-5

Дополнительная: № № 12-16

Тема 3. Norton-подобные оболочки (Far Manager, Windows Commander, Total Commander). Верхнее и нижнее меню. Функциональные клавиши. Создание каталога, файла. Маски (шаблоны). Копирование, переименование, перенос, удаление каталога, файла, группы файлов. Сравнение каталогов. Работа с файловой системой в программе "Проводник" и папке "Мой компьютер" операционной системы Windows. Создание папки, документа. Копирование, переименование, перетаскивание, удаление папки, документа, группы документов. Достоинства и недостатки при работе с файловой системой в MS DOS, Norton-подобной оболочке и среде Windows.

### Лабораторные занятия 5, 6.

Цель:

- Установить соответствие изученным командам MS DOS при работе с файловой системой функциональных клавиш операционных Norton-подобных оболочек
- Изучить принципы использования символов «\*» и «?» для написания шаблонов (масок) при работе с группами файлов
- Уметь создавать, копировать, перемещать, переименовывать, удалять каталоги и файлы. Копировать, перемещать группы файлов в другой каталог с переименованием и без переименования
- Научиться использовать опцию «Сравнить каталоги» для скоростного дополнения одного каталога недостающими или отредактированными файлами из другого каталога
- Научиться создавать командные файлы (с расширением «bat») для автоматизации процедур работы с файловой системой

- Сравнить работу с файловой системой в программе «Проводник» и с системной папкой «Мой компьютер» (изучается в курсе «Информатика» средней школы) с работой в режиме MS DOS и Norton-подобных оболочек
- Изучить принципы использования символов «\*» и «?» в режиме поиска файлов с заранее неизвестными именами и расширениями в Norton-подобных оболочках и среде Windows

#### Вопросы для обсуждения

1. Создание копированием в текущий каталог большого числа файлов с разными именами (но с единым содержимым, т.к. исходным является один файл) методом удвоения, т.е. 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 и т.д. с гарантированным обеспечением несовпадения имен файлов
2. Копирование части файлов (делением их количества многократно пополам) в другой каталог, т.е. 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 часть и т.д. благодаря поиску закономерностей в именах файлов
3. Создание командного файла (с расширением «bat») и скоростное проведение действий соответствующих заданиям предыдущих пунктов

#### Контрольные вопросы

1. Последовательность операций с файловой системой в Norton-подобных оболочках и отличие от работы в режиме MS DOS
2. Перечень действий необходимых для создания группы файлов внутри созданной собственной структуры подкаталогов и дальнейшими действиями с группой: переименованием, копированием, переносом, удалением
3. Написание команд MS DOS в командном файле для автоматизации процедур работы с файловой системой в режиме Norton-подобной оболочки

#### Самостоятельная работа

Переход к информационному обществу. Особенности информационных революций. Модели информационного общества. Сущность и цели процесса информатизации общества. Определение понятий: информационные ресурсы, продукты, услуги. Структура рынка информационных продуктов и услуг. Сектора информационного рынка и его правовое регулирование. Особенности представления информатики как отрасли народного хозяйства, как фундаментальной науки, как прикладной дисциплины.

#### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1-5

Дополнительная: № № 12-16

Тема 4. Электронные таблицы Excel. Принципы решения задач. Правила изменения и фиксации индексов. Относительные и абсолютные ссылки. Режим за цикливания. Примеры. Условное форматирование. Диаграммы и графики. Трехмерная графика.

#### Лабораторные занятия 7, 8.

Цель:

- Научиться вносить в ячейки текст, числа, ссылки на другие ячейки
- Изучить правила копирования ячеек: одну в одну, одну в блок, блок в блок. Изучить правила переноса ячеек и их редактирования
- Изучить правила трансформации содержимого ячеек при копировании ссылок в другие ячейки
- Изучить возможные проблемы при написании ссылок: режим за цикливания
- Разобраться в необходимости фиксации символом «\$» индексов строк или столбцов при копировании ссылок
- Знать способы выделения ячеек цветом заливки, контурными линиями и форматом шрифта в зависимости от их содержимого или значений других ячеек
- Уметь подготовить данные для построения диаграмм и графиков, работать с мастером диаграмм для поиска наиболее эффективного представления данных в графической форме

#### Вопросы для обсуждения

1. Правила создания программ в электронных таблицах
2. Различные ситуации, когда необходимо использовать относительные и абсолютные ссылки
3. Причины возникновения режима за цикливания и меры по выходу из него
4. Методы для автоматического визуального выделения результатов вычислений и графического представления

#### Контрольные вопросы

1. Области применения электронных таблиц Excel
2. Принципы адресации в электронных таблицах
3. Варианты возможного за цикливания
4. Сущность разработки программ с охватом огромного количества ячеек
5. Планирование изменения и фиксации индексов строк и столбцов
6. Последовательность действий для установки режима «условного форматирования» для отдельных ячеек
7. Последовательность работы с мастером диаграмм для создания диаграмм и графиков

## Самостоятельная работа

Модели решения функциональных и вычислительных задач. Специфика реализации этапов разработки программ решения экономических задач. Понятие алгоритма, его свойства. Способы описания алгоритмов. Основные виды алгоритмических структур. Назначение и способы организации циклических процессов в программах. Сложные циклы. Принципы, облегчающие процесс разработки, отладки и сопровождения программ.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 3, 6, 10

Дополнительная: № № 15, 17-18

Тема 5. Excel. Условные и календарные функции. Функция для определения ранга. Примеры решения задач.

### Лабораторные занятия 9, 10.

Цель:

- Изучить синтаксис условных и календарных функций, а также функции для определения ранга
- Научиться применять функцию =ЕСЛИ при решении задач, когда требуется сравнить: абсолютную величину элемента с данными в ряду, в таблице; когда требуется сравнить соответствующие элементы двух рядов с равным количеством элементов; когда требуется сравнить соответствующие элементы двух таблиц с равным количеством строк и столбцов
- Научиться применять функции =ДЕНЬ, =МЕСЯЦ, =ГОД, =ДАТА, =ДЕНЬНЕД при решении задач по календарной тематике
- Научиться применять функцию =РАНГ при решении задач, когда требуется сравнить данные в ряду чисел между собой с назначением им ранга (рейтинга) по отношению друг к другу
- Научиться решать задачи с более сложными образованиями: функциями, являющихся частью (отдельной позицией) других известных функций, т.е. с вложенными функциями
- Приобрести навыки заполнения ячеек простыми и вложенными функциями при помощи «мастера функций»

### Вопросы для обсуждения

1. Внесение функций в ячейки с учетом дальнейшего копирования в другую ячейку или блок ячеек (относительные и абсолютные ссылки) и обеспечение защиты от заикливания
2. Использование вспомогательных числовых осей для решения поставленных задач в тех случаях, когда напрямую решить задачи известными функциями невозможно
3. Какие действия можно предпринять в случае присвоения одинакового ранга нескольким значениям для того, чтобы при сохранении количественных соотношений в пределах ряда добиться присвоения разных рангов для чисел данного ряда

### Контрольные вопросы

1. Какие ячейки запрещено заполнять, а в какие можно вносить функции?
2. Синтаксис функции =ЕСЛИ и области ее применения?
3. В каком диапазоне дат действуют календарные функции?
4. Синтаксис функций =ДЕНЬ, =МЕСЯЦ, =ГОД, =ДАТА, =ДЕНЬНЕД и области их применения?
5. По каким правилам назначается ранг для чисел, входящих в ряд?
6. Синтаксис функции =РАНГ и область ее применения?

### Самостоятельная работа

Основные понятия и термины программного обеспечения. Характерные особенности программного продукта. Этапы жизненного цикла программного продукта. Классификация методов и подходов к проектированию программных продуктов. Модульное программирование. Структурное программирование. Основные понятия и методика объектно-ориентированного проектирования.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 3, 6, 10

Дополнительная: № № 15, 17-18

Тема 6. Excel. Функции для работы с массивами. Текстовые функции. Сортировка, фильтрация, обеспечение требуемого расположения данных за счет совокупности функций. Примеры решения. Решение задач по экономике в рамках изучаемых функций.

## Лабораторные занятия 11, 12.

### Цель:

- Изучить синтаксис функций для работы с массивами (рядом, таблицей чисел) =ВПР, =ГПР
- Изучить синтаксис функций для работы с текстом =ПСТР, =НАЙТИ, =ДЛСТР, =СЦЕПИТЬ
- Научиться применять функции =ВПР, =ГПР для извлечения элементов, расположенных в ряду (в столбце, в строке таблицы) и соответствующих элементам из равного по размеру ряда, в котором находится искомый элемент
- Научиться применять функции =ВПР, =ГПР, используя вспомогательные ряды (аналог числовых координатных осей), в случае, когда требуется изменить исходное расположение данных (горизонтальный ряд чисел преобразовать в вертикальный и наоборот, ряд чисел преобразовать в компактную таблицу и наоборот)
- При совместном использовании функций =ВПР, =ГПР с функциями =ЕСЛИ и =СУММ научиться обеспечивать выборку (фильтрацию) требуемых данных из ряда (или таблицы)
- При совместном использовании функций =ВПР, =ГПР с функцией =РАНГ научиться обеспечивать сортировку данных
- За счет функций =ВПР, =ГПР на базе данных из «эталонной» таблицы, элементы которой соответствуют числовым координатным осям, научиться создавать таблицы соответствия со случайными элементами на числовых координатных осях
- Используя функции =ПСТР, =НАЙТИ, =ДЛСТР уметь разбивать объект на элементы и располагать элементы в отдельные ячейки: а) объект – слово, элементы – буквы; б) объект – предложение, элементы – слова
- Используя функцию =СЦЕПИТЬ уметь объединять объекты в одну ячейку. Объекты: отдельные символы, числа, слова, содержимое клеток
- Научиться располагать исходную информацию позиционно для применения формул при решении экономических задач, рассматриваемых на спецдисциплинах

### Вопросы для обсуждения

1. Последовательность действий для обеспечения выборки (фильтрации) заранее неизвестного количества требуемых элементов из ряда данных, заранее неизвестного количества требуемых строк (столбцов) из таблицы данных
2. Последовательность действий для обеспечения сортировки требуемых элементов в ряду данных, сортировки строк по элементам ключевого столбца, сортировки столбцов по элементам ключевой строки

3. Последовательность действий для обеспечения другого (требуемого по ситуации) расположения исходных данных в ячейках листа Excel
4. Последовательность действий для разбиения объектов на заранее неизвестное количество элементов: а) объект – слово, элементы – буквы; б) объект – предложение, элементы – слова

#### Контрольные вопросы

1. Необходимость создания программ, связанных с выборкой и сортировкой данных, при наличии в электронных таблицах Excel специального блока «Работа с таблицей как с файлом базы данных»
2. Какие условия (кроме непосредственного использования функций) необходимо создать для реализации: а) сортировки, б) фильтрации, в) обеспечения требуемого расположения
3. Что используется в качестве опорных элементов при разбиении объектов на элементы: а) объект – слово, элементы – буквы; б) объект – предложение, элементы – слова

#### Самостоятельная работа

Классы программных продуктов. Системное программное обеспечение. Операционные системы. Сервисное программное обеспечение. Инструментарий технологии программирования. Средства для создания приложений. Языки и системы программирования. Пакеты прикладных программ. Классификация прикладного программного обеспечения.

#### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 3, 6, 10

Дополнительная: № № 15, 17-18

Тема 7. Excel. Работа с таблицей как с файлом базы данных. Работа в режимах Форма, Фильтр, Сортировка, Итоги, Консолидация. Использование элементов управления (ниспадающие списки, кнопки, переключатели, флажки). Создание и редактирование макросов.

#### Лабораторные занятия 13, 14.

Цель:

- Получить представление о простейших базах данных (изучить термины «поле», «запись») и работе с ними в формате электронных таблиц Excel
- Форма. Научиться создавать, редактировать, удалять записи при работе с базой данных

- Фильтр. Научиться при работе с базой данных производить фильтрацию в режимах: 1. автофильтр, 2. расширенный фильтр при а) фильтрации на месте и б) копировании результатов в другое место
- Сортировка. Научиться при работе с базой данных производить сортировку одновременно по нескольким ключам
- Итоги. Научиться подводить итоги при работе с базой данных с образованием специальной структуры для перехода к обобщенным данным
- Консолидация. Научиться создавать обобщенные таблицы путем объединения нескольких простых таблиц в одну сложную
- Владеть элементами управления панели инструментов «Формы» для создания комфортных условий для пользователей программ, созданных в формате Excel
- Научиться созданию простейших макросов в режиме «эхо» для автоматизации часто повторяющихся процедур как при написании программ, так и при их использовании

#### Вопросы для обсуждения

1. Последовательность добавления, удаления, редактирования записей в базе данных в режиме «Форма»
2. Возможные варианты воздействия на данные форматированные в таблицу, в полях которой располагается однородная информация
3. Необходимость использования режима «Итоги» в практической работе
4. Необходимость использования режима «Консолидация» в практической работе
5. Использование элемента управления «Поле со списком» в качестве запроса при создании программ с использованием функций

#### Контрольные вопросы

1. Какие «поля» можно заполнять в режиме «Форма» при организации базы данных, а какие нет?
2. Какого рода информацию следует обрабатывать опциями пункта меню «данные»?
3. Каким образом можно создать условия для сортировки по более чем 3-м ключам?
4. Могут ли возникнуть условия для многократного применения режима «Итоги» в одной базе данных?
5. Какие преимущества и недостатки сортировки, фильтрации при работе с таблицей как «с файлом базы данных», в отличие от сортировки, фильтрации за счет функций типа =ЕСЛИ, =РАНГ, =ВПР?

## Самостоятельная работа

Понятие и назначение базы данных (БД) и системы управления базами данных (СУБД). Структурные элементы. Виды моделей. Особенности и назначение реляционной модели. Типы связей информационных объектов. Обеспечение целостности данных. Технологические этапы решения задач в СУБД.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 3, 6, 10

Дополнительная: № № 15, 17-18, 21

Тема 8. Создание веб-страницы (сайта) в HTML-формате. Теги форматирования текста, списков, таблиц, вставки иллюстраций, гиперссылок.

### Лабораторные занятия 15, 16.

Цель:

- Уметь представить информацию в HTML-формате для размещения в сети Интернет.
- Научиться форматировать документ, т.е. размещать его различные элементы (списки, иллюстрации, формулы, таблицы и прочее) в заранее запланированном месте
- Знать основные теги и их атрибуты для редактирования как самих элементов HTML-документа, так и их расположения на экране
- Освоить работу гиперссылок для вызова других документов, расположенных как в компьютере пользователя, так и в сети Интернет
- Изучить возможность разделения экрана на независимые фрагменты (фреймы) для необходимого изменения изображения только в требуемых фрагментах

### Вопросы для обсуждения

1. Различие условий для работоспособности HTML-страниц на персональном компьютере вне сети Интернет и в условиях, когда данные страницы расположены в сети Интернет. Типовые ошибки при создании страниц
2. Отличие компоновки элементов текстового документа в редакторе Word от компоновки веб-документа в HTML-формате.
3. Методика организации многоуровневых списков как в классическом варианте при помощи тегов <ul> <ol>, так и при помощи вставки иллюстраций (в том числе анимированных), похожих на маркеры

4. Использование относительной и абсолютной адресации при создании гиперссылок
5. Принципы организации страниц с независимыми фрагментами (областями экрана) для командования за счет гиперссылок из одного фрагмента изменением изображения в другом фрагменте

#### Контрольные вопросы

1. Какова структура веб-страницы?
2. Какие атрибуты и к какому тегу относятся при создании фона документа: а) в виде однородного цвета; б) за счет вставки иллюстрации, размноженной в виде обоев?
3. Что нужно сделать при компоновке сложного (по количеству текстовых и графических элементов) документа?
4. Какие атрибуты необходимы при создании таблиц с объединенными ячейками?
5. Какой вид адресации абсолютный или относительный предпочтительнее при создании HTML-страниц и почему?
6. Какой атрибут к тегу <a> необходим для перехода от страницы с фреймами к обычной странице в том же окне?

#### Самостоятельная работа

Основные понятия и терминология компьютерной сети. Классификация компьютерных сетей. Характеристика процесса передачи данных. Аппаратная реализация передачи данных. Звенья данных. Архитектура вычислительных сетей. Эталонные модели взаимодействия систем. Протоколы компьютерной сети. Особенности организации ЛВС. Типы технологий локальных вычислительных сетей. Методы доступа к передающей среде. Варианты объединения ЛВС. Глобальная сеть Internet. Представление о структуре и системе адресации. Способы организации передачи информации. Электронная почта. World Wide Web. Передача файлов с помощью протокола FTP.

#### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 8-9, 11

Дополнительная: № № 22-24

Тема 9. Система символьной математики MathCAD. Печать формул, функций, уравнений. Решений уравнений. Создание графиков. Форматирование численных результатов. Единицы и размерности. Функции, определяемые пользователем. Встроенные функции. Вычисления с векторами и матрицами. Внешние файлы, чтение и запись данных.

## Лабораторные занятия 17, 18.

### Цель:

- Научиться применять пакет символьной математики MathCAD для решения типовых задач и примеров, изучаемых по курсу «Математика»
- Уметь решать задачи алгоритмического типа в среде приближенной к естественной записи математических выражений и формул
- Научиться решать системы уравнений
- Освоить построение графиков сложных функций
- Научиться совмещать вычисления и единицы измерения переменных для контроля правильности решения
- Для облегчения написания программ научиться создавать функции пользователя
- Освоить экспорт и импорт данных

### Вопросы для обсуждения

1. Панели инструментов системы символьной математики MathCAD
2. Последовательность организации блока для решения системы уравнений
3. Возможности при создании графиков в системе символьной математики MathCAD
4. Последовательность придания переменным единиц измерения и контроль вычислений
5. Примеры создания функций, определяемых пользователем и их отличие от встроенных функций

### Контрольные вопросы

1. Что из себя представляет поле программирования MathCAD, и как располагать на нем математические выражения, графики и др.?
2. Особенности использование скобок при записи математических формул
3. В чем отличие привычной записи системы уравнений от записи в системе MathCAD?
4. Какие особенности графического изображения разных функций на одном графике?
5. Что означает «форматирование численных результатов»?
6. Как выполняются вычисления и как будет представлен результат, если переменные имеют разную размерность?
7. Могут ли встроенные функции включать в себя функции пользователя и могут ли функции пользователя включать в себя встроенные функции?
8. Каковы правила перемножения матриц?
9. С какой целью используется экспорт и импорт данных?

## Самостоятельная работа

Основы защиты информации и сведений, составляющих государственную тайну. Основные понятия о защите программных продуктов. Программные системы защиты от несанкционированного копирования. Правовые методы защиты программных продуктов и баз данных. Патентная защита. Лицензия.

### Литература для самостоятельной работы

Основная: № № 1, 7

Дополнительная: № № 19-20

### 3. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ (И ТЕСТАМ)

1. Информационное общество. Модели. Сущность и цели процесса информатизации общества.
2. Информатика как отрасль народного хозяйства, как фундаментальная наука, как прикладная дисциплина.
3. Классификация ЭВМ. История развития ЭВМ. История развития персональных компьютеров. Принцип "открытой архитектуры".
4. Основные части персонального компьютера и периферийные устройства.
5. Информация. Измерение и представление, свойства. Формы адекватности и меры информации.
6. Характеристики для оценки качества информации. Классификация и кодирование информации.
7. Информационные системы и технологии. Их роль в стратегии развития организации. Структура и классификация.
8. Основные типы функциональных информационных систем в фирмах. Составляющие и суть информационных технологий.
9. Модели решения функциональных и вычислительных задач. Специфика решения экономических задач.
10. Алгоритм, его свойства. Способы описания алгоритмов. Основные виды алгоритмических структур.
11. Назначение и способы организации циклических процессов в программах. Сложные циклы.
12. Программное обеспечение. Основные понятия и термины, особенности. Этапы жизненного цикла программного продукта.
13. Модульное программирование. Структурное программирование.
14. Основные понятия и методика объектно-ориентированного проектирования.
15. Системное программное обеспечение. Операционные системы.
16. Сервисное программное обеспечение. Средства для создания приложений.
17. Языки и системы программирования. Пакеты прикладных программ. Классификация прикладного программного обеспечения.

18. Базы данных (БД) и системы управления базами данных (СУБД), понятие и назначение. Структурные элементы. Виды моделей.
19. Особенности и назначение реляционной модели. Типы связей информационных объектов. Обеспечение целостности данных.
20. Технологические этапы решения задач в СУБД.
21. Классификация компьютерных сетей. Характеристика процесса передачи данных. Аппаратная реализация передачи данных. Звенья данных.
22. Архитектура вычислительных сетей. Протоколы компьютерной сети. Особенности организации ЛВС. Типы технологий локальных вычислительных сетей. Варианты объединения ЛВС.
23. Глобальная сеть Internet. Представление о структуре и системе адресации. Способы организации передачи информации. Электронная почта. World Wide Web, FTP.
24. Основы защиты информации и сведений, составляющих государственную тайну. Основные понятия о защите программных продуктов.
25. Программные системы защиты от несанкционированного копирования.
26. Правовые методы защиты программных продуктов и баз данных. Патентная защита. Лицензия.
27. Norton-подобные оболочки. Функциональные клавиши. Операции с группой файлов.
28. Norton-подобные оболочки. Верхнее меню. Запись информации на дискеты.
29. Общие сведения о Windows. Преимущества и недостатки Windows. Использование мыши. Пиктограммы, ярлыки.
30. Приложения Windows. Организация информации в компьютере. Файлы и папки.
31. Основные компоненты панели управления. Оформление экрана.
32. Шрифты: добавление и удаление. Установка и удаление программ.
33. Текстовый редактор Microsoft Word для Windows. Мастер подсказок. Проверка орфографии при вводе текста. Средства автоматического оформления. Основные приемы работы: форматирование абзацев. Выделение, удаление, перестановка фрагментов текста. Замена текста. Использование таблиц. Многоколоночная верстка. Вставка рисунков. Применение шаблонов, стилей и программ-мастеров. Создание собственных стилей.
34. Электронная таблица "Excel" для Windows. Автоматические вычисления. Автоматический ввод и замена текста. Создание собственных таблиц: открытие и сохранение файла рабочей книги, проектирование таблицы, ввод данных, задание формата данных, введение расчетных формул, работа с функциями. Диаграммы и графики. Установка цвета и стиля линий. Перемещение и изменение размера объектов диаграммы. Изменение типов диаграмм. Трехмерная графика. Создание и редактирование макросов. Базы данных. Работа с командами Форма, Сортировка, Итоги, Консолидация. Мастер сводных таблиц.
35. PowerPoint. Создание презентаций. Цель и области применения. Технология создания слайдов.

36. СУБД "Access". Access и связанные с ним продукты. Объекты Access. Система меню Access. Структура таблиц в Access. Редактирование данных в таблице. Сортировка таблиц. Выбор данных из таблиц с помощью запросов. Отчеты. Перекрестные таблицы. Диаграммы. Многотабличные базы данных.
37. Система символьной математики MathCAD. Общие сведения. Блоки. Решение систем уравнений. Создание графиков. Изменение его характеристик. Функции, определяемые пользователем. Форматирование численных результатов. Единицы и размерности. Файлы данных. Внешние файлы, чтение и запись данных.

#### 4. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

##### 4.1. Основная литература

1. Информатика: Учебник. / Под ред. Н.В. Макаровой. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 768 с.
2. Информатика. Базовый курс: Учебник: / Ред. С.В. Симонович. - СПб.: Питер, 2004. - 638 с.
3. Информатика: Практикум по технологии работы на компьютере / Под ред. Н.В. Макаровой. - М.: Финансы и статистика, 2001. - 256 с.
4. Фигурнов В.Э. IBM PC для пользователя. Краткий курс. – Изд. Инфра-М., 2006. - 640 с.
5. Могилев А. В. Информатика: Учебное пособие / А. В. Могилев, Н. И. Пак, Е. К. Хеннер / под ред. Е. К. Хеннер. - М.: Академия, 2004. - 842 с.
6. Попов А.А. Excel: практическое руководство. - М.: Изд. "Десс ком", 2000. - 302 с.
7. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro. - М.: ДМК Пресс, 2001. - 576 с.
8. Симонович С., Евсеев Г. Новейший самоучитель по работе в Интернете. - М.: "Десс ком", 2000.
9. Интернет. Энциклопедия. / под редакцией Л.Мелиховой. - СПб: "Питер", 2000.
10. Войтенко Ю.В., Решетнева Т.Г. Применение функций в электронных таблицах Excel. Методические указания. Благовещенск. АмГУ. 2001. Электронная версия на внутреннем сайте АмГУ: <http://libserv.amursu.ru/DiBooks/e-copy/192.pdf>
11. Резниченко Е.С., Решетнева Т.Г., Чугунова О.В. Интернет-технологии. Учебно-методическое пособие. Благовещенск. АмГУ. 2002. Электронная версия на внутреннем сайте АмГУ: <http://libserv.amursu.ru/DiBooks/e-copy/110.pdf>

##### 4.2. Дополнительная литература

12. Гиляревский Р.С. Основы информатики: Курс лекций / Р. С. Гиляревский. - М.: Экзамен, 2003. - 320 с.

13. Информатика для юристов и экономистов: Учебник / Ред. С.В. Симонович. - СПб.: Питер, 2001. - 688 с.
14. Ляхович В.Ф. Основы информатики: Учебное пособие / В.Ф. Ляхович, С.О. Крамаров. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2003. - 700 с.
15. Могилев А.В. Практикум по информатике: Учебное пособие / А.В. Могилев, Н.И. Пак, Е.К. Хеннер / Под ред. Е.К. Хеннера. - М.: Академия, 2002. - 608 с.
16. Острейковский В.А. Информатика: Учебник: / В.А. Острейковский. - М. : Высш. шк., 1999. - 512 с.
17. Подлин Ш. Освой самостоятельно программирование для Microsoft Excel за 24 часа.: М.: Изд.дом "Вильямс", 2000. - 304 с.
18. Уокенбах Д. Библия пользователя Excel для Windows 95. - К.: Диалектика, 1996. - 576 с.
19. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet. - М.: "Нолидж", 1999. - 352 с.
20. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD: математический практикум для экономистов и инженеров. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 656 с.
21. Бекаревич Ю.Б., Пушкина Н.В. СУБД Access для Windows в примерах.- СПб.: ВHV - Санкт-Петербург, 1997.- 400 с.
22. Глушаков С.В., Ломотько Д.В., Мельников И.В. Работа в сети Internet. Учебный курс. - Харьков: "Фолио", М.: "АСТ", 2000.
23. Айзенменгер Р. HTML 3.2 / 4.0 Справочник. - М.: ЗАО "Бином", 1998.  
Дополнительная
24. Шафран Э. Создание Web-страниц: самоучитель. - СПб: "Питер", 1999.

### **Образцы вопросов теста:**

Информационным называется общество, где:

- а) большинство работающих занято производством, хранением, переработкой и реализацией информации, особенно ее высшей формы - знаний
- б) персональные компьютеры широко используются во всех сферах деятельности
- в) обработка информации производится с использованием ЭВМ

Команда для создания файла в MS-DOS:

- а) Copy Con
- б) Copy Prn
- в) Copy

### **Образец задачи к экзаменационному билету**

Выполнить средствами Excel, в рамках функций СУММ, ПСТР, ЕСЛИ, РАНГ, ВПР/ГПР. В пространстве для таблицы 6x6 (36 позиций) случайным образом могут быть заполнены только две позиции, причем числами больше нуля. Создать программу для поиска количества строк, расположенных между двумя заполненными позициями.

## Раздел математика

### Лекции

#### Лекция 1. Понятие аксиоматической формализованной теории

Аксиоматический метод – это такой способ построения математической теории, при котором в основу теории кладутся некоторые исходные положения, называемые аксиомами, а все остальные положения теории, называемые теоремами, доказываются на основе этих аксиом путем чисто логических рассуждений.

Аксиоматический метод – важный научный инструмент познания мира. В математике аксиоматический метод дает законченное, логически стройное построение научной теории.

Аксиоматическая теория  $S$  считается заданной, если выполнены, следующие принятые соглашения:

1. задано множество символов – алфавит теории  $S$ , конечные наборы символов теории  $S$  называются выражениями теории  $S$ ;
2. дано, выделено подмножество  $\{F\}$  множества выражений, называемых формулами теории  $S$ ;
3. из множества  $\{F\}$  выделено подмножество формул  $\{A\}$ , называемых аксиомами теории  $S$ ;
4. задано конечное множество  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  отношений между формулами, которые называются правилами ввода;
5. введены понятия: алфавит, синтаксис, семантика.

Изучая математику, мы будем параллельно учиться пользоваться ее специальным языком. Для этого будем пользоваться разговорным русским языком, который при этом называется метаязыком по отношению к языку математики.

Соглашение о языке математики:

1. Метаязыком для изучения языка математики будет русский язык с его алфавитом и синтаксисом, кроме того, будем использовать следующие символы:

- a) буквы латинского алфавита,
  - b) буквы греческого алфавита,
  - c) римские и арабские цифры,
  - d) логические знаки  $\langle \Rightarrow \rangle$ ,  $\forall$ ,  $\exists$ , ...
  - e) специальные математические символы, значения и способ употребления которых будет каждый раз специально оговариваться при вводе.
2. Из букв алфавита по правилам русского языка и правилам математики будем составлять слова и предложения.
3. Будем делить буквы алфавита на следующие типы:
- a) имена:  $\sqrt{\quad}$ ,  $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\sin$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2, \dots$ ,  $+$ ,  $-$  ...;
  - b) постоянные;
  - c) переменные;
  - d) свободные переменные;
  - e) связанные переменные.

В математике «по умолчанию» принято первыми буквами алфавита «a, b, c» обозначать постоянные, а последними буквами «x, y, z» переменные.

### **Множества. Числовые множества.**

#### ***Основные понятия и обозначения***

Одним из важнейших понятий в математике является понятие «*множества*». Под *множеством* мы будем понимать совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-либо признаку. Например: множество студентов института, множество всех натуральных чисел, множество корней уравнения  $x^2+2x+6=0$  и т.д. Обозначаются множества прописными буквами A, B, C, D и т.д. Объекты, из которых состоит данное множество, называют его элементами и обозначаются строчными буквами a, b, c и т.д.

Запись  $x \in M$  означает, что x является элементом множества M. Говорят, что множество A является *подмножеством* множества M (запись:  $A \subset M$ ), если все элементы A являются элементами M.

Множества  $A$  и  $B$  **равны** (запись:  $A=B$ ), если они содержат одни и те же элементы (другими словами  $A \subset B$  и  $B \subset A$ ). **Пустое** множество  $\emptyset$  не содержит ни одного элемента и является подмножеством любого множества.

### Операции над множествами.

**Объединение**  $A \cup B$  состоит из элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A$  и  $B$ . Запись:  $A \cup B = \{x / x \in A \text{ или } x \in B\}$ .

Примеры объединения множеств приведены на рис. 1.1.



**Пересечение**  $A \cap B$  двух множеств  $A$  и  $B$  состоит из элементов, которые принадлежат обоим множествам  $A$  и  $B$ . Запись:  $A \cap B = \{x / x \in A \text{ и } x \in B\}$ .

Примеры пересечения множеств приведены на рис. 1.2.



Два множества, пересечение которых есть пустое множество, называются **непересекающимися**.

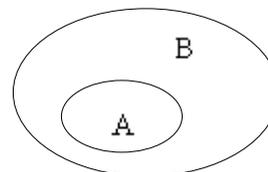
**Разность**  $A \setminus B$  состоит из элементов, которые принадлежат  $A$ , но не принадлежат  $B$ . Запись:  $A \setminus B = \{x / x \in A, x \notin B\}$ .

Примеры разности множеств приведены на рис. 1.3.

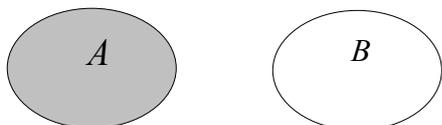
a)  $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$



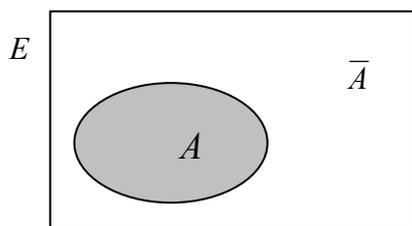
b)  $A \setminus B = \emptyset$ , так как  $A \subset B$



c)  $A \setminus B = A$ , так как  $A \cap B = \emptyset$



Часто ограничиваются рассмотрением всевозможных подмножеств одного и того же множества, которое называется **основным** или **универсальным** множеством.



$$A \cup E = E$$

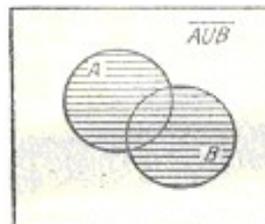
$$A \cap E = A$$

Множество элементов основного множества  $E$ , не принадлежащих множеству  $A$ , называется дополнением множества  $A$  до множества  $E$  или просто дополнением и обозначается  $\bar{A}$ . Тогда  $A \cup \bar{A} = E$  и  $A \cap \bar{A} = \emptyset$ .

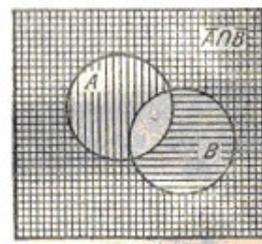
Для любых подмножеств  $A$  и  $B$  основного множества  $E$  справедливы равенства:  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ ,  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .

Проиллюстрируем равенство  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ :

Заштриховано объединение множеств  $A$  и  $B$ , не заштриховано дополнение этого множества ( $\overline{A \cup B}$ ).



Множество  $\bar{A}$  заштриховано горизонтально, множество  $B$  - вертикально, двойной штриховкой покрыто их пересечение  $\bar{A} \cap \bar{B}$ .



Для конечного множества  $A$  через  $m(A)$  обозначим число его элементов. Число элементов пустого множества, равно нулю. Для любых конечных множеств  $A$  и  $B$  справедливо равенство  $m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$ .

Если  $m(A \cap B) = 0$  - множества  $A$  и  $B$  не пересекаются  $\Rightarrow m(A \cup B) = m(A) + m(B)$

**Пример 1.** Дано  $A = \{1, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 8\}$ .

Объединение множеств:  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ .

Пересечение множеств:  $A \cap B = \{4, 5\}$ .

Разность множеств:  $B \setminus A = \{2, 3, 8\}$ .

**Пример 2.** Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, оценку ниже пяти получили 180 человек, а выдержали этот экзамен 210 абитуриентов. Сколько человек получили оценки 3 и 4?

**Решение:**

$A$  – множество абитуриентов, выдержавших экзамен ( $m(A)=210$ ),

$B$  – множество абитуриентов, получивших оценки ниже 5 ( $m(B)=180$ ).

$m(A \cup B)=250$

$C$  – множество абитуриентов, получившие оценки 3 и 4 ( $C=A \cap B$ ).

$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B) \Rightarrow m(A \cap B) = m(A) + m(B) - m(A \cup B)$

$m(A \cap B) = 210 + 180 - 250 = 390 - 250 = 140$

**Ответ:** 140 абитуриентов получили оценки 3 и 4.

**Пример 3.** На юридическом факультете учатся 1400 студентов. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 – на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 студентов. Сколько студентов умеют кататься и на лыжах и на коньках?

**Решение:**  $E$  – множество студентов юридического факультета;  $A$  – множество студентов, умеющих кататься на лыжах;  $B$  – множество студентов, умеющих кататься на коньках.

$\bar{A} \cap \bar{B}$  – множество студентов, которые не умеют кататься ни на лыжах, ни на коньках.

$m(\bar{A} \cap \bar{B})=60$ ; так как по формуле  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \Rightarrow m(\overline{A \cup B})=60$

$m(A \cup B)=m(E) - m(\overline{A \cup B})=1400 - 60 =1340$

$m(A)=1250$ ,  $m(B)=952$

$m(A \cap B) = m(A) + m(B) - m(A \cup B)$ ;  $m(A \cap B) = 1250 + 952 - 1340 = 2202 - 1340 = 862$

**Ответ:** Умеют кататься и на лыжах и на коньках 862 студента.

### ***Числовые множества.***

Множества, элементами которых являются числа, называются ***числовыми множествами***. Примерами числовых множеств являются:

$N = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$  – множество натуральных чисел;

$Z_0 = \{0; 1; 2; \dots; n; \dots\}$  – множество целых неотрицательных чисел;

$Z = \{0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm n; \dots\}$  – множество целых чисел;

$Q = \left\{ \frac{m}{n} ; m \in Z, n \in N \right\}$  – множество рациональных чисел;

$R$  – множество действительных чисел.

Между этими множествами существует соотношение:

$$N \subset Z_0 \subset Z \subset Q \subset R$$

## **Лекция 2. Основы математического анализа**

### ***Графики функций***

В обществе практически все нормативно-правовые, криминологические, информационно-правовые и другие явления и процессы находятся в постоянном движении и развитии. Для изучения того или иного юридического процесса исследователи выявляют совокупность количественных и качественных характеристик, определяющих условия и характер развития рассматриваемого процесса. При этом анализируемые характеристики могут быть постоянными величинами, а могут изменяться. Например, в процессе математического моделирования действия правовых норм такие характеристики этого процесса, как время действия той или иной нормы права и скорость (быстрота) ее применения к конкретным общественным отношениям, являются переменными величинами, а количество рассматриваемых в данный момент норм – величина постоянная. Или при проведении судебно-баллистической экспертизы, определяя траекторию полета пули, юрист-эксперт использует зависимость траектории от таких параметров, как скорость и угол полета пули, сила сопротивления воздуха и сила тяжести.

Подобного рода зависимости характерны для любых других областей научного правого знания и для юридической деятельности в целом.

Для описания большого класса зависимостей необходимо ввести понятие функция.

Переменная величина и функция – важнейшие понятия современной математики.

**Определение:** Величина  $y$  называется *функцией* переменной величины  $x$ , если каждому из тех значений, которые может принимать  $x$ , соответствует одно и только одно значение  $y$ . При этом переменная величина  $x$  называется аргументом.

**Определение:** Совокупность всех значений, которые может принимать аргумент  $x$  функции  $y$ , называется *областью определения* этой функции.

**Определение:** Совокупность всех значений, которые может принимать функция  $y$ , называется *областью значений* этой функции.

**Определение:** *Графиком* функции  $y=f(x)$  называется множество всех точек плоскости  $Oxy$ , для каждой из которых  $x$  является значением аргумента, а  $y$  – соответствующим значением функции.

### **Основные характеристики функции.**

1. Функция  $y=f(x)$ , определенная на множестве  $D$ , называется четной, если для любого  $x$ , принадлежащего  $D$  выполняются условия  $f(-x)=f(x)$ ; нечетной если для любого  $x$ , принадлежащего  $D$  выполняются условия  $f(-x)=-f(x)$ . График четной функции симметричен относительно оси  $Oy$ , график нечетной функции – относительно начала координат.

2. Пусть функция  $y=f(x)$  определена на множестве  $D$ . Если для любых значений аргументов  $x_1, x_2$ , принадлежащих  $D$ , из неравенства  $x_1 < x_2$  вытекает неравенство:

а)  $f(x_1) < f(x_2)$ , то функция называется возрастающей на множестве  $D$ ;

б)  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , то функция называется невозрастающей;

в)  $f(x_1) > f(x_2)$  то функция называется убывающей на множестве  $D$ ;

г)  $f(x_1) \leq f(x_2)$ , то функция называется неубывающей на множестве  $D$ ;

Невозрастающая или неубывающая функция  $y=f(x)$  называется монотонной.

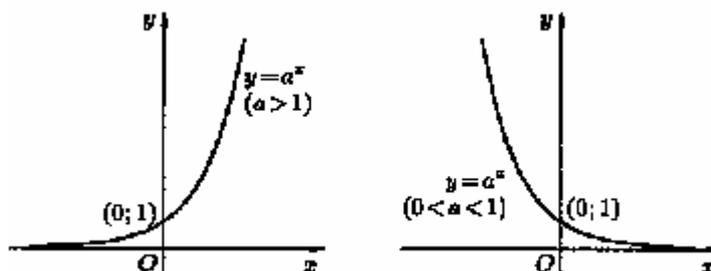
Убывающая или возрастающая функция  $y=f(x)$  называется строго монотонной.

3. Функция  $y=f(x)$ , определенная на множестве  $D$ , называется периодической на этом множестве, если существует такое число  $T>0$ , что при каждом  $x$ , принадлежащем  $D$  значение  $(x+T)$  принадлежит  $D$  и  $f(x+T)=f(x)$ . При этом число  $T$  называется периодом функции. Если  $T$  – период функции, то ее периодами будут также числа  $mT$ , где  $m=\pm 1, \pm 2, \dots$

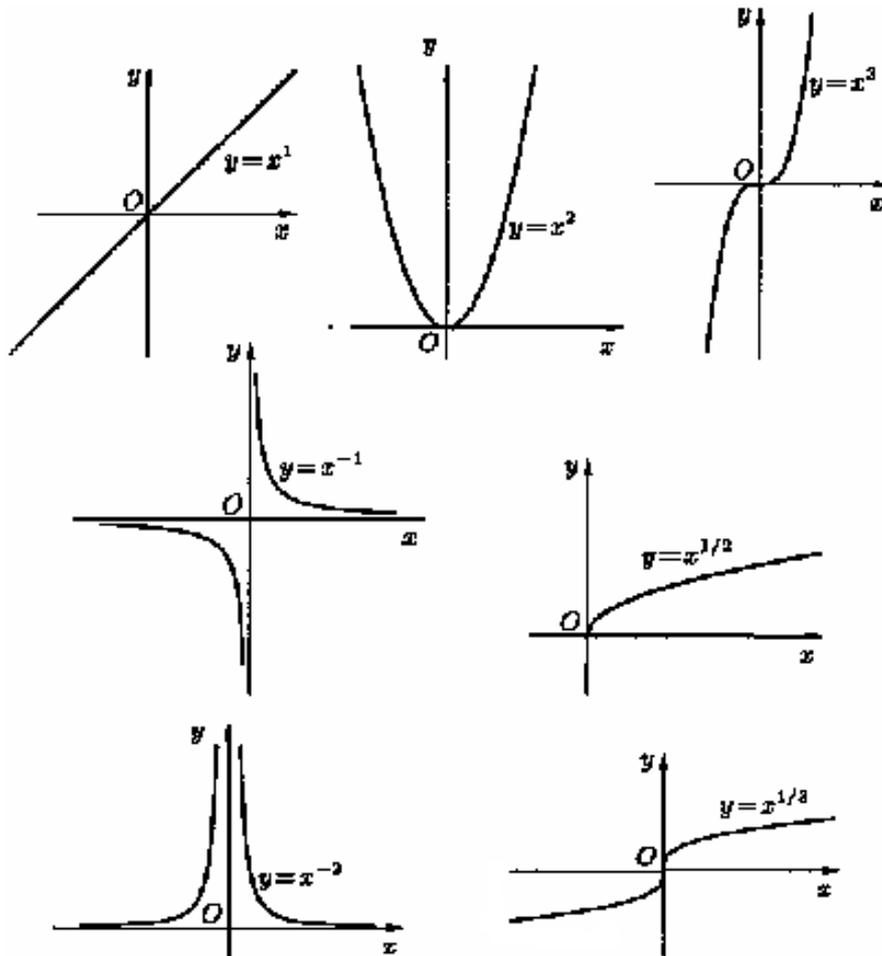
### Основные элементарные функции и их графики.

Основными элементарными функциями называют следующие функции.

1. Показательная функция  $y = a^x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . На рис. показаны графики показательных функций, соответствующие различным основаниям степени.

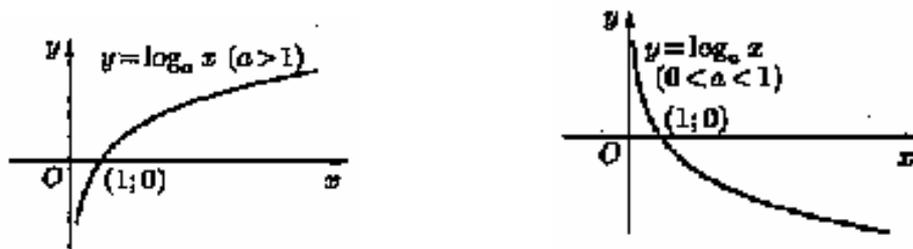


2. Степенная функция  $y = x^\alpha$ ,  $\alpha \in R$ . Примеры графиков функций, соответствующие различным показателям степени, представлены на рис.



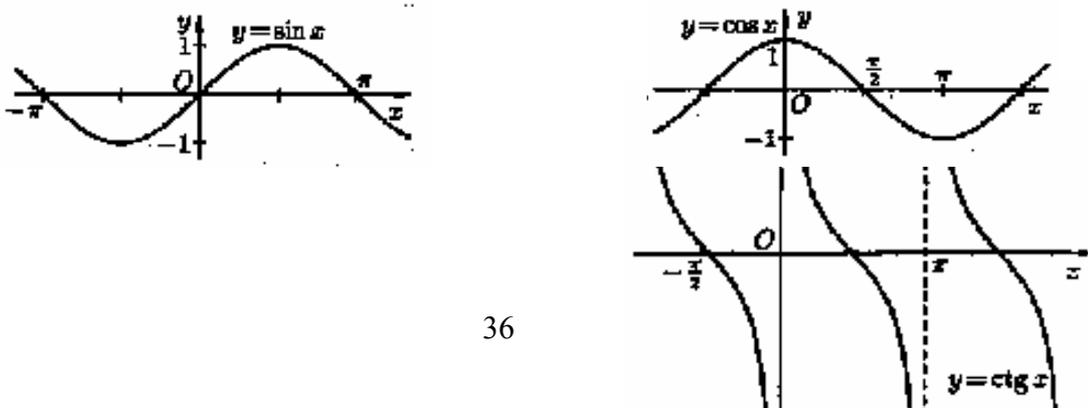
3. Ло

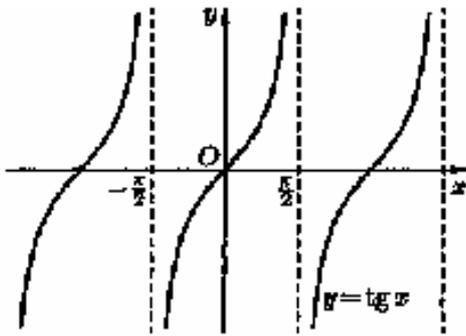
гарифмическая функция  $y = \log_a x$ ,  $a > 0, a \neq 1$ . Графики логарифмических функций, соответствующие различным основаниям показаны на рис.



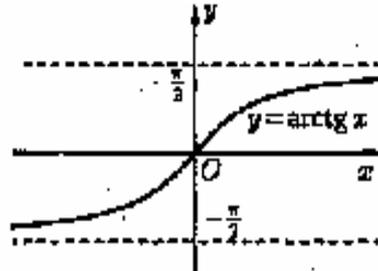
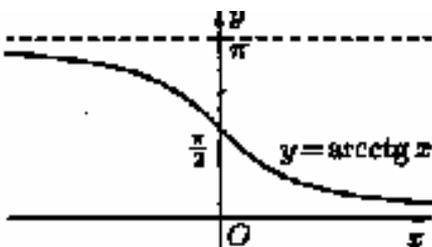
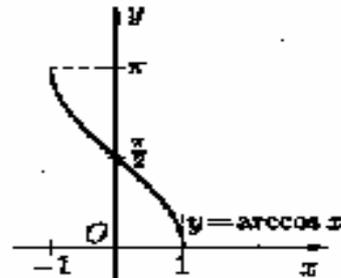
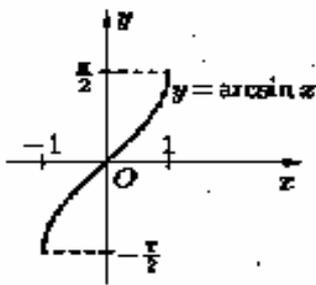
4.

Тригонометрические функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Графики этих функций представлены на рис.





5. Обратные тригонометрические функции  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ,  $y = \operatorname{arccctg} x$ . Графики функций представлены на рис.



### Лекция 3 Регрессионный анализ

Довольно часто в практике исследовательской работы имеет место ситуация, когда важнейшие переменные, описывающие некоторый процесс, известны заранее, но модель процесса еще не известна. В этом случае возможны разные подходы. Одним из них является построение эмпирических моделей. Рассмотрим только этап, связанный с вычислением коэффициентов линейной модели.

## Метод наименьших квадратов

Пусть для представления экспериментальных данных выбрали линейную модель  $y^* = a + bx$ , где  $x$  – независимая переменная,  $y^*$  – зависимая переменная,  $a$  и  $b$  – коэффициенты. Коэффициенты  $a$  и  $b$  можно определить из системы двух уравнений, построенных по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} \sum y_i = na + b\sum x_i, \\ \sum x_i y_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2. \end{cases}$$

где  $y_i$  – экспериментальные значения зависимой переменной,  $x_i$  – экспериментальные значения независимой переменной,  $n$  – количество опытов.

В основе метода наименьших квадратов лежит критерий минимизации суммы квадратов ошибок, то есть требование, чтобы  $S = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2$  была минимальной.

Рассмотрим нахождение коэффициентов  $a$  и  $b$  на примере построения аппроксимирующей прямой для экспериментальных данных приведенных в таблице.

**Пример 1.** Число правонарушений при разном количестве милиционеров в квартале города.

Количество милиционеров, $y_i$	2	4	6	8	10	12	14
Среднее число правонарушений, $x_i$	3,6	2,9	3,2	1,8	2,3	1,8	0,8

Сначала вычислим промежуточные величины:

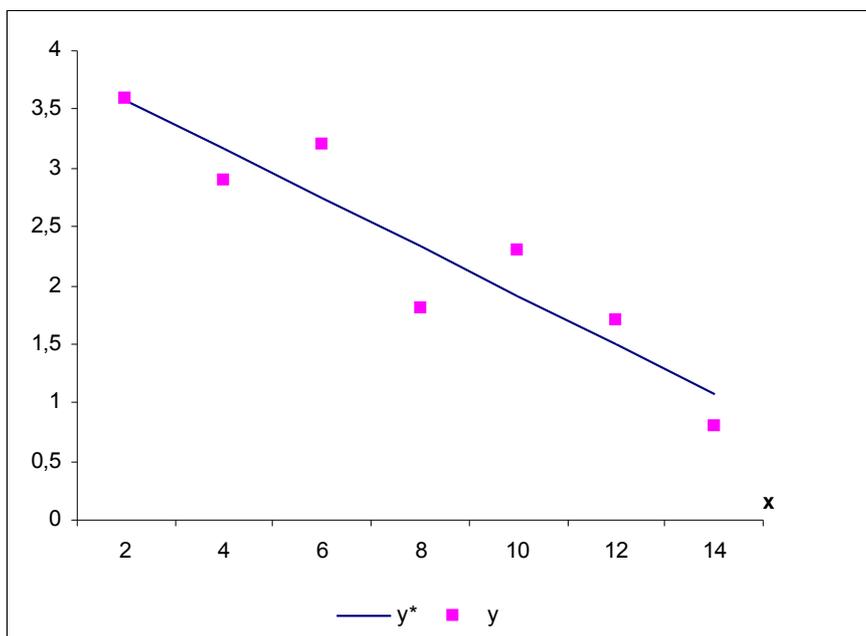
$$\sum y_i = 16,3, \quad \sum x_i = 56, \quad \sum x_i^2 = 560, \quad \sum x_i y_i = 107, \quad n = 7.$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 16,3 = 7a + 56b, \\ 107 = 56a + 560b. \end{cases}$$

Решив ее, найдем  $a=4,0$ ;  $b=-0,209$ . Модель, связывающая среднее число правонарушений с количеством милиционеров:  $y^* = 4,0 - 0,209x$ . Исходные

данные и график для данных, полученных с использованием эмпирической модели показаны на рисунке:



### Выбор формы функциональной зависимости

Пусть имеется ряд данных, представляющих одну зависимую и одну независимую переменную, и требуется определить связь между ними. Универсального способа решения этой задачи не существует. Особенно просто оценить вид функциональной зависимости, если экспериментальные данные укладываются или группируются относительно некоторой прямой. Поэтому, если удастся найти такое преобразование исходных величин, что вновь полученные данные укладываются на прямую, вид исходной функциональной зависимости определить относительно несложно.

Значительное число зависимостей, встречающихся в практике научных исследований в самых разных областях знания, может быть описано следующими уравнениями:

$$y = \frac{a}{x} + b; \quad (1)$$

$$y = ae^{ax}, a > 0, y > 0; \quad (2)$$

$$y = ax^a, x > 0, y > 0, a > 0. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) легко привести к линейному виду, прологарифмировав их левые и правые части:

$$\ln y = \ln a + \alpha x \text{ или } Y = A + \alpha x; \quad (4)$$

$$\ln y = \ln a + \alpha \ln x \text{ или } Y = A + \alpha X, \quad (5)$$

где  $Y = \ln y$ ,  $A = \ln a$ ,  $X = \ln x$ .

Уравнение (1) приводится к линейному виду, если ввести новую переменную  $X = \frac{1}{x}$ :

$$y = aX + b. \quad (6)$$

Сведение искомой зависимости к линейной называется линеаризацией.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  можно найти, используя метод наименьших квадратов.

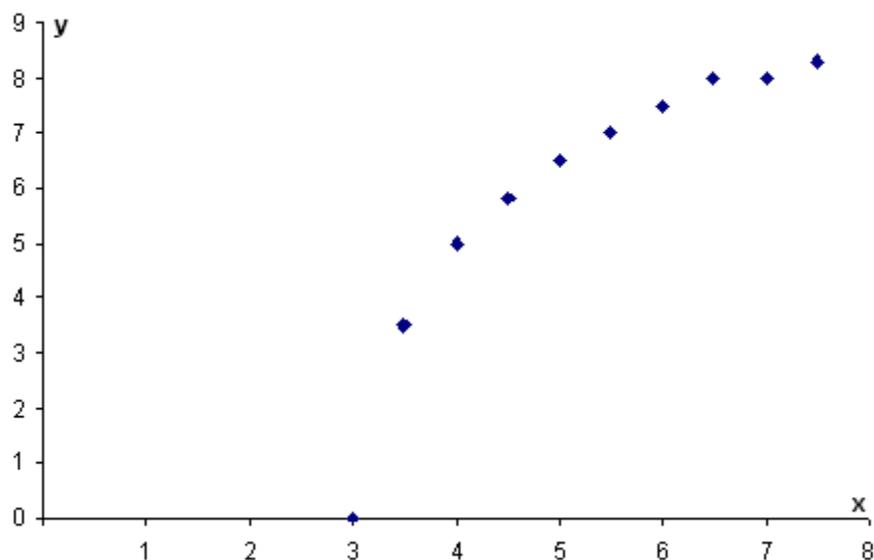
Рассмотрим метод линеаризации на приведенном ниже примере.

**Пример 2.** В результате исследований рынка товаров второй необходимости были получены экспериментальные данные:

Объем спроса на фрукты, кг $y_i$	0	3,5	5,0	5,8	6,5	7,0	7,5	8,0	8,0	8,3
Доход, тыс. руб $x_i$	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5

Необходимо установить вид зависимости и найти параметры эмпирической формулы.

**Решение:** Нанесем экспериментальные точки  $(x_i, y_i)$  на плоскость  $xOy$



Точечная

диаграмма позволяет предположить, что зависимость  $y$  от  $x$  можно выразить

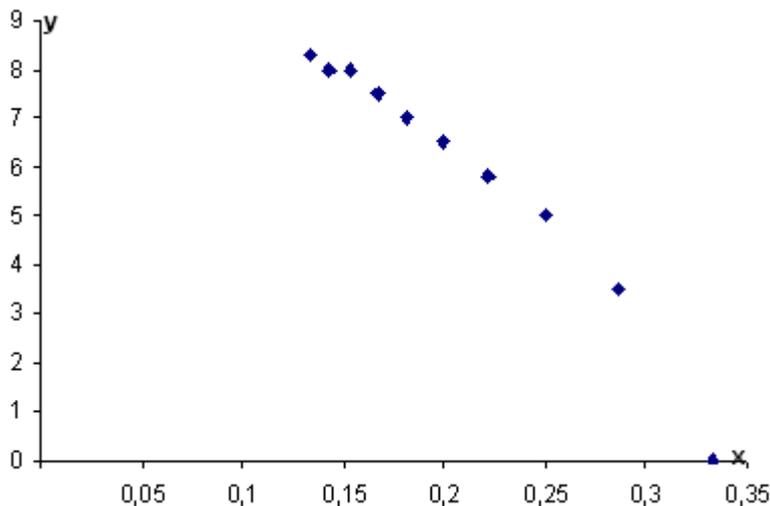
формулой  $y = \frac{a}{x} + b$ . Линеаризуем эту функцию: введем новую переменную

$X = \frac{1}{x}$ . Тогда  $y = aX + b$ . Пересчитаем значения экспериментальных данных и

составим новую таблицу:

$y_i$	0	3,5	5,0	5,8	6,5	7,0	7,5	8,0	8,0	8,3
$X_i$	0,333	0,286	0,25	0,222	0,2	0,182	0,167	0,154	0,143	0,133

Построим полученные точки в системе координат  $xOy$ :



Построенные точки расположены вдоль прямой, значит, в качестве эмпирической формулы можно взять  $y = \frac{a}{x} + b$ . Для того чтобы найти коэффициенты  $a$  и  $b$ , используем метод наименьших квадратов.

Вычислим промежуточные величины:

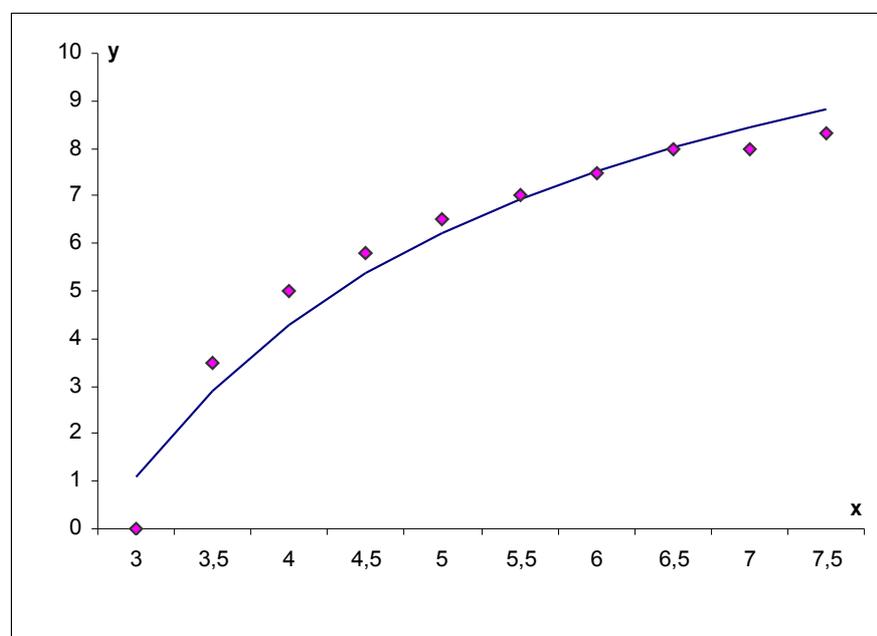
$$\sum y_i = 59,6, \quad \sum X_i = 2,07, \quad \sum X_i^2 = 0,467, \quad \sum X_i y_i = 10,848, \quad n = 10.$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 59,6 = 10a + 2,07b, \\ 10,848 = 2,07a + 0,467b. \end{cases}$$

Решив ее, найдем  $a = -38,681$ ,  $b = 13,969$ . Следовательно, искомая аппроксимирующая функция имеет вид:

$$y = -\frac{38,681}{x} + 13,969.$$



Экспериментальные данные и график для аппроксимирующей функции показаны на рис.:

## Лекция 4

### Предел функции

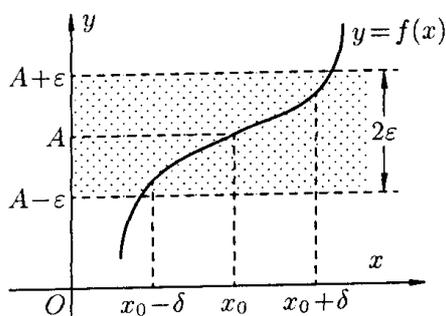
Математический анализ – часть математики, в которой функции изучаются методом пределов.

С помощью понятия предел функции можно описывать поведение функций на границе области определения, то есть при таких значениях переменного  $x$ , в которых функцию определить трудно или невозможно.

Понятие предела является важнейшим в теории функции. На нем основаны такие понятия как непрерывности и дифференцируемости.

**Определение 1:** Число  $A$  называется *пределом функции*  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если для любого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon$  найдется число  $\delta > 0$  такое, что, как только  $|x - x_0| < \delta$ , то  $|f(x) - A| < \varepsilon$ .

Обозначение:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ .



**Определение 2:** Функция  $y = f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

### Основные правила нахождения пределов

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow x_0} C = C, \quad C = \text{const}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow x_0} C \cdot f(x) = C \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) \neq 0$$

### Методы вычисления пределов

1. Непосредственное вычисление - предел вычисляется непосредственной подстановкой ( $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ).

**Пример 1.**  $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 8x + 1 = 10$

2. Пределы вида  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \left[ \frac{0}{0} \right]$  вычисляются разложением числителя и знаменателя на множители. После сокращения выражения  $(x - x_0)$  предел преобразуется и может быть вычислен непосредственной подстановкой.

**Пример 2.**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x-6)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x-6} = \frac{1}{2}$$

3. Пределы вида  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  вычисляются по схеме

$$\begin{cases} 0, & \text{если } n < m \text{ степень числителя меньше степени знаменателя} \\ \frac{a_0}{b_0}, & \text{если } n = m \text{ степень числителя равна степени знаменателя } (a_0, b_0 - \text{старшие коэф.}) \\ \infty, & \text{если } n > m \text{ степень числителя больше степени знаменателя} \end{cases}$$

**Пример 3.**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 + 6x - 25x^3}{6x^3 - 3x^2 - 2} = -\frac{25}{6}, \quad \text{так как старшие степени равны}$$

4. Пределы, содержащие иррациональность, преобразуются к одному из описанных видов путем умножения числителя и знаменателя на сопряженное выражение.

**Пример 4.**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-1-x}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})} = 1 \end{aligned}$$

5. При вычислении пределов выражений, содержащих тригонометрические функции, часто используют предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  - называемый первым замечательным пределом.

**Пример 5.**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 5x}{3 \cdot 5x} = \frac{5}{3}$$

6. Неопределенность вида  $[1^\infty]$  раскрывается с помощью второго

замечательного предела.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  и  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} (1 + \lambda)^{\frac{1}{\lambda}} = e$

**Пример 6.**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^x = [1^\infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^{5x} \right)^{\frac{1}{5x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{x}{5x}} = e^{\frac{1}{5}}$$

**Пример 7.**

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{7}{x}} = [1^\infty] = \lim_{x \rightarrow 0} \left( (1+x)^{\frac{1}{x}} \right)^{7x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{7x}{x}} = e^7$$

7. С помощью эквивалентных функций, приведенных в таблице:

$\sin x \sim x$ при $x \rightarrow 0$	$e^x - 1 \sim x$ ( $x \rightarrow 0$ )
$\operatorname{tg} x \sim x$ ( $x \rightarrow 0$ )	$a^x - 1 \sim x \cdot \ln a$ ( $x \rightarrow 0$ )
$\arcsin x \sim x$ ( $x \rightarrow 0$ )	$\ln(1+x) \sim x$ ( $x \rightarrow 0$ )
$\operatorname{arctg} x \sim x$ ( $x \rightarrow 0$ )	$\log_a(1+x) \sim x \cdot \log_a e$ ( $x \rightarrow 0$ )
$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$ ( $x \rightarrow 0$ )	$(1+x)^k - 1 \sim k \cdot x$ , $k > 0$ ( $x \rightarrow 0$ )

### Пример 8.

Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 4x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 4x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x} = \frac{5}{4}, \text{ так как } \operatorname{tg} 4x \sim 4x, \sin 5x \sim 5x \text{ при } x \rightarrow 0.$$

## Лекция 5

### Производная

Производная функции – одно из важнейших понятий математического анализа, позволяющее решать широкий круг задач из различных областей научного знания. Например, понятия скорость и ускорения на языке математики представляются с помощью производных.

Производные также находят применение в юридической теории и практике. Предположим, что определена конкретная зависимость изменения количества экономических преступлений в регионе от времени. При изучении этой зависимости представляет большой интерес определение периодов роста и спада количества отдельных видов преступлений в разные месяцы. Это явление получило название – «сезонная волна». Определить ее появление и тенденцию развития можно визуально с помощью графиков. Однако для разработки мероприятий по предотвращению преступлений и принятия действенных управленческих решений по оптимальному использованию сил и средств в условиях сезонной волны необходимо обладать сведениями о том, с какой скоростью происходит спад или нарастание волны в конкретный период времени. В этом случае используют понятие производной.

**Определение:** *Производной* функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение

аргумента стремится к 0. Т.е.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

Функция  $y = f(x)$ , имеющая производную в каждой точке интервала  $(a; b)$ , называется **дифференцируемой**. Нахождение производной называется **дифференцированием** функции.

### Основные правила дифференцирования

Пусть  $C$  - постоянная,  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  - функции имеющие производные.

Тогда:

1)  $C' = 0$

2)  $x' = 1$

3)  $(u \pm v)' = u' \pm v'$

4)  $(Cu)' = Cu'$

5)  $(uv)' = u'v + uv'$

6)  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

### Формулы дифференцирования основных функций

1. $(x^m)' = mx^{m-1}$	8. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
2. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	9. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
3. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4. $(e^x)' = e^x$	11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $(a^x)' = a^x \ln a$	12. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
6. $(\sin x)' = \cos x$	13. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
7. $(\cos x)' = -\sin x$	14. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

**Пример 1.** Найти производную функции  $y = 2x^5 + x^{-2} + 3x^3 + x + 1$

**Решение:**

$$y' = (2x^5 + x^{-2} + 3x^3 + x + 1)' = (2x^5)' + (x^{-2})' + (3x^3)' + (x)' + (1)' = 2(x^5)' - 2x^{-3} + 3(x^3)' + 1 + 0 = 10x^4 - 2x^{-3} + 9x^2 + 1$$

**Пример 2.** Найти производную функции  $y = \ln(2x + 5)$

**Решение:**

$$y' = (\ln(2x + 5))' = \frac{1}{(2x + 5)} (2x + 5)' = \frac{2}{(2x + 5)}$$

**Пример 3.** Найти производную функции  $y = \frac{x^2 + x}{x^3 - 3}$

**Решение:**

$$y' = \left( \frac{x^2 + x}{x^3 - 3} \right)' = \frac{(x^2 + x)'(x^3 - 3) - (x^2 + x)(x^3 - 3)'}{(x^3 - 3)^2} = \frac{(2x + 1)(x^3 - 3) - (x^2 + x)3x^2}{(x^3 - 3)^2} = \frac{-x^4 - 2x^3 - 6x - 3}{(x^3 - 3)^2}$$

**Пример 4.** Найти производную функции  $y = e^x \cos 2x$

**Решение:**

$$y' = (e^x)' \cos 2x + e^x (\cos 2x)' = e^x \cos 2x + e^x (-2 \sin 2x) = e^x (\cos 2x - 2 \sin 2x)$$

## Лекция 6. Логика

Математическая логика – это наука о средствах и методах математических доказательств. В основе математической логики лежит алгебра Буля.

**Определение:** *Алгебра Буля* – это множество элементов  $A, B, C, \dots$ , каждый из которых может принимать два значения  $I$  (истина) или  $L$  (ложь); элементы можно умножать или складывать по формулам (1) и (2) соответственно:

$A$	$B$	$A$
		$B$
$I$	$I$	$I$
$I$	$L$	$L$
$L$	$I$	$L$
$L$	$L$	$L$
$C$	$E$	$C+E$
$I$	$I$	$I$
$I$	$L$	$I$
$L$	$I$	$I$
$L$	$L$	$L$

(1)

(2)

Для каждого элемента  $A$  найдется такой элемент  $\bar{A}$ , который принимает противоположное значение:

$A$	$\bar{A}$
$И$	$Л$
$Л$	$И$

**Пример 2.** Во время допроса каждый из четырех подозреваемых сделал следователю три заявления.

Валет: я не виновен; Туза я не знаю; Серый знает, кто это сделал.

Хват: это сделал не я; с Серым я не знаком; это сделал Туз.

Туз: я не виновен; это сделал Серый; Хват может за меня поручиться.

При перекрестном допросе каждый из подозреваемых признал, что из трех сделанных им заявлений два верных и одно неверное. Может ли следователь определить преступника на основании полученной им информации?

Проанализируем высказывания, сделанные в ходе допроса. Для этого формализуем наши рассуждения. Обозначим высказывания подозреваемых  $B_1, B_2, B_3, X_1, X_2, X_3$  и т.д. Наша цель – установить, какие из них являются истинными, а какие – ложными. Запись  $X_1 = И$ , например, будет далее обозначать, что первое высказывание Хвата истинно.

Прежде всего заметим, что первое и третье высказывания Туза логически связаны между собой и, по существу, представляют собой одно и то же утверждение «я не виноват». Поэтому они либо оба истинны, либо оба ложны. Но т.к. из трех высказываний Туза ложное только одно, то остается единственный вариант: оба высказывания, первое и третье, являются истинными. Следовательно, можно записать  $T_1 = И, T_2 = Л, T_3 = И$ .

Теперь ясно, что третье высказывание Хвата (преступник — Туз) является ложным. Поэтому остальные два истинны. Итак,  $X_1 = И, X_2 = И, X_3 = Л$ .

Поскольку высказывание  $T_2$  ложно, то Серый не виновен. Значит,  $C_1 = И$ . Кроме того, высказывание  $C_3$  ложно, т.к. истинно  $X_2$ . Следовательно,  $C_2 = И$ . Но это означает, что преступник — Валет, т.е.  $B_1 = Л, B_2 = И, B_3 = И$ .

По существу, подобный логический анализ проводит всякий опытный следователь. Однако в реальных делах часто бывает весьма большое число участников (свидетелей, подозреваемых и т.д.); следовательно, приходится анализировать большое число высказываний. В таких случаях результаты представляют в виде таблиц, диаграмм, схем и т.п. Так, результаты наших рассуждений можно оформить в таблице:

	1	2	3
$B$	$Л$	$И$	$И$
$X$	$И$	$И$	$Л$
$T$	$И$	$Л$	$И$
$C$	$И$	$И$	$Л$

Мы последовательно заполняли третью, вторую, четвертую и первую строки.

В заключение отметим, что, с одной стороны, алгебры Буля представляют собой теоретическую (логическую) основу для расчета различных электронно-вычислительных схем, т.к. любая электрическая цепь может находиться в одном из двух состояний: либо она пропускает ток, либо нет. Это и позволяет считать цепи элементами алгебры Буля со значениями *И* или *Л*. С другой стороны, с помощью ЭВМ можно эффективно анализировать различные ситуации, подобные описанным выше.

## **Лекция 7. Основы теории вероятности**

### ***Элементы комбинаторики***

В практической деятельности юристу часто приходится иметь дело с самыми разнообразными ситуациями. Умение анализировать сложившуюся обстановку, адекватно ее оценивать и делать правильные выводы является важным качеством каждого профессионала. Во многих случаях практика приводит к так называемым комбинаторным задачам.

При решении комбинаторных задач имеем дело с комбинациями из некоторых предметов. Эти комбинации могут отличаться одна от другой числом предметов, их составом или порядком.

Различают три типа соединений: размещения, перестановки и сочетания.

**Размещениями** из *n* элементов по *m* в каждом называются такие соединения, из которых каждое содержит *m* элементов, взятых из числа данных *n* элементов, и которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо лишь порядком их расположения.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Понятие факториала: Произведение  $n$  натуральных чисел от 1 до  $n$  обозначается сокращенно  $n!$ , т. е.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$  (читается:  $n$  факториал).

Например:  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ .

Считается, что  $0! = 1$ ,  $1! = 1$ .

Очевидно, что  $A_n^1 = n$  (при  $m = 1$ ) и  $A_n^0 = n$  (при  $m = 0$ ).

### Пример 1.

Однажды утром по улицам города Дрюкова на высокой скорости пронеслась машина. Она сбила зазевавшегося котенка и скрылась в неизвестном направлении. Возвращавшийся из ресторана житель  $N$ , заметил номер автомобиля. Но когда появилась милиция, он с перепугу вспомнил только, что номер четырехзначный, все цифры разные, причем первая цифра 1, а последняя 4. Сколько автомобилей должна проверить автоинспекция?

**Решение:** Второй и третьей цифрами номера могут быть любые две из следующих: 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Выбрав любую пару цифр, автоинспектор получит номер какого-либо автомобиля. Следовательно, нужно перебрать столько номеров, сколько будет всевозможных комбинаций из восьми перечисленных цифр по две с учетом их порядка.

По условию задачи  $n = 8$ ,  $m = 2$ . Получаем  $A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = 7 \cdot 8 = 56$

Автоинспекция должна проверить 56 автомобилей.

**Сочетаниями** из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, из которых каждое содержит  $m$  элементов, взятых из числа данных  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

Число сочетаний из  $n$  элементов по  $m$  в каждом обозначается символом  $C_n^m$  и

вычисляется так: 
$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n^m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

### Пример 2.

Согласно древнему обычаю, самый главный праздник в Брюкове – День Брюквы, проводится за счет средств городского бюджета и празднуется столько

дней, сколько депутатов проголосует за то, чтобы праздник состоялся. Из десяти депутатов «за» проголосовали семь. Каково число всех возможных вариантов голосования?

**Решение:** Мы должны найти число всех возможных групп из семи депутатов. Порядок выбора, не играет ни какой роли, поэтому рассматриваемые комбинации отличаются одна от другой только составом лиц. Комбинации такого типа называются сочетаниями.

По условию задачи  $n = 10$ ,  $m = 7$ . Получаем  $C_{10}^7 = \frac{10!}{7!3!} = 120$

Число всех вариантов голосования депутатов равно 120.

**Перестановками** из  $n$  элементов называются такие соединения, из которых каждое содержит все  $n$  элементов и которые отличаются друг от друга лишь порядком расположения элементов.  $P_n = n!$

**Пример 3.** В отделении сержанта Сбруева проходят службу 5 новобранцев: Белкин, Пенкин, Фенькин, Свечкин и Овечкин. В свободное от нарядов время сержант обучает их, как рассчитываться по порядку. По команде «В одну шеренгу становись!» новобранцы выстраиваются справа от Сбруева и по команде «По порядку номеров рассчитайся!» производят расчет: «первый – второй – третий – четвертый – пятый». После этого сержант перестраивает новобранцев по-новому и расчет повторяется. Сколько раз может Сбруев повторить это упражнение, используя только разные способы построения новобранцев?

**Решение:** Будем указывать порядок расположения новобранцев первыми буквами их фамилий. Комбинация БПФСО означает, что первым является Белкин, вторым – Пенкин и т.д. Все комбинации отличаются одна от другой порядком букв и называются перестановками из пяти букв. Нужно найти число всех таких перестановок.

По условию задачи  $n = 5$ . Следовательно,  $P_n = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ .

Сбруев может повторить это упражнение 120 раз.

### *Лекция 8 Элементы теории вероятности*

### ***Основные понятия. Определение вероятности***

Теория вероятностей – это наука о случайных событиях. Окружающий нас мир пронизан явлениями, которые носят случайный характер. Мы встречаемся с ними, наблюдая состояние атмосферы, физические эксперименты, производственные процессы, общественно – политические ситуации и т.д. Результаты многих наблюдений нельзя предсказать однозначно. Допустим, что, исходя из каких-то соображений, мы прогнозируем на завтра 12 дорожно-транспортных происшествий на улицах города. Это событие может либо произойти, либо нет. Ситуация на дорогах зависит от большого количества факторов и учесть влияние каждого из них заранее невозможно (погода, видимость, направление и сила ветра, самочувствие водителей и пешеходов, количество и расположение транспорта на трассе и т.д.). Каждый такой факт является случайным событием.

***Испытание*** (*опыт, эксперимент*) — это процесс, включающий определенные условия и приводящий к одному из нескольких возможных исходов. Исходом опыта может быть результат наблюдения или событие.

Все наблюдаемые при определенных условия события можно разделить на три вида: достоверные, невозможные и случайные.

**Случайными** называются события, которые могут произойти или не произойти в результате некоторого испытания.

**Например**, испытание – бросание игральной кости, случайное событие – выпадение четверки.

**Достоверным** называется событие, которое обязательно произойдет в результате испытания.

**Например**, в урне имеются шары только синего и красного цвета. Наугад вынимают один шар. Событие, состоящее в том, что вынут либо синий, либо красный шар – достоверное.

**Невозможным** называется событие, которое не может произойти в результате данного испытания.

**Например**, извлечение черного шара из урны с белыми шарами есть событие невозможное.

Несколько событий называются **совместными**, если в результате эксперимента наступление одного из них не исключает появления других.

**Например**, при бросании 3 монет выпадение цифры на одной не исключает появления цифр на других монетах.

Несколько событий называются **несовместными** в данном опыте, если появление одного из них исключает появление других.

**Например**, брошена монета, появление «решки» исключает появление «герба».

Два события  $A$  и  $\bar{A}$  называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно произойдет.

Например, монету бросают один раз. Событие  $A$  – выпадение «герба», событие  $\bar{A}$  – выпадение «решки». События  $A$  и  $\bar{A}$  противоположны.

Два события называются **независимыми**, если вероятность одного из них не зависит от появления или не появления другого, в противном случае называются **зависимыми**.

**Например**, бросают две игральные кости. Событие  $A$  – появление «двойки» на первой кости. Событие  $B$  – появление «двойки» на второй кости. Тогда события  $A$  и  $B$  независимы.

### ***Классическое определение вероятности***

**Вероятностью появления события  $A$**  называют отношение числа исходов, благоприятствующих наступлению этого события, к общему числу всех единственно возможных и несовместных элементарных исходов.

Обозначим число благоприятствующих событию  $A$  исходов через  $m$ , а число

всех исходов —  $n$ :  $P(A) = \frac{m}{n}$ .

Из определения вероятности вытекают следующие **свойства**:

- 1) Вероятность любого события заключена между нулем и единицей ( $0 \leq P(A) \leq 1$ ).
- 2) Вероятность достоверного события равна единице (так как достоверное событие происходит при любом испытании).
- 3) Вероятность невозможного события равна нулю (так как невозможное событие не имеет благоприятных исходов).

**Пример 4.** Монета подбрасывается два раза. Найти вероятность того, что выпадут и решка и орел.

**Решение:** Испытание – двукратное подбрасывание монеты.

События: О – выпадение орла, Р – выпадение решки.

Всего может быть четыре исхода: ОО, РР, ОР, РО, поэтому,  $n=4$ .

Событие А, состоящее в выпадении и орла и решки имеет два благоприятных исхода: РО и ОР.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Пример 5.** В урне 16 шаров: 5 белых, 5 черных и 6 красных.

Какова вероятность вынуть из урны черный шар?

**Решение:** А – вынули черный шар.  $n=16$ ;  $m=5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{16}$ .

### *Теоремы сложения и умножения вероятностей*

**Сумма событий:** Если в некоторой ситуации произошло по крайней мере одно из двух событий А или В, то говорят, что произошло событие А+В.

**Произведение событий:** Если произошли оба события, и А и В, то говорят, что произошло событие  $A \cdot B$ .

#### **Теорема сложения вероятностей.**

1. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В равно сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B)=P(A) + P(B)$ .

2. Вероятность суммы двух совместных событий А и В равно сумме вероятностей этих событий без вероятности их произведения:  $P(A+B)=P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$ .

#### **Теорема умножения вероятностей.**

1. Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей этих событий: то  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ .

2. Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое уже наступило:  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A)$ .

**Следствия:**

1.  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ , (вероятность противоположного события).
2. Сумма вероятностей событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  образующих полную группу равна единице:  $(P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1)$ .

**Пример 6.** Опыт состоит в случайном извлечении карты из колоды в 52 карты. Чему равна вероятность того, что это будет или дама, или карта масти трэф?

**Решение:** Определим события: А — «Извлечение дамы», В — «Извлечение карты трэфовой масти». Вероятность извлечения туза из колоды карт  $P(A) = 4/52$ ; вероятность извлечения карты трэфовой масти —  $P(B) = 13/52$ ; вероятность их пересечения — извлечение трэфовой дамы -  $P(AB) = 1/52$ .

События А и В — совместные, поскольку в колоде есть трэфовая дама.

Вероятность суммы совместных событий А и В:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13.$$

**Пример 7.** Из 11 карточек составлено слово СЛЕДОВАТЕЛЬ. Из них выбирают поочередно четыре карточки и приставляют одну к другой. Какова вероятность того, что получится слово «дело»?

**Решение:** События: D – первая выбранная буква Д, Е - вторая буква Е, L- третья буква Л, О- четвертая буква О.

События совместные, зависимые.

$$P(D) = \frac{1}{11}, \quad P_D(E) = \frac{2}{10}, \quad P_{DE}(L) = \frac{2}{9}, \quad P_{DEL}(O) = \frac{1}{8};$$

$$P(DELO) = P(D) \cdot P_D(E) \cdot P_{DE}(L) \cdot P_{DEL}(O) \Rightarrow P(DELO) = \frac{1}{11} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{1980}.$$

**Пример 8.** В урне 8 белых, 5 синих и 3 красных шара. Какова вероятность того, что вынутый шар будет синего или красного цвета?

**Решение:**  $A$  – вынут синий шар;  $B$  – вынут красный шар.  $P(A) = \frac{5}{16}$ ,  $P(B) = \frac{3}{16}$ .

Событие  $A+B$  означает, что вынут шар синего или красного цвета.

Так как  $A$  и  $B$  – несовместные  $\Rightarrow P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{16} + \frac{3}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ .

**Пример 9.** В первом ящике 3 белых и 9 черных шаров, во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара белые.

**Решение:**  $A$  – появление белого шара в 1 – м ящике;  $B$  – появление белого шара в 2 – м ящике. События  $A$  и  $B$  – совместные, независимые.

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}; \quad P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

**Теорема:** Вероятность появления хотя бы одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимых в совокупности, вычисляется по формуле:

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n).$$

**Пример 10.** Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,6; второй – 0,9; третий – 0,5. Найти вероятность того, что студентом будут сданы:

- а) только второй экзамен;
- б) только один экзамен;
- с) хотя бы один.

**Решение:** а) Обозначим события:  $A_1$  – студент сдаст 1-ый экзамен;  $A_2$  – студент сдаст 2-ой экзамен;  $A_3$  – студент сдаст 3-ий экзамен.

$$P(A_1) = 0,6; \quad P(A_2) = 0,9; \quad P(A_3) = 0,5.$$

$$P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_1) = 1 - 0,6 = 0,4; \quad P(\bar{A}_2) = 1 - P(A_2) = 1 - 0,9 = 0,1;$$

$$P(\bar{A}_3) = 1 - P(A_3) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

$B$  – студент сдаст только второй экзамен из 3-х, т.е. студент сдаст второй экзамен, и не сдаст первый и третий экзамен.

$$P(B) = P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,5 = 0,18.$$

b) C – студент сдаст один экзамен из трех (произойдет, если студент сдаст только первый экзамен из 3-х, или только второй, или только третий).

$$P(C) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) = 0,6 \cdot 0,1 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 0,03 + 0,18 + 0,02 = 0,23$$

c) D – студент сдаст хотя бы один экзамен («не менее одного» экзамена).

$$P(D) = 1 - P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = 1 - 0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 0,98.$$

## **Лекция 9. Основы математической статистики**

Математическая статистика – раздел математики, в котором изучаются методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений массовых случайных явлений для выявления существующих закономерностей. Математическая статистика тесно связана с теорией вероятности.

### ***Первичная обработка результатов эксперимента***

Явления, происходящие в природе, обществе, человеке сложны и разнообразны. Ученые изучают разные стороны этих явлений, причем каждая наука вырабатывает свои специфические методы исследования. Такое важное социальное явление как преступность изучают не только юристы, но и социологи, медики и т.д. Их задача состоит в том, чтобы подвергнуть математической обработке огромный статистический материал – отчеты органов внутренних дел и любые другие документы, содержащие различные числовые данные.

Результаты обработки представляют в виде таблиц, графиков, диаграмм и различных числовых характеристик, которые называются параметрами. Важнейшие из них – среднее арифметическое и дисперсия.

### ***Среднее арифметическое***

Понятие среднего значения используется для описания разнообразных явлений для описания разнообразных явлений природы и общественной жизни. Например, во время предвыборной кампании службы по изучению общественного мнения составляют прогнозы, в которых оценивают шансы на

успех различных кандидатов. Ясно, что провести опрос всех избирателей невозможно, поэтому проводят опрос небольшой части населения. По результатам опроса прогнозируют средние проценты популярности кандидатов у различных социальных групп и в разных регионах.

Средней величиной называют среднее арифметическое.

Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - некоторые числа. Их средним арифметическим называется

$$\text{число } \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

Среднее арифметическое можно найти и с помощью следующей формулы:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(\tilde{x}_1 \cdot m_1 + \tilde{x}_2 \cdot m_2 + \dots + \tilde{x}_k \cdot m_k), \text{ где } \tilde{x}_i - \text{число правонарушений за день; } m_i -$$

число дней с одним и тем же количеством правонарушений ( $m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$ ).

**Пример 1.** По сведениям автоинспекции, количество дорожных происшествий на улицах города Дрюкова в первую декаду октября было таким:

6 8 10 7 6 11 9 8 7 11.

В сводке за следующие 10 дней оказались такие данные:

0 5 7 7 12 11 14 13 7 6.

Определить среднее число дорожных происшествий?

**Решение:** Среднее арифметическое первой декады октября:

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(6 + 8 + 10 + 7 + 6 + 11 + 9 + 8 + 7 + 11) = \frac{83}{10} = 8,3$$

показывает среднее число дорожных происшествий в день.

Среднее арифметическое за следующие 10 дней:

$$\bar{y} = \frac{1}{10}(0 + 5 + 7 + 7 + 12 + 11 + 14 + 13 + 7 + 6) = \frac{82}{10} = 8,2$$

Средние значения 8,2 и 8,3 отличаются друг от друга значительно меньше, чем число происшествий за каждый день.

### *Дискретные случайные величины*

Случайной величиной называют величину  $X$ , которая принимает в результате опыта то или иное возможное значение  $x$ , заранее не известное, зависящее от случайных обстоятельств.

**Например,** число родившихся девочек среди пяти новорожденных есть случайная величина, которая может принимать значения 0,1,2,3,4,5.

**Дискретной случайной величиной** называется случайная величина, принимающая отдельные друг от друга значения, которые можно перенумеровать. Дискретная случайная величина определена, если известны все ее значения и соответствующие им вероятности.

Всякое соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующие им вероятностями называют **законом распределения дискретной случайной величины**.

Простейшим способом задания дискретной случайной величины – таблица, которая называется **рядом распределения**.

<b>X</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$
<b>P</b>	$p_1$	$p_2$	$p_3$	...	$p_n$

где  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Графическое изображение ряда распределения называется **многоугольником распределения (полигон)** – ломанная с вершинами в точках  $(x_i, p_i)$ , где  $i = \overline{1, n}$ .

### **Числовые характеристики случайных величин:**

- математическое ожидание (среднее значение случайной величины),
- дисперсия,
- среднее квадратическое отклонение (величина разброса возможных значений случайной величины вокруг среднего).

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины  $X$  называют сумму произведений всех ее возможных значений на

соответствующие им вероятности  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ .

**Дисперсией** дискретной случайной величины  $X$  называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ .

**Средним квадратическим отклонением** дискретной случайной

величины  $X$  называют корень квадратный из дисперсии  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ .

**Пример 2.** В результате проведенных испытаний установлено распределение дискретной случайной величины  $x$ :

X	2	3	10	12
P	0,1	0,4	0,5	0,2

Найти:

- $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$
- построить многоугольник распределения

**Решение:**

а) Найдем  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ ,  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

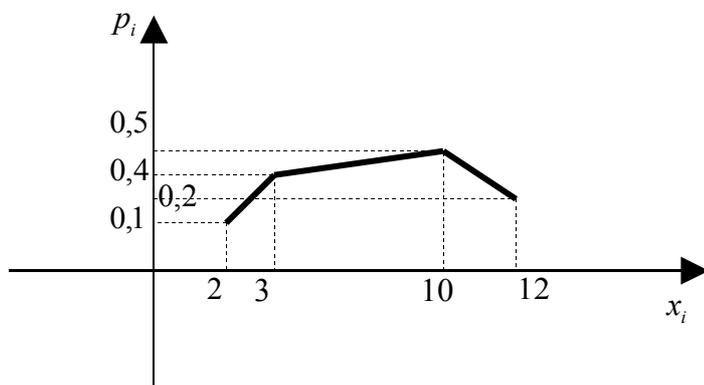
$$M(X) = 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,5 + 12 \cdot 0,2 = 0,2 + 1,2 + 5 + 2,4 = 8,8$$

$$M(X^2) = 2^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,4 + 10^2 \cdot 0,5 + 12^2 \cdot 0,2 = 0,4 + 3,6 + 50 + 28,8 = 82,8$$

$$D(X) = 82,8 - (8,8)^2 = 82,8 - 77,44 = 5,36$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{5,36} \approx 2,315$$

б) Многоугольник распределения



### **Интервальный ряд. Гистограмма**

При обработке большого числа экспериментальных данных их предварительно группируют и оформляют в виде так называемого **интервального ряда**. Совокупность всех подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, называется **генеральной совокупностью**.

Наблюдаемое значение  $x_i$  называется **вариантой**, а их последовательность, записанная в возрастающем порядке, – **вариационным рядом**. Число наблюдений  $n_i$  называется **частотой**, а значение его отношения к объему выборки – **относительной частотой**.

**Статистическим распределением** выборки называют перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.

**Выборочной совокупностью (выборкой)** называется совокупность объектов, отобранных случайным образом из генеральной совокупности. Число объектов (наблюдений) в совокупности называется ее объемом ( $n$ ). Установленную область значений величины делят на  $k$  равных частей. При выборе интервалов можно пользоваться следующей таблицей:

объем выборки	40-60	60-100	100-200	200-500
число интервалов	5-7	7-10	10-14	14-17

Выбрав число интервалов, определяют длину интервала:

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}, \text{ (}\Delta \text{ можно округлить).}$$

Результаты заносятся в таблицу:

№ интервалов	границы интервалов	подсчет частот, $n_i$	частота в интервале, $p_i$	середины интервалов, $x_i$
--------------	--------------------	--------------------------	-------------------------------	-------------------------------

1				
2				
3				
...				
k				
Итого n				

Сгруппированный статистический ряд:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$p_i$	$p_1$	$p_2$		$p_k$

Где  $x_i$  - середина  $i$ -го интервала,  $p_i$  - соответствующая ему частота ( $p_i = \frac{n_i}{n}$ ),

причем  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ .

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $\Delta$

, а высоты равны отношению  $\frac{n_i}{\Delta}$ ,  $i = \overline{1, k}$ .

Полигоном частот – ломанная с вершинами в точках  $(x_i, \frac{n_i}{\Delta})$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Полигоном относительных частот – ломанная с вершинами в точках

$(x_i, \frac{n_i}{n \cdot \Delta})$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

**Пример 3.** Для проведения демографических исследований выбрали 50 семей и получили следующие данные о количестве членов семьи:

2 5 3 4 1 3 6 2 4 3 4 1 3 5 2 3 4 4 3 3  
 2 5 3 4 4 3 3 4 4 3 2 5 3 1 4 3 4 2 6 3  
 2 3 1 6 4 3 3 2 1 7

**Построить:**

1. сгруппированный статистический ряд;
2. гистограмму;

3. ПОЛИГОН ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧАСТОТ.

**Решение:**

1.  $x_{\min}=1; x_{\max}=7; n=50$

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \Rightarrow \Delta = \frac{7 - 1}{7} = \frac{6}{7} \approx 1$$

Левая граница интервала равна  $1 - \frac{1}{2} = 0,5$

№ интервалов	границы интервалов	подсчет частот, $n_i$	частота в интервале, $p_i$	середины интервалов, $x_i$
1	0,5 – 1,5	5	5/50	1
2	1,5 – 2,5	8	8/50	2
3	2,5 – 3,5	17	17/50	3
4	3,5 – 4,5	12	12/50	4
5	4,5 – 5,5	4	4/50	5
6	5,5 – 6,5	3	3/50	6
7	6,5 – 7,5	1	1/50	7
$n=50$				

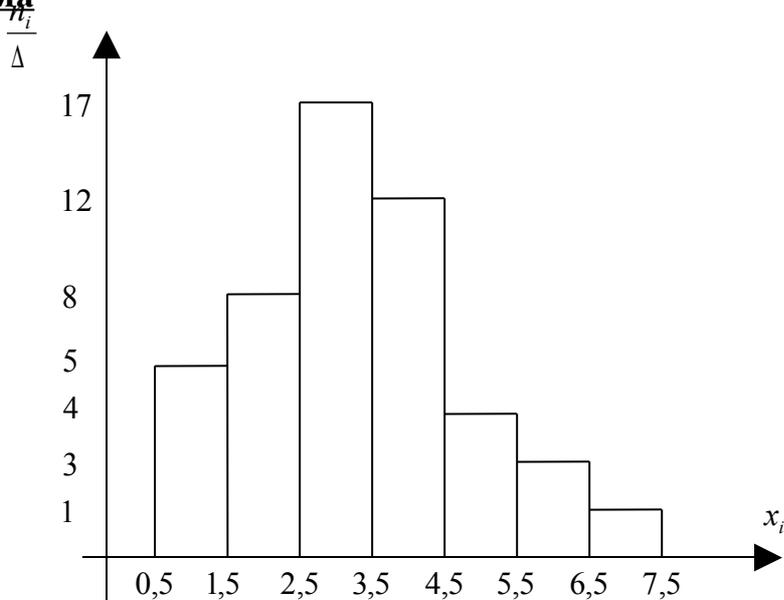
**Сгруппированный статистический ряд имеет вид**

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$p_i$	5/50	8/50	17/50	12/50	4/50	3/50	1/50

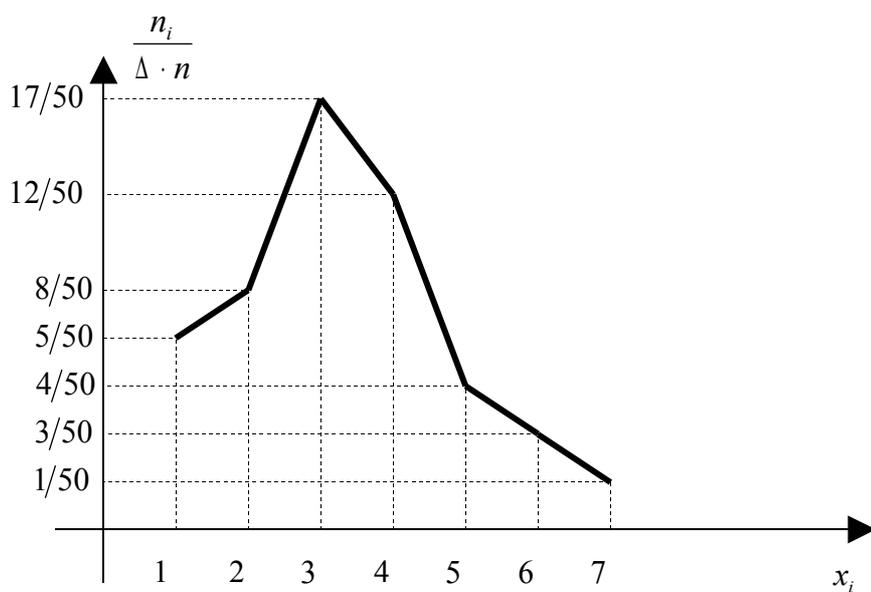
2.

№ интервалов	границы интервалов	$n_i$	ПЛОТНОСТЬ частоты, $\frac{n_i}{\Delta}$	$\frac{n_i}{\Delta \cdot n}$
1	0,5 – 1,5	5	5	5/50
2	1,5 – 2,5	8	8	8/50
3	2,5 – 3,5	17	17	17/50
4	3,5 – 4,5	12	12	12/50
5	4,5 – 5,5	4	4	4/50
6	5,5 – 6,5	3	3	3/50
7	6,5 – 7,5	1	1	1/50

## Гистограмма



## Полигон относительных частот



## Вывод:

По данному полигону относительных частот видно, что подавляющее большинство семей имеют в своем составе три человека.

С помощью гистограммы можно определить вид закона распределения генеральной совокупности, который позволит выбрать для исследования явления математический аппарат.

## Задания для практической работы 1:

1. Даны два множества:  $A = \{x | x > 2\} = (2; +\infty)$ ,  $B = \{x | x < 3\} = (-\infty; 3)$ . Найти:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .

2. Даны числовые множества:  $A=(2; +\infty)$ ,  $B=(-\infty; 3)$ . Найти  $A \setminus B$ .
3. Определить множества значений  $x$ , удовлетворяющих следующим условиям:

a)  $(x^2 + 1) \leq 17$

b)  $x^2 - 2x + 7 > 0$

c)  $|x - 3| < 1$

4. Даны множества:  $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$ ,  $B=\{3;4;5;6;7;8;9\}$ ,  $D=\{2;3;4;5;6\}$ ,  
 $C=\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$ .

- Найти: 1)  $A \cup B \cup C \cup D$ ;                      2)  $A \cap B \cap C \cap D$ ;                      3)  $(A \cap B) \cup (C \cap D)$ ;  
 4)  $(A \cup B) \cap (C \cup D)$ ;                      5)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

5. Множества  $A$  и  $B$  являются подмножествами множества  $E$ . Указать штриховкой множества:

a)  $A \cup \overline{B}$ ,  $\overline{A \cup B}$

b)  $\overline{A} \cup \overline{B}$ ,  $\overline{A} \cap B$

6. Решите задачи:

a)  $A$  – множество целых чисел,  $B$  – множество чисел кратных двум,  $C$  – множество чисел, делящихся на 10. Верно ли, что  $B \cap D = C$ ,  $B \cup D = A$ ,  $C \subset B \subset A$ .

b) Из 220 студентов 163 играют в футбол, 175 – в баскетбол, 24 не играют в эти игры. Сколько студентов одновременно играют в баскетбол и футбол?

c) В группе из 40 студентов 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько студентов умеют плавать и играть в шахматы?

7. Найти  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \cap B \cap C$ ,  $(A \cup B) \cap C$  и изобразить эти множества на координатной прямой:

a)  $A = [0; 3]$ ,  $B = (1; 5)$ ,  $C = (-2; 0]$

b)  $A = (-\infty; 1]$ ,  $B = [1; +\infty)$ ,  $C = (0; 1)$

с)  $A = [-3; 1], B = [2; +\infty), C = (-\infty; -2)$

**Задания для практической работы 2:**

Постройте графики функций.

1.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
2.  $y = \log_3 x$
3.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
4.  $y = 2 \sin x$
5.  $y = 2x + 5$
6.  $y = \cos 2x$
7.  $y = x^2 + 2$
8.  $y = (x - 2)^{\frac{1}{2}}$
9.  $y = 3^x$
10.  $y = \frac{5}{x} + 1$
11.  $y = 2x^2 + 1$
12.  $y = 8 - 2x$

**Задание для практической работы 3**

1. В таблице представлены экспериментальные данные:

x	0,25	0,37	0,44	0,55	0,6
y	2,57	2,31	2,21	1,92	1,75

Установите вид зависимости и найдите параметры эмпирической формулы.

2. В таблице представлены экспериментальные данные:

x	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9
y	10	3,5	2	1,3	1	0,9	0,8	0,6	0,6	0,5

Установите вид зависимости и найдите параметры эмпирической формулы.

**Задания для практической работы 4**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-x}{10-25x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 - x - 3}{3x^2 + 4x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 8}{x^2 + 5x + 6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{1 - 3x - 4x^3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{5-x}}{x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+2}\right)^x$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5}{x - 1}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{1/x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x^4 + x}{8x^4 + x^3}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$$

### Задания для практической работы 5

Вычислить производные функций:

1.

$$y = x^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-1} - x^2 + \ln 9$$

7.  $y = \frac{x-2}{x^2+5}$

8.  $y = (x+2)^2$

2.  $y = \operatorname{tg}(2x+3)$

9.  $y = \log_5(x^2+1)$

3.  $y = 5x^2 \ln(x+1)$

10.  $y = 5^x + 3\sqrt{x} + \frac{1}{8}$

4.  $y = \frac{e^x}{x^2+2}$

11.  $y = \frac{1}{x} + \frac{x^3}{\ln 5}$

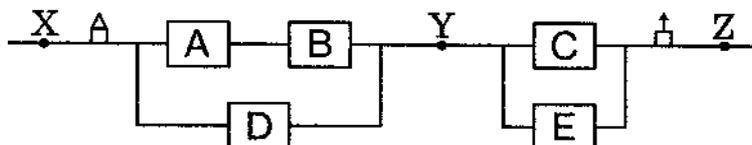
5.  $y = x \operatorname{arctg} x$

12.  $y = 2 \operatorname{arcsin} 7x$

6.  $y = \cos 5x + x^2$

### Задание для практической работы 6

На автомобильной дороге есть 3 опасных участка, А, В и С, которые после дождя могут стать непроходимыми (рис.). Кроме того, в тех местах часто бывают густые туманы и другие неприятности. Эти участки можно обойти по



другой дороге, но и там есть столь же опасные участки D и E.

Сведения о состоянии указанных участков систематически поступают к дежурному ГАИ, который в любой момент должен быть готов ответить на вопрос: можно проехать по трассе или нет? Необходимо сконструировать логическое устройство, которое поможет быстро дать правильный ответ.

### Задания для практической работы 7

1. Сколькими способами можно поставить три пешки на белые клетки шахматной доски?
2. Выпишите все перестановки из букв a, b, c.
3. Найти вероятность того, что четырехзначный номер случайно встреченного автомобиля состоит из одинаковых цифр.
4. На железнодорожной ветке Дрюково – Стуково имеется 10 станций. В течение дня с каждой станции на каждую другую выехало в точности по одному пассажиру. Сколько билетов было куплено в этот день?
5. Проверьте равенство  $P_6 = 6 \cdot P_5$ .
6. Управление УВД Стукова выделило 3 премии для сотрудников оперативных групп. В фуражку начальника положили 8 фантов с фамилиями всех восьми сотрудников. Какова вероятность того, что первую премию получит следователь Зубов, вторую – оперативник Прокопенко, третью – эксперт Зульфия?
7. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 7, 2, 4, 9, если каждая цифра используется в записи числа только один раз?
8. В городе Дрюкове объявлен розыск четверых особо опасных преступников, ограбивших Дрюковоуниверсалбанк. Чтобы предотвратить утечку информации при передаче в Центр сообщений о ходе розыска, майор Зимин придумал такой способ. Он зашифровал первыми буквами алфавита следующие события:

событие Р – обнаружен преступник Рыков;

событие У – обнаружен преступник Угрюмов;

событие Ф – обнаружен преступник Фомкин;

событие  $T$  – обнаружен преступник Трошкин.

С помощью этих обозначений майор Зимин мог передать любую информацию.

Найти:

- a) Расшифруйте донесения группы захвата:  $T+Y$ ;  $T\bar{Y}$ ;  $Y+\Phi$ ;  $Y(\Phi+T)$ .
  - b) Зашифруйте следующие донесения: взят только один из четырех; взяли всех четверых; взят по крайней мере один.
9. В группе 30 студентов. Сколькими способами можно выбрать 6 делегатов для переговоров с администрацией института по вопросу о свободной продаже пива в студенческом буфете?
10. Программа экзамена содержит 30 вопросов. Студент знает 20 из них. Каждому студенту предлагают 2 вопроса, выбираются случайным образом. Положительная оценка ставится в том случае, если студент правильно ответил хотя бы на один вопрос. Какова вероятность успешной сдачи экзамена?

### **Задания для практической работы 8**

1. Вероятность того, что студент Громов сдаст экзамен по уголовному праву, равна 0,7, а вероятность успешной сдачи им экзамена по гражданскому праву – 0,8. Какова вероятность того, что он успешно сдаст оба экзамена?

2. На трех карточках написаны буквы Р, А, К. Сколько различных слов можно составить, если словом считается любой набор из двух букв? Запишите эти слова.

3. На окружности выбрано 7 точек. Сколько можно построить треугольников с вершинами в этих точках?

4. В домоуправлении трудится 6 человек. Поступило распоряжение о премировании трех сотрудников (различными суммами). Сколькими способами можно это сделать?

5. Преступник знает, что шифр сейфа составлен из цифр 1, 3, 7, 9, но не знает в каком порядке их набирать:

6. Какова вероятность того, что первые две цифры он набрал верно?

7. Какова вероятность, что преступник откроет сейф с первой попытки?
8. Для участия в соревнованиях тренер отбирает 5 спортсменов из 12. Сколькими способами он может составить команду?
9. В студенческой группе (12 девушек и 8 юношей) разыгрываются 5 зарубежных путевок. Какова вероятность того, что путевки получат 3 девушки и 2 юноши?
10. Сколькими способами можно выбрать из семи разных книг, какие – либо четыре и подарить их четверем милиционерам, занявшим первые четыре призовых места на конкурсе «Настоящий мужчина города Брюкова»?
11. Для включения в избирательный бюллетень нужно выбрать 8 из 10 кандидатов. Какова вероятность того, что в бюллетень попадет интересующий нас кандидат, если все кандидаты имеют одинаковые шансы?
12. На карточке спортлото 36 клеток. Играющий должен отметить 4. Каково число всех возможных вариантов?
13. Ведутся поиски четырех преступников. Каждый из них независимо от других может быть обнаружен в течение суток с вероятностью 0,5. Какова вероятность того, что в течение суток будет обнаружен хотя бы один преступник?
14. В команде по синхронному плаванию Независимого международного университета из 12 спортсменов 5 мастеров спорта. Для участия в соревновании выбирают четверых. Какова вероятность, что все выбранные спортсмены являются мастерами спорта?

### **Задания для практической работы 9**

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	30	35	38	40
P	0,08	0,4	0,32	0,2

Найти:

- a)  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$
- b) построить многоугольник распределения

2. УВД города Дрюкова опубликовало сводку о числе правонарушений, совершенных подростками за первые 20 дней сентября:

$\tilde{x}_i$	4	6	7	8	9	12	13	14	17
$m_i$	1	3	2	2	1	5	4	1	1

Найти среднее число правонарушений за один день.

3. Управление сельского хозяйства Дрюковского района представило сводку по 50 хозяйствам. Согласно этой сводке, урожайность ржи в них составила (в центнерах с гектара):

17,5 17,8 18,6 18,3 19,1 19,9 20,6 20,1 22 21,4 17,5 18,5  
 19 20 22 20,6 19,1 18,6 17,9 19,1 22 19 17,5 22 22,6  
 21 21,4 19 17,8 18,3 19,9 20,1 21,4 18,5 20 20,6 18,6  
 21,4 21 20 20 18 18 18 17,5 18,6 19,1 20,6 17,5 18,6

Построить:

- а) сгруппированный статистический ряд;
- б) гистограмму;
- в) полигон относительных частот.

### Вопросы для подготовки к зачету

1. Математизация научного знания.
2. Понятие аксиоматической формализованной теории.
3. Зарождение математического анализа.
4. Графики функций.
5. Основные характеристики функции.
6. Основные элементарные функции и их графики.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Выбор формы функциональной зависимости.
9. Основные понятия и обозначения множеств. Числовые множества.
10. Операции над множествами.
11. Числовые множества.

12. Понятие последовательности и предела.
13. Основные правила нахождения пределов.
14. Методы вычисления пределов.
15. Понятие производной.
16. Основные правила дифференцирования.
17. Формулы дифференцирования основных функций.
18. Логика.
19. Предмет теории вероятности.
20. Основные формулы комбинаторики.
21. Какие события называются достоверными, невозможными.
22. Что называется испытанием.
23. Какие события называются противоположными.
24. Какие события называются зависимыми, независимыми.
25. Перечислите свойства вероятности.
26. Классическое определение вероятности.
27. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
28. Первичная обработка результатов эксперимента.
29. Что называется случайной величиной.
30. Способы задания дискретной случайной величины.
31. Что называется законом распределения дискретной случайной величины.
32. Числовые характеристики случайных величин.
33. Интервальный ряд.
34. Гистограмма, многоугольник распределения.

## Тесты

### **Вариант 1**

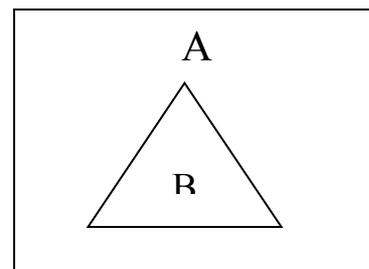
1. В отделении служат 30 милиционеров. Сколькими способами можно выделить двух человек для наряда.

- a) 435                      b) 30                      c) 430

2. Заданы множества  $A=\{1,2,3\}$  и  $B=\{1,2,3,4,5\}$ , тогда для них верным утверждением будет ...

- a) «множества A и B равны»;  
 b) «множество A включает множество B»;  
 c) «множество A есть подмножество множества B»;

3. Пусть A и B – множества, изображенные на рисунке:



Тогда объединением этих множеств является ...

- a) A;                      b) B;                      c)  $A \setminus B$

4. Из урны, в которой находятся 3 белых, 4 черных, 5 красных шаров, наудачу вынимается один. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным...

- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{5}{12}$                       c) 1

5. Количество перестановок букв в слове «Excel» равно ...

- a) 120                      b) 100                      c) 24

6. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, если все цифры в числе различные?

- a) 24                      b) 120                      c) 4

7. Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков не более трех, равна ...

- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{1}{2}$                       c) 1

8. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

X	1	2
P	0,4	0,6

Тогда математическое ожидание  $M(X)$  случайной величины равно ...

- a) 2                      b) 1,6                      c) 1

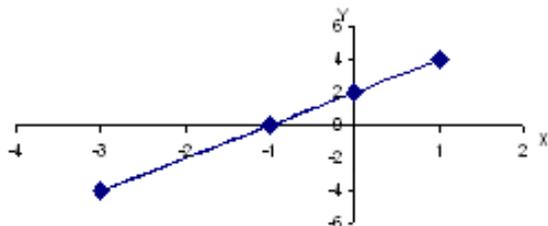
9. По статистическому распределению выборки установите ее объем ...

$x_i$	1	2	3
$n_i$	2	4	5

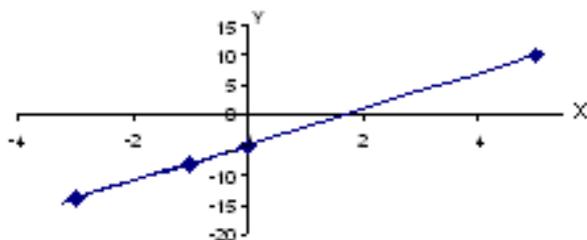
- a) 13                      b) 11                      c) 40

10. Дана функция  $3y - 6x - 6 = 0$ , тогда график функции имеет вид ...

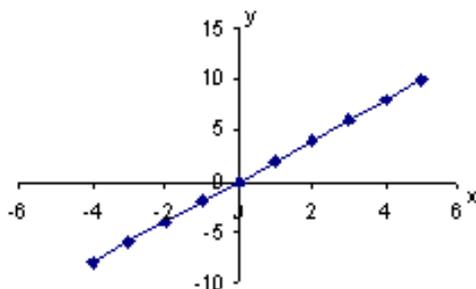
a)



b)



c)



### Вариант 2

1. Заданы множества  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , тогда для них верным утверждением будет ...

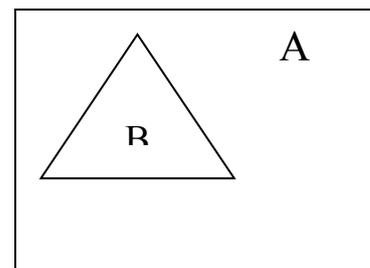
- a) «множества A и B равны»;  
 б) «множество A включает множество B»;

с) «множество А есть подмножество множества В»;

2. Для отправки груза со склада может быть выделена одна из двух машин различного вида. Известны вероятности выделения каждой машины  $p_1 = 0,2$ ;  $p_2 = 0,4$ . Тогда вероятность того, что к складу будет подана одна из этих машин ...

- a) 0,6                      b) 0,8                      c) 0,2

3. Пусть А и В – множества, изображенные на рисунке:



Тогда пересечением этих множеств является ...

- a) А                      b) В                      c) А\В

4. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

Тогда дисперсия  $D(X)$  случайной величины равна ...

- a) 1,05                      b) 3,5                      c) 13,3

5. Вероятность наступления некоторого события не может быть равна ...

- a) 1                      b) 2                      c)  $\frac{1}{2}$

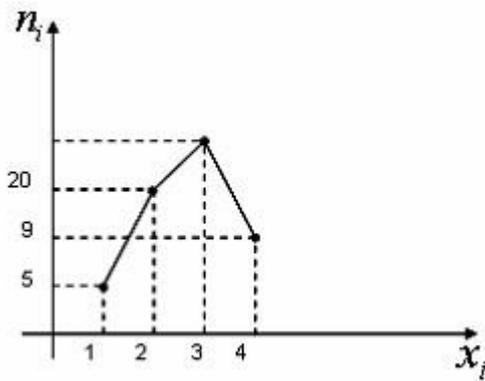
6. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 7 членов, можно образовать из 14 преподавателей?

- a) 3432                      b) 3430                      c) 24

7. Событие: «на одной из граней игрального кубика выпало 7 очков»

- a) невозможное    b) достоверное    c) случайное

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=60$ , полигон частот которой имеет вид:



Тогда число вариант  $x_i = 3$  в выборке равно ...

- a) 26                      b) 25                      c) 60

9. В урне 4 белых и 3 черных шара. Из нее вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые, без возвращения.

- a)  $\frac{2}{7}$                       b)  $\frac{16}{49}$                       c)  $\frac{4}{7}$

10. Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну. Это утверждение является ...

- a) теоремой              b) аксиомой              c) определением

### Вариант 3

1. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из цифр: 1, 2, 3, 4, если все цифры в числе различные?

- a) 24                      b) 120                      c) 4

2. Если множество  $A = \{3; 4; 17; 19\}$ ,  $B = \{3; 6; 19\}$ , то  $C = \{3; 4; 6; 17; 19\}$  это:

- a)  $A \cup B$                       b)  $A \cap B$                       c)  $A \setminus B$

3. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	1	2	3	4
$p_i$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Тогда сумма математического ожидания и дисперсии случайной величины

равна ....

- a) 7                                      b) 13/4                                      c) 20/8

4. В урне 10 белых шаров. Событие «вынут белый шар»:

- a) невозможное    b) достоверное    c) случайное

5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимаются три карты (без возврата). Какова вероятность того, что среди них не будет ни одной шестерки?

- a)  $\frac{248}{357}$                                       b)  $\frac{32}{36}$                                       c) 0

6. Производная функции  $f(x) = \cos(5x + 3) - x^3$  равна ...

- a)  $5\sin(5x + 3) - 3x^2$     b)  $-\sin(5x + 3) - 3x^2$     c)  $-5\sin(5x + 3) - 3x^2$

7. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Это утверждение является ...

- a) теоремой                                      b) аксиомой                                      c) определением

8. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что

При аварии сработает только один сигнализатор.

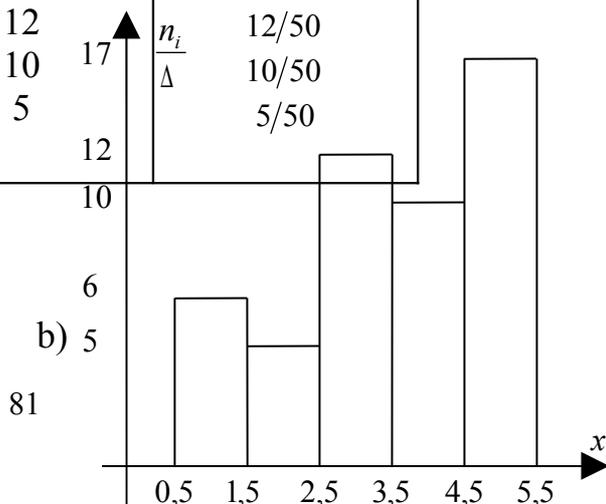
- a) 0,14                                      b) 0,05                                      c) 1,85

9. Дана таблица

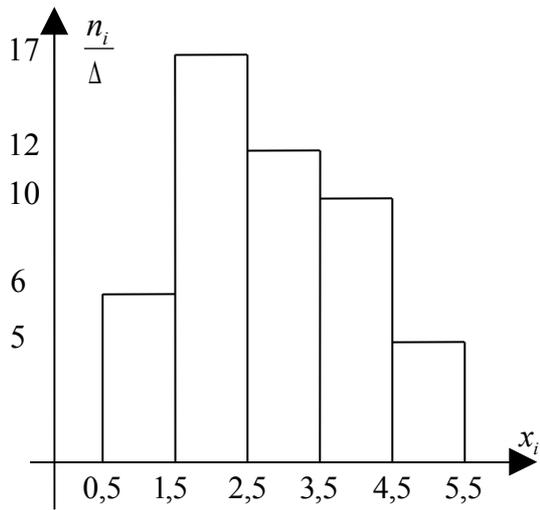
№ интервалов	границы интервалов	плотность частоты, $\frac{n_i}{\Delta}$	$\frac{n_i}{\Delta \cdot n}$
1	0,5 – 1,5	6	6/50
2	1,5 – 2,5	17	17/50
3	2,5 – 3,5	12	12/50
4	3,5 – 4,5	10	10/50
5	4,5 – 5,5	5	5/50

Тогда гистограмма имеет вид ...

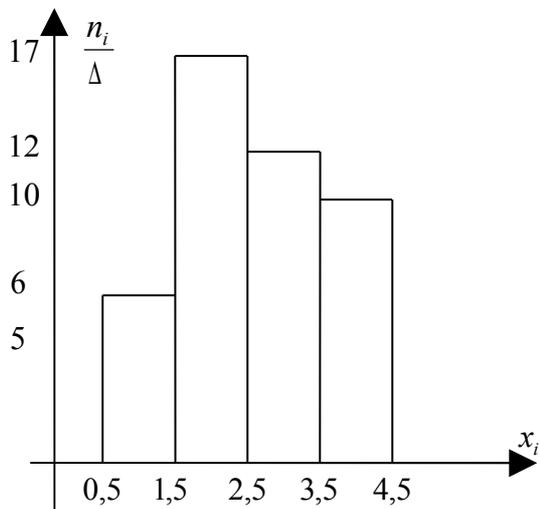
a)



81



c)



10. Данный  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^4 + x}{x^4 + x^3}$  равен ...

a) -2

b) 1

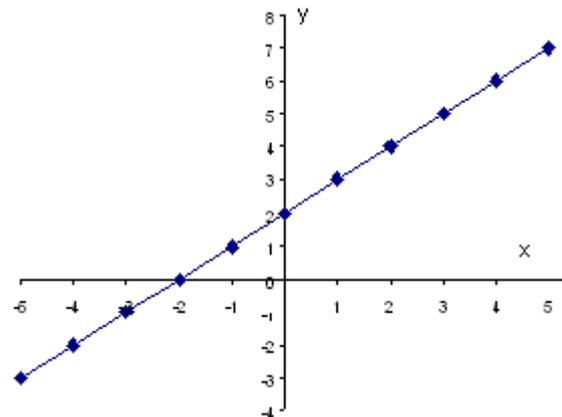
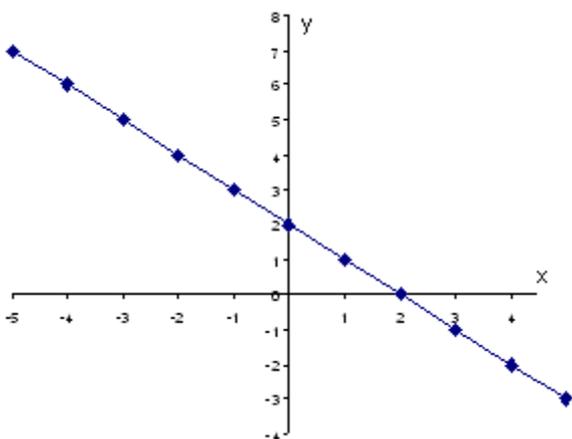
c) 0

### Вариант 4

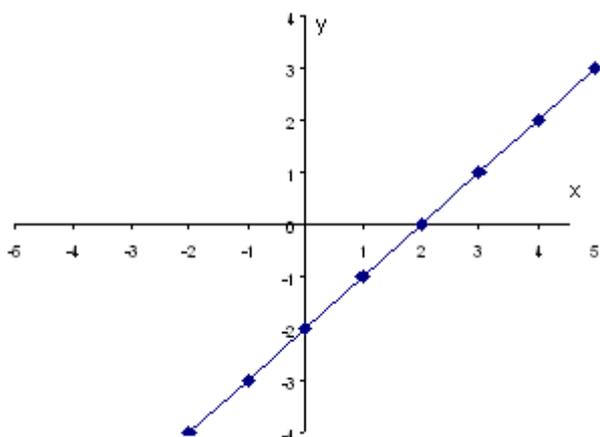
1. График функции  $y = 2 - x$  представлен на рисунке:

a)

b)



с)



2. Значение выражения  $y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x - 2)^{100}}{(5x^{50} + 2)^2}$  равно: а) 1    б) 0    в)  $\infty$ .

3. Производная функции  $y = \ln x^2$  равна: а)  $y = \frac{1}{2x}$     б)  $y = \frac{2}{x}$     в)  $y = \frac{1}{x^2}$ .

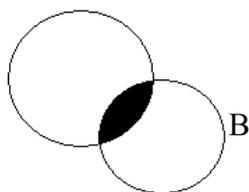
4. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

X	-2	0	6
p	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y=2X$  равно:

а) 3,4    б) 3,8    в) 6,8

5. Операцией над множествами  $A$  и  $B$  результат, которой выделен на рисунке является: а) объединение;    б) пересечение;    в) сумма.



6. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 красных. Вынули два шара. Вероятность того, что оба шара белые равна: а)  $\frac{1}{3}$     б)  $\frac{3}{5}$     в)  $\frac{1}{5}$ .

7. Таблица истинности для логического умножения:

a)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td><i>A</i></td><td><i>B</i></td><td><i>A</i></td></tr><tr><td></td><td></td><td><i>B</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>И</i></td><td><i>И</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td></tr></table>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>			<i>B</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>																	
		<i>B</i>																	
<i>И</i>	<i>И</i>	<i>И</i>																	
<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>																	
<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>																	
<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>																	

b)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td><i>A</i></td><td><i>B</i></td><td><i>A</i></td></tr><tr><td></td><td></td><td><i>B</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>И</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td></tr></table>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>			<i>B</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>																	
		<i>B</i>																	
<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>																	
<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>																	
<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>																	
<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>																	

c)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td><i>A</i></td><td><i>B</i></td><td><i>A</i></td></tr><tr><td></td><td></td><td><i>B</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td></tr><tr><td><i>И</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>И</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>И</i></td><td><i>И</i></td></tr><tr><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td><td><i>Л</i></td></tr></table>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>			<i>B</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>																	
		<i>B</i>																	
<i>И</i>	<i>И</i>	<i>Л</i>																	
<i>И</i>	<i>Л</i>	<i>И</i>																	
<i>Л</i>	<i>И</i>	<i>И</i>																	
<i>Л</i>	<i>Л</i>	<i>Л</i>																	

8. Две параллельные прямые на плоскости не пересекаются. Это утверждение называется: а) теоремой; б) аксиомой; в) леммой.

9.3 награды могут быть распределены между 10 участниками соревнований:

а) 720      б) 30      в) 810 способами.

10. В урне 15 белых шаров: 5 белых и 10 черных. Вероятность вынуть из урны

синий шар равна: а)  $\frac{1}{15}$       б) 0      в)  $\frac{1}{2}$ .

### Вариант 5

1. На множестве натуральных чисел всегда выполнимы:

а) деление и вычитание; б) сложение и умножение; в) сложение и деление.

2. Из 4 первокурсников, 5 второкурсников и 6 третьекурсников надо выбрать 3 студента на конференцию. Среди выбранных должны быть студенты разных курсов. Выбор можно сделать а) 120      б) 360      в) 45.

3. В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее наудачу вынимают (без возврата) 2 шара. Вероятность того, что они оба будут разных цветов равна:

а)  $\frac{7}{18}$       б)  $\frac{9}{14}$       в)  $\frac{2}{9}$ .

4. Выборочной совокупностью называется совокупность объектов, отобранных случайным образом из генеральной совокупности. Это утверждение называется: а) аксиомой; б) леммой; в) определением.

5. Значение выражения  $y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{3x^2}$  равно: а)  $\frac{2}{3}$  б)  $\frac{4}{3}$  в)  $\frac{1}{12}$ .

6. Если множество  $A = \{1; 3; 5; 6\}$ ,  $B = \{5; 6; 7; 8\}$ , то  $C = \{5; 6\}$  это:

- а)  $A \cup B$                       б)  $A \cap B$                       в)  $A \setminus B$

7. Производная функции  $y = x^2 e^5$  равна: а)  $y = 2x e^5 + 5x^2 e^4$ ; б)  $y = 10x e^4$ ; в)  $y = 2x e^5$ .

8. Таблица истинности для логического сложения:

a)

$C$	$E$	$C+E$
$I$	$I$	$I$
$I$	$L$	$I$
$L$	$I$	$I$
$L$	$L$	$L$

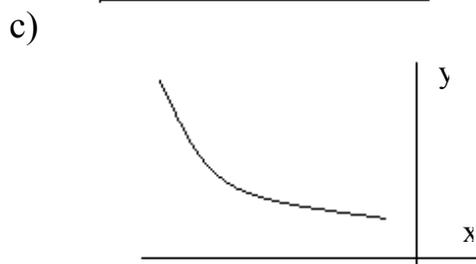
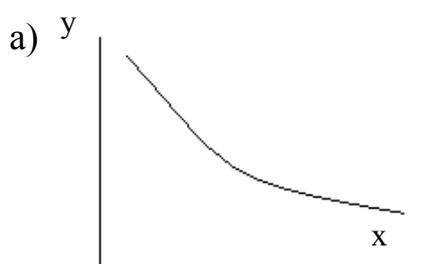
b)

$C$	$E$	$C+E$
$I$	$I$	$I$
$I$	$L$	$L$
$L$	$I$	$I$
$L$	$L$	$L$

c)

$C$	$E$	$C+E$
$I$	$I$	$I$
$I$	$L$	$I$
$L$	$I$	$I$
$L$	$L$	$L$

9. Постройте график функции, если  $y > 0, x < 0$ , функция убывающая.



10. По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих однотипную продукцию равны, 0,2 и 0,25. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий равна: a) 0,05    b) 0,45    c) 0,5.

### Литература

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Высшая школа, 2000. – 367с.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств. – М.: МЦНМО, 1999. – 128с.
3. Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М. Математика. Общий курс: Учебник. – СПб.: Издательство «Лань», 2004. – 960с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Элиста, 1996. – 416с.

5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и мат. статистика: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
6. Рассолов М.М., Чубакова С.Г., Элькин В.Д. Элементы высшей математики для юристов: Учебное пособие. – М.: Юристъ, 1999. – 184с.
7. Турецкий В.Я. Математика и информатика. – М.: ИНФРА – М, 2000. – 560с.



## Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава

Математика и информатика	Голик А.В., ассистент	ДВГУ, математик	-	16	16	10	АмГУ, ОМиИ	Штатный
	Антонова Т.Б., ассистент	БГПИ, учитель математики	-	2	2	2	АмГУ, ОМиИ	Штатный
	Костенко С.В., ст.преподаватель	МГПИ, учитель математики	-	15	15	11	АмГУ, ОМиИ	Штатный
	Войтенко Ю.В., доцент	БТИ, инженер	к.ф-м.н., доцент	25	21	20	АмГУ, ОМиИ	Штатный
	Архипова Н.С., ассистент	БГПУ, учитель физики-информатики	-	5м	5м	5м	АмГУ, ОМиИ	Штатный
	Ефимова О.В., ассистент	АмГУ, физик	-	3	3	2	АмГУ, ОМиИ	Штатный