

Федеральное агентство образования  
*АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ*  
*Факультет математики и информатики*

А.В. Голик, О.В. Ефимова,

ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИКЕ

*Учебно-методическое пособие*

Благовещенск

2008

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного  
университета

Голик А.В., Ефимова О.В.

**Практикум по математике.** Учебно-методическое пособие. Благовещенск:  
Амурский гос. университет, 2008.

Пособие предназначено для студентов юридического факультета. Рассматриваются кратко теоретические сведения, решения заданий тестирования, задания для самостоятельной работы.

Подготовлены: А.В.Голик – введение, глава 1, глава 2, архитектура пособия; О.В.Ефимова – варианты тестов для самостоятельной работы.

*Рецензенты:* к. т. н., доцент А.А. Коваль

к. философ. н., доцент Ю.Г. Магницкий

© Амурский государственный университет, 2008

## Введение

Настоящее пособие предназначено для студентов дневной формы обучения гуманитарного профиля, в первую очередь, юристов и является продолжением ранее изданной работы «Математика для юристов». Для студента гуманитарного профиля математика – прежде всего общеобразовательная дисциплина. Но для юриста значение математики этим не исчерпывается. В юриспруденции, как и в математике, применяются одни и те же методы рассуждений, цель которых – выявить истину.

Применение математических методов расширяют возможности каждого специалиста. В юридической практике важную роль играет статистика, умение правильно обработать информацию, сделать достоверный вывод или прогноз на основании имеющегося статистического материала. Ценность специалиста существенно возрастает, если он умеет делать это.

В пособии сосредоточена часть курса математики, которая выносится на Государственную аттестацию. В качестве образца были использованы варианты тестов 2007 года. В первой части пособия приведены сведения, которые могут оказаться полезными как для студентов, так и преподавателей, работающих на данном курсе. В Государственном стандарте для будущих юристов не предусмотрены сколько-нибудь серьезные формы текущего контроля, поэтому авторы пособия предлагают несколько вариантов тестов, которые можно использовать во время зачета.

Глава 2 содержит материал только на те темы, которые непосредственно вошли в итоговый контроль. Это теория множеств, формализованная аксиоматическая теория, комбинаторика, а также необходимая всем студентам – гуманитариям теория вероятности и математическая статистика. В пособие также включены вопросы для подготовки к зачету, и список рекомендованной литературы.

Авторы надеются, что данное пособие поможет студентам – юристам подготовиться не только к зачету по математике, но и к Государственной аттестации вуза.

## **Глава 1. Дисциплина «Математика» и ее место в учебном процессе**

### **§ 1. Цели и задачи учебной дисциплины «Математика»**

В течение периода изучения математики студенты обязаны прослушать теоретический курс по специальности – математика в объеме 18 часов и закрепить материал на практических занятиях в объеме 18 часов. Программа курса математики составлена в объеме необходимом для изучения общенаучных гуманитарных и специальных дисциплин, развития навыков математического мышления для специальностей гуманитарного профиля, необходимого для обработки информации и использования математических моделей в компьютерной технике.

Преподавание дисциплины «Математика» ставит своей целью:

- Воспитание достаточно высокой математической культуры;
- Привитие навыков использования математических методов в практической деятельности;
- Развитие навыков математического мышления у специалистов гуманитарного профиля, необходимых для обработки информации.

Задачи изучения дисциплины:

1. на примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики, ее роль в развитии других наук;
2. научить студентов приемам исследования и решения, математически формализованных задач;
3. выработать умения анализировать полученные результаты, привить навыки самостоятельного изучения литературы по математике.

### **§ 2. Содержание учебной дисциплины «Математика»**

Перечень учебных дисциплин с указанием разделов, усвоение которых необходимо для изучения осознания учебных тем, вопросов курса «Математика»: основные аксиомы и теоремы элементарной геометрии, алгебры, начала математического анализа.

После изучения дисциплины студент должен знать и уметь использовать:

1. уметь логически мыслить;
2. уметь оперировать с абстрактными объектами;
3. быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения качественных и количественных отношений;
4. владеть статистическими методами обработки информации.

Согласно государственному стандарту математических и естественных дисциплин студент должен изучить:

1. аксиоматический метод
2. основные структуры
3. составные структуры
4. вероятности

#### **Темы для самостоятельного изучения**

1. Математизация научного знания. Особенности изучения математики. История развития математики (основные этапы). Аксиоматический метод. Основные черты математического мышления. Математические доказательства

2. Векторы. Линейные операторы над векторами. Направляющие косинусы и длина вектора.

3. Скалярное произведение вектора и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.

4. Уравнение линий в пространстве. Различные формы уравнений в пространстве. Поверхности.

5. Множество существенных чисел, функция, область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

Основное время, выделенное на самостоятельную работу студентам очной формы обучения, отдается на выполнение РГР, составление отчетов по лабораторным работам и подготовку к контрольным.

### **§ 3. Формы контроля знаний студентов**

#### **Текущий контроль**

Результативность работы обеспечивается системой контроля, которая при очной форме обучения включает опрос студентов на практических занятиях, проверку выполнения домашних заданий, самостоятельные работы, выполнение домашних и лабораторных работ, зачеты.

Каждое практическое занятие начинается с проверки домашнего задания, опроса по теоретическому материалу.

На лекциях и практических занятиях проводятся мини контрольные работы.

Данная программа предусматривает в течение первого семестра проведение двух плановых самостоятельных работы, двух лабораторных работ. Контроль над выполнением лабораторной работы осуществляется в два этапа: проверка письменных отчетов и защита заданий в письменной или устной форме.

Оценка «отлично» ставится за полностью правильно выполненные задания; оценка «хорошо» ставится при верном применении необходимых теоретических знаний, и при наличии не более двух недочетов; оценка «удовлетворительно» - при наличии одной грубой ошибки в применении теоретических знаний или при правильном выполнении не менее 70% заданий. В противном случае – оценка «неудовлетворительно».

#### **Итоговый контроль**

Студенты дневного отделения допускаются к сдаче зачета при условии выполнения ими на положительную оценку всех форм текущего контроля, предусмотренных программой.

Зачет проводится по билетам, содержащих 15 заданий по вопросам из различных разделов программы. Отметка зачтено ставится при выполнении не менее 10 заданий.

## Вопросы для подготовки к зачету

1. Математизация научного знания.
2. Понятие аксиоматической формализованной теории.
3. Зарождение математического анализа.
4. Графики функций.
5. Основные характеристики функции.
6. Основные элементарные функции и их графики.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Выбор формы функциональной зависимости.
9. Основные понятия и обозначения множеств. Числовые множества.
10. Операции над множествами.
11. Числовые множества.
12. Понятие последовательности и предела.
13. Основные правила нахождения пределов.
14. Методы вычисления пределов.
15. Понятие производной.
16. Основные правила дифференцирования.
17. Формулы дифференцирования основных функций.
18. Логика.
19. Предмет теории вероятности.
20. Основные формулы комбинаторики.
21. Какие события называются достоверными, невозможными.
22. Что называется испытанием.
23. Какие события называются противоположными.
24. Какие события называются зависимыми, независимыми.
25. Перечислите свойства вероятности.
26. Классическое определение вероятности.
27. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
28. Первичная обработка результатов эксперимента.
29. Что называется случайной величиной.

30. Способы задания дискретной случайной величины.
31. Что называется законом распределения дискретной случайной величины.
32. Числовые характеристики случайных величин.
33. Интервальный ряд.
34. Гистограмма, многоугольник распределения.

## Глава 2. Краткие теоретические сведения и примеры решения заданий тестирования

### § 1. Понятие аксиоматической формализованной теории

*Одной из обязательных тем для изучения является формализованная аксиоматическая теория. Она включает в себя задачи на определение соответствия между формулировкой утверждения и понятием, а также задания на понятия «алфавит» в формализованной теории.*

**Аксиома** – предложение, принимаемое без доказательства, рассматриваемое как исходное при построении той или иной математической теории.

**Определение** математического понятия – раскрытие смысла, содержания этого понятия. При этом раскрытие смысла может быть дано различными способами:

1. генетически – когда указывается способ образования данного понятия;
2. сведением этого понятия к понятиям ранее известным;
3. аксиоматически – когда определение понятия дается неявно, в аксиомах.

**Теорема** – математическое утверждение, истинность которого устанавливается путем доказательства. В формулировке теоремы различают условие и заключение.

**Лемма** – вспомогательное предложение, употребляемое при доказательстве одной или нескольких теорем.

#### **Пример 1.**

«Через точку не лежащую на прямой можно провести одну и только одну прямую, параллельную данной». Это утверждение является...

- a) Аксиомой
- b) Теоремой
- c) Леммой

#### **Решение.**

Данное утверждение является аксиомой. Этот факт известен из школьного курса геометрии.

**Ответ:** а).

## **Пример 2.**

Установите правильное соответствие между математическим утверждением и его формулировкой.

1. «Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны».
2. «Через две любые точки можно провести прямую и притом только одну».
3. «Средняя линия треугольника параллельна основанию, а ее длина равна половине длины основания».

Варианты ответов:

- a) Определение;
- b) Теорема;
- c) Аксиома

## **Решение.**

Первое утверждение содержит слово «называется», что прямо указывает на то, что это определение. Второе утверждение – это аксиома. Третье утверждение можно ошибочно принять за определение средней линии. Однако, это не определение, а теорема, так как оно не определяет понятие средней линии, а указывает на свойство средней линии.

**Ответ:** 1. - a); 2. - c); 3. - b).

## **Пример 3.**

Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «АРИФМЕТИКА». Из этого алфавита невозможно составить слово...

- a) АРИЯ
- b) ФАКТ
- c) РИФМА
- d) РИТМ
- e) ФОРМА

### **Решение.**

Невозможно составить слова: «АРИЯ» и «ФОРМА». Первое слово содержит букву «Я», которая отсутствует в слове «АРИФМЕТИКА», а слово «ФОРМА» содержит букву «О», которая также отсутствует.

**Ответ:** а); е).

### **Пример 4.**

Рассматривается алфавит, состоящий из гласных букв русского алфавита. Тогда словами допустимыми в этом алфавите будут...

- а) «УЕ»
- б) «СОЯ»
- в) «ЮОИ»
- г) «ЮЛА»
- д) «ИЯО»

### **Решение.**

Допустимыми являются слова: «УЕ», «ЮОИ», «ИЯО», несмотря на их бессмысленность. Они состоят только из гласных букв. Слова: «СОЯ» и «ЮЛА» содержат согласные буквы «С» и «Л» соответственно, которые в данном алфавите использоваться не могут.

**Ответ:** а); в); д).

### **Пример 5.**

Составьте различные слова из букв слова «ЮРИСПРУДЕНЦИЯ».

### **Решение.**

Например: рупия, пюре, пруд, рис, ирис, ряд, суд, яд, принц, идея, сердце, пуд, перец, пеня и др. Можно составить до 26 слов.

## **§ 2. Множества**

*В теме «Множества» изучаются такие понятия как принадлежность, объединение, пересечение множеств, подмножество, мощность множества, равенство множеств, отношение между множествами.*

Под **множеством** будем понимать совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-либо признаку.

Запись  $x \in M$  означает, что  $x$  является элементом множества  $M$ . Говорят, что множество  $A$  является **подмножеством** множества  $M$  (запись:  $A \subset M$ ), если все элементы  $A$  являются элементами  $M$ .

Множества  $A$  и  $B$  **равны** (запись:  $A=B$ ), если они содержат одни и те же элементы (другими словами  $A \subset B$  и  $B \subset A$ ).

**Пустое** множество  $\emptyset$  не содержит ни одного элемента и является подмножеством любого множества.

### Операции над множествами.

**Объединение**  $A \cup B$  состоит из элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A$  и  $B$ . Пример объединения множеств приведен на рис. 1.

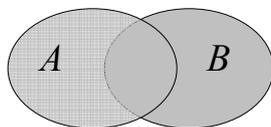


Рис. 1

**Пересечение**  $A \cap B$  двух множеств  $A$  и  $B$  состоит из элементов, которые принадлежат обоим множествам  $A$  и  $B$ . Пример пересечения множеств приведен на рис. 2.

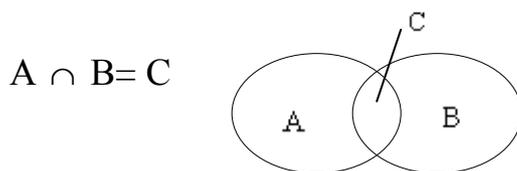


Рис. 2

Два множества, пересечение которых есть пустое множество, называются **непересекающимися**.

**Разность**  $A \setminus B$  состоит из элементов, которые принадлежат  $A$ , но не принадлежат  $B$ . Пример разности множеств приведен на рис. 3.

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$$

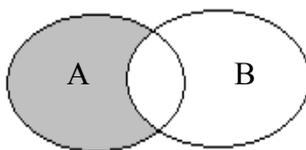


Рис. 3

### Пример 1.

Заданы множества  $A = \{1,2,3\}$  и  $B = \{1,2,3,4,5\}$ , тогда для них верным утверждением будет...

- a) Множества A и B равны
- b) Множество A включает множество B
- c) Множество A есть подмножество множества B

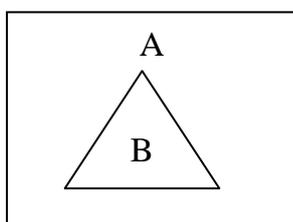
**Решение.**

Верным будет третье утверждение. Множество A состоит из элементов, принадлежащих также множеству B. Это соответствует определению подмножества.

**Ответ:** c)

**Пример 2.**

Пусть A и B – множества, изображенные на рисунке.



Тогда пересечением этих множеств является ...

- a) A
- b) B
- c)  $A \setminus B$

**Решение.**

Пересечением множеств называется совокупность тех элементов, которые принадлежат обоим множествам. На рисунке B изображено внутри множества a, следовательно все его элементы принадлежат также множеству A.

**Ответ:** b).

**Пример 3.**

Если множество  $A = \{3,4,17,19\}$ ,  $B = \{3,6,19\}$ , то  $C = \{3,4,6,17,19\}$  это...

- a)  $A \cup B$
- b)  $A \cap B$
- c)  $A \setminus B$

**Решение.**

Множество C состоит из элементов, принадлежащих либо множеству A, либо множеству B, либо обоим множествам. Это определение объединения.

**Ответ:** a).

**Пример 4.**

Отношение задано неравенством  $x^2 + y^2 \leq 9$ , тогда данному отношению принадлежит пара чисел...

- a) (2, 3)
- b) (0, 4)
- c) (-1, 2)
- d) (1, 3)

### Решение.

Подставим каждую пару чисел в отношение:

- a)  $2^2 + 3^2 \leq 9$  неверно
- b)  $0^2 + 4^2 \leq 9$  неверно
- c)  $(-1)^2 + 2^2 \leq 9$  верно
- d)  $1^2 + 3^2 \leq 9$  неверно

Единственный верный Пара чисел  $(-1, 2)$  принадлежит отношению.

**Ответ:** с).

### § 3. Элементы комбинаторики

*При изучении темы «Комбинаторика» рассматриваются задачи на вычисление числа перестановок, сочетаний, размещений.*

**Размещениями** из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, из которых каждое содержит  $m$  элементов, взятых из числа данных  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо лишь порядком их расположения:  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

**Понятие факториала:** Произведение  $n$  натуральных чисел от 1 до  $n$  обозначается сокращенно  $n!$ , т. е.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$  (читается:  $n$  факториал).

Считается, что  $0! = 1$ ,  $1! = 1$ .

Очевидно, что  $A_n^1 = n$  (при  $m = 1$ ) и  $A_n^0 = n$  (при  $m = 0$ ).

**Сочетаниями** из  $n$  элементов по  $m$  в каждом называются такие соединения, из которых каждое содержит  $m$  элементов, взятых из числа данных  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом. Число сочетаний из  $n$  элементов по  $m$  в каждом обозначается символом  $C_n^m$  и

вычисляется так:  $C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n^m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$

**Перестановками** из  $n$  элементов называются такие соединения, из которых каждое содержит все  $n$  элементов и которые отличаются друг от друга лишь порядком расположения элементов:  $P_n = n!$

### Пример 1.

В отделении служат 30 милиционеров. Сколькими способами можно выделить двух человек для наряда?

а) 435

б)30

с)430

### Решение.

Два человека в наряде равноправны, так как никаких других указаний нет. Число способов выбрать два объекта из 30 имеющихся – это формула сочетаний

$$C_{30}^2 = \frac{30!}{2! \cdot 28!} = 435.$$

Ответ: с).

### Пример 2.

Количество перестановок букв в слове «Excel» равно...

а) 120

б)60

с)24

### Решение.

В этом слове 5 букв, но буква «е» повторяется дважды. Поэтому для определения числа способов используем формулу перестановки с повторениями:

$$\bar{P}_5 = \frac{5!}{2!} = 60.$$

Ответ: б).

### Пример 3.

Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если все цифры в числе различны?

а) 30

б)60

с)720

### Решение.

Нужно найти число способов выбрать 3 цифры из 6 имеющихся и разместить

их в нужном порядке. Используем формулу размещений:  $A_6^3 = \frac{6!}{3!} = 30.$

Ответ: а).

#### Пример 4.

Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, если цифры в числе могут повторяться?

а) 16

б) 12

в) 24

#### Решение.

Во-первых, заметим, что цифра 0 не может стоять первой в двузначном числе.

Если этим фактом временно пренебречь, то число способов будет

$$A_4^2 + 4 = \frac{4!}{2!} + 4 = 16. \text{ Здесь } A_4^2 \text{ - это двузначные числа с различными цифрами, а } 4 \text{ –}$$

это числа, у которых обе цифры одинаковы. Из этого количества нужно вычесть 4 случая, когда 0 стоит на первом месте:  $16 - 4 = 12$ .

**Ответ:** б).

### § 4. Элементы теории вероятности

*В тестировании большое внимание уделяется теме «Теория вероятности». В заданиях встречаются примеры на различные формулы и теоремы из этого курса. В частности: классическое определение вероятности, сумма вероятностей совместных и несовместных событий, произведение вероятности зависимых и независимых событий.*

**Испытание** (опыт, эксперимент) — это процесс, включающий определенные условия и приводящий к одному из нескольких возможных исходов. Исходом опыта может быть результат наблюдения или событие.

**Случайными** называются события, которые могут произойти или не произойти в результате некоторого испытания.

**Достоверным** называется событие, которое обязательно произойдет в результате испытания.

**Невозможным** называется событие, которое не может произойти в результате некоторого испытания.

Несколько событий называются **совместными**, если в результате эксперимента наступление одного из них не исключает появления других.

Несколько событий называются **несовместными** в данном опыте, если появление одного из них исключает появление других.

Два события  $A$  и  $\bar{A}$  называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно произойдет.

Два события называются **независимыми**, если вероятность одного из них не зависит от появления или не появления другого, в противном случае называются **зависимыми**.

### **Классическое определение вероятности**

**Вероятностью появления события  $A$**  называют отношение числа исходов, благоприятствующих наступлению этого события, к общему числу всех единственно возможных и несовместных элементарных исходов.

Обозначим число благоприятствующих событию  $A$  исходов через  $m$ , а число всех исходов —  $n$ :  $P(A) = \frac{m}{n}$ .

Из определения вероятности вытекают следующие **свойства**:

а) Вероятность любого события заключена между нулем и единицей ( $0 \leq P(A) \leq 1$ ).

б) Вероятность достоверного события равна единице (так как достоверное событие происходит при любом испытании).

в) Вероятность невозможного события равна нулю (так как невозможное событие не имеет благоприятных исходов)

### **Теоремы сложения и умножения вероятностей**

**Сумма событий:** Если в некоторой ситуации произошло по крайней мере одно из двух событий  $A$  или  $B$ , то говорят, что произошло событие  $A+B$ .

**Произведение событий:** Если произошли оба события,  $A$  и  $B$ , то говорят, что произошло событие  $A \cdot B$ .

#### **Теорема сложения вероятностей.**

1. Вероятность суммы двух несовместных событий  $A$  и  $B$  равно сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ .



### Пример 3.

Для отправки груза со склада может быть выделена одна из двух машин различного вида. Известны вероятности выделения каждой машины  $p_1 = 0,2$ ;  $p_2 = 0,4$ . Тогда вероятность того, что к складу будет подана машина первого или третьего типа равна...

а) 0,6

б) 0,8

в) 0,2

### Решение.

Рассматривается сумма двух несовместных событий с известными вероятностями  $p_1$  и  $p_3$ . Согласно теореме о вероятности суммы несовместных событий,  $P(A + B) = p_1 + p_3 = 0,2 + 0,4 = 0,6$ .

Ответ: а).

### Пример 4.

Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков не более трех, равна...

Варианты ответов:

а)  $\frac{1}{3}$

б)  $\frac{1}{2}$

в) 1

### Решение.

«На верхней грани выпадет число очков не более трех» значит может выпасть 1, 2, 3, то есть число благоприятствующих случаев  $m=3$ ,  $n=6$  (всего 6 граней).

Итак,  $P = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

Ответ: б).

### Пример 5.

Из колоды в 36 карт наудачу вынимаются три карты (без возврата). Какова вероятность того, что среди них не будет ни одной шестерки?

а)  $\frac{248}{357}$

б)  $\frac{32}{36}$

в) 0

**Решение.**

Всего в колоде 4 шестерки.

Вероятность не вынуть шестерку в первый раз  $P(A_1) = \frac{32}{36}$ , во второй раз, при условии, что в первый раз она не была вынута  $P_{A_1}(A_2) = \frac{31}{35}$ , в третий раз, при условии, что во второй раз она не была вынута  $P_{A_1, A_2}(A_3) = \frac{30}{34}$ . Далее используем теорему умножения зависимых событий  $P(A_1 A_2 A_3) = \frac{32}{36} \cdot \frac{31}{35} \cdot \frac{30}{34} = \frac{248}{357}$ .

**Ответ:** а).

**Пример 6.**

Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

а) 0,14

б) 0,05

с) 1,85

**Решение.**

Пусть событие А – сработает первый сигнализатор, событие В – сработает второй сигнализатор.  $P(A) = 0,95$ ,  $P(B) = 0,9$ ,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,05$ ,  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,1$ . Используем теорему умножения независимых событий и теорему суммы для несовместных событий  $P(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = 0,95 \cdot 0,1 + 0,05 \cdot 0,9 = 0,14$ .

**Ответ:** а).

**Пример 7.**

В урне 10 белых шаров. Событие «вынут белый шар»:

а) невозможное

б) достоверное

с) случайное

**Решение.**

Так как в урне только белые шары, то это событие вероятность, которого равна 1, то есть достоверное.

**Ответ:** б).

## § 5. Случайные величины

В разделе теории вероятности «Случайные величины» представлены задачи на определение математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины, графическое изображение функции плотности непрерывной случайной величины.

**Средней величиной** называют среднее арифметическое. Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - некоторые числа. Их средним арифметическим называется число 
$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

**Случайной величиной** называют величину  $X$ , которая принимает в результате опыта то или иное возможное значение  $x$ , заранее не известное, зависящее от случайных обстоятельств.

**Дискретной случайной величиной** называется случайная величина, принимающая отдельные друг от друга значения, которые можно перенумеровать. Дискретная случайная величина определена, если известны все ее значения и соответствующие им вероятности.

Всякое соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующие им вероятностями называют **законом распределения дискретной случайной величины**.

Простейшим способом задания дискретной случайной величины – таблица, которая называется **рядом распределения**:

<b>X</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$
<b>P</b>	$p_1$	$p_2$	$p_3$	...	$p_n$

где  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Графическое изображение ряда распределения называется **многоугольником распределения (полигон)** – ломаная с вершинами в точках  $(x_i, p_i)$ , где  $i = \overline{1, n}$ .

**Числовые характеристики случайных величин:**

- математическое ожидание (среднее значение случайной величины),
- дисперсия,

с) среднеквадратическое отклонение (величина разброса возможных значений случайной величины вокруг среднего).

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины  $X$  называют сумму произведений всех ее возможных значений на соответствующие

им вероятности  $M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ .

**Дисперсией** дискретной случайной величины  $X$  называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ .

**Среднеквадратическим отклонением** дискретной случайной величины  $X$  называют корень квадратный из дисперсии:  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ .

### Пример 1.

Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	1	2	3	4
$p_i$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Тогда сумма математического ожидания и дисперсии случайной величины равна ....

а) 7

б) 13/4

с) 20/8

**Решение.**

Найдем математическое ожидание  $M(X) = 1 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{2}$

Дисперсию найдем по одной из двух формул  $D(X) = M(X - M(X))^2$  или

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

$$D(X) = 1^2 \cdot \frac{1}{8} + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot \frac{3}{8} + 4^2 \cdot \frac{1}{8} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{56}{8} - \frac{25}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$M(X) + D(X) = \frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}.$$

**Ответ:** б).

## Пример 2.

Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	5	7	11	15
$p_i$	0,1	0,2	0,4	$p_4$

Найти  $p_4$  и дисперсию случайной величины.

- a)  $p_4=0,5$ ,  $D(X)=10,5$       b)  $p_4=0,7$ ,  $D(X)=21,25$       c)  $p_4=0,3$ ,  $D(X)=11,56$

### Решение.

Известно, что  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ , тогда  $p_4 = 1 - 0,1 - 0,2 - 0,4 = 0,3$ . Чтобы найти дисперсию случайной величины, нужно сначала найти математическое ожидание

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 5 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,2 + 11 \cdot 0,4 + 15 \cdot 0,3 = 10,8$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 5^2 \cdot 0,1 + 7^2 \cdot 0,2 + 11^2 \cdot 0,4 + 15^2 \cdot 0,3 - (10,8)^2 = 11,56$$

**Ответ:** c).

## § 6. Основы математической статистики

*В разделе «Математическая статистика» приводятся задачи на такие понятия, как объем выборки, гистограмма, полигон частот, многоугольник распределения.*

При обработке большого числа экспериментальных данных их предварительно группируют и оформляют в виде так называемого **интервального ряда**.

Совокупность всех подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, называется **генеральной совокупностью**.

Наблюдаемое значение  $x_i$  называется **вариантой**, а их последовательность, записанная в возрастающем порядке, – **вариационным рядом**. Число наблюдений  $n_i$  называется **частотой**, а значение его отношения к объему выборки – **относительной частотой**.

**Статистическим распределением** выборки называют перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.

**Выборочной совокупностью (выборкой)** называется совокупность объектов, отобранных случайным образом из генеральной совокупности. Число объектов (наблюдений) в совокупности называется ее объемом ( $n$ ).

Сгруппированный статистический ряд:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	...	$p_k$

Где  $x_i$  - середина  $i$ -го интервала,  $p_i$  - соответствующая ему частота

( $p_i = \frac{n_i}{n}$ ), причем  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ .

**Гистограммой частот** называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $\Delta$ , а высоты равны отношению  $\frac{n_i}{\Delta}$ ,  $i = \overline{1, k}$ .

**Полигон частот** – ломаная с вершинами в точках  $(x_i, \frac{n_i}{\Delta})$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

**Полигон относительных частот** – ломаная с вершинами в точках  $(x_i, \frac{n_i}{n \cdot \Delta})$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

### Пример 1.

По статистическому распределению выборки установите ее объем ...

$x_i$	1	2	3
$n_i$	2	4	5

a) 13

b) 11

c) 40

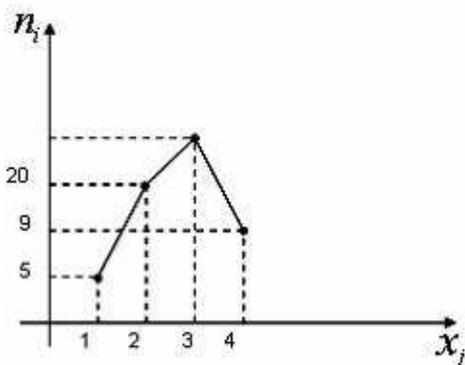
### Решение.

Объемом выборки называется количество объектов или  $\sum n_i = N$ . В данном случае  $N = 2 + 4 + 5 = 11$ . Объем выборки равен 11.

**Ответ:** b).

## Пример 2.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=60$ , полигон частот которой имеет вид:



Тогда число вариант  $x_i = 3$  в выборке равно ...

- a) 26
- b) 25
- c) 60

### Решение.

Полигон частот – это ломаная, проходящая по точкам  $(x_i, n_i)$ . По имеющемуся графику составим закон распределения

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	5	20	$n_3$	9

$$n_3 = N - n_1 - n_2 - n_4 = 60 - 5 - 20 - 9 = 26$$

Ответ: а).

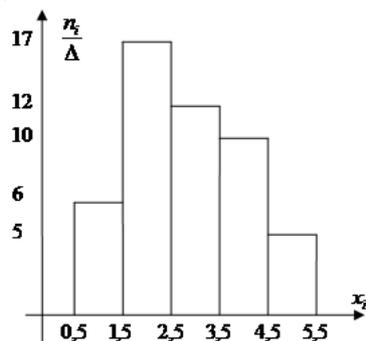
## Пример 3.

Дана таблица

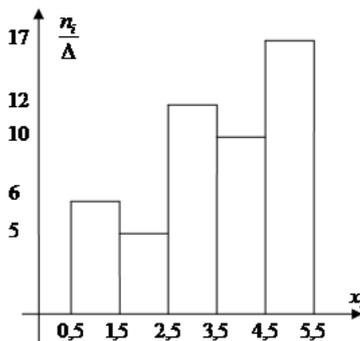
№ интервалов	границы интервалов	плотность частоты, $\frac{n_i}{\Delta}$	$\frac{n_i}{\Delta \cdot n}$
1	0,5 – 1,5	6	6/50
2	1,5 – 2,5	17	17/50
3	2,5 – 3,5	12	12/50
4	3,5 – 4,5	10	10/50
5	4,5 – 5,5	5	5/50

Тогда гистограмма имеет вид ...

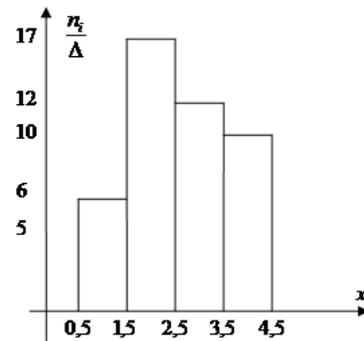
а)



б)



с)



## Решение.

Все три гистограммы имеют верное расположение значений  $x$ . Верное расположение значений  $y$  имеет гистограмма а).

Ответ: а).

## § 7. Двоичная система счисления

*В тестовых заданиях встречаются задачи на двоичную систему счисления.*

Под **системой счисления (СС)** понимается способ изображения чисел с помощью символов совместно с правилами выполнения действий над этими числами.

В позиционных системах значения цифр зависят от их положения (позиции) в числе.

В любой позиционной системе число может быть представлено в виде многочлена:

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 + a_{-1} p^{-1} + a_{-2} p^{-2} + \dots + a_{-m} p^{-m} = \sum_{j=-m}^n a_j p^j.$$

**Основанием системы счисления** называется количество цифр и символов, применяющихся для изображения числа.

**База системы** — это последовательность цифр, используемых для записи числа.

Двоичная система имеет основание  $p=2$  и базу 0 и 1.

### Правила перевода из десятичной в двоичную СС

Чтобы перевести целое число из 10-ой в 2-ую систему нужно выполнять последовательное деление числа на 2 до тех пор, пока результат не станет меньше 2. Последний результат и остатки от деления, взятые в обратном порядке, дают двоичное число.

### Правила перевода из двоичной в десятичную СС

Для перевода необходимо разложить число по основанию системы счисления и посчитать результат.

**Пример 1.**

Число  $10010_2$ , записанное в двоичной системе счисления, в десятичной системе счисления имеет вид...

- a) 19                                      b)20                                      c)18

**Решение.**

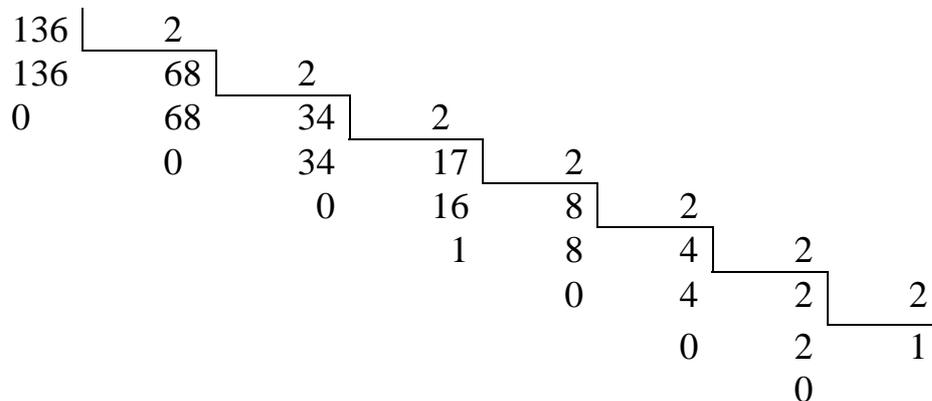
$$10010_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 2 + 16 = 18$$

**Ответ:** c).

**Пример 2.**

Число 136 в двоичной системе счисления имеет вид...

- a)  $10001000_2$                                       b)  $10000000_2$                                       c)  $10000001_2$

**Решение.**

В результате  $136=10001000_2$ .

**Ответ:** a).

**Пример 3.**

Сумма чисел  $1010_2$  и  $111_2$ , записанных в двоичной системе счисления, равна...

- b)  $10110_2$                                       b)  $10001_2$                                       c)  $10101_2$

**Решение.**

В двоичной системе счисления существуют правила сложения:  $0+0=0$ ,  $0+1=1$ ,  $1+0=1$ ,  $1+1=10$ . Произведем сложение в столбик

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 111 \\ \hline 10001 \end{array}$$

**Ответ:** b).

## Варианты тестов для самостоятельной работы

### Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов?

- a) 60                      b) 15                      c) 125                      d) 50

2. Сколькими способами 3 награды(за I, II, III места) могут быть распределены между 10 участниками соревнований?

- a) 120                      b) 30                      c) 720

3. Заданы множества  $A = \{7, 8, 9\}$  и  $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ , тогда верно, что ...

- a) «множества A и B равны»  
b) «множество A включает множество B»  
c) «множество A есть подмножество множества B»

4. Пусть A и B множества, изображенные на рисунке. Закрашенная область является результатом операции...



- a) разности множеств A и B  
b) объединения множеств A и B  
c) пересечения множеств A и B

5. Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет четное число очков, равна...

- a)  $\frac{1}{2}$                       b)  $\frac{1}{3}$                       c)  $\frac{3}{4}$

6. В урне 10 шаров: 3 белых, 4 синих, 3 зеленых. Вероятность вынуть без возвращения из урны 2 шара одного цвета равна...

- a)  $\frac{17}{50}$                       b)  $\frac{4}{15}$                       c)  $\frac{1}{5}$

7. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,1	0,5	0,4

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y = 3X$  равно...

- a) 2,3                      b) 6,9                      c) 5,3

8. Через любые две точки можно провести прямую и притом только одну. Это

утверждение является...

- a) Аксиомой                      b) Теоремой                      c) Леммой

9. Число  $1111_2$  в десятичной системе счисления имеет вид...

- a) 15                      b) 8                      c) 16

10. Сумма чисел  $1110$  и  $1010$ , записанных в двоичной системе счисления, равна

- a)  $11111_2$                       b)  $10100_2$                       c)  $11000_2$

11. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «КЛАВИАТУРА». Из этого алфавита невозможно закодировать слово...

- a) «ЛАВА»                      b) «ВИРАЖ»                      c) «ТУРА»

12. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна  $0,7$ , а для второго –  $0,8$ . Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один стрелок.

- a)  $0,38$                       b)  $0,7$                       c)  $0,56$

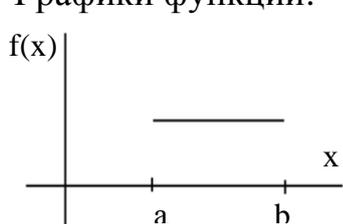
13. Отношение задано неравенством:  $2x + y \leq 1$ , тогда данному отношению принадлежит следующая пара чисел...

- a)  $(0, 10)$                       b)  $(10, -10)$                       c)  $(-5, 10)$

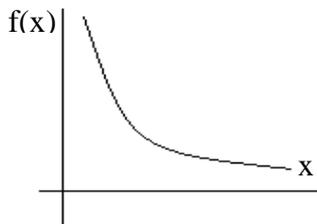
14. Установите правильное соответствие между названием вида распределения непрерывной случайной величины и графиком плотности распределения.

- a) Нормальное распределения  
b) Равномерное распределение  
c) Показательное распределение

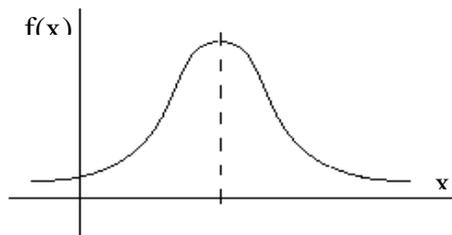
Графики функций:



1)



2)



3)

15. По статистическому распределению выборки установите ее объем ...

$x_i$	1	2	3	4
$n_i$	8	6	1	10

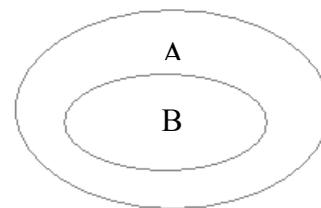
- a) 25

- b) 35

- c) 63

## Вариант 2

1. Пусть  $A$  и  $B$  множества, изображенные на рисунке. Пересечением этих множеств является множество...



- a)  $A$
- b)  $B$
- c)  $\emptyset$

2. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины. Это утверждение является...

- a) Теоремой
- b) Определением
- c) Аксиомой

3. Сколько различных «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «СОЛНЦЕ»?

- a) 810
- b) 720
- c) 36

4. Заданы три множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ,  $C = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ . Тогда для них верным равенством является...

- a)  $C = A \cup B$
- b)  $C = A \cap B$
- c)  $C = A \setminus B$

5. Число 20 представьте в двоичной системе счисления...

- a)  $10000_2$
- b)  $11000_2$
- c)  $10100_2$

6. Сравните два числа:  $44_{10}$  и  $111110_2$ .

- a)  $44_{10} = 111110_2$
- b)  $44_{10} > 111110_2$
- c)  $44_{10} < 111110_2$

7. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «АЛФАВИТ». Из этого алфавита можно закодировать слово:

- a) «АЛЬФА»
- b) «ФАТА»
- c) «СИТО»

8. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

- a) 20
- b) 25
- c) 10

9. Отношение задано неравенством:  $x^2 > y$ , тогда данному отношению принадлежит следующая пара чисел:

- a) (0, 1)
- b) (-2, 5)
- c) (-1, -2)

10. Три орудия стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель каждого равна 0,7. Найти вероятность попадания двух орудий.

- a) 0,49
- b) 0,441
- c) 0,147

11. В коробке 10 карандашей: 2 синих и 7 зеленых. Вероятность вынуть без возвращения два карандаша разных цветов равна...

- a)  $\frac{7}{45}$                                       b)  $\frac{7}{50}$                                       c)  $\frac{9}{10}$

12. Событие А – выпадение герба при бросании монеты и событие В – выпадение решки. Тогда для этих событий неверным будет утверждение...

- a) События А и В несовместны  
 b) События А и В совместные  
 c) События А и В равновероятные

13. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	4	6
$p_i$	0,3	0,7

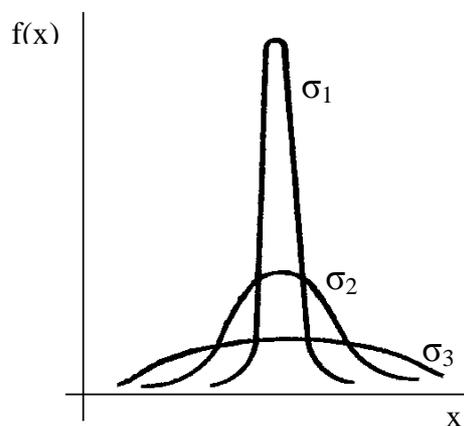
Тогда дисперсия  $D(X)$  случайной величины равна...

- a) 0,84                                      b) 1                                      c) 2,84

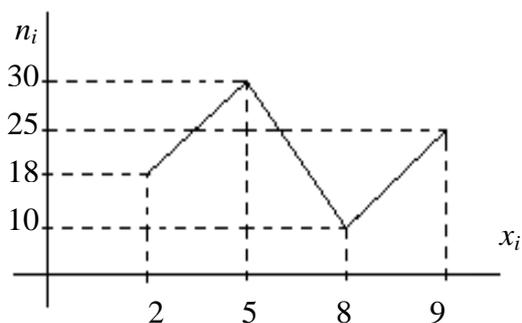
14. На рисунке представлены графики плотности распределения. Укажите вид распределения и расположите среднеквадратические отклонения в порядке увеличения.

- a) Нормальное распределения  
 b) Равномерное распределение  
 c) Показательное распределение

1.  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$   
 2.  $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$   
 3.  $\sigma_3 = \sigma_2 = \sigma_1$



15. На рисунке представлен полигон частот. Определите объем выборки.



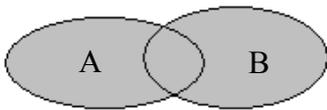
- a) 24  
 b) 30  
 c) 83

### Вариант 3

1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен по уголовному праву, равна 0,7, а вероятность сдачи им экзамена по гражданскому праву – 0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст оба экзамена?

- a) 0,56                      b) 0,15                      c) 0,87

2. На рисунке показаны множества А и В. Результатом какой операции является выделенная область?



- a)  $A \cup B$   
b)  $A \cap B$   
c)  $A \setminus B$

3. Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла равные отрезки. Это утверждение является...

- a) Аксиомой                      b) Определением                      c) Теоремой

4. Заданы три множества:  $A = \{4, 2, 5, 1, 3\}$ ,  $B = \{-1, -2, 0, 1, 2, 3, -3\}$ ,  $C = \{1, 2, 3\}$ . Тогда для них верным утверждением будет...

- a)  $B \setminus A$                       b)  $A \cap B$                       c)  $A \setminus B$

5. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «КОМБИНАТОРИКА». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «РИТОРИКА»                      b) «КОМБАЙН»                      c) «БАТОН»

6. Число  $10101_2$  представьте в десятичной системе счисления...

- a) 21                      b) 42                      c) 50

7. Сумма чисел  $100_2$  и  $101_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

- a)  $1001_2$                       b)  $1000_2$                       c)  $1100_2$

8. Отношение задано неравенством:  $x - 1 < y$ . Тогда данному отношению не принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (2, 3)                      b) (-2, -1)                      c) (0, 0)

9. В корзине 5 зеленых, 3 красных мяча, 4 белых мяча. Наудачу вынимают 1 мяч. Какова вероятность, что он синего или зеленого цвета?

- a)  $\frac{2}{3}$                       b)  $\frac{8}{15}$                       c)  $\frac{1}{3}$



### Вариант 4

1. Для проведения экзамена создается комиссия из трех преподавателей. Сколько различных комиссий можно составить из 15 преподавателей?

- a) 75                                      b) 2730                                      c) 3375

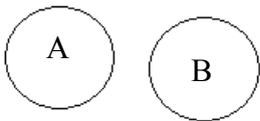
2. Даны три множества  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $B = \{5,6,7,8,9\}$ ,  $C = \{1,2,3,4\}$ . Тогда для них верным равенством является...

- a)  $C = A \cup B$                               b)  $C = A \cap B$                               c)  $C = A \setminus B$

3. В урне 2 зеленых и 5 синих мячей. Из урны наудачу вынимают один мяч. Какова вероятность, что он зеленый или синий?

- a) 1    b)  $\frac{2}{5}$     c)  $\frac{2}{7}$

4. Пусть A и B множества, изображенные на рисунке. Пересечением этих множеств является множество...



- a) A  
b) B  
c)  $\emptyset$

5. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	2	4	6
$p_i$	0,5	0,4	0,1

Тогда дисперсия  $D(X)$  случайной величины равна...

- a) 1,76                                      b) 12    c) 3,2

6. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «СЛЕДОВАТЕЛЬ». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «ДЕЛО»                                      b) «СЛЕД»                                      c) «ВАЯТЕЛЬ»

7. Отношение задано неравенством:  $x - 1 + y < 0$ . Тогда данному отношению не принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (0, 0)                                      b) (1, 1)                                      c) (-1, 1)

8. Вектор – это направленный отрезок. Это утверждение является...

- a) Определением                              b) Теоремой                                      c) Аксиомой

9. Число 11 представьте в двоичной системе счисления...

a)  $1011_2$

b)  $1101_2$

c)  $1111_2$

10. Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность, что выпадет нечетное число очков на верхней грани, равна...

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{6}$

c)  $\frac{2}{3}$

11. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (без возвращения). Найти вероятность, что оба шара белые.

a)  $\frac{3}{7}$

b)  $\frac{15}{91}$

c)  $\frac{9}{49}$

12. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,2	0,4	

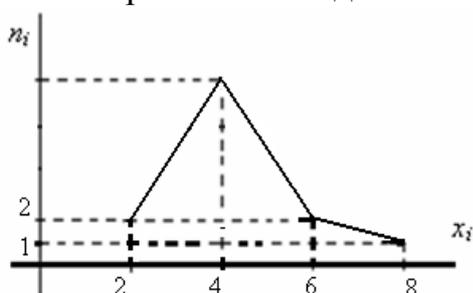
Тогда пропущенная вероятность равна

a) 0,4

b) 0,3

c) 0,6

13. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=10$ , полигон частот которой имеет вид:



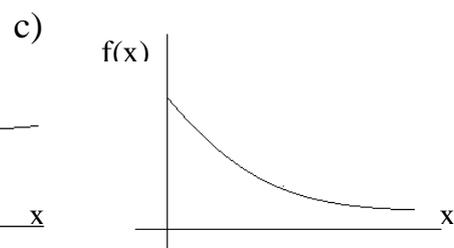
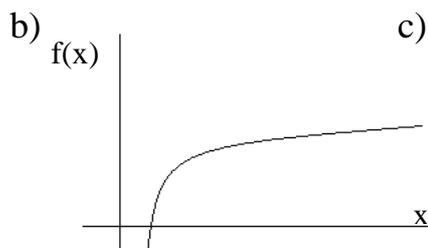
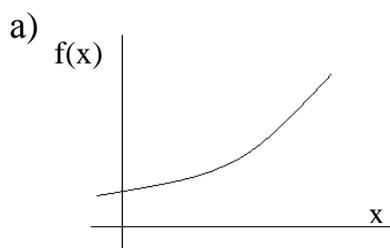
Тогда число вариант  $x_i = 4$  в выборке равно ...

a) 5

b) 7

c) 4

14. График плотности распределения вероятностей для показательного закона изображен на рисунке...



15. Выпущено 100 лотерейных билетов из них 5 выигрышных. Вероятность того, что куплен выигрышный билет, равна...

a) 0,1

b) 0,2

c) 0,05

### Вариант 5

1. В урне 12 шаров: 3 белых, 4 черных, 5 красных. Какова вероятность вынуть из урны черный шар?

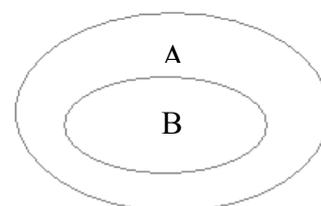
- a)  $\frac{1}{4}$                                       b)  $\frac{1}{3}$                                       c)  $\frac{4}{9}$

2. Даны множества:  $A = \{0, 1, -1, -3, -2\}$  и  $B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ , тогда верно что...

- a) Множество  $A$  – подмножество множества  $B$   
b) Множества  $A$  и  $B$  равны  
c) Множество  $A$  – дополнение множества  $B$

3. Пусть  $A$  и  $B$  множества, изображенные на рисунке. Разностью этих множеств является множество...

- a)  $A$   
b)  $B$   
c)  $\emptyset$



4. В студенческой группе 12 девушек и 16 юношей. Сколькими способами можно выбрать двух студентов одного пола?

- a) 372                                      b) 192                                      c) 56

5. Число  $1111_2$  представьте в десятичной системе счисления ...

- a) 15                                      b) 16                                      c) 10

6. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	2	4	6
$p_i$	0,5	0,4	0,1

Тогда математическое ожидание  $M(X)$  случайной величины равно...

- a) 1,76                                      b) 12                                      c) 3,2

7. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «НАКАЗАНИЕ». Из этого алфавита можно закодировать слово:

- a) «КАРА»                                      b) «КАЗАН»                                      c) «ЗАКОН»

8. Отношение задано неравенством:  $x^2 < -y$ . Тогда данному отношению принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (0, 0)                                      b) (1, 1)                                      c) (-2, 2)

9. Сумма чисел  $1111_2$  и  $101_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

- a)  $10100_2$                       b)  $10000_2$                       c)  $11000_2$

10. В коробке 5 синих карандашей. Событие – «вынут из коробки красный карандаш» является...

- a) Невозможным                      b) Достоверным                      c) Случайным

11. Сколько трехзначных чисел можно составить из чисел 0, 1, 2, 8, 9, 7, если цифры не могут повторяться?

- a) 100                                      b) 60                                      c) 125

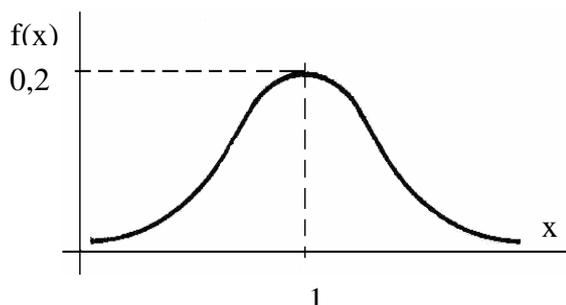
12. В урне 5 зеленых и 5 синих шаров. Вероятность того, что извлеченный шар будет зеленым или синим, равна...

- a)  $\frac{1}{2}$                                       b) 1                                      c)  $\frac{1}{5}$

13. Вероятность банкротства для первой фирмы равна 0,2, для второй 0,1. Вероятность того, что обе фирмы обанкротятся равна...

- a) 0,02                                      b) 0,3                                      c) 0,15

14. На рисунке представлен график функции плотности распределения. Укажите вид распределения и определите чему равно математическое ожидание случайной величины.



- a) Нормальное распределения  
 b) Равномерное распределение  
 c) Показательное распределение
1.  $M(x)=0,2$                       2.  $M(x)=1$                       3.  $M(X)=0$

15. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=30$ . В таблице приведено статистическое распределение выборки:

$x_i$	2	3	5	6
$n_i$	9	7	$n_3$	4

Тогда число вариант  $x_i = 11$  в выборке равно ...

- a) 10                                      b) 16                                      c) 5

### Вариант 6

1. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «ВЕРОЯТНОСТЬ». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «ВЕРА»                                      б) «ТОН»                                      в) «СОН»

2. Даны множества:  $A = \{-3,5,1,0,8\}$ ,  $B = \{-3,5,-1,0,1\}$  и  $C = \{5,0,1\}$ , тогда верно что...

- a)  $C = A \cup B$                                       б)  $C = A \cap B$                                       в)  $C = A \setminus B$

3. На рисунке показаны множества A и B. Результатом какой операции является выделенная область?



- a)  $A \cup B$   
б)  $A \cap B$   
в)  $A \setminus B$

4. Число 17 представьте в двоичной системе счисления...

- a)  $10001_2$                                       б)  $10000_2$                                       в)  $11000_2$

5. Отношение задано неравенством:  $x + y - 10 > 0$ . Тогда данному отношению принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (5, 6)                                      б) (1, -1)                                      в) (-2, 0)

6. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,3	0,4	0,3

Тогда дисперсия  $D(X)$  случайной величины равна...

- a) 0,6                                      б) 8,6                                      в) 4,6

7. Какова вероятность вынуть из колоды в 36 карт два туза подряд?

- a)  $\frac{1}{105}$                                       б)  $\frac{1}{18}$                                       в)  $\frac{1}{81}$

9. Количество перестановок букв в слове «Цветок» равно ...

- a) 720                                      б) 360                                      в) 1200

10. Вероятность вытащить окрашенную деталь из первого ящика равна 0,4, из второго ящика – 0,9. Из каждого ящика вынули по детали. Какова вероятность того, что они окрашены?

- a) 0,36                                      б) 0,8                                      в) 0,56

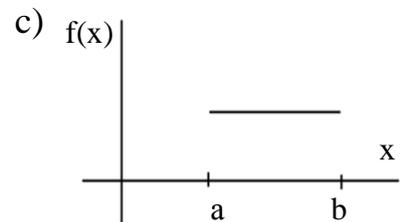
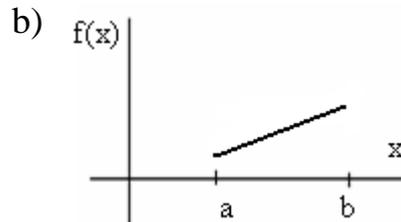
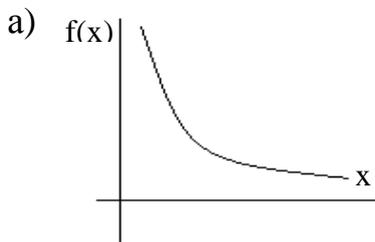
11. Монету подбросили один раз. Событие А – «выпала решка» и событие В – «выпал орел» являются...

- а) Совместными                      б) Несовместными                      в) Противоположными

12. Из урны, в которой находятся 2 белых, 5 черных, 3 красных шаров, наудачу вынимается один. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным...

- а)  $\frac{1}{5}$                                       б)  $\frac{1}{10}$                                       в)  $\frac{1}{2}$

13. Укажите график плотности распределения для равномерного закона распределения.



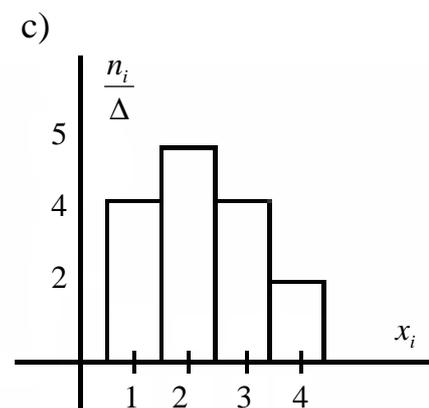
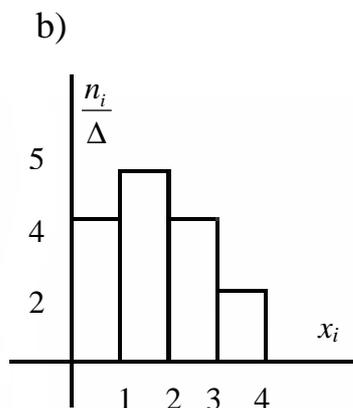
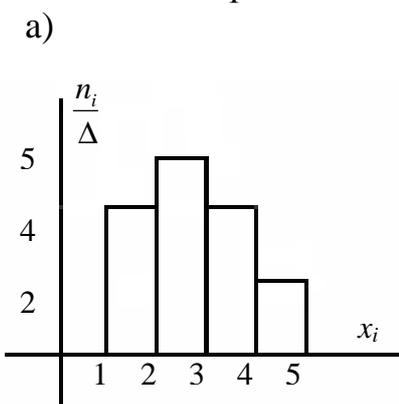
14. Сумма чисел  $1111_2$  и  $10111_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

- а)  $111111_2$                                       б)  $100000_2$                                       в)  $100110_2$

15. Дана таблица

№ интервалов	границы интервалов	плотность частоты, $\frac{n_i}{\Delta}$	$\frac{n_i}{\Delta \cdot n}$
1	1 – 2	4	4/15
2	2 – 3	5	5/15
3	3 – 4	4	4/15
4	4 – 5	2	2/15

Тогда гистограмма имеет вид...







## Вариант 8

1. Число 10, записанное в десятичной системе счисления, представьте в двоичной системе счисления....

a)  $1010_2$

b)  $1000_2$

c)  $1100_2$

2. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	5	6	7
$p_i$	0,2	0,4	0,5

Тогда математическое ожидание случайной величины  $X$  равно...

a) 6,9

b) 1,1

c) 8,7

3. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «ИНФОРМАТИКА». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

a) «РОМАНТИКА»

b) «ТРОН»

c) «ФОНАРЬ»

4. Количество перестановок букв в слове «СЛОН» равно ...

a) 64

b) 4

c) 24

5. Совокупность всех подлежащих изучению объектов или возможных результатов всех мыслимых наблюдений, называется генеральной совокупностью. Это утверждение является...

a) Аксиомой

b) Теоремой

c) Определением

6. Отношение задано неравенством:  $2x + 3y - 10 > 0$ . Тогда данному отношению не принадлежит одна из следующих пар чисел...

a) (5, 6)

b) (1, -1)

c) (3, 5)

7. В цветочном киоске 7 видов цветов. Сколькими способами можно составить букет, содержащий три цветка разных видов?

a) 35

b) 21

c) 10

8. В ящике 10 пронумерованных шаров номерами от 1 до 10. Вынули 1 шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара меньше 10?

a) 0,1

b) 1

c) 0,9

10. Сумма чисел  $1111_2$  и  $100_2$ , записанных в двоичной системе счисления, равна...

a)  $11011_2$

b)  $10011_2$

c)  $11111_2$

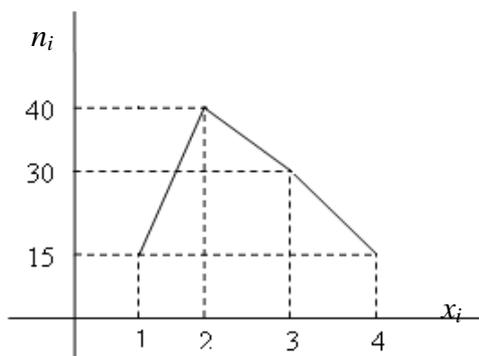
11. Даны три множества  $A = \{12, 5, -5, 0, 9, -8\}$ ,  $B = \{10, 8, 3, 4\}$ ,  $C = \{5, -8, 0, 9\}$ . Тогда для них верным утверждением является...

- a) Множество  $C$  есть подмножество множества  $A$
- b) Множество  $C$  равно разности множеств  $A$  и  $B$
- c) Множество  $C$  есть пересечение множеств  $A$  и  $B$

12. В урне находятся 12 пронумерованных шаров номерами от 1 до 12. Опыт состоит в выборе только одного шара. Укажите совместные события:

- a) Событие  $A$  – появление шара с нечетным номером, событие  $B$  – появление шара с четным номером
- b) Событие  $C$  – появление шара с номером большим, чем 3, событие  $D$  – появление шара с номером меньшим, чем 7
- c) Событие  $A$  – появление шара с нечетным номером, событие  $D$  – появление шара с номером меньшим, чем 7

13. На рисунке представлен полигон частот. Определите объем выборки.



- a) 100
- b) 85
- c) 40

14. Прибор состоит из двух элементов. Вероятность поломки первого элемента равна 0,2, второго элемента – 0,15. Найти вероятность того, что оба элемента откажут.

- a) 0,03
- b) 0,35
- c) 0,3

15. В ящике 8 стандартных деталей и 3 нестандартных. Какова вероятность вынуть в первый раз нестандартную деталь, а во второй раз – стандартную?

- a)  $\frac{12}{55}$
- b)  $\frac{24}{121}$
- c)  $\frac{2}{11}$

## Вариант 9

1. Сумма чисел  $110_2$  и  $1101_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

a)  $11111_2$

b)  $11101_2$

c)  $10011_2$

2. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «МАТЕМАТИКА». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

a) «МАМА»

b) «ТЕМА»

c) «КОМА»

3. Количество перестановок букв в слове «Paint» равно...

a) 25

b) 120

c) 625

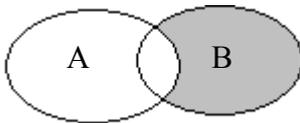
4. Даны три множества  $A = \{0,5,8,6\}$ ,  $B = \{1,2,7,3,11\}$ ,  $C = \{11,5,0,6,7,8,2,3,1\}$ . Тогда для них верным утверждением является...

a)  $C = A \cup B$

b)  $C = A \cap B$

c)  $C = B \setminus A$

5. На рисунке показаны множества  $A$  и  $B$ . Результатом какой операции является выделенная область?



a)  $B \setminus A$

b)  $A \cap B$

c)  $A \setminus B$

6. В урне находятся 12 пронумерованных шаров номерами от 1 до 12. Событие «вынут шар с номером меньшим, чем 13»:

a) Достоверное

b) Случайное

c) Невозможное

7. Отношение задано неравенством:  $5x - 2y < 0$ . Тогда данному отношению не принадлежит одна из следующих пар чисел...

a) (4, 1)

b) (7, -1)

c) (1, 5)

8. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 5, 8, 9, 1, 4, 7, если цифры в числе не повторяются?

a) 18

b) 120

c) 20

9. В урне 13 шаров: 5 желтых, 4, красных, 4 зеленых. Вероятность того, что будет вынут желтый шар равна...

a)  $\frac{5}{13}$

b)  $\frac{1}{5}$

c)  $\frac{5}{8}$







## Вариант 11

1. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «УНИВЕРСИТЕТ». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «ВЕРСИЯ»                      b) «СЕВЕР»                      c) «РИС»

2. Отношение задано неравенством:  $(x+4)^2 < -y$ . Тогда данному отношению принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (0, 1)                              b) (-10, 2)                      c) (-1, -5)

3. Число 31, записанное в десятичной системе счисления, представьте в двоичной системе счисления....

- a)  $10100_2$                               b)  $11111_2$                               c)  $11001_2$

4. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	2	4	5
$p_i$	0,6	0,2	0,2

Тогда дисперсия случайной величины равна...

- a)  $D(X)=1,6$                               b)  $D(X)=7,3$                               c)  $D(X)=2$

5. Даны множества:  $A = \{5,4,8,9,10\}$  и  $B = \{10,8,5,4,9\}$ , тогда верно что...

- a)  $A = B$                                       b)  $A \subset B$                                       c)  $B \subset A$

6. На рисунке показаны множества  $A$  и  $B$ . Результатом какой операции является выделенная область?



- a)  $A \cup B$   
b)  $A \cap B$   
c)  $A \setminus B$

7. Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки. Это утверждение является...

- a) Аксиомой                              b) Теоремой                              c) Определением

8. В коробке 14 карандашей: 2 зеленых, 3 фиолетовых, 4 оранжевых, 5 черных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный карандаш окажется зеленым или фиолетовым.

- a)  $\frac{3}{93}$                                       b)  $\frac{5}{14}$                                       c)  $\frac{2}{5}$

9. Сколькими способами можно выбрать 2 дежурных из 25 учеников класса?

a) 300

b) 50

c) 150

10. Сколькими способами можно расставить 4 разные книги на полке?

a) 24

b) 4

c) 256

11. В корзине 2 зеленых, 3 фиолетовых, 4 оранжевых мяча. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный мяч окажется зеленым.

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{3}$

c)  $\frac{2}{9}$

12. Вероятность банкротства в течение года для первой фирмы равна 0,2, для второй 0,1. Вероятность того, что только одна фирма обанкротится в течение года, равна...

a) 0,26

b) 0,02

c) 0,3

13. Из колоды в 36 карт вытаскивают 2 карты (без возврата). Вероятность того, что только второй картой будет туз, равна...

a)  $\frac{8}{81}$

b)  $\frac{32}{315}$

c)  $\frac{2}{18}$

14. В урне 5 зеленых и 5 синих шаров. Вероятность того, что извлеченный шар будет зеленым или синим, равна...

a)  $\frac{1}{2}$

b) 1

c)  $\frac{1}{5}$

15. Сумма чисел  $1110_2$  и  $1100_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

a)  $11110_2$

b)  $11101_2$

c)  $11010_2$





### Вариант 13

1. Отношение задано неравенством:  $y^2 + 2x + 1 < 0$ . Тогда данному отношению принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (1, 1)                      b) (-3, -1)                      c) (2, -5)

2. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «ГЕОМЕТРИЯ». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «МЕТР»                      b) «ГЕО»                      c) «АРИЯ»

3. Число 29, записанное в десятичной системе счисления, представьте в двоичной системе счисления....

- a)  $11101_2$                       b)  $11111_2$                       c)  $10110_2$

4. Если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны. Это утверждение является...

- a) Аксиомой                      b) Теоремой                      c) Определением

5. В урне находятся 12 пронумерованных шаров номерами от 1 до 12. Какова вероятность того, что будет извлечен шар с четным номером?

- a)  $\frac{1}{2}$                       b)  $\frac{1}{3}$                       c)  $\frac{1}{12}$

6. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	2	4	8	10
$p_i$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

Тогда сумма математического ожидания и дисперсии случайной величины равна ....

- a) 12                      b)  $13/4$                       c)  $20/8$

7. Даны множества:  $A = \{5, 8, 7, 9, 11, 25, 0\}$  и  $B = \{0, 25, 5, 8, 9, 7, 11\}$ , тогда верно что...

- a)  $A = B$                       b)  $A \subset B$                       c)  $B \subset A$

8. На рисунке показаны множества  $A$  и  $B$ . Результатом какой операции является выделенная область?



- a)  $A \cup B$   
b)  $B \setminus A$   
c)  $A \setminus B$



### Вариант 14

1. Отношение задано неравенством:  $2x+1 > y$ . Тогда данному отношению не принадлежит одна из следующих пар чисел...

- a) (0, 0)                      b) (6, -8)                      c) (3, 4)

2. Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «МЕЛАНХОЛИЯ». Из этого алфавита невозможно закодировать слово:

- a) «ХОЛМ»                      b) «ХОЛЛ»                      c) «ЛОКОН»

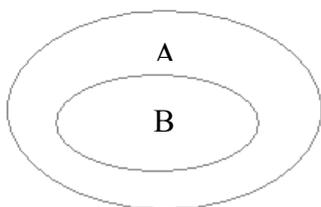
3. Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон. Это утверждение является...

- a) Аксиомой                      b) Теоремой                      c) Определением

4. Даны множества:  $A = \{-1,5, -9, 6, 8, 2\}$ ,  $B = \{5, 7, 3, -1, -5, 6, 0\}$  и  $C = \{-9, 8, 2\}$ , тогда верно что...

- a)  $C = B \setminus A$                       b)  $C = A \cap B$                       c)  $C = A \setminus B$

5. Пусть A и B множества, изображенные на рисунке. Объединением этих множеств является множество...



- a) A  
b) B  
c)  $\emptyset$

6. Число  $1100_2$ , записанное в двоичной системе счисления, представьте в десятичной системе счисления....

- a) 12                      b) 24                      c) 34

7. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

$x_i$	2	4	8	10
$p_i$	0,2	0,3	0,4	$p_5$

Тогда вероятность  $p_3$  и математическое ожидание случайной величины  $Y=2X$  равны ....

- a)  $p_3=0,5$ ,  $M(X)=10$                       b)  $p_3=0,1$ ,  $M(X)=11,6$                       c)  $p_3=0,6$ ,  $M(X)=12,8$

8. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3?

- a) 9                      b) 6                      c) 3

9. В корзине 5 белых и 5 черных шаров. Событие А – вынули черный шар является...

- a) Достоверным                      b) Невозможным                      c) Случайным

10. В урне находятся 12 пронумерованных шаров номерами от 1 до 12. Какова вероятность того, что будет извлечен шар с номером меньшим, чем 5?

- a)  $\frac{1}{3}$                                       b)  $\frac{5}{12}$                                       c)  $\frac{1}{12}$

11. Имеется 8 видов цветов. Сколькими способами можно составить букет из 5 разных цветов?

- a) 56                                      b) 336                                      c) 40

12. В урне 4 зеленых, 5 голубых, 7 желтых шаров. Какова вероятность вынуть в первый раз желтый шар, во второй раз – зеленый?

- a)  $\frac{11}{16}$                                       b)  $\frac{7}{64}$                                       c)  $\frac{7}{60}$

13. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,8, второй экзамен – 0,7. Какова вероятность того, что студент только один экзамен?

- a) 0,06                                      b) 0,24                                      c) 0,38

14. Сколько различных «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «Дело»?

- a) 24                                      b) 12                                      c) 48

15. Статистическим распределением выборки называют...

- a) перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.  
b) совокупность объектов, отобранных случайным образом из генеральной совокупности  
c) отношение числа наблюдений к объему выборки.



10. В урне 2 зеленых, 3 черных, 4 оранжевых, 5 красных шаров. Какова вероятность вынуть красный шар?

a)  $\frac{5}{14}$

b)  $\frac{1}{14}$

c)  $\frac{1}{5}$

11. Вероятность того, что нужная книга есть на абонементе, равна 0,5, в читальном зале – 0,8. Какова вероятность того, что эта книга есть на абонементе и в читальном зале?

a) 0,4

b) 0,6

c) 1

12. В урне 2 зеленых, 3 черных, 4 оранжевых, 5 красных шаров. Какова вероятность вынуть при первом испытании зеленый шар, при втором - черный?

a)  $\frac{5}{91}$

b)  $\frac{5}{98}$

c)  $\frac{1}{2}$

13. Сумма чисел  $1000_2$  и  $1001_2$ , записанных в двоичной системе счисления равна...

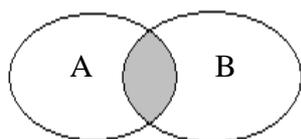
a)  $10001_2$

b)  $10000_2$

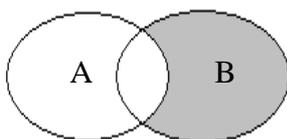
c)  $11000_2$

14. Укажите рисунок, на котором показан результат операции  $A/B$ :

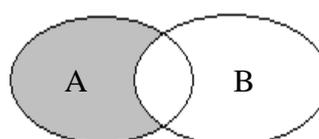
a)



b)



c)



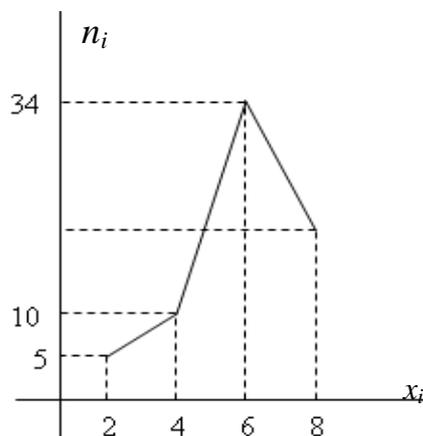
15. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=70$ , полигон частот которой показан на рисунке.

Тогда число вариант  $x_i = 8$  равно...

a) 21

b) 22

c) 20



**Задания из московского тестирования, проводившегося в АмГУ  
в 2007 году.**

**Задание 1.**

Установите правильное соответствие между математическим утверждением и его формулировкой.

1. «Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны».
2. «Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну».
3. « В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

**Варианты ответов:**

- a) Определение;
- b) Теорема;
- c) Аксиома

**Задание 2.**

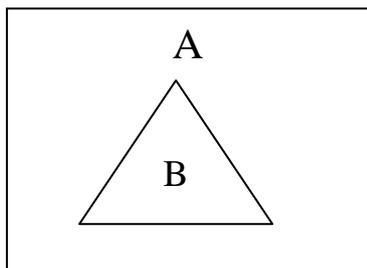
Заданы множества  $A = \{1,2,3\}$  и  $B = \{1,2,3,4,5\}$ , тогда для них верным утверждением будет...

**Варианты ответов:**

- a) «Множество  $A$  включает множество  $B$ »;
- b) «Множество  $A$  есть подмножество множества  $B$ »;
- c) « Множества  $A$  и  $B$  равны»

**Задание 3.**

Пусть  $A$  и  $B$  множества изображенные на рисунке:



Тогда объединением этих множеств является...

**Варианты ответов:**

- a)  $A$
- b)  $A \setminus B$
- c)  $B$
- d)  $\emptyset$

**Задание 4.**

Отношение задано неравенством:  $x + 3y \leq 0$ , тогда данному отношению принадлежит следующая пара чисел...

**Варианты ответов:**

- a) (-1; 1)      b) (0; 0)      c) (2; 2)      d) (1; 3)

**Задание 5.**

Количество перестановок букв в слове «Word» равно...

**Варианты ответов:**

- a) 16      b) 8      c) 24      d) 20

**Задание 6.**

Сколько различных двузначных чисел можно составить из четырех цифр: 1, 2, 3, 4, если все цифры в числе разные?

**Варианты ответов:**

- a) 6      b) 24      c) 12      d) 4

**Задание 7.**

Игральный кубик бросают один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков более трех, равна...

**Варианты ответов:**

- a)  $\frac{1}{3}$       b) 0      c)  $\frac{1}{2}$       d) 1

**Задание 8.**

Для посева берут семена из двух пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,9, а во втором 0,7. Взяли по одному семени из каждого пакета, тогда вероятность того, что оба они прорастут, равна...

**Варианты ответов:**

- a) 0,63      b) 1,6      c) 0,8      d) 0,9

**Задание 9.**

Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

X	1	4
P	0,4	0,6

Тогда математическое ожидание  $M(X)$  этой случайной величины равно...

Варианты ответов:

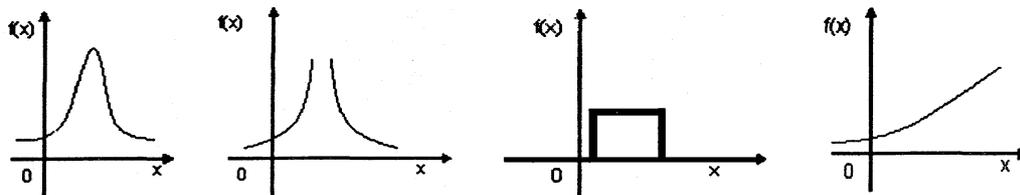
- a) 2                      b) 2,1                      c) 02,8                      d) 1

### Задание 10.

График плотности распределения вероятностей для нормального закона изображен на рисунке...

Варианты ответов:

- a)                      b)                      c)                      d)



### Задание 11.

В урне находятся 6 шаров: 3 белых и 3 черных. Событие А заключается в том, что вынули белый шар. Событие В – вынули черный шар. Опыт состоит в выборе только одного шара. Тогда для этих событий **неверным** будет утверждение:

Варианты ответов:

- a) «События А и В несовместны»  
b) «Вероятность события В равна  $\frac{1}{2}$ »  
c) «События А и В равновероятны»  
d) «Событие А невозможно»

### Задание 12.

Вероятность наступления некоторого события не может быть равна...

- a)  $\frac{1}{2}$                       b) 1                      c) 0                      d) 2

### Задание 13.

Число 136 в двоичной системе счисления имеет вид...

- a) 10001000                      b) 10000100                      c) 10100000                      d) 10000001

#### **Задание 14.**

Сумма чисел 1010 и 111, записанных в двоичной системе счисления, равна...

- a) 10110                      b) 10001                      c) 10101                      d) 11001

#### **Задание 15.**

Рассматривается алфавит, состоящий из букв слова «ЗЕМЛЯНИКА». Из этого алфавита невозможно закодировать слово...

- a) КИНО  
b) ЗЕМЛЯ  
c) НЯЛЕ  
d) МАМА

### **Литература**

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Высшая школа, 2000. – 367с.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Начала теории множеств. – М.: МЦНМО, 1999. – 128с.
3. Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М. Математика. Общий курс: Учебник. – СПб.: Издательство «Лань», 2004. – 960с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Элиста, 1996. – 416с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и мат. статистика: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
6. Рассолов М.М., Чубакова С.Г., Элькин В.Д. Элементы высшей математики для юристов: Учебное пособие. – М.: Юристь, 1999. – 184с.
7. Турецкий В.Я. Математика и информатика. – М.: ИНФРА – М, 2000. – 560с.

## Содержание

Введение	3
Глава 1. Дисциплина «Математика» и ее место в учебном процессе	4
§ 1. Цели и задачи учебной дисциплины «Математика»	4
§ 2. Содержание учебной дисциплины «Математика»	4
§ 3. Формы контроля знаний студентов	6
Вопросы для подготовки к зачету	7
Глава 2. Краткие теоретические сведения и примеры решения заданий тестирования	9
§ 1. Понятие аксиоматической формализованной теории	9
§ 2. Множества	11
§ 3. Элементы комбинаторики	14
§ 4. Элементы теории вероятности	16
§ 5. Случайные величины	21
§ 6. Основы математической статистики	23
§ 7. Двоичная система счисления	26
Варианты тестов для самостоятельной работы	28
Задания из московского тестирования, проводившегося в АмГУ в 2007 году	58
Литература	61

**Анжелика Владимировна Голик,**

*ассистент кафедры ОМиИ АмГУ*

**Ольга Васильевна Ефимова,**

*ассистент кафедры ОМиИ АмГУ*

**Практикум по математике. Учебно-методическое пособие.**

---

Изд-во АмГУ. Подписано к печати .Формат 60×84/16. Усл. печ. л. уч.-  
изд. л. Тираж