Федеральное агентство по образованию
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГОУВПО «АмГУ»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой АПП и Э
______________А.Н. Рыбалев
«____»__________2007 г.

Математические основы управления
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

для специальности
220301– Автоматизация технологических процессов и производств
(по отраслям)

Составитель: А.Н. Рыбалев, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники АмГУ

Благовещенск
2007 г.

Учебно-методический комплекс дисциплины включает в себя следующие документы:

1. ***Рабочая программа дисциплины***
2. ***План-конспект лекций***
3. ***Методические указания к выполнению самостоятельных и практических работ***
4. ***Учебное пособие к выполнению РГР***
5. ***Вопросы для тестирования***
6. ***Дополнительные материалы:***

   6.1. Методические рекомендации к проведению практических занятий

   6.2. Методические рекомендации к выполнению самостоятельной работы

   6.3. Перечень программных продуктов, используемых при изучении дисциплины

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
Амурский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_______________ Е.С. Астапова
личная подпись, И.О.Ф

«__» _______________ 200__г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине «Математические основы управления»

для специальности 22.03.01 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Курс 3 Семестр 5

Лекции 36 (час.) Экзамен 5

Практические (семинарские) занятия 18 (час.)

Самостоятельная работа 36 (час.)

Всего часов 90

Составитель А.Н. Рыбалев, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники
(И.О.Ф., должность, ученое звание)

Факультет Энергетический

Кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники

2006 г.

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта ВПО 657900 «Автоматизированные технологии и производства» и учебного плана специальности 22.03.01 «Автоматизация технологических процессов и производств»: блок математических и естественнонаучных дисциплин, дисциплины национально-регионального компонента ЕН.Р.02 «Математические основы управления»

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники

«__» _____________200___ г., протокол № ______________

Заведующий кафедрой ____________________ А.Н. Рыбалев

Рабочая программа одобрена на заседании УМС 22.03.01 «Автоматизация технологических процессов и производств»

«__» _____________200___ г., протокол № _____

Председатель_____________________________ А.Н. Рыбалев

СОГЛАСОВАНО
Начальник УМУ
_________________ Г.Н. Торопчина
(подпись, И.О.Ф.)

«__» _____________200___ г.

СОГЛАСОВАНО
Председатель УМС факультета
_____________ Ю.В. Мясоедов
(подпись, И.О.Ф.)

«__» _____________200___ г.

СОГЛАСОВАНО
Заведующий выпускающей кафедрой
___________________ А.Н. Рыбалев
(подпись, И.О.Ф.)

«__» _____________200___ г.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Предметом изучения дисциплины «Математические основы управления» являются вопросы математического описания элементов и систем автоматического управления.

В процессе всех видов занятий по изучению дисциплины «Математические основы управления» студенты должны выполнить следующие задачи:

- изучить методы описания и анализа линейных систем с помощью дифференциальных уравнений;
- изучить методы описания и анализа линейных систем с помощью переходных функций и частотных характеристик;
- изучить методы описания и анализа линейных систем с помощью интегральных преобразований;

В результате изучения дисциплины студенты должны приобрести следующие навыки и умения:

- уметь составлять дифференциальные уравнения для типовых элементов автоматических систем;
- уметь описывать с помощью дифференциальных уравнений в различных формах записи линейные автоматические системы;
- уметь решать различными методами дифференциальные уравнения автоматических систем.

Теоретической базой дисциплины «Математические основы управления» являются курсы математики и спец. глав математики (разделы: линейная алгебра, дифференциальные уравнения, операционное исчисление и др.)

В свою очередь, изучаемая дисциплина является базой для изучения всех последующих дисциплин кибернетического блока («Теория автоматического управления», «Современные системы управления», «Моделирование систем» и др.)

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1 ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ (36 часов)

1.1 Введение – 4 часа.

Основные понятия теории управления. Управление ручное, автоматизированное, автоматическое. Объект управления и его математическая модель. Цель управления. Регулирование. Структура системы управления. Классификация систем управления.

1.2 Математическое описание линейных объектов и систем – 8 часов.

Уравнения в пространстве состояний. Пример описания объекта в пространстве состояний. Модели вход-выход. Дифференциальные уравнения и передаточные функции. Преобразование моделей. Передаточная матрица объекта и системы. Представления систем, заданных передаточными функциями в пространстве состояний. Метод прямого программирования. Каноническое представление. Параллельное программирование. Последовательное программирование. Получение линейной модели объекта. Аналитические методы. Линеаризация нелинейных зависимостей, уравнения в отклонениях. Экспериментальные методы получения математического описания: методы активного и пассивного экспериментов. Построение модели системы с помощью моделей входящих в нее звеньев: объединение уравнений состояния, правила преобразования структурных схем.

1.3. Исследование линейных объектов и систем – 8 часов.

Статические характеристики линейных объектов и систем. Переходная и импульсная переходная характеристики, их использование для расчета реакции системы на произвольное воздействие. Применение теоремы об изображении свертки и интеграла Дюамеля. Пример расчета. Физическая интерпретация. Частотные характеристики объектов и систем. Амплитудная и фазовая частотные характеристики. Понятие полосы пропускания системы. Логарифмические частотные характеристики. Преимущества использования логарифмической амплитудно-частотной характеристики при анализе и синтезе систем. Амплитудно-фазовая характеристика, ее получение по передаточной функции системы. Вещественная и мнимая частотные характеристики. Минимально-фазовые звенья, особенности их частотных характеристик.

1.4. Типовые (элементарные) звенья систем автоматического регулирования – 16 часов.

Идеальное статическое (усилительное) звено. Характеристики и условия использования. Идеальное интегрирующее звено. Характеристики, примеры. Апериодическое звено первого порядка: представление в пространстве состояний, переходные и частотные характеристики, применение звена для упрощенного описания объектов по их разгонным характеристикам. Апериодическое звено второго порядка: основные характеристики. Колебательное звено второго порядка: представление в пространстве состояний, переходные и частотные характеристики. Влияние параметров звена на его характеристики. Определение параметров колебательного звена по переходной характеристике. Консервативное звено. Идеальное дифференцирующее звено и его характеристики. Форсирующее звено и его характеристики. Реальное дифференцирующее звено: примеры, представление в пространстве состояний, переходные и частотные характеристики. Интегро-дифференцирующее (упругое) звено: представление в пространстве состояний, переходные и частотные характеристики. Звено запаздывания: переходные и частотные характеристики.

2 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (18 часов)

2.1 Построение линейных моделей тепловых и электромеханических объектов и устройств – 2 часа.

2.2 Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования – 2 часа.

2.3 Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы – 2 часа.

2.4 Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления – 2 часа.

2.5 Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы – 2 часа.

2.6 Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки – 2 часа.

2.7 Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами – 2 часа.

2.8 Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев – 2 часа.

2.9 Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования – 2 часа.

3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (36 часов)

Самостоятельная работа предусматривает:

– выполнение индивидуальных практических заданий по темам практических работ (18 часов);

– выполнение расчетно-графической работы (18 часов).

Темы индивидуальных практических заданий:

3.1 Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования – 4 часа.

3.2 Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы – 2 часа.

3.3 Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления – 2 часа.

3.4 Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы – 2 часа.

3.5 Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки – 2 часа.

3.6 Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами – 2 часа.

3.7 Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев – 2 часа.

3.8 Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования – 2 часа.

Тема расчетно-графической работы: «Математическое описание линейной системы и ее анализ». Расчетно-графическая работа выполняется как первая часть курсового проекта по дисциплине «Теория автоматического управления» «Анализ и синтез следящей системы автоматического регулирования угла поворота исполнительного вала с двигателем постоянного тока независимого возбуждения».

Необходимые теоретические сведения, задание и исходные данные на курсовой проект содержатся в учебном пособии:

А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию. Учебное пособие. Благовещенск, Амурский гос. ун-т, 2004, 145 с.

4. ПЕРЕЧЕНЬ И ТЕМЫ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ФОРМ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Промежуточный контроль знаний студентов по дисциплине предусматривает две контрольные точки в 5 семестре, оценки по которым выставляются на основе информации о выполнении практических заданий, РГР, а также на основе тестирования теоретических знаний, полученных за прошедший период обучения. Предусмотрено тестирование по темам:

4.1. Математическое описание линейных систем автоматического регулирования – 5 семестр, 1-я контрольная точка;

4.2. Переходные и частотные характеристики линейных систем автоматического регулирования – 5 семестр, 2-я контрольная точка.

5. ЭКЗАМЕН

Экзамен предусматривает ответы на два теоретических вопроса и решение задачи.

Вопросы к экзамену:

1. Понятие об управлении. Объект управления и его мат. модель. Цель управления. Регулирование.
2. Структура и классификация систем автоматического регулирования.
3. Математическое описание линейных объектов и систем. Уравнения в пространстве состояний.
4. Математическое описание линейных объектов и систем. Дифференциальные уравнения и передаточные функции.
5. Передаточная матрица многомерных линейных динамических систем.
6. Моделирование одномерных систем в пространстве состояний. Метод прямого программирования. Каноническое представление.
7. Моделирование одномерных систем в пространстве состояний. Методы параллельного и последовательного программирования.
8. Линеаризация нелинейных динамических характеристик.
9. Правила преобразования структурных схем.
10. Исследование линейных объектов и систем. Переходные характеристики.
11. Определение реакции системы на произвольное входное воздействие по ее переходной характеристике. Интеграл Дюамеля.
12. Частотные характеристики линейных систем.
13. Логарифмические частотные характеристики линейных систем. Особенности частотных характеристик минимально-фазовых звеньев.
14. Типовые звенья систем автоматического регулирования.
15. Идеальные усилительное и интегрирующие звенья.

16. Апериодическое звено первого порядка.

17. Апериодическое звено второго порядка.

18. Колебательное звено. Представление в пространстве состояний. Переходная характеристика.

19. Колебательное звено. Переходная характеристика и ее анализ.

20. Колебательное звено. Частотные характеристики.

21. Дифференцирующие звенья. Идеальное дифференцирующее и форсирующее звенья.

22. Реальное дифференцирующее звено.

23. Интегро-дифференцирующее звено.

24. Звено запаздывания.

Тематика задач:

1. По структурной схеме определить уравнения в пространстве состояний (и, возможно, передаточную матрицу).

2. По заданным уравнениям в пространстве состояний построить структурную схему.

3. По заданным уравнениям в пространстве состояний определить передаточную матрицу.

4. По передаточной функции построить модель в пространстве состояний (прямым, последовательным или параллельным методом).

5. Линеаризовать нелинейное диф. уравнение или систему диф. уравнений.

6. Преобразовать структурную схему системы.

7. Определить переходную характеристику линейного объекта (системы).

8. Определить частотную характеристику линейного объекта (системы).

9. Провести анализ колебательного звена.

10. Провести анализ интегро-дифференцирующего звена.

Для допуска к экзамену достаточными основаниями являются выполнение, сдача и проверка РГР и всех практических работ (заданий). В порядке исключения к экзамену может также быть допущен студент, не выполнивший одну или две работы (задание).

Студент, не сдавший одной или двух работ (заданий) и допущенный к экзамену в порядке исключения, отвечает также дополнительные вопросы по теме этого работ (заданий). Для подготовки ответа студенту отводится 40 мин. Для получения удовлетворительной оценки достаточно показать знание основных понятий по теме вопросов и показать направление решения задачи. Оценка «хорошо» выставляется студенту, правильно решившему задачу и показавшему способность экономического, математического, технического и др. обоснований применяемых решений. Оценка «отлично» выставляется, если, кроме того, студент правильно ответил на дополнительные вопросы по темам, смежным с темами основных вопросов. При этом неправильные ответы на дополнительные вопросы могут служить основанием для снижения оценки до «удовлетворительно», если эти ответы свидетельствуют о слабом понимании материала.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. ПЕРЕЧЕНЬ ОБЯЗАТЕЛЬНОЙ (ОСНОВНОЙ) ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 А.М. Александров и др. Линейные одномерные системы автоматического управления: Учебное пособие по курсу «Теория автоматического управления»/ А.М. Александров, С.И. Губаренко, И.В. Меркурьев – М.: Изд.-во МЭИ, 1998 – 86 с.

1.2 В.А. Бессекерский. Теория автоматического управления: Учебное пособие/ В.А. Бессекерский, Е.П. Попов. – СПб: Профессия, 2004 – 750 с.

1.3 А.А. Ерофеев. Теория автоматического управления: Учеб. Рек. Мин. образ. РФ/ А.А. Ерофеев – 2 изд., доп. и перераб. – СПб: Политехника, 2003 – 303 с.

1.4 Теория автоматического управления: Учебник. Рек. Мин. образ. РФ/ В.И. Брюханов, М.Г. Косов, С.П. Протопопов и др.: Ред. Ю.М. Соломенцев. – 4 изд., стер. М.: Высшая школа, 2003 – 270 с.

1.5 А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию. Учебное пособие. Благовещенск, Амурский гос. ун-т, 2004, 145 с.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

2.1 Е.Л. Еремин. Динамические модели и S-моделирование систем. Моногр. АмГУ. Фак. мат. и информ. Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2003, 338 с.,

2.2 Е.Л. Еремин. Моделирование динамических систем (практикум на языке MATLAB): Учеб. пособие. АмГУ. Фак. мат. и информ. Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2004, 152 с. – для углубленного изучения вопросов моделирования динамических систем.

2.3. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 3 т.: Учебник. Рек. Минобразования РФ/ Ред. Н.Д. Егупов. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 2000 – для углубленного изучения некоторых направлений теории автоматического управления.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ) КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия (номера)		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
			практич. (семин.)	лаборат.		содержание	час.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	Основные понятия теории управления. Управление ручное, автоматизированное, автоматическое. Объект управления и его математическая модель. Цель управления. Регулирование.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР	2	Контрольная точка и тестирование №1, экзамен
2	1	Структура системы управления. Классификация систем управления.	1. Построение линейных моделей тепловых и электромеханических объектов и устройств		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР	2	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
3	2	Математическое описание линейных объектов и систем. Уравнения в пространстве состояний. Пример описания объекта в пространстве состояний. Модели вход-выход. Дифференциальные уравнения и передаточные функции.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	Преобразование моделей. Передаточная матрица объекта и системы. Представления систем, заданных передаточными функциями в пространстве состояний. Метод прямого программирования. Каноническое представление. Параллельное программирование. Последовательное программирование.	2. Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
5	2	Получение линейной модели объекта. Аналитические методы. Линеаризация нелинейных зависимостей, уравнения в отклонениях. Экспериментальные методы получения математического описания: методы активного и пассивного экспериментов.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
6	2	Построение модели системы с помощью моделей входящих в нее звеньев: объединение уравнений состояния, правила преобразования структурных схем.	3. Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
7	3	Статические характеристики линейных объектов и систем. Переходная и импульсная переходная характеристики.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	Использование переходных характеристик для расчета реакции системы на произвольное воздействие. Применение теоремы об изображении свертки и интеграла Дюамеля. Пример расчета. Физическая интерпретация.	4. Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
9	3	Частотные характеристики объектов и систем. Амплитудная и фазовая частотные характеристики. Понятие полосы пропускания системы. Логарифмические частотные характеристики. Преимущества использования логарифмической амплитудно-частотной характеристики при анализе и синтезе систем.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
10	3	Амплитудно-фазовая характеристика, ее получение по передаточной функции системы. Вещественная и мнимая частотные характеристики. Минимально-фазовые звенья, особенности их частотных характеристик.	5. Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен

1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	4	Типовые (элементарные) звенья систем автоматического регулирования. Идеальное статическое (усилительное) звено. Характеристики и условия использования. Идеальное интегрирующее звено. Характеристики, примеры.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
12	4	Апериодическое звено первого порядка: представление в пространстве состояний, переходные и частотные характеристики, применение звена для упрощенного описания объектов по их разгонным характеристикам.	6. Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
13	4	Апериодическое звено второго порядка: основные характеристики. Колебательное звено второго порядка: представление в пространстве состояний. переходные и частотные характеристики.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
14	4	Колебательное звено второго порядка: переходные и частотные характеристики.	7. Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	4	Влияние параметров колебательного звена на его характеристики. Определение параметров колебательного звена по переходной характеристике. Консервативное звено.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
16	4	Идеальное дифференцирующее звено и его характеристики. Форсирующее звено и его характеристики. Реальное дифференцирующее звено: примеры, представление в пространстве состояний.	8. Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
17	4	Реальное дифференцирующее звено: переходные и частотные характеристики. Интегро-дифференцирующее (упругое) звено: представление в пространстве состояний.			А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен
18	4	Интегро-дифференцирующее (упругое) звено: переходные и частотные характеристики. Звено запаздывания: переходные и частотные характеристики.	9. Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования.		А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по темам практических занятий	2	Проверка индивидуального задания, экзамен

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Энергетический факультет

А.Н. Рыбалев

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ

ПЛАН-КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Благовещенск
2007

Содержание

1. Введение - 4 часа

1.1. Основные понятия теории управления. Управление ручное, автоматизированное, автоматическое. Объект управления и его математическая модель. Цель управления. Регулирование. Структура системы управления.

1.2. Классификация систем управления.

Классификация по способу управления: разомкнутые системы с управлением по задающему и по возмущающему воздействиям, замкнутые системы с управлением по отклонению, комбинированные системы.

Классификация по виду задающего сигнала: системы стабилизации и системы воспроизведения, в т.ч. программные и следящие системы.

Классификация по количеству выходных (регулируемых) координат: одномерные и многомерные системы. Подходы к построению многомерных систем: несвязное, связное управление, автономные системы.

Классификация по типу зависимости выходной величины от входной: линейные и нелинейные системы. Принцип суперпозиции для линейных систем.

Классификация систем по постоянству параметров: стационарные и нестационарные системы.

Классификация по виду сигналов: непрерывные и дискретные системы. Классификация дискретных систем: релейные, импульсные и цифровые системы.

2. Математическое описание линейных объектов и систем - 8 часов.

2.1. Уравнения в пространстве состояний. Пример описания объекта (двигатель постоянного тока независимого возбуждения с управлением по якорной цепи) в пространстве состояний.

2.2. Модели вход-выход. Дифференциальные уравнения и передаточные функции линейных объектов и систем. Дифференциальные уравнения и передаточные функции двигателя постоянного тока независимого возбуждения с управлением по якорной цепи.

2.3. Преобразование моделей линейных объектов и систем. Передаточная матрица объекта и системы.

Представления систем, заданных передаточными функциями в пространстве состояний. Метод прямого программирования (пример). Каноническое представление. Параллельное программирование (пример). Последовательное программирование (пример).

2.4. Получение линейной модели объекта.

Аналитические методы. Линеаризация нелинейных зависимостей, уравнения в отклонениях. Примеры линеаризации дифференциальных уравнений высокого порядка и систем дифференциальных уравнений первого порядка.

Экспериментальные методы получения математического описания. Методы активного и пассивного экспериментов: общая характеристика.

2.5. Построение модели системы с помощью моделей входящих в нее звеньев.

Объединение уравнений состояния отдельных звеньев и получение уравнений состояний системы.

Правила преобразования структурных схем. Передаточные функции последовательного и параллельного соединения звеньев, а также соединения в виде обратной связи. Преобразования структуры системы: переносы сумматоров и линий связи через звенья. Пример получения передаточных функций системы путем структурных преобразований.

3. Исследование линейных объектов и систем - 8 часов.

3.1. Статические характеристики линейных объектов и систем. Определение коэффициентов передачи системы по каналам воздействия с помощью уравнений в пространстве состояний, по передаточным функциям звеньев системы и по передаточным функциям системы в целом.

3.2. Переходная и импульсная переходная характеристики. Определения. Расчет переходных характеристик для звена первого порядка.

Использование переходных характеристик для расчета реакции системы на произвольное воздействие. Применение теоремы об изображении свертки и интеграла Дюамеля. Пример расчета. Физическая интерпретация.

3.3. Частотные характеристики линейных объектов и систем. Амплитудная и фазовая частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ). Понятие полосы пропускания системы. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ). Преимущества использования логарифмической амплитудно-частотной характеристики при анализе и синтезе систем. АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ последовательного соединения звеньев.

3.4. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ). Вещественная и мнимая частотные характеристики (ВЧХ и МЧХ). Связь между частотными характеристиками. Получение АФЧХ системы по ее передаточной функции.

3.5. Минимально-фазовые звенья, особенности их частотных характеристик.

4. Типовые (элементарные) звенья систем автоматического регулирования - 16 часов.

4.1. Идеальное статическое (усилительное) звено. Уравнение. Характеристики и условия использования (примеры).

4.2. Идеальное интегрирующее звено.

Дифференциальное уравнение и передаточная функция. Физический смысл постоянной времени интегрирования. Примеры: емкость с жидкостью, сервопривод. Уравнения в пространстве состояний. Переходные характеристики. Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

4.3. Апериодическое звено первого порядка. Дифференциальное уравнение и передаточная функция. Примеры звена: простейшие линейные электрические цепи, уравнение нагрева однородного тела.

Представление в пространстве состояний. Переходные характеристики. Определение постоянной времени звена по его переходной характеристике. Связь времени переходного процесса с постоянной времени. Физический смысл постоянной времени и его обоснование. Использование апериодического звена для аппроксимации динамических характеристик реальных объектов: описание в отклонениях (пример).

Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

4.4. Звенья второго порядка. Дифференциальное уравнение, передаточная функция и их параметры (коэффициент передачи, постоянная времени и коэффициент демпфирования). Влияние коэффициента демпфирования на характер звена (на вид корней характеристического полинома).

Пример звена второго порядка (линейная электрическая цепь).

Апериодическое звено второго порядка как последовательное соединений двух звеньев первого порядка.

4.5. Колебательное звено. Каноническое представление звена в пространстве состояний. Параллельная модель звена в пространстве состояний.

Вывод уравнений переходной характеристики через корни характеристического полинома и параметры передаточной функции. Связь между корнями характеристического полинома и параметрами передаточной функции.

Анализ переходной характеристики звена. Время максимумов и минимумов, время переходного процесса, влияние постоянной времени и коэффициента демпфирования на время процесса, частоту колебаний и перерегулирование. Определение параметров звена по экспериментально снятой переходной характеристике.

Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ. Амплитудно-частотная характеристика: условие наличия максимума (резонанса) и резонансная частота. Максимальное значение АЧХ. Фазочастотная характеристика: влияние коэффициента демпфирования. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика: влияние коэффициента демпфирования.

Консервативное звено: особенности АФЧХ, АЧХ и ФЧХ, а также вид переходной характеристики.

4.6. Идеальное дифференцирующее звено. Дифференциальное уравнение и передаточная функция. Переходная характеристика. Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

4.7. Форсирующее звено первого порядка. Переходная характеристика. Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

4.8. Реальное дифференцирующее звено. Дифференциальное уравнение и передаточная функция. Структура звена.

Пример звена (линейная электрическая цепь постоянного тока). Представление в пространстве состояний.

Переходная характеристика звена. Определение начального и конечного значений характеристики по уравнениям в пространстве состояний.

Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

4.9. Интегро-дифференцирующее (упругое) звено. Дифференциальное уравнение и передаточная функция. Структура звена.

Пример звена (линейная электрическая цепь постоянного тока). Представление в пространстве состояний.

Переходная характеристика звена. Определение начального и конечного значений характеристики по уравнениям в пространстве состояний.

Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ и их анализ.

4.10. Звено запаздывания. Определение. Уравнение и передаточная функция звена. Пример звена (подача сыпучего материала на конвейер с последующим взвешиванием).

Динамическое запаздывание. Использование звена при аппроксимации экспериментальных динамических характеристик.

Переходная характеристика звена.

Частотные характеристики: АФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ и их анализ.

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Энергетический факультет

А.Н. Рыбалев

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ

ПОСОБИЕ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Учебное пособие

Благовещенск

2007

Содержание

Введение

Данное пособие предназначено для студентов специальности 220301, изучающих дисциплину «Математические основы управления» и выполняющие по данной дисциплине самостоятельные практические задания, а также для преподавателей, ведущих практические занятия и контролирующих самостоятельную работу студентов.

В пособии представлены примеры выполнения заданий и краткие теоретические сведения в части, касающейся вопросов теории управления. Вопросы «чистой» математики, например, методы решения дифференциальных уравнений, в пособии не рассматриваются. В случае необходимости студенты должны обратиться к соответствующей литературе.

Порядок выполнения заданий следующий.

На практическом занятии преподаватель выдает каждому студенту индивидуальное задание (исходные данные). Далее у доски разбирается один из вариантов. На следующем занятии студенты должны сдать выполненные работы.

На первом практическом занятии, по теме которого не предусмотрено индивидуальное задание, производится входной контроль знаний по математике (30 мин.), необходимых для изучения дисциплины.

Далее разбираются примеры построения линейных моделей устройств и процессов:

– нагрева однородного тела;

– наполнения жидкостью емкости;

– линейной электрической цепи.

При этом один из студентов выполняет задание у доски, другие совместно с преподавателем помогают ему в этом.

Задание №1. Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования

Исходными данными при выполнении задания являются:

1) матрицы представления MIMO-системы в пространстве состояний;

2) передаточная функция SISO-системы.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Передаточная матрица линейной системы определяется через матрицы уравнений в пространстве состояний по формуле:

$$W(p) = C(pE - A)^{-1}B + D = \frac{C(pE - A)^{+}B}{\det(pE - A)} + D, \tag{1}$$

где A, B, C, D – матрицы системы, E – единичная матрица соответствующих размеров, «+» – символ присоединенной матрицы.

***Пример 1.** (*определение передаточной матрицы*):*

Пусть

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}, C = (1 \quad 2), D = (0 \quad 0,5). \tag{2}$$

Из структуры матриц заключаем, что это система второго порядка с двумя входными и одной выходной переменными.

$$\det(pE - A) = \det\left(\begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}\right) = \det\begin{pmatrix} p+1 & -2 \\ -1 & p+4 \end{pmatrix} = p^2 + 5p + 2. \tag{3}$$

Для определения $(pE - A)^{+}$ сначала определим транспонированную матрицу:

$$(pE - A)^{T} = \begin{pmatrix} p+1 & -1 \\ -2 & p+4 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

и далее присоединенную

$$(pE-A)^{+}=\begin{pmatrix} p+4 & 2 \\ 1 & p+1 \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Найдем $C(pE-A)^{+}B$:

$$C(pE-A)^{+}=(1 \quad 2)\times\begin{pmatrix} p+4 & 2 \\ 1 & p+1 \end{pmatrix}=(p+6 \quad 2p+4). \qquad (6)$$

$$C(pE-A)^{+}B=(p+6 \quad 2p+4)\times\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}=(2p+8 \quad 2p+4). \qquad (7)$$

Далее окончательно получим

$$\begin{aligned} W(p)&=\frac{C(pE-A)^{+}B}{\det(pE-A)}+D=\begin{pmatrix} \dfrac{2p+8}{p^2+5p+2} & \dfrac{2p+4}{p^2+5p+2} \end{pmatrix}+(0 \quad 0{,}5)= \\ &=\begin{pmatrix} \dfrac{2p+8}{p^2+5p+2} & \dfrac{0{,}5p^2+4{,}5p+5}{p^2+5p+2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \qquad (8)$$

Пример 2** (построение моделей)**:

Пусть SISO-система задана передаточной функцией:

$$W(p)=\frac{p^2+5p+4}{2p^3+10p^2+12p}. \qquad (9)$$

Построим модель системы в пространстве состояний методом прямого программирования. Для этого перепишем передаточную функцию в виде

$$W(p)=\frac{0{,}5p^2+2{,}5p+2}{p^3+5p^2+6p}=\frac{0{,}5p^{-1}+2{,}5p^{-2}+2p^{-3}}{1+5p^{-1}+6p^{-2}} \qquad (10)$$

и введем вспомогательную переменную

$$E(p)=\frac{u(p)}{1+5p^{-1}+6p^{-2}}. \qquad (11)$$

Далее из (11) получим

$$E(p)=u(p)-5p^{-1}E(p)-6p^{-2}E(p). \qquad (12)$$

Уравнение выхода можно записать в виде

$$\begin{aligned} y(p)=W(p)u(p)&=\frac{0{,}5p^{-1}+2{,}5p^{-2}+2p^{-3}}{1}E(p)= \\ &=0{,}5p^{-1}E(p)+2{,}5p^{-2}E(p)+2p^{-3}E(p). \end{aligned} \qquad (13)$$

По уравнениям (12) и (13) построим структурную схему системы (рис. 1). Построение ведется слева направо, начиная с сумматора, после которого мы должны получить сигнал E(p).

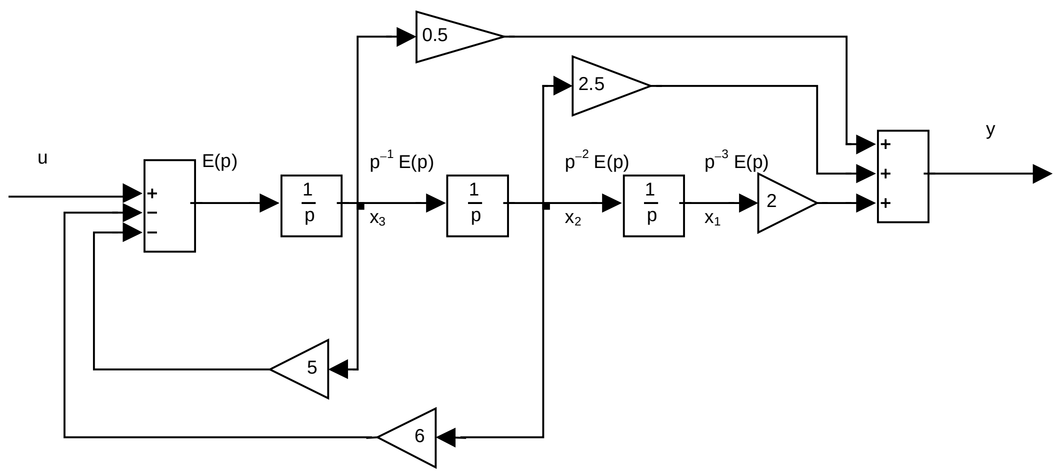


Рис. 1. Структурная схема модели

Обозначив на схеме $x_1 = p^{-3}E(p)$, $x_2 = p^{-2}E(p)$, $x_3 = p^{-1}E(p)$, запишем уравнения в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = x_3; \\ \dot{x}_3 = -6x_2 - 5x_3 + u, \end{cases} \tag{14}$$

$$y = 2x_1 + 2{,}5x_2 + 0{,}5x_3. \tag{15}$$

Матрицы описания системы, таким образом, будут иметь вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix}, \quad D = 0. \tag{16}$$

Построим модель системы в пространстве состояний методом последовательного программирования. Для этого представим исходную передаточную функцию в виде произведения элементарных множителей.

$$W(p) = \frac{p^2 + 5p + 4}{2p^3 + 10p^2 + 12p} = \frac{0{,}5}{p} \cdot \frac{p+1}{p+2} \cdot \frac{p+4}{p+3}. \tag{17}$$

Далее строим последовательно соединенную цепочку моделей.

Первое звено представляет собой соединение масштабного коэффициента и интегратора. Обозначим

$$x_1(p) = \frac{0,5}{p} u(p), \tag{18}$$

Тогда

$$p x_1(p) = 0,5 u(p), \tag{19}$$

или

$$\dot{x}_1 = 0,5 u, \tag{20}$$

Построим модель второго звена. На входе его действует переменная x_1. Обозначим выходную величину звена как y_2, т.е.:

$$\frac{y_2(p)}{x_1(p)} = \frac{p+1}{p+2}. \tag{21}$$

Обозначив $x_2(p) = \dfrac{x_1(p)}{p+2}$, получим

$$p x_2(p) = x_1(p) - 2x_2(p), \tag{22}$$

$$y_2(p) = p x_2(p) + x_2(p) \tag{23}$$

или

$$\dot{x}_2 = x_1 - 2x_2, \tag{24}$$

$$y_2 = \dot{x}_2 + x_2. \tag{25}$$

Аналогично поступая с третьим звеном, получим

$$\dot{x}_3 = y_2 - 3x_3 = \dot{x}_2 + x_2 - 3x_3, \tag{26}$$

$$y = \dot{x}_3 + 4x_3. \tag{27}$$

По уравнениям (20, 24, 25, 26, 27) построим структурную схему системы (рис.2)

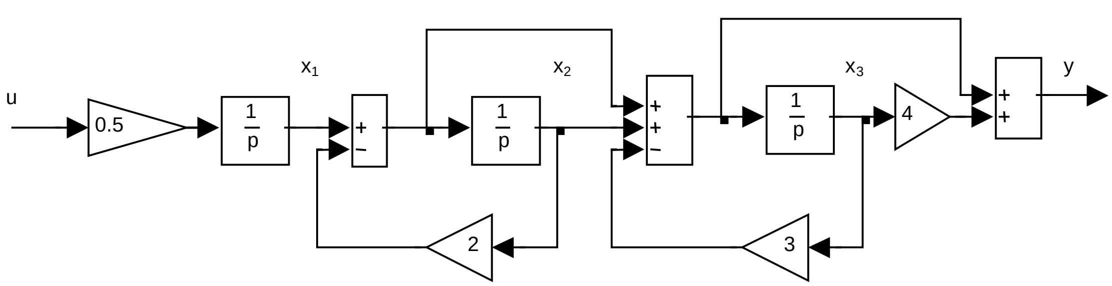


Рис. 2. Структурная схема модели

Запишем уравнения в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0{,}5u; \\ \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2; \\ \dot{x}_3 = \dot{x}_2 + x_2 - 3x_3 = x_1 - x_2 - 3x_3. \end{cases} \tag{28}$$

$$y = \dot{x}_3 + 4x_3 = x_1 - x_2 + x_3.$$

Матрицы описания системы, таким образом, будут иметь вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = 0. \tag{29}$$

Построим модель системы в пространстве состояний методом параллельного программирования. Для этого представим исходную передаточную функцию в виде суммы элементарных дробей-слагаемых с неизвестными пока числителями.

$$W(p) = \frac{p^2 + 5p + 4}{2p^3 + 10p^2 + 12p} = \frac{A_1}{2p} + \frac{A_2}{p+2} + \frac{A_3}{p+3}. \tag{30}$$

Определяя коэффициенты A_1, A_2, A_3, получим

$$\begin{aligned} &A_1(p+2)(p+3) + 2A_2 p(p+3) + 2A_3 p(p+2) = \\ &\quad = p^2(A_1 + 2A_2 + 2A_3) + p(5A_1 + 6A_2 + 4A_3) + 6A_1 = p^2 + 5p + 4. \end{aligned} \tag{31}$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов составим систему уравнений

$$\begin{cases} A_1 + 2A_2 + 2A_3 = 1; \\ 5A_1 + 6A_2 + 4A_3 = 5; \\ 6A_1 = 4, \end{cases} \tag{32}$$

решая которую определим: A_1 = 2/3, A_2, = 1/2, A_3 = -1/3. Обозначим

$$x_1(p) = \frac{A_1}{2p} u(p) = \frac{1}{3} \frac{u(p)}{p}, \tag{33}$$

$$x_2(p) = \frac{A_2}{p+2} u(p) = \frac{1}{2} \frac{u(p)}{p+2}, \tag{34}$$

$$x_3(p) = \frac{A_3}{p+3} u(p) = -\frac{1}{3} \frac{u(p)}{p+3}. \tag{35}$$

Из (33–35) получим

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{3}u, \tag{36}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{2}u - 2x_2, \tag{37}$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{3}u - 3x_3. \tag{38}$$

$$y = x_1 + x_2 + x_3. \tag{39}$$

По уравнениям (36–39) построим структурную схему (рис.3)

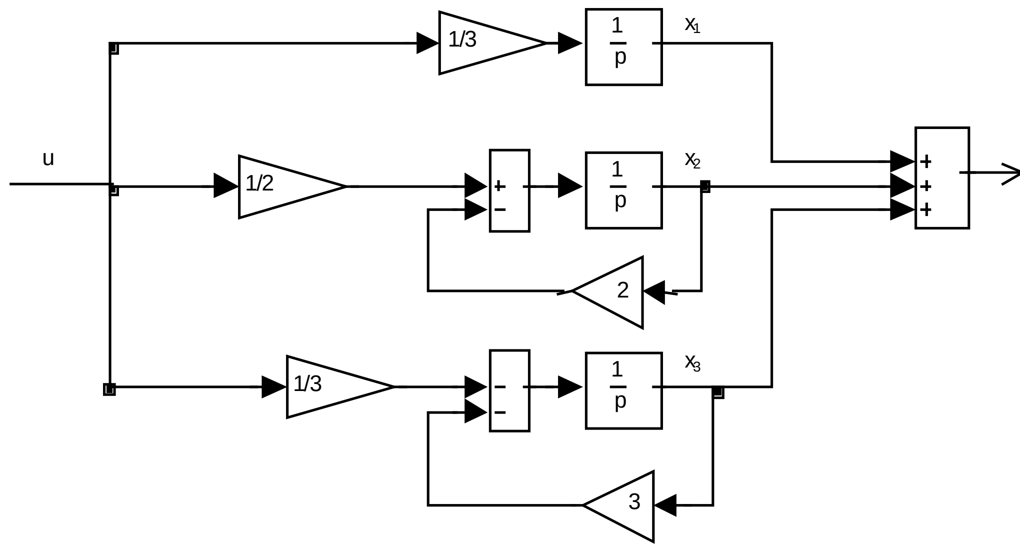


Рис. 3. Структурная схема модели

Матрицы описания системы будут иметь вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ -1/3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = 0. \tag{40}$$

Задание №2. Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы

Исходными данными при выполнении задания являются:

1) нелинейное дифференциальное уравнение третьего-четвертого порядков;

2) система из трех-четырех нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка в форме Коши, дополненная уравнением выхода.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Линеаризация нелинейных дифференциальных уравнений производится путем их разложения в ряд Тейлора в окрестности рабочей точки и отбрасывания членов разложения порядка малости выше первого. Пусть, например, имеется дифференциальное уравнение, связывающее вход и выход системы в виде

$$F\left(y,\frac{dy}{dt},\frac{d^2y}{dt^2},\ldots\frac{d^ny}{dt^n},u,\frac{du}{dt},\frac{d^2u}{dt^2},\ldots\frac{d^mu}{dt^m}\right)=0. \qquad (1)$$

Разложив данное уравнение в ряд Тейлора в окрестности рабочей точки «о» (для которой известны значения y и u, а также всех их производных) и отбросив все члены выше первого порядка малости, получим

$$\left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_o \Delta y+\left.\frac{\partial F}{\partial(dy/dt)}\right|_o \frac{d\Delta y}{dt}+\left.\frac{\partial F}{\partial\left(d^2y/dt^2\right)}\right|_o \frac{d^2\Delta y}{dt^2}+\ldots$$

$$+\left.\frac{\partial F}{\partial\left(d^ny/dt^n\right)}\right|_o \frac{d^n\Delta y}{dt^n} \quad + \quad \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_o \Delta u+\left.\frac{\partial F}{\partial(du/dt)}\right|_o \frac{d\Delta u}{dt}+$$

$$+\left.\frac{\partial F}{\partial\left(d^2u/dt^2\right)}\right|_o \frac{d^2\Delta u}{dt^2}+\ldots+\left.\frac{\partial F}{\partial\left(d^my/dt^m\right)}\right|_o \frac{d^m\Delta u}{dt^m}=0. \qquad (2)$$

Пример1: *линеаризовать дифференциальное уравнение*

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}u+3\frac{du}{dt}y=0 \qquad (3)$$

в окрестности точки $y(0)=-1, u(o)=1, \frac{dy}{dt}(0)=-1, \frac{du}{dt}(0)=1.$

Получим

$$\frac{d^2\Delta y}{dt^2}+2u(0)\frac{d\Delta y}{dt}+3\frac{du}{dt}(0)\Delta y+2\frac{dy}{dt}(0)\Delta u+3y(0)\frac{d\Delta u}{dt}=0, \qquad (4)$$

или

$$\frac{d^2\Delta y}{dt^2} + 2\frac{d\Delta y}{dt} + 3\Delta y - 2\Delta u - 3\frac{d\Delta u}{dt} = 0. \qquad (5)$$

Из (5) можно записать передаточную функцию линеаризованной системы:

$$\frac{\Delta y(p)}{\Delta u(p)} = \frac{3p+2}{p^2+2+3}. \qquad (6)$$

Аналогично производится линеаризация систем нелинейных уравнений.

Пример 2. *Линеаризовать систему*

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1x_2 + u; \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + x_1u; \end{cases} \qquad (7)$$
$$y = x_1 + x_2^2.$$

в окрестностях точки $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 2$, $u(0) = -1$.

Получим

$$\begin{cases} d\Delta x_1/dt = -2x_2(0)\Delta x_1 - 2x_1(0)\Delta x_2 + \Delta u = -4\Delta x_1 - 2\Delta x_2 + \Delta u; \\ d\Delta x_2/dt = u(0)\Delta x_1 - 2\Delta x_2 + x_1(0)\Delta u = -\Delta x_1 - 2\Delta x_2 + \Delta u; \end{cases} \qquad (8)$$
$$\Delta y = \Delta x_1 + 2x_2(0)\Delta x_2 = \Delta x_1 + 4\Delta x_2.$$

Матрицы описания линеаризованной системы в пространстве состояний будут иметь вид

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}, D = 0. \qquad (9)$$

Задание №3. Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления.

Исходными данными при выполнении задания являются:

1) структурная схема системы;

2) передаточные функции всех звеньев.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Правила структурных преобразований позволяют получить передаточные функции САР по передаточным функциям ее звеньев, а также представить структуру системы в удобном для анализа виде.

Формулы преобразований легко выводятся путем сопоставления передаточных функций структур до и после преобразований.

1. Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению их передаточных функций

$$W(p)=\prod_{i=1}^{i=n} W_i(p). \tag{1}$$

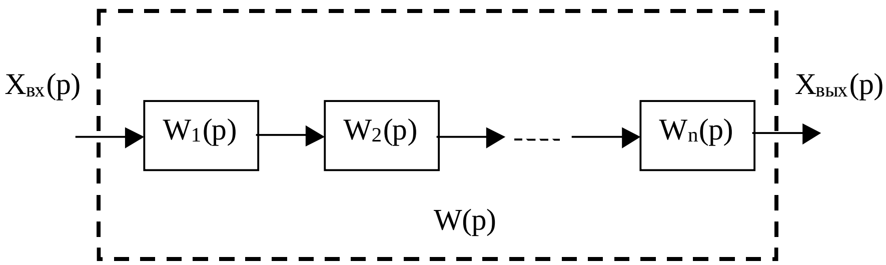


Рис.1. Последовательное соединение звеньев.

2. Передаточная функция системы, состоящих из параллельно соединенных звеньев, равна сумме передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p)=\sum_{i=1}^{i=n} W_i(p). \tag{2}$$

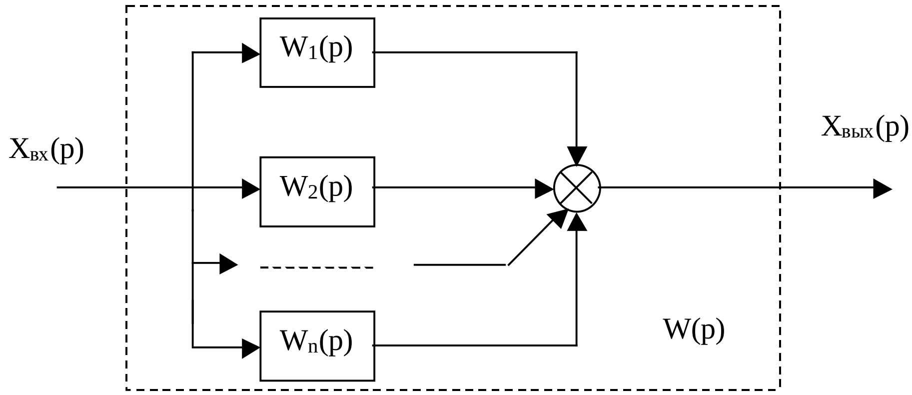


Рис. 2. Параллельное соединение звеньев.

3.Передаточная функция звена, охваченного обратной связью, равна дроби, числитель которой есть передаточная функция самого звена, а знаменатель – единица плюс /минус/ произведение передаточной функции звена и передаточной функции обратной связи:

$$W(p)=\frac{W_1(p)}{1\pm W_1(p)W_2(p)}. \tag{3}$$

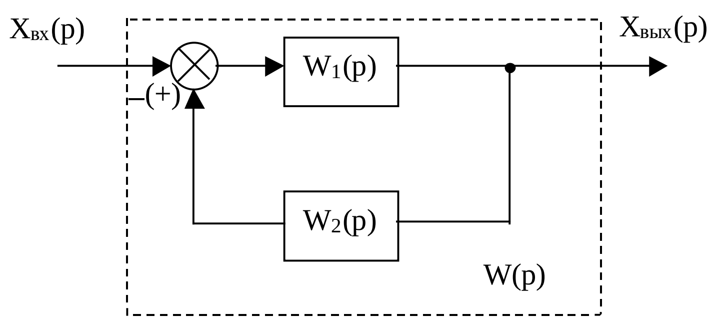


Рис. 3. Соединение звеньев в виде обратной связи.

Знак «+» относится к отрицательной обратной связи, а знак «-» – к положительной.

4. Переносы сумматора.

а) с выхода звена на его вход (рис. 4).

Внешнее воздействие F(p), приложенное к выходу звена с передаточной функцией $W_1(p)$, можно перевести на его вход, поместив между воздействием и сумматором дополнительное звено с передаточной функцией $1/W_1(p)$.

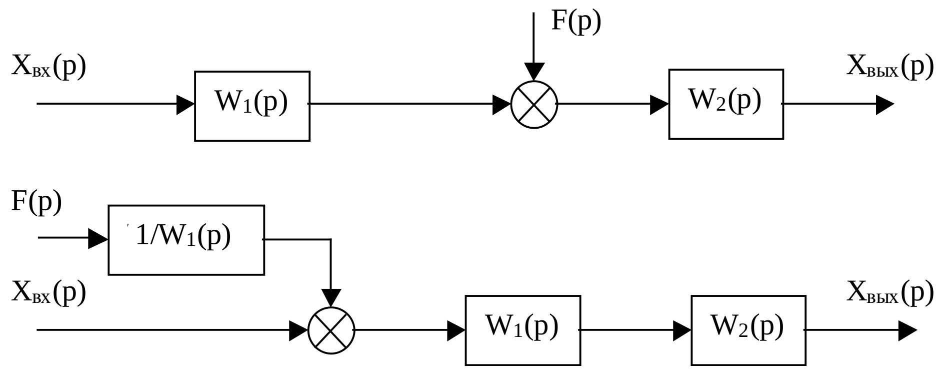


Рис. 4. Перенос сумматора с выхода на вход звена.

б) с входа звена на его выход (рис.5).

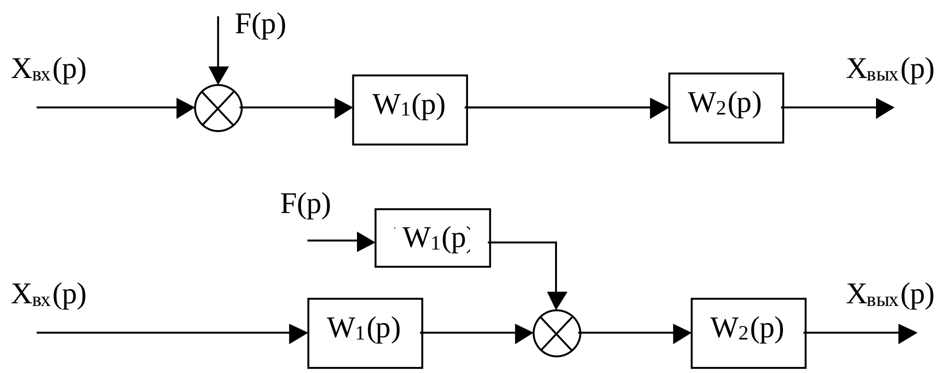


Рис. 5. Перенос сумматора с входа на выход звена.

Внешнее воздействие F(p), приложенное к входу звена с передаточной функцией $W_1(p)$, можно перевести на его выход, поместив между воздействием и сумматором дополнительное звено с передаточной функцией $W_1(p)$.

5. Переносы линии связи.

а) с выхода звена на его вход (рис. 6).

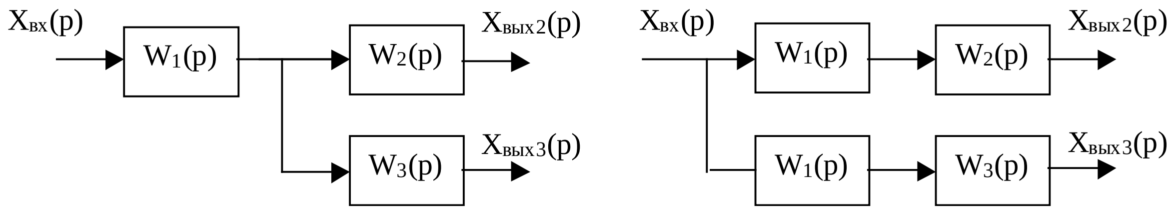


Рис. 6. Перенос линии связи с выхода звена на вход.

Точку присоединения любой структурной связи к выходу звена, имеющего передаточную функцию $W_1(p)$, можно перенести на его вход, включив в эту связь дополнительное звено с той же передаточной функцией $W_1(p)$.

б) с входа звена на его выход (рис.7).

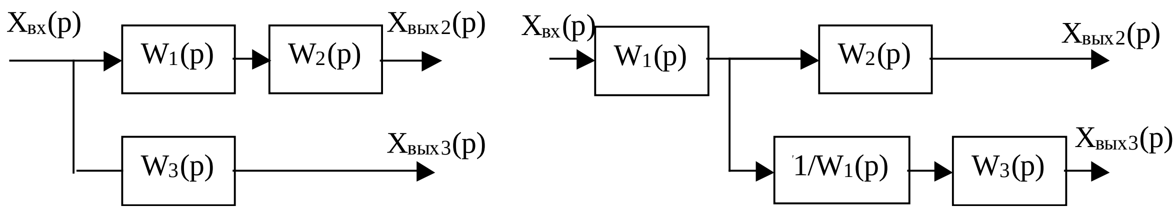


Рис. 7. Перенос линии связи с входа звена на выход.

Точку присоединения любой структурной связи к входу звена, имеющего передаточную функцию $W_1(p)$, можно перенести на его выход, включив в эту связь дополнительное звено с той же передаточной функцией $1/W_1(p)$.

Пример. *Определить передаточные функции и статические характеристики системы (рис.8) по задающему воздействию и возмущению.*

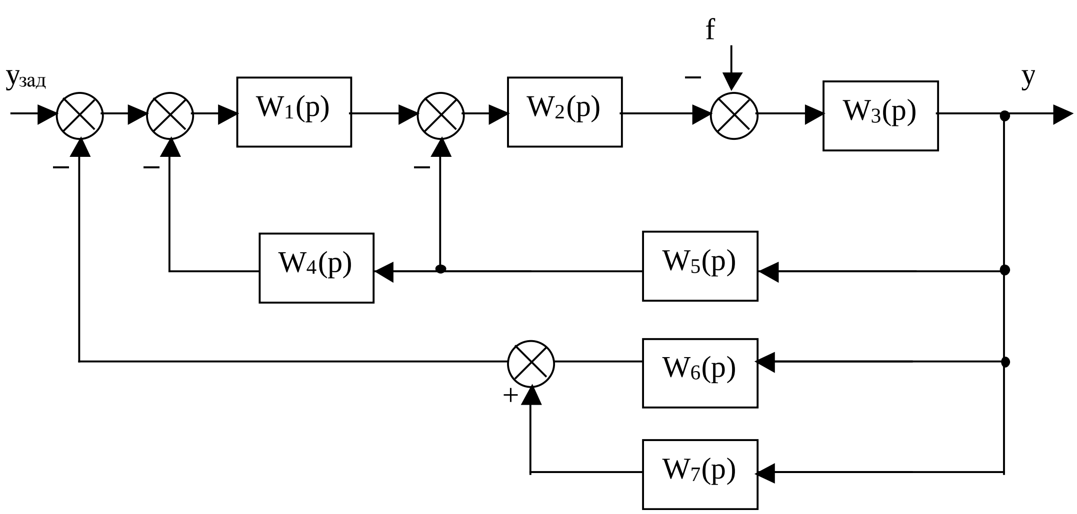


Рис.8. Исходная структурная схема системы

Передаточные функции звеньев:

$$W_1(p) = \frac{10(0{,}1p+1)}{0{,}01p+1},\ W_2(p) = \frac{2}{0{,}5p+1},\ W_3(p) = \frac{1}{3p},\ W_4(p) = 4, \qquad (4)$$

$$W_5(p)=\frac{1}{0{,}2p+1},\ W_6(p)=\frac{2p}{0{,}05p+1},\ W_7(p)=1{,}5\ . \qquad (5)$$

Осуществим ряд преобразований исходной схемы в соответствии с выше приведенными правилами. Шаг 1:

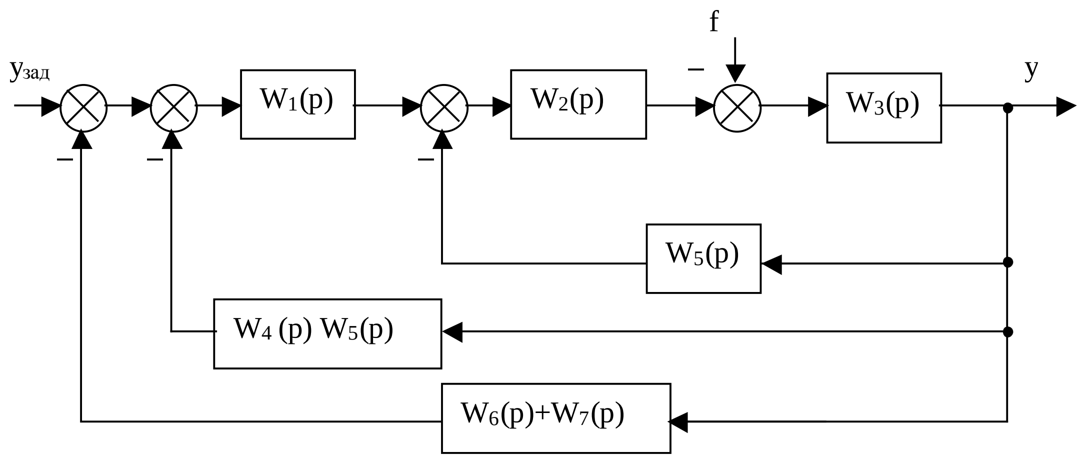


Рис.8. Структурная схема системы (шаг 1)

Шаг 2:

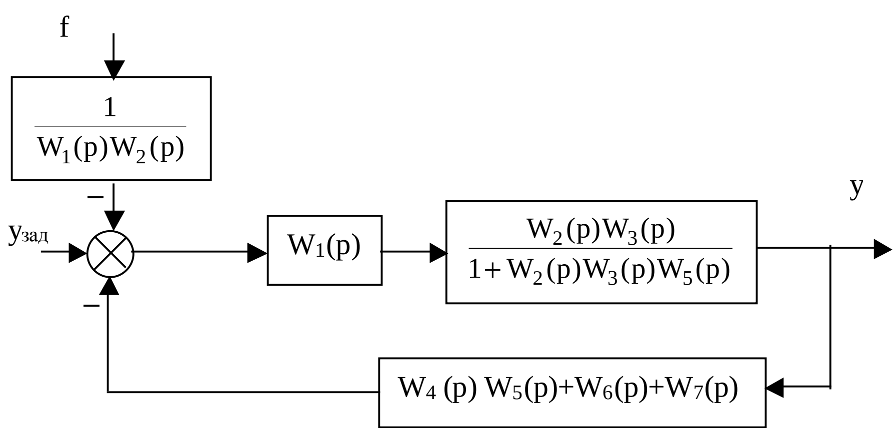


Рис. 9. Структурная схема системы (шаг 2)

Шаг 3:

Рис. 10. Структурная схема системы (шаг 3)

Шаг 4:

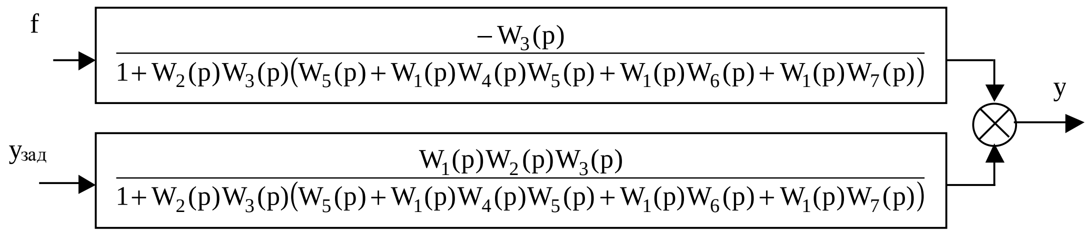


Рис.11. Структурная схема системы (шаг 4)

Определим статические характеристики по каналам. Для этого в передаточных функциях положим p=0. Получим:

$$W_{y_{зад}\to y}(0)=\frac{W_1(0)W_2(0)W_3(0)}{1+W_2(0)W_3(0)\left(W_5(0)+W_1(0)W_4(0)W_5(0)+W_1(0)W_6(0)+W_1(0)W_7(0)\right)}=$$

$$=\frac{10\cdot 2\cdot\infty}{1+2\infty(1+10\cdot 4\cdot 1+10\cdot 0+10\cdot 1{,}5)}=\frac{20\cdot\infty}{1+112\infty}=\frac{20}{112}\approx 0.1786.$$

$$W_{f\to y}(0)=\frac{-W_3(0)}{1+W_2(0)W_3(0)\left(W_5(0)+W_1(0)W_4(0)W_5(0)+W_1(0)W_6(0)+W_1(0)W_7(0)\right)}=$$

$$=\frac{-\infty}{1+2\infty(1+10\cdot 4\cdot 1+10\cdot 0+10\cdot 1{,}5)}=\frac{-\infty}{1+112\infty}=-\frac{1}{112}\approx -0.0089.$$

Таким образом «общая» статическая характеристика системы:

$y = 0{,}1786y_{зад} - 0{,}0089f$.

Задание №4. Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы.

Исходным данным при выполнении задания является передаточная функция системы.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Частотные характеристики описывают вынужденные колебания на выходе элемента (системы), вызванные гармоническим воздействием на его (ее) вход:

$$x_{вх} = x_{вх,max} \sin(\omega t), \tag{1}$$

где $x_{вх,max}$ – амплитуда; ω – частота колебаний.

Вынужденные колебания на выходе линейного элемента (системы) будут иметь ту же частоту, что и на входе, но отличаться амплитудой и фазой:

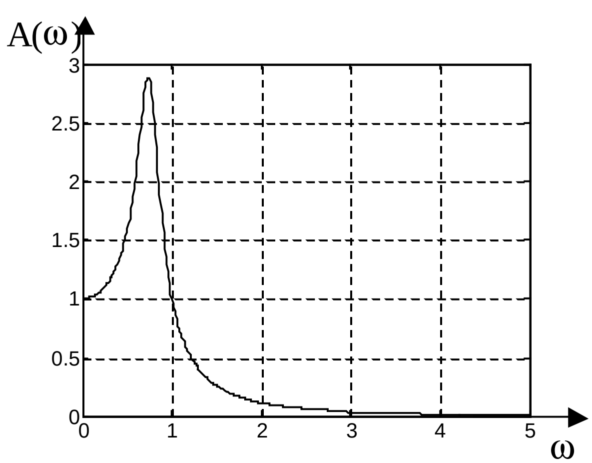
$$x_{вых} = x_{вых,max} \sin(\omega t + \varphi). \tag{2}$$

Амплитудно-частотной характеристикой $A(\omega)$ называется зависимость отношения амплитуд $x_{вых,max}/x_{вх,max}$ от частоты ω:

$$A(\omega) = \frac{x_{вых,max}(\omega)}{x_{вх,max}(\omega)}. \tag{3}$$

Фазочастотной характеристикой $\varphi(\omega)$ называется зависимость от частоты фазового сдвига выходных колебаний по отношению к входным.

На рис. 1 показаны АЧХ и ФЧХ звена с передаточной функцией $W(p) = \dfrac{1}{p^3 + 2p^2 + p + 1}$.



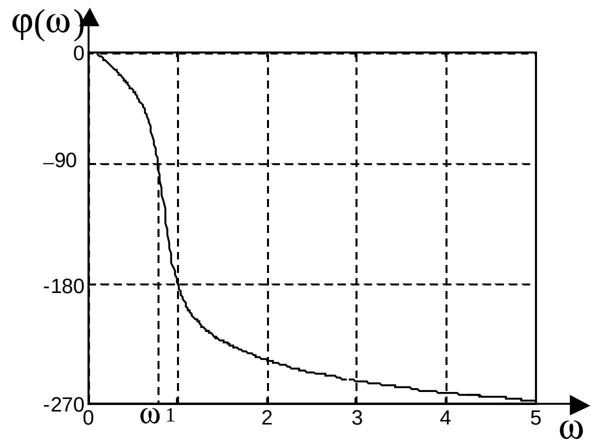


Рис. 1. АЧХ и ФЧХ звена.

Амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики можно объединить в одну *амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ)*, используя их в качестве полярных координат (рис. 2):

$$A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (4)$$

Характеристики P(ω) и Q(ω) называются соответственно вещественной и мнимой частотными характеристиками.

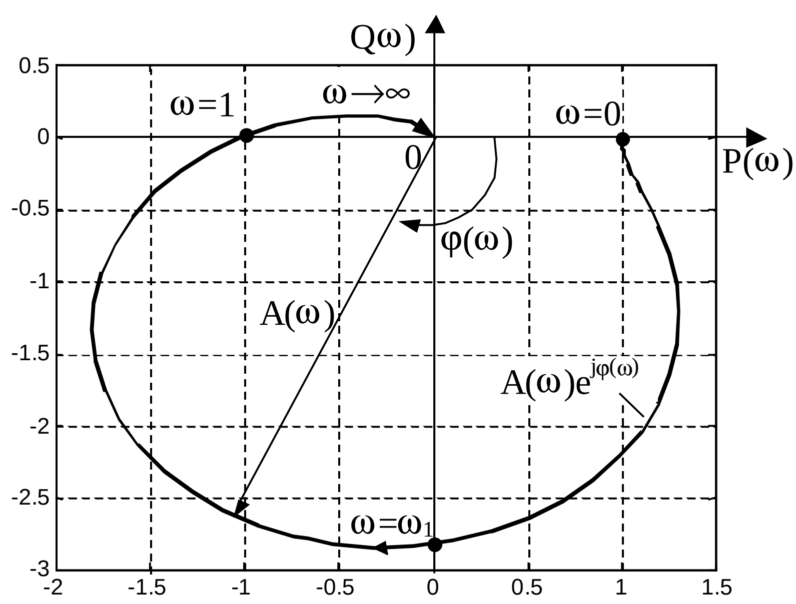


Рис. 2. АФЧХ звена.

Связь между характеристиками P(ω) и Q(ω), с одной стороны, и A(ω) и φ(ω), – с другой, очевидна:

$$\begin{cases} P(\omega) = A(\omega)\cos(\varphi(\omega)); \\ Q(\omega) = A(\omega)\sin(\varphi(\omega)). \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \\ \varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\dfrac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \end{cases} \tag{6}$$

АФЧХ звена или системы можно получить непосредственно по передаточной функции, которая, как показано, представляет собой отношение двух полиномов

$$W(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} = \frac{N(p)}{D(p)}. \tag{7}$$

Если под оператором «p» понимать оператор дифференцирования, то дифференциальное уравнение, соответствующее передаточной функции (7), можно записать следующим образом:

$$x_{вых} D(p) = x_{вх}(p) N(p). \tag{8}$$

Представим колебания на входе и выходе звена в виде:

$$x_{вх} = x_{вх,max} e^{j\omega t}, \tag{9}$$

$$x_{вых} = x_{вых,max} e^{j(\omega t + \varphi)}. \tag{10}$$

Подставим (9) и (10) в (8). При этом учтем следующие очевидные выражения для k-х производных входного и выходного сигналов:

$$p^k x_{вх} = (j\omega)^k x_{вх,max} e^{j\omega t}, \tag{11}$$

$$p^k x_{вых} = (j\omega)^k x_{вых,max} e^{j(\omega t + \varphi)}. \tag{12}$$

Так как слева и справа в уравнении (8) стоят суммы производных, то в результате получим

$$D(j\omega) x_{вых,max} e^{j(\omega t + \varphi)} = N(j\omega) x_{вх,max} e^{j\omega t}, \tag{13}$$

откуда

$$\frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{x_{вых,max} e^{j(\omega t + \varphi)}}{x_{вх,max} e^{j\omega t}} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \tag{14}$$

Следовательно:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \tag{15}$$

Таким образом, АФЧХ линейного звена или САР в целом можно получить путем замены в передаточной функции оператора «р» на оператор «jω».

Порядок преобразований при этом следующий. После подстановки $p = j\omega$ получаем

$$W(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{P_N(\omega) + jQ_N(\omega)}{P_D(\omega) + jQ_D(\omega)}. \tag{16}$$

Освобождаясь от мнимости в знаменателе, окончательно имеем

$$W(j\omega) = \frac{\left(P_N(\omega) + jQ_N(\omega)\right)\left(P_D(\omega) - jQ_D(\omega)\right)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega), \tag{17}$$

где

$$\begin{cases} P(\omega) = \dfrac{P_N(\omega)P_D(\omega) + Q_N(\omega)Q_D(\omega)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)}, \\ Q(\omega) = \dfrac{Q_N(\omega)P_D(\omega) - P_N(\omega)Q_D(\omega)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)}. \end{cases} \tag{18}$$

При исследовании динамических свойств и синтезе систем автоматического регулирования вместо АЧХ часто используется *логарифмическая амплитудно-частотная характеристика* (ЛАЧХ), получаемая через десятичный логарифм АЧХ. В таком случае ЛАЧХ и ФЧХ представляются совместно в виде графиков в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, а по оси ординат – значения ЛАЧХ в децибелах и углов ЛФХ в градусах (или радианах) в равномерном масштабе (рис. 3).

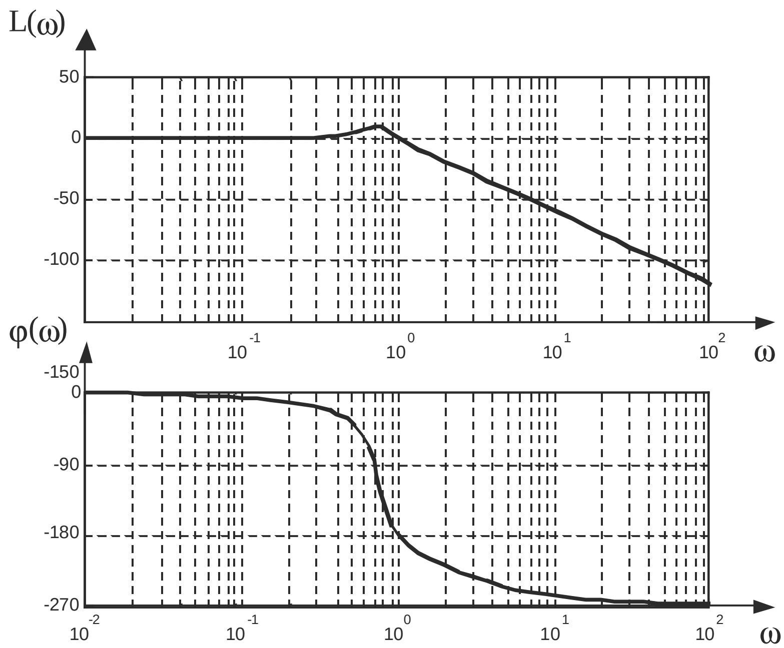


Рис. 3. Логарифмические частотные характеристики звена.

Терминология, которой пользуются при построении логарифмических частотных характеристик, заимствована теорией автоматического регулирования из акустики.

Для измерения отношения двух величин, изменяющихся в широком диапазоне, используется логарифмическая шкала, на которой равномерной единицей является *октава* или *декада*.

Если две частоты отличаются друг от друга в два раза, т.е. $\omega_2/\omega_1 = 2$, то говорят, что частоты ω_1 и ω_2 отличаются друг от друга на одну <u>октаву</u>. Если это отношение равно десяти, т.е. $\omega_2/\omega_1 = 10$, то говорят, что эти частоты отличаются на одну <u>декаду</u>.

При измерении отношений двух мощностей N_1 и N_2 говорят, что они отличаются на один «бел», если $\lg\frac{N_2}{N_1}=1$. Это сравнительно большая единица измерения. При рассмотрении конкретных задач приходится иметь дело с более мелкой единицей, называемой децибелом. Данная величина определяется следующим равенством:

$$10\lg\frac{N_2}{N_1}=1. \qquad (19)$$

В этом случае говорят, что N_1 и N_2 отличаются на один децибел. От измерения мощности можно перейти к измерению амплитуды сигнала. Как известно, мощность сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды:

$$N_1 \equiv x_1^2;\ N_2 \equiv x_2^2. \qquad (20)$$

Если

$$10\lg\frac{N_2}{N_1}=10\lg\frac{x_2^2}{x_1^2}=1, \qquad (21)$$

то для отношения амплитуд сигналов, отличающихся на один децибел, получаем:

$$20\lg\frac{x_2}{x_1}=1. \qquad (22)$$

Поэтому ЛАЧХ определяется следующим образом:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega). \qquad (23)$$

Пример. *Рассчитать и построить АФЧХ, АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ системы с передаточной функцией*

$$W(p)=\frac{1}{p^4+3p^3+4p^2+3p+1}. \qquad (24)$$

После подстановки $p \to j\omega$ и путем простейших преобразований получим выражение для АФЧХ:

$$W(j\omega)=\frac{1}{\left(\omega^4-4\omega^2+1\right)+j\left(-3\omega^3+3\omega\right)}=\frac{\left(\omega^4-4\omega^2+1\right)-j\left(-3\omega^3+3\omega\right)}{\left(\omega^4-4\omega^2+1\right)^2+\left(-3\omega^3+3\omega\right)^2}, \qquad (25)$$

откуда определим вещественную и мнимую частотные характеристики:

$$P(\omega)=\frac{\omega^4-4\omega^2+1}{\left(\omega^4-4\omega^2+1\right)^2+\left(-3\omega^3+3\omega\right)^2}, \qquad (26)$$

$$Q(\omega)=\frac{3\omega^3-3\omega}{\left(\omega^4-4\omega^2+1\right)^2+\left(-3\omega^3+3\omega\right)^2}. \qquad (27)$$

АФЧХ, построенная по выражениям (26),(27), показана на рис. 4

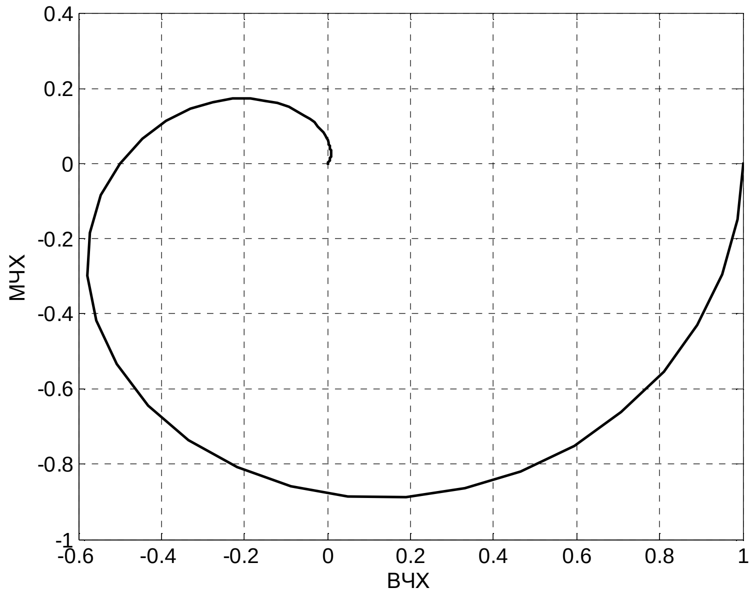


Рис. 4. АФЧХ системы

Определим АЧХ системы. После несложных преобразований получим

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{\omega^8 + \omega^6 + \omega^2 + 1}}. \qquad (28)$$

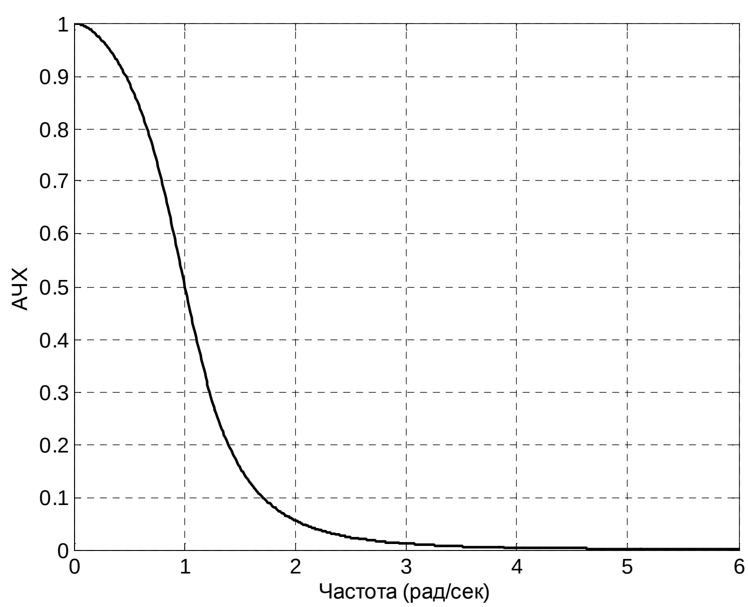


Рис. 5. АЧХ системы

Фазо-частотная характеристика системы (рис. 6) определяется согласно выражению:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \frac{3\omega^3 - 3\omega}{\omega^4 - 4\omega^2 + 1}. \qquad (29)$$

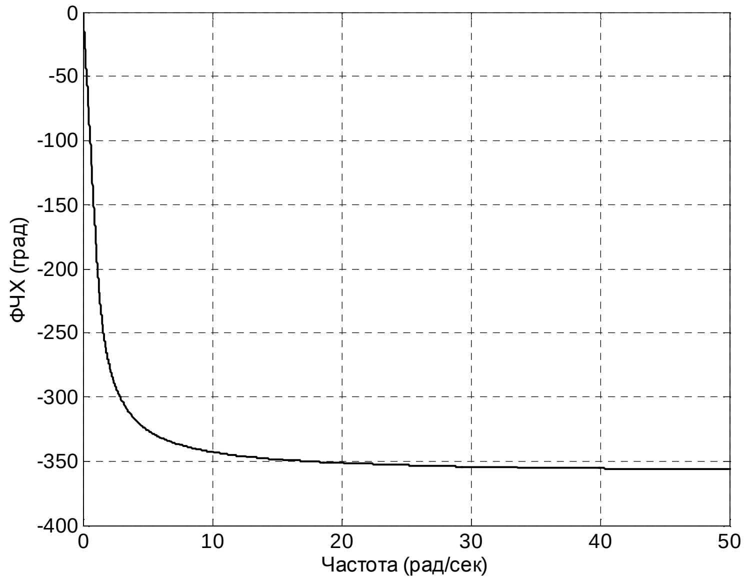


Рис. 6. ФЧХ системы

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\left(\frac{1}{\sqrt{\omega^8 + \omega^6 + \omega^2 + 1}}\right). \qquad (30)$$

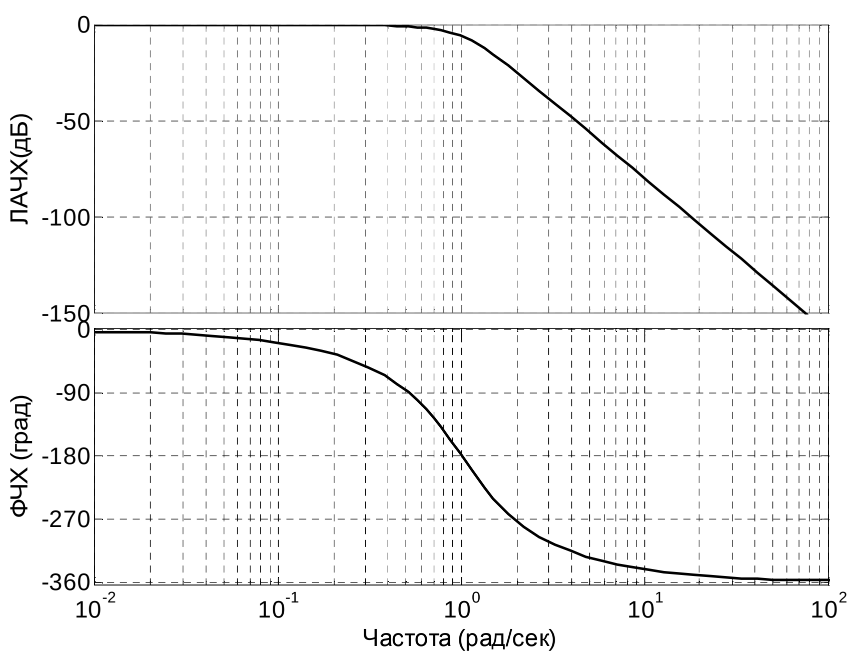


Рис. 7. ЛАЧХ и ФЧХ (в полулогарифмическом масштабе) системы

Задание №5. Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки (интеграла Дюамеля)

Исходными данными при выполнении задания являются

1) постоянная времени и коэффициент передачи апериодического звена;

2) входное воздействие в виде функции времени.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Пример. *Определить реакцию звена с передаточной функцией*

$$W(p) = \frac{1}{2p+1}$$

на входной сигнал ***x(t) = 1+2t*** *(начальные условия нулевые).*

1. Решение классическим способом.

В данном случае необходимо решить уравнение

$$2\frac{dy}{dt} + y = 1 + 2t \tag{1}$$

при y(0) = 0.

Как известно решение неоднородного дифференциального уравнения представляет собой сумму общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Однородное дифференциальное уравнение в нашем случае имеет вид:

$$2\frac{dy}{dt} + y = 0\,. \tag{2}$$

Его решение определяется корнем характеристического уравнения 2p+1 = 0 и имеет вид

$$y = Ce^{-0,5t}. \tag{3}$$

Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде

$$y = C_1 + C_2 t. \tag{4}$$

Подставив (4) в (1), получим

$$2C_2 + C_1 + C_2 t = 1 + 2t, \tag{5}$$

откуда найдем $C_1 = -3$, $C_2 = 2$.

Таким образом, решение уравнения (1):

$$y = Ce^{-0,5t} - 3 + 2t. \tag{6}$$

Постоянную интегрирования C найдем из начального условия:

$$y(0) = C - 3 = 0, \tag{7}$$

откуда C = 3. Окончательно запишем

$$y = 3\left(e^{-0,5t} - 1\right) + 2t. \tag{8}$$

2. Решение операторным методом.

Изображение выходного сигнала

$$y(p) = W(p)x(p) = \frac{1}{2p+1}\left(\frac{1}{p} + \frac{2}{p^2}\right) = \frac{p+2}{p^2(2p+1)}. \tag{9}$$

Найдем оригинал y(t). Для этого представим изображение (9) в виде суммы элементарных дробей:

$$y(p) = \frac{p+2}{p^2(2p+1)} = \frac{A_1}{p^2} + \frac{A_2}{p} + \frac{A_3}{2p+1}. \tag{10}$$

Определим A_1, A_2, A_3 из условия

$$A_1(2p+1) + A_2 p(2p+1) + A_3 p^2 = p + 2, \tag{11}$$

или

$$p^2(2A_2 + A_3) + p(2A_1 + A_2) + A_1 = p + 2. \tag{12}$$

Из (12) определим $A_1 = 2$, $A_2 = -3$, $A_3 = 6$.

$$y(p) = \frac{2}{p^2} - \frac{3}{p} + \frac{6}{2p+1} = \frac{2}{p^2} - \frac{3}{p} + \frac{3}{p+0,5}. \tag{13}$$

Найдем оригинал:

$$y = 2t - 3 + 3e^{-0,5t} = 3\left(e^{-0,5t} - 1\right) + 2t. \tag{14}$$

3. Решение с помощью интеграла Дюамеля.

Реакция звена, имеющего весовую функцию ω(t), на произвольное воздействие x(t) при нулевых начальных условиях может быть определена следующим образом

$$y(t)=\int_0^t \omega(t-\tau)x(\tau)d\tau. \tag{15}$$

Весовая функция есть оригинал передаточной функции и в нашем случае имеет вид $\omega(t)=0{,}5e^{-0{,}5t}$.

$$y(t)=\int_0^t 0{,}5e^{-0{,}5t+0{,}5\tau}(1+2\tau)d\tau = 0{,}5e^{-0{,}5t}\int_0^t e^{0{,}5\tau}(1+2\tau)d\tau =$$

$$=0{,}5e^{-0{,}5t}\left(2e^{0{,}5\tau}\Big|_0^t+2\int_0^t e^{0{,}5\tau}\tau d\tau\right)=1-e^{-0{,}5t}+e^{-0{,}5t}\int_0^t e^{0{,}5\tau}\tau d\tau=$$

$$=1-e^{-0{,}5t}+e^{-0{,}5t}\left(2e^{0{,}5\tau}\tau\Big|_0^t-\int_0^t 2e^{0{,}5\tau}d\tau\right)=1-e^{-0{,}5t}+2t-e^{-0{,}5t}\cdot 4e^{0{,}5\tau}\Big|_0^t=$$

$$=1-e^{-0{,}5t}+2t-4+4e^{-0{,}5t}=3\left(e^{-0{,}5t}-1\right)+2t. \tag{16}$$

Задание №6. Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами.

Исходными данными при выполнении задания являются

1) передаточная функция колебательного звена;

2) входное воздействие в виде функции времени.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Пример. *Определить реакцию звена с передаточной функцией*

$$W(p)=\frac{1}{p^2+p+1}$$

на входной сигнал x(t) = t+sin(t) (начальные условия нулевые).

1. Решение классическим способом.

В данном случае необходимо решить уравнение

$$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=t+\sin(t) \tag{1}$$

при dy/dt(0)=y(0) = 0.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляет собой сумму общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Однородное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=0. \tag{2}$$

Его решение определяется корнями характеристического уравнения:

$$p^2+p+1 = 0 \tag{3}$$

$$p_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}j \tag{4}$$

и имеет вид

$$y=e^{-0,5t}\left(C_1\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+C_2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right), \tag{5}$$

где C_1,C_2 – постоянные интегрирования.

Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде

$$y=C_3t+C_4+C_5\sin(t)+C_6\cos(t). \tag{6}$$

Для нахождения коэффициентов C_3, C_4, C_5, C_6 подставим частное решение в уравнение (1)

$$\begin{aligned}&-C_5\sin(t)-C_6\cos(t)+C_3+C_5\cos(t)-C_6\sin(t)+\\&\qquad+C_3t+C_4+C_5\sin(t)+C_6\cos(t)=t+\sin(t).\end{aligned} \tag{7}$$

Из (7) найдем $C_3 = 1$, $C_4 = -1$, $C_5 = 0$, $C_6 = -1$.

Таким образом, решение уравнения (1):

$$y=e^{-0,5t}\left(C_1\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+C_2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)+t-1-\cos(t), \tag{8}$$

Определим C_1 и C_2 из начальных условий:

$$y(0)=C_2-2=0,\quad C_2=2, \tag{9}$$

$$\frac{dy}{dt}(0) = -\frac{1}{2}C_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}C_1 + 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}C_1 = 0, \quad C_1 = 0. \tag{9}$$

Таким образом, решение уравнения

$$y = 2e^{-0,5t}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) - \cos(t) + t - 1. \tag{10}$$

2. Решение операторным способом.

$$\begin{aligned} y(p) = W(p)x(p) = \frac{1}{p^2+p+1}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^2+1}\right) = \frac{1}{(p^2+p+1)p^2} + \\ + \frac{1}{(p^2+p+1)(p^2+1)} = y_1(p) + y_2(p). \end{aligned} \tag{11}$$

Найдем отдельно оригиналы изображений $y_1(p)$ и $y_2(p)$, разложив дроби на слагаемые.

$$y_1(p) = \frac{1}{(p^2+p+1)p^2} = \frac{A_1\sqrt{3}/2}{(p+0,5)^2+0,75} + \frac{A_2(p+0,5)}{(p+0,5)^2+0,75} + \frac{A_3}{p} + \frac{A_4}{p^2}, \tag{12}$$

откуда

$$\sqrt{3}/2\,A_1p^2 + A_2p^3 + 0,5A_2p^2 + A_3p^3 + A_3p^2 + A_3p + A_4p^2 + A_4p + A_4 = 1. \tag{13}$$

Из (13) определим неизвестные коэффициенты:

$$A_1 = -1/\sqrt{3}, \quad A_2 = 1, \quad A_3 = -1, \quad A_4 = 1.$$

Подставив эти коэффициенты в (12) и переходя к оригиналам, получим

$$y_1(t) = e^{-0,5t}\left(-0,5\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) + \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right) - 1 + t. \tag{14}$$

$$\begin{aligned} y_2(p) = \frac{1}{(p^2+p+1)(p^2+1)} = \frac{A_1\sqrt{3}/2}{(p+0,5)^2+0,75} + \frac{A_2(p+0,5)}{(p+0,5)^2+0,75} + \\ + \frac{A_3}{(p^2+1)} + \frac{A_4p}{(p^2+1)}, \end{aligned} \tag{15}$$

откуда

$$\begin{aligned} \sqrt{3}/2\,A_1p^2 + \sqrt{3}/2\,A_1 + A_2p^3 + 0,5A_2p^2 + A_2p + 0,5A_2 + \\ + A_3p^2 + A_3p + A_3 + A_4p^3 + A_4p^2 + A_4p = 1. \end{aligned} \tag{16}$$

Из () определим неизвестные коэффициенты:

$$A_1 = 1/\sqrt{3},\quad A_2 = 1,\quad A_3 = 0,\quad A_4 = -1.$$

Подставив эти коэффициенты в (15) и переходя к оригиналам, получим

$$y_2(t) = e^{-0,5t}\left(\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) + \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right) - \cos(t). \qquad (17)$$

Общее решение:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = 2e^{-0,5t}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) - \cos(t) + t - 1. \qquad (18)$$

Задание №7. Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев

Исходным данным при выполнении задания является передаточная функция последовательно соединенных звеньев.

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Частотные характеристики последовательно-соединенных звеньев рассчитываются следующим образом.

Амплитудно-частотная характеристика:

$$A(\omega) = A_1(\omega)\cdot A_2(\omega)\cdot A_3(\omega)\cdot\ldots\cdot A_n(\omega), \qquad (1)$$

где $A_1(\omega)\ldots A_n(\omega)$ – АЧХ звеньев.

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + L_3(\omega) + \ldots + L_n(\omega), \qquad (2)$$

где $L_1(\omega)\ldots L_n(\omega)$ – ЛАЧХ звеньев.

Фазо-частотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) + \ldots + \varphi_n(\omega), \qquad (3)$$

где $\varphi_1(\omega)\ldots\varphi_n(\omega)$ – ФЧХ звеньев.

Особенно просто определяются частотные характеристики последовательного соединения звеньев через их ЛАЧХ, заданные в асимптотическом виде, и ФЧХ, построенные в полулогарифмическом масштабе.

Пример. *Определить ЛАЧХ и ФЧХ звена САР с передаточной функцией:*

$$W(p) = \frac{4p+1}{2p^3 + 6p^2 + 4p}.$$

Представим звено в виде последовательно соединенных фиктивных элементарных звеньев. Для этого определим корни знаменателя передаточной функции и разложим его на множители:

$$W(p) = \frac{4p+1}{2p^3 + 6p^2 + 4p} = \frac{4p+1}{2p(p+1)(p+2)} = (4p+1) \times \frac{1}{2p} \times \frac{1}{p+1} \times \frac{1}{p+2} =$$
$$= (4p+1) \times \frac{1}{2p} \times \frac{1}{p+1} \times \frac{0,5}{0,5p+1}. \qquad (4)$$

Построим ЛАЧХ и ФЧХ звена системы, суммируя ЛАЧХ и ФЧХ его составляющих элементарных звеньев из (4).

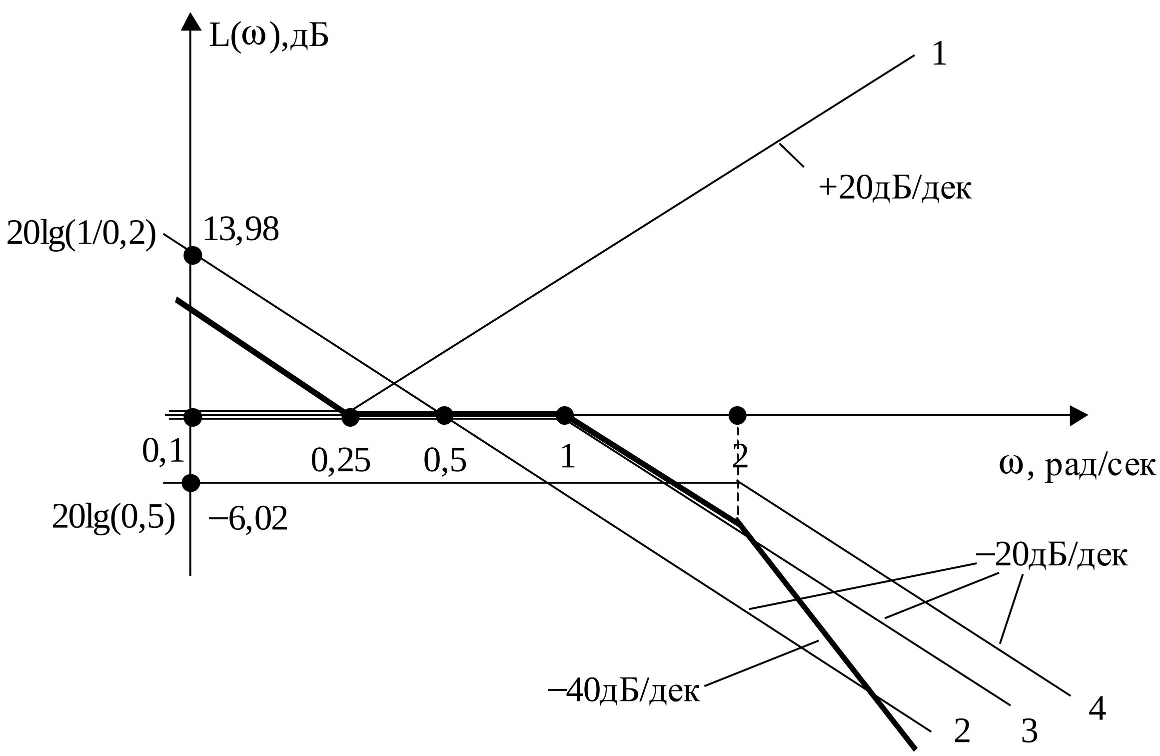


Рис. 1. ЛАЧХ

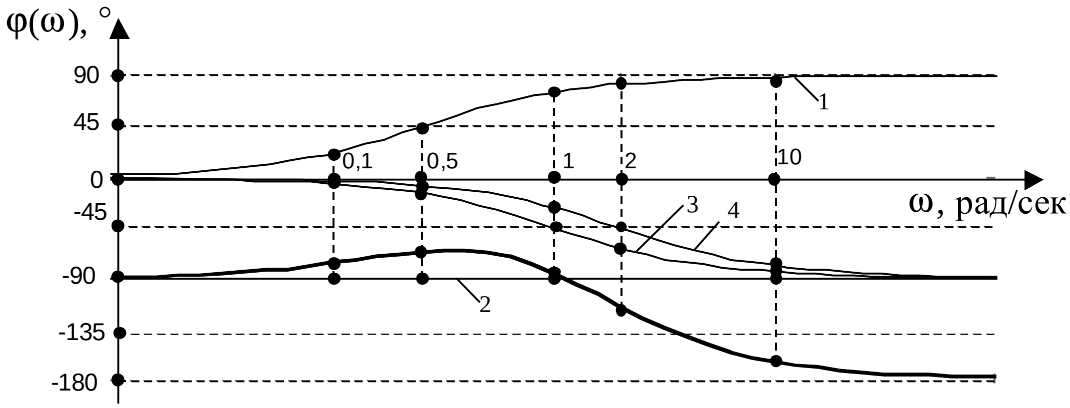


Рис. 2. ФЧХ

Задание №8. Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования

Исходными данными при выполнении задания являются структура системы и передаточные функции всех ее элементов (система устойчива).

Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Пример. *Определить переходную и частотные характеристики системы (рис. 1)*

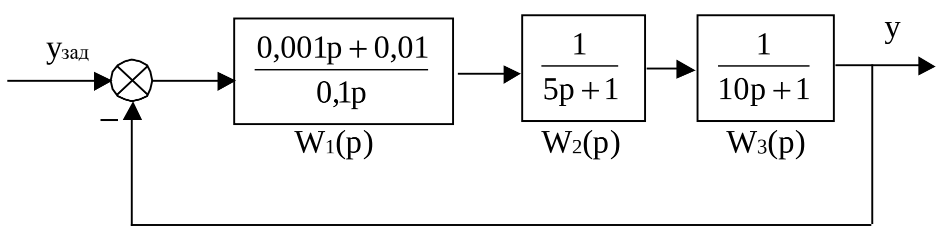


Рис. 1. Структурная схема системы

Передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} = \frac{0{,}001p + 0{,}01}{0{,}1p(5p+1)(10p+1) + (0{,}001p + 0{,}01)} = \\ = \frac{0{,}001p + 0{,}01}{5p^3 + 1{,}5p^2 + 0{,}101p + 0{,}01}. \qquad (1)$$

Изображение переходной характеристики

$$h(p)=\frac{0{,}001p+0{,}01}{5p^3+1{,}5p^2+0{,}101p+0{,}01}\times\frac{1}{p}=$$
$$=\frac{0{,}0002p+0{,}002}{p(p+0{,}2513)\left(p^2+0{,}04871p+0{,}007959\right)}. \qquad (2)$$

Представим h(p) в виде суммы

$$h(p)=\frac{A_1}{p}+\frac{A_2}{p+0{,}2513}+\frac{A_3p+A_4}{p^2+0{,}04871p+0{,}007959}. \qquad (3)$$

Определим A_1, A_2, A_3 и A_4 из условия:

$$A_1(p+0{,}2513)(p^2+0{,}04871p+0{,}007959)+$$
$$+A_2p\left(p^2+0{,}04871p+0{,}007959\right)+ \qquad (4)$$
$$+\left(A_3p+A_4\right)p(p+0{,}2513)=0{,}0002p+0{,}002.$$

Получим:

$$p^3\left(A_1+A_2+A_3\right)=0$$
$$p^2\left((0{,}04871+0{,}2513)A_1+0{,}04871A_2+0{,}2513A_3+A_4\right)=0$$
$$p\left((0{,}007959+0{,}2513\cdot 0{,}04871)A_1+0{,}007959A_2+0{,}2513A_4\right)=0{,}0002p \qquad (5)$$
$$(0{,}2513\cdot 0{,}007959)A_1=0{,}002$$

Решая эти уравнения совместно, получим A_1 = 1, A_2 = –0.1318, A_3 = –0.8682, A_4 = –0.0754.

Подставим A_3 и A_4 в последнее слагаемое (3) и представим его в виде

$$\frac{-0{,}8682p-0{,}0754}{p^2+0{,}04871p+0{,}007959}=\frac{-0{,}8682p-0{,}0754}{\left(p+\frac{0{,}04871}{2}\right)^2+0{,}007959-\left(\frac{0{,}04871}{2}\right)^2}=$$
$$=\frac{-0{,}8682p-0{,}0754}{(p+0{,}02436)^2+0{,}007366}= \qquad (6)$$
$$=\frac{C_1\sqrt{0{,}007366}}{(p+0{,}02436)^2+0{,}007366}+\frac{C_2(p+0{,}02436)}{(p+0{,}02436)^2+0{,}007366}.$$

Из (6) найдем

C_2 = –0,8682,

$$C_1=(-0{,}0754+0{,}8682\cdot 0{,}02436)\big/\sqrt{0{,}007366}=-0{,}6321.$$

Окончательно запишем:

$$h(p)=\frac{1}{p}-\frac{0,1318}{p+0,2513}-\frac{0,6321\sqrt{0,007366}}{(p+0,02436)^2+0,007366}-$$
$$-\frac{0,8682(p+0,02436)}{(p+0,02436)^2+0,007366}. \qquad (7)$$

Оригинал h(p):

$$h(t)=1-0,1318e^{-0,2513t}-$$
$$-e^{-0,02436t}\left(0,6321\sin(0,08583t)+0,8682\cos(0,08583t)\right). \qquad (8)$$

График, построенный по (8), показан на рис. 2.

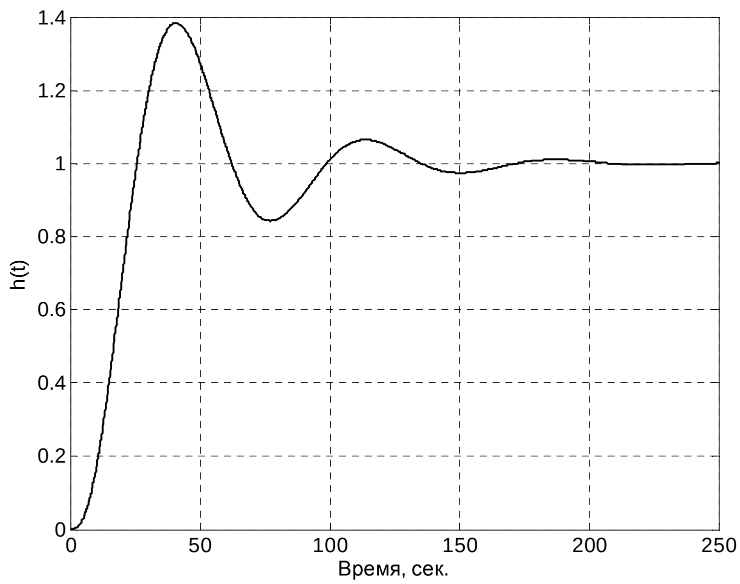


Рис.2. Переходная характеристика системы

Частотные характеристики получим, заменив в передаточной функции системы оператор «p» на «jω»:

$$W(j\omega)=\frac{0,001j\omega+0,01}{5(j\omega)^3+1,5(j\omega)^2+0,101j\omega+0,01}=$$
$$=\frac{0,001j\omega+0,01}{-5j\omega^3-1,5\omega^2+0,101j\omega+0,01}=\frac{0,001j\omega+0,01}{\left(0,01-1,5\omega^2\right)+j\left(0,101\omega-5\omega^3\right)}=$$
$$=\frac{(0,001j\omega+0,01)\left(\left(0,01-1,5\omega^2\right)-j\left(0,101\omega-5\omega^3\right)\right)}{\left(0,01-1,5\omega^2\right)^2+\left(0,101\omega-5\omega^3\right)^2}= \qquad (9)$$
$$=\frac{\left(-0,005\omega^4-0,014899\omega^2+0,0001\right)+j\left(0,0485\omega^3-0,001\omega\right)}{\left(0,01-1,5\omega^2\right)^2+\left(0,101\omega-5\omega^3\right)^2}.$$

Вещественная частотная характеристика:

$$P(\omega) = \frac{-0{,}005\omega^4 - 0{,}014899\omega^2 + 0{,}0001}{\left(0{,}01 - 1{,}5\omega^2\right)^2 + \left(0{,}101\omega - 5\omega^3\right)^2}. \qquad (10)$$

Мнимая частотная характеристика:

$$Q(\omega) = \frac{0{,}0485\omega^3 - 0{,}001\omega}{\left(0{,}01 - 1{,}5\omega^2\right)^2 + \left(0{,}101\omega - 5\omega^3\right)^2}. \qquad (11)$$

Задаваясь частотами в диапазоне от 0 до 0,5 рад/сек, рассчитаем P(ω) и Q(ω) и построим АФЧХ как зависимость Q от P (рис.3)

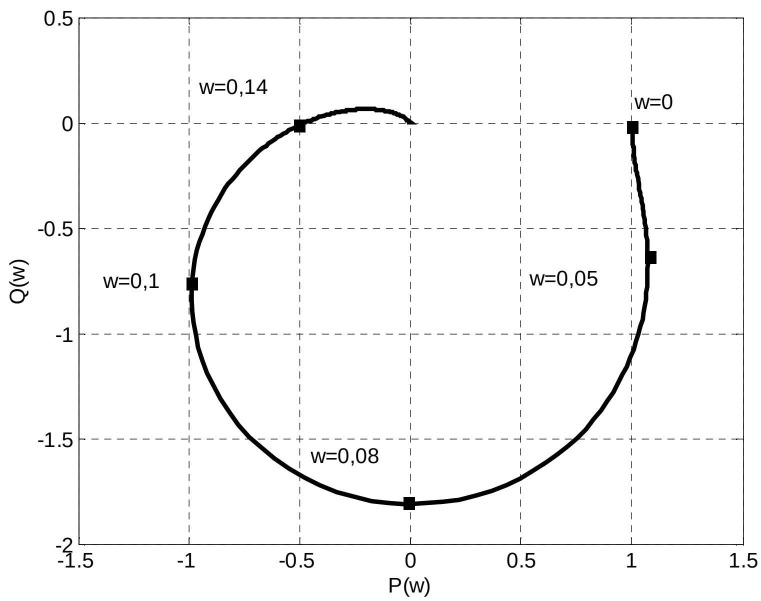


Рис. 3. АФЧХ системы

АЧХ и ФЧХ системы рассчитаем и построим по известным уравнениям

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \qquad (12)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}, \qquad (13)$$

используя ранее полученные значения P(ω) и Q(ω) (рис. 4, 5).

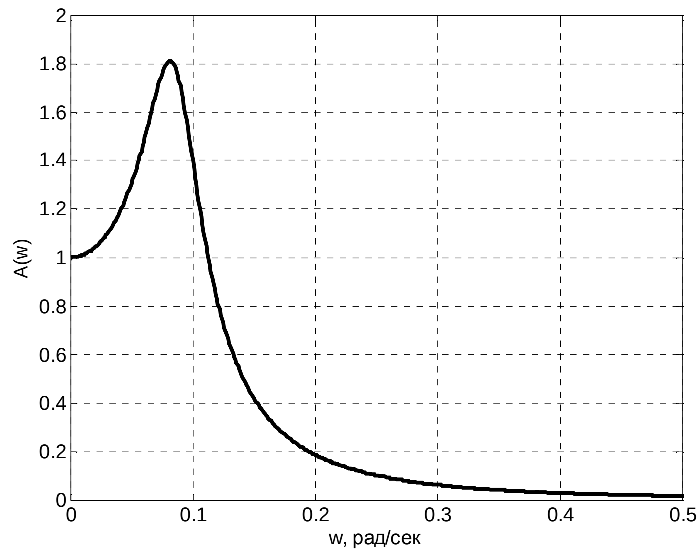


Рис. 4. АЧХ системы.

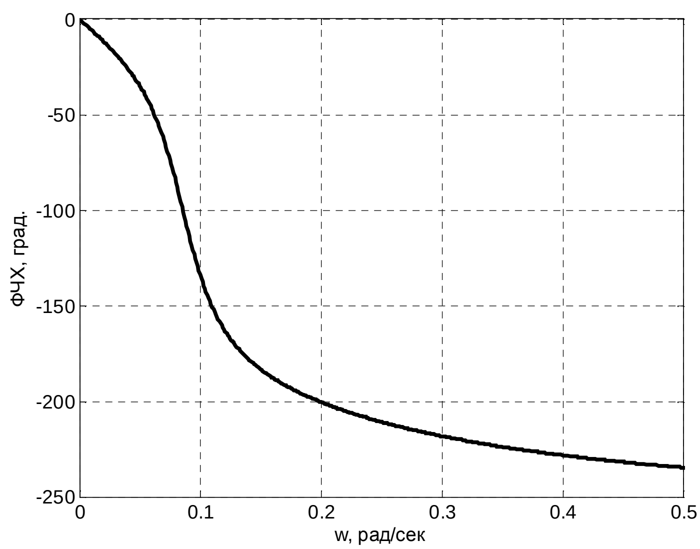


Рис. 4. ФЧХ системы.

При расчете ФЧХ формулу (13) следует применять с учетом периодичности функции arctg. Так, например, в нашем случае при $P(\omega) < 0$ и $Q(\omega) < 0$ АФЧХ лежит в третьем квадранте и $-90° > \varphi(\omega) > -180°$. Однако расчет по формуле (13) дает положительное значение $\varphi(\omega)$.

Для того, чтобы не ошибиться в определении ФЧХ, следует ориентироваться на график АФЧХ, корректируя полученные по (13) значения $\varphi(\omega)$ на величину, кратную $-180°$.

Литература

1. А.М. Александров и др. Линейные одномерные системы автоматического управления: Учебное пособие по курсу «Теория автоматического управления»/ А.М. Александров, С.И. Губаренко, И.В. Меркурьев – М.: Изд.-во МЭИ, 1998 – 86 с.

2. В.А. Бессекерский. Теория автоматического управления: Учебное пособие/ В.А. Бессекерский, Е.П. Попов. – СПб: Профессия, 2004 – 750 с.

3. А.А. Ерофеев. Теория автоматического управления: Учеб. Рек. Мин. образ. РФ/ А.А. Ерофеев – 2 изд., доп. и перераб. – СПб: Политехника, 2003 – 303 с.

4. Теория автоматического управления: Учебник. Рек. Мин. образ. РФ/ В.И. Брюханов, М.Г. Косов, С.П. Протопопов и др.: Ред. Ю.М. Соломенцев. – 4 изд., стер. М.: Высшая школа, 2003 – 270 с.

5. А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию. Учебное пособие. Благовещенск, Амурский гос. ун-т, 2004, 145 с.

6. Е.Л. Еремин. Динамические модели и S-моделирование систем. Моногр. АмГУ. Фак. мат. и информ. Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2003, 338 с.,

7. Е.Л. Еремин. Моделирование динамических систем (практикум на языке MATLAB): Учеб. пособие. АмГУ. Фак. мат. и информ. Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2004, 152 с. – для углубленного изучения вопросов моделирования динамических систем.

8. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 3 т.: Учебник. Рек. Минобразования РФ/ Ред. Н.Д. Егупов. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 2000 – для углубленного изучения некоторых направлений теории автоматического управления.

9. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: Учебник для вузов. 4-е изд. Ростов н/Д: изд-во Феникс, 1998. 512 с.

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Энергетический факультет

А.Н. Рыбалев

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ

Пособие к выполнению расчетно-графической работы

Благовещенск

2007

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Математические основы управления» имеет целью подготовить студентов к изучению курса «Теория автоматического управления» (ТАУ) и фактически есть введение в данный курс. Расчетно-графическая работа является первой частью курсового проекта по ТАУ. В ходе ее выполнения разрабатываются математические модели системы, которые в дальнейшем будут исследоваться и корректироваться.

Пособие представляет собой выдержку из учебного пособия Рыбалева А.Н. «Теория автоматического управления. Пособие к курсовому проектированию» и включает задание на расчетно-графическую работу и краткие теоретические сведения.

В первой главе представлены расчетные схемы, исходные данные и задание.

Во второй главе кратко излагаются основные понятия теории автоматического управления, описываются структура и состав типовых систем.

Третья глава посвящена математическому описанию линейных объектов и систем управления. Рассматриваются основные формы описания (уравнения в пространстве состояний, передаточные функции) и основные характеристики (переходные и частотные) линейных систем. Представляются также элементарные составляющие математического описания и их свойства, методы построения описания систем в целом.

Четвертая глава – применение программы Matlab для построения математических моделей систем автоматического управления. Рассматриваются возможности программы по представлению данных и структурным преобразованиям.

1. ЗАДАНИЕ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

1.1. Расчетные схемы системы автоматического регулирования

В расчетно-графической работе рассматривается система непрерывного автоматического регулирования угла поворота исполнительного вала электропривода с двигателем постоянного тока и преобразователем напряжения (рис.1). Система обеспечивает отработку заданного угла поворота (задача слежения) и стабилизацию угла при нагрузках двигателя вплоть до номинального момента. Элементы схемы описаны ниже.

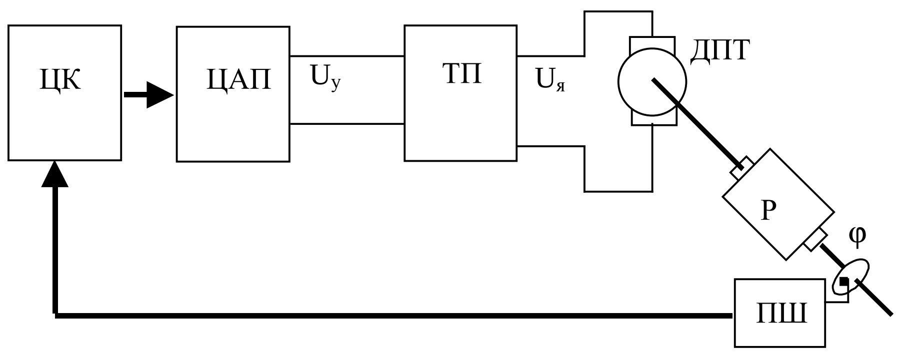


Рис. 1. Схема непрерывной следящей системы.

ДПТ – двигатель постоянного тока с независимым возбуждением серии 2П. Параметры двигателя для всех вариантов приведены в табл.1 [6]. Суммарный приведенный к валу момент инерции принимается равным 120% от момента инерции вала двигателя. Благодаря применению независимой вентиляции, возможно нахождение машины под номинальным током при нулевой скорости вращения якоря.

ТП – тиристорный преобразователь (управляемый выпрямитель). Построен на базе двух трехфазных выпрямительных тиристорных мостов. Обеспечивает работу двигателя в четырех квадрантах (двигательный и генераторный режимы работы машины с вращением в обоих направлениях). Максимальное выпрямленное напряжение 514 В. Допускает внешнее задание выходного напряжения аналоговым сигналом –10…+10 В. Имеет выходной индуктивно-емкостный фильтр. Описывается дифференциальным уравнением первого порядка (апериодическое звено). Постоянная времени определяется вариантом (см. табл.1). Коэффициент передачи определяется исходя из линейности регулировочной характеристики.

Р – редуктор. Передаточное число рассчитывается исходя из того, что при номинальной скорости двигателя максимальный угол поворота (320°) выходного вала φ_{max} должен быть отработан за заданное время, определяемое вариантом.

ПШ – поворотный шифратор – высокоточный датчик абсолютного значения угла поворота выходного вала. Выдает цифровой сигнал.

ЦК – цифровой контроллер. Принимает сигнал датчика поворота и формирует через ЦАП сигнал управления тиристорным преобразователем. Обладает высокой производительностью и может очень точно реализовать любые законы регулирования. Допускает локальное задание угла поворота оператором и внешнее задание через промышленную сеть.

ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь. Преобразует цифровой сигнал контроллера в сигнал напряжения постоянного тока от –10 до +10В.

Тактовые частоты и разрядность ЦК и ЦАП таковы, что сигнал $U_у$ можно считать непрерывным.

Исходные данные для расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Исходные данные к РГР по вариантам

№ вар.	Мощ-ность, КВт	Номи-нальная частота вращения, об/мин	Сопротивление обмотки при 15° С, Ом		Индук-тивность якоря, мГн	Момент инерции ротора, кг×м^2	Постоянная времени ТП, сек.	Время полного поворота, сек.
			якоря	добавочных полюсов				
1	2	3	4	5	6	6	7	8
Тип 2ПБ100МУХЛ4, 2ПБ100МГУХЛ4								
1	0,26	800	12,76	8,35	461		0,02	20
2	0,37	1000	8,49	5,14	313	0,011	0,08	12
3	0,6	1600	4,38	2,62	150		0,06	11
4	0,85	2360	1,99	1,22	78		0,09	30
5	1,2	3150	1,325	0,7	45		0,04	15
Тип 2ПБ112МУХЛ4, 2ПБ112МГУХЛ4								
6	0,34	750	8,72	7,07	106		0,06	40
7	0,45	1060	5,07	4,5	66		0,09	35
8	0,75	1500	2,48	2,13	31	0,015	0,07	22
9	1,1	2200	1,29	1,12	16		0,10	25
10	1,4	3000	0,788	0,682	11		0,09	15
Тип 2ПФ132МУХЛ4, 2ПФ132МГУХЛ4								
11	2	750	1,693	1,26	33		0,11	40
12	3	1060	0,906	0,692	18,5		0,10	24
13	4	1500	0,472	0,308	9,7	0,038	0,12	16
14	6	2360	0,226	0,166	1,6		0,09	36
15	7,5	3000	0,14	0,094	2,85		0,13	22
Тип 2ПФ132LУХЛ4, 2ПФ132LГУХЛ4								
16	2,8	750	1,08	0,915	23		0,12	28
17	4,2	1000	0,67	0,445	14		0,14	34
18	5,5	1600	0.269	0,22	5.7	0,048	0,11	18
19	7,5	2120	0,167	0,124	3,5		0,15	15
20	11	3000	0,08	0,066	1,8		0,14	10
Тип 2ПФ160МУХЛ4, 2ПФ160МГУХЛ4								
21	4,2	750	0,516	0,407	14		0,08	22
22	6	1000	0,326	0,208	9		0,09	18
23	7,5	1500	0,145	0,101	4	0,083	0,11	10
24	13	2240	0,081	0,056	2,2		0,10	12
25	16	3150	0,037	0,024	0,99		0,15	9
Тип 2ПФ160LУХЛ4, 2ПФ160LГУХЛ4								
26	5,6	800	0,328	0,227	10,5		0,07	16
27	8	1000	0,216	0,175	7	0,1	0,13	18
28	11	1500	0,096	0,073	3,1		0,12	10

1	2	3	4	5	6	6	7	8
29	16	2360	0,044	0,031	1,4		0,10	8
30	18,5	3150	0,024	0,017	0,78		0,16	5
Тип 2ПФ180МУХЛ4, 2ПФ180МГУХЛ4								
31	9	750	0,286	0,206	22	0,2	0,15	24
32	12	1060	0,15	0 092	4,9		0,14	25
33	15	1500	0,084	0,056	2,7		0,09	16
34	26	3150	0,022	0,015	0,68		0,16	8
Тип 2ПФ180LУХЛ4, 2ПФ180LГУХЛ4								
35	10	750	0,203	0,145	7,3	0,23	0,10	18
36	14	1000	0,136	0,084	4,4		0,13	24
37	18,5	1500	0,065	0,044	2,2		0,11	14
38	25	2120	0,042	0,03	0,81		0,17	12
Тип 2ПФ200МУХЛ4, 2ПФ200МГУХЛ4								
39	22	1600	0,047	0,029	1,6	0,25	0,14	10
Тип 2ПФ200LУХЛ4, 2ПФ200LГУХЛ4								
40	15	750	0,125	0,08	4,6	0,3	0,13	18
41	20	1000	0,083	0,053	3,2		0,12	18
42	30	1500	0,031	0,02	1,2		0,15	8

Номинальное напряжение питания двигателя для всех вариантов 220 В.

1.2. Задание

1. Построить модель системы в пространстве состояний, принимая в качестве входных величин заданный угол поворота выходного вала $\varphi_{зад}$ (задание) и приведенный к валу двигателя момент сил сопротивления нагрузки (возмущение). Выходная величина – действительный угол поворота выходного вала φ.

Переменными состояний будут напряжение якоря ДПТ, ток якоря, угловая скорость двигателя и угол φ.

При построении модели считать напряжение управления преобразователем $U_у$ пропорциональным ошибке регулирования:

$$U_у = k_р e = k_р\,(\varphi_{зад} - \varphi), \qquad (1)$$

где $k_р$ – неизвестный пока коэффициент передачи пропорционального регулятора.

Для определения коэффициента $K_е$ двигателя (см. 3.1) следует рассмотреть естественную механическую характеристику машины (зависимость скорости от момента при номинальном напряжении питания в установившемся режиме). Эту характеристику можно получить из уравнений динамики двигателя, приведенных в 3.1, если в них принять все производные равными нулю. Коэффициент $K_е$ определяется исходя из того, что при номинальном моменте $M_н$ двигатель должен развивать номинальную угловую скорость $\omega_н$. Номинальная скорость и номинальный момент устанавливаются через номинальные частоту вращения и номинальную мощность двигателя, приведенные в табл.1. При этом

$$M_н\,[Н\cdot м] = P_н[Вт] \,/\, \omega_н\,[рад/с]. \qquad (2)$$

2. По уравнениям в пространстве состояний получить передаточную матрицу системы, состоящую из передаточных функций по заданию и возмущению.

3. Получить передаточные функции элементов системы – преобразователя, двигателя, редуктора. Построить структурную схему замкнутой системы с единичной обратной связью и регулятором.

Следует учесть, что ДПТ описывается двумя передаточными функциями: по каналу напряжение якоря – скорость, по каналу момент сопротивления – скорость.

Напряжение управления преобразователем формируется согласно (1).

4. По структурной схеме путем необходимых преобразований (см. 3.5.2) определить передаточные функции системы по заданию и возмущению.

2. УПРАВЛЕНИЕ И РЕГУЛИРОВАНИЕ

2.1. Основные понятия

Управление каким либо объектом – это процесс воздействия на него с целью обеспечения требуемого течения процессов в объекте или требуемого изменения его состояния. Основой управления является переработка информации о состоянии объекта в соответствии с целью управления. Управление, осуществляемое без участия человека, называется *автоматическим управлением*. Техническое устройство, с помощью которого осуществляется автоматическое управление объектом, называется *управляющим устройством*. Совокупность объекта управления и управляющего устройства образует *систему автоматического управления (САУ)*.

Для управления любым объектом, а также для построения системы автоматического управления необходимо знать *математическую модель объекта* и *цель управления*. Математическая модель объекта показывает, *как можно* управлять объектом, а цель управления – *как (или для чего) нужно* им управлять.

В общем случае объект управления представляется в следующем виде (рис. 2).

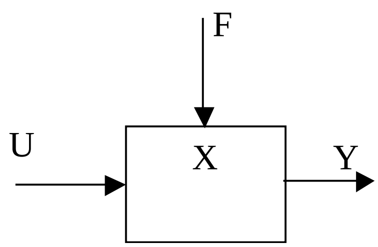


Рис. 2. К определению математического описания объекта управления

На рис. 2:

X – вектор переменных, характеризующих состояние объекта;

U – вектор управляющих воздействий, оказываемых на объект управляющим устройством;

F – вектор возмущающих воздействий, оказываемых на объект внешней средой (другими системами);

Y – вектор выходных (или измеряемых) переменных объекта.

Математическая модель объекта связывает между собой векторы X, U, F, Y, т.е. показывает, как состояние объекта зависит от управляющих и возмущающих воздействий и как это отражается на измеряемых переменных объекта.

Теория автоматического управления в основном имеет дело с *динамическими объектами*, т.е. такими, состояние которых не только зависит от входных воздействий, но и является функцией времени. Это обусловлено, прежде всего, *инерционностью* объектов, связанной с их способностью накапливать энергию или вещество. Именно инерционность объектов создает основную трудность при построении системы управления, так как объекты реагируют на изменение управляющих воздействий не мгновенно, а с некоторой задержкой. С другой стороны, инерционность объектов является благоприятным фактором, поскольку препятствует быстрой реакции объектов на возмущающие воздействия. Это позволяет управляющему устройству скорректировать свое поведение и нейтрализовать действие возмущения прежде, чем оно вызовет значительное отклонение состояния объекта от желаемого.

Динамические объекты, как показано в следующей главе, описываются дифференциальными уравнениями и передаточными функциями.

<u>Цель управления</u> – это информация, с помощью которой можно определить желаемое состояние объекта в каждый момент времени. В общем случае цель управления формируется в виде определенного значения J^* некоторого функционала J, который называется критерием управления:

$$J = J(X, U, F). \tag{3}$$

Таким образом, цель управления можно представить как $J = J^*$.

На практике достичь точного выполнения цели управления чаще всего не удается и достаточно, чтобы модуль разности между достигнутым значением критерия J и желаемым J^* не превышал некоторой величины δ:

$$\left|J - J^*\right| = |\Delta J| \le \delta. \tag{4}$$

Величина ΔJ при этом характеризует качество управления.

В так называемых системах оптимального управления цель управления состоит в поиске максимума или минимума критерия, который в данном случае представляет собой критерий оптимальности. Таким образом, в оптимальных системах цель управления можно сформулировать как

$$J = J(X, U, F) \to \max(\min). \tag{5}$$

Зная цель управления и математическую модель объекта, можно решить *задачу управления*: найти и реализовать такие управляющие воздействия, чтобы обеспечивалось выполнение цели управления.

В системах автоматического управления управляющие воздействия формируются управляющим устройством, которое реализует так называемый *закон управления* – зависимость вида:

$$U = U(t, Y, F). \tag{6}$$

Таким образом, в общем случае управление формируется в функции времени, выходных переменных объекта и, возможно, возмущений, если последние измеряются.

Управление в функции времени подразумевает не только непосредственную зависимость управляющего воздействия от времени (управление по программе), но и динамическую природу самого управляющего устройства. При этом в отличие от объекта динамические свойства управляющего устройства формируются «сознательно», с целью придания всей системе управления желаемых динамических свойств.

То, что управление осуществляется также в функции выходных (измеряемых) переменных объекта, является принципиально важным фактом. Большинство САУ являются *замкнутыми системами*, в которых «прямое» воздействие управляющего устройства на объект сопровождается «обратным» воздействием объекта на управляющее устройство. Это позволяет управляющему устройству получать информацию о текущем состоянии объекта, предсказывать его изменение, оценивать результаты управления и корректировать собственное поведение. Управление в функции выходных переменных объекта реализуется с помощью *обратных связей*, которые практически представляют собой измерительные преобразователи (датчики) и каналы передачи данных.

Формирование управления в функции возмущающих воздействий позволяет эффективно им противодействовать. При этом, если возмущения доступны для измерения, в ряде случаев теоретически возможно построить систему, вообще нечувствительную к ним.

Регулирование – частный случай управления, цель которого – поддержание заданного состояния объекта или его изменение в соответствии с заданием. Важно то, что в данном случае вектор желаемого состояния объекта в каждый момент времени известен. На практике желаемое состояние объекта вычисляется системами более высокого уровня или человеком. Системы автоматического регулирования (САР) находятся на самом нижнем уровне автоматизации производства.

Критерий регулирования можно записать в следующем виде:

$$J = e(t) = X^*(t) - X(t) \to \min, \qquad (7)$$

где $X^*(t)$ – вектор желаемого (заданного) состояния объекта; $e(t)$ – так называемая *ошибка регулирования*.

Следовательно, цель регулирования состоит в минимизации ошибки регулирования, т.е. разницы между заданным и текущим состояниями объекта, в любой момент времени.

Системы автоматического регулирования разделяют на несколько классов по виду изменения задания.

В *системах стабилизации* заданное состояние объекта неизменно. Задача системы – поддержать это состояние, противодействуя возмущающим воздействиям, стремящимся его изменить. Системы стабилизации работают обычно в узком диапазоне изменения переменных объекта, что позволяет использовать для его описания простые модели.

В *системах воспроизведения* задание изменяется во времени. Задача системы – насколько это возможно, более быстрое и точное воспроизведение объектом заданного состояния. Системы воспроизведения делятся на *программные*, в которых заранее известна программа изменения переменных объекта, и *следящие*, в которых эта программа неизвестна. Следящие системы являются наиболее сложными для проектирования, так как в данном случае математическое описание объекта должно быть адекватным во всем диапазоне изменения переменных, что во многих случаях требует применения сложных моделей.

2.2. Структура систем автоматического регулирования

Для наглядного представления системы автоматического регулирования как совокупности элементов и связей между ними используются структурные схемы. Под структурой системы понимают совокупность образующих ее частей, на которые система разделяется по тем или иным признакам, и связей между ними. Графическое изображение структуры называют структурной схемой.

В технике распространены три вида структурных схем:

1) *конструктивные*;

2) *функциональные*;

3) *алгоритмические*.

Составная часть конструктивной схемы – конструктивный блок, т.е. объединение ряда элементов в конструктивное целое.

Допустим, рассматривается система регулирования давления воды в трубопроводе на насосной станции (рис. 3).

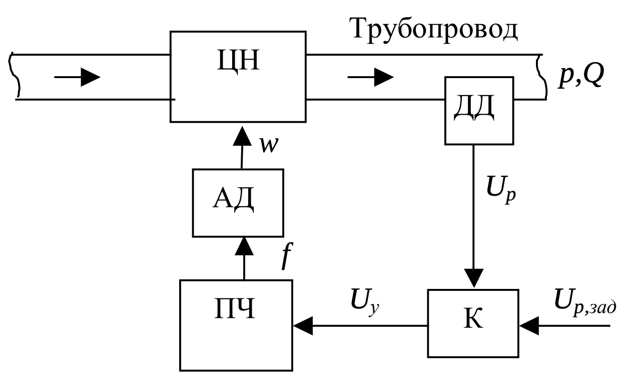


Рис. 3. Конструктивная схема САР.

Объектом регулирования являются трубопровод и подключенные к нему потребители воды. Регулируемая величина – давление в трубопроводе p. На объект оказывается возмущение в виде изменения расхода (потребления) воды Q, которое сказывается на давлении. При увеличении расхода давление падает и наоборот. Цель регулирования состоит в стабилизации давления для снижения числа аварий на трубопроводах и качественного водоснабжения потребителей.

Регулируют давление путем изменения производительности центробежного насоса ЦН, приводимого в движение асинхронным двигателем АД. Изменение угловой скорости вращения w двигателя осуществляется с помощью преобразователя частоты ПЧ, выходная частота которого f пропорциональна входному управляющему сигналу U_y. Этот сигнал формируется контроллером К в функции ошибки регулирования, т.е. разности между заданием по давлению $U_{p,зад}$ и выходным сигналом U_p датчика давления ДД, пропорциональным действительному давлению в трубопроводе.

В функциональной схеме в блоки объединяются элементы, участвующие в выполнении определенной единой функции (сравнение, измерение, усиление, коррекция и т.п.). Таким образом, функциональная схема показывает, из каких функциональных элементов состоит САУ и как эти элементы связаны друг с другом.

На рис. 4 изображена функциональная схема типичной САР, которая подходит и для рассмотренной выше системы.

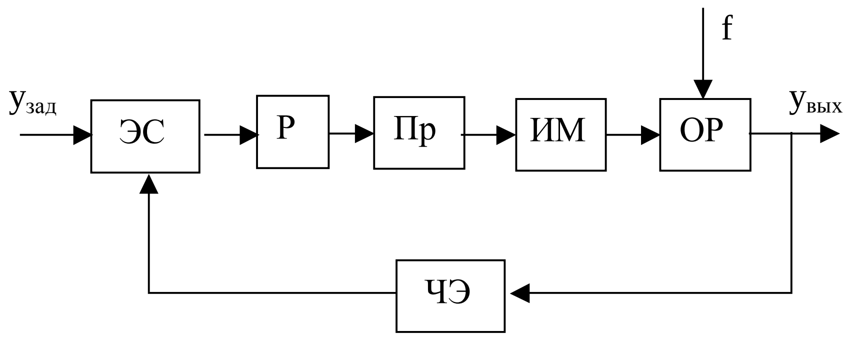


Рис. 4. Функциональная схема САР.

На рис. 4 используются следующие обозначения.

ОР – объект регулирования, его состояние характеризуется выходной величиной $у_{вых}$;

ИМ – исполнительный механизм – техническое устройство, предназначено для непосредственного воздействия на объект; в нашем случае в качестве исполнительного механизма применяется центробежный насос, включая и приводящий его в движение асинхронный двигатель;

Пр – преобразователь, служит для управления исполнительным механизмом, его функцию в рассмотренной САР выполняет, очевидно, преобразователь частоты;

ЧЭ – чувствительный элемент, измерительное устройство, состоящее из первичного (датчика) и вторичного измерительных преобразователей, служащих для измерения выходной величины объекта; в нашем случае чувствительным элементом является датчик давления;

ЭС – элемент сравнения, сравнивает сигнал задания $у_{зад}$ с сигналом чувствительного элемента и выдает сигнал разности между ними;

Р – регулятор, предназначен для формирования сигнала управления преобразователем.

Функции элемента сравнения и регулятора выполняет контроллер.

Частью алгоритмических структурных схем (или просто структурных схем) являются динамические звенья с выполняемыми ими математическими преобразованиями (рис. 5). Структурная схема составляется по уравнениям звеньев системы, и по ней могут быть восстановлены уравнения всей САР. На структурной схеме звенья изображаются прямоугольниками; воздействия на них – подходящими к одной из сторон прямоугольника (входу) стрелками; выходные величины – стрелками, отходящими от противоположной стороны прямоугольника (выхода). Звену ставится в соответствие оператор преобразования входной величины в выходную (на рис.5 в качестве операторов используются *передаточные функции* звеньев, см. 3.2).

Сумматоры сигналов изображаются кружками, разделенными на секторы, слагаемые – стрелками, подходящими к секторам, сумма – стрелкой, отходящей от одного из секторов. Отрицательные слагаемые отмечаются или знаком минус у острия стрелки, или зачернением сектора, к которому подходит стрелка.

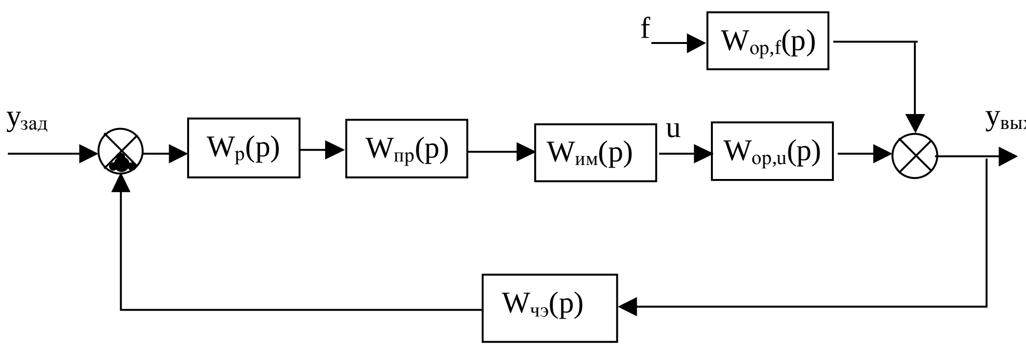


Рис. 5. Алгоритмическая схема САР.

Алгоритмическая схема может походить на функциональную. Но иногда для упрощения математических преобразований при исследовании ее изменяют, и внешнее сходство с функциональной схемой утрачивается.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Уравнения в пространстве состояний

Любой объект (система) описывается в пространстве состояний уравнениями вида:

$$\dot{X} = F_1(X, U), \tag{8}$$

$$Y = F_2(X, U), \tag{9}$$

где X – вектор независимых координат объекта (системы), однозначно описывающих его (ее) состояние (вектор переменных состояния); Y – вектор выходных (измеряемых) величин; U – вектор входных воздействий. В общем случае вектор U может включать как управляющие (задающие), так и возмущающие воздействия, однако часто возмущения «выносятся» в отдельный вектор.

Для линейных объектов и систем уравнения (8,9) принимают вид:

$$\dot{X} = AX + BU, \tag{10}$$

$$Y = CX + DU, \tag{11}$$

где A – квадратная матрица состояний; B – матрица управления; C – матрица выхода; D – так называемая матрица «прямого обхода» (управление U как бы «в обход» внутренних состояний непосредственно действует на выход Y). Для реальных объектов и систем практически всегда D = 0.

Размеры матриц A, B, C и D определяются размерностями векторов состояния, управления и выхода. Если $X \in R^n, U \in R^m, Y \in R^{\mathbf{l}}$, то матрицы имеют следующие размеры: $A - [n \times n]$, $B - [n \times m]$, $C - [\mathbf{l} \times n]$, $D - [\mathbf{l} \times m]$.

В качестве примера описания линейного объекта в пространстве состояний рассмотрим двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, регулируемый путем изменения напряжения якоря.

Ток якоря i и угловая скорость двигателя ω измеряются датчиками, выходные сигналы которых прямо пропорциональны измеряемым величинам:

$$u_i = k_i i, \tag{12}$$

$$u_\omega = k_\omega \omega. \tag{13}$$

Нагрузка двигателя характеризуется моментом сил статического сопротивления M_c и суммарным приведенным моментом инерции J.

Уравнение электрического равновесия якорной цепи двигателя имеет вид:

$$u_я = L\frac{di}{dt} + Ri + C_e\Phi\omega = L\frac{di}{dt} + Ri + K_e\omega, \tag{14}$$

где L, R – индуктивность и активное сопротивление якоря; Φ – магнитный поток, создаваемый обмоткой возбуждения двигателя, который в нашем случае является постоянным; C_e – конструктивный коэффициент машины.

Уравнение механического равновесия моментов на валу двигателя:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(M - M_c) = \frac{1}{J}(C_e \Phi i - M_c) = \frac{1}{J}(K_e i - M_c), \tag{15}$$

где M – электромагнитный момент двигателя.

Анализ уравнений (14), (15) показывает, что в совокупности они описывают поведение двух непрерывно изменяющихся величин: тока якоря i и угловой скорости двигателя ω. Эти величины и примем в качестве переменных состояния:

$$X = \begin{pmatrix} i \\ \omega \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Управление двигателем осуществляется путем изменения напряжения, приложенного к якорю, в качестве возмущения примем момент сопротивления на валу, поэтому вектор входных величин

$$U = \begin{pmatrix} u_я \\ M_c \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Выходными (измеряемыми) величинами являются выходные напряжения датчиков тока и скорости:

$$Y = \begin{pmatrix} u_i \\ u_\omega \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Преобразуем уравнения (14), (15) к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L} i - \dfrac{K_e}{L}\omega + \dfrac{1}{L} u_я, \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{K_e}{J} i - \dfrac{1}{J} M_c. \end{cases} \tag{19}$$

В матричной форме система (19) представляется

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -\dfrac{R}{L} & -\dfrac{K_e}{L} \\ \dfrac{K_e}{J} & 0 \end{pmatrix} \times X + \begin{pmatrix} \dfrac{1}{L} \\ -\dfrac{1}{J} \end{pmatrix} \cdot U. \tag{20}$$

Уравнение выхода:

$$Y = \begin{pmatrix} k_i & 0 \\ 0 & k_\omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i \\ \omega \end{pmatrix}, \qquad D = 0. \tag{21}$$

По уравнениям (20), (21) составим структурную схему системы в пространстве состояний (рис. 6).

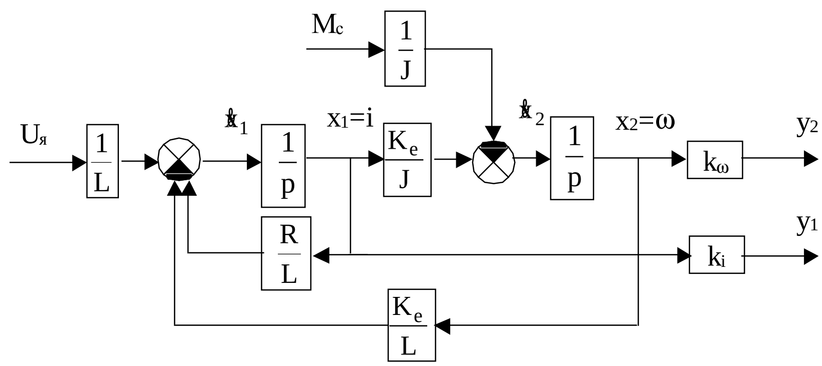


Рис. 6. Схема модели ДПТ.

Структурные схемы, подобные приведенной на рис. 6, строятся следующим образом. Сначала по числу переменных состояния системы выставляются блоки интегрирования (*интеграторы)*, условно обозначенные на рис. 6 дробями 1/p. Смысл данного обозначения будет понятен ниже. В общем случае рекомендуется располагать интеграторы вертикально один под другим, однако часто структура модели такова, что интеграторы располагаются «последовательно», как на рис. 6. На выходе каждого интегратора формируется соответствующая переменная состояния, а на входе – ее производная. Производные переменных состояний определяются правыми частями уравнений состояний, которые, в свою очередь, представляют суммы сигналов. Поэтому перед интеграторами обычно ставятся сумматоры. На эти сумматоры через соответствующие блоки коэффициентов подаются входные сигналы и сигналы состояния (обратные связи). Для формирования выходных сигналов системы также используются блоки коэффициентов.

3.2. Передаточные функции

Передаточной функцией звена или системы называют отношение изображения по Лапласу выходной переменной к изображению по Лапласу входной переменной при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} \tag{22}$$

при

$$x_{вых}(0) = \frac{dx_{вых}}{dt}(0) = \frac{d^2x_{вых}}{dt^2}(0) = \ldots = \frac{d^{n-1}x_{вых}}{dt^{n-1}}(0) = 0, \tag{23}$$

где n – порядок дифференциального уравнения, описывающего звено или систему; p – оператор Лапласа.

Как известно [1], изображение по Лапласу функции f(t) находят по формуле:

$$f(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt. \tag{24}$$

Обратное преобразование вычисляется следующим образом:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} f(p) e^{pt} dp. \tag{25}$$

Зная передаточную функцию звена (системы) и входное воздействие $x_{вх}(t)$, можно определить его (ее) реакцию на это воздействие при нулевых начальных условиях. Для этого нужно, предварительно рассчитав по (24) изображение входной величины $x_{вх}(p)$, определить изображение выходной величины

$$x_{вых}(p) = x_{вх}(p) W(p) \tag{26}$$

и далее с помощью обратного преобразования (25) вычислить $x_{вых}(t)$.

Линейные звенья и системы автоматического регулирования описываются дифференциальными уравнениями вида

$$a_n \frac{d^n x_{вых}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{вых}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dx_{вых}}{dt} + a_0 x_{вых} =$$

$$= b_m \frac{d^m x_{вх}}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{вх}}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{dx_{вх}}{dt} + b_0 x_{вх}. \tag{27}$$

В соответствии с одной из теорем операционного исчисления изображение k-й производной функции f(t) при нулевых начальных условиях:

$$\frac{d^k f}{dt^k} \Rightarrow p^k f(p) \tag{28}$$

при

$$f(0) = \frac{df}{dt}(0) = \frac{d^2 f}{dt^2}(0) = \ldots = \frac{d^{k-1} f}{dt^{k-1}}(0) = 0. \tag{29}$$

Кроме того, известно, что изображение линейной комбинации функций равно линейной комбинации изображений.

Поэтому, преобразовав по Лапласу левую и правую части уравнения (27), получим:

$$a_n p^n x_{вых}(p) + a_{n-1} p^{n-1} x_{вых}(p) + \ldots + a_1 p x_{вых}(p) + a_0 x_{вых}(p) =$$
$$= b_m p^m x_{вх}(p) + b_{m-1} p^{m-1} x_{вх}(p) + \ldots + b_1 p x_{вх}(p) + b_0 x_{вх}(p), \qquad (30)$$

откуда

$$W(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}. \qquad (31)$$

Таким образом, зная дифференциальное уравнение линейного звена (системы), можно легко получить его передаточную функцию, и наоборот. С этой точки зрения дифференциальные уравнения и передаточные функции, – эквивалентные понятия. Однако, как мы увидим далее, передаточными функциями легче оперировать при построении математического описания системы по описанию его элементов.

Как видно из (31), передаточная функция представляет собой отношение двух полиномов и поэтому может быть представлена в виде

$$W(p) = k \frac{\prod_{i}^{m} (p + z_i)}{\prod_{j}^{n} (p + p_j)}, \qquad (32)$$

где z_i – корни числителя передаточной функции, называемые ее *__нулями__*; p_j – корни ее знаменателя, называемые *__полюсами__*; $k = \frac{b_m}{a_n}$ – «согласующий» коэффициент.

Нули и полюса передаточной функции полностью определяют динамику звена (системы). Они могут быть действительными числами или парами комплексно сопряженных чисел $\alpha \pm j\beta$ (рис. 7). Нули и полюса, расположенные в левой части комплексной плоскости (имеющие отрицательные вещественные части), называются *__левыми__*, расположенные в правой полуплоскости – *__правыми__*. На рис. 8 левыми являются z_1, p_1,p_2 и p_3, а правым – z_2, p_7, Кроме левых и правых, нули и полюса могут быть чисто мнимыми (p_4,p_5) и нулевыми (p_6).

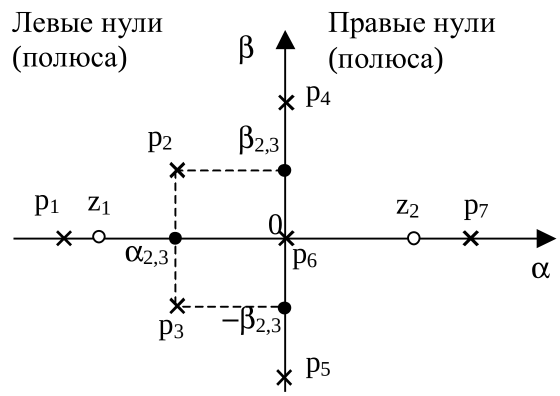


Рис. 7. Нули и полюса системы.

Имея передаточную функцию звена или системы, можно получить его (ее) описание в пространстве состояний в форме уравнений (10,11). Но поскольку передаточная функция не несет информации о внутренних координатах системы (переменных состояния), а лишь связывает ее входы и выходы, такое описание будет иметь формальный характер, Одной и той же передаточной функции соответствует бесконечное множество вариантов ее представлений уравнениями (10,11), различающихся набором переменных состояния (базисом). Выбор базиса зависит от метода преобразований.

Известно несколько таких методов. Рассмотрим один из них – метод прямого программирования, позволяющий получить уравнения в пространстве состояния с базисом, состоящим из *фазовых* координат. Фазовыми называют координаты, связанные между собой процедурами интегрирования–дифференцирования. Так, если речь идет о системе, одной из координат которой является перемещение (линейное или угловое), то другими будут скорость, ускорение и т.д. Число координат определяется порядком передаточной функции.

Пусть, например, имеется система с одним выходом и одним входом, описываемая передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{p^2 + 2p + 4}{2p^2 + p + 4}. \tag{33}$$

Преобразования выполняются в несколько шагов.

1. Числитель и знаменатель W(p) разделим на слагаемое знаменателя, имеющее максимальную степень при p. Тем самым перейдем от операции дифференцирования к операции интегрирования:

$$W(p) = \frac{0{,}5 + p^{-1} + 2p^{-2}}{1 + 0{,}5p^{-1} + 2p^{-2}}. \tag{34}$$

2. Введем вспомогательную переменную E(p), равную частному от деления изображения входа U(p) на знаменатель (34):

$$E(p)=\frac{U(p)}{1+0{,}5p^{-1}+2p^{-2}}. \qquad (35)$$

Из (35) получим:

$$E(p)=U(p)-0{,}5p^{-1}E(p)-2p^{-2}E(p). \qquad (36)$$

3. Выразим выход системы через переменную E(p). Для этого умножим эту переменную на числитель передаточной функции:

$$Y(p)=0{,}5\cdot E(p)+p^{-1}E(p)+2p^{-2}E(p). \qquad (37)$$

4. На основании (36) и (37) построим структурную схему системы.

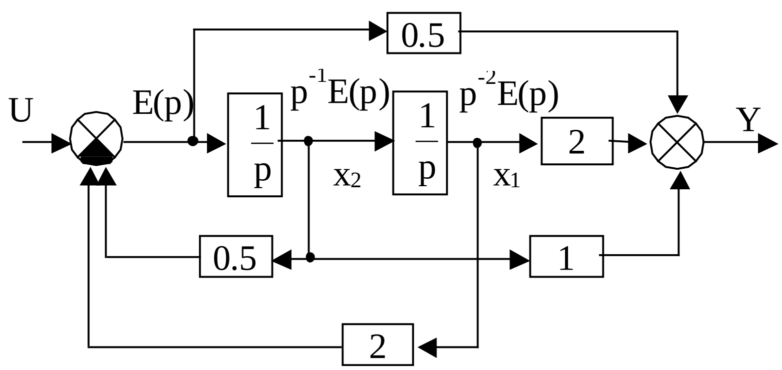


Рис. 8. Структурная схема системы.

На схеме обозначим сигналы на выходах интеграторов переменными x_1 и x_2 (порядок расстановки в общем случае произволен, однако рекомендуется принять его таким, как на схеме). Эти сигналы и будут сигналами по переменным состояния.

По структурной схеме составим уравнения в виде (10,11):

$$\begin{cases} \dot{x}_1=x_2, \\ \dot{x}_2=-2x_1-0{,}5x_2+U, \\ Y=2x_1+x_2+0{,}5\dot{x}_2=2x_1+x_2+0{,}5\cdot(-2x_1-0{,}5x_2+U)= \\ \qquad\qquad =x_1+0{,}75x_2+0{,}5U. \end{cases} \qquad (38)$$

Эти же уравнения в матричной форме:

$$\begin{cases} \dot{X}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0{,}5 \end{pmatrix}\times X+\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\times U, \\ Y=\begin{pmatrix} 1 & 0{,}75 \end{pmatrix}\times X+0{,}5\cdot U. \end{cases} \qquad (39)$$

Следовательно, матрицы описания объекта в пространстве состояний будут следующими:

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & -0{,}5\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1 & 0{,}75\end{pmatrix},\quad D=0{,}5. \tag{40}$$

Ценность рассмотренного метода состоит в том, что он позволяет понять принципы преобразования и построить структурную схему системы. На практике, если порядок числителя передаточной функции меньше порядка ее знаменателя, можно определить матрицы A, B, C и D непосредственно по передаточной функции, пользуясь знанием *канонического представления системы* с одним входом и одним выходом в пространстве состояний.

Система с одним входом и одним выходом с передаточной функцией

$$W(p)=\frac{c_n p^{n-1}+c_{n-1}p^{n-2}+\ldots+c_2 p+c_1}{p^n+a_n p^{n-1}+\ldots+a_2 p+a_1} \tag{41}$$

может быть описана уравнениями в пространстве состояний (10,11) с матрицами вида

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1\\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \ldots & -a_{n-1} & -a_n\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \ldots\\ 0\\ 1\end{pmatrix},$$

$$C=\begin{pmatrix}c_1 & c_2 & \ldots & c_{n-1} & c_n\end{pmatrix},\quad D=0. \tag{42}$$

Такое описание и является <u>каноническим представлением </u>.

3.3. Переходная и частотные характеристики

<u>*Переходная характеристика*</u> звена (системы) $h(t)$ – это реакция системы на *единичное ступенчатое воздействие* $\mathit{1}(t)$ при нулевых начальных условиях. Единичное ступенчатое воздействие описывается функцией времени:

$$\mathit{1}(t)=\begin{cases}0 & \text{при}\quad t<0,\\ 1 & \text{при}\quad t\ge 0.\end{cases} \tag{43}$$

Изображение такого входного сигнала [1]:

$$\mathit{1}(p)=\frac{1}{p}. \tag{44}$$

Следовательно, изображение переходной характеристики:

$$h(p)=\frac{W(p)}{p}. \tag{45}$$

Переходные характеристики полностью определяются свойствами звена или системы и поэтому используются для анализа качества переходных процессов. Для *устойчивых* линейных звеньев и систем (см. 4.2.1) они имеют вид, показанный на рис. 9.

Характеристики типа 1 называются *апериодическими,* характеристики типа 2 – *колебательными.*

Установившееся значение переходной характеристики можно определить непосредственно из дифференциального уравнения или передаточной функции звена. В первом случае в уравнении необходимо приравнять к нулю все производные входной и выходной величин. Тогда из (27), например, получим:

$$a_0 x_{вых,уст} = b_0 x_{вх,уст}, \tag{46}$$

где $x_{вх,уст}$ и $x_{вых,уст}$ – установившиеся значения входного и выходного сигналов звена (системы).

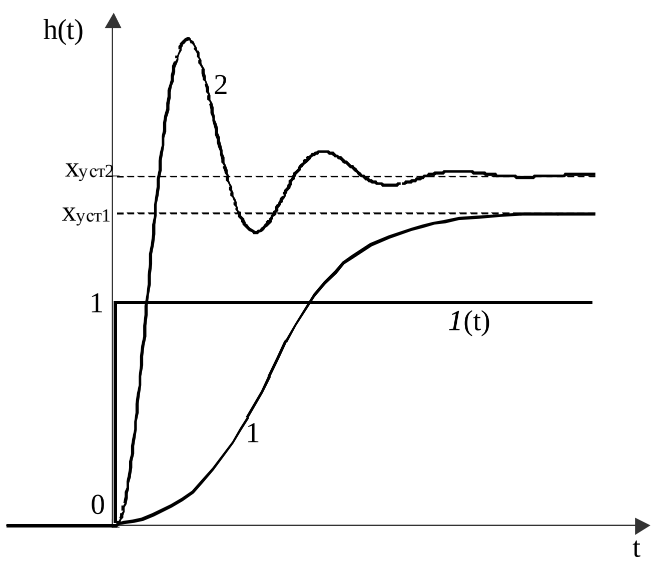


Рис. 9. Переходные характеристики устойчивых звеньев и систем.

Из (46) следует, что

$$x_{вых,уст} = \frac{b_0}{a_0} x_{вх,уст} = k x_{вх,уст}. \tag{47}$$

Величина k называется *коэффициентом передачи* звена (системы). В нашем случае $x_{вх,уст}$=1, откуда следует важный факт: *установившееся значение переходной характеристики равно коэффициенту передачи системы.*

Чтобы определить установившееся значение переходной характеристики по передаточной функции, необходимо положить в ней p=0 и тем самым получить коэффициент передачи.

Частными случаями, следующими из уравнения (47), являются:

1) $b_0 = 0$, $k = 0$, т.е. переходная характеристика со временем стремится к нулю. Такие характеристики могут иметь системы автоматического регулирования, когда под $x_{вх}$ понимается возмущающее воздействие, и это означает отсутствие влияния возмущения на установившееся значения выходной величины системы;

2) $a_0 = 0$, $k = \infty$, т.е. переходная характеристика неограниченно возрастает во времени. В данном случае в структуре математического описания звена присутствует хотя бы один так называемый *свободный интегратор*, который непрерывно увеличивает входной сигнал, интегрируя постоянный по уровню сигнал на входе. Такие звенья называются *нейтральными* (см. 4.2.1).

<u>Частотные характеристики</u> описывают вынужденные колебания на выходе элемента (системы), вызванные гармоническим воздействием на его (ее) вход:

$$x_{вх} = x_{вх,max}\sin(\omega t), \tag{48}$$

где $x_{вх,max}$ – амплитуда; ω – частота колебаний.

Вынужденные колебания на выходе линейного элемента (системы) будут иметь ту же частоту, что и на входе, но отличаться амплитудой и фазой:

$$x_{вых} = x_{вых,max}\sin(\omega t + \varphi). \tag{49}$$

<u>Амплитудно-частотной характеристикой A(w)</u> называется зависимость отношения амплитуд $x_{вых,max}/x_{вх,max}$ от частоты ω:

$$A(\omega) = \frac{x_{вых,max}(\omega)}{x_{вх,max}(\omega)}. \tag{50}$$

<u>Фазочастотной характеристикой ФЧХ</u> называется зависимость от частоты фазового сдвига выходных колебаний по отношению к входным – $\varphi(\omega)$.

На рис. 10 показаны АЧХ и ФЧХ звена с передаточной функцией $W(p) = \dfrac{1}{p^3 + 2p^2 + p + 1}$.

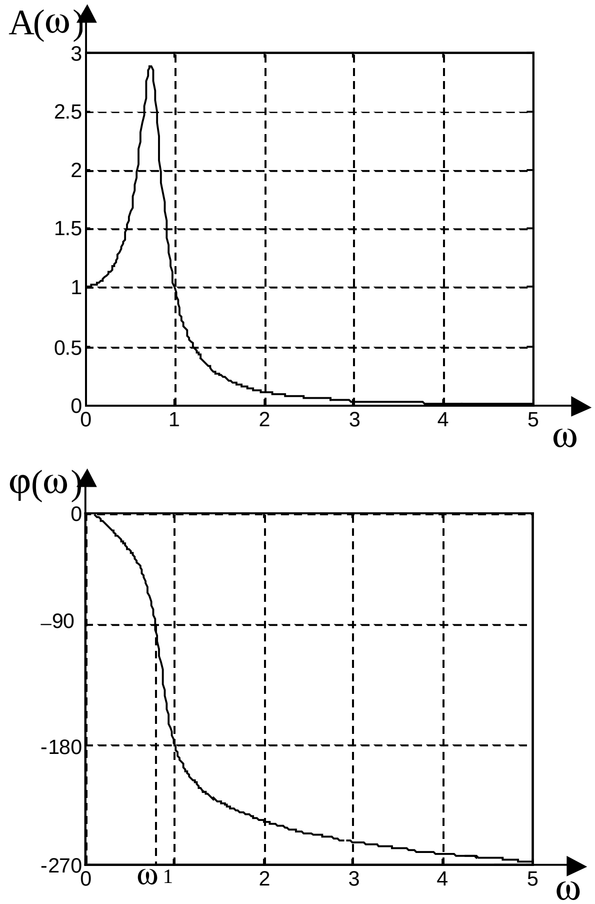


Рис. 10. АЧХ и ФЧХ звена.

Амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики можно объединить в одну *амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ)*, используя их в качестве полярных координат (рис. 11):

$$A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega). \tag{51}$$

Характеристики P(ω) и Q(ω) называются соответственно вещественной и мнимой частотными характеристиками.

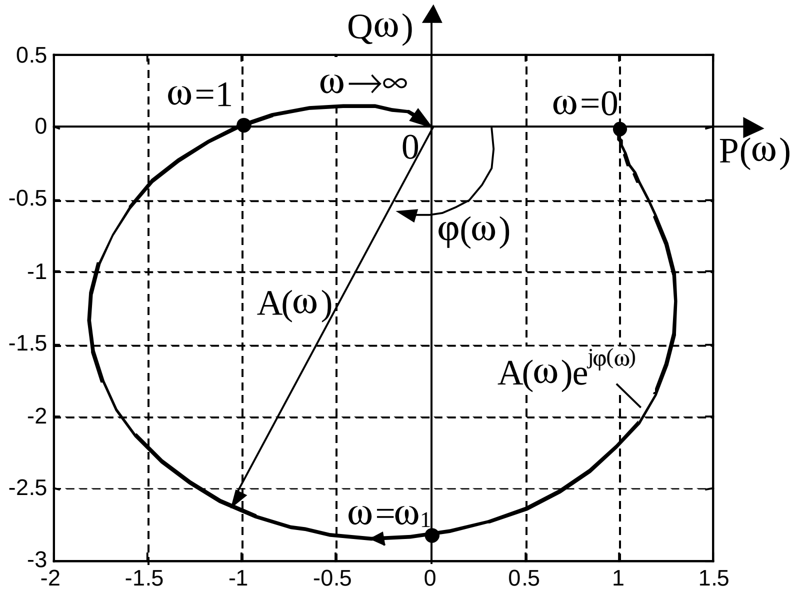


Рис. 11. АФЧХ звена.

Связь между характеристиками P(ω) и Q(ω), с одной стороны, и A(ω) и φ(ω), – с другой, очевидна:

$$\begin{cases} P(\omega) = A(\omega)\cos(\varphi(\omega)); \\ Q(\omega) = A(\omega)\sin(\varphi(\omega)). \end{cases} \tag{52}$$

$$\begin{cases} A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \\ \varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\dfrac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \end{cases} \tag{53}$$

АФЧХ звена или системы можно получить непосредственно по передаточной функции, которая, как показано, представляет собой отношение двух полиномов

$$W(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} = \frac{N(p)}{D(p)}. \tag{54}$$

Если под оператором «p» понимать оператор дифференцирования, то дифференциальное уравнение, соответствующее передаточной функции (54), можно записать следующим образом:

$$x_{вых}D(p) = x_{вх}(p)N(p). \tag{55}$$

Представим колебания на входе и выходе звена в виде:

$$x_{вх} = x_{вх,max}e^{j\omega t}, \tag{56}$$

$$x_{вых} = x_{вых,max}e^{j(\omega t + \varphi)}. \tag{57}$$

Подставим (56) и (57) в (55). При этом учтем следующие очевидные выражения для k-х производных входного и выходного сигналов:

$$p^k x_{вх} = (j\omega)^k x_{вх,max} e^{j\omega t}, \tag{58}$$

$$p^k x_{вых} = (j\omega)^k x_{вых,max} e^{j(\omega t+\varphi)}. \tag{59}$$

Так как слева и справа в уравнении (55) стоят суммы производных, то в результате получим

$$D(j\omega) x_{вых,max} e^{j(\omega t+\varphi)} = N(j\omega) x_{вх,max} e^{j\omega t}, \tag{60}$$

откуда

$$\frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{x_{вых,max} e^{j(\omega t+\varphi)}}{x_{вх,max} e^{j\omega t}} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \tag{61}$$

Следовательно:

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \tag{62}$$

Таким образом, АФЧХ линейного звена или САР в целом можно получить путем замены в передаточной функции оператора «p» на оператор «jω».

Порядок преобразований при этом следующий. После подстановки p = jω получаем

$$W(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{P_N(\omega) + jQ_N(\omega)}{P_D(\omega) + jQ_D(\omega)}. \tag{63}$$

Освобождаясь от мнимости в знаменателе, окончательно имеем

$$W(j\omega) = \frac{\left(P_N(\omega) + jQ_N(\omega)\right)\left(P_D(\omega) - jQ_D(\omega)\right)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega), \tag{64}$$

где

$$\begin{cases} P(\omega) = \dfrac{P_N(\omega)P_D(\omega) + Q_N(\omega)Q_D(\omega)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)}, \\ Q(\omega) = \dfrac{Q_N(\omega)P_D(\omega) - P_N(\omega)Q_D(\omega)}{P_D^2(\omega) + jQ_D^2(\omega)}. \end{cases} \tag{65}$$

При исследовании динамических свойств и синтезе систем автоматического регулирования вместо АЧХ часто используется *логарифмическая амплитудно-частотная характеристика* (ЛАЧХ), получаемая через десятичный логарифм АЧХ. В таком случае ЛАЧХ и ФЧХ представляются совместно в виде графиков в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, а по оси ординат – значения ЛАЧХ в децибелах и углов ЛФХ в градусах (или радианах) в равномерном масштабе (рис. 12).

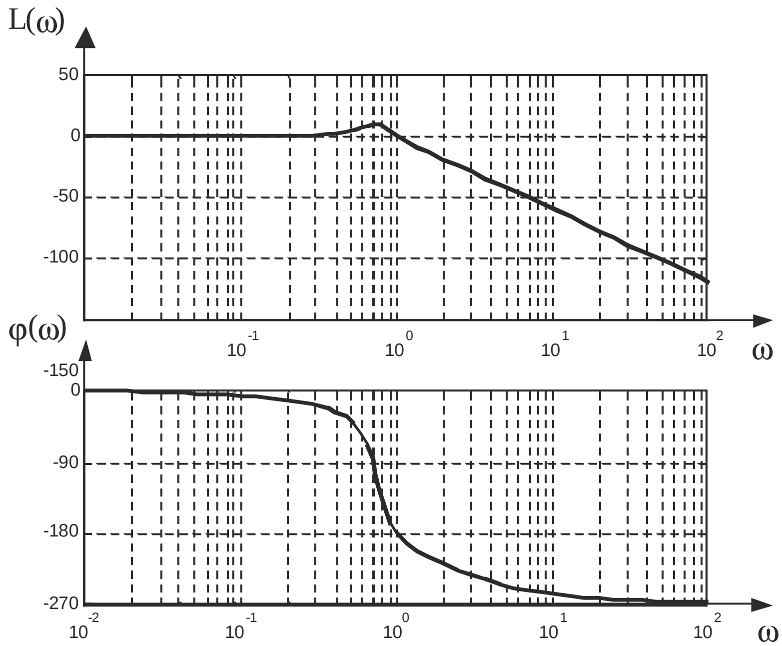


Рис. 12. Логарифмические частотные характеристики звена.

Терминология, которой пользуются при построении логарифмических частотных характеристик, заимствована теорией автоматического регулирования из акустики.

Для измерения отношения двух величин, изменяющихся в широком диапазоне, используется логарифмическая шкала, на которой равномерной единицей является *октава* или *декада*.

Если две частоты отличаются друг от друга в два раза, т.е. $\omega_2/\omega_1 = 2$, то говорят, что частоты ω_1 и ω_2 отличаются друг от друга на одну <u>октаву</u>. Если это отношение равно десяти, т.е. $\omega_2/\omega_1 = 10$, то говорят, что эти частоты отличаются на одну <u>декаду</u>.

При измерении отношений двух мощностей N_1 и N_2 говорят, что они отличаются на один «бел», если $\lg\frac{N_2}{N_1}=1$. Это сравнительно большая единица измерения. При рассмотрении конкретных задач приходится иметь дело с более мелкой единицей, называемой децибелом. Данная величина определяется следующим равенством:

$$10\lg\frac{N_2}{N_1}=1. \tag{66}$$

В этом случае говорят, что N_1 и N_2 отличаются на один децибел. От измерения мощности можно перейти к измерению амплитуды сигнала. Как известно, мощность сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды:

$$N_1 \equiv x_1^2;\ N_2 \equiv x_2^2. \tag{67}$$

Если

$$10\lg\frac{N_2}{N_1} = 10\lg\frac{x_2^2}{x_1^2} = 1, \tag{68}$$

то для отношения амплитуд сигналов, отличающихся на один децибел, получаем:

$$20\lg\frac{x_2}{x_1} = 1. \tag{69}$$

Поэтому ЛАЧХ определяется следующим образом:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega). \tag{70}$$

Существует класс линейных систем, динамические свойства которых полностью описываются одной из двух характеристик: $A(\omega)$ ($L(\omega)$) или $\varphi(\omega)$. Другими словами, между этими характеристиками существует однозначная связь. Это класс так называемых *минимально-фазовых систем*. Свое название такие системы получили по той причине, что имеют минимальную (по модулю) $\varphi(\omega)$ среди всех систем, обладающих одной и той же амплитудно-частотной характеристикой. Доказано, что минимально-фазовые системы описываются передаточными функциями, имеющими только левые нули и полюса. Отметим, что для всех линейных систем (необязательно минимально-фазовых) однозначно зависящими между собой характеристиками являются $P(\omega)$ и $Q(\omega)$.

3.4. Элементарные динамические звенья САР

Элементарными будем называть динамические звенья, имеющие неразложимые на множители передаточные функции первого или второго порядков. Часто такими звеньями представляются многие реальные элементы САР, хотя в большинстве случаев подобное описание является упрощенным.

Усилительное (безынерционное) звено описывается уравнением

$$x_{вых} = kx_{вх}. \tag{71}$$

Коэффициент k называется коэффициентом усиления, если $x_{вх}$ и $x_{вых}$ – сигналы одной физической природы, или коэффициентом передачи, если физическая природа этих сигналов различна. Согласно уравнению звена выходной сигнал повторяет входной, усиленный по модулю в k раз. Строго говоря, реальных безынерционных звеньев не бывает – любые процессы преобразования энергии или информации занимают некоторое время. Однако если инерционность некоторого звена системы намного меньше инерционности других звеньев, ею целесообразно пренебречь, так как это упростит математическое описание системы, не снижая его адекватности. Например, присутствующие во многих САР полупроводниковые усилители можно считать безынерционными звеньями, так как время преобразования (усиления) сигнала в них на несколько порядков меньше времени реакции на управляющий сигнал объектов управления и исполнительных механизмов.

Передаточная функция усилительного звена не имеет нулей и полюсов:

$$W(p) = k. \tag{72}$$

Амплитудно-частотная характеристика усилительного звена:

$$W(j\omega) = k. \tag{73}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg k. \tag{74}$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = 0. \tag{75}$$

Интегрирующее звено описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dx_{вых}}{dt} = kx_{вх}. \tag{76}$$

Как видно из (76), выходной сигнал интегрирующего звена пропорционален интегралу от входного:

$$x_{вых} = k\int_0^t x_{вх}(\tau)d\tau. \tag{77}$$

Передаточная функция звена не имеет нулей, но имеет один нулевой полюс:

$$W(p) = \frac{k}{p}. \tag{78}$$

Переходная характеристика звена определяется уравнением

$$x_{вых} = kt \tag{79}$$

и представляет собой линейно возрастающий во времени сигнал.

Амплитудно-частотная характеристика звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega}. \tag{80}$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \tag{81}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика имеет вид:

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\omega. \qquad (82)$$

Это прямая, пересекающая ось абсцисс при частоте $\omega = k$. Определим ее наклон. Для этого сравним значения $L(\omega)$ на двух частотах, отличающихся на одну декаду: ω_1 и $\omega_2 = 10\omega_1$.

$$L(\omega_1) - L(\omega_2) = -20\lg(T\omega_1) + 20\lg(T\omega_2) = -20\lg(T\omega_1) + 20 + 20\lg(T\omega_1) = 20. \qquad (83)$$

Следовательно, наклон прямой равен –20 дБ/дек (рис. 13).

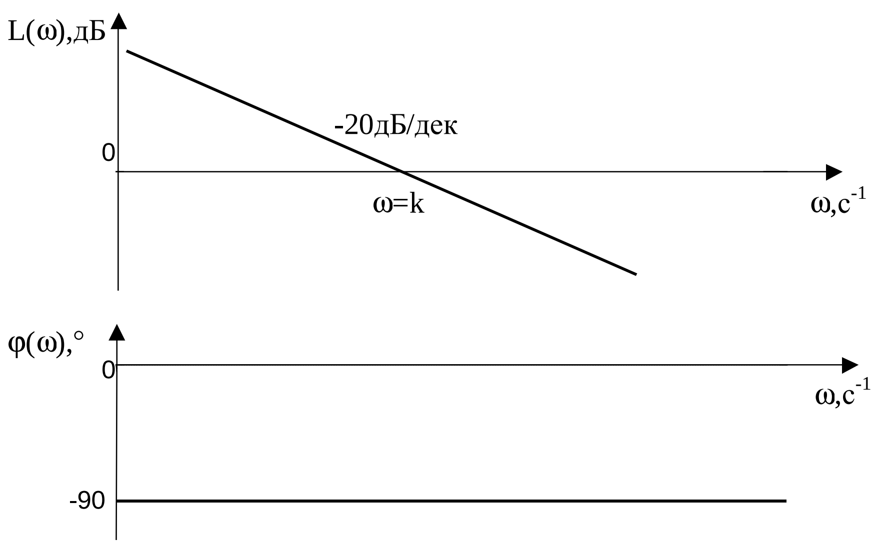


Рис. 13. Логарифмические частотные характеристики интегрирующего звена.

Апериодическое звено (инерционное звено первого порядка) описывается дифференциальным уравнением вида

$$T\frac{dx_{вых}}{dt} + x_{вых} = kx_{вх}, \qquad (84)$$

где T – постоянная времени звена c^{-1}; k – его коэффициент передачи (усиления).

Передаточная функция апериодического звена:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}. \qquad (85)$$

Она имеет единственный полюс $p = -1/T$.

Переходная характеристика звена показана на рис. 14.

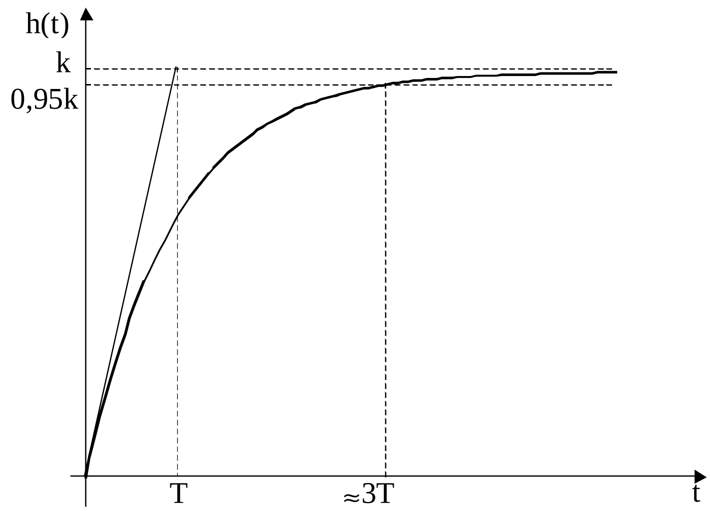


Рис. 14. Переходная характеристика апериодического звена.

Уравнение переходной характеристики звена:

$$h(t) = k\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right). \qquad (86)$$

Постоянная времени апериодического звена имеет определенный физический смысл – это время, в течение которого выходная величина достигла бы установившегося значения, если бы изменялась с постоянной начальной скоростью. Действительно, из (84) при $x_{вх} = 1$, $x_{вых} = 0$ получаем

$$\frac{dx_{вых}}{dt}(0) = \frac{k}{T}. \qquad (87)$$

Откуда время достижения установившегося состояния

$$t_у = k \Big/ \frac{dx_{вых}}{dt}(0) = T. \qquad (88)$$

Амплитудно-частотная характеристика апериодического звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}. \qquad (89)$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}(T\omega). \qquad (90)$$

Логарифмируя (89), получим ЛАЧХ апериодического звена:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{T^2\omega^2 + 1}. \qquad (91)$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

1) при $\omega \to 0$, $L(\omega) \to 20\lg k$;

2) при $\omega \to \infty$, $L(\omega) \to 20\lg k - 20\lg(T\omega)$.

Первая асимптота – горизонтальная линия на уровне 20lgk, вторая – прямая с наклоном –20 дБ/дек.

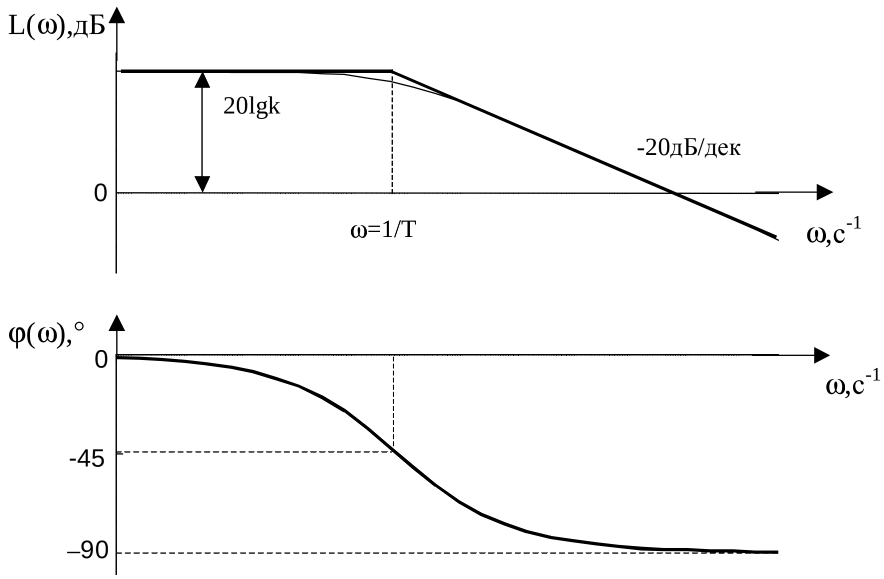


Рис. 15. Логарифмические частотные характеристики апериодического звена.

Пересекаются асимптоты в точке ω=1/T. На этой же частоте сама ЛАХ в наибольшей степени отличается от асимптот (отличие $\Delta L \approx 3$дБ).

Колебательное звено описывается дифференциальным уравнением второго порядка, которое можно привести к виду

$$T^2 \frac{d^2 x_{вых}}{dt^2} + 2T\xi \frac{dx_{вых}}{dt} + x_{вых} = kx_{вх}, \qquad 0 \le \xi < 1, \tag{92}$$

где T – постоянная времени звена, c^{-1}; k – коэффициент передачи звена; ξ – *коэффициент д*

Из (92) получим передаточную функцию звена

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \tag{93}$$

Передаточная функция имеет пару комплексно сопряженных полюсов

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\beta, \tag{94}$$

где

$$\alpha = -\frac{\xi}{T}, \quad \beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}. \tag{95}$$

Переходная характеристика колебательного звена может быть выражена через его полюса:

$$h(t) = k\left(1 - \frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\beta} e^{\alpha t} \sin\left(\beta t - \mathrm{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)\right) \qquad (96)$$

или через параметры передаточной функции:

$$h(t) = k\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t + \mathrm{arctg}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right). \qquad (97)$$

Как видно из (96), переходная характеристика колебательного звена представляет собой сумму постоянной величины, равной коэффициенту передачи k, и затухающей синусоиды с частотой β. Скорость затухания синусоиды определяется вещественной частью полюсов α.

Переходные характеристики колебательных звеньев при различных значениях постоянных времени и коэффициента демпфирования показаны на рис. 16.

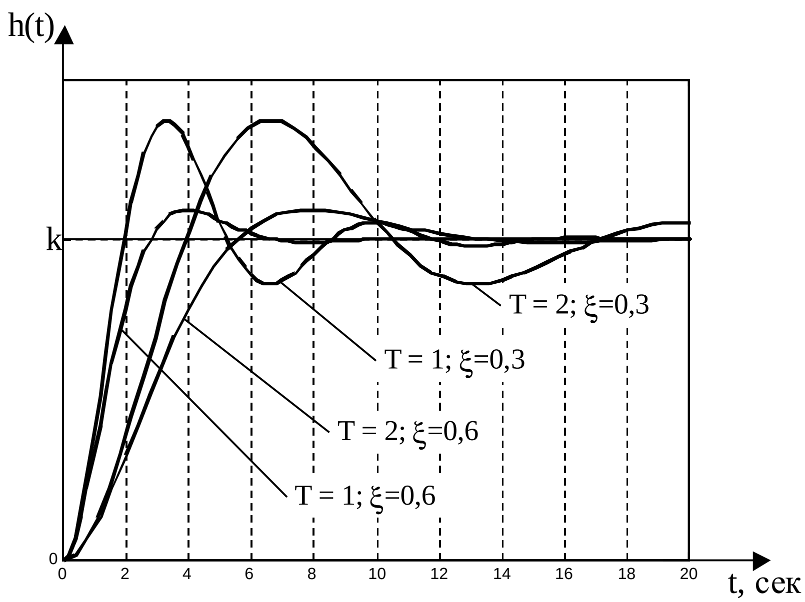


Рис. 16. Переходные характеристики колебательных звеньев.

Анализ выражения (97), а также рис. 16 показывают влияние параметров передаточной функции на вид переходной характеристики.

Увеличение постоянной времени T ведет к снижению скорости затухания и частоты колебаний, что в свою очередь дает увеличение длительности переходной характеристики. Размах колебаний остается неизменным.

Увеличение коэффициента демпфирования ξ ведет к увеличению скорости затухания колебаний и уменьшению их размаха и частоты, т.е. к подавлению (демпфированию) колебаний.

Отметим, что при $\xi \geq 1$ полюса звена становятся отрицательными вещественными числами:

$$p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}, \tag{98}$$

и, следовательно, передаточную функцию (93) можно представить в виде произведения двух апериодических звеньев:

$$W(p) = \frac{-kp_1}{p - p_1} \cdot \frac{-p_2}{p - p_2} = \frac{k}{T_1 p + 1} \cdot \frac{1}{T_2 p + 1}, \tag{99}$$

где $T_1 = |1/p_1|$; $T_2 = |1/p_2|$.

Такое звено называется *апериодическим второго порядка* и, очевидно, не является элементарным.

С другой стороны, при ξ=0 из (97) получаем:

$$h(t) = k\left(1 - \sin\left(\frac{1}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)\right) = k\left(1 - \cos\left(\frac{1}{T}t\right)\right). \tag{100}$$

Это уравнение незатухающих колебаний относительно уровня h = k с частотой ω = 1/T и амплитудой, равной коэффициенту передачи.

Звено, у которого ξ=0, называется *консервативным*.

Амплитудно-частотная характеристика колебательного звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{\left(1 - T^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}. \tag{101}$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(j\omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}\right). \tag{102}$$

ЛАЧХ звена имеет вид:

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{\left(1 - T^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}. \tag{103}$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

а) при $\omega \to 0$, $L(\omega) \to 20\lg k$;

б) при $\omega \to \infty$, $L(\omega) \to 20\lg k - 40\lg T\omega$.

Первая асимптота является горизонтальной прямой, уровень которой 20lgk, вторая – прямая с наклоном –40 дБ/дек (рис.17).

При значениях коэффициента демпфирования $0{,}5<\xi<1$ характеристика близка к ломаной, образованной двумя этими асимптотами. Если же $\xi<0{,}5$, то имеет место заметный «горб» в ЛАХ на частоте

$$\omega_к = \frac{1}{T} \cdot \sqrt{1 - 2\xi^2}, \tag{104}$$

который может быть рассчитан следующим образом:

$$\Delta L = 20\lg\frac{1}{2\xi\cdot\sqrt{1-\xi^2}}. \qquad (105)$$

В упрощенных расчетах можно принять

$$\Delta L = 20\lg\frac{1}{2\xi},\ \omega_к = \frac{1}{T}. \qquad (106)$$

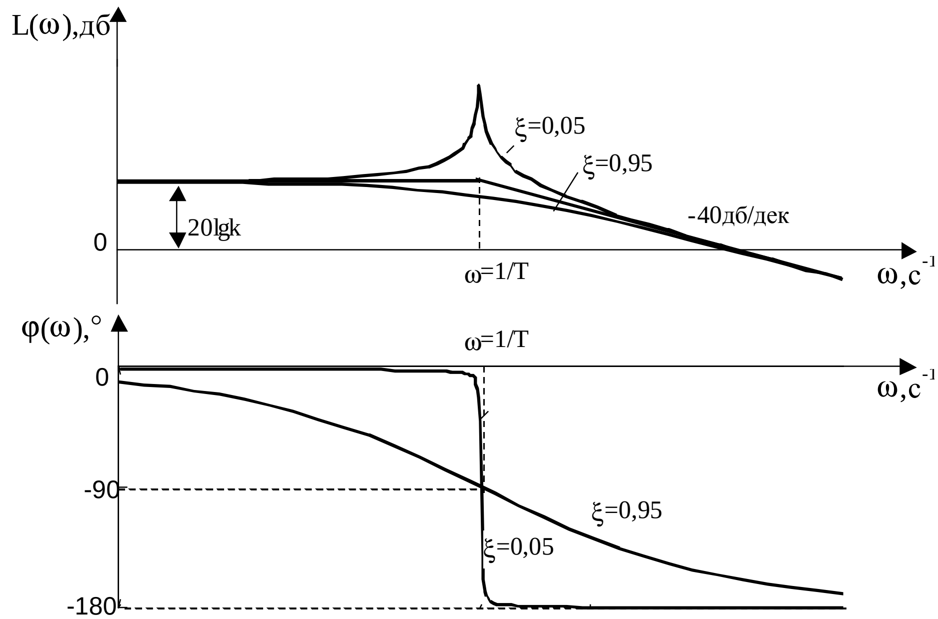


Рис. 17. Логарифмические частотные характеристики колебательного звена.

Выше рассмотрены элементарные звенья, передаточные функции которых имеют только полюса. Из них с помощью последовательного соединения может быть составлена система с передаточной функцией, заданной любым набором левых полюсов.

Далее рассмотрим звенья, передаточные функции которых имеют только нули. Это так называемые *дифференцирующие звенья*. Порядки числителей их передаточных функций больше порядков знаменателей, и, следовательно, «в чистом виде» эти звенья не реализуемы. Они не могут быть представлены в пространстве состояний, а их переходные характеристики в момент времени t = 0 равны бесконечности. Однако поскольку в общем случае передаточные функции реальных звеньев или САР в целом имеют нули, дифференцирующие звенья представляют определенный интерес. В частности, представляют интерес их частотные характеристики, которыми в дальнейшем мы и ограничимся.

При этом необходимо заметить, что поскольку передаточные функции звеньев, имеющих только нули, обратны передаточным функциям, имеющим только полюса, в том же отношении стоят и их частотные характеристики. Действительно, пусть:

$$W_1(p) = \frac{1}{W_2(p)}. \tag{107}$$

Тогда

$$W_1(j\omega) = A_1(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)} = \\ \frac{1}{W_2(j\omega)} = \frac{1}{A_2(\omega)e^{j\varphi_2(\omega)}} = \left(A_2(\omega)\right)^{-1}e^{-j\varphi_2(\omega)}, \tag{108}$$

и, следовательно:

$$A_1(\omega) = \left(A_2(\omega)\right)^{-1}; \tag{109}$$

$$\varphi_1(\omega) = -\varphi_2(\omega). \tag{110}$$

Из (109) очевидно, что $L(\omega_1) = -L(\omega_2)$.

Идеальное дифференцирующее звено описывается дифференциальным уравнением:

$$x_{вых} = k\frac{dx_{вх}}{dt}. \tag{111}$$

Его передаточная функция

$$W(p) = kp. \tag{112}$$

Амплитудно-частотная характеристика идеального дифференцирующего звена:

$$A(\omega) = k\omega. \tag{113}$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}. \tag{114}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика имеет вид:

$$L(\omega) = 20\lg k + 20\lg\omega. \tag{115}$$

Это прямая с наклоном 20 дБ/дек, проходящая через ось абсцисс при частоте ω=1/k.

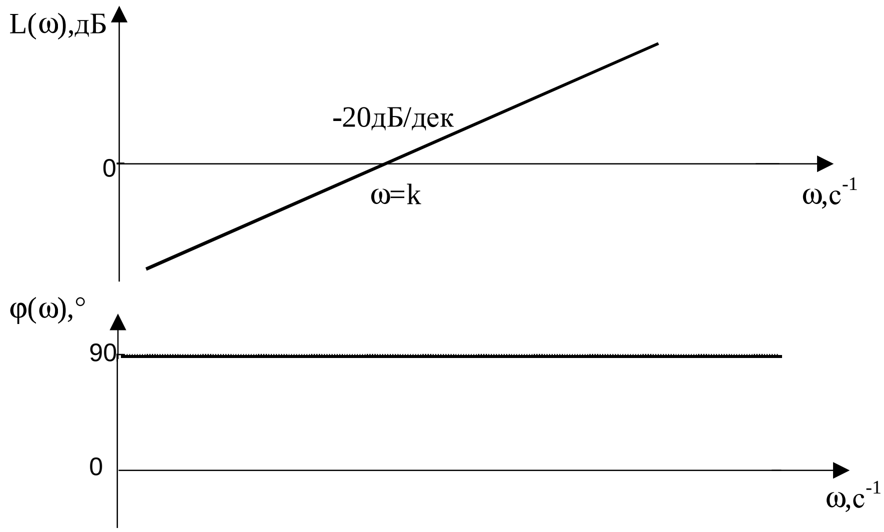


Рис. 18. Логарифмические частотные характеристики идеального дифференцирующего звена.

<u>Идеальное форсирующее звено</u> описывается дифференциальным уравнением

$$x_{вых} = k\left(T\frac{dx_{вх}}{dt} + 1\right). \qquad (116)$$

Звено имеет передаточную функцию

$$W(p) = k(Tp + 1). \qquad (117)$$

Амплитудно-частотная характеристика:

$$A(\omega) = k \cdot \sqrt{T^2\omega^2 + 1}. \qquad (118)$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}(T\omega). \qquad (119)$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg k + 20\lg T\omega. \qquad (120)$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

1) при $\omega \to 0$, $L(\omega) \to 20\lg k$;

2) при $\omega \to \infty$, $L(\omega) \to 20\lg k + 20\lg T\omega$.

Первая асимптота – горизонтальная прямая, вторая – прямая с наклоном +20 дБ/дек (рис.19).

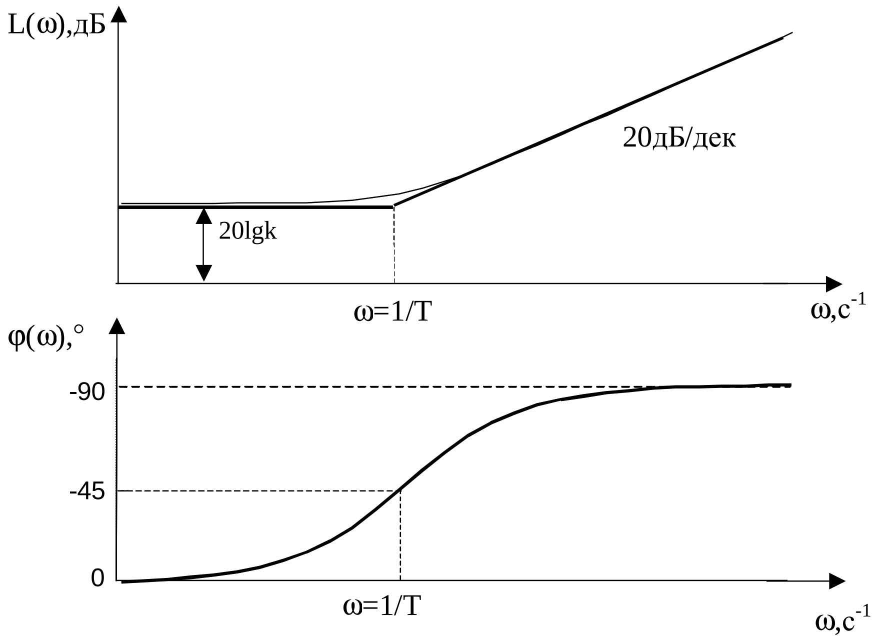


Рис. 19. Логарифмические частотные характеристики форсирующего звена.

Пересекаются асимптоты в точке ω=1/T. Наибольшее отличие ЛАЧХ от асимптот наблюдается на частоте ω=1/T и составляет ΔL≈3дБ.

Идеальное форсирующее звено второго порядка описывается дифференциальным уравнением

$$x_{вых} = k\left(T^2\frac{d^2x_{вх}}{dt^2} + 2\xi T\frac{dx_{вх}}{dt} + x_{вх}\right), \qquad 0 \le \xi < 1. \tag{121}$$

Передаточная функция такого звена:

$$W(p) = k\left(T^2p + 2\xi Tp + 1\right). \tag{122}$$

Амплитудно-частотная характеристика:

$$A(\omega) = k\sqrt{\left(1 - T^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}\,. \tag{123}$$

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\left(\frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}\right). \tag{124}$$

ЛАЧХ звена:

$$L(\omega) = 20\lg k + 20\lg\sqrt{\left(1 - T^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}\,. \tag{125}$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

а) при $\omega \to 0$, $L(\omega) \to 20\lg k$;

б) при $\omega \to \infty$, $L(\omega) \to 20\lg k - 40\lg T\omega$.

Первая асимптота является горизонтальной прямой, уровень которой 20lgk, вторая – прямая с наклоном 40 дБ/дек (рис.20).

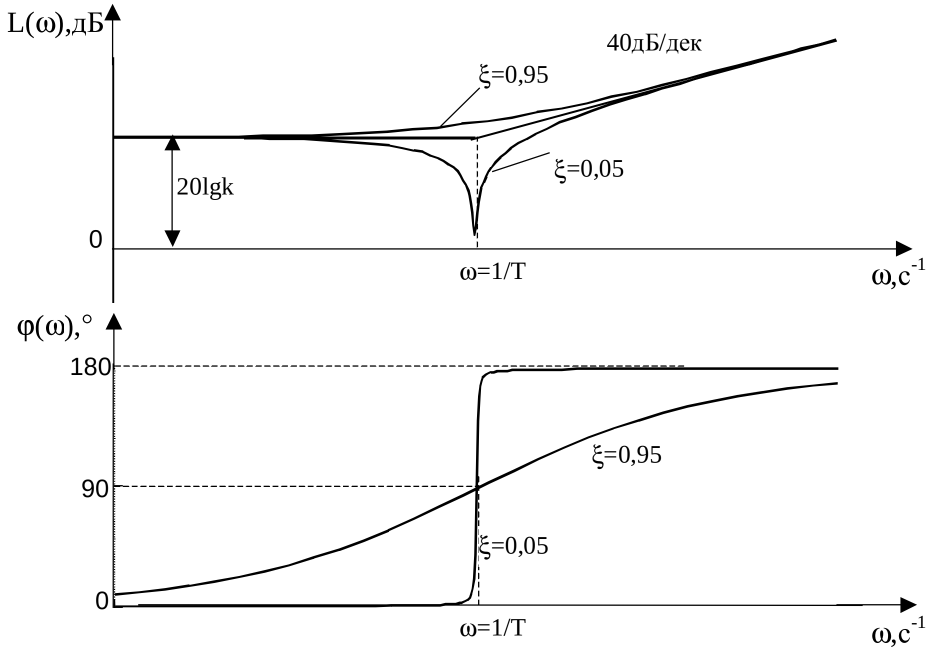


Рис. 20. Логарифмические частотные характеристики колебательного звена.

При значениях коэффициента демпфирования 0,5<ξ<1 характеристика близка к ломаной, образованной двумя этими асимптотами. При ξ<0,5 имеет место заметный отрицательный «горб» на частоте

$$\omega_к = \frac{1}{T} \cdot \sqrt{1 - 2\xi^2}\,, \tag{126}$$

который может быть рассчитан как:

$$\Delta L = -20\lg \frac{1}{2\xi \cdot \sqrt{1-\xi^2}}\,. \tag{127}$$

В упрощенных расчетах можно считать

$$\Delta L = -20\lg \frac{1}{2\xi}\,,\ \omega_к = \frac{1}{T}\,. \tag{128}$$

Кроме звеньев, описываемых линейными дифференциальными уравнениями и рассмотренных выше, к элементарным линейным звеньям можно также отнести *звено запаздывания.*

<u>Звено запаздывания</u> – это звено, у которого сигнал на выходе пропорционален сигналу на входе, но отстает от него на время τ:

$$x_{вых} = kx_{вх}(t - \tau)\,. \tag{129}$$

Таким звеном, например, может быть описан транспортер, перемещающий сыпучий материал, если в качестве входной величины принять положение шибера (заслонки), регулирующего подачу этого материала, а в качестве выходной – сигнал электронных весов, расположенных на некотором расстоянии от зоны загрузки транспортера.

Согласно теореме операционного исчисления о запаздывании оригинала [1] изображение по Лапласу правой части уравнения (129):

$$x_{вх}(t-\tau) \Rightarrow x_{вх}(p)e^{-\tau p}. \qquad (130)$$

Следовательно, передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} = ke^{-\tau p}. \qquad (131)$$

Переходная характеристика звена представляет собой ступенчатый сигнал величины k, «сдвинутый» от нулевого момента времени вправо на величину τ:

$$h(1) = k \cdot \mathit{1}(t-\tau). \qquad (132)$$

Частотные характеристики звена можно получить с помощью преобразования:

$$W(j\omega) = ke^{-j\tau\omega} = k\left(\cos(\tau\omega) - j\sin(\tau\omega)\right). \qquad (133)$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики звена:

$$P(\omega) = k\cos(\tau\omega), \qquad Q(\omega) = -k\sin(\tau\omega). \qquad (134)$$

Амплитудо-частотная и фазочастотная характеристики:

$$A(\omega) = k, \qquad \varphi(\omega) = -\tau\omega. \qquad (135)$$

Таким образом, звено характеризуется отрицательным фазовым сдвигом, пропорциональным величине запаздывания τ и частоте ω.

В заключение отметим, что запаздывание часто появляется в математическом описании многих процессов в результате аппроксимации их динамических характеристик, полученных экспериментальным путем, передаточными функциями низких порядков. Например, динамические характеристики многих тепловых объектов приближенно получают обработкой так называемой *кривой разгона* – экспериментально снятой кривой реакции выходной величины на ступенчатое изменение входной (рис. 21).

В простейшем случае объект описывают передаточной функцией первого порядка с запаздыванием:

$$W(p) = \frac{\Delta x_{вых}(p)}{\Delta x_{вх}(p)} = \frac{k}{Tp+1}e^{-\tau p}. \qquad (136)$$

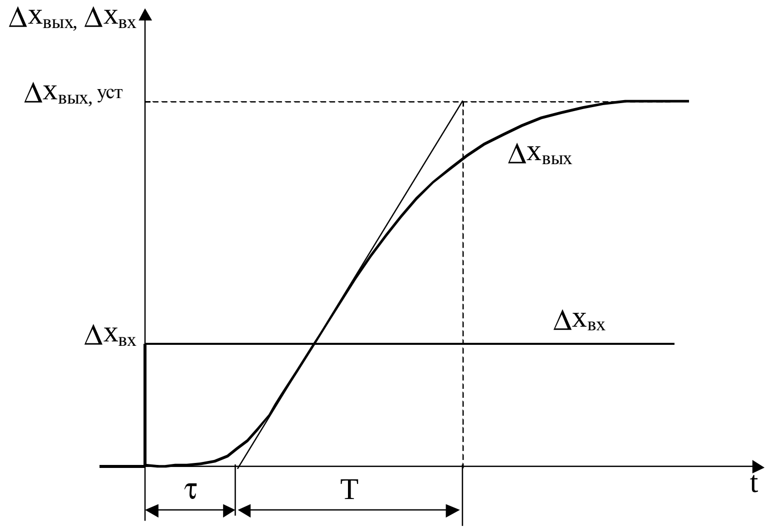


Рис. 21. Использования запаздывания для аппроксимации разгонных характеристик.

Временные параметры передаточной функции τ и T определяют непосредственно по разгонной кривой (рис. 21), а коэффициент передачи рассчитывают как

$$k = \frac{\Delta x_{вых,уст}}{\Delta x_{вх}}. \tag{137}$$

3.5. Определение математического описания САР

3.5.1. Передаточная матрица системы

Как и любые реальные звенья, система автоматического регулирования в целом может быть описана уравнениями в пространстве состояний, связывающими переменные состояния, входные и выходные величины системы. Для построения такого описания достаточно объединить уравнения всех звеньев, входящих в систему, избавившись тем самым от «ненужных» в конечном итоге промежуточных входов и выходов отдельных элементов САР.

Для построения переходных и частотных характеристик могут потребоваться передаточные функции системы, связывающие ее входы и выходы. Эти передаточные функции формируют так называемую *передаточную матрицу*.

Передаточная матрица W(p) связывает между собой вектор изображений Лапласа входных величин U(p) и вектор изображений Лапласа выходных величин Y(p) при нулевых начальных условиях:

$$Y(p) = W(p) \cdot U(p). \tag{138}$$

При этом в качестве входных могут быть как задающие, так и возмущающие воздействия, а в качестве выходных – любые интересующие исследователя сигналы.

Если вектор U включает m компонентов, а вектор Y – $\mathbf{l}$ компонентов, размер передаточной матрицы $[\mathbf{l} \times m]$:

$$\begin{pmatrix} y_1(p) \\ y_2(p) \\ \dots \\ y_{\mathbf{l}}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y_1(p)}{u_1(p)} & \frac{y_1(p)}{u_2(p)} \dots & \dots \frac{y_1(p)}{u_m(p)} \\ \frac{y_2(p)}{u_1(p)} & \frac{y_2(p)}{u_2(p)} \dots & \dots \frac{y_2(p)}{u_m(p)} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \frac{y_{\mathbf{l}}(p)}{u_1(p)} & \frac{y_{\mathbf{l}}(p)}{u_2(p)} \dots & \dots \frac{y_{\mathbf{l}}(p)}{u_m(p)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1(p) \\ u_2(p) \\ \dots\dots \\ u_m(p) \end{pmatrix}. \qquad (139)$$

Таким образом, элементами передаточной матрицы являются передаточные функции по отдельным каналам управления и возмущения.

Передаточную матрицу системы можно определить по ее уравнениям в пространстве состояний (10, 11). Запишем уравнение состояний (10) в операторной форме и выразим из него вектор изображений переменных состояния:

$$pX(p) = AX(p) + BU(p), \qquad (140)$$

откуда

$$X(p) = (pE - A)^{-1} BU(p), \qquad (141)$$

где E – единичная диагональная матрица размером [n×n].

Подставив (141) в уравнение выхода, получим:

$$Y(p) = C(pE - A)^{-1} BU(p) + DU(p) = \left(C(pE - A)^{-1} B + D\right)U(p), \qquad (142)$$

откуда видно, что

$$W(p) = C(pE - A)^{-1} B + D, \qquad (143)$$

или

$$W(p) = \frac{C(pE - A)^{+} B + D \det(pE - A)}{\det(pE - A)}, \qquad (144)$$

где $(pE - A)^{+}$ – так называемая присоединенная к $pE - A$ матрица. Знаменатель (144) представляет собой характеристический полином матрицы A. Так как этот полином – величина скалярная, знаменатели передаточных функций

– элементов передаточной матрицы, т.е. знаменатели передаточных функций всех каналов управления и возмущения системы – будут одинаковыми:

$$\mathrm{den}(p) = \det(pE - A)\,. \qquad (145)$$

Числители же определяются матрицей

$$\mathrm{num}(p) = C(pE - A)^{+} B + D\det(pE - A)\,. \qquad (146)$$

Это обстоятельство подчеркивает то, что внутренние свойства системы (ее динамика по переменным состояния, устойчивость и т.д.) определяются только уравнением состояний (10), точнее, матрицей A.

Однако если система представляет собой объединение нескольких независимых подсистем, соответствующие элементы передаточной матрицы, – передаточные функции каналов управления, – должны иметь, очевидно, различные знаменатели, так как эти каналы принадлежат подсистемам с различными свойствами. В таком случае числители (146) и знаменатель (145) передаточных функций матрицы имеют общие множители–полиномы, сокращая которые, можно получить «реальные» числители и знаменатели.

3.5.2. Структурные преобразования модели САР

Рассмотренные ниже правила структурных преобразований позволяют получить передаточные функции САР по передаточным функциям ее звеньев, а также представить структуру системы в удобном для анализа виде.

Формулы преобразований легко выводятся путем сопоставления передаточных функций структур до и после преобразований.

1. *Последовательное соединение звеньев* (рис. 22).

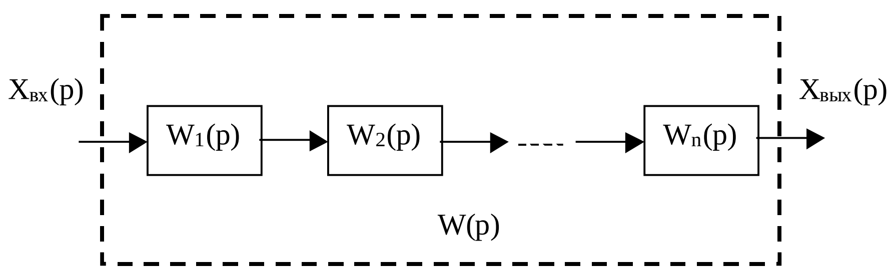


Рис. 22. Последовательное соединение звеньев.

Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению их передаточных функций

$$W(p) = \prod_{i=1}^{i=n} W_i(p). \qquad (147)$$

2. *Параллельное соединение звеньев* (рис. 23).

Передаточная функция системы, состоящих из параллельно соединенных звеньев, равна сумме передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p)=\sum_{i=1}^{i=n}W_i(p). \qquad (148)$$

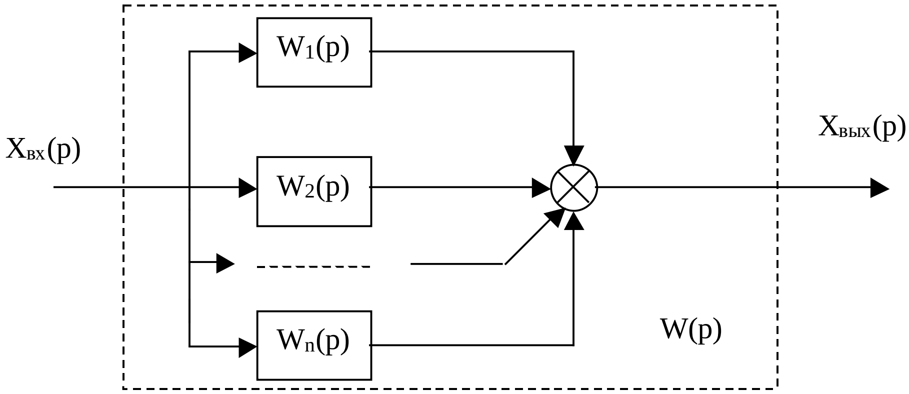


Рис. 23. Параллельное соединение звеньев.

3. Соединение звеньев в виде обратной связи (рис. 24).

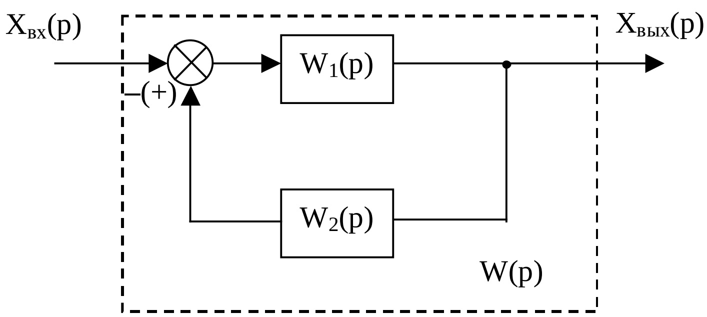


Рис. 24. Соединение звеньев в виде обратной связи.

Передаточная функция звена, охваченного обратной связью, равна дроби, числитель которой есть передаточная функция самого звена, а знаменатель – единица плюс /минус/ произведение передаточной функции звена и передаточной функции обратной связи:

$$W(p)=\frac{W_1(p)}{1\pm W_1(p)W_{oc}(p)}. \qquad (149)$$

Знак «+» относится к отрицательной обратной связи, а знак «-» – к положительной.

4. Переносы сумматора.

а) с выхода звена на его вход (рис. 25).

Внешнее воздействие F(p), приложенное к выходу звена с передаточной функцией $W_1(p)$, можно перевести на его вход, поместив между воздействием и сумматором дополнительное звено с передаточной функцией $1/W_1(p)$.

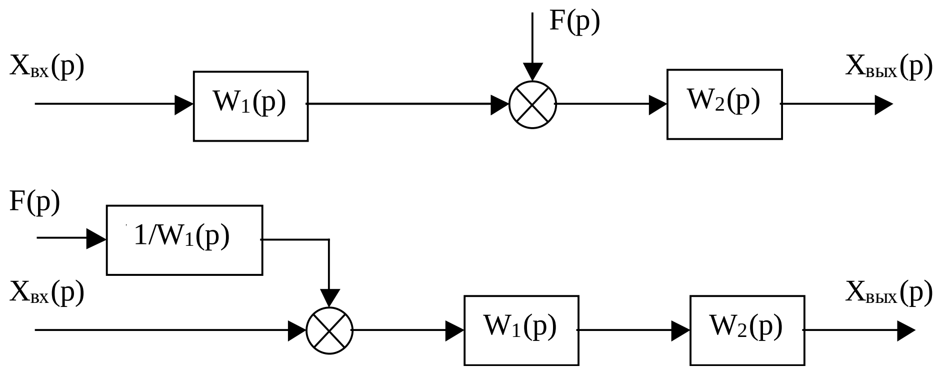


Рис. 25. Перенос сумматора с выхода на вход звена.

б) с входа звена на его выход (рис.26).

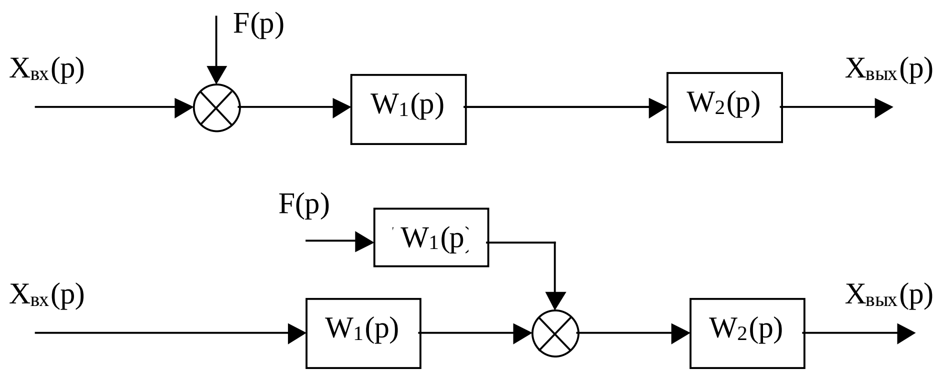


Рис. 26. Перенос сумматора с входа на выход звена.

Внешнее воздействие F(p), приложенное к входу звена с передаточной функцией $W_1(p)$, можно перевести на его выход, поместив между воздействием и сумматором дополнительное звено с передаточной функцией $W_1(p)$.

5. Переносы линии связи.

а) с выхода звена на его вход (рис. 27).

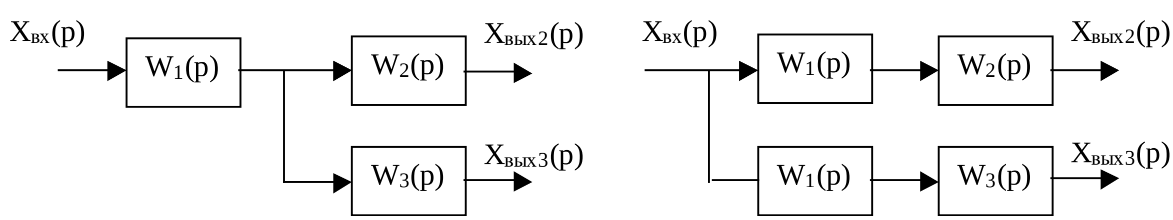


Рис. 27. Перенос линии связи с выхода звена на вход.

Точку присоединения любой структурной связи к выходу звена, имеющего передаточную функцию $W_1(p)$, можно перенести на его вход, включив в эту связь дополнительное звено с той же передаточной функцией $W_1(p)$.

б) с входа звена на его выход (рис.28).

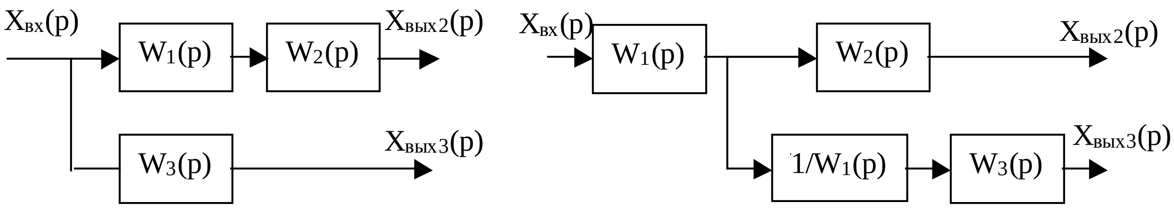


Рис. 28. Перенос линии связи с входа звена на выход.

Точку присоединения любой структурной связи к входу звена, имеющего передаточную функцию $W_1(p)$, можно перенести на его выход, включив в эту связь дополнительное звено с той же передаточной функцией $1/W_1(p)$.

4. НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМЫ MATLAB ДЛЯ АНАЛИЗА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

4.1. Обзор системы

Эффективным средством исследования и синтеза систем управления являются специализированные математические программы. Безусловный лидер среди них – система Matlab фирмы MathSoft. Наиболее важными ее достоинствами являются:

наличие мощного языка программирования, поддерживающего множество типов данных, объектно-ориентированное программирование, разнообразные управляющие конструкции и полноценный графический интерфейс;

наличие подсистемы имитационного моделирования Simulink, позволяющей естественным образом строить и исследовать модели самых сложных систем управления (и не только управления).

Эти достоинства определили развитие системы – на сегодняшний день разработано несколько десятков пакетов прикладных программ (Toolboxes), написанных на зыке Matlab, а также наборов блоков (Blocksets), расширяющих базовую библиотеку Simulink. Они предназначены для решения самых разнообразных задач в различных отраслях знаний. Перечислим пакеты и наборы блоков, назначение которых прямо или косвенно связано с проблемами управления:

Control Systems – непрерывные и дискретные линейные системы;

Filter Design – анализ и синтез дискретных фильтров;

Fuzzy Logic – управление на основе нечеткой логики;

LMI Control – анализ, синтез и оптимизация систем с помощью линейных матричных неравенств (linear matrix inequalities);

Model Predictive Control – оптимальное управление системами, имеющими ограничения на вектор состояния и выходные переменные;

Mu-Analysis and Synthesis и Robust Control – анализ и синтез робастных (нечувствительных к изменению параметров) систем управления;

Neural Network – моделирование нейронных сетей;

Optimization – решение оптимизационных задач;

Signal Processing – обработка непрерывных и дискретных сигналов;

System Identification – идентификация систем (построение моделей на основе опытных данных);

Simulink (базовая библиотека блоков) – имитационное моделирование систем управления с помощью методов численного интегрирования;

DSP Blockset и Fixed Point Blockset – цифровая обработка сигналов (digital signal processing);

Nonlinear Control Design – синтез систем управления с помощью оптимизационных методов.

Хотя дальнейшее изложение предполагает знание основ языка программирования Matlab, его изучение выходит за рамки данного пособия. Самостоятельно освоить язык и интерфейсы системы можно с помощью справочной системы и многочисленных учебных пособий, в частности [5].

4.2. Математическое описание и характеристики линейных систем

4.2.1. Пакет Control для исследования линейных объектов и систем

Пакет прикладных программ Control Systems предназначен для решения разнообразных задач, связанных с анализом и синтезом линейных систем автоматического управления. Как и многие другие, пакет построен на основе объектно-ориентированной технологии и включает несколько классов, представляющих математическое описание линейных объектов:

`tf` (transfer function) – передаточные функции;

`ss` (state space) – описание в пространстве состояний;

`zpk` (zero-pole-gain) – описание в виде нулей, полюсов и коэффициентов передаточных функций.

Все эти классы являются потомками виртуального класса `lti` (linear time-invariant – линейные системы с постоянными параметрами) и наследуют от него поля (свойства) для описания объектов и методы (функции) для работы с ними.

Объекты `tf`, `ss`, `zpk` описываются соответствующими структурами, поля которых заключают свойства объекта. Набор свойств для всех классов можно просмотреть введя:

```
help ltiprop
```

Доступ к полям объектов в Matlab осуществляется с помощью функций `set` (установить) и `get` (получить) и путем непосредственного обращения к полю. Однако в большинстве случаев необходимости в этом нет, так как основные поля заполняются и изменяются функциями пакета.

Для детального ознакомления с функциями воспользуйтесь справочной системой:

меню окна управления Matlab;

командами помощи: `help control, help 'function_name'`;

командой демонстрации: `demo`.

Большинство функций пакета Control работает со всеми тремя классами объектов, меняя алгоритм своей работы в зависимости от типа объекта. Для создания объектов применяется функции-конструкторы, название которых совпадает с именем класса: `tf, ss, zpk`.

Для освоения техники работы с объектами классов рекомендуем выполнить приведенные ниже упражнения.

<u>Упражнение 1. Передаточные функции.</u>

Объекты класса `tf`, описывают с помощью передаточных функций систему с несколькими входами и выходами, – возможно, с запаздыванием по управляющим входам.

Создадим SISO-объект (single input – single output: "один вход – один выход"):

```
sys = tf([1 2],[1 2 2 1])
```

Добавим запаздывание:

```
sys.Td = 0.5
```

Просмотрим свойства:

```
get(sys)
```

Просмотрим возможный набор свойств:

```
set(sys)
```

Создадим объект MIMO (many inputs – many outputs: "много входов – много выходов") 2 на 2 (здесь используются так называемые *cell-массивы*, или *массивы ячеек* – базовый тип системы Matlab):

```
sys1 = tf({1, 2; 4, [1 3]}, {[1 2], [2 1]; 1, [1 2 1]})
```

Добавим запаздывание по второму управлению:

```
sys1.Td = [0 .3]
```

Пакет Control позволяет легко проводить любые структурные преобразования системы. Для упрощения преобразований переопределены основные арифметические операции для работы с объектами `tf`: умножение, деление и т.д. Введем две передаточные функции:

```
sys1 = tf(1,[1 1])
sys2 = tf([1 1],[1 2 1])
```

Передаточная функция последовательного соединения звеньев `sys1` и `sys2` определяется:

```
sys = sys1*sys2
```

Параллельное соединение:

```
sys = sys1+sys2
```

Деление (вспомогательная операция):

```
sys = sys1/sys2
```

Соединение в виде отрицательной обратной связи:

```
sys = sys1/(1+sys1*sys2)
```

Однако лучше воспользоваться функцией `feedback`:

```
sys = feedback(sys1,sys2)
```

После преобразований иногда полезно упростить модель с помощью функции `minreal` (минимальная реализация). Например, сравните:

```
sys = sys1*sys2
sys = minreal(sys)
```

Переопределим переменную `sys`:

```
sys = tf([1 1], [2 9 14 8])
```

Нули передаточной функции:

```
tzero(sys)
```

Полюса передаточной функции:

```
pole(sys)
```

Коэффициент передачи:

```
dcgain(sys)
```

Переходная характеристика системы `sys`:

```
step(sys)
```

Посмотрим возможные варианты использования функции

```
help step
```

Функция позволяет строить переходные характеристики нескольких систем, задавать вектор расчетных точек по времени, в случае необходимости функция возвращает результаты вычислений (при этом она не строит графики).

Расчет реакции системы на произвольное воздействие осуществляется с помощью процедуры в три шага:

1) задается вектор моментов времени, – например, от нуля до единицы с шагом 0,1:

```
t = 0:.1:10
```

2) задается вектор (для SISO) или матрица (для MIMO) значений входных воздействий в расчетные моменты времени, – например, u = 10 при t = 0..5 и u = 20 при t = 5..10:

```
u = [10*ones(1,50),20*ones(1,51)]
```

3) рассчитывается и строится переходной процесс:

```
lsim(sys,u,t)
```

Смотрите также

```
help lsim
```

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

```
nyquist(sys)
```

Смотрите также

```
help nyquist
```

Логарифмические частотные характеристики:

```
bode(sys)
```

Смотрите также

```
help bode
```

Следует обратить внимание на то, что функция bode в случае вызова ее в виде:

```
[a,f,w] = bode(sys)
```

возвращает значения амплитудно-частотной a и фазочастотной f характеристик, а также вектор расчетных частот w. При этом переменные a и f представляют собой трехмерные массивы, в которых первые две размерности задают канал системы (номер входа, номер выхода), а третья соответствует расчетным точкам. Если исследуется «одноканальная» SISO-система, эти переменные можно преобразовать в векторы:

```
a = a(:); f = f(:);
```

В таком формате их в дальнейшем проще использовать (например, в качестве параметров функции plot).

Аналогичная ситуация имеет место и с функцией nyquist, с помощью которой можно вычислить вещественную и мнимую частотные характеристики.

Структура объекта tf позволяет учесть только запаздывание по управлению. Запаздывание по состоянию (появляется, например, при замыкании разомкнутой системы с запаздыванием по управлению) можно учесть с помощью аппроксимации Паде. Например, аппроксимация запаздывания 2 сек. передаточной функцией 5-го порядка:

```
[numd, dend] = pade(2,5)
td = tf(numd,dend)
```

Проверим ее эффективность:

```
sys = tf(1,[1 1])
step(sys, sys*td)
```

Другие функции можно самостоятельно освоить, используя справочную систему.

Упражнение 2. Описание систем в пространстве состояний.

State Space-объект описывает с помощью матриц уравнений состояний и выхода систему с несколькими входами и выходами, – возможно, с запаздыванием по управляющим входам.

Смотрите

```
help ss
```

Зададим матрицы описания SISO-объекта 2-го порядка:

```
A = [0 1;-2 -3]
B = [0;1]
C = [2 1]
D = 0
```

Соответствующая state-space модель:

```
sys = ss(A,B,C,D)
```

Передаточная функция этого объекта:

```
tf(sys)
```

Просмотрим свойства:

```
get(sys)
```

Просмотрим возможный набор свойств:

```
set(sys)
```

Зададим матрицы описания MIMO-объекта 2-го порядка с двумя входами и двумя выходами:

```
A = [0 1;-2 -3]
B = [1 0 ;0 1]
C = [2 1;2 3]
D = [0 0;0 1]
```

Соответствующая state-space модель:

```
sys = ss(A,B,C,D)
```

Передаточные функции по всем каналам

```
tf(sys)
```

Все рассмотренные выше функции для `tf`-моделей работают и с `ss`-моделями, – например:

```
step(sys)
nyquist(sys)
```

Преобразование `tf` $\to$ `ss` в отличие от `ss`$\to$`tf` неоднозначно. Пусть

```
sys =tf([1 1], [1 2 2 1])
```

1. Получим представление системы в виде фазовых переменных. Извлечем числитель и знаменатель передаточной функции. Обратите внимание на преобразование типа переменной `num` из массива ячеек в «обыкновенный» массив:

```
num = sys.num, num = num{1}
den = sys.den, den = den{1}
```

Получим матрицы описания:

```
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den)
```

Сформируем объект:

```
sys1 = ss(a,b,c,d)
```

2. Получим представление в виде координат, пропорциональных фазовым. Для этого используем конструктор `ss`:

```
sys1 = ss(sys)
```

3. Представление в каноническом "модальном" виде:

```
sys1 = canon(sys,'modal')
```

4. Представление в каноническом "companion" виде:

```
sys1 = canon(sys,'companion')
```

Упражнение 3. ZPK-модели.

ZPK-объект описывает с помощью наборов нулей, полюсов и коэффициентов систему с несколькими входами и выходами, – возможно, с запаздыванием по управляющим входам.

Смотрите:

```
help zpk
```

Пусть имеем объект с передаточной функцией

```
sys = tf([1 2],[ 1 2 2 1])
```

Его нули и полюса:

```
tzero(sys), pole(sys)
```

Соответствующая zpk-модель:

```
sys1 = zpk(sys)
```

Просмотрим свойства:

```
get(sys1)
```

Просмотрим возможный набор свойств:

```
set(sys1)
```

Зададим zpk-объект с нулями -1,-2 и полюсами -2, -.5+2j,-.5-2j и коэффициентом 4:

```
sys2 = zpk([-1 -2],[-2, -.5+2i,-.5-2i],4)
```

Его передаточная функция:

```
tf(sys2)
```

4.2.2. Символьные вычисления в Matlab. Получение математического описания САР с неизвестными коэффициентами

При выполнении некоторых расчетов приходится строить математическое описание системы в ситуации, когда некоторые коэффициенты системы неизвестны. К сожалению, пакет Control Systems не поддерживает данные с неопределенными значениями и символьные вычисления. Поэтому приходится пользоваться другими возможностями системы, в основном пакетом символьной математики Symbolic Math. Этот пакет позволяет производить простейшие символьные операции и предоставляет доступ к ядру широко известной программы Maple. Хотя средства пакета существенно ограничены по сравнению с Maple, их вполне хватает для решения многих задач.

Предлагаем проделать следующее упражнение.

Требуется построить модель системы, структура которой приведена на рис. 29, в пространстве состояний, получить передаточную матрицу системы и построить переходные характеристики при определенном значении варьируемого коэффициента (например, при k = 10).

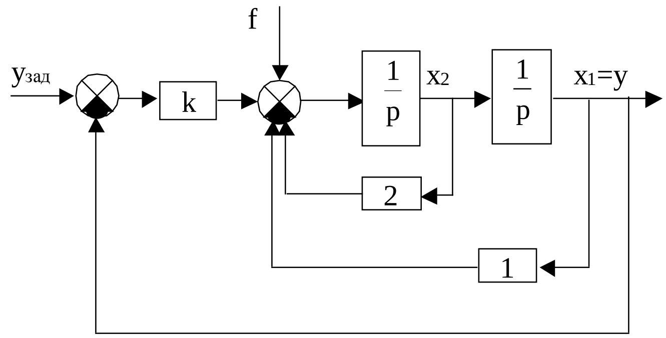


Рис. 29. Структурная схема системы.

Уравнения системы в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + k(y_{зад} - x_1) + f, \end{cases} \qquad (150)$$

$$y = x_1.$$

Зададим символьные переменные:

```
syms k p
```

По уравнениям (266) зададим матрицы описания системы:

```
A = [0 1; -1-k -2]
B = [0 0; k 1]
C = [1 0]
```

Вспомогательная единичная матрица:

```
E = [1 0; 0 1]
```

Передаточная матрица системы (в символьном виде):

```
W = C*(p*E-A)^(-1)*B
```

Подставим в нее $k = 10$:

```
W = subs(W,k,10)
```

Выделим числители и знаменатели передаточной матрицы:

```
[n,d] = numden(W)
```

Переменные `n` и `d` – это массивы ячеек, содержащие символьные выражения числителей и знаменателей передаточной матрицы. Конструктор класса `tf` требует в качестве параметров массивы ячеек, содержащие векторы коэффициентов числителя и знаменателя (массивы чисел). С помощью специальной функции преобразования изменим формат данных:

```
n = {sym2poly(n(1)),sym2poly(n(2))}
d = {sym2poly(d(1)),sym2poly(d(2))}
```

Теперь переменные `n` и `d` могут служить параметрами конструктора `tf`:

```
W = tf(n,d)
```

Имея объект класса `tf`, можно использовать все возможности пакета Control. Согласно заданию построим переходные характеристики системы:

```
step(W)
```

Библиографический список

1. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: Учебник для вузов. 4-е изд. Ростов н/Д: изд-во Феникс, 1998. 512 с.

2. *Иващенко Н.И.* Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. Учебник для вузов. Изд. 4-е,перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1978. 736 с.

3. *Магергут В.З., Вент Д.П., Кацер И.А.* Инженерные методы выбора и расчета оптимальных настроек промышленных регуляторов. Новомосковск.: НФ РХТУ им. Д.И. Менделеева, 1994. 158 с.

4. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 3 т.: Учебник. Рек. Минобразования РФ/ Ред. Н.Д. Егупов. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 2000.

5. *Потемкин В.Г.* Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x: В 2 т. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999, 366 с.

6. Справочник по электрическим машинам: В 2 т./ Под общ. ред. И.П. Копылова и Б.К. Клокова. Т.1. М.: Энергоатомиздат, 1988. 456 с.: ил.

7. *Юревич Е.И.* Теория автоматического управления. Л.: Энергия, 1969. 375 с.

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Энергетический факультет

А.Н. Рыбалев

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ

ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ

Благовещенск
2007

Содержание

Введение

Приведенные в пособии материалы используются для компьютерного тестирования знаний студентов специальности 220301 «Автоматизация технологических процессов и производств» по дисциплине «Математические основы управления», а также входного контроля знаний перед изучением дисциплины.

Входной контроль предусматривает решение трех задач по темам: «Матричные уравнения», «Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами», «Определенные интегралы».

Вопросы для тестирования контроля знаний по дисциплине охватывают все темы, изучаемые студентами в данном курсе, и сгруппированы по разделам:

1. Основные определения;
2. Математическое описание и исследование линейных систем;
3. Типовые звенья систем автоматического регулирования.

Тестирование является составной частью процедуры промежуточного контроля знаний (в ходе изучения дисциплины), а также используется для контроля остаточных знаний (после окончания изучения дисциплины). Кроме того, тесты на основе приведенных вопросов могут быть использованы для входного контроля знаний в начале изучения курса «Теория автоматического управления».

Входной контроль

Входной контроль по дисциплине предусматривает решение студентом трех задач по темам:

– решение системы алгебраических уравнений матричным способом;

– решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами;

– нахождение определенного интеграла.

Пример:

1. Решить систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решить дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = 5x + 1.$$

при $y(0) = \frac{dy}{dt}(0) = 0$.

3. Найти значение интеграла

$$\int_0^1 xe^{-2x}dt.$$

1. Раздел. Основные определения

1. Регулирование – частный случай управления, при котором цель управления задается

а) как вектор желаемого состояния объекта в любой момент времени;

б) как вектор желаемого управления в любой момент времени;

в) в зависимости от текущего состояния.

2. Регулирование по отклонению характеризуется

а) измерением возмущающего воздействия и обработкой сигнала по возмущению;

б) наличием обратной связи по регулируемой переменной;

в) изменением задания по программе.

3. Регулирование по возмущению характеризуется

а) измерением возмущающего воздействия и обработкой сигнала по возмущению;

б) наличием обратной связи по регулируемой переменной;

в) тем, что возмущение рассматривается как задающий сигнал.

4. Системы стабилизации – это системы, в которых:

а) регулируемая величина постоянна;

б) сигнал задания постоянен;

в) управляющий сигнал постоянен.

5. Следящие системы – это системы, в которых задающий сигнал:

а) изменяется по известному закону;

б) «следит» за возмущением;

в) изменяется по неизвестному закону.

6. Системы воспроизведения – это:

а) системы регулирования, в которых регулируемая величина должна «воспроизводить» сигнал задания;

б) системы регулирования, в которых регулируемая величина должна «воспроизводить» сигнал управления;

в) системы программно-логического управления.

7. Стационарные системы – это системы, в которых

а) сигналы постоянны;

б) законы регулирования постоянны;

в) параметры математического описания постоянны.

8. Линейной называется система,

а) к которой применим принцип суперпозиции;

б) к которой применим принцип детерминизма;

в) в которой используется принцип обратной связи.

9. Цель управления – это информация, по которой можно определить

а) значения сигналов в системе в любой момент времени;

б) желаемое состояние объекта в любой момент времени;

в) математическое описание объекта управления.

10. В многомерных объектах регулирования имеется несколько

а) переменных состояния;

б) управляющих воздействий;

в) регулируемых переменных.

2. Раздел. Математическое описание и характеристики линейных систем

1. Размеры матрицы состояния A в описании линейной системы в пространстве состояний определяются

а) числом входных воздействий и выходных величин;

б) числом переменных состояния;

в) числом выходных величин.

2. Размеры матрицы выхода C в описании линейной системы в пространстве состояний определяются

а) числом входных воздействий и переменных состояния;

б) числом переменных состояния и выходных величин;

в) числом выходных воздействий.

3. Характеристический полином линейной системы (знаменатель всех ее передаточных функций) определятся матрицами (матрицей)

а) состояния и входа;

б) состояния и выхода;

в) состояния.

4. В линейной системе, описанной уравнениями $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX + DU$, динамика переменных состояния определяется

а) только матрицей A;

б) матрицами A и B;

в) всеми четырьмя матрицами A, B, C и D.

5. Получение передаточных функций по уравнениям в пространстве состояний осуществляется

а) однозначно;

б) неоднозначно;

в) в зависимости от системы – либо однозначно, либо неоднозначно.

6. В линейной системе, описанной уравнениями $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX + DU$, динамика выходных величин определяется

а) только матрицей A;

б) матрицами A и B;

в) всеми четырьмя матрицами A, B, C и D.

7. Размеры матрицы входа B в описании линейной системы в пространстве состояний определяются

а) числом входных воздействий и переменных состояния;

б) числом переменных состояния и выходных величин;

в) числом входных воздействий.

8. Устойчивость линейной системы, описанной уравнениями $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX + DU$, определяется

а) только матрицей A;

б) матрицами A и B;

в) всеми четырьмя матрицами A, B, C и D.

9. Весовая функция системы $\omega(t)$ связана с переходной функцией $h(t)$ следующим соотношением:

а) $\omega(t) = dh(t)/dt$;

б) $\omega(t) = \int_0^t h(\tau)d\tau$;

в) $\omega(t) = \ln(h(t)$.

10. Получение уравнений в пространстве состояний по передаточным функциям осуществляется

а) однозначно;

б) неоднозначно;

в) в зависимости от системы – либо однозначно, либо неоднозначно.

11. Линеаризация дифференциальных уравнений объекта управления в окрестности рабочей точки эффективна при построении

а) систем стабилизации;

б) следящих систем;

в) всех систем регулирования.

12. Передаточная функция линейной системы это

а) отношение изображения Лапласа выходной величины к изображению Лапласа входной величины при нулевых начальных условиях;

б) операторная форма записи дифференциального уравнения;

в) а) и б).

13. Изображение по Лапласу единичного ступенчатого воздействия (p – оператор Лапласа):

а) $1(p) = 1$;

б) $1(p) = 1/p$;

в) $1(p) = p$.

14. Изображение по Лапласу единичного импульса (p – оператор Лапласа):

а) $\delta(p) = 1$;

б) $\delta(p) = 1/p$;

в) $\delta(p) = p$.

15. Передаточная функция системы есть изображение по Лапласу

а) реакции системы на единичное ступенчатое воздействие;

б) весовой функции системы;

в) переходной характеристики системы.

16. Амплитудно-частотная характеристика системы есть

а) зависимость отношения амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного от частоты;

б) зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты;

в) зависимость произведения амплитуд выходного и выходного сигналов от частоты.

17. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) последовательно соединенных звеньев определяется

а) суммой АЧХ звеньев;

б) произведением АЧХ звеньев;

в) методом, выбираемым в зависимости от вида звеньев.

18. Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) последовательно соединенных звеньев определяется

а) суммой ФЧХ звеньев;

б) произведением ФЧХ звеньев;

в) методом, выбираемым в зависимости от вида звеньев.

19. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика $L(\omega)$ определяется через амплитудно-частотную характеристику $A(\omega)$ следующим образом:

а) $L(\omega) = \ln(A(\omega))$;

б) $L(\omega) = 20\ln(A(\omega))$;

в) $L(\omega) = 20\lg(A(\omega))$.

20. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) последовательно соединенных звеньев определяется

а) суммой ЛАЧХ звеньев;

б) произведением ЛАЧХ звеньев;

в) методом, выбираемым в зависимости от вида звеньев.

3. Раздел. Типовые звенья систем автоматического регулирования

1. Звено имеет передаточную функцию W(p) = (5p+1)/(p+1). Чему равны значения фазо-частотной характеристики на частотах $\omega = 0$ и $\omega \to \propto$?

а) $\varphi(0) = 0$, $\varphi(\propto) = -\pi/2$;

б) $\varphi(0) = -\pi/2$, $\varphi(\propto) = \pi/2$;

в) $\varphi(0) = 0$, $\varphi(\propto) = 0$.

2. На звено с передаточной функцией $W(p) = k/(a_2p^2 + a_1p + a_0)$ подан постоянный сигнал u = c = const. Чему равно значение выходной величины звена по окончанию переходного процесса?

а) Звено неустойчиво, установившееся состояние никогда не будет достигнуто;

б) $c \cdot k$;

в) $c \cdot k/a_0$.

3. Передаточная функция $W(p) = k/(p^2 + 2p + 1)$ соответствует

а) апериодическому звену второго порядка;

б) колебательному звену;

в) апериодическому звену второго порядка или колебательному звену в зависимости от параметра k.

4. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = 5e^{-0,5t}/(p + 1)$. Чему равны значения амплитудно-частотной характеристики на частотах $\omega = 0$ и $\omega \to \propto$?

а) $A(0) = 5$, $A(\propto) = -\propto$;

б) $A(0) = \propto$, $A(\propto) = 0$;

в) $A(0) = 5$, $A(\propto) = 0$;

5. Идеальное интегрирующее звено имеет передаточную функцию (k и T – постоянные параметры, p – оператор Лапласа):

а) $W(p) = kp$;

б) $W(p) = k/p$;

в) $W(p) = k/(Tp+1)$;

6. Переходная характеристика звена с передаточной функцией $W(p) = 5/(p^2 + 1)$ будет

а) иметь апериодический (неколебательный) характер и стремиться к значению 5;

б) иметь колебательный характер и стремиться к значению 5;

в) представлять незатухающие колебания с амплитудой равной 5.

7. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = 5e^{-0,5t}/(p + 1)$. Чему равны значения фазо-частотной характеристики на частотах $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \propto$?

а) $\varphi(0) = 0$, $\varphi(\propto) = -\propto$;

б) $\varphi(0) = -\pi/2$, $\varphi(\propto) = -\pi$;

в) $\varphi(0) = 0$, $\varphi(\propto) = -\pi/2$.

8. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = 5/(p^2 + 9)$. На какой частоте $\omega_{рез}$ наблюдается максимум АЧХ звена и чему он равен?

а) $\omega_{рез} = 0$, $A(\omega_{рез}) = 5$;

б) $\omega_{рез} = 3$, $A(\omega_{рез}) = \propto$;

в) $\omega_{рез} = 3$, $A(\omega_{рез}) = 5$.

9. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = k/(a_2p^2 + a_1p)$. Чему равна амплитудно-частотная характеристика звена при $\omega = 0$?

а) 0;

б) k;

в) $\propto$.

10. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = k/(a_2p^2 + a_1p)$. Чему равна фазо-частотная характеристика звена при $\omega = 0$?

а) 0 рад.;

б) $-\pi/2$ рад.;

в) $-\pi$ рад.

11. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = k/(a_2p^2 + a_1p + a_0)$. К какому значению стремится фазо-частотная характеристика звена при $\omega \to \propto$?

а) 0 рад.;

б) $-\pi/2$ рад.;

в) $-\pi$ рад.

12. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = 5/(10p + 1)$. К какому значению стремится фазо-частотная характеристика звена при $\omega \to \propto$?

а) 0 рад.;

б) $-\pi/2$ рад.;

в) $-\pi$ рад.

13. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = 5/(10p + 1)$. Длительность переходной характеристики звена

а) $t_p \approx 10$;

б) $t_p \approx 0{,}1$;

в) $t_p \approx 30$.

14. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = e^{-0,5p}$. Чему равно АЧХ звена на частоте $\omega = 2$ рад/сек?

а) 0;

б) 1;

в) 2.

15. Звено имеет передаточную функцию $W(p) = e^{-0,5p}$. Чему равно ФЧХ звена на частоте $\omega = 2$ рад/сек?

а) 0 рад.;

б) –1 рад.;

в) –2 рад.

16. Сколько квадрантов на комплексной плоскости пройдет амплитудно-фазовая частотная характеристика звена с передаточной функцией $W(p) = (b_1p+b_0)/(a_2p^2 + a_1p +a_0)$?

а) 1;

б) 2;

в) в зависимости от соотношения параметров 1 или 2.

17. На звено с передаточной функцией $W(p) = kp/(a_1p +a_0)$ подан постоянный сигнал $u = c = \text{const}$. Чему равно значение выходной величины звена по окончанию переходного процесса?

а) нулю;

б) $c \cdot k$;

в) $c \cdot k/a_0$.

18. Имеется два звена с передаточными функциями $W_1(p) = 5/(10p +1)$ и $W_2(p) = 0{,}5/(p +1)$. Как относятся друг к другу их переходные характеристики?

а) Переходная характеристика первого звена в 10 раз «длиннее» переходной характеристики второго;

б) Переходные характеристики звеньев имеют одинаковые длительности;

в) Переходная характеристика первого звена в 10 раз «короче» переходной характеристики второго.

19. Идеальное дифференцирующее звено имеет передаточную функцию (k и T – постоянные параметры, p – оператор Лапласа):

а) $W(p) = kp$;

б) $W(p) = k/p$;

в) $W(p) = k/(Tp+1)$;

20. Апериодическое звено первого порядка имеет передаточную функцию (k и T – постоянные параметры, p – оператор Лапласа):

а) $W(p) = kp$;

б) $W(p) = k/p$;

в) $W(p) = k/(Tp+1)$;

Методические рекомендации к проведению практических занятий

Практические занятия проводятся по всем темам курса. Тематика занятий приведена в таблице:

№	Тема занятий	Продолж.
1	Построение линейных моделей тепловых и электромеханических объектов и устройств	2
2	Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования	2
3	Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы	2
4	Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления	2
5	Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы	2
6	Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки – 2 часа.	2
7	Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами	2
8	Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев	2
9	Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования	2

Порядок выполнения заданий следующий:

На практическом занятии преподаватель выдает каждому студенту индивидуальное задание (исходные данные). Исходные данные выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту.

Далее у доски разбирается один из вариантов. На следующем занятии студенты должны сдать выполненные работы.

Методические указания к выполнению заданий, краткие теоретические сведения, а также список литературы приведены в «Методических указаниях к выполнению практических и самостоятельных работ», входящих в состав данного УМКД.

Методические рекомендации к выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Математические основы управления»

Самостоятельная работа по дисциплине предусматривает выполнение расчетно-графической работы и заданий по темам практических занятий. Задание и содержание РГР, а также методические указания к выполнению заданий на самостоятельную работу приведены в пособии по РГР и методических рекомендациях к выполнению практических и самостоятельных работ, входящих в состав УМКД.

График выполнения самостоятельной работы приведен в таблице:

Номер недели	Самостоятельная работа студентов		Используемые наглядные и методические пособия	Формы контроля
	содержание	час.		
1	Выполнение РГР	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, экзамен
2	Выполнение РГР	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
3	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №1. «Построение линейных моделей тепловых и электромеханических объектов и устройств»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
4	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №2. «Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования.»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
5	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №2. «Определение передаточной матрицы по уравнениям в пространстве состояний. Составление моделей одномерной	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен

Номер недели	Самостоятельная работа студентов		Используемые наглядные и методические пособия	Формы контроля
	содержание	час.		
	системы в пространстве состояний методами прямого, последовательного и параллельного программирования.»			
6	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №3. «Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы..»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №1, проверка индивидуального задания, экзамен
7	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №3. «Линеаризация системы нелинейных уравнений. Получение передаточной матрицы линеаризованной системы..»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
8	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №4. «Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
9	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №4. «Определение передаточных функций системы с помощью правил преобразования структурных схем. Определение статических характеристик по всем каналам управления»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
10	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №5. «Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Контрольная точка и тестирование №2, проверка индивидуального задания, экзамен
11	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №5. «Построение частотных характеристик по заданным передаточным функциям системы»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
12	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №6. «Расчет реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
13	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №6. «Расчет	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к	Проверка индивидуального задания, экзамен

Номер недели	Самостоятельная работа студентов		Используемые наглядные и методические пособия	Формы контроля
	содержание	час.		
	реакции апериодического звена на заданное воздействие классическим, операционным методами и с помощью теоремы свертки»		курсовому проектированию.	
14	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №7. «Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
15	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №7. «Расчет реакции колебательного звена на заданное воздействие классическим, операционным методами»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
16	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №8. «Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
17	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №8. «Построение частотных характеристик последовательного соединения звеньев»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен
18	Выполнение РГР, выполнение самостоятельных заданий по теме практического занятия №8. «Расчет переходных и частотных характеристик простейшей замкнутой системы регулирования»	2	А.Н. Рыбалев. Теория автоматического управления: Пособие к курсовому проектированию.	Проверка индивидуального задания, экзамен

Перечень программных продуктов, используемых при изучении дисциплины

1. MathSoft Matlab 6.0 – для выполнения расчетов и моделирования;
2. Microsoft Office – для оформления отчетов и РГР.