

Федеральное агентство по образованию  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГОУВПО «АмГУ»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой БЖД

\_\_\_\_\_ А.Б. Булгаков

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2008 г.

## Теория системного анализа и принятия решений

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

для специальности 280101 «Безопасность жизнедеятельности  
в техносфере»

Составитель: Аверьянов В. Н., старший преподаватель, канд. физ.-мат. наук

Благовещенск 2008 г.

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
инженерно-физического факультета  
Амурского государственного университета

В.Н. Аверьянов

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Теория системного анализа и принятия решений» для студентов очной и сокращенной форм обучения специальностей 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере» - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2008. – 111 с.

Учебно-методические рекомендации ориентированы на оказание помощи студентам очной и сокращенной форм обучения по данной специальности в изучении основ системного подхода, методологии системного подхода, теории принятия решений, моделирования систем и процессов, приобретении навыков исследования систем.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Рабочая программа для специальности 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере»	4
2. Федеральный компонент для специальности 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере»	12
3. Конспект лекций	13
3.1. Тема 1. Основные методологические принципы системного анализа. Эволюция системных представлений	13
3.2. Тема 2. Основы теории принятия решений	45
3.3. Тема 3. Принципы синтеза систем	90
3.4. Тема 4. Математическое моделирование	98
4. Практические занятия	104

Амурский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УНР  
В.В. Проказин

\_\_\_\_\_ И.О.Ф.  
подпись,

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2008 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
по теории системного анализа и принятия решений  
(наименование дисциплины)

для специальности 280101, Безопасность жизнедеятельности в техносфере  
(шифр и наименование специальности)

Курс <u>3</u> (дневная форма обучения)	Семестр <u>6</u> (дневная форма обучения)
Лекции <u>34</u> (час.)	Экзамен <u>нет</u>
Практические (семинарские) занятия - <u>34</u> (час.)	Зачет <u>6 сем.</u>
РГР и самостоятельная работа – <u>17</u> (час.)	
Всего часов <u>85</u> (час.)	

Курс <u>3</u> (сокращенная ФО)	Семестр <u>6</u> (сокращенная ФО)
Лекции <u>6</u> (час.)	Экзамен <u>нет</u>
Практические (семинарские) занятия - <u>4</u> (час.)	Зачет <u>6 сем.</u>
Контрольная работа (час.) – <u>75</u> (час.)	
Всего часов <u>85</u> (час.)	

Составитель В.Н. Аверьянов, ст. преподаватель  
(И.О.Ф., должность, ученое звание)

Факультет инженерно-физический

Кафедра БЖД

2008 г.

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта ВПО

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры БЖД

---

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой

А.Б. Булгаков

Рабочая программа одобрена на заседании УМС 280101 (БЖД в техносфере)  
(наименование специальности)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Председатель \_\_\_\_\_ О.Т. Аксенова  
(подпись, И.О.Ф.)

Рабочая программа переутверждена на заседании кафедры от \_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_\_\_ .

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

подпись

Ф.И.О.

СОГЛАСОВАНО

Начальник УМУ

\_\_\_\_\_ Г.Н. Торопчина  
(подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2008 г.

СОГЛАСОВАНО

Председатель УМС факультета

\_\_\_\_\_ (подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2008 г.

СОГЛАСОВАНО

Заведующий выпускающей кафедрой

\_\_\_\_\_ (подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2008 г.

# **1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе**

## **1.1. Цель преподавания дисциплины**

В учебной дисциплине «Теория системного анализа и принятия решений» рассматриваются основы системного подхода, основные принципы системного анализа и принятия решений. Изучение студентами дисциплины позволяет сформировать у будущих специалистов навыки в решении задач по проектированию, моделированию, анализу различных систем, а так же грамотно принимать адекватные решения.

## **1.2 Задачи изучения дисциплины**

Основная задача дисциплины – вооружить будущих специалистов теоретическими знаниями и практическими навыками, необходимыми для:

- выделения систем для их последующего анализа;
- непосредственно самого анализа систем;
- моделировании процессов функционирования систем;
- анализа и выбора адекватных решений.

## **1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых студентами необходимо при изучении данной дисциплины**

Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении естественно научных (ЕН.Ф.01 Высшая математика; ЕН.Ф.03 физика) и общепрофессиональных дисциплин (ОП-Д.Ф.10 информатика).

# **2.Содержание дисциплины**

## **2.1. Федеральный компонент**

СД.07. Теория системного анализа и принятия решений

Основные принципы системного анализа и теории принятия решений, оптимизационные методы получения детерминированных оценок (методы линейного программирования, квадратичного программирования, выпуклого программирования, теорема Куна-Таккера, динамическое программирование, принцип максимума, оптимизация в функциональных пространствах), многокритериальная оптимизация (принцип Парето, лексикографическая оптимизация), вариационные методы получения детерминированных оценок, статистические методы получения оценок, структура и методы принятия решений с использованием различных оценок. Метод системных матриц (пространство “варианты-условия”): минимаксный метод, метод Байеса-Лапласа, метод Гермейера, комбинированные методы; комбинаторные методы (метод преобразования графов), статистические методы принятия решений (методы проверки гипотез, методы минимизации дисперсии), оптимальность в играх и решениях (игровые динамические задачи, устойчивость точек равновесия).

## **2.2. Наименование тем, их содержание, объем в часах лекционных занятий**

*Тема 1. Основные методологические принципы системного анализа. Эволюция системных представлений. (ДФО - 6 часов, СФО – 1 час)*

Определение системы, классификация систем, цели и функционирование систем. Искусственные и естественные системы. Системы и управление. Основы теории управления. Предпосылки организации управления. Этапы развития понятия управления. Самоорганизующаяся и саморазвивающаяся система. Обобщенная модель механизма управления. Эволюция системных представлений. Основные методологические принципы науки и практики: редукционизм, холизм и цикличность, структурализм, дополнительность. Развитие системных представлений в науке и практике: кибернетика, системотехника, системный анализ, общая теория систем, синергетика.

*Тема 2. Основы теории принятия решений. (ДФО – 10 часов, СФО – 2 часа)*

Системный подход как процесс принятия решений при проектировании систем. Потребности, стремления, возможности, поиск вариантов. Модели и схемы выбора и принятия решений. Математические модели систем. Оптимизация, многокритериальная оптимизация, неопределенность, бинарные отношения, стратегии исследования операций. Одно- и многоцелевые модели принятия решений. Информационные аспекты исследования систем, шкалы измерений, согласованный анализ первичных данных (признаков), измеренных в разных шкалах. Принятие решений на основе анализа полезности, риска, иерархии, конфликта. Оптимизационные методы получения детерминированных оценок (методы линейного программирования, квадратичного программирования, выпуклого программирования, теорема Куна-Таккера, динамическое программирование, принцип максимума, оптимизация в функциональных пространствах), многокритериальная оптимизация (принцип Парето, лексикографическая оптимизация), вариационные методы получения детерминированных оценок, статистические методы получения оценок. Структура и методы принятия решений с использованием различных оценок. Человеческий фактор в анализе информации и в принятии решений.

*Тема 3. Принципы синтеза систем. (ДФО – 8 часов, СФО – 1 час)*

Процесс проектирования систем: системная парадигма. Фазы системной парадигмы: формирование стратегии, оценивание, реализация. Цели, приоритеты и компромиссы при проектировании систем. Осуществление организационных изменений. Достижение согласия. Эксперты, экспертиза и диагноз. Основные аспекты планирования в связи с проектированием систем. Общесистемная и эволюционная теории планирования. Примеры системной парадигмы в проектировании систем.

*Тема 4. Математическое моделирование. (ДФО – 10 часов, СФО – 2 часа)*

Математическая модель, эволюция мат. моделей, классификация мат. моделей, феноменологическая модель. Технология математического моделирования сложных систем: постановка цели моделирования, подготовка исходных данных, декомпозиция и стратификация, моделирование структуры систем, моделирование процессов, модель влияния внешней среды на систему и системы на среду. Конечно-разностные схемы.

### **2.3. Практические и семинарские занятия**

1. Принципы выделения системы из окружающей среды, определение основных свойств системы (ДФО – 4 часа, СФО – 0,5 часа).
2. Анализ системы «хищник-жертва» (ДФО – 2 часа, СФО – 0,5 часа).
3. Построение математической модели Лоттки-Вальтера типа «хищник-жертва» (ДФО – 2 часа, СФО – 1 час).
4. Математическая модель Лоттки-Вальтера с логической поправкой (ДФО – 2 часа, СФО – 1 час).
5. Численное решение мат. моделей с помощью пакета программ «MathCAD» (ДФО – 4 часа, СФО – 1 час).

6. Модель типа «хищник-жертва» с учетом сезонных колебаний – 2 часа.
7. Модели самоподдерживающихся процессов – 2 часа.
8. Создание имитационных моделей – 4 часа.
9. Создание собственных моделей и их реализация в «MathCAD» - 12 часов.

#### 2.4. Расчетно-графическая работа (РГР)

По темам практических занятий 8-9 выполняется РГР. Вариант задания соответствуют номеру студента в группе в списке группы.

Требования к оформлению РГР:

1. При оформлении придерживаться основных требований изложенных в СТП АмГУ-05-97. Стандарт предприятия. Проекты (работы) дипломные и курсовые. **Нормоконтроль проходить не требуется.**
2. РГР оформляется на листах формата А 4. Текст может быть рукописный или машинописный. Рукописный текст должен быть написан аккуратно, синей или черной пастой через два интервала.
3. В тексте обязательны ссылки на источники информации, перечень которых обязательно приводится в конце РГР с указанием авторов, названия статьи или книги, названия периодического издания и его номера (для статьи) или места и наименования издательства (для книги), года издания, страниц.
4. При решении задач с помощью прикладных программ, листинг программы должен быть приведен в приложении к РГР.
5. РГР сдается на каф. БЖД (ауд. 204 1-го корпуса АмГУ.) инженеру Брусницыной Валентине Петровне. Время работы с 8<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup>. Перерыв на обед с 12<sup>00</sup> до 13<sup>00</sup>. Выходные дни – суббота, воскресенье.
6. После рецензирования, если нет замечаний, РГР допускается к защите. Иначе возвращается на доработку.

#### 2.5. Вопросы к зачету

1. Определение системы.
2. Сложная и большая системы. Примеры.
3. Классификация систем по их основным свойствам.
4. Искусственные и естественные системы.
5. Целевая функция систем.
6. Система и управление.
7. Понятие обратной связи.
8. Роль управляющего звена в управлении.
9. Самоорганизующаяся система.
10. Первый и второй контуры обратной связи.
11. Редукционизм.
12. Холизм и цикличность.
13. Структурализм.
14. Дополнительность.
15. Кибернетика.
16. Системотехника.
17. Системный анализ.
18. Общая теория систем.
19. Синергетика.
20. Понятие модели.

21. Математическая модель.
22. Математическая система.
23. Понятие изоморфизма
24. Классификация математических моделей.
25. Феноменологическая модель.
26. Технология построения феноменологических моделей.
27. Дифференциальные уравнения, конечно-разностные схемы.
28. Требования к математическим моделям.
29. Оптимизация и принятие решений.
30. Теорема Куна-Таккера.
31. Принцип Парето.
32. Принцип минимакса.

### **3. Учебно-методические материалы по дисциплине**

#### **Список рекомендуемой литературы**

##### **Основная**

1. Еремин Евгений Леонидович. Теоретические основы автоматизированного управления. Курс лекций. 1998. – 231 с
2. Новосельцев Виктор Иванович. Системный анализ. 2002. -320 с.
3. Миротин Леонид Борисович. Системный анализ в логистике. Учебник. 2002. – 480 с.
4. Анфилатов Владимир Семенович. Системный анализ в управлении. Учебное пособие. 2003. – 368 с.
5. Белов Петр Григорьевич. Системный анализ и моделирование опасных процессов в техно-сфере. Учебное пособие. 2003. – 507 с.
6. Ногин Владимир Дмитриевич. Принятие решений в многокритериальной среде. 2002. – 176 с.
7. Торопчина Галина Никитична. Математические основы принятия управляющих решений в условиях неопределенности. Учебное пособие. 2006. – 71 с.

##### **Дополнительная**

1. Плотницкий Ю.М. Модели социальных процессов. Учебное пособие. 2001. – 295 с
2. Самохвалова Светлана Геннадьевна. Практикум по курсу «Системный анализ и исследование операций». 2002. – 32 с.
3. Эколого-экономическая стратегия развития региона: Математическое моделирование и системный анализ на примере Байкальского региона. Научное издание. 1990. – 184 с.
4. Баранов Валентин Васильевич. Процессы принятия управляющих решений, мотивированных интересами. 2005. – 296 с.

#### 4. Тематический план лекций и практических занятий

№ темы	Наименование темы	РГР (КР)		Учебная нагрузка					
		ДФО	СФО	Лекции		Практические занятия		Самостоятельная работа	
				ДФО	СФО	ДФО	СФО	ДФО	СФО
1	Основные методологические принципы системного анализа. Эволюция системных представлений.		+	6	1,5	4	0,5		16
2	Основы теории принятия решений.		+	10	1,5	2	0,5		10
3	Принципы синтеза систем.	+	+	8	1	6	1	4	16
4	Математическое моделирование.	+	+	10	2	22	2	13	33
Всего часов				34	6	34	4	17	75

#### 5. Основные критерии оценки знаний студентов по дисциплине «Теория системного анализа и принятия решений»

Студенты обязаны сдать зачет в строгом соответствии с учебным планом, а также утвержденным программами, едиными для всех форм обучения.

Зачет по дисциплине «Теория системного анализа и принятия решений» служит формой контроля усвоения дисциплины в целом.

К зачету допускаются студенты, сдавшие расчетно-графическую работу.

Сроки проведения зачета устанавливаются графиком учебного процесса, утвержденным проректором по учебной работе.

Знания, умения и навыки обучающегося определяются оценками «зачтено» и «не зачтено». Критерии приведены в таблице.

#### Основные критерии оценки знаний студентов

Оценка	Полнота, системность, прочность знаний	Обобщенность знаний
--------	--	---------------------

	Изложение полученных знаний в устной, письменной или графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентами	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявление причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений; свободное оперирование известными фактами и сведениями с использованием сведений из других предметов
«зачтено»	Изложение полученных знаний в устной, письменной и графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентами после указания преподавателя на них	Выделение существенных признаков изученного с помощью операций анализа и синтеза; выявлений причинно-следственных связей; формулировка выводов и обобщений, в которых могут быть отдельные несущественные ошибки; подтверждение изученного известными фактами и сведениями
	Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя	Затруднения при выполнении существенных признаков изученного, при выявлении причинно-следственных связей и формулировке выводов
«не зачтено»	Изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, неисправляемые даже с помощью преподавателя	Бессистемное выделение случайных признаков изученного; неумение производить простейшие операции анализа и синтеза; делать обобщения, выводы

## ФЕДЕРАЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ

### СД.07. Теория системного анализа и принятия решений

Основные принципы системного анализа и теории принятия решений, оптимизационные методы получения детерминированных оценок (методы линейного программирования, квадратичного программирования, выпуклого программирования, теорема Куна-Таккера, динамическое программирование, принцип максимума, оптимизация в функциональных пространствах), многокритериальная оптимизация (принцип Парето, лексикографическая оптимизация), вариационные методы получения детерминированных оценок, статистические методы получения оценок, структура и методы принятия решений с использованием различных оценок. Метод системных матриц (пространство «варианты-условия»): минимаксный метод, метод Байеса-Лапласа, метод Гермейера, комбинированные методы; комбинаторные методы (метод преобразования графов), статистические методы принятия решений (методы проверки гипотез, методы минимизации дисперсии), оптимальность в играх и решениях (игровые динамические задачи, устойчивость точек равновесия).

## КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

### **Тема 1. Основные методологические принципы системного анализа. Эволюция системных представлений.**

Системный анализ, чьи основы являются достаточно древними, - все же сравнительно молодая наука (сравнима по возрасту, например, с кибернетикой). Хотя она и активно развивается, ее определяющие понятия и термины недостаточно формализованы (если это вообще возможно осуществить). Системный анализ применяется в любой предметной области, включая в себя как частные, так и общие методы и процедуры исследования.

Эта наука, как и любая другая, ставит своей целью исследование новых связей и отношений объектов и явлений. Но, тем не менее, основной проблемой нашей науки является исследование связей и отношений таким образом, чтобы изучаемые объекты стали бы более управляемыми, изучаемыми, а «вскрытый» в результате исследования механизм взаимодействия этих объектов - более применимым к другим объектам и явлениям. Задачи и принципы системного подхода не зависят от природы объектов и явлений.

Слово «система» (организм, строй, союз, целое, составленное из частей) возникло в Древней Греции около 2000 лет назад. Древние ученые (Аристотель, Демокрит, Декарт, Платон и другие) рассматривали сложные тела, процессы и мифы мироздания как составленные из различных систем (например, атомов, метафор). Развитие астрономии (Коперник, Галилей, Ньютон и другие) позволило перейти к гелиоцентрической системе мира, к категориям типа «вещь и свойства», «целое и часть», «субстанция и атрибуты», «сходство и различие» и др. Далее развитие системного анализа происходит под влиянием различных философских воззрений, теорий о структуре познания и возможности предсказания (Бэкон, Гегель, Ламберт, Кант, Фихте и другие). В результате такого развития системный анализ выходит на позиции методологической науки.

Система - объект или процесс, в котором элементы-участники связаны некоторыми связями и отношениями.

Система - это средство достижения цели или все то, что необходимо для достижения цели (элементы, отношения, структура, работа, ресурсы) в некотором заданном множестве объектов (операционной среде).



Рисунок 1.1. Структура системы.

Подсистема - часть системы с некоторыми связями и отношениями.

Любая система состоит из подсистем, подсистема любой системы может быть сама рассмотрена как система. Границы рассматриваемой системы определяются доступными ресурсами и окружением.

Определим основные понятия системного анализа.

Состояние системы - фиксация совокупности доступных системе ресурсов (материальных, энергетических, информационных, пространственных, временных, людских, организационных), определяющих ее отношение к ожидаемому результату или его образу. Это «фотография» механизма преобразования входных данных системы в выходные данные.

Цель - образ несуществующего, но желаемого, с точки зрения задачи или рассматриваемой проблемы, состояния среды, т.е. такого состояния, которое позволяет решать проблему при данных ресурсах. Это описание, представление

некоторого наиболее предпочтительного (с точки зрения поставленной цели и доступных ресурсов) состояния системы.

Задача - некоторое множество исходных посылок (входных данных к задаче), описание цели, определенной над множеством этих данных, и, может быть, описание возможных стратегий достижения этой цели или возможных промежуточных состояний исследуемого объекта.

Решить задачу означает определить четко ресурсы и пути достижения указанной цели при исходных посылках. Решение задачи - описание, представление состояния задачи, при котором достигается указанная цель; решением задачи называют и сам процесс нахождения этого состояния.

Понятие проблемы в системном анализе - шире, чем понятие задачи, и состоит обычно из ряда взаимосвязанных задач.

Проблема - описание, хотя бы содержательное, ситуации, в которой определены: цель, достигаемые (достижимые, желательные) результаты и, возможно, ресурсы и стратегия достижения цели (решения). Проблема проявляется поведением системы.

**Классификация систем.** Классификацию систем можно осуществить по разным критериям. Проводить ее жестко - невозможно, она зависит от цели и ресурсов. Приведем основные способы классификации (возможны и другие критерии классификации систем).

По отношению системы к окружающей среде:

- открытые (есть обмен ресурсами с окружающей средой);
- закрытые (нет обмена ресурсами с окружающей средой).

По происхождению системы (элементов, связей, подсистем):

- искусственные (орудия, механизмы, машины, автоматы, роботы и т.д.);
- естественные (живые, неживые, экологические, социальные и т.д.);
- виртуальные (воображаемые и, хотя реально не существующие, но функционирующие так же, как и в случае, если бы они существовали);
- смешанные (экономические, биотехнические, организационные и т.д.).

По описанию переменных системы:

- с качественными переменными (имеющие лишь содержательное описание);

- с количественными переменными (имеющие дискретно или непрерывно описываемые количественным образом переменные);

- смешанного (количественно-качественное) описания.

По типу описания закона (законов) функционирования системы:

- типа «Черный ящик» (неизвестен полностью закон функционирования системы; известны только входные и выходные сообщения);

- не параметризованные (закон не описан; описываем с помощью хотя бы неизвестных параметров; известны лишь некоторые априорные свойства закона);

- параметризованные (закон известен с точностью до параметров и его возможно отнести к некоторому классу зависимостей);

- типа «Белый (прозрачный) ящик» (полностью известен закон).

По способу управления системой (в системе):

- управляемые извне системы (без обратной связи, регулируемые, управляемые структурно, информационно или функционально);

- управляемые изнутри (самоуправляемые или саморегулируемые - программно управляемые, регулируемые автоматически, адаптируемые - приспособляемые с помощью управляемых изменений состояний, и самоорганизующиеся - изменяющие во времени и в пространстве свою структуру наиболее оптимально, упорядочивающие свою структуру под воздействием внутренних и внешних факторов);

- с комбинированным управлением (автоматические, полуавтоматические, автоматизированные, организационные).

Для *системного анализа* характерно наличие определенных типов стандартных компонентов, которые практически всегда присутствуют в *анализе* любой проблемы. Сочетание этих характерных элементов в определенной последовательности, диктуемой структурой проблемы и причинно-следственными связями, и приводит к ее *системному решению*. Основные элементы *систем-*

*ного анализа* образуют «кирпичи», которые укладываются в единое здание *анализа* с соблюдением логической последовательности: цели – средства достижения целей – потребные ресурсы. Кроме того, при решении задач этой логической цепочки широко используются различные модели и критерии.

Умение правильно использовать при *решении* тех или иных проблем логические элементы *системного анализа* во многих случаях предопределяет возможность получения требуемого результата. В частности, «главные причины неудач в проведении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ — отсутствие явно сформулированной цели (26%), неудовлетворительное составление и контролирование программ работ (35%), отсутствие обоснованного распределения ресурсов и неудовлетворительный экономический анализ (26%). Только 13% неудач связаны с частными, специфическими трудностями индивидуального порядка». Представляется, что по крайней мере на качественном уровне важность данных элементов *системного анализа* не потеряла актуальность и в настоящее время. Рассмотрим кратко содержание этих элементов применительно к социально-экономическим системам, обратив внимание только на некоторые, на наш взгляд, наиболее интересные с позиций методологии *системного анализа* моменты. В последующих разделах данной серии статей вопросы целеполагания, оценки средств (альтернатив) достижения поставленных целей, использования других логических элементов системного анализа будут рассмотрены более подробно.

Логической основой изучения любых систем является точное определение целей системы, то есть смысла ее существования.

**Цели.** Это желаемые состояния системы или результаты ее деятельности, достижимые в пределах некоторого интервала времени. Во имя осуществления целей создаются и развиваются сами системы.

Определяющий принцип системного анализа — его целенаправленность. Согласно этому принципу каждая система существует и развивается в соответствии со стоящими перед ней целями. Единство целей собственно и определяет, оконтуривает систему, объединяет в одно целое ее деятельность.

Рассмотрим различные подходы к классификации целей (табл. 1).

Таблица 1.1.

### Классификация целей

№ n/n	Классификационный признак	Тип цели
1	Уровень стабильности	Стабилизации Развития
2	Степень охвата и влияния (срок исполнения)	Стратегические (долгосрочные) Тактические (среднесрочные) Оперативные (текущие)
3	Содержание	Социальные, экономические, технические, политические, военные и др.
4	Функциональный уровень	Финансовые, производственные, снабженческие, кадровые, маркетинговые и др.
5	Уровень управления	Государственные Региональные На уровне отдельных организаций Внутри организаций
6	Функции управления	Плановые Организационные Мотивационные Контрольные
7	Степень важности	Жизненно важные Альтернативные
8	Степень открытости	Открытые (провозглашенные) Закрытые (непровозглашенные)

Некоторые из приведенных классификационных позиций повторяют классификацию решений, рассмотренную нами ранее. Ниже дается характеристика только отдельных типов целей.

Независимо от специфики системы ее цели всегда относятся к двум категориям — стабилизации и развития. **Цели стабилизации** направлены на сохранение уровня потребления и производства либо имеющих ценность ресурсов (например, денег, энергии, информации, оборудования, рабочей силы), либо состояний (например, удобства людей, безопасности, устойчивой занятости).

**Цели развития** направлены на приобретение ресурсов, отсутствующих в данной системе, или достижение состояний, к которым они стремятся.

Кроме того, цели деятельности системы необходимо конкретизировать **по срокам исполнения**. Это значит, что общий конечный результат, к которому стремится система, надо расчленить на частные задачи, решаемые в более короткие сроки, причем необходимо определить эти частные сроки решения.

Задача распределения ресурсов может быть существенно упрощена, если цели условно классифицировать на две категории: жизненно важные и альтернативные. Предполагается, что **жизненно важные цели** обязательно должны быть достигнуты, а следовательно, обеспечены ресурсами. Такое предположение позволяет исключить показатели, отражающие степень достижения этих целей, из совокупности показателей, характеризующих результаты распределения ресурсов.

Поскольку редко удается обеспечить ресурсами выполнение всех альтернативных целей, их ранжируют по важности, срочности и так далее и проводят распределение ресурсов с учетом этих рангов. При этом может оказаться, что выполнение некоторых из альтернативных целей следует отложить до более благоприятного времени.

Примером жизненно важной цели является необходимость ежедневного обеспечения населения города теплом и водой. Эта цель обязательно должна быть достигнута, и для нее нет альтернативы. В качестве альтернативных целей можно рассматривать постройку нового театра, цирка или стадиона.

Может оказаться, что формально устанавливаемые (открытые, провозглашенные цели) далеко не всегда бывают реальными, действительными целями, определяющими функционирование тех или иных систем. Например, целью предприятия может считаться выпуск качественной продукции, востребованной потребителями при минимальной себестоимости. С точки зрения специалиста по системному анализу, эта цель становится действительной лишь в том случае, когда ни при каких условиях она не подменяется другими, скрытыми, непровозглашенными целями. Так, если предприятия ради получения прибыли снижают качество продукции, то в этом случае, следовательно, формально провозглашенная цель перекрывается рядом других противоречащих ей «скрытых це-

лей» (например, получение прибыли любой ценой), которые фактически управляют предприятием и приводят к иным, нежели намеченные, результатам. Дальнейший анализ должен предусматривать выявление побочных «скрытых» целей, в частности, путем определения тех причин, которые их порождают. Если системные аналитики проведут свои исследования исходя из провозглашенных целей, а предприятие функционирует, руководствуясь непровозглашенными целями, то рекомендации системных аналитиков могут не иметь практического смысла.

Вероятность подмены установленных целей «скрытыми», часто носящими личный характер, возрастает в случае нечеткого определения целей или когда в организации вопросам целеполагания не уделяется должного внимания. Как уже говорилось, некоторые цели системы могут быть несовместимыми, носить противоречивый характер. Например, торговая организация может одновременно стремиться увеличить объем продаж, улучшить обслуживание покупателей, уменьшить расходы на содержание своего персонала, сократить потери продовольственных товаров и т.д.

Противоречивость целей в ряде случаев может быть ликвидирована путем составления целей более высокого порядка, объединяющих цели более низкого уровня. В нашем примере такой целью является увеличение эффективности торговли, если ее измерять по критерию стоимость — эффективность. Предполагается, что в критерии под эффективностью (Э) понимается улучшение обслуживания покупателей, выраженное в каких-то количественных показателях (например, разнообразие ассортимента, быстрота обслуживания, уменьшение числа жалоб покупателей), а под стоимостью (С) — издержки деятельности.

Критерий (К) записывается как  $K = Э/С$ , его увеличение свидетельствует о прогрессе в деле достижения поставленной цели, которая, объединив две подцели — улучшение обслуживания покупателей и снижение издержек торговли, — ликвидировала их противоречивость.

Неправильный выбор цели обуславливает последующий неправильный подход к определению средств их достижения. Пример:

*Сотрудник группы исследования операций обратил внимание на то, что в одной из воинских частей США во время учений солдатам приходится после обеда долго стоять в очереди к котлам для мытья и ополаскивания котелков. Всего стояло четыре котла: два — для мытья и два — для ополаскивания. Исследователь обратил внимание на то, что каждый солдат в среднем расходует втрое больше времени на мытье, чем на ополаскивание вымытых котелков. Он предложил старшине заменить два котла для мытья и два для ополаскивания на три для мытья и один для ополаскивания. В результате очередь была ликвидирована.*

*По данному примеру один из советских слушателей возразил: «Я бы этого американского старшину подверг дисциплинарному взысканию. Уменьшение чистой воды для ополаскивания котелков может привести к антисанитарии. Главная же цель мытья котелков заключается не в быстроте, а в недопущении условий антисанитарии.*

Достижение цели нельзя понимать как нечто абсолютное, необходимость дальнейшего совершенствования деятельности существует всегда. Выполнение цели всегда динамично и измеряется скоростью приближения к состоянию требуемого совершенства.

**Средства достижения поставленных целей.** При системном анализе экономических объектов необходимо иметь в виду, что одни и те же цели могут достигаться путем использования нескольких различных средств и методов, носящих как альтернативный, так и неальтернативный характер, имеющих стратегический и тактический характер. Так, средствами повышения прибыли могут быть: снижение себестоимости продукции, увеличение объема выпуска продукции, улучшение ее качества и др. Эти пути повышения прибыли, выполняя различные функции, дополняют друг друга.

Возможность принятия и реализации различных вариантов решения одной задачи (достижение одной цели путем использования различных средств и методов) характерна для всех сторон управленческой деятельности. Может оказаться, что существует несколько различных вариантов достижения цели, это

затрудняет их анализ и отбор. В таком случае нужно найти способ отбора вариантов для подробного рассмотрения, обеспечивающий исключение заведомо нерациональных вариантов действий. Следовательно, проблема нахождения наилучшего средства достижения поставленной цели распадается как бы на две части. Первая часть проблемы заключается в том, как из множества возможных вариантов отобрать наиболее рациональные и доминирующие, а вторая — как из сравнительно небольшого числа рациональных вариантов выбрать наилучший.

**Потребные ресурсы.** Для реализации того или иного выбранного способа достижения поставленной цели необходимы определенные ресурсы. Поскольку ресурсы, затраченные на достижение данной цели, не могут быть использованы для других целей, то возникает вопрос определения ресурсов, потребных для выполнения данной цели с учетом всех других целей. Одним из основных условий определения и распределения потребных ресурсов является их ограниченность, что вызывает необходимость определения приоритетности их выделения и экономного использования. Кроме того, необходимо учитывать дополнительные ограничения на особо дефицитные виды ресурсов. В связи с этим важное значение приобретает проблема взаимозаменяемости ресурсов.

Ресурсы являются как бы фильтром, сквозь который приходится пропускать принимаемое решение. Если исследование показывает, что потребности в ресурсах удовлетворить невозможно, то приходится пересматривать цели и стратегии до тех пор, пока не будет достигнута их обеспеченность ресурсами. Таким образом, задание целей, выбор стратегии и определение потребных ресурсов всегда взаимосвязаны. Имеющиеся ресурсы, способы их производства и потребления, возможность реализации тех или иных стратегий достижения поставленных целей активно воздействуют на процесс выработки целей. С другой стороны, пересмотр целей и стратегий возможен и в том случае, если обнаружится недоиспользование одного или нескольких видов ресурсов.

Главные вопросы, которые необходимо решить при определении потребных ресурсов, можно сформулировать следующим образом: какой объем каж-

дого вида ресурсов, в какой момент времени потребуется при заданных целях и выбранных стратегиях и кто будет потребителем этих ресурсов, каков оптимальный способ их создания или приобретения?

### **Основы теории управления.**

Теория управления издревле была объектом внимания всех известных философов. Самые главные её проявления: государство и власть. Понятие «власть» зародилось в древней Греции. Здесь впервые появилась необходимость регулирования взаимоотношений между гражданами и достижение между ними согласия. Отсюда и появилась власть, как насильственная деятельность, направленная на защиту тех или иных субъектов и оказывающая регулирующее воздействие на людей.

Одну из первых теорий управления создал Конфуций (551-478 гг. до н. э.). Им была разработана концепция благородного человека, не по происхождению, а по воспитанию. Закон идеальных отношений выражался принципом «Чего не пожелаешь себе, того не делай другим». «Гуманное управление» подразумевает правление без компромиссов, заботу о людях и их благе, кроме того, защиту идей строгой социальной дифференциации иерархического разделения обязанностей между членами общества. Причем государство должно опираться на мудрость и добродетель правителя и его помощников.

Древнегреческий философ Платон (427-343 гг. до н. э.) трактовал государство как максимально возможное воплощение идей мира в социальном обществе. По его мнению, в государстве каждый должен заниматься своим делом, не вмешиваясь в дела других, это требование соответствует иерархической подчиненности во имя целого. В идеальном государстве Платона нет частной собственности, женщины уравниваются в правах с мужчинами, детей воспитывает государство, имеется справедливое управление лучших и благородных. «Я вижу близкую гибель государства, где закон не имеет силы и находится под чьей-либо властью».

«Политика» Аристотеля (384-322 гг. до н. э.) начинается словами: «Всякое государство представляет собой некую форму общежития». Полная власть закона: «Закону страсть не присуща». Аристотель ввел классификацию форм власти: три правильные (монархия, аристократия, полития) и три неправильные (тирания, олигархия, демократия). Монархия – власть, данная Богом, допустима для человека, превосходящего всех других. Аристократия – власть находится в руках немногих, но благородных и обладающих высокими личными достоинствами. Управление возможно там, где личные достоинства ценятся народом. Полития (республика) – власть большинства, хотя каждый член большинства хуже отдельного члена меньшинства, но, в общем, большинство лучше меньшинства. Тирания – власть, которая «не согласна с природой человека». Олигархия – власть отдельных членов, основанная на богатстве. Демократия – власть большинства, основанная на «желании толпы».

В эпоху возрождения наиболее известны работы итальянца Николло Макиавелли. Его суждения опирались на принципы теории управления Аристотеля, но основной мотив управления государством – отказ от всего во имя страны. «Людей нужно взять лаской или вовсе от них избавиться».

В 70-х годах XVIII века при создании США были приняты важнейшие документы, регламентирующие свободу личности. Это «Декларация независимости», «Конституция», «Билль о правах». «Все люди созданы равными и все они одарены своим создателем...».

Релятивистские концепции власти рассматривают её как отношение между партнерами, при котором один из них оказывает определяющее влияние на другого.

Бихевиористские концепции власти исходят из её трактовки, как отношения между людьми, при которых одни властвуют, а другие подчиняются.

Системные концепции власти трактуют как систематизирующее начало в политической системе. Можно выделить три подхода: 1) власть как свойство и атрибут макросоциальной системы; 2) власть на уровне конкретных систем –

семья, организация; 3) власть как взаимодействие индивидов, действующих в рамках социальной системы.

Рассмотрев различные взгляды на власть (как форму управления) обратимся к словарю, который трактует управление как функцию организованных систем (биологических, технических, социальных), обеспечивающего сохранение их структуры, поддержание режима деятельности, реализацию её программы, цели.

Из определения следует, что управление как система предполагает наличие подсистем, которые действуют, развиваются под определенным контролем для достижения цели надсистемы. При этом элементы системы должны работать в определенном режиме, соответствующем ритму системы.

Процесс управления можно разделить на несколько этапов:

1. Сбор и обработка информации, её анализ, диагноз, прогноз.
2. Систематизация, синтез.
3. Установление на этой основе целей, выработка решений.
4. Воплощение этих целей.

Управление можно разделить на два вида – стихийный и сознательный. Первое воздействие происходит в результате взаимодействия субъектов (синергетическое управление). Второе – в результате планомерного воздействия объекта (иерархическое управление). Таким образом, можно сделать вывод, что управление – это процесс вывода системы на новый качественный уровень в результате воздействия энергии на материю в определенном пространстве проявления за время воплощения поставленной цели.

Управление – это познание способов интеграции систем жизни по универсальной схеме наиболее эффективного направления развития. Поэтому развитие – это и есть восхождение к универсальности наиболее эффективного управления. В процессе развития общества возрастает актуальность использования новых методов системного управления, обеспечивающих универсализацию, а значит оптимизацию и наибольшую эффективность функционирования систем, а также согласованность их действий.

Существующая и совершенствующаяся система управления формами жизни предназначена для повышения эффективности их деятельности и создания условий для решения поставленных задач. Это становится возможным посредством внедрения исследованных инновационных технологий управления, которые строятся на универсальных закономерностях системных отношений, разработанных новых образовательных программ, раскрывающих способности и инициативу личности в поиске нестандартных решений в системе коллективного, общественного и международного сотворчества людей.

Такая система управления позволяет прогнозировать структуру управления формой жизни и этапы её формирования, устойчивость, гибкость, адаптивность к новым условиям социально-экономического развития.

В одном из первых учебников по научным основам управления (1969 г.) управление определялось как целенаправленное воздействие на коллективы людей для организации и координации их деятельности в процессе производства.

В энциклопедическом словаре (1980 г.) управление определяется как элемент, функция организационных систем, обеспечивающая сохранение структуры, поддержание режима деятельности, реализацию их программ и целей.

В Оксфордском русско-английском словаре (1994 г.) слово управление переводится на английский язык таким термином как *management*.

Следовательно, термин «менеджмент» происходит от английского *manage* – управление, руководство. Но содержание понятия менеджмента раскрывается широко и многосторонне: менеджмент как способ управления, руководства, направления или контроля; это искусство управления и руководства, это люди, контролирующие и направляющие работу организаций, а также управленческий персонал.

Менеджмент – это эффективное использование и координация таких ресурсов, как капитал, здания, материалы и труд для достижения заданных целей с максимальной эффективностью.

Менеджмент – это многозначное понятие, поскольку имеется организационная, функциональная, структурная его части. Организационно-структурная сторона менеджмента – это структура управления организацией, иерархия всех уровней менеджмента – высшего, среднего и низшего звена.

Функциональная характеристика менеджмента – это поточный процесс исполнения функций управления организацией. Наконец, менеджмент как искусство управления каким-либо процессом, конкретной личностью есть персональная его характеристика.

Организационная часть менеджмента охватывает организацию структур, информационных каналов, делопроизводство, учет, контроль, анализ, планирование, принятие решений и организацию труда в широком понимании этого слова. Кардинальная проблема этой части менеджмента – это оптимальное использование рабочей силы с учетом психологических и физических возможностей человека, а также рабочего времени членов коллектива.

Важная часть менеджмента – создание соответствующих условий протекания производственного (учебного) процесса. Это правовые нормы, регулирующие процесс.

Управленческая деятельность связана также с экономическим обеспечением хозяйственных процессов. Менеджмент и управление в специальной управленческой литературе рассматриваются практически с одних и тех же позиций.

Управление как понятие имеет множество определений, количество которых исчисляется сотнями. Каждый автор подчеркивает ту или иную сторону понятия. В американской практике сложилось правило узнавать, к какой профессии или области знаний принадлежит автор понятия управления, так как профессиональные пристрастия выделяют часто лишь одну характерную сторону понятия.

В данной статье будет рассматриваться управление с точки зрения причинно-системного подхода в управленческой деятельности как одного из общих подходов науки основанной на универсальных закономерностях.

Управление будет рассматриваться как способ упорядочивания, структуры организации, её внутренних и внешних системных отношений для достижения наибольшей эффективности функционирования при выполнении целевой функции.

Кибернетика установила, что управление присуще только системным объектам, что оно имеет целенаправленный характер. Общим в процессах является его антиэнтропийный характер, направленность на упорядочение системы. Непременной чертой процесса управления является переработка информации, установление обратной связи.

Система – это совокупность элементов, объединенных общей целью функционирования, структурой и общей функциональной средой. Так организация включает в себя множество элементов и их однородных совокупностей — подсистем. Организация как система выполняет определенную функцию в пространстве своего проявления в большей системе – надсистеме, частью которой она является.

Цель функционирования организации задается её надсистемой. Так как надсистема выступает причиной по отношению к системе как следствию, то задаваемая ею цель функционирования скрыта от системы. Истинная цель скрыта в непроявленном, в причине. Поэтому система стремится познать свою цель функционирования и цель надсистемы через взаимодействие и установление большого количества многоуровневых отношений с аналогичными системами в надсистеме.

Структура системы – это универсальная совокупность связей, по которым обеспечивается энерго- и информационный обмен между элементами системы и её подсистемами.

Функциональная среда системы – это характерная универсальная совокупность алгоритма и параметров, по которым осуществляется как взаимодействие между элементами системы (и подсистемами), так и функционирование системы в целом.

В общем случае управление характеризуется как процесс согласования целей управляющей (сферы) причины с управляемой (сферой) следствия. При этом должен быть установлен алгоритм переходного процесса, который и обеспечивает наибольшую эффективность систем и их бесконфликтность функционирования. При отсутствии универсальной схемы управления всегда существует предрасположенность к возникновению революционной ситуации: когда верхи не могут управлять по новому, а низы не желают жить по старому.

Следовательно, на современном этапе развития в управленческой деятельности необходимы глубокие знания законов, управляющих эволюцией окружающего мира, целей, мотивов развития человечества, и, что особенно важно, механизма реализации этих целей.

История развития человечества показывает, что, прежде всего высокий уровень культуры в целом, как уровень сознания, и, в частности, уровень культуры управления развитием, определяет способность человека к сотрудничеству, содружеству, интеграции и более эффективному развитию.

Разрабатываемая система управления наиболее эффективна тогда, когда она вобрала в себя весь предшествующий опыт, накопленный множеством различных течений и обоснованный научно. Новая система управления, система менеджмента имеет самые глубокие корни, зародившиеся в начале XX века.

Фридрих Уинстон Тейлор (1856-1915) родоначальник теории и практики управления разделил весь цикл управления на отдельные функции. Он поставил перед собой цель выявить принципы, позволяющие максимально извлечь «пользу» от любого физического труда, движения. И на основе анализа статистических данных им была обоснована необходимость замены господствующей в то время системы общего руководства управления той, которая основана на повсеместном использовании специалистов узкого профиля. Он обращал внимание на необходимость обеспечения правильного подбора, разумного использования специалистов, которое видел в углублении специализации функций работников. Он считал, что суть функций администрации состоит в таком распределении работы по управлению, когда каждый служащий от помощника

директора до низших должностей призван исполнять возможно меньшее количество функций.

Тейлор считал, что хороший организатор должен обладать качествами: ум, образование, специальные технические познания, физическая ловкость, такт, энергия, здравый смысл, крепкое здоровье.

Но, несмотря на значение личных и деловых качеств специалиста, администратора, он считал, что главным условием является «система» организации, которую и должен наладить руководитель.

Благодаря деятельности Тейлора была создана первая научная «классическая административная школа менеджмента». Целью классической школы было создание универсальных принципов управления. Наиболее видными её представителями кроме Тейлора являются Л. Гьюлик, А. Файоль, Дж. Муней, Л. Ф. Урвик. Взгляды этой школы поддерживал Генри Форд, который писал, что «деловые вопросы должны решаться системой, а не гениями организации».

Французский инженер Анри Файоль (1841-1925) был одним из первых теоретиков, пытавшихся разработать «общий подход» к администрации и сформулировать некоторые принципы административной теории. Исследуя аппарат управления, он сформулировал общие принципы административного управления: разделение труда, обеспечение специализации функций, ответственность, дисциплина, единоначалие, единство направления, подчинение частного интереса общему, вознаграждение труда, централизация, порядок, справедливость, стабильность рабочего места для персонала, инициатива, корпоративный дух. Большой вклад в исследовании принципов организации внес немецкий социолог Макс Вебер. Ему принадлежит теория идеального типа административной организации, названной им «бюрократией». Теоретики управления высоко оценили эвристическое значение организационной модели Вебера, однако подавляющее большинство теоретиков менеджмента, в отличие от Вебера, полагают, что неформальные отношения, неофициальная практика зачастую вносят весомый вклад в эффективность деятельности организаций.

Еще одной видной фигурой в науке управления предприятием является Гамильтон Черч. Основное внимание он уделил принципам организационной деятельности. Он считал, что «какими бы целями мы не задавались – будем ли мы руководить военными действиями армии или производства того или иного продукта – работа наша все равно сведется к двум процессам, а именно к анализу и синтезу».

Наряду с исследованиями по совершенствованию технической стороны управления в середине 30-х годов все больше внимания в науке управления стала уделяться «человеческому фактору», «человеческим отношениям». Их недооценка, упрощенное представление о мотивах человеческого поведения, присутствующее «классической» теории организационного управления, стали предметом острой критики, которая послужила одной из предпосылок возникновения второй основной школы в американской теории управления – доктрины «человеческих отношений» и «человеческого поведения». Предметом исследования данной школы являются психологические мотивы поведения людей в процессе производства, групповые отношения, групповые нормы, проблемы конфликта и сотрудничества, коммуникационные барьеры, неформальные организации.

Родоначальниками концепций «человеческих отношений» считают Эльтона Мэйо, Мэри Паркет Фоллет и Фрица Ротлисберга. Мэйо и его группа на основании многочисленных экспериментов пришли к выводу, что: «решающее значение и влияние на производительность труда оказывают психологические факторы». Результаты своих исследований Э. Мэйо изложил в книге «Человеческие проблемы индустриальной цивилизации». По его мнению, учет психологического фактора приводит к резкому повышению производительности труда, высокой эффективности производства. Он утверждал, что главным условием роста производительности труда являются не материальные, а, прежде всего, психологические факторы.

Важным условием улучшения деятельности предприятия является повышение общей культуры организации производства. Важную роль в формировании этого направления сыграли исследования Мэри Паркет Фоллет в области

обоснования психологических аспектов управления. «Теория управления должна базироваться не на интуитивных представлениях о природе человека и мотивах его поведения, а на достижениях научной психологии».

В 60-е годы XX века Ф. Герцбергом было основано «движение за обогащение труда», важнейшей целью которого является повышение заинтересованности работников в труде. Оно основывалось на учете потребностей персонала и его мотивации.

В конце 70-х годов XX века внимание привлекла теория управления человеческими ресурсами. Ее представители Э. Шейн, Р. Петерсон, Л. Трейси и другие учитывали широкий круг факторов, влияющих на управление персоналом: изменения в содержании труда работников, в технологии, влиянии государства, профсоюзов и т. д. «Она была призвана концентрировать внимание управляющих на формах и методах комплексного использования потенциала и способностей работников». «Хорошее управление, – признает один из ведущих американских специалистов по вопросам труда Т. Милс, – пытается получить новые выгоды от интеллекта, образования и даже от эмоций работников в равной степени, как и от их рук». Произошло расширение границ объекта воздействия: это и сам работник, и группы работников, и отношения между ними, а также связи с производственным процессом.

Наряду с этим были предприняты попытки синтезировать технико-организационные и социально-психологические аспекты трудового процесса. На этой основе возникла школа «социальных систем». Одним из наиболее видных ее представителей является Г. Саймон. Общая характеристика принципов школы «социальных систем» позволяет сделать вывод, что ее представители пытаются выявить постоянные элементы всякой организации (организационные универсалии), однако присущие как часовому механизму, так и обществу. Это стремление опирается на применение к анализу социальных процессов кибернетики, математических методов и т. д. Однако основная цель, которую преследует школа «социальных систем», заключается в создании универсальной и нормативной теории организационного управления.

Областью комплексного изучения и решения задач является система принятия управленческих решений. В частности Р. Фэлк, американский теоретик управления, выдвинул 7 принципов управленческой деятельности, которые сыграли определенную роль в повышении эффективности системы управления.

В 60-е — 70-е годы XX века возникла так называемая теория «ситуационного подхода», представители которой Р. Моклер, У. Реддин, Ф. Фидлер и другие ориентируются на поиск и формулировку типовых решений применимых для конкретных классов ситуаций в процессе управленческой деятельности. Они указывают, «что каждая организация в значительной степени уникальна и требует форм и методов управления, подходящих к ее собственной ситуации». «Это может звучать как ересь для старой гвардии теоретиков управления, пишет Моклер, но мой собственный опыт научил меня, что мало (если они есть вообще) раз и навсегда установленных принципов управления, которые могут иметь всеобщее применение. Именно вследствие этого многие исследования и публикации прошлого по вопросам управления, которые часто пытались разработать такие принципы, но не сумели обеспечить менеджеров достаточно практичным руководством».

Одновременно с теорией «ситуационного подхода» получает развитие близкое по своей сути «релятивистское» направление, которое делает попытку пересмотреть положения организационного управления в свете сложного многообразия ситуаций, целей и ценностей, их относительного, релятивного характера. «Слишком много теоретики управления в прошлом склонялись к разработке сверх упрощенных общих теорий и вследствие этого потеряли связь с реальностью действительной работы по управлению».

В наше время ситуационный подход занимает всё более широкую область и используется практически во всех основных школах и направлениях американской теории управления. Ситуационный подход признаёт, что хотя общие закономерности существуют, но специфические приёмы, которые должен использовать руководитель для эффективного достижения целей организации, могут значительно варьироваться.

Одним из первых ученых, предпринявших попытку обнаружить закономерности процесса управления и руководства системой, был Ю. А. Конаржевский. В ходе своего исследования он сформулировал и раскрыл определённые закономерности, которые показывают, что они характеризуют процессуально-технологические связи, существующие в управленческой деятельности. Несколько с более широких позиций рассматривает закономерности управления А.А. Орлов. Некоторые закономерности управления школой выделяет Б. И. Коротяев.

Наряду со школами, имеются 4 наиболее общих подхода к теории управления:

- процессный;
- системный;
- ситуационный;
- универсальный.

Процессный подход сложился как развитие положений «административной классической школы» об идее существования некоторых универсальных функций управления.

Системный подход сложился на базе общей теории систем. Организация — это система, в наиболее полном и строгом значении этого понятия, т. е. определенная целостность, состоящая из взаимозависимых подсистем, каждая из которых вносит свой вклад в функционирование целого.

Ситуационный подход возник как попытка интеграции достижений всех школ управления и других отраслей науки. Согласно этому подходу любая организация – это открытая система, находящаяся в постоянном взаимодействии с внешней средой, следовательно, и главные причины того, что происходит внутри организации, следует искать вне её, т. е. в той ситуации, в которой она реально функционирует.

Универсальный подход сложился на базе научной школы Универсологии, теории Универсального управления, теории переходных процессов, теории относительности сознания, и в соответствии с Универсальными закономерностями

ми развития, по которым развивается любая система, состоящая из множества подсистем, имеющих согласованные вертикальные и горизонтальные связи.

Существуют различные подходы к определению сущности и роли управления.

Управление как искусство. Понятие об управлении как искусстве – это способность эффективно применять накопленный опыт на практике, опираясь на лежащие в его основе концепции, теории, принципы, формы и методы для того, чтобы члены коллектива направляли свои усилия на достижение её целей в условиях наиболее полного раскрытия потенциала коллектива.

Управление как наука имеет свой предмет изучения, свои специфические проблемы и подходы к их решению. Усилия науки направляются на объяснение природы управленческого труда, установление связей между причиной и следствием, выявление факторов и условий, при которых совместный труд людей становится более эффективным и полезным. Наука управления имеет свою теорию, содержанием которой являются законы и закономерности, принципы и функции, формы и методы целенаправленной деятельности людей в процессе управления.

Управление как функция реализуется через выполнение ряда управленческих действий (функций управления) – планирование, организация, распоряжение, координирование, контроль, мотивация, руководство, коммуникации, исследования, оценки, принятие решений, подбор квалифицированных специалистов, представительство, ведение переговоров, заключение сделок на образовательные услуги.

Рассмотрение управления как функции связано с разработкой состава и содержания всех видов управленческой деятельности, а также их взаимосвязи в пространстве и времени.

Управление как процесс отражает стремление интегрировать все виды деятельности по решению управленческих проблем в единую цепь. Управление при этом представляется как динамически изменяющиеся в пространстве и вре-

мени, связанные между собой управленческие функции, целью которых является решение проблем и задач учебного заведения.

Управление – люди, управляющие организации – когда процесс управления обеспечивается профессионально подготовленными специалистами в области управления, которые формируют организации и управляют ими путем постановки целей и разработки механизмов их достижения.

Поэтому управление – это еще и умение добиваться поставленных целей, направляя труд, интеллект, мотивы поведения членов коллектива.

Управление – это аппарат – как составная часть любой организации. Главная задача его – эффективное использование и координация всех ресурсов организации (материальных средств, зданий, оборудования, труда, информации) для достижения её целей. При этом фокусируется внимание на его структурном составе, характере связей между звеньями и элементами структуры управления, степени централизации и децентрализации распределения функций, полномочиях и ответственности членов коллектива, занимающих различные должности.

### **Теория автоматического управления.**

Теория автоматического управления (ТАУ) появилась во второй половине 19 века сначала как теория регулирования. Широкое применение паровых машин вызвало потребность в регуляторах, то есть в специальных устройствах, поддерживающих устойчивый режим работы паровой машины. Это дало начало научным исследованиям в области управления техническими объектами. Оказалось, что результаты и выводы данной теории могут быть применимы к управлению объектами различной природы с различными принципами действия. В настоящее время сфера ее влияния расширилась на анализ динамики таких систем, как экономические, социальные и т.п. Поэтому прежнее название «Теория автоматического регулирования» заменено на более широкое – «Теория автоматического управления».

Управление каким-либо объектом (объект управления будем обозначать ОУ) есть воздействие на него в целях достижения требуемых состояний или процессов. В качестве ОУ может служить самолет, станок, электродвигатель и т.п. Управление объектом с помощью технических средств без участия человека называется *автоматическим управлением*. Совокупность ОУ и средств автоматического управления называется *системой автоматического управления (САУ)*.

Основной задачей автоматического управления является поддержание определенного закона изменения одной или нескольких физических величин, характеризующих процессы, протекающие в ОУ, без непосредственного участия человека. Эти величины называются *управляемыми величинами*. Если в качестве ОУ рассматривается хлебопекарная печь, то управляемой величиной будет температура, которая должна изменяться по заданной программе в соответствии с требованиями технологического процесса.

### **Фундаментальные принципы управления.**

Принято различать три фундаментальных принципа управления: принцип разомкнутого управления, принцип компенсации, принцип обратной связи.

### **Принцип разомкнутого управления.**

Рассмотрим САУ хлебопекарной печи (рис.1.2).

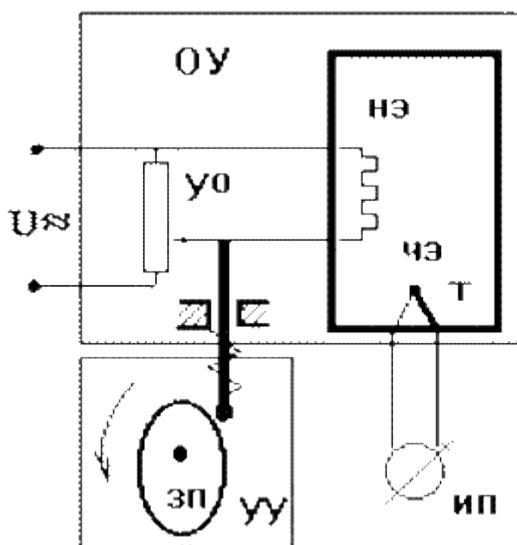


Рис. 1

Рисунок 1.2. Система автоматического управления хлебопекарни.

Ее принципиальная схема показывает принцип действия данной конкретной САУ, состоящей из конкретных технических устройств. Принципиальные схемы могут быть электрическими, гидравлическими, кинематическими и т.п.

Технология выпечки требует изменения температуры в печи по заданной программе, в частном случае требуется поддержание постоянной температуры. Для этого надо реостатом регулировать напряжение на нагревательном элементе НЭ. Подобная часть ОУ, с помощью которой можно изменять параметры управляемого процесса называется управляющим органом объекта (УО). Это может быть реостат, вентиль, заслонка и т.п.

Часть ОУ, которая преобразует управляемую величину в пропорциональную ей величину, удобную для использования в САУ, называют чувствительным элементом (ЧЭ). Физическую величину на выходе ЧЭ называют выходной величиной ОУ. Как правило, это электрический сигнал (ток, напряжение) или механическое перемещение. В качестве ЧЭ могут использоваться термодпары, тахометры, рычаги, электрические мосты, датчики давления, деформации, положения и т.п. В нашем случае это термодпара, на выходе которой формируется напряжение, пропорциональное температуре в печи, подаваемое на измерительный прибор ИП для контроля. Физическую величину на входе управляющего органа ОУ называют входной величиной ОУ.

Управляющее воздействие  $u(t)$  - это воздействие, прикладываемое к УО объекта с целью поддержания требуемых значений управляемой величины. Оно формируется устройством управления (УУ). Ядром УУ является исполнительный элемент, в качестве которого может использоваться электрические или поршневые двигатели, мембраны, электромагниты и т.п.

Задающим устройством (ЗУ) называется устройство, задающее программу изменения управляющего воздействия, то есть формирующее задающий сигнал  $u_0(t)$ . В простейшем случае  $u_0(t)=const$ . ЗУ может быть выполнено в виде отдельного устройства, быть встроенным в УУ или же вообще отсутствовать. В качестве ЗУ может выступать кулачковый механизм, магнитофонная лента, маятник в часах, задающий профиль и т.п. Роль УУ и ЗУ может испол-

нять человек. Однако это уже не САУ. В нашем примере УУ является кулачковый механизм, перемещающий движок реостата согласно программе, которая задается профилем кулачка.

Рассмотренную САУ можно представить в виде функциональной схемы, элементы которой называются функциональными звеньями. Эти звенья изображаются прямоугольниками, в которых записывается функция преобразования входной величины в выходную (рис.1.3). Эти величины могут иметь одинаковую или различную природу, например, входное и выходное электрическое напряжение, или электрическое напряжение на входе и скорость механического перемещения на выходе и т.п.

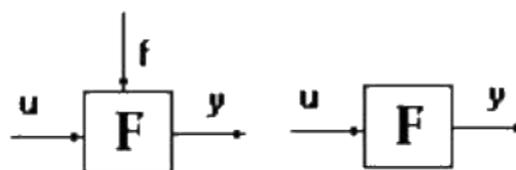


Рис. 2

Рисунок 1.3. Функциональные звенья, составляющие функциональную схему САУ.

Величина  $f(t)$ , подаваемая на второй вход звена, называется возмущением. Она отражает влияние на выходную величину  $y(t)$  изменений окружающей среды, нагрузки и т.п.

В общем случае функциональное звено может иметь несколько входов и выходов (рис.1.4). Здесь  $u_1, u_2, \dots, u_n$  - входные (управляющие) воздействия;  $f_1, f_2, \dots, f_m$  - возмущающие воздействия;  $y_1, y_2, \dots, y_k$  - выходные величины.

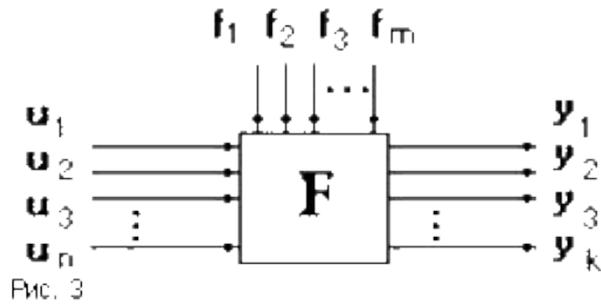


Рисунок 1.4. Функциональное звено с несколькими входами и выходами.

Принцип работы функциональных звеньев может быть различным, поэтому функциональная схема не дает представление о принципе действия конкретной САУ, а показывает лишь пути прохождения и способы обработки и преобразования сигналов. Сигнал - это информационное понятие, соответствующее на принципиальной схеме физическим величинам. Пути его прохождения указываются направленными отрезками (рис.1.5). Точки разветвления сигнала называются узлами. Сигнал определяется лишь формой изменения физической величины, он не имеет ни массы, ни энергии, поэтому в узлах он не делится, и по всем путям от узла идут одинаковые сигналы, равные сигналу, входящему в узел. Суммирование сигналов осуществляется в сумматоре, вычитание - в сравнивающем устройстве.

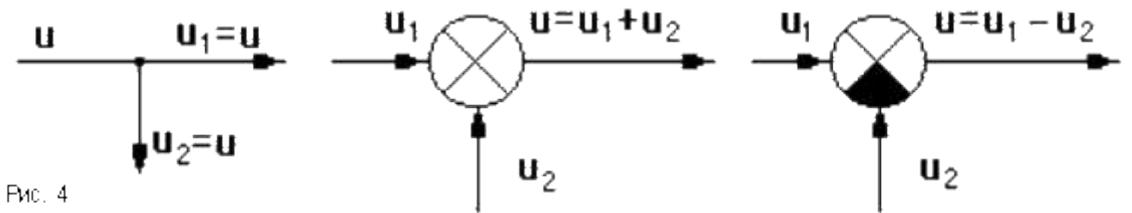


Рисунок 1.5.

Рассмотренную САУ хлебопекарной печи можно изобразить функциональной схемой (рис.1.6). В данной схеме заложен принцип разомкнутого управления, сущность которого состоит в том, что программа управления жестко задана ЗУ; управление не учитывает влияние возмущений на параметры

процесса. Примерами систем, работающих по принципу разомкнутого управления, являются часы, магнитофон, компьютер и т.п.

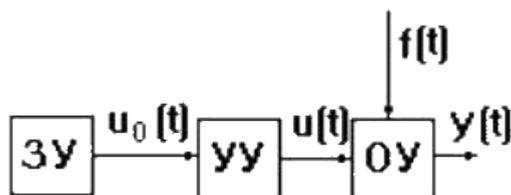


Рис. 5

Рисунок 1.6. Функциональная схема САУ, построенная по принципу разомкнутого управления.

### Принцип компенсации.

Если возмущающий фактор искажает выходную величину до недопустимых пределов, то применяют принцип компенсации (рис.1.7, КУ - корректирующее устройство).

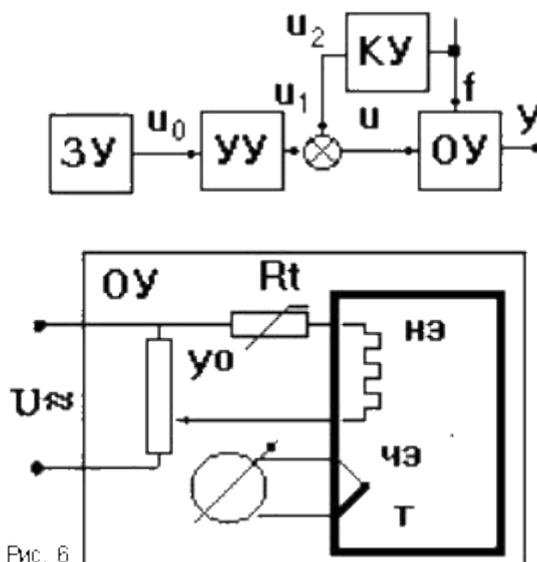


Рис. 6

Рисунок 1.7. Функциональная схема САУ, построенная по принципу компенсации.

Пусть  $y_0$  - значение выходной величины, которое требуется обеспечить согласно программе. На самом деле из-за возмущения  $f$  на выходе регистриру-

ется значение  $y$ . Величина  $e = y_0 - y$  называется отклонением от заданной величины. Если каким-то образом удастся измерить величину  $f$ , то можно откорректировать управляющее воздействие  $u$  на входе ОУ, суммируя сигнал УУ с корректирующим воздействием, пропорциональным возмущению  $f$  и компенсирующим его влияние.

Примеры систем компенсации: биметаллический маятник в часах, компенсационная обмотка машины постоянного тока и т.п. На рис.6 в цепи НЭ стоит термосопротивление  $R_t$ , величина которого меняется в зависимости от колебаний температуры окружающей среды, корректируя напряжение на НЭ.

Достоинство принципа компенсации: быстрота реакции на возмущения. Он более точен, чем принцип разомкнутого управления. Недостаток: невозможность учета подобным образом всех возможных возмущений.

### Принцип обратной связи.

Наибольшее распространение в технике получил принцип обратной связи (рис.1.8). Здесь управляющее воздействие корректируется в зависимости от выходной величины  $y(t)$ . И уже не важно, какие возмущения действуют на ОУ. Если значение  $y(t)$  отклоняется от требуемого, то происходит корректировка сигнала  $u(t)$  с целью уменьшения данного отклонения. Связь выхода ОУ с его входом называется главной обратной связью (ОС).

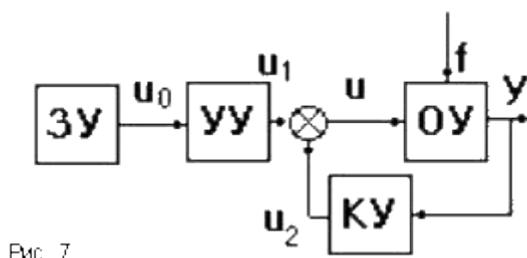


Рис. 7

Рисунок 1.8. Принцип обратной связи.

В частном случае (рис.1.9) ЗУ формирует требуемое значение выходной величины  $y_0(t)$ , которое сравнивается с действительным значением на выходе САУ  $y(t)$ . Отклонение  $e = y_0 - y$  с выхода сравнивающего устройства подается на

вход регулятора  $P$ , объединяющего в себе УУ, УО, ЧЭ. Если  $e \neq 0$ , то регулятор формирует управляющее воздействие  $u(t)$ , действующее до тех пор, пока не обеспечится равенство  $e = 0$ , или  $y = y_0$ . Так как на регулятор подается разность сигналов, то такая обратная связь называется отрицательной, в отличие от положительной обратной связи, когда сигналы складываются.

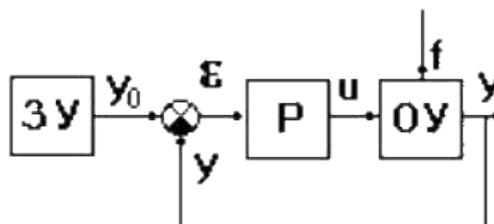


Рис. 8

Рисунок 1.9.

Такое управление в функции отклонения называется регулированием, а подобную САУ называют системой автоматического регулирования (САР). Так на рис.1.10 изображена упрощенная схема САР хлебопекарной печи. Роль ЗУ здесь выполняет потенциометр, напряжение на котором  $U_3$  сравнивается с напряжением на термопаре  $U_t$ . Их разность  $\Delta U$  через усилитель подается на исполнительный двигатель ИД, регулирующий через редуктор положение движка реостата в цепи НЭ. Наличие усилителя говорит о том, что данная САР является системой непрямого регулирования, так как энергия для функций управления берется от посторонних источников питания, в отличие от систем прямого регулирования, в которых энергия берется непосредственно от ОУ, как, например, в САР уровня воды в баке (рис.1.11).

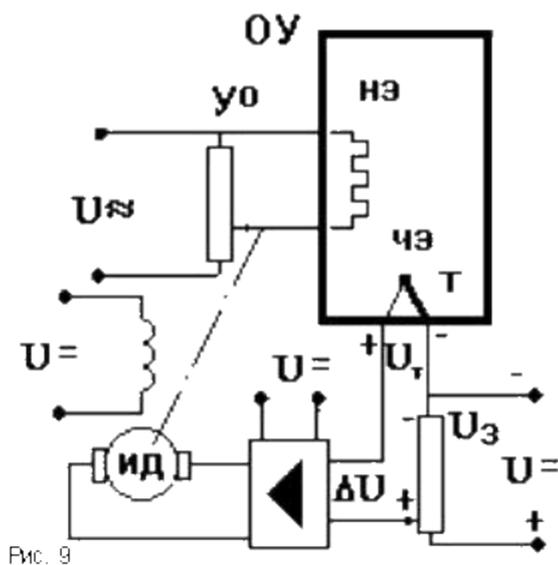


Рисунок 1.10.

Недостатком принципа обратной связи является инерционность системы. Поэтому часто применяют комбинацию данного принципа с принципом компенсации, что позволяет объединить достоинства обоих принципов: быстроту реакции на возмущение принципа компенсации и точность регулирования независимо от природы возмущений принципа обратной связи.

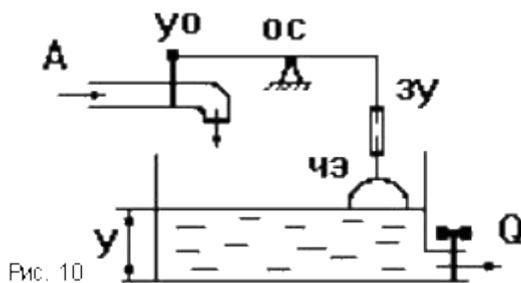


Рисунок 1.11.

## Тема 2. Основы теории принятия решений.

### 2.1. Введение. Пример задачи принятия решения.

Совет директоров фирмы "Русские автомобили" должен принять важное решение. Какой образец запускать в серию - маленького верткого "Алешу" или представительного "Добрыню"? Отличаются эти типы автомобилей прежде всего расходом бензина на 100 км пробега - "Добрыня" больше, тяжелее, а потому и бензина ему надо больше, чем "Алеше". Зато "Добрыня" гораздо солиднее и вместительнее. При дешевом бензине потребители предпочтут "Добрыню", при дорогом - "Алешу".

Итак, каждый из двух вариантов решения имеет плюсы и минусы. Для принятия решения явно не хватает следующей количественной информации:

- насколько вероятна к моменту выхода продукции на рынок низкая цена бензина и насколько - высокая;

- каковы будут финансовые результаты работы фирмы при различных вариантах сочетания цены бензина и типа выпускаемого автомобиля (а таких сочетаний четыре: низкая цена бензина - автомобиль "Алеша", низкая цена бензина - автомобиль "Добрыня", высокая цена бензина - автомобиль "Алеша", высокая цена бензина - автомобиль "Добрыня")

На эти вопросы генеральный директор фирмы заранее поручил ответить соответствующим специалистам. Перед началом заседания члены Совета директоров получают нужные для принятия решения количественные данные, сведенные в табл.2.1.

Табл.2.1.

Прибыль фирмы "Русские автомобили" при выпуске автомобилей двух типов

(млн. руб.)

Цена бензина	Автомобиль "Алеша"	Автомобиль "Добрыня"
Низкая (60 %)	750	1000
Высокая (40 %)	500	200

На заседании Совета директоров началась дискуссия.

- Полагаю, надо получить максимум в самом плохом случае, - сказал осторожный Воробьев. - А хуже всего будет при высокой цене бензина, прибыль фирмы по сравнению со случаем низкой его цены уменьшается при любом нашем решении. Выпуская "Алешу", заработаем 500 миллионов, а "Добрыню" - 200 миллионов. Значит, надо выпускать "Алешу" - и как минимум 500 миллионов нам обеспечены.

- Нельзя быть таким пессимистом, - заявил горячий Лебедев. - Скорее всего, цена бензина будет низкой (за это - 60 шансов из 100), а высокой - лишь как исключение. Надо быть оптимистами - исходить из того, что все пойдет, как мы хотим, цена бензина будет низкой. Тогда, выпуская "Добрыню", получим миллиард в бюджет фирмы.

- На мой взгляд, и пессимист Воробьев, и оптимист Лебедев обсуждают крайние случаи - самую худшую ситуацию и самую лучшую. А надо подходить системно, обсудить ситуацию со всех сторон, учесть обе возможности, - начал свое выступление обстоятельный Чибисов, когда-то изучавший теорию вероятностей. - Рассмотрим сначала первый вариант - выпуск "Алеши". Мы получим 750 миллионов в 60% случаев (при низкой цене бензина) и 500 миллионов в 40% случаев (при высокой его цене), значит, в среднем  $750 \times 0,6 + 500 \times 0,4 = 450 + 200 = 650$  миллионов. А для варианта "Добрыни" аналогичный расчет дает  $1000 \times 0,6 + 200 \times 0,4 = 600 + 80 = 680$  миллионов, т.е. больше. Значит надо выпускать "Добрыню".

- Предыдущий оратор рассуждает так, как будто мы будем выбирать тип автомобиля на каждом заседании Совета директоров, да и все данные в табл.2.1 лет сто не изменятся, - вступил в дискуссию экономист Куликов. - Но нам предстоит принять решение только один раз, и сделать это надо так, чтобы потом не жалеть об упущенных возможностях. Если мы решим выпускать "Добрыню", а к моменту выхода на рынок цена бензина окажется высокой, то получим 200 миллионов вместо 500 миллионов при решении, соответствующем будущей цене бензина. Значит, упущенная выгода составит  $500 - 200 = 300$  миллионов. При выпуске "Алеши" в случае низкой цены бензина упущенная выгода соста-

вит  $1000 - 750 = 250$  миллионов, т.е. будет меньше. Значит, надо выпускать "Алешу".

- Подведем итоги, - сказал председательствующий Медведев. - Выступили четверо, каждый привел убедительные доводы в пользу того или иного решения, каждый исходил из той или иной теоретической концепции. При этом за выпуск "Алешу" выступили Воробьев и Куликов, а за выпуск "Добрыни" - Лебедев и Чибисов. Будем голосовать.

Результаты голосования - 15 членов Совета директоров за выпуск "Добрыни", 8 (в основном более осторожные представители старшего поколения) - за выпуск "Алешу". Большинством голосов решение принято - фирмы "Русские автомобили" будет выпускать "Добрыню".

## **2.2. Экспертные оценки - один из методов принятия решений.**

Какие выводы может извлечь менеджер из хода заседания Совета директоров фирмы "Русские автомобили"? Критерии принятия решения, выдвинутые четырьмя выступавшими, противоречили друг другу, два из них приводили к выводу о выгодности выпуска автомобиля "Алеша", а два - "Добрыня". И Совет директоров решил вопрос голосованием. При этом каждый из голосовавших интуитивно оценивал достоинства и недостатки вариантов. Т.е. выступал как эксперт, а весь Совет в целом - как экспертная комиссия. По-английски expert - это специалист, в русском языке эти два слова имеют несколько различающийся смысл: под экспертом обычно понимают весьма опытного высококвалифицированного специалиста, умеющего использовать свою интуицию для принятия решений.

Голосование - один из методов принятия решения комиссией экспертов. Организация голосования, в частности, на собрании акционеров, имеет свои подводные камни. Много зависит от регламента (т.е. правил проведения) голосования. Например, традиционным является принятие решений по большинству голосов: принимается то из двух конкурирующих решений, за которое поданы по крайней мере 50% голосов и еще один голос. А вот от какого

числа отсчитывать 50% - от присутствующих или от списочного состава? Каждый из вариантов имеет свои достоинства и недостатки.

Если от присутствующих - то одно из двух решений будет почти наверняка принято (исключение - когда голоса разделятся точно поровну). Однако те, кто не был на собрании, могут быть недовольны. Если исходить из списочного состава, то возникает проблема явки на заседание. При слабой явке решения присутствующими должны приниматься почти единогласно, следовательно, в ряде случаев ни одно из конкурирующих решений не будет принято. А если придет меньше 50% от утвержденного списочного состава, то принятие решений станет вообще невозможным. Перечисленные сложности увеличиваются, если регламентом предусмотрено квалифицированное большинство - 2/3 и еще один голос.

Еще одна проблема - как быть с воздержавшимися? Причислять ли их к голосовавшим "за" или к голосовавшим "против"? Рассмотрим условный пример - результат голосования по трем кандидатурам в Совет директоров (табл.2.2). Наиболее активным и результативным менеджером является И.И. Иванов. У него больше всего сторонников, но и больше всего противников. Его соперник П.П. Петров меньше себя проявил, у него меньше и сторонников, и противников. Третий - С.С. Сидоров - никому не известен, и относительно его кандидатуры все участники голосования воздержались.

Табл.2.2.

Результаты голосования при выборах в Совет директоров

	Кандидатура	За	Против	Воздержались
1	Иванов И.И.	200	100	100
2	Петров П.П.	150	50	200
3	Сидоров С.С.	0	0	400

Пусть надо выбрать одного человека в Совет директоров. Если председатель заседания спрашивает: "Кто за?", то проходит И.И. Иванов. Если он, видя усталость зала от обсуждения предыдущих вопросов, спрашивает: "Кто

против?", то выбирают "темную лошадку" С.С. Сидорова, поскольку активные противники остальных менеджеров "выбивают" их из соревнования. При выборе двух членов Совета директоров вопрос "Кто за?" приводит к выборам И.И. Иванова и П.П. Петрова, а вопрос: "Кто против?" - к выборам С.С. Сидорова и П.П. Петрова. Поэтому, желая избавиться от И.И. Иванова, председатель может при выборах ставить вопрос так: "Кто против?".

Нетрудно видеть, что вопрос: "Кто за?" автоматически относит всех воздержавшихся к противникам данного кандидата, а вопрос "Кто против?" - к сторонникам. Успех никому не известного С.С. Сидорова связан именно с этим - он не нажил себе врагов.

Теория и практика экспертных оценок - развитая научная и практическая дисциплина с большим числом подходов, идей, алгоритмов, теорем и способов их практического использования. Однако необходимо подчеркнуть - *менеджер отвечает за принятие решений и не имеет права переложить ответственность на специалистов.*

### **2.3. Основные понятия теории принятия решений.**

Разобранный нами пример наглядно демонстрирует ряд основных понятий теории принятия решений.

#### **Кто принимает решения.**

Решение о выборе того или иного типа автомобиля для запуска в серию принимал Совет директоров фирмы "Русские автомобили" большинством голосов. Однако в подготовке решения участвовали и другие люди - специалисты, подготовившие информацию, приведенную в табл.2.1.

В теории принятия решений есть специальный термин - Лицо, Принимающее Решения, сокращенно ЛПР. Это тот, на ком лежит ответственность за принятое решение, тот, кто подписывает приказ или иной документ, в котором выражено решение. Обычно это генеральный директор или председатель правления фирмы, командир воинской части, мэр города и т.п., словом - ответственный работник. Но иногда действует коллективный ЛПР, как в случае с Советом

директоров фирмы "Русские автомобили" или Государственной Думой Российской Федерации.

Проект решения готовят специалисты, как говорят, "аппарат ЛПР", часто вместе с сотрудниками иных организаций. Если ЛПР доверяет своим помощникам, то может даже не читать текст, а просто подписать его. Но ответственность все равно лежит на ЛПР, а не на тех, кто участвовал в подготовке решения.

При практической работе важно четко отделять этап дискуссий, когда рассматриваются различные варианты решения, от этапа принятия решения, после которого надо решение выполнять, а не обсуждать.

### **Порядок подготовки решения (регламент)**

Часты конфликты между менеджерами по поводу сфер ответственности - кто за что отвечает, кто какие решения принимает. Поэтому очень важны регламенты, определяющие порядок работы. Недаром любое собрание принято начинать с утверждения председательствующего и повестки заседания, а работу любого предприятия или общественного объединения - с утверждения его устава. Влияние регламента на результаты принятия решений показано выше при обсуждении процедур голосования.

### **Цели**

Каждое решение направлено на достижение одной или нескольких целей. Например, Совет директоров фирмы "Русские автомобили" желал:

- продолжать выполнять миссию фирмы, т.е. выпуск автомобилей;
- получить максимальную возможную прибыль (в условиях неопределенности будущих цен на бензин).

Эти две цели можно достичь одновременно. Однако так бывает не всегда.

Например, часто встречающаяся формулировка "максимум прибыли при минимуме затрат" внутренне противоречива. Минимум затрат равен 0, когда работа не проводится, но и прибыль тогда тоже равна 0. Если же прибыль велика, то и затраты велики, поскольку и то, и другое связано с объемом производства. Можно либо максимизировать прибыль при фиксированных затратах,

либо минимизировать затраты при заданной прибыли, но невозможно добиться "максимума прибыли при минимуме затрат".

Одной и той же цели можно, как правило, добиться различными способами. Например, миссия фирмы "Русские автомобили" будет осуществляться и при выпуске машин типа "Алеша", и при выпуске "Добрыни".

### **Ресурсы**

Каждое решение предполагает использование тех или иных ресурсов. Так, Совет директоров фирмы "Русские автомобили" исходит из существования производства (системы предприятий), позволяющего выпускать автомобили типа "Алеша" и типа "Добрыня". Если бы такого производства не было, то и дискуссия в Совете директоров не имела бы смысла. Конечно, можно было бы сначала обсудить вопрос о строительстве заводов, о посильности таких затрат для фирмы...

Кроме того, предполагается, что у фирмы достаточно средств для массового выпуска автомобилей. Ведь надо сначала подготовить производство и работников, закупить сырье и комплектующие, произвести и реализовать продукцию. И только потом получить прибыль (как разность между доходами и расходами).

В повседневной жизни мы чаще всего принимаем решения, покупая товары и услуги. И тут совершенно ясно, что такое ресурсы - это количество денег в нашем кошельке.

При практической работе над проектом решения важно все время повторять: "Чего мы хотим достичь? Какие ресурсы мы готовы использовать для этого?"

### **Риски и неопределенности**

Почему четверо выступавших членов Совета директоров разошлись во мнениях? В частности, потому что они по-разному оценивали риск повышения цен на бензин, влияние этого риска на успешность достижения цели.

Многие решения принимаются в условиях риска, т.е. при возможной опасности потерь. Связано это с разнообразными неопределенностями, окружа-

ющими нас. Кроме отрицательных неожиданностей бывают положительные - мы называем их удачами. Менеджеры стараются застраховаться от потерь и не пропустить удачу.

Внутренне противоречива формулировка: "Максимум прибыли и минимум риска". Обычно при возрастании прибыли возрастает и риск - возможность многое или все потерять.

Вернемся к табл.2.1. Неопределенность не только в том, будет цена на бензин высокой или низкой. *Неопределенности - во всех числах таблицы*. Шансы низкой цены на бензин оценены в 60%. Этот прогноз, очевидно, не может быть абсолютно точным. Вместо 60 % следовало бы поставить, скажем,  $(60 \pm 3)$  % . Тем более содержат неустранимые неточности данные о предполагаемой прибыли. Ведь для того, чтобы ее рассчитать, необходимо:

- оценить затраты на подготовку производства и выпуск продукции (это можно сделать достаточно точно, особенно при отсутствии инфляции);

- оценить число будущих покупателей в зависимости от цены и установить оптимальную цену, обеспечивающую максимальную прибыль (отделу маркетинга сделать это достаточно трудно, хотя бы потому, что промежуточным этапом является прогноз социально-экономического развития страны, из которого вытекают финансовые возможности и предпочтения потребителей, размеры налогов и сборов и др.).

В результате вместо 1000 в таблице должно стоять, скажем,  $1000 \pm 200$ . Следовательно, рассуждения четырех членов Совета директоров, опирающихся на числа из табл.2.1, строго говоря, некорректны. Реальные числа - иные, хотя и довольно близкие. Необходимо изучить устойчивость выводов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных, а также по отношению к малым изменениям предпосылок используемой математической модели. Речь идет об общеинженерной идее - любое измерение проводится с некоторой погрешностью, и эту погрешность необходимо указывать.

### **Критерии оценки решения**

Вспомните еще раз дискуссию в Совете директоров фирмы "Русские автомобили". Каждый из выступавших использовал свой критерий для выбора наилучшего варианта решения.

Воробьев предлагал исходить из наихудшего случая высокой цены бензина. Фактически он рассматривал внешний (для фирмы) мир как врага, который всячески будет стараться уменьшить прибыль фирмы. И в условиях жесткого противодействия со стороны внешнего мира он предлагал выбрать наиболее выгодный вариант решения - выпуск "Алеши". Подход Воробьева хорош при рассмотрении совершенно бескомпромиссного противостояния двух противников, имеющих противоположные интересы, например, двух армий воюющих между собой государств. Существует математизированная наука - т.н. *теория игр*, - в которой рассматриваются методы оптимального поведения в условиях антагонистического или иного конфликта. В дискуссии о выборе типа автомобиля для запуска в серию позиция Воробьева - это позиция крайнего пессимиста, поскольку нет оснований считать внешний мир активным сознательным противником фирмы. Отметим также, что наиболее плохой случай, на который ориентируется теория игр, встречается сравнительно редко (согласно табл.2.1 - в 40% случаев).

Подход оптимиста Лебедева прямо противоположен подходу Воробьева. Предлагается исходить из самого благоприятного стечения обстоятельств. Внешний мир для Лебедева - друг, а не враг. И надо сказать, что для такой позиции есть основания - низкая цена на бензин в полтора раза вероятнее высокой. С точки зрения теории планирования предложение Лебедева можно было бы взять за основу, добавив возможности коррекции плана в случае неблагоприятных обстоятельств, а именно, повышения цены на бензин. И тут мы наталкиваемся на неполноту дискуссии в Совете директоров - никто не рассмотрел возможность подготовки производственной программы "двойного назначения", выполнение которой обеспечивало бы гибкость управления - при низкой цене на бензин был бы налажен выпуск "Добрыни", а при высокой - "Алеши". В частности, такую гибкость обеспечивало бы повышение стандартизации авто-

машин фирмы, использование в них одних и тех же узлов и деталей, применение для их изготовления одних и тех же технологических процессов.

С чисто логической точки зрения оптимизм Лебедева не менее и не более оправдан, чем пессимизм Воробьева. Люди вообще и менеджеры в частности делятся на два типа - оптимистов и пессимистов. Особенно четко различие проявляется при вложении капитала, поскольку, как правило, увеличение прибыли связано с увеличением риска. Одни люди предпочитают твердый доход (да еще и застрахуются), отказавшись от соблазнительных, но рискованных предложений. Другой тип людей - оптимисты и авантюристы, они уверены, что им повезет. Такие люди надеются разбогатеть, играя в лотерею.

Надо иметь в виду, что на человека выигрыш или проигрыш одной и той же суммы могут оказать совсем разное влияние. Выигрыш приносит радость (но не счастье), в то время как проигрыш может означать разорение, полный крах, т.е. несчастье. Недаром в микроэкономической теории полезности рассматривают парадоксальное понятие - полезность денег - и приходят к выводу, что полезность равна логарифму имеющейся суммы.

Вернемся к Совету директоров фирмы "Русские автомобили". Совсем с других позиций, чем Воробьев и Лебедев, подошел к делу Чибисов. Его подход фактически предполагает, что придется много раз принимать решения по аналогичным вопросам. Вот он и рассчитывает средний доход, исходя из того, что в 60% случаев цена бензина будет низкой, а в 40% случаев - высокой. Такой подход вполне обоснован, когда выбор технической политики проводится каждую неделю или каждый день. Например, к нему мог бы прибегнуть менеджер, проектирующий свой ресторан - ориентироваться ли на открытые столики с видом на живописные окрестности или замкнуться в четырех стенах, отгородившись от дождя. Если события происходят много раз, то для принятия решений естественно использовать методы современной прикладной статистики, например, как это делают, например, при статистическом контроле качества продукции и сертификации. Тогда оценка математического ожидания дохода, проведенная Чибисовым, вполне корректна.

Однако Совет директоров фирмы "Русские автомобили" решает вопрос об одном-единственном выборе. Поэтому 60% и 40% - это не вероятности как пределы частот, что обычно предполагается при применении теории вероятностей, это шансы низкой и высокой цены бензина (иногда употребляют термин "субъективные вероятности"). Эти шансы полезны, чтобы в одном критерии свести вместе пессимистический и оптимистический подходы.

Четвертый оратор, Куликов, вводит в обсуждение новый критерий - "упущенная выгода". Обратите внимание - средний доход, рассчитанный Чибисовым, больше при выпуске "Добрыни". А упущенная выгода, наоборот, меньше при выпуске "Алеши". Эти два критерия в данном случае противоречат друг другу.

Каждому менеджеру приходится решать, какой из критериев для него важнее. В этом ему может помочь теория полезности, хорошо разработанная в экономике (в частности, т.н. "маржинальная полезность" в теории поведения потребителя и др.) и имеющая развитый математический аппарат.

#### **Математико-компьютерная поддержка принятия решения.**

В настоящее время менеджер может использовать при принятии решения различные компьютерные и математические средства. В памяти компьютеров держат массу информации, организованную с помощью баз данных и других программных продуктов, позволяющих оперативно ею пользоваться. Экономико-математические и эконометрические модели позволяют просчитывать последствия тех или иных решений, прогнозировать развитие событий. Методы экспертных оценок, о которых уже шла речь выше, также весьма математизированы и используют компьютеры.

Наиболее часто используются оптимизационные модели принятия решений. Их общий вид таков:

$$F(X) \rightarrow \max$$

$$X \in A$$

Здесь  $X$  - параметр, который менеджер может выбирать (управляющий параметр). Он может иметь различную природу - число, вектор, множество и

т.п. Цель менеджера - максимизировать целевую функцию  $F(X)$ , выбрав соответствующий  $X$ . При этом он должен учитывать ограничения  $X \in A$  на возможные значения управляющего параметра  $X$  - он должен лежать во множестве  $A$ . Ряд примеров оптимизационных задач приведен ниже.

### **Реальные процедуры принятия управленческих решений.**

Решения обычно оформляются в виде документов - приказов, планов, предложений и т.п., направляемых в другие организации, ответов на распоряжения и запросы и др. Обычно один из сотрудников - назовем его Исполнителем - готовит первоначальный вариант документа. Он размножается и рассылается на отзыв заинтересованным в нем менеджерам, а иногда и в другие организации. Исполнитель составляет сводку отзывов, с одними из замечаний соглашается, против других высказывает возражения. Затем собирают т.н. "согласительное совещание", на которое приглашают всех тех, с чьим мнением Исполнитель не согласен. В результате дискуссии по ряду позиций достигается компромисс, и возражения снимаются. Окончательное решение по проекту документа с учетом оставшихся возражений принимает ЛПР, например, генеральный директор или Совет директоров, т.е. высшая инстанция в данной организации. Именно такова процедура подготовки Законов РФ, государственных стандартов и иных ответственных документов.

Во многих случаях эта процедура упрощается и отзывы заменяются *визированием*, при котором свое согласие менеджеры выражают, накладывая на документ *визу*, т.е. расписываясь (иногда добавляя несколько слов по затрагиваемой проблеме). Например, подготовленное для отправки в другую организацию письмо или приказ по организации визируют руководители нескольких отделов, и генеральный директор его подписывает от имени фирмы, не вникая в суть (поскольку каждый день он подписывает десятки писем и приказов, то вникать некогда). Адресату уходит письмо, на обратной стороне которого указаны фамилия и телефон Исполнителя (поскольку адресат тоже хорошо знаком с процедурой подготовки документов, он понимает, что по конкретным вопросам надо обращаться к Исполнителю, а не к генеральному директору). В архиве

фирмы остается письмо с визами, так что в случае необходимости легко выяснить, кто составил и одобрил документ.

#### 2.4. Линейное программирование.

Среди оптимизационных задач в теории принятия решений наиболее известны задачи линейного программирования, в которых максимизируемая функция  $F(X)$  является линейной, а ограничения  $A$  задаются линейными неравенствами. Начнем с примера.

**Производственная задача.** Цех может производить стулья и столы. На производство стула идет 5 единиц материала, на производство стола - 20 единиц (футов красного дерева). Стул требует 10 человеко-часов, стол - 15. Имеется 400 единиц материала и 450 человеко-часов. Прибыль при производстве стула - 45 долларов США, при производстве стола - 80 долларов США. Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?

Обозначим:  $X_1$  - число изготовленных стульев,  $X_2$  - число сделанных столов. Задача оптимизации имеет вид:

$$45 X_1 + 80 X_2 \rightarrow \max ,$$

$$5 X_1 + 20 X_2 \leq 400 ,$$

$$10 X_1 + 15 X_2 \leq 450 ,$$

$$X_1 \geq 0 ,$$

$$X_2 \geq 0 .$$

В первой строке выписана целевая функция - прибыль при выпуске  $X_1$  стульев и  $X_2$  столов. Ее требуется максимизировать, выбирая оптимальные значения переменных  $X_1$  и  $X_2$ . При этом должны быть выполнены ограничения по материалу (вторая строчка) - истрачено не более 400 футов красного дерева. А также и ограничения по труду (третья строчка) - затрачено не более 450 часов. Кроме того, нельзя забывать, что число столов и число стульев неотрицательны. Если  $X_1 = 0$ , то это значит, что стулья не выпускаются. Если же хоть один стул сделан, то  $X_1$  положительно. Но невозможно представить себе отрицательный выпуск -  $X_1$  не может быть отрицательным с экономической точки зрения, хотя с математической точки зрения такого ограничения усмотреть нельзя. В

четвертой и пятой строчках задачи и констатируется, что переменные неотрицательны.

Условия производственной задачи можно изобразить на координатной плоскости. Будем по горизонтальной оси абсцисс откладывать значения  $X_1$ , а по вертикальной оси ординат - значения  $X_2$ . Тогда ограничения по материалу и последние две строчки оптимизационной задачи выделяют возможные значения  $(X_1, X_2)$  объемов выпуска в виде треугольника (рис.2.1).

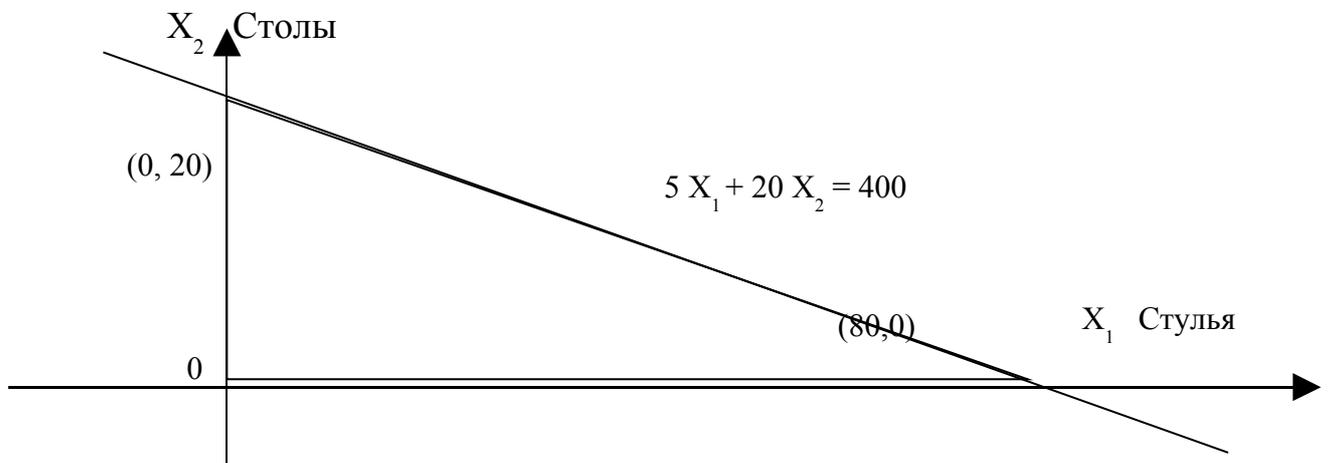


Рис.2.1. Ограничения по материалу.

Таким образом, ограничения по материалу изображаются в виде выпуклого многоугольника, конкретно, треугольника. Этот треугольник получается путем отсечения от первого квадранта примыкающей к началу координат зоны. Отсечение проводится прямой, соответствующей второй строке исходной задачи, с заменой неравенства на равенство. Прямая пересекает ось  $X_1$ , соответствующую стульям, в точке  $(80,0)$ . Это означает, что если весь материал пустить на изготовление стульев, то будет изготовлено 80 стульев. Та же прямая пересекает ось  $X_2$ , соответствующую столам, в точке  $(0,20)$ . Это означает, что если весь материал пустить на изготовление столов, то будет изготовлено 20 столов. Для всех точек внутри треугольника выполнено неравенство, а не равенство - материал останется.

Аналогичным образом можно изобразить и ограничения по труду (рис.2.2).

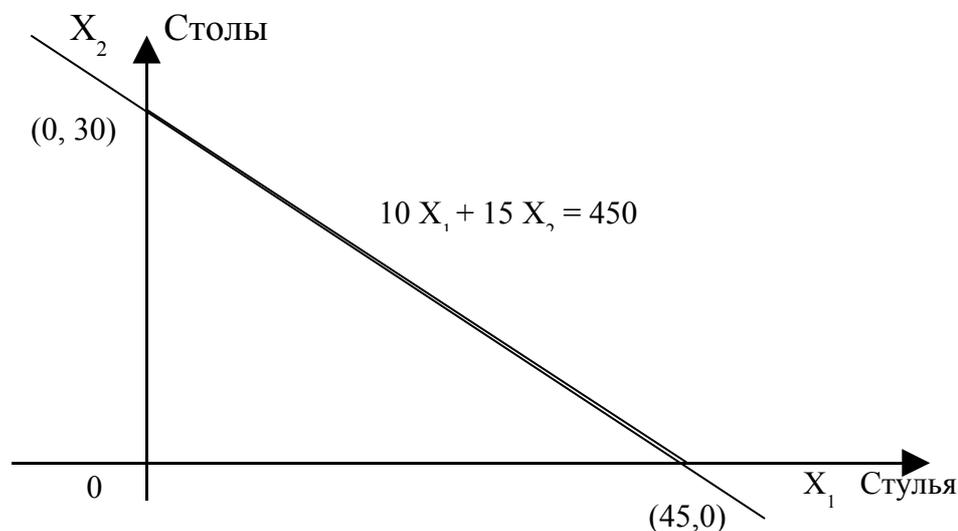


Рис.2.2. Ограничения по труду.

Таким образом, ограничения по труду также изображаются в виде треугольника. Этот треугольник также получается путем отсечения от первого квадранта примыкающей к началу координат зоны. Отсечение проводится прямой, соответствующей третьей строке исходной задачи, с заменой неравенства на равенство. Прямая пересекает ось  $X_1$ , соответствующую стульям, в точке  $(45,0)$ . Это означает, что если все трудовые ресурсы пустить на изготовление стульев, то будет сделано 45 стульев. Та же прямая пересекает ось  $X_2$ , соответствующую столам, в точке  $(0,30)$ . Это означает, что если всех рабочих поставить на изготовление столов, то будет сделано 30 столов. Для всех точек внутри треугольника выполнено неравенство, а не равенство - часть рабочих будет простаивать.

Мы видим, что очевидного решения нет - для изготовления 80 стульев есть материал, но не хватает рабочих рук, а для производства 30 столов есть рабочая сила, но нет материала, Значит, надо изготавливать и то, и другое. Но в каком соотношении?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо "совместить" рис.2.1 и рис.2.2, получив область возможных решений, а затем проследить, какие значения принимает целевая функция на этом множестве (рис.2.3).

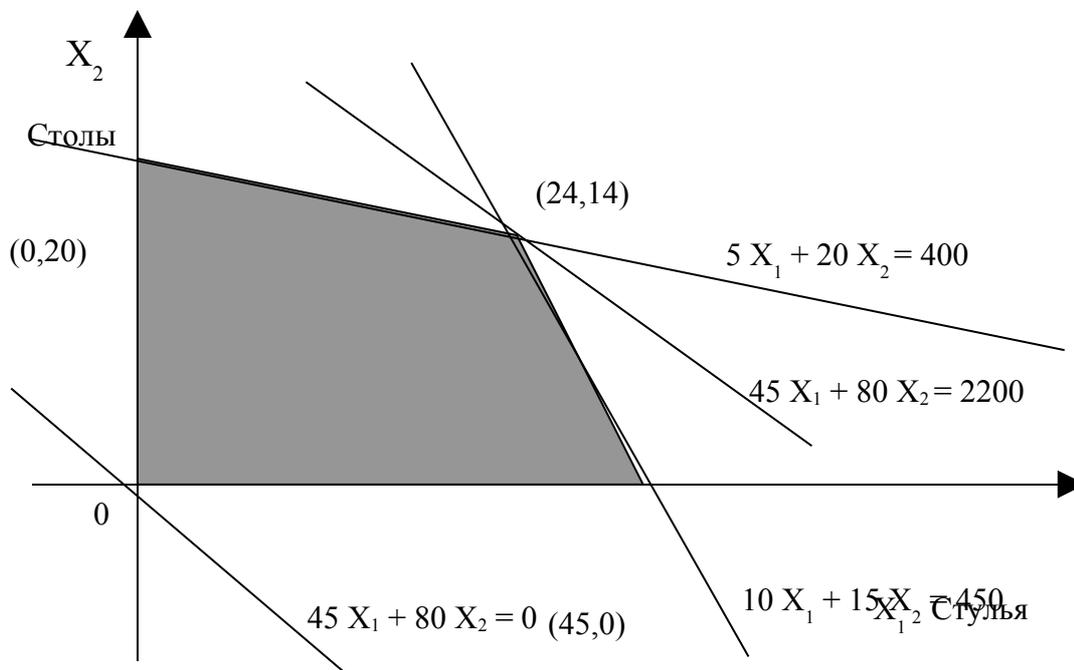


Рис.2.3. Основная идея линейного программирования.

Таким образом, множество возможных значений объемов выпуска стульев и столов  $(X_1, X_2)$ , или, в других терминах, множество  $A$ , задающее ограничения на параметр управления в общей оптимизационной задаче, представляет собой пересечение двух треугольников, т.е. выпуклый четырехугольник, показанный на рис.2.3. Три его вершины очевидны - это  $(0,0)$ ,  $(45,0)$  и  $(0,20)$ . Четвертая - это пересечение двух прямых - границ треугольников на рис.2.1 и рис.2.2, т.е. решение системы уравнений

$$\begin{aligned} 5 X_1 + 20 X_2 &= 400, \\ 10 X_1 + 15 X_2 &= 450. \end{aligned}$$

Из первого уравнения:  $5 X_1 = 400 - 20 X_2$ ,  $X_1 = 80 - 4 X_2$ . Подставляем во второе уравнение:  $10 (80 - 4 X_2) + 15 X_2 = 800 - 40 X_2 + 15 X_2 = 800 - 25 X_2 = 450$ , следовательно,  $25 X_2 = 350$ ,  $X_2 = 14$ , откуда  $X_1 = 80 - 4 \times 14 = 80 - 56 = 24$ . Итак, четвертая вершина четырехугольника - это  $(24, 14)$ .

Надо найти максимум линейной функции на выпуклом многоугольнике. (В общем случае линейного программирования - максимум линейной функции на выпуклом многограннике, лежащем в конечномерном линейном пространстве.) Основная идея линейного программирования состоит в том, что максимум достигается в вершинах многоугольника. В общем случае - в одной вершине, и это - единственная точка максимума. В частном - в двух, и тогда отрезок, их соединяющий, тоже состоит из точек максимума.

Целевая функция  $45 X_1 + 80 X_2$  принимает минимальное значение, равное 0, в вершине (0,0). При увеличении аргументов эта функция увеличивается. В вершине (24,14) она принимает значение 2200. При этом прямая  $45 X_1 + 80 X_2 = 2200$  проходит между прямыми ограничений  $5 X_1 + 20 X_2 = 400$  и  $10 X_1 + 15 X_2 = 450$ , пересекающимися в той же точке. Отсюда, как и из непосредственной проверки двух оставшихся вершин, вытекает, что максимум целевой функции, равный 2200, достигается в вершине (24,14).

Таким образом, оптимальный выпуск таков: 24 стула и 14 столов. При этом используется весь материал и все трудовые ресурсы, а прибыль равна 2200 долларам США.

**Двойственная задача.** Каждой задаче линейного программирования соответствует так называемая двойственная задача. В ней по сравнению с исходной задачей строки переходят в столбцы, неравенства меняют знак, вместо максимума ищется минимум (или наоборот, вместо минимума - максимум). Задача, двойственная к двойственной - эта сама исходная задача. Сравним исходную задачу (слева) и двойственную к ней (справа):

$$\begin{array}{ll}
 45 X_1 + 80 X_2 \rightarrow \max , & 400 W_1 + 450 W_2 \rightarrow \min , \\
 5 X_1 + 20 X_2 \leq 400 , & 5 W_1 + 10 W_2 \geq 45, \\
 10 X_1 + 15 X_2 \leq 450 , & 20 W_1 + 15 W_2 \geq 80, \\
 X_1 \geq 0 , & W_1 \geq 0, \\
 X_2 \geq 0 . & W_2 \geq 0.
 \end{array}$$

Почему двойственная задача столь важна? Можно доказать, что оптимальные значения целевых функций в исходной и двойственной задачах совпа-

дают (т.е. максимум в исходной задаче совпадает с минимумом в двойственной). При этом оптимальные значения  $W_1$  и  $W_2$  показывают стоимость материала и труда соответственно, если их оценивать по вкладу в целевую функцию. Чтобы не путать с рыночными ценами этих факторов производства,  $W_1$  и  $W_2$  называют "объективно обусловленными оценками" сырья и рабочей силы.

### **Линейное программирование как научно-практическая дисциплина.**

Из всех задач оптимизации задачи линейного программирования выделяются тем, что в них ограничения - системы линейных неравенств или равенств. Ограничения задают выпуклые линейные многогранники в конечном линейном пространстве. Целевые функции также линейны.

Впервые такие задачи решались советским математиком Л.В. Канторовичем (1912-1986) в 1930-х годах как задачи производственного менеджмента с целью оптимизации организации производства и производственных процессов, например, процессов загрузки станков и раскройки листов материалов. После второй мировой войны аналогичными задачами занялись в США. В 1975 г. Т. Купманс (1910-1985, родился в Нидерландах, работал в основном в США) и академик АН СССР Л.В. Канторович были награждены Нобелевскими премиями по экономике.

Рассмотрим несколько задач линейного программирования.

**Задача об оптимизации смеси (упрощенный вариант).** На химическом комбинате для оптимизации технологического процесса надо составить самую дешевую смесь, содержащую необходимое количество определенных веществ (обозначим их Т и Н). Энергетическая ценность смеси (в калориях) должна быть не менее заданной. Пусть для простоты смесь составляется из двух компонентов - К и С. Сколько каждого из них взять для включения в смесь? Исходные данные для расчетов приведены в табл.2.3.

Исходные данные в задаче об оптимизации смеси.

	Содержание в 1 унции К	Содержание в 1 унции С	Потребность
Вещество Т	0,10 мг	0,25 мг	1,00 мг
Вещество Н	1,00 мг	0,25 мг	5,00 мг
Калории	110,00	120,00	400,00
Стоимость 1 унции, в центах	3,8	4,2	

Задача линейного программирования имеет вид:

$$3,8 K + 4,2 C \rightarrow \min ,$$

$$0,10 K + 0,25 C \geq 1,00 ,$$

$$1,00 K + 0,25 C \geq 5,00 ,$$

$$110,00 K + 120,00 C \geq 400,00 ,$$

$$K \geq 0 ,$$

$$C \geq 0 .$$

Ее графическое решение представлено на рис.2.4.

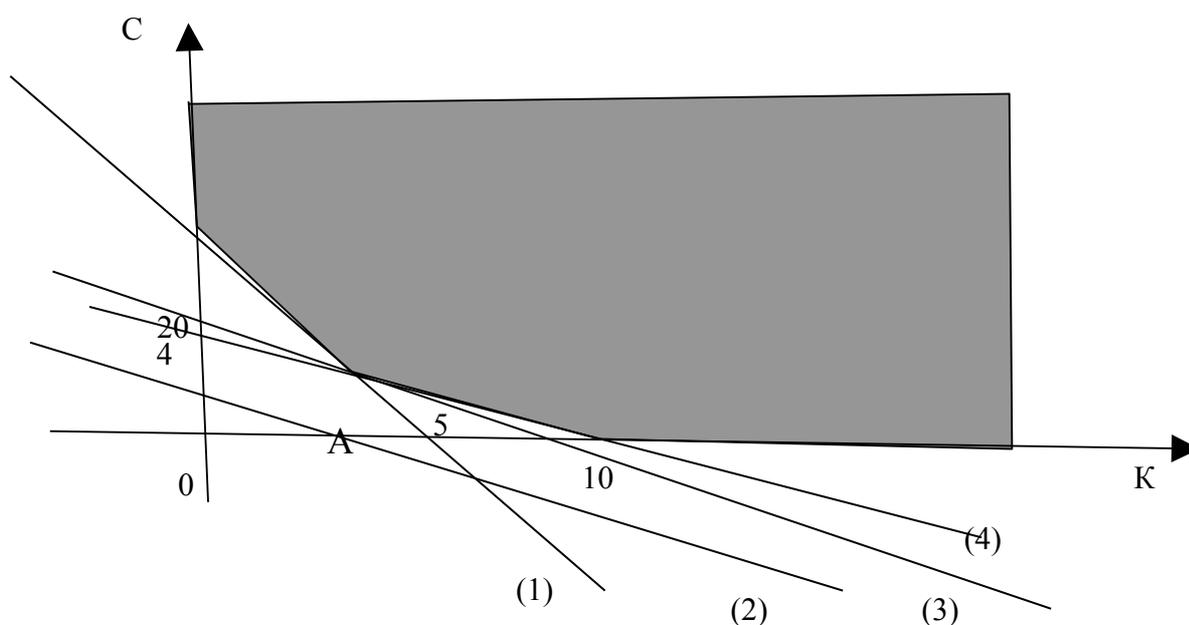


Рис.2.4. Графическое решение задачи об оптимизации смеси.

На рис.2.4 ради облегчения восприятия четыре прямые обозначены номерами (1) - (4). Прямая (1) - это прямая  $1,00K + 0,25C = 5,00$  (ограничение по ве-

ществу Н). Она проходит, как и показано на рисунке, через точки (5,0) на оси абсцисс и (0,20) на оси ординат. Обратите внимание, что допустимые значения параметров (К, С) лежат выше прямой (1), в отличие от ранее рассмотренных случаев в предыдущей производственной задаче.

Прямая (2) - это прямая  $110,00 K + 120,00 C = 400,00$  (ограничение по калориям). Обратите внимание, что в области неотрицательных С она расположена всюду ниже прямой (1). Действительно, это верно при  $K=0$ , прямая (1) проходит через точку (0,20), а прямая (2) - через точку (0, 400/120). Точка пересечения двух прямых находится при решении системы уравнений

$$1,00 K + 0,25 C = 5,00 ,$$

$$110,00 K + 120,00 C = 400,00 .$$

Из первого уравнения  $K = 5 - 0,25 C$ . Подставим во второе:  $110 (5 - 0,25 C) + 120 C = 400$ , откуда  $550 - 27,5 C + 120 C = 400$ . Следовательно,  $150 = - 92,5 C$ , т.е. решение достигается при отрицательном С. Это и означает, что при всех положительных С прямая (2) лежит ниже прямой (1). Значит, если выполнено ограничения по Н, то обязательно выполнено и ограничение по калориям. Мы столкнулись с новым явлением - некоторые ограничения с математической точки зрения могут оказаться лишними. С экономической точки зрения они необходимы, отражают существенные черты постановки задачи, но в данном случае внутренняя структура задачи оказалась такова, что ограничение по калориям не участвует в формировании допустимой области параметров и нахождении решения.

Прямая (4) - это прямая  $0,1 K + 0,25 C = 1$  (ограничение по веществу Т). Она проходит, как и показано на рисунке, через точки (10,0) на оси абсцисс и (0,4) на оси ординат. Обратите внимание, что допустимые значения параметров (К,С) лежат выше прямой (4), как и для прямой (1).

Следовательно, область допустимых значений параметров (К, С) является неограниченной сверху. Из всей плоскости она выделяется осями координат (лежит в первом квадранте) и прямыми (1) и (4) (лежит выше этих прямых). Область допустимых значений параметров (К, С) можно назвать "неограниченным

многоугольником". Минимум целевой функции  $3,8 K + 4,2 C$  может достигаться только в вершинах этого "многоугольника". Вершин всего три. Это пересечения с осями абсцисс  $(10,0)$  и ординат  $(0,20)$  прямых (1) и (4) (в каждом случае из двух пересечений берется то, которое удовлетворяет обоим ограничениям). Третья вершина - это точка пересечения прямых (1) и (4), координаты которой находятся при решении системы уравнений

$$0,10 K + 0,25 C = 1,00 ,$$

$$1,00 K + 0,25 C = 5,00 .$$

Из второго уравнения  $K = 5 - 0,25 C$ , из первого  $0,10 (5 - 0,25 C) + 0,25 C = 0,5 - 0,025 C + 0,25 C = 0,5 + 0,225 C = 1$ , откуда  $C = 0,5/0,225 = 20/9$  и  $K = 5 - 5/9 = 40/9$ . Итак,  $A = (40/9; 20/9)$ .

Прямая (3) на рис.2.4 - это прямая, соответствующая целевой функции  $3,8 K + 4,2 C$ . Она проходит между прямыми (1) и (4), задающими ограничения, и минимум достигается в точке  $A$ , через которую и проходит прямая (3). Следовательно, минимум равен  $3,8 \times 40/9 + 4,2 \times 20/9 = 236/9$ . Задача об оптимизации смеси полностью решена.

Двойственная задача, построенная по описанным выше правилам, имеет приведенный ниже вид (мы повторяем здесь и исходную задачу об оптимизации смеси, чтобы наглядно продемонстрировать технологию построения двойственной задачи):

$$3,8 K + 4,2 C \rightarrow \min ,$$

$$W_1 + 5 W_2 + 400 W_3 \rightarrow \max ,$$

$$0,10 K + 0,25 C \geq 1,00 ,$$

$$0,1 W_1 + 1,10 W_2 + 110 W_3 \leq 3,8 ,$$

$$1,00 K + 0,25 C \geq 5,00 ,$$

$$0,25 W_1 + 0,25 W_2 + 120 W_3 \leq 4,2 ,$$

$$110,00 K + 120,00 C \geq 400,00 ,$$

$$W_1 \geq 0 ,$$

$$K \geq 0 ,$$

$$W_2 \geq 0 ,$$

$$C \geq 0 .$$

$$W_3 \geq 0 .$$

Минимальное значение в прямой задаче, как и должно быть, равно максимальному значению в двойственной задаче, т.е. оба числа равны  $236/9$ . Интерпретация двойственных переменных:  $W_1$  - "стоимость" единицы вещества Т, а  $W_2$  - "стоимость" единицы вещества Н, измеренные "по их вкладу" в целевую

функцию. При этом  $W_3 = 0$ , поскольку ограничение на число калорий никак не участвует в формировании оптимального решения. Итак,  $W_1, W_2, W_3$  - это т.н. объективно обусловленные оценки (по Л.В. Канторовичу) ресурсов (веществ Т и Н, калорий).

**Планирование номенклатуры и объемов выпуска.** Вернемся к организации производства. Предприятие может выпускать автоматические кухни (вид кастрюль), кофеварки и самовары. В табл.4 приведены данные о производственных мощностях, имеющихся на предприятии (в штуках изделий).

Табл.2.4.

Производственные мощности (в шт.)

	Кухни	Кофеварки	Самовары
Штамповка	20000	30000	12000
Отделка	30000	10000	10000
Сборка	20000	12000	8000
Объем выпуска	$X_1$	$X_2$	$X_3$
Удельная прибыль (на одно изделие)	15	12	14

При этом штамповка и отделка проводятся на одном и том же оборудовании. Оно позволяет штамповать за заданное время или 20000 кухонь, либо 30000 кофеварок, либо и то, и другое, не в меньшем количестве. А вот сборка проводится на отдельных участках.

Задача линейного программирования имеет вид:

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, \quad (0)$$

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 \leq 100, \quad (1)$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 \leq 100, \quad (2)$$

$$X_1 / 200 \leq 100, \quad (3)$$

$$X_2 / 120 \leq 100, \quad (4)$$

$$X_3 / 80 \leq 100, \quad (5)$$

$$F = 15 X_1 + 12 X_2 + 14 X_3 \rightarrow \max .$$

Здесь:

- (0) - обычное в экономике условие неотрицательности переменных,
- (1) - ограничение по возможностям штамповки (выраженное для облегчения восприятия в процентах),
- (2) - ограничение по возможностям отделки,
- (3) - ограничение по сборке для кухонь,
- (4) - то же для кофемолок,
- (5) - то же для самоваров (как уже говорилось, все три вида изделий собираются на отдельных линиях).

Наконец, целевая функция  $F$  - общая прибыль предприятия.

Заметим, что неравенство (3) вытекает из неравенства (1), а неравенство (4) - из (2). Поэтому неравенства (3) и (4) можно сразу отбросить.

Отметим сразу любопытный факт. Как будет установлено, в оптимальном плане  $X_3 = 0$ , т.е. самовары выпускать невыгодно.

## 5. Методы решения задач линейного программирования

Методы решения задач линейного программирования относятся к вычислительной математике, а не к экономике. Однако экономисту полезно знать о свойствах интеллектуального инструмента, которым он пользуется.

С ростом мощности компьютеров необходимость применения изощренных методов снижается, поскольку во многих случаях время счета перестает быть лимитирующим фактором, поскольку весьма мало (доли секунд). Поэтому мы разберем лишь три метода.

**Простой перебор.** Возьмем некоторый многомерный параллелепипед, в котором лежит многогранник, задаваемый ограничениями. Как его построить? Например, если имеется ограничение типа  $2X_1 + 5X_2 \leq 10$ , то, очевидно,  $0 \leq X_1 \leq 10/2 = 5$  и  $0 \leq X_2 \leq 10/2 = 5$ . Аналогичным образом от линейных ограничений общего вида можно перейти к ограничениям на отдельные переменные. Остается взять максимальные границы по каждой переменной. Если многогранник, задаваемый ограничениями, неограничен, как было в задаче о диете, можно похотим, но несколько более сложным образом выделить его

"обращенную" к началу координат часть, содержащую решение, и заключить ее в многомерный параллелепипед.

Проведем перебор точек параллелепипеда с шагом  $1/10^n$  последовательно при  $n=2,3,\dots$ , вычисляя значения целевой функции и проверяя наличие ограничений. Из всех точек, удовлетворяющих ограничениям, возьмем ту, в которой целевая функция максимальна. Решение найдено! (Более строго выражаясь, найдено с точностью до  $1/10^n$ .)

**Направленный перебор.** Начнем с точки, удовлетворяющей ограничениям (ее можно найти простым перебором). Будем последовательно (или случайно - т.н. метод случайного поиска) менять ее координаты на определенную величину  $\Delta$ , каждый раз в точку с более высоким значением целевой функции. Если выйдем на плоскость ограничения, будем двигаться по ней (находя одну из координат по уравнению ограничения). Затем движение по ребру (когда два ограничения-неравенства переходят в равенства)... Остановка - в вершине линейного многогранника. Решение найдено! (Более строго выражаясь, найдено с точностью до  $\Delta$ ; если необходимо, в окрестности найденного решения проводим направленный перебор с шагом  $\Delta/2$ ,  $\Delta/4$  и т.д.)

**Симплекс-метод.** Этот один из первых специализированных методов оптимизации, нацеленный на решение задач линейного программирования, в то время как методы простого и направленного перебора могут быть применены для решения практически любой задачи оптимизации. Он был предложен американцем Г. Данцигом в 1951 г. Симплекс-метод состоит в продвижении по выпуклому многограннику ограничений от вершины к вершине, при котором на каждом шаге значение целевой функции улучшается до тех пор, пока не будет достигнут оптимум. Разберем пример со стр.208 книги [3].

Рассмотрим задачу линейного программирования, сформулированную выше при рассмотрении оптимизации номенклатуры и объемов выпуска:

$$F = 15 X_1 + 12 X_2 + 14 X_3 \rightarrow \max .$$

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 \leq 100 ,$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 \leq 100 ,$$

$$X_3 / 80 \leq 100 .$$

Неотрицательность переменных не будем специально указывать, поскольку в задачах линейного программирования это предположение всегда принимается.

В соответствии с симплекс-методом введем т.н. "свободные переменные"  $X_4, X_5, X_6$ , соответствующие недоиспользованным мощностям, т.е. перейдем к системе уравнений:

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 + X_4 = 100 ,$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 + X_5 = 100 ,$$

$$X_3 / 80 + X_6 = 100 ,$$

$$15 X_1 + 12 X_2 + 14 X_3 = F .$$

У этой системы имеется очевидное решение, соответствующее вершине многогранника допустимых значений переменных:

$$X_1 = X_2 = X_3 = 0, X_4 = X_5 = X_6 = 100, F = 0.$$

В терминах исходной задачи это значит, что ничего не надо выпускать. Такое решение приемлемо только на период летних отпусков.

Выбираем переменную, которая входит в целевую функцию  $F$  с самым большим положительным коэффициентом. Это  $X_1$ .

Сравниваем частные от деления свободных членов в первых трех уравнениях на коэффициенты при только что выбранной переменной  $X_1$ :

$$100 / (1/200) = 20000, 100 / (1/300) = 30000, 100/0 = + \infty .$$

Выбираем строку, которой соответствует минимальное из всех положительных отношений. В рассматриваемом примере - это первая строка, которой соответствует отношение 20000.

Умножим первую строку на 200, чтобы получить  $X_1$  с единичным коэффициентом:

$$X_1 + 2/3 X_2 + 2/1,2 X_3 + 200 X_4 = 20000 .$$

Затем умножим вновь полученную строку на  $(-1/300)$  и сложим со второй строкой, получим

$$7/900 X_2 + 4/900 X_3 - 2/3 X_4 + X_5 = 100/3.$$

Ту же преобразованную первую строку умножим на (-15) и сложим со строкой, в правой части которой стоит  $F$ , получим:

$$2 X_2 - 11 X_3 - 3000 X_4 = F - 300000.$$

В результате система уравнений преобразуется к виду, в котором переменная  $X_1$  входит только в первое уравнение:

$$X_1 + 2/3 X_2 + 2/1,2 X_3 + 200 X_4 = 20000 ,$$

$$7/900 X_2 + 4/900 X_3 - 2/3 X_4 + X_5 = 100/3 ,$$

$$X_3 / 80 + X_6 = 100 ,$$

$$2 X_2 - 11 X_3 - 3000 X_4 = F - 300000.$$

Очевидно, у новой системы имеется улучшенное по сравнению с исходным решение, соответствующее вершине в шестимерном пространстве:

$$X_1 = 20000, X_2 = X_3 = X_4 = 0, X_5 = 100/3, X_6 = 100, F = 300000.$$

В терминах исходной задачи это значит, что надо выпускать только кухни. Такое решение приемлемо, если допустимо выпускать только один вид продукции.

Повторим описанную выше операцию. В строке с  $F$  имеется еще один положительный коэффициент - при  $X_2$  (если бы положительных коэффициентов было несколько - мы взяли бы максимальный из них). На основе коэффициентов при  $X_2$  (а не при  $X_1$ , как в первый раз) образуем частные от деления соответствующих свободных членов на эти коэффициенты:

$$20000 / (2/3) = 30000, (100/3) / (7/900) = 30000/7, 100/0 = + \infty.$$

Таким образом, нужно выбрать вторую строку, для которой имеем наименьшее положительное отношение  $30000/7$ . Вторую строку умножим на  $900/7$  (чтобы коэффициент при  $X_2$  равнялся 1). Затем добавим обновленную строку ко всем строкам, содержащим  $X_2$ , предварительно умножив их на подходящие числа, т.е. такие, чтобы все коэффициенты при  $X_2$  стали бы после сложения равны 0, за исключением коэффициента второй строки, который уже стал равняться 1. Получим систему уравнений:

$$X_1 + 9/7 X_3 + 1800/7 X_4 - 600/7 X_5 = 120000/7 ,$$

$$X_2 + 4/7 X_3 - 600/7 X_4 + 900/7 X_5 = 30000/7 ,$$

$$\begin{aligned}
 X_3 / 80 & \qquad \qquad \qquad + X_6 = 100 , \\
 - 85/7 X_3 - 19800/7 X_4 - 1800/7 X_5 & = F - 308571.
 \end{aligned}$$

Поскольку все переменные неотрицательны, то из последнего уравнения следует, что прибыль  $F$  достигает своего максимального значения, равного 308571, при  $X_3 = X_4 = X_5 = 0$ . Из остальных уравнений следует, что при этом  $X_1 = 120000/7 = 17143$ ,  $X_2 = 30000/7 = 4286$ ,  $X_6 = 100$ . Поскольку в строке с  $F$  не осталось ни одного положительного коэффициента при переменных, то алгоритм симплекс-метода закончил свою работу, оптимальное решение найдено.

Практические рекомендации таковы: надо выпустить 17143 кухни, вчетверо меньше, т.е. 4286 кофемолок, самоваров не выпускать вообще. При этом прибыль будет максимальной и равной 308571. Все производственное оборудование будет полностью загружено, за исключением линии по сборке самоваров.

**Транспортная задача.** Различные технико-экономические и экономические задачи производственного менеджмента, от оптимальной загрузки станка и раскройке стального листа или полотна ткани до анализа межотраслевого баланса и оценки темпов роста экономики страны в целом, приводят к необходимости решения тех или иных задач линейного программирования. В книге [2] приведен обширный перечень публикаций, посвященный многочисленным применениям линейного программирования в металлургии, угольной, химической, нефтяной, бумажной и прочих отраслях промышленности, в проблемах транспорта и связи, планирования производства, конструирования и хранения продукции, сельском хозяйстве, в научных исследованиях, в том числе экономических, и даже при регулировании уличного движения.

В качестве очередного примера рассмотрим т.н. транспортную задачу. Имеются склады, запасы на которых известны. Известны потребители и объемы их потребностей. Необходимо доставить товар со складов потребителям. Можно по-разному организовать "прикрепление" потребителей к складам, т.е. установить, с какого склада какому потребителю и сколько вести. Кроме того, известна стоимость доставки единицы товара с определенного склада

определенному потребителю. Требуется минимизировать издержки по перевозке.

Например, может идти речь о перевозке песка - сырья для производства кирпичей. В Москву песок обычно доставляется самым дешевым транспортом - водным. Поэтому в качестве складов можно рассматривать порты, а в качестве запасов - их суточную пропускную способность. Потребителями являются кирпичные заводы, а их потребности определяются суточным производством (в соответствии с имеющимися заказами). Для доставки необходимо загрузить автотранспорт, проехать по определенному маршруту и разгрузить его. Стоимость этих операций рассчитывается по известным правилам, на которых не имеет смысла останавливаться.

Рассмотрим пример транспортной задачи, исходные данные к которой представлены в табл. 2.5.

Табл. 2.5.

Исходные данные к транспортной задаче.

	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4	Запасы на складах
Склад 1	2	5	5	5	60
Склад 2	1	2	1	4	80
Склад 3	3	1	5	2	60
Потребности	50	40	70	40	200

В табл.2.5, кроме объемов потребностей и величин запасов, приведены стоимости доставки единицы товара со склада  $i$ ,  $i=1,2,3$ , потребителю  $j$ ,  $j=1,2,3,4$ . Например, самая дешевая доставка - со склада 2 потребителям 1 и 3, а также со склада 3 потребителю 2. Однако на складе 2 имеется 80 единиц товара, а потребителям 1 и 3 требуется  $50+70 = 120$  единиц, поэтому к ним придется вести товар и с других складов. Обратите внимание, что в табл.2.5 запасы на складах равны суммарным потребностям. Для примера с доставкой песка кирпичным заводам это вполне естественное ограничение - при невыполнении такого

ограничения либо порты будут засыпаны горами песка, либо кирпичные заводы не выполняют заказы.

Надо спланировать перевозки, т.е. выбрать объемы  $X_{ij}$  поставок товара со склада  $i$  потребителю  $j$ , где  $i = 1,2,3$ ;  $j = 1,2,3,4$ . Таким образом, всего в задаче имеется 12 переменных. Они удовлетворяют двум группам ограничений.

Во-первых, заданы запасы на складах:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 60 ,$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 80 ,$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 60 .$$

Во-вторых, известны потребности клиентов:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 50 ,$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 40 ,$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 70 ,$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 40 .$$

Итак, всего 7 ограничений типа равенств. Кроме того, все переменные неотрицательны - еще 12 ограничений.

Целевая функция - издержки по перевозке, которые необходимо минимизировать:

$$F = 2X_{11} + 5X_{12} + 4X_{13} + 5X_{14} + X_{21} + 2X_{22} + X_{23} + 4X_{24} + 3X_{31} + X_{32} + 5X_{33} + 2X_{34} \rightarrow \min .$$

Рассматриваются также различные варианты транспортной задачи. Например, если доставка производится вагонами, то объемы поставок должны быть кратны вместимости вагона.

Количество переменных и ограничений в транспортной задаче таково, что для ее решения не обойтись без компьютера и соответствующего программного продукта.

## **2.6. Экспертные оценки, бинарные отношения и дискретная оптимизация.**

**Методы средних баллов.** Целочисленное программирование успешно применяется и для усреднения ответов экспертов. В теории принятия решений

большое место занимают экспертные опросы. Сначала рассмотрим балльные оценки. Часто опрашиваемых просят выставить баллы объектам, изделиям, технологическим процессам, предприятиям, проектам, заявкам на выполнение научно-исследовательских работ, идеям, проблемам, программам, политикам и т.п., а затем рассчитывают средние баллы и рассматривают их как интегральные оценки, выставленные коллективом опрошенных. Какими формулами пользоваться для вычисления средних величин? Ведь видов средних величин очень много. По традиции обычно применяют среднее арифметическое. Мы уже более 25 лет знаем, что такой способ некорректен, поскольку баллы обычно измерены в т.н. порядковой шкале. Обоснованным является использование медиан в качестве средних баллов. Однако полностью игнорировать средние арифметические нерационально из-за их привычности и распространенности. Поэтому целесообразно использовать одновременно оба метода - и метод средних арифметических рангов (баллов), и методов медианных рангов. Такая рекомендация находится в согласии с концепцией устойчивости, рекомендующей использовать различные методы для обработки одних и тех же данных с целью выделить выводы, получаемые одновременно при всех методах. Такие выводы, видимо, соответствуют реальной действительности, в то время как заключения, меняющиеся от метода к методу, зависят от субъективизма исследователя, выбирающего метод обработки исходных экспертных оценок.

**Пример сравнения восьми проектов.** Рассмотрим конкретный пример применения только что сформулированного подхода. По заданию руководства фирмы анализировались восемь проектов, предлагаемых для включения в план стратегического развития фирмы. Они были обозначены следующим образом: Д, Л, М-К, Б, Г-Б, Сол, Стеф, К (по фамилиям менеджеров, предложивших их для рассмотрения). Все проекты были направлены 12 экспертам, назначенным Правлением фирмы. В приведенной ниже табл.2.6 приведены ранги восьми проектов, присвоенные им каждым из 12 экспертов в соответствии с их представлением о целесообразности включения проекта в стратегический план фирмы (ранг 1 - самый лучший проект, который обязательно надо реализовать, ранг

2 - второй по привлекательности проект, ... , ранг 8 - наиболее сомнительный проект).

Анализируя результаты работы экспертов (т.е. упомянутую табл.2.6), члены Правления фирмы были вынуждены констатировать, что полного согласия между экспертами нет, а потому данные табл.2.6 следует подвергнуть более тщательному математическому анализу.

**Метод средних арифметических рангов.** Сначала был применен метод средних арифметических рангов. Для этого прежде всего была подсчитана сумма рангов, присвоенных проектам (см. таблицу). Затем эта сумма была разделена на число экспертов, в результате рассчитан средний арифметический ранг (именно эта операция дала название методу). По средним рангам строится итоговая ранжировка (в другой терминологии - упорядочение), исходя из принципа - чем меньше средний ранг, тем лучше проект. Наименьший средний ранг, равный 2,625, у проекта Б, - следовательно, в итоговой ранжировке он получает ранг 1. Следующая по величине сумма, равная 3,125, у проекта М-К, - и он получает итоговый ранг 2. Проекты Л и Сол имеют одинаковые суммы (равные 3,25), значит, с точки зрения экспертов они равноценны (при рассматриваемом способе сведения вместе мнений экспертов), а потому они должны бы стоять на 3 и 4 местах и получают средний балл  $(3+4)/2 = 3,5$ . Дальнейшие результаты приведены в табл.2.7 ниже.

Табл.2.6.

Ранги 8 проектов по степени привлекательности для включения в план стратегического развития фирмы

№ экспер-	Д	Л	М-К	Б	Г-Б	Сол	Стеф	К
-----------	---	---	-----	---	-----	-----	------	---

та								
1	5	3	1	2	8	4	6	7
2	5	4	3	1	8	2	6	7
3	1	7	5	4	8	2	3	6
4	6	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5	8	2	4	6	3	5	1	7
6	5	6	4	3	2	1	7	8
7	6	1	2	3	5	4	8	7
8	5	1	3	2	7	4	6	8
9	6	1	3	2	5	4	7	8
10	5	3	2	1	8	4	6	7
11	7	1	3	2	6	4	5	8
12	1	6	5	3	8	4	2	7

*Примечание.* Эксперт № 4 считает, что проекты М-К и Б равноценны, но уступают лишь одному проекту - проекту Сол. Поэтому проекты М-К и Б должны были бы стоять на втором и третьем местах и получить баллы 2 и 3. Поскольку они равноценны, то получают средний балл  $(2+3)/2 = 5/2 = 2,5$ .

Итак, ранжировка по суммам рангов (или, что то же, по средним арифметическим рангам) имеет вид:

$$Б < М-К < \{Л, Сол\} < Д < Стеф < Г-Б < К . \quad (1)$$

Здесь запись типа "А<Б" означает, что проект А предшествует проекту Б (т.е. проект А лучше проекта Б). Поскольку модели Л и Сол получили одинаковую сумму баллов, то по рассматриваемому методу они эквивалентны, а потому объединены в группу (в фигурных скобках). В терминологии математической статистики ранжировка (1) имеет одну связь.

**Метод медиан рангов.** Значит, наука сказала свое слово, итог расчетов - ранжировка (1), и на ее основе предстоит принимать решение? Но тут наиболее знакомый с современной эконометрикой член Правления вспомнил, что ответы экспертов измерены в порядковой шкале, а потому для них неправомерно проводить усреднение методом средних арифметических. Надо использовать метод медиан.

Что это значит? Надо взять ответы экспертов, соответствующие одному из проектов, например, проекту Д. Это ранги 5, 5, 1, 6, 8, 5, 6, 5, 6, 5, 7, 1. Затем

их надо расположить в порядке неубывания (проще было бы сказать - "в порядке возрастания", но поскольку некоторые ответы совпадают, то приходится использовать непривычный термин "неубывание"). Получим последовательность: 1, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8. На центральных местах - шестом и седьмом - стоят 5 и 5. Следовательно, медиана равна 5.

Табл. 2.7.

Результаты расчетов по методу средних арифметических и методу медиан для данных, приведенных в табл.2.6.

	Д	Л	М-К	Б	Г-Б	Сол	Стеф	К
Сумма рангов	60	39	37,5	31,5	76	39	64	85
Среднее арифметическое рангов	5	3,25	3,125	2,625	6,333	3,25	5,333	7,083
Итоговый ранг по среднему арифметическому	5	3,5	2	1	7	3,5	6	8
Медианы рангов	5	3	3	2,25	7,5	4	6	7
Итоговый ранг по медианам	5	2,5	2,5	1	8	4	6	7

Медианы совокупностей из 12 рангов, соответствующих определенным проектам, приведены в предпоследней строке таблицы. (При этом медианы вычислены по обычным правилам статистики - как среднее арифметическое центральных членов вариационного ряда.) Итоговое упорядочение по методу медиан приведено в последней строке таблицы. Ранжировка (т.е. упорядочение - итоговое мнение комиссии экспертов) по медианам имеет вид:

$$Б < \{М-К, Л\} < Сол < Д < Стеф < К < Г-Б . \quad (2)$$

Поскольку проекты Л и М-К имеют одинаковые медианы баллов, то по рассматриваемому методу ранжирования они эквивалентны, а потому объединены в группу (кластер), т.е. с точки зрения математической статистики ранжировка (2) имеет одну связь.

**Сравнение ранжировок по методу средних арифметических и методу медиан.** Сравнение ранжировок (1) и (2) показывает их близость (похожесть).

Можно принять, что проекты М-К, Л, Сол упорядочены как  $M-K < L < Сол$ , но из-за погрешностей экспертных оценок в одном методе признаны равноценными проекты Л и Сол (ранжировка (1)), а в другом - проекты М-К и Л (ранжировка (2)). Существенным является только расхождение, касающееся упорядочения проектов К и Г-Б: в ранжировке (1)  $Г-Б < К$ , а в ранжировке (2), наоборот,  $К < Г-Б$ . Однако эти проекты - наименее привлекательные из восьми рассматриваемых, и при выборе наиболее привлекательных проектов для дальнейшего обсуждения и использования на это расхождение можно не обращать внимания.

Рассмотренный пример демонстрирует сходство и различие ранжировок, полученных по методу средних арифметических рангов и по методу медиан, а также пользу от их совместного применения.

**Метод согласования кластеризованных ранжировок.** Проблема состоит в выделении общего нестрогого порядка из набора кластеризованных ранжировок (на статистическом языке - ранжировок со связями). Этот набор может отражать мнения нескольких экспертов или быть получен при обработке мнений экспертов различными методами. Предлагается метод согласования кластеризованных ранжировок, позволяющий «загнать» противоречия внутрь специальным образом построенных кластеров (групп), в то время как упорядочение кластеров соответствует всем исходным упорядочениям.

В различных прикладных областях возникает необходимость анализа нескольких кластеризованных ранжировок объектов. К таким областям относятся прежде всего менеджмент (особенно производственный менеджмент), экономика, экология, социология, прогнозирование, технические исследования, и т.д., особенно те их разделы, что связаны с экспертными оценками. В качестве объектов могут выступать образцы продукции, технологии, математические модели, проекты, кандидаты на должность и др. Кластеризованные ранжировки могут быть получены как с помощью экспертов, так и объективным путем, например, при сопоставлении математических моделей с экспериментальными данными с помощью того или иного критерия качества.

В настоящем пункте рассматривается метод построения кластеризованной ранжировки, согласованной (в раскрытом ниже смысле) со всеми рассматриваемыми кластеризованными ранжировками. При этом противоречия между отдельными исходными ранжировками оказываются заключенными внутри кластеров согласованной ранжировки. В результате упорядоченность кластеров отражает общее мнение экспертов, точнее, то общее, что содержится в исходных ранжировках.

В кластеры заключены объекты, по поводу которых некоторые из исходных ранжировок противоречат друг другу. Для их упорядочения необходимо провести новые исследования. Эти исследования могут быть как формально-математическими (например, вычисление медианы Кемени (см. ниже), упорядочения по средним рангам или по медианам и т.п.), так и требовать привлечения новой информации из соответствующей прикладной области, возможно, проведения дополнительных научных или прикладных работ.

Введем необходимые понятия, затем сформулируем алгоритм согласования кластеризованных ранжировок в общем виде и рассмотрим его свойства. Пусть имеется конечное число объектов, которые мы для простоты изложения будем изображать натуральными числами  $1, 2, 3, \dots, k$  и называть «носителем». Под кластеризованной ранжировкой, определенной на заданном носителе, понимаем следующую математическую конструкцию. Пусть объекты разбиты на группы, которые будем называть кластерами. В кластере может быть и один элемент. Входящие в один кластер объекты будем заключать в фигурные скобки. Например, объекты  $1, 2, 3, \dots, 10$  могут быть разбиты на 7 кластеров:  $\{1\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{5, 6, 7\}$ ,  $\{8\}$ ,  $\{9\}$ ,  $\{10\}$ . В этом разбиении один кластер  $\{5, 6, 7\}$  содержит три элемента, другой -  $\{2, 3\}$  - два, остальные пять - по одному элементу. Кластеры не имеют общих элементов, а объединение их (как множеств) есть все рассматриваемое множество объектов.

Вторая составляющая кластеризованной ранжировки - это строгий линейный порядок между кластерами. Задано, какой из них первый, какой второй, и т.д. Будем изображать упорядоченность с помощью знака  $<$ . При этом класте-

ры, состоящие из одного элемента, будем для простоты изображать без фигурных скобок. Тогда кластеризованную ранжировку на основе введенных выше кластеров можно изобразить так:

$$A = [ 1 < \{2,3\} < 4 < \{5,6,7\} < 8 < 9 < 10 ] .$$

Конкретные кластеризованные ранжировки будем заключать в квадратные скобки. Если для простоты речи термин "кластер" применять только к кластеру не менее чем из 2-х элементов, то можно сказать, что в кластеризованную ранжировку  $A$  входят два кластера  $\{2,3\}$  и  $\{5,6,7\}$  и 5 отдельных элементов.

Введенная описанным образом кластеризованная ранжировка является бинарным отношением на множестве  $\{1,2,3,\dots,10\}$ . Его структура такова. Задано отношение эквивалентности с 7-ю классами эквивалентности, а именно,  $\{2,3\}$ ,  $\{5,6,7\}$ , а остальные состоят из оставшихся 5 отдельных элементов. Затем введен строгий линейный порядок между классами эквивалентности.

Следующее важное понятие - противоречивость. Оно определяется для четверки - две кластеризованные ранжировки на одном и том же носителе и два различных объекта - элементы того же носителя. При этом два элемента из одного кластера будем связывать символом равенства  $=$ , как эквивалентные. Пусть  $A$  и  $B$  - две кластеризованные ранжировки. Пару объектов  $(a, b)$  назовем «противоречивой» относительно  $A$  и  $B$ , если эти два элемента по-разному упорядочены в  $A$  и  $B$ , т.е.  $a < b$  в  $A$  и  $a > b$  в  $B$  (первый вариант противоречивости) либо  $a > b$  в  $A$  и  $a < b$  в  $B$  (второй вариант противоречивости). Подчеркнем, что в соответствии с этим определением пара объектов  $(a, b)$ , эквивалентная хотя бы в одной кластеризованной ранжировке, не может быть противоречивой: равенство  $a = b$  не образует "противоречия" ни с  $a < b$ , ни с  $a > b$ .

В качестве примера рассмотрим две кластеризованные ранжировки

$$B = [ \{1,2\} < \{3,4,5\} < 6 < 7 < 9 < \{8,10\} ],$$

$$C = [ 3 < \{1,4\} < 2 < 6 < \{5,7,8\} < \{9,10\} ].$$

Совокупность противоречивых пар объектов для двух кластеризованных ранжировок  $A$  и  $B$  назовем «ядром противоречий» и обозначим  $S(A,B)$ . Для

рассмотренных выше в качестве примеров трех кластеризованных ранжировок А, В и С, определенных на одном и том же носителе  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ , имеем

$$S(A,B) = [ (8, 9)], S(A,C) = [ (1, 3), (2,4) ],$$

$$S(B,C) = [ (1, 3), (2, 3), (2, 4), (5, 6), (8,9) ] .$$

Как при ручном, так и при программном нахождении ядра можно в поисках противоречивых пар просматривать пары  $(1,2), (1,3), (1,4), \dots, (1, k)$ , затем  $(2,3), (2,4), \dots, (2, k)$ , потом  $(3,4), \dots, (3, k)$ , и т.д., вплоть до  $(k-1, k)$ .

Пользуясь понятиями дискретной математики, «ядро противоречий» можно изобразить графом с вершинами в точках носителя. При этом противоречивые пары задают ребра этого графа. Граф для  $S(A,B)$  имеет только одно ребро (одна связная компонента более чем из одной точки), для  $S(A,C)$  - 2 ребра (две связные компоненты более чем из одной точки), для  $S(B,C)$  - 5 ребер (три связные компоненты более чем из одной точки, а именно,  $\{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\{5, 6\}$  и  $\{8, 9\}$ ).

Предлагаемый алгоритм согласования некоторого числа кластеризованных ранжировок состоит из трех этапов. На первом выделяются противоречивые пары объектов во всех парах кластеризованных ранжировок. На втором формируются кластеры итоговой кластеризованной ранжировки (т.е. классы эквивалентности - связные компоненты графов, соответствующих объединению попарных ядер противоречий). На третьем этапе эти кластеры (классы эквивалентности) упорядочиваются. Для установления порядка между кластерами произвольно выбирается один объект из первого кластера и второй - из второго, порядок между кластерами устанавливается такой же, какой имеет быть между выбранными объектами в любой из рассматриваемых кластеризованных ранжировок. Корректность подобного упорядочивания, т.е. его независимость от выбора той или иной пары объектов, вытекает из соответствующих теорем. Два объекта из разных кластеров согласующей кластеризованной ранжировки могут оказаться эквивалентными в одной из исходных кластеризованных ранжировок (т.е. находиться в одном кластере). В таком случае надо рассмотреть упорядоченность этих объектов в какой-либо другой из исходных кластеризованных

ранжировок. Если же во всех исходных кластеризованных ранжировках два рассматриваемых объекта находились в одном кластере, то естественно считать (и это является уточнением к этапу 3 алгоритма), что они находятся в одном кластере и в согласующей кластеризованной ранжировке.

Результат согласования кластеризованных ранжировок  $A, B, C, \dots$  обозначим  $f(A, B, C, \dots)$ . Тогда

$$f(A, B) = [1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < \{8, 9\} < 10],$$

$$f(A, C) = [\{1, 3\} < \{2, 4\} < 5 < 6 < 7 < 8 < 9 < 10],$$

$$f(B, C) = [\{1, 2, 3, 4\} < \{5, 6\} < 7 < \{8, 9\} < 10],$$

$$f(A, B, C) = f(B, C) = [\{1, 2, 3, 4\} < \{5, 6\} < 7 < \{8, 9\} < 10].$$

В случае  $f(A, B)$  дополнительного изучения с целью упорядочения требуют только объекты 8 и 9. В случае  $f(B, C)$  объекты 1, 2, 3, 4 объединились в один кластер, т.е. кластеризованные ранжировки оказались настолько противоречивыми, что процедура согласования не позволила провести достаточно полную декомпозицию задачи нахождения итогового мнения экспертов.

Рассмотрим некоторые свойства алгоритмов согласования.

1. Пусть  $D = f(A, B, C, \dots)$ . Если  $a < b$  в согласующей кластеризованной ранжировке  $D$ , то  $a < b$  или  $a = b$  в каждой из исходных ранжировок  $A, B, C, \dots$

2. Построение согласующих кластеризованных ранжировок может осуществляться поэтапно. В частности,  $f(A, B, C) = f(f(A, B), f(A, C), f(B, C))$ . Ясно, что ядро противоречий для набора кластеризованных ранжировок является объединением таких ядер для всех пар рассматриваемых ранжировок.

3. Построение согласующих кластеризованных ранжировок нацелено на выделение общего упорядочения в исходных кластеризованных ранжировках. Однако при этом некоторые общие свойства исходных кластеризованных ранжировок могут теряться. Так, при согласовании ранжировок  $B$  и  $C$ , рассмотренных выше, противоречия в упорядочении элементов 1 и 2 не было - в ранжировке  $B$  эти объекты входили в один кластер, т.е.  $1 = 2$ , в то время как  $1 < 2$  в кластеризованной ранжировке  $C$ . Значит, при их отдельном рассмотрении можно принять упорядочение  $1 < 2$ . Однако в  $f(B, C)$  они попали в один кластер, т.е. воз-

возможность их упорядочения исчезла. Это связано с поведением объекта 3, который "перескочил" в С на первое место и "увлек с собой в противоречие" пару (1, 2), образовав противоречивые пары и с 1, и с 2. Другими словами, связная компонента графа, соответствующего ядру противоречий, сама по себе не всегда является полным графом. Недостающие ребра при этом соответствуют парам типа (1, 2), которые сами по себе не являются противоречивыми, но "увлекаются в противоречие" другими парами.

**Бинарные отношения и дискретная оптимизация.** Как известно, бинарное отношение  $A$  на конечном множестве  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_k\}$  - это подмножество т.н. декартова квадрата  $Q^2 = \{(q_m, q_n), m, n = 1, 2, \dots, k\}$ . При этом пара  $(q_m, q_n)$  входит в  $A$  тогда и только тогда, когда между  $q_m$  и  $q_n$  имеется рассматриваемое отношение.

Каждую кластеризованную ранжировку, как и любое бинарное отношение, можно задать матрицей  $\|x(a, b)\|$  из 0 и 1 порядка  $k \times k$ . При этом  $x(a, b) = 1$  тогда и только тогда, когда  $a < b$  либо  $a = b$ . В первом случае  $x(b, a) = 0$ , а во втором  $x(b, a) = 1$ . При этом хотя бы одно из чисел  $x(a, b)$  и  $x(b, a)$  равно 1. Из определения противоречивости пары  $(a, b)$  (см. выше) вытекает, что для нахождения всех таких пар достаточно поэлементно перемножить две матрицы  $\|x(a, b)\|$  и  $\|y(a, b)\|$ , соответствующие двум кластеризованным ранжировкам, и отобрать те и только те пары, для которых  $x(a, b)y(a, b) = x(b, a)y(b, a) = 0$ .

В экспертных методах принятия решений в производственном менеджменте используют, в частности, такие бинарные отношения, как ранжировки (упорядочения, или разбиения на группы, между которыми имеется строгий порядок), отношения эквивалентности, толерантности (отношения сходства). Как известно, каждое бинарное отношение  $A$  можно описать матрицей  $\|a(i, j)\|$  из 0 и 1, причем  $a(i, j) = 1$  тогда и только тогда, когда  $q_i$  и  $q_j$  находятся в отношении  $A$ , и  $a(i, j) = 0$  в противном случае.

**Определение.** Расстоянием Кемени между бинарными отношениями  $A$  и  $B$ , описываемыми матрицами  $\|a(i, j)\|$  и  $\|b(i, j)\|$  соответственно, называется число

$$D(A, B) = \sum |a(i, j) - b(i, j)|,$$

где суммирование производится по всем  $i, j$  от 1 до  $k$ .

Легко видеть, что расстояние Кемени - это число несовпадающих элементов в матрицах  $\|a(i, j)\|$  и  $\|b(i, j)\|$ .

С помощью расстояния Кемени находят итоговое мнение комиссии экспертов. Пусть  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_p$  - ответы  $p$  экспертов, представленные в виде бинарных отношений. Для их усреднения используют т.н. **медиану Кемени**

$$\text{Arg min } \sum D(A_i, A),$$

где  $\text{Arg min}$  - то или те значения  $A$ , при которых достигает минимума указанная сумма расстояний Кемени от ответов экспертов до текущей переменной  $A$ , по которой и проводится минимизация. Таким образом,

$$\sum D(A_i, A) = D(A_1, A) + D(A_2, A) + D(A_3, A) + \dots + D(A_p, A).$$

Кроме медианы Кемени, используют **среднее по Кемени**, в котором вместо  $D(A_i, A)$  используют  $D^2(A_i, A)$ .

Медиана Кемени - частный случай определения эмпирического среднего в пространствах нечисловой природы. Для нее справедлив закон больших чисел, т.е. эмпирическое среднее приближается при росте числа составляющих, т.е.  $p$  - числа слагаемых в сумме, к теоретическому среднему:

$$\text{Arg min } \sum D(A_i, A) \rightarrow \text{Arg min } M D(A_1, A).$$

Здесь  $M$  - символ математического ожидания. Предполагается, что ответы  $p$  экспертов  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_p$  есть основания рассматривать как независимые одинаково распределенные случайные элементы (т.е. как случайную выборку) в соответствующем пространстве произвольной природы, например, в пространстве упорядочений или отношений эквивалентности.

Вычисление медианы Кемени - задача целочисленного программирования. В частности, для ее нахождения используется различные алгоритмы, основанные на методе ветвей и границ (см. ниже). Применяют также алгоритмы, основанные на идее случайного поиска, поскольку для каждого бинарного отношения нетрудно найти множество его соседей.

## 2.7. Теория графов и оптимизация.

Один из разделов дискретной математики, часто используемый при принятии решений - теория графов. Граф - это совокупность точек, называемых вершинами графа, некоторые из которых соединены дугами. Примеры графов приведены на рис.2.5.

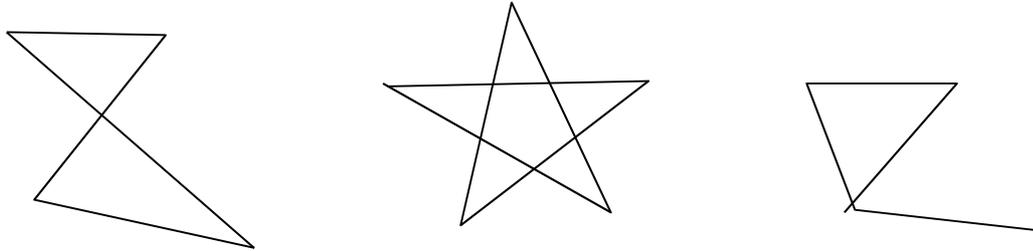


Рис.2.5. Примеры графов.

На только что введенное понятие графа "навешиваются" новые свойства. Исходному объекту приписывают новые качества. Например, вводится и используется понятие ориентированного графа. В таком графе дуги имеют стрелки, направленные от одной вершины к другой. Примеры ориентированных графов даны на рис.2.6.

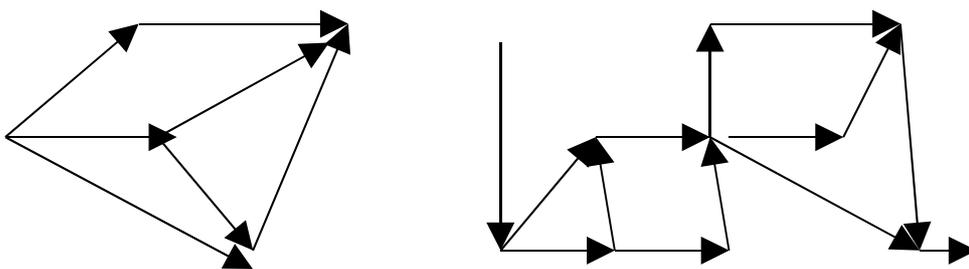


Рис.2.6. Примеры ориентированных графов.

Ориентированный граф был бы полезен, например, для иллюстрации организации перевозок в транспортной задаче. В экономике дугам ориентированного или обычного графа часто приписывают числа, например, стоимость

проезда или перевозки груза из пункта А (начальная вершина дуги) в пункт Б (конечная вершина дуги).

Рассмотрим несколько типичных задач принятия решений, связанных с оптимизацией на графах.

**Задача коммивояжера.** Требуется посетить все вершины графа и вернуться в исходную вершину, минимизировав затраты на проезд (или минимизировав время).

Исходные данные здесь - это граф, дугам которого приписаны положительные числа - затраты на проезд или время, необходимое для продвижения из одной вершины в другую. В общем случае граф является ориентированным, и каждые две вершины соединяют две дуги - туда и обратно. Действительно, если пункт А расположен на горе, а пункт Б - в низине, то время на проезд из А в Б, очевидно, меньше времени на обратный проезд из Б в А.

Многие постановки экономического содержания сводятся к задаче коммивояжера. Например:

составить наиболее выгодный маршрут обхода наладчика в цехе (контролера, охранника, милиционера), отвечающего за должное функционирование заданного множества объектов (каждый из этих объектов моделируется вершиной графа);

составить наиболее выгодный маршрут доставки деталей рабочим или хлеба с хлебозавода по заданному числу булочных и других торговых точек (парковка у хлебозавода).

**Задача о кратчайшем пути.** Как кратчайшим путем попасть из одной вершины графа в другую? В терминах производственного менеджмента: как кратчайшим путем (и, следовательно, с наименьшим расходом топлива и времени, наиболее дешево) попасть из пункта А в пункт Б? Для решения этой задачи каждой дуге ориентированного графа должно быть сопоставлено число - время движения по этой дуге от начальной вершины до конечной. Рассмотрим пример (рис.2.7).

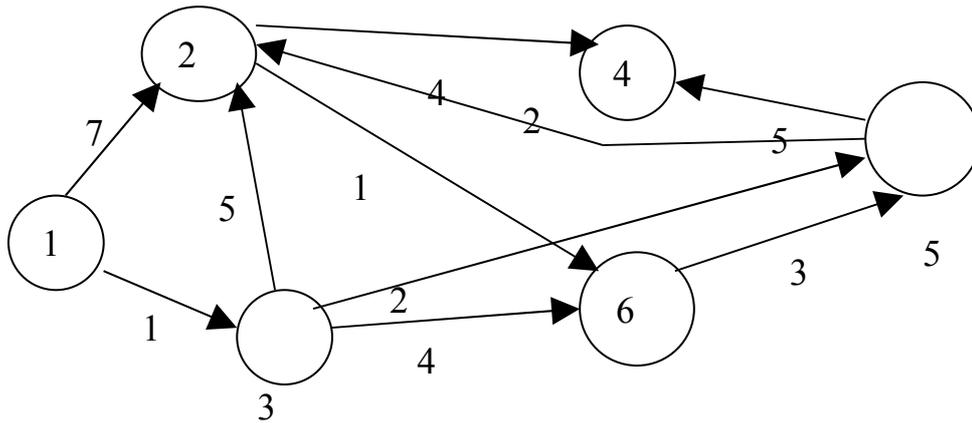


Рис.2.7. Исходные данные к задаче о кратчайшем пути.

Ситуацию можно описать не только ориентированным графом с весами, приписанными дугам, но и таблицей (табл.2.8).

Табл.2.8.

Исходные данные к задаче о кратчайшем пути.

Начало дуги	Конец дуги	Время в пути
1	2	7
1	3	1
2	4	4
2	6	1
3	2	5
3	5	2
3	6	3
5	2	2
5	4	5
6	5	3

Спрашивается в задаче: как кратчайшим путем попасть из вершины 1 в вершину 4?

**Решение.** Введем обозначение:  $C(T)$  - длина кратчайшего пути из вершины 1 в вершину  $T$ . (Поскольку любой путь, который надо рассмотреть, состоит из дуг, а дуг конечное число, и каждая входит не более одного раза, то претендентов на кратчайший путь конечное число, и минимум из конечного числа

элементов всегда достигается.) Рассматриваемая задача состоит в вычислении  $C(4)$  и указании пути, на котором этот минимум достигается.

Для исходных данных, представленных на рис.2.7 и в табл.2.8, в вершину 3 входит только одна стрелка, как раз из вершины 1, и около этой стрелки стоит ее длина, равная 1, поэтому  $C(3) = 1$ . Кроме того, очевидно, что  $C(1) = 0$ .

В вершину 4 можно попасть либо из вершины 2, пройдя путь, равный 4, либо из вершины 5, пройдя путь, равный 5. Поэтому справедливо соотношение  $C(4) = \min \{C(2) + 4 ; C(5) + 5\}$ .

Таким образом, проведена реструктуризация задачи - нахождение  $C(4)$  сведено к нахождению  $C(2)$  и  $C(5)$ .

В вершину 5 можно попасть либо из вершины 3, пройдя путь, равный 2, либо из вершины 6, пройдя путь, равный 3. Поэтому справедливо соотношение  $C(5) = \min \{C(3) + 2 ; C(6) + 3\}$ .

Мы знаем, что  $C(3) = 1$ . Поэтому

$$C(5) = \min \{3 ; C(6) + 3\}.$$

Поскольку очевидно, что  $C(6)$  - положительное число, то из последнего соотношения вытекает, что  $C(5) = 3$ .

В вершину 2 можно попасть либо из вершины 1, пройдя путь, равный 7, либо из вершины 3, пройдя путь, равный 5, либо из вершины 5, пройдя путь, равный 2. Поэтому справедливо соотношение

$$C(2) = \min \{C(1) + 7 ; C(3) + 5 ; C(5) + 2\}.$$

Нам известно, что  $C(1) = 0$ ,  $C(3) = 1$ ,  $C(5) = 3$ . Поэтому

$$C(2) = \min \{0 + 7 ; 1 + 5 ; 3 + 2\} = 5.$$

Теперь мы можем найти  $C(4)$ :

$$C(4) = \min \{C(2) + 4 ; C(5) + 5\} = \min \{5 + 4 ; 3 + 5\} = 8.$$

Таким образом, длина кратчайшего пути равна 8. Из последнего соотношения ясно, что в вершину 4 надо идти через вершину 5. Возвращаясь к вычислению  $C(5)$ , видим, что в вершину 5 надо идти через вершину 3. А в вершину 3 можно попасть только из вершины 1. Итак, кратчайший путь таков:

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 .$$

Задача о кратчайшем пути для конкретных исходных данных (рис.2.7 и табл.2.8) полностью решена.

### Тема 3. Принципы синтеза систем.

На базе системного подхода осуществляется и **проектирование систем**. Оно включает в себе творческий процесс, требующий совершенно новых взглядов и подходов, чтобы получить новые решения, ведущие к принципиальным и глубоким изменениям в системе. Оно имеет свою специфику. Проектирование и улучшение систем это далеко не одно и то же. При улучшении систем возникающие вопросы связаны с обеспечением работы уже существующих объектов. Проектирование ставит под сомнение сам характер данной системы и ее роль в рамках более широкой системы. Оно направлено на решение экстроспективных задач (от системы к окружению), в то время как улучшение систем интроспективно по своей сути, ибо направлено внутрь системы. Мы уже говорили, что улучшение систем основано на аналитическом методе, когда условия работы данной системы и соответствующих элементов изучаются методами дедукции и редукции. При проектировании систем идут от частного к общему, а проект наилучшей системы в целом означает создание оптимальной конфигурации (структуры) системы. Достаточно сравнить ограниченные возможности в достижении оптимума при улучшении систем и неограниченные возможности проектирования.

При проектировании рассматривается вся система, а не отдельные ее части, как это делается при улучшении. Задачей проектирования является оптимизация системы в целом, а не повышение эффективности входящих в нее компонентов. При улучшении системы ищут причины отклонений от заданных параметров в рамках этой системы, не считая необходимым

расширить их. Когда ставится цель привести систему к норме, первоначальные предпосылки и цели, лежащие в основе этой системы, под сомнение не ставятся. При проектировании ситуация обратная: под сомнение ставится вся конфигурация системы.

Проектирование систем не может быть полностью отождествлено и с моделированием систем. Оно может быть рассмотрено как часть или разновид-

ность моделирования. Моделирование часто предполагает снятие простой копии с объекта. В качестве примера такого рода служит обычная фотография, которая фиксирует внешние признаки системы. Проектирование же выступает в виде творческого процесса. Модели вполне могут отображать состояние объекта в прошлом или настоящем, а проектирование всегда нацелено на перспективу. Оно прежде всего связано с принятием решений, созданием новых технических систем и технологий. Поэтому моделирование значительно более широкая область. Проектирование ведет к творческому созданию новых перспективно-оптимальных моделей систем.

Фундаментальными положениями, на которых основывается проектирование систем, являются следующие:

- 1) проблема определяется с учетом взаимосвязи с большими (супер) системами, в которые входит рассматриваемая система и с которыми она связана общностью целей;
- 2) цели проектируемой системы обычно определяются не в рамках подсистемы, а их следует рассматривать в связи с более крупными системами или системой в целом;
- 3) существующие проекты оцениваются величиной временных издержек или степенью отклонения от оптимального проекта;
- 4) оптимальный проект нельзя получить путем внесения небольших изменений в существующие формы. Он основывается на новых и положительных изменениях для системы в целом;
- 5) проектирование систем строится на методах индукции и синтеза;
- 6) проектирование систем выступает как творческий процесс, ведущий к созданию перспективной, принципиально новой системы;
- 7) проектирование систем достаточно жестко связано с необходимостью учета нравственно-правовых аспектов.

Проектирование систем имеет циклический характер. **Цикл процесса проектирования систем** включает в себя формирование стратегии (или планирование), оценку и реализацию. В ходе него осуществляется отбор необходи-

мых фактов, эмпирических знаний, формируется концепция проектируемой системы, осуществляется интеграция ее компонентов. На каждой из отмеченных фаз решаются свои задачи, которые в конечном счете приводят к проектированию модели новой системы. Общая схема цикла процесса проектирования систем представлена на рис. 3.1. Она указывает на взаимосвязи всех фаз и на основные задачи решаемые в рамках каждой из них. Обратимся к более подробному анализу этих фаз.



Рисунок 3.1. Цикл процесса проектирования систем.

Первой фазой является фаза **формирования стратегии** или **планирования**. На этой фазе достигается соглашение об определении главной задачи, определяется миропонимание лиц, принимающих решения, устанавливаются

методы, используемые для интерпретации реальных фактов, заказчики и проектировщики приходят к единому мнению по ожидаемым результатам, начинается поиск и разработка вариантов. Рассмотрим основные положения каждого шага этой фазы.

### Шаг 1. Определение проблемы.

Определение проблемы является одним из наиболее ответственных шагов, на котором базируется весь остальной процесс проектирования. Оно не существует само по себе, а сложным образом взаимосвязано с другими

функциями процесса проектирования системы. В ходе этого шага определяется следующее:

- потребности, подлежащие удовлетворению;
- потребности, нужды которых должны быть удовлетворены;
- круг участников проекта (проектировщики, планировщики, лица, принимающие решения, и т.д.);
- недетализированное, общее описание тех методов, которые будут использованы для решения стоящих задач;
- границы системы;
- объем имеющихся ресурсов по сравнению с требуемым.

### Шаг 2. Исследование миропонимания потребителей и проектировщиков.

Миропонимание проектировщиков играет значительную роль в формировании их образа реальности, чрезвычайно важно описать и понять свойственные им предпосылки. Миропонимание лиц, принимающих решение, должно быть согласовано с миропониманием, касающимся проектируемой системы, с миропониманием проектировщиков. Точно таким же образом оно должно быть согласовано с потребителем данной системы, правовыми и нравственными нормами.

### Шаг 3. Назначение целей.

Процесс назначения целей затрагивает всех участников проекта, которые имеют отношение к затратам на него и прибылям от его реализации. Он должен быть построен как сходящийся процесс, который путем учета относительной

важности интересов приведет к формированию целей, устраивающих всех. В процессе назначения целей учитываются:

- потребности и желания;
- ожидания и стремления;
- взаимозамены, компромиссы и приоритеты;
- этические аспекты.

#### Шаг 4. Поиск и разработка вариантов.

В зависимости от рассматриваемой проблемы необходимо создать варианты решений, программы для реализации стремлений. Поиск и разработка вариантов зависит от ограничений: на время, цену и ресурсы. Поиск также ограничивается знаниями проектировщиков системы. Поиск и разработка вариантов предполагают рассмотрение влияния на проектируемую систему и ее компоненты со стороны всех участников и достижения между ними согласия. Он требует определиться с результатами проектирования системы на основе установления возможных последствий в случае принятия того или иного варианта. И наконец, заказчик одобряет вариант, предложенный проектировщиками.

**Оценивание** является второй фазой цикла процесса проектирования систем. На этой фазе осуществляется оценивание предложенных вариантов для того, чтобы определить, в какой степени они удовлетворяют целям и стремлениям, сформированным на предыдущей фазе. Для этого производится идентификация результатов, свойственных каждому варианту; устанавливаются соответствие выбранных свойств и критериев поставленным целям; определяют модели измерений и решений; осуществляют выбор конкретного варианта. Выделим шаги, характеризующие эту фазу:

#### Шаг 1. Определение результатов, свойств, критериев, измерительной шкалы и модели измерений.

Определение результатов - один из наиболее трудных аспектов проектирования систем, особенно при работе с мягкими системами. Это связано с тем, что любой результат подлежит измерению. Определение результатов неотделимо от проблемы выделения тех свойств и критериев, которым должна удовле-

творять проектируемая система. Она требует не просто согласования с желаниями заказчика, но и с его возможностями, а также возможностями самих проектировщиков. Кроме того, возникает потребность в измерении проектируемых свойств системы и создании для этих целей шкалы и моделей измерения.

### Шаг 2. Оценивание вариантов.

Этот шаг предназначен для сопоставления и сравнения существующих вариантов, моделей системы. В ходе него выясняются сильные и слабые стороны предлагаемых вариантов. Оценивание может осуществляться с помощью логико-содержательных и логико-формальных методов. В первом случае оно осуществляется путем обычных умозаключений, во втором - с применением математического аппарата.

### Шаг 3. Процесс выбора.

Процесс выбора неотделим от оценивания вариантов. Он вытекает из него. Именно на основе оценки существующих вариантов происходит выбор единственного. Результат достигается путем объединения технических, экономических, социальных и политических аспектов в одном проекте для того, чтобы сделать его практическим, осуществимым и приемлемым для потребителей.

Последней фазой цикла процесса проектирования системы является фаза **реализации**. Тут подлежат решению такие непростые проблемы, как оптимизация, субоптимизация, конфликты и их урегулирование, критическая оценка результатов, возврат к началу цикла. Эта фаза также имеет свои собственные шаги.

### Шаг 1. Реализация выбранных результатов.

Реализация решений является не только очень трудной фазой проектирования систем, но и чреватой неудачами. Специалисты при этом должны стремиться к оптимизации целевой функции или максимизации мер эффективности своего проекта. Нередко при этом неизбежен переход к субоптимизации или компромиссу, состоящему в использовании комбинаций согласованных субоптимов, соответствующей взвешенной комбинации целевых функций. Реализация выбранных вариантов включает процесс узаконивания и разрешения

всех конфликтов между заказчиком и проектировщиком. Зачастую она требует участия экспертов.

### Шаг 2. Управление системами.

Управление системами предполагает сравнение выходных сигналов и результатов с имеющимся на них стандартом. Оно также связано с регулированием и настройкой систем, приведением их к расчетным режимам работы.

### Шаг 3. Проверка и переоценка.

Проверка результатов приводит к переоценке проекта системы. Выясняются его слабые стороны, потребности в изменениях и весь цикл начинается сначала.

Все изложенное выше свидетельствует о сложности процесса проектирования систем, о множестве проблем, возникающих на различных фазах. Одной из наиболее сложных проблем является проблема оптимизации и субоптимизации систем. Остановимся на ней несколько подробнее. **Оптимизация систем** строится на нахождении экстремальных точек, определении максимума и минимума методами дифференциального исчисления. Обратимся к примеру с оптимизацией прибыли. Такая задача всегда стоит перед любым руководителем предприятия. Ее суть состоит в нахождении такого решения, которое бы оптимизировало прибыль. Предположим, что функции дохода и затрат заданы следующими выражениями:

Функция дохода  $R(x) = -4x^2 + 24x$ .

Функция затрат  $C(x) = 2x + 12$ .

Решение. Напишем выражение для функции прибыли:

$$P(x) = R(x) - C(x) = -4x^2 + 24x - (2x + 12) = -4x^2 + 22x - 12.$$

Учитывая, что точка, в которой функция будет иметь максимум, может быть найдена как точка, в которой первая производная равна нулю, то полученная производная функция прибыли будет иметь вид

$$\frac{dP(x)}{dx} = -8x + 22$$

Положив ее равной нулю, получим:  $-8x+22=0$ , тогда  $x = 22/8$ . Теперь определим значение функции в точке максимума:

$$P(22/8)=18,25.$$

Для того чтобы проверить, действительно ли это максимум, найдем значение второй производной:

$$\frac{d^2P}{dx^2} = -8.$$

Поскольку она остается отрицательной для всех значений  $x$ , ясно, что мы получим максимум, который и соответствует оптимальному решению.

В практике проектирования систем часто прибегают и к **субоптимизации систем**, означающей попытку оптимизации с объяснением того, почему наилучшее решение не может быть получено. В силу этого возникает потребность идти на компромисс. Например, предприятие осуществляет процесс модернизации, заменяет старые станки на новые, представленные несколькими моделями. Но цена станка, который бы соответствовал всем требованиям, слишком высока для предприятия. Поэтому приходится идти на компромисс, выбирая более дешевый станок.

Проблема субоптимизации может быть проиллюстрирована и на другом, более подробном примере. Некоторая фирма рассматривает вопрос о капиталовложении в одно из двух дел. В первом случае необходимы капиталовложения размером в 55 тыс. дол. с доходом 11 тыс. дол. в год сроком на 10 лет. Фирма считает цену капитала 10%. Во втором случае необходимы вложения размеров в 85 тыс. дол. с доходом 15 тыс. дол. в год на тот же срок.

#### **Тема 4. Математическое моделирование.**

Важнейшим инструментом познания сложноорганизованных объектов выступает системное моделирование и проектирование. Оно позволяет описать и объединить многие существенные свойства и параметры целостных образований. Знание методов моделирования и проектирования систем необходимо любому человеку, которому приходится сталкиваться с решением сложных задач планирования, принятия решений, создания новых технических устройств и т.д. Исходя из этого данный раздел посвящен основам моделирования и проектирования систем.

##### **Моделирование систем.**

Высшим идеалом научного познания является стремление отобразить объекты действительности такими, какие они есть на самом деле, т.е. тождественными, полностью идентифицированными. Стремление к решению этой задачи подвело человечество к моделированию. Строго говоря моделирование, как средство познания, применяется с древнейших времен. Оно имеет солидную традицию в развитии человеческой культуры. В течение столетий модели использовались в архитектуре, скульптуре, отчасти в технике. **Модель** - это мысленный или условный образ какого-либо объекта, процесса или явления, используемый в качестве его “заместителя”. Модели создавались задолго до теоретического осмысления самого метода моделирования. В геометрии с этим методом сталкивались при установлении подобия всех треугольников с равными углами.

Первые формы теоретического осмысления моделирования разрабатывались в классической физике XVII-XVIII веков. Развитие научных основ главных направлений моделирования - технико-экспериментальной и теоретической - в естествознании нового времени связано с именем Ньютона. Он показал, что возможно распространение результатов опыта по сопротивлению тел, движущихся в жидкой среде, на различные другие случаи. Проблемы моделирования получили дальнейшее развитие в трудах многих крупных ученых XIX и

особенно XX века. Значительное влияние на развитие этого метода оказало открытие закона сохранения и превращения энергии, основу которого составляет идея общности, единства природных сил. Большая лепта внесена создателем классической теории поля Максвеллом. Он уделял огромное внимание построению наглядных механических моделей электромагнитных явлений, используя с этой целью механическую модель эфира, аналога некоторой несжимаемой жидкости.

В течение длительного периода времени под моделью подразумевали только мысленный образ объекта. Считалось, что она не может быть отождествлена с уравнением или системой уравнения. Теория кибернетики и информации в корне изменила взгляд на понятие модели. Оно теперь во многих случаях ассоциируется и отождествляется с системой уравнений. В предложенном выше определении эта мысль заложена во фразе “условный образ объекта”, который и может быть отображен в уравнениях.

**Моделирование** представляет собой процесс построения и изучения моделей реально существующих органических и неорганических систем. В ходе него осуществляется оперирование объектом, который исследуется не сам, а рассматривается некоторая промежуточная вспомогательная (естественная или искусственная) система, которая:

- а) находится в определенном объективном соответствии с изучаемым объектом;
- б) способна в процессе познания на известных этапах замещать исследуемый объект;
- в) способна давать информацию об интересующем явлении;
- г) в необходимой степени тождественна познаваемому объекту.

Отсюда вытекают четыре основных черты модели:

- 1) соответствие моделируемому процессу или явлению;
- 2) способность замещать исследуемый объект;
- 3) способность давать информацию об объекте, которая может быть верифицирована, т.е. проверена опытным путем;

4) наличие четких правил перехода от модельной информации к информации о самом моделируемом объекте.

Метод моделирования применяется особенно эффективно в тех случаях, когда мы не располагаем достаточно строгими теориями. Он наиболее продуктивен, когда нет полной и точной системы законов о поведении объекта. В этом случае познание идет по пути построения модели, способной с той или иной степенью точности имитировать этот объект. Необходимо подчеркнуть приближенность подхода ко всем задачам, решаемым с помощью моделирования. Это объективно обусловлено тем, что ни один имитатор не в состоянии с абсолютной точностью воспроизвести реальный объект.

Моделирование объектов строится на принципе подобия. Оно указывает на ту или иную степень сходства, точности повторения свойств, параметров, величин изучаемого объекта с реальным. Степень подобия может быть различна. Выделяют следующие виды подобия.

**Полное подобие** означает совпадение основных параметров системы-оригинала и модели. Различия касаются лишь незначительных характеристик, которыми можно пренебречь. Совпадающие параметры имеют существенное значение для функционирования системы. Можно считать, что один синхронный генератор имеет полное подобие другому синхронному генератору. Познавательное значение таких моделей невелико и собственно моделью ее можно назвать весьма условно.

**Неполное подобие** - это отражение моделью лишь некоторых параметров системы-оригинала, при совпадении конечного функционирования системы-оригинала и теоретического вывода. Такое моделирование может осуществляться, например, только во времени или только в пространстве. В этом случае допускаются искажения, но они не должны влиять на изучаемые свойства системного объекта.

**Приближенное подобие** - это подобие, при котором упрощение модели по отношению к системе-оригиналу достаточно велико, но частные теоретические выводы, диктуемые моделью, соответствуют столь же частным характери-

стикам системы-оригинала. Оно связано с некоторыми упрощающими допущениями, приводящими к искажениям, которые заблаговременно количественно оцениваются на основании аналитических или экспериментальных исследований. Примером приближенного подобия является подобие генераторов на базе упрощенных уравнений. Иногда для получения более точного и обстоятельного знания о системе-оригинале прибегают к разработке группы моделей, каждая из которых отражает определенные параметры системы-оригинала.

**Математическое (кибернетическое) подобие** - это чисто структурное подобие, когда в модели отражаются характеристики системы-оригинала, которые можно выразить количественно. Оно строится на уравнениях и их решении.

**Математическое моделирование** - это не только преобразование одного уравнения в другое, но и определенная операция, обосновывающая физическое подобие. В самом деле, если дифференциальное уравнение, описывающее процесс (А), удалось преобразовать в уравнение, описывающее процесс (В), установив функциональные связи параметров этих процессов, то (А) и (В) можно рассматривать уже как подобные процессы. Условия подобия легко находятся для систем нелинейных, а также подчиняющихся статистическим и стохастическим закономерностям.

Модель всегда предполагает отвлечение, абстрагирование от большего или меньшего числа параметров системы-оригинала. Она представляет собой упрощенное, определенным образом схематизированное отражение последней. Это упрощение может выражаться в значительном сокращении в модели компонентов оригинала, сохранении лишь некоторых его общих морфологических черт, а сокращение взаимосвязей компонентов оригинала и модели ведет к схематизации. К примеру, вычислительная машина копирует многие функции человеческого мозга. Однако она не является его полным аналогом. Нередко модель сходна с оригиналом лишь в конечном результате.

Моделирование может быть рассмотрено как непрерывный процесс, не ограничивающийся одной обособленной моделью. Это скорее последова-

тельная разработка серии сменяющих друг друга моделей, которые все больше приближают модели к оригиналу. Механизм процесса моделирования весьма сложен и имеет многоступенчатый характер. Его начинают с описания системы, которое ограничивается раскрытием общих, часто не слишком конкретных свойств объекта. Затем переходят к определению ограничений как внешнего (время, условия), так и внутреннего (трудовые, материальные, финансовые ресурсы) порядка. После этого определяют средства достижения целей и критерии эффективности и оптимизации функционирования системы относительно заданных целей. Следующий шаг связан с установлением влияния факторов внешней среды на цели, средства, ограничения и критерии. И, наконец, заключительным этапом является установление взаимосвязи между целями, ограничениями и внешними характеристиками. На всех этих ступенях разрабатываются подмодели: функциональная, информационная и морфологическая. Самым трудным в моделировании является интегрирование всех подмоделей в единую целостную модель.

Многообразие моделей порождает и многообразие их видов. В функциональном плане можно говорить о **моделях-гипотезах, объясняющих и описывающих моделях**. По субстанциональной основе выделяют материальные и идеальные модели. В зависимости от направленности времени бывают **модели прошлого (исторические) и данного состояния и прогнозирующие модели**. По способу воплощения, т.е. по языку, на котором выражена модель, они делятся на **формальные**, выраженные математическим языком, и **неформальные**, выраженные естественным языком. Каждый из этих видов сложен сам по себе и включает в себя множество других подвидов. Например, различают три вида математических моделей: информационные, раскрывающие процессы циркуляции информации; собственно математические, представляющие собой формализацию блоков переработанной информации, и программные, являющиеся отображением информационной и математической моделей на языке технических средств автоматизации управления.

Как уже отмечалось выше, описание многих систем или их конкретных свойств возможно математическими средствами, которые все активнее входят в процесс исследования системных образований, переносятся на такие объекты, которые ранее считались не подверженными математическому анализу. При этом акцент в изучении явления смещается с содержания на структуру. По мнению некоторых ученых, математика является идеальным метаязыком описания системы. Кибернетика как наука о связи и управлении является примером строгой математической науки, применяемой для анализа всех явлений, которые включают в себя определенным образом организованное и целенаправленное поведение. Теория информации оказалась метаязыком при объяснении понятий энтропии, неупорядоченности и неопределенности. Еще одной иллюстрацией применения математики в моделировании является **теория игр** и ее приложения, широко применяемые при исследовании конфликтных ситуаций. Большие надежды возлагаются на **теорию размытых множеств**, которая создает предпосылки для моделирования и описания нечетко определенных процессов и объектов. Математическими методами устанавливается степень подобности и тождественности моделей и оригиналов.

Математические методы успешно применяются для описания, например, одно- и **многоцелевых**, а также **многомерных систем**. Проще всего это сделать в отношении **одноцелевых системных моделей**.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### Модель «хищник-жертва» (Лотки-Вольтера).

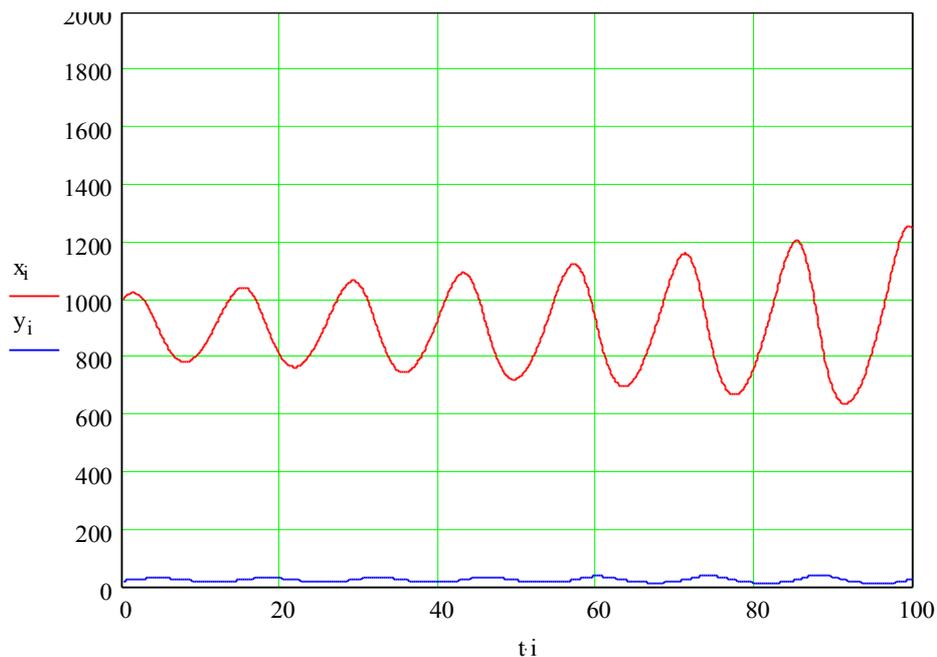
На практическом занятии предлагается реализовать в среде MathCAD модель Лотки-Вольтера без логической поправки и с логической поправкой. Необходимо сравнить устойчивость этих двух моделей.

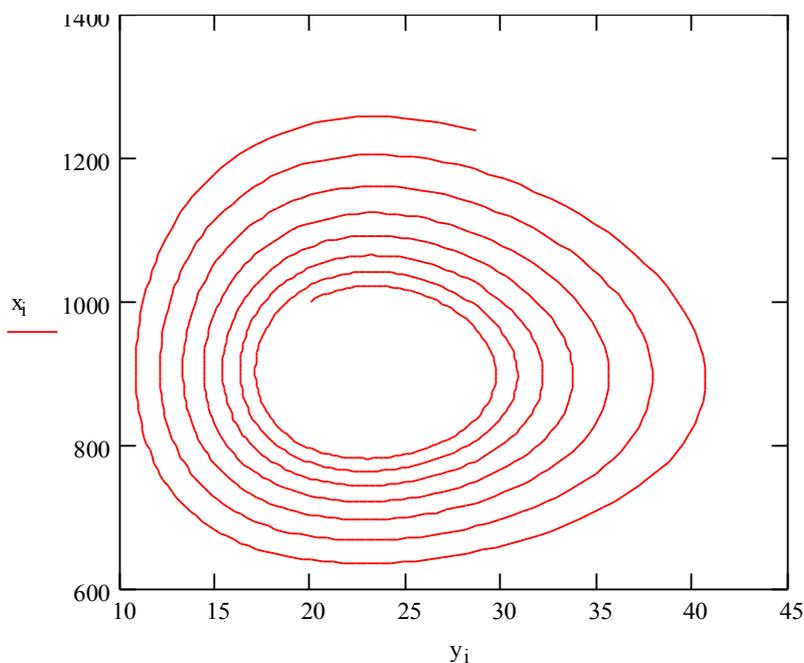
Ниже представлен пример реализации модели без логической поправки.

```
K1 := 0.1      K2 := 1      K3 := 0.001      t := 0.1
i := 0..1000
```

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1000 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_i + \left[ (k1 - k2 - k3 \cdot y_i) \cdot x_i \right] \cdot t \\ y_i + \left[ (K1 - K2 + K3 \cdot x_i) \cdot y_i \right] \cdot t \end{pmatrix}$$





$X$  – численность популяции жертвы,  $Y$  – численность популяции хищников. Представлены временная зависимость численности популяций и фазовая диаграмма.

### **Имитация экологических объектов в среде Microsoft Excel.**

В течение последних 10 лет на о. Кижы (Онежское озеро, Карелия), изучалась популяция обыкновенной гадюки (Коросов и др. 1999). Животных метили, определяли встречаемость меченых особей ( $m$ ) в повторных пробах разного объема ( $n$ ). Так, из 158 гадюк, помеченных в 1994 г., проба 1995 г. ( $n = 365$  экз.) содержала  $m = 18$  особей (табл.1, графы  $n, m$ ).

Таблица 1

Фрагмент листа Excel: Имитационная модель снижения числа меченых гадюк ( $M'$ ) в островной популяции гадюки в предположении постоянства численности ( $N$ ), объемов отхода ( $N_d$ ) и пополнения ( $N_b$ ) до настройки параметров.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Год	n	m	N'	d'	M'	m'		Φ
2	1994	158		5000		158			
3	1995	365	18	5000	0.1	142	10		58
4	1996	273	10	5000	0.1	128	7		9.1
5	1997	214	10	5000	0.1	115	5		26
6	1998	238	9	5000	0.1	104	5		17
7									
8		S=	4.2		N=	5000		S <sub>оср.</sub> =	109
9		df=	3		Nd=	500		D <sub>оср.</sub> =	36
10		S <sub>общ.</sub> =	53		Nb=	500		F=	-1.6
11		D <sub>Мод.</sub> =	-57		d%=	10			

Положим целью моделирования определение ежегодной численности (N) и смертности (Nd) в островной популяции гадюк (при отсутствии массовых миграций).

Обычные методы расчетов здесь не работают, т.к. в данном случае не выполняются важные требования (отсутствие смертности, только трехкратный отлов и т.д.). Для иллюстрации работы метода имитации покажем решение упрощенной задачи, приняв ежегодную численность и смертность в островной популяции гадюки неизменной:

$$N = N_i = \text{const} \quad (i=1994, \dots, 1998), \quad N_d = \text{const}.$$

Главный момент имитационного моделирования состоит в том, чтобы выразить известные переменные через неизвестные параметры. Имитационная модель должна вычислять те же величины, что наблюдаются в природе, опыте. Тогда появляется возможность, перебирая возможные значения параметров, найти такие, при которых модельные значения переменных совпадут с реальными. В этом случае можно обсуждать найденные значения параметров как характеристику механизма наблюдаемого явления.

Для популяции гадюки нам известны следующие переменные: число одноразово меченых животных (M), объемы повторных отловов (n), число по-

вторно отловленных особей в каждой новой пробе ( $m$ ). Неизвестными остаются общая численность ( $N$ ), число ежегодно гибнущих особей ( $N_d$ ) и объем пополнения ( $N_b$ ) популяции. Три последних значения и требуют оценки, но их необходимо задать сразу же в первом приближении. Разместим их на электронном листе Excel (табл. 1) в отдельном блоке:

$$[F8] = 5000, [F9] = 500, [F10] = F9, [D2] = F8.$$

В реальной популяции численность ежегодно поддерживается балансом процессов гибели и пополнения:

$$N_{i+1} = N_i - N_d + N_b.$$

Эта динамика в формате Excel примет вид:

$$[D3] = D2 - \$F\$9 + \$F\$10, [D4] = D3 - \$F\$9 + \$F\$10, \dots, [D6] = D5 - \$F\$9 + \$F\$10$$

(табл. 1, столбец D).

Несмотря на множество формул, их ввод не составляет проблемы, достаточно одну формулу ввести вручную, а остальные – с помощью операции "автозаполнение" (см. инструкцию к Excel). При этом важно следить за тем, чтобы ссылки на общие параметры были абсолютными, т.е. содержали префиксы \$, например, \$F\$9.

После ввода всех формул в таблице Excel отображаются результаты расчетов; в данном случае численность сохраняется неизменной  $N^i = 5000$  экз. (табл. 1, графа N').

Ежегодная смертность, в том числе среди меченых, составит:

$$d^i = N_d / N^i,$$

или в формате Excel:  $[E3] = \$F\$9 / D3, \dots$  (табл. 1, графа d').

Число погибших меченых особей составит:

$$dM = d^i \cdot M,$$

а число выживших меченых будет равно:

$$M^{i+1} = M^i - d^i \cdot M,$$

или

$$[F3] = F2 - F2 * E2, \dots$$
 (табл. 1, графа M').

Как видно из табл. 1, число меченых гадюк со временем сокращается. Сокращаться должно и число повторно отловленных меток ( $m'$ ). Поскольку концентрация меченых особей равна

$$pM'i = M'i / N'i,$$

то число меченых в пробе объемом  $n$  составит:

$$m'i = n \cdot pM'i = n \cdot M'i / N'i,$$

или  $[G3] = B3 \cdot F3 / D3, \dots, [G6] = B6 \cdot F6 / D6$  (табл. 1, графа  $m'$ ).

Модельное число повторно отловленных гадюк ( $m'$ ) уменьшается, но сильно отличаются от наблюдаемых значений ( $m$ ). Это говорит о том, что произвольно взятые величины  $N$  и  $N_d$  не соответствуют реальности. Для расчета степени отличия модели от натуральных наблюдений используем формулу:

$$d_i = (m_i - m'_i)^2$$

или

$$[I3] = (C3 - G3)^2, \dots$$
 (табл. 1, графа  $\Phi$ ).

Общее отличие есть сумма всех частных отличий:  $[I8] = \text{СУММ}(I3:I6)$ .

В нашем случае это обобщенное отличие (функция невязки) равно  $\Phi = 109$ .

Понятно, что если бы модель абсолютно точно описывала реальность, то функция невязки была бы равна нулю. Отсюда вытекает вторая главная задача моделирования – настройка модели, определение таких значений параметров ( $N$  и  $N_d$ ), которые нивелировали бы отличия модели от реальности. Эта очень трудоемкая операция оформлена в среде Excel в виде макроса "Поиск решения" (меню "Сервис") с очень простым интерфейсом. Процедура настройки модели в среде Excel доступна любому пользователю. (Ответственное отношение к моделированию требует понимания существа процедуры настройки!)

После вызова макроса остается заполнить его окно, т.е. указать, что целевой ячейкой выступает ячейка I8 (со значением функции невязки), что она должна быть равной значению 0, что для этого можно изменять значения в ячейках F8:F9. После этого следует нажать кнопку "Выполнить", и в окне "Ре-

зультаты поиска решения", появившемся вслед за этим, нужно выбрать "Сохранить результаты". Для нашего примера результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2

Фрагмент листа Excel: Имитационная модель снижения числа меченых гадюк ( $M'$ ) в островной популяции гадюки в предположении постоянства численности ( $N$ ), объемов отхода ( $Nd$ ) и пополнения ( $Nb$ ) после настройки параметров.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Год	n	m	$N'$	$d'$	$M'$	$m'$		$\Phi$
2	1994	158		3086		158			
3	1995	365	18	3086	0.07	146	17		0
4	1996	273	10	3086	0.07	135	12		4
5	1997	214	10	3086	0.07	125	9		2
6	1998	238	9	3086	0.07	116	9		0
7									
8		$S=$	4.2		$N=$	3086		$S_{\text{ост.}}=$	6
9		$df=$	3		$Nd=$	228		$D_{\text{ост.}}=$	2
10		$S_{\text{общ.}}=$	53		$Nb=$	228		$F=$	23
11		$D_{\text{мод.}}=$	47		$d\%=$	7.4			

Как видно из табл. 2, при численности островной популяции обыкновенной гадюки равной  $N=3086$  экз. и смертности  $d=7.4\%$ , модельная динамика снижения числа меченных животных оказалась почти такой же, что наблюдалась и в поле. "Почти", потому что функция невязки так и не обнулилась, после настройки  $\Phi=6$ .

Для решения вопроса, соответствует ли модель реальности, предлагается три способа: 1). проверка работы модели на независимо полученных данных, 2). оценка статистической ошибки найденных параметров путем рандомизации, 3). оценка адекватности модели – реальности с помощью дисперсионного анализа. Рассмотрим лишь последний метод. В соответствии со схемой дисперсионного анализа линейной регрессии, общая сумма квадратов по всем наблю-

дениям представлена остаточной и модельной суммой квадратов. Функция невязки есть по существу остаточная сумма квадратов; остаточная дисперсия определяется из отношения:

$$D_{\text{Ост.}} = S_{\text{Ост.}} / (n-1),$$

или

$$[I9] = I8 / C9.$$

Общую сумму квадратов просто рассчитать по функции стандартного отклонения ( $[C8] = \text{СТАНДОТКЛОН}(C3:C6)$ ), возведя ее в квадрат и умножив на число степеней свободы:  $[C9] = \text{СЧЁТ}(C3:C6) - 1$ ;  $[C10] = C9 * C8^2$ .

Модельная сумма квадратов есть разность между общей и остаточной

$$S_{\text{Мод.}} = S_{\text{Общ.}} - S_{\text{Ост.}},$$

или

$$[C11] = C10 - I8.$$

Это же значение равно модельной дисперсии, поскольку число степеней свободы  $df_{\text{Мод.}} = 1$ . Величина критерия Фишера составит:

$$F = D_{\text{Мод.}} / D_{\text{Ост.}},$$

или

$$[H10] = C11 / I9.$$

В нашем случае критерий превышает табличное значение  $F(0.05, 1, 3) = 6.6$ ; модель в целом адекватна наблюдаемым данным. Видимо численность наблюдаемой островной популяции гадюки действительно приближается к 3000 экз.

Обобщая рассмотренный пример, важно отметить, что для построения любой имитационной модели требуется конструирование имитационной системы, содержащей средства ввода данных, программирования, отладки, настройки модели и презентации результатов. Все эти функции оптимально выполняются в среде пакета Excel. В состав имитационной системы входят следующие основные компоненты:

- блок исходных данных, зачастую состоящий из массива независимых и зависимых переменных;

- блок расчета модельных данных, собственно имитационная модель, состоящая из уравнений; осуществляет расчет явных переменных (число повторно пойманных особей,  $m'$ ) и скрытых переменных (число меченых особей,  $M'$ );
- блок параметров, участвующих в расчете модельных данных и изменяемых в процессе настройки;
- блок расчета отличий реальных и расчетных значений переменных;
- значение суммы отличий между моделью и реальностью (значение функции невязки); оно минимизируется в процессе настройки;
- блок процедуры настройки (окно "Поиск решения");
- блок графического представления результатов.

Не менее существенно, что способ моделирования на листе Excel отличается от традиционных способов программирования (алгоритмического, структурного или объектного), это – табличное программирование. Главная особенность его состоит в предельном упрощении переменной "время", в ликвидации счетчика времени; вместо циклической, жизнь модели становится пространственной, построчной. Каждая отдельная строка модели представляет собой один временной шаг существования моделируемой системы. Гигантское число строк листа Excel (65536) достаточно для имитации "жизни" любой модели. Важно лишь помнить, что единицы размерности параметров модели следует явно привязывать к величине выбранного шага. В нашем случае это был один год.