Федеральное агентство по образованию
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГОУВПО «АмГУ»
Факультет математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой МАиМ
Т.В. Труфанова
8 сентября 2008г.

Теория игр и исследование операций

Учебно – методический
комплекс дисциплины

для специальности 010501 «Прикладная математика и информатика»

Составитель: С.А.Подопригора

Благовещенск
2008

ББК
К

Печатается по решению редакционно-издательского совета факультета математики и информатики Амурского государственного университета

Подопригора С.А.

Теория игр и исследование операций**.** Учебно – методический комплекс дисциплины для студентов очной формы обучения специальности 010501 «Прикладная математика и информатика». – Благовещенск: Амурский гос. ун–т, 2008. − 33с.

I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа по дисциплине " Теория игр и исследование операций " для специальности 010501 «Прикладная математика и информатика».

Курс 4, Семестр 8, Лекции 16 час., Экзамен 8 семестр, Практические (семинарские) занятия 16 час. , Зачет (нет), Курсовая работа (нет), Лабораторные занятия (нет), Самостоятельная работа 19 час., Всего 51 часов.

Составитель: Подопригора С.А., старший преподаватель, факультет математики и информатики, кафедра математического анализа и моделирования.

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

1.1 Цель преподавания учебной дисциплины

Цели дисциплины: ознакомить студентов с основными этапами и принципами операционного исследования, типичными классами и моделями задач ИСО, главными идеями, приемами и методами ИСО. Рассмотрены вопросы построения и анализа детерминированных, вероятностных, игровых моделей операции, а также исследований операций в условиях неопределенности.

1.2 Перечень основных навыков и умений, приобретаемых при изучении дисциплины

Основные задачи занятий: выработать у студентов умения определить к какому классу моделей ИСО можно отнести ту или иную содержательную прикладную задачу, а также стоить для таких простейших задач типовые модели; закрепить и развить навыки использования математического аппарата, полученные ими при изучении различных математических дисциплин, для решения прикладных задач производства, экономики, организации и управления, а так же навыки проведения содержательного анализа полученных результатов.

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Федеральный компонент

ОПД.Ф.10. Принятие решений, элементы теории игр, линейные модели; сетевые модели; вероятностные модели, имитационное моделирование.

2.2 *Наименование тем, их содержание, объем в часах лекционных занятий* – 16 часов

1. Введение в исследование операций (ИСО) (2 часа).

Предмет и история ИСО. Основные этапы и принципы операционного исследования. Постановка задач ИСО. Экспертные оценки при принятии решений. Метод Дельфы.

2. Принятие решений в условиях неопределенности и элементы теории игр (4 часа).

Многокритериальные задачи. Компромиссы Парето. Теорема Карлина. Методы сведения многокритериальной задачи к однокритериальной. Неопределенность природы и действия противника. Конфликтные ситуации. Принцип гарантированного результата. Принцип равновесия. Антагонистические матричные игры. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса. Седловая точка матрицы. Решение игры в смешанных стратегиях. Игры с природой. Критерии Байеса, Вальда, Севиджа, Гурвица. Коалиционные игры, их свойства. Отношение эквивалентности. С-ядро, вектор Шепли. Позиционные игры.

3. Методы анализа сетей (4 часа).

Потоки на сетях. Задача о максимальном потоке. Разрезы в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона. Задача со многими источниками и стоками. Максимальный поток в смешанных сетях, в сетях со взвешенными вершинами, в сетях с нижними и верхними ненулевыми пропускными способностями. Теорема Гоффмана. Комбинаторные приложения задачи о максимальном потоке. Теорема Кенига-Эгервари. Алгоритм построения максимального множества независимых допустимых клеток. Некоторые варианты задачи о назначениях. Задача о потоках минимальной стоимости. Задача о кратчайших путях.

4. Сетевое планирование (4 часа).

Ранжирование сетевого графика. Временные характеристики сетевого графика. Критический путь. Линейные диаграммы проекта. Анализ сетевого графика методами линейного программирования. Задача оптимального по времени распределения ограниченных ресурсов на сетевых графиках. Задача оптимального упорядочивания. Общая задача теории расписаний. Задача Белмана-Джонсона. Задача о коммивояжере. Метод ветвей и границ. Задача управления запасами. Статическая модель с одним плановым периодом. Модель выбора размера заказываемой партии.

5. Элементы теории массового обслуживания (2 часа).

Частные случаи входного потока и длительности обслуживания. Показательное распределение длительности обслуживания. О процессах гибели и размножения. Системы массового обслуживания (СМО) с отказами. СМО с очередью. Некоторые другие типы СМО.

2.3 Практические занятия, их содержание и объем в часах – 16 часов

1. Математическая модель операции и ее компоненты. – 1 час.

2. Стратегии и их виды. – 1 час.

3. Многокритериальные задачи выбора и принятия решений. – 2 часа.

4. Необходимые условия максимина. – 2 часа.

5. Принятие решений в конфликтных ситуациях. – 2 часа.

6. Бескоалиционные игры. – 2 часа.

7. Иерархические игры. – 2 часа.

8. Сетевые задачи. – 2 часа.

9. Системы массового обслуживания – 2 часа.

2.4 Самостоятельная работа студентов – 19 часов

1. Самостоятельное изучение темы «Метод динамического программирования» (Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. Пособие для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – ч. II, гл. 8, с. 274-301) – 8 часов.

2. Подготовка к практическим занятиям – 7 часов.

3. Подготовка к контрольным работам – 4 часа.

2.5 Вопросы к экзамену

1. Математическая модель операции и ее компоненты.
2. Условия принятия решения, их классификация.
3. Информационные гипотезы и информационные функции. Их виды.
4. Стратегии - , стратегии – функции, смешанные стратегии.
5. Оценка эффективности стратегий. Принцип гарантированного результата.
6. Оптимальные, е – оптимальные стратегии. Абсолютно оптимальные стратегии.
7. Соотношение между оценками эффективности операции при различных информационных гипотезах.
8. Понятие седловой точки. Свойства седловых точек.
9. Многокритериальные задачи. Методы свертки критериев.
10. Парето – оптимальные стратегии и слейтеровские стратегии. Их свойства.
11. Методы построения множеств Парето и Слейтера.
12. Необходимые условия максимина. Различные формы их представления.

13. Сведение максиминной задачи к задаче математического программирования.

14. Методы нахождения гарантирующих стратегий.

15. Необходимые условия максимина в случае одного контролируемого фактора со значениями из отрезка.

16. Непрерывные антагонистические игры. Принцип оптимальности в этих играх.

17. Методы решения выпуклых антагонистических игр двух сторон.

18. Вогнутые антагонистические игры двух сторон. Методы их решения.

19. Метод нахождения решения вогнуто-выпуклых антагонистических игр.

20. Матричная антагонистическая игра двух сторон. Теорема существования решения игры.

21. Решение матричной антагонистической игры двух сторон методом сведения к паре двойственных задач линейного программирования.

22. Доминирование стратегий. Учет доминирования стратегий при поиске решения антагонистической матричной игры двух сторон.

23. Решение антагонистической игры двух сторон с квадратичной матрицей на основе решения систем линейных уравнений.

24. Графо-аналитический метод решения матричной антагонистической игры.

25. Бескоалиционные игры. Принцип Нэша.

26. Бескоалиционные бесконечные игры. Методы их решения.

27. Биматричные игры. Методы их решения.

28. Принцип Геймейера u1074 в иерархических играх.

29. Принцип Штакельберга в иерархических играх.

30. Дифференциальные игры. Необходимые и достаточные условия оптимальности в них.

31. Задача выбора кратчайшего пути на графе.

32. Задача нахождения максимального потока на графе.

33. Методы построения сетевого графика проекта.

34. Этапы имитационного эксперимента.
35. Имитация случайных событий и величин. Датчики случайных величин.
36. Метод обратной функции формирования реализаций случайной величины с заданным законом распределения.

3 ТРЕБОВАНИЯ К ЗНАНИЯМ СТУДЕНТОВ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ НА ЭКЗАМЕНЕ

Оценка «отлично» ставится при полном изложении теоретического материала экзаменационного билета, ответах на дополнительные вопросы со свободной ориентацией в материале и других литературных источниках, при правильно выполненной практической части.

Оценка «хорошо» ставится при твердых знаниях студентом всех разделов курса (в пределах конспекта лекций) и при преимущественно правильно выполненной практической части (допускаются ошибки вычислительного характера, небольшие недочеты или неточности).

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если дает неполные ответы на теоретические вопросы билета, показывая поверхностное знание учебного материала, владение основными понятиями и терминологией; при неверном ответе на билет или на дополнительные вопросы, при этом, по крайней мере, одно из практических заданий должно быть выполнено верно.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за незнание студентом одного из разделов курса, если студент не дает ответы на теоретические вопросы билета, показывая лишь фрагментарное знание учебного материала, незнание основных понятий и терминологии, либо если не решена ни одна задача из предлагаемых в билете.

4 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

4.1 Основная литература

1. Вагнер Г. Основы исследования операций: т. 1-3, М.: Мир, 1972-73.
2. Таха Х. Введение в исследование операций. Т. 1-2,- М.:Мир, 1985.
3. Дегтярев Ю.И. Исследование операций: Учебн. пособие. М.: Высш. шк., 1986.
4. Исследование операций в экономике. Учебн. пособие для ВУЗов/ Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Гришин, М.Н. Фридман.- М., Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
5. Иванов Н.Н. Моделирование и анализ задач исследования операций. 1998.
6. Иванов Н.Н. Методические указания к лабораторным работам по курсу "Исследование операций", 1998.

4.2 Дополнительная литература

1. Исследование операций. Т. 1-2. Методологические основы и математические методы/ п/р Дж. Моудера, С. Эльмаграби. М.: Мир, 1981.
2. Петросян Л.А. и др. Теория игр. Учебное пособия для ун-тов. М.: Высш. шк.., 1998.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко Н.Н. Введение в теорию массового обслуживания.- М.: Наука, 1987.

II. ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ НА КАЖДЫЙ СЕМЕСТР С УКАЗАНИЕМ ЕЕ СОДЕРЖАНИЯ, ОБЪЕМА В ЧАСАХ, СРОКОВ И ФОРМ КОНТРОЛЯ

График самостоятельной работы определен пунктом 2.4 рабочей программы данной дисциплины.

III. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ СЕМИНАРСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ (РЕКОМЕНДУЕМАЯ ТЕМАТИКА И ВОПРОСЫ, ФОРМЫ ПРОВЕДЕНИЯ), САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов состоит в подготовке к лабораторным работам, практическим занятиям, контрольным работам. Вся рекомендуемая для этих целей литература указана в п. 4 Рабочей программы данной дисциплины. Также самостоятельная работа включает изучение темы «Метод динамического программирования»; в рабочей программе указана литература, в которой представлено изложение данной темы. Возможно использование другой литературы. В случае возникновения вопросов проводятся консультации по обозначенному преподавателем графику.

IV. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ (ПО КАЖДОЙ ТЕМЕ) ИЛИ ПЛАН-КОНСПЕКТ

В зависимости от условий внешней среды и степени информативности лица принимающего решение (ЛПР) производится следующая классификация задач принятия решений:

а) в условиях риска;

б) в условиях неопределённости;

в) в условиях конфликта или противодействия (активного противника).

Часть 1. Теория полезности и принятия решений.

Глава 1. Принятие решений в условиях риска.

§1. Критерий ожидаемого значения.

Использование критерия ожидаемого значения обусловлено стремлением максимизировать ожидаемую прибыль (или минимизировать ожидаемые затраты). Использование ожидаемых величин предполагает возможность многократного решения одной и той же задачи, пока не будут получены достаточно точные расчётные формулы. Математически это выглядит так: пусть X– случайная величина с математическим ожиданием MX и дисперсией DX. Если $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – значения случайной величины (с.в.) X, то среднее арифметическое их (выборочное среднее) значений $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ имеет дисперсию $\frac{DX}{n}$. Таким образом, когда $n \to \infty$ $\frac{DX}{n} \to 0$ и $\bar{x} \to MX$.

Другими словами при достаточно большом объёме выборки разница между средним арифметическим и математическим ожиданием стремится к нулю (так называемая предельная теорема теории вероятности). Следовательно, использование критерия ожидаемое значение справедливо только в случае, когда одно и тоже решение приходится применять достаточно большое число раз. Верно и обратное: ориентация на ожидания будет приводить к неверным результатам, для решений, которые приходится принимать небольшое число раз.

Пример 1. Требуется принять решение о том, когда необходимо проводить профилактический ремонт ПЭВМ, чтобы минимизировать потери из-за неисправности. В случае если ремонт будет производится слишком часто, затраты на обслуживание будут большими при малых потерях из-за случайных поломок.

Так как невозможно предсказать заранее, когда возникнет неисправность, необходимо найти вероятность того, что ПЭВМ выйдет из строя в период времени t. В этом и состоит элемент ”риска”.

Математически это выглядит так: ПЭВМ ремонтируется индивидуально, если она остановилась из-за поломки. Через T интервалов времени выполняется профилактический ремонт всех n ПЭВМ. Необходимо определить оптимальное значение T, при котором минимизируются общие затраты на ремонт неисправных ПЭВМ и проведение профилактического ремонта в расчёте на один интервал времени.

Пусть p_t – вероятность выхода из строя одной ПЭВМ в момент t, а n_t – случайная величина, равная числу всех вышедших из строя ПЭВМ в тот же момент. Пусть далее C_1 – затраты на ремонт неисправной ПЭВМ и C_2 – затраты на профилактический ремонт одной машины.

Применение критерия ожидаемого значения в данном случае оправдано, если ПЭВМ работают в течение большого периода времени. При этом ожидаемые затраты на один интервал составят

$$ОЗ = \frac{C_1 \sum_{t=1}^{T-1} M(n_t) + C_2 n}{T},$$

где $M(n_t)$ – математическое ожидание числа вышедших из строя ПЭВМ в момент t. Так как n_t имеет биномиальное распределение с параметрами (n, p_t), то $M(n_t) = np_t$. Таким образом

$$ОЗ = \frac{n(C_1\sum_{t=1}^{T-1} p_t + C_2)}{T}$$

Необходимые условия оптимальности T^* имеют вид:

$$ОЗ\ (T^*-1) \geq ОЗ\ (T^*),$$
$$ОЗ\ (T^*+1) \geq ОЗ\ (T^*).$$

Следовательно, начиная с малого значения T, вычисляют $ОЗ(T)$, пока не будут удовлетворены необходимые условия оптимальности.

Пусть $C_1 = 100$; $C_2 = 10$; $n = 50$. Значения p_t имеют вид:

T	p_t	$\sum_{t=1}^{T-1} p$	$ОЗ(T)$
1	0.05	0	$\frac{50\ (100\cdot 0+10)}{1} = 5$
2	0.07	0.05	375
3	0.10	0.12	366.7
4	0.13	0.22	400
5	0.18	0.35	450

$$T^* \rightarrow 3\ , \quad ОЗ(T^*) \rightarrow 366.7$$

Следовательно профилактический ремонт необходимо делать через $T^*=3$ интервала времени.

§2. Критерий “ожидаемое значение – дисперсия”.

Критерий ожидаемого значения можно модифицировать так, что его можно будет применить и для редко повторяющихся ситуаций .

Если x – с. в. с дисперсией DX, то среднее арифметическое $\overline{x}$ имеет дисперсию DX/n, где n – число слогаемых в $\overline{x}$. Следовательно, если DX уменьшается, и вероятность того, что $\overline{x}$ близко к MX, увеличивается. Следовательно, целесообразно ввести критерий, в котором максимизация ожидаемого значения прибыли сочетается с минимизацией её дисперсии.

<u>Пример 2</u>. Применим критерий “ожидаемое значение – дисперсия” для примера 1. Для этого необходимо найти дисперсию затрат за один интервал времени, т.е. дисперсию

$$з_T = \frac{C_1\sum_{t=1}^{T-1} n_t + C_2 n}{T}$$

Т.к. n_t, $t=\overline{1,T-1}$ – с.в., то $з_T$ также с.в. С.в. n_t имеет биномиальное распределение с $M(n_t) = np_t$ и $D(n_t) = np_t(1–p_t)$. Следовательно,

$$D(з_T) = D\left(\frac{C_1\sum_{t=1}^{T-1} n_t + C_2 n}{T}\right) = \left(\frac{C_1}{T}\right)^2 D\left(\sum_{t=1}^{T-1} n_t\right) =$$

$$= \left(\frac{C_1}{T}\right)^2 \sum_{t=1}^{T-1} Dn_t = \left(\frac{C_1}{T}\right)^2 \sum_{t=1}^{T-1} np_t(1-p_t) = n\left(\frac{C_1}{T}\right)^2 \left\{\sum_{t=1}^{T-1} p_t - \sum_{t=1}^{T-1} p_t^2\right\},$$

где $C_2 n = const.$

Из примера 1 следует, что

$$M(з_T) = M(з(T)).$$

Следовательно искомым критерием будет минимум выражения

$$M(з(T)) + к\, D(з_T).$$

Замечание. Константу "$к$" можно рассматривать как уровень не склонности к риску, т.к. "$к$" определяет "степень возможности" дисперсии $Д(з_T)$ по отношению к математическому ожиданию. Например, если предприниматель, особенно остро реагирует на большие отрицательные отклонения прибыли вниз от $M(з(T))$, то он может выбрать "$к$" много больше 1. Это придаёт больший вес дисперсии и приводит к решению, уменьшающему вероятность больших потерь прибыли.

При $к=1$ получаем задачу

$$M(З(T)) + D(З(T)) = n\left\{\left(\frac{C_1}{T} + \frac{C_1^2}{T^2}\right)\sum_{t=1}^{T-1} p_t - \left(\frac{C_1}{T}\right)^2 \sum_{t=1}^{T-1} p_t^2 + \frac{C^2}{T}\right\}$$

По данным из примера 1 можно составить следующую таблицу

T	p_t	p_t^2	$\sum_{t=1}^{T-1} p_t$	$\sum_{t=1}^{T-1} p_t^2$	$M(З(T))+D(З(T))$
1	0.05	0.0025	0	0	500.00
2	0.07	0.0049	0.05	0.0025	6312.50
3	0.10	0.0100	0.12	0.0074	6622.22
4	0.13	0.0169	0.22	0.0174	6731.25
5	0.18	0.0324	0.35	0.0343	6764.00

Из таблицы видно, что профилактический ремонт необходимо делать в течение каждого интервала $T^*=1$.

§3. Критерий предельного уровня.

Критерий предельного уровня не дает оптимального решения, максимизирующего, например, прибыль или минимизирующего затраты. Скорее он соответствует определению приемлемого способа действий.

Пример 3. Предположим, что величина спроса x в единицу времени (интенсивность спроса) на некоторый товар задаётся непрерывной функцией распределения *f(x)*. Если запасы в начальный момент невелики, в дальнейшем возможен дефицит товара. В противном случае к концу рассматриваемого периода запасы нереализованного товара могут оказаться очень большими. В обоих случаях возможны потери.

Т.к. определить потери от дефицита очень трудно, ЛПР может установить необходимый уровень запасов таким образом, чтобы величина ожидаемого дефицита не превышала A_1 единиц, а величина ожидаемых излишков не превышала A_2 единиц. Иными словами, пусть I – искомый уровень запасов. Тогда

$$\text{ожидаемый дефицит} = \int_I^\infty (x - I)f(x)dx \le A_1,$$

$$\text{ожидаемые излишки} = \int_0^I (I - x)f(x)dx \le A_2.$$

При произвольном выборе A_1 и A_2 указанные условия могут оказаться противоречивыми. В этом случае необходимо ослабить одно из ограничений, чтобы обеспечить допустимость.

Пусть, например,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20}{x^2}, & если\ 10 \le x \le 20, \\ 0, & если\ x \le 10\ или\ x \ge 20. \end{cases}$$

Тогда

$$\int_I^{20} (x - I)f(x)dx = \int_I^{20} (x - I)\frac{20}{x^2}dx = 20(\ln\frac{20}{I} + \frac{I}{20} - 1)$$

$$\int_{10}^{I} (I - x)f(x)dx = \int_{10}^{I} (I - x)\frac{20}{x^2}dx = 20(\ln\frac{10}{I} + \frac{I}{10} - 1)$$

Применение критерия предельного уровня приводит к неравенствам

$$\ln I - \frac{I}{20} \ge \ln 20 - \frac{A_1}{20} - 1 = 1.996 - \frac{A_1}{20}$$

$$\ln I - \frac{I}{10} \ge \ln 10 - \frac{A_2}{20} - 1 = 1.302 - \frac{A_2}{20}$$

Предельные значения A_1 и A_2 должны быть выбраны так, что бы оба неравенства выполнялись хотя бы для одного значения I.

Например, если $A_1 = 2$ и $A_2 = 4$, неравенства принимают вид

$$\ln I - \frac{I}{20} \ge 1.896$$

$$\ln I - \frac{I}{10} \ge 1.102$$

Значение *I* должно находиться между 10 и 20, т.к. именно в этих пределах изменяется спрос. Из таблицы видно, что оба условия выполняются для *I*, из интервала (13,17)

I	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ln I – I/[illegible]	1.8	1.84	1.88	1.91	1.94	1.96	1.97	1.98	1.99	1.99	1.99
ln I – I/[illegible]	1.3	1.29	1.28	1.26	1.24	1.21	1.17	1.13	1.09	1.04	0.99

Любое из этих значений удовлетворяет условиям задачи.

<u>Глава 2</u>. Принятие решений в условиях неопределённости.

Будем предполагать, что лицу, принимающему решение не противостоит <u>разумный</u> противник.

Данные, необходимо для принятия решения в условии неопределенности, обычно задаются в форме матрицы, строки которой соответствуют возможным действиям, а столбцы – возможным состояниям системы.

Пусть, например, из некоторого материала требуется изготовить изделие, долговечность которого при допустимых затратах невозможно определить. Нагрузки считаются известными. Требуется решить, какие размеры должно иметь изделие из данного материала.

Варианты решения таковы:

E_1 – выбор размеров из соображений максимальной долговечности ;

E_m– выбор размеров из соображений минимальной долговечности ;

E_i – промежуточные решения.

Условия требующие рассмотрения таковы :

F_1 – условия, обеспечивающие максимальной долговечность;

F_n – условия, обеспечивающие min долговечность;

F_i – промежуточные условия.

Под результатом решения $e_{ij} = e(E_i\ ;\ F_j\,)$ здесь можно понимать оценку, соответствующую варианту E_i и условиям F_j и характеризующие прибыль, полезность или надёжность. Обычно мы будем называть такой результат <u>полезностью решения</u>.

Тогда семейство (матрица) решений $\| e_{ij} \|$ имеет вид :

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & F_1 & F_2 & \ldots & F_n \\
\hline
E_1 & e_{11} & e_{12} & \ldots & e_{1n} \\
E_2 & e_{21} & e_{22} & \ldots & e_{2n} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
E_m & e_{m1} & e_{m2} & \ldots & e_{mn}
\end{array}
$$

Чтобы прийти к однозначному и по возможности наивыгоднейшему варианту решению необходимо ввести оценочную (целевую) функцию. При этом матрица решений $\| e_{ij} \|$ сводится к одному столбцу. Каждому варианту E_i приписывается, т.о., некоторый результат e_{ir}, характеризующий, в целом, все последствия этого решения. Такой результат мы будем в дальнейшем обозначать тем же символом e_{ir}.

§1. Классические критерии принятия решений .

1°. Минимаксный критерий .

Правило выбора решения в соответствии с минимаксным критерием (ММ-критерием) можно интерпретировать следующим образом:

> *матрица решений дополняется ещё одним столбцом из наименьших результатов e_{ir} каждой строки. Необходимо выбрать те варианты в строках которых стоят наибольшее значение e_{ir} этого столбца.*

Выбранные т.о. варианты полностью исключают риск. Это означает, что принимающий решение не может столкнуться с худшим результатом, чем тот, на который он ориентируется. Это свойство позволяет считать ММ-критерий одним из фундаментальных.

Применение ММ-критерия бывает оправдано, если ситуация, в которой принимается решение следующая:

1°. О возможности появления внешних состояний F_j ничего не известно;

2°. Приходится считаться с появлением различных внешних состояний F_j;

3°. Решение реализуется только один раз;

4°. Необходимо исключить какой бы то ни было риск.

2°. Критерий Байеса – Лапласа.

Обозначим через q_i – вероятность появления внешнего состояния F_j.

Соответствующее правило выбора можно интерпретировать следующим образом:

> *матрица решений $\| e_{ij} \|$ дополняется ещё одним столбцом содержащим математическое ожидание значений каждой из строк. Выбираются те варианты, в строках которых стоит наибольшее значение e_{ir} этого столбца.*

При этом предполагается, что ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

1°. Вероятности появления состояния F_j известны и не зависят от времени.

2^o. Решение реализуется (теоретически) бесконечно много раз.

3^o. Для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск.

При достаточно большом количестве реализаций среднее значение постепенно стабилизируется. Поэтому при полной (бесконечной) реализации какой-либо риск практически исключён.

Т.о. критерий Байеса-Лапласа (B-L-критерий) более оптимистичен, чем минимаксный критерий, однако он предполагает большую информированность и достаточно длительную реализацию.

3^o^. Критерий Сэвиджа.

Величину a_{ij} можно трактовать как максимальный дополнительный выигрыш, который достигается, если в состоянии F_j вместо варианта E_i выбирать другой, оптимальный для этого внешнего состояния вариант. Величину a_{ij} можно интерпретировать и как потери (штрафы) возникающие в состоянии F_j при замене оптимального для него варианта на вариант E_i. В последнем случае e_{ir} представляет собой максимально возможные (по всем внешним состояниям F_j, $j = \overline{1, n}$) потери в случае выбора варианта E_i.

Соответствующее критерию Сэвиджа правило выбора теперь трактуется так:

> *1). Каждый элемент матрицы решений* $\| e_{ij} \|$ *вычитается из наибольшего результата max* e_{ij} *соответствующего столбца.*
>
> *2). Разности* a_{ij} *образуют матрицу остатков* $\| e_{ij} \|$. *Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей* e_{ir}. *Выбирают те варианты, в строках которых стоит наименьшее для этого столбца значение.*

Требования, предъявляемые к ситуации, в которой принимается решение, совпадают с требованием к ММ-критерию.

4^o^. Пример и выводы.

Из требований, предъявляемых к рассмотренным критериям становится ясно, что в следствии их жёстких исходных позиций они применимы только для идеализированных практических решений. В случае, когда возможна слишком сильная идеализация, можно применять одновременно поочерёдно различные критерии. После этого среди нескольких вариантов ЛПР волевым методом выбирает окончательное решение. Такой подход позволяет, во-первых, лучше проникнуть во все внутренние связи проблемы принятия решений и, во-вторых, ослабляет влияние субъективного фактора.

Пример. При работе ЭВМ необходимо периодически приостанавливать обработку информации и проверять ЭВМ на наличие в ней вирусов. Приостановка в обработке информации приводит к определённым экономическим издержкам. В случае же если вирус вовремя обнаружен не будет, возможна потеря и некоторой части информации, что приведёт и ещё к большим убыткам.

Варианты решения таковы:

E_1– полная проверка;

E_2– минимальная проверка;

E_3– отказ от проверки.

ЭВМ может находиться в следующих состояниях:

F_1– вирус отсутствует;

F_2– вирус есть, но он не успел повредить информацию;

F_3– есть файлы, нуждающиеся в восстановлении.

Результаты, включающие затраты на поиск вируса и его ликвидацию, а также затраты, связанные с восстановлением информации имеют вид:

Таблица 1.

	F_1	F_2	F_3	ММ-критерий		критерий B-L	
				$e_{ir}=\min\limits_{j} e_i$	$\max\limits_{i} e_{ir}$	$e_{ir}=\sum\limits_{j} e_{ij}$	$\max\limits_{i} e_{ir}$
E_1	-20.0	-22.0	-25.0	-25.0	-25.0	-22.33	
E_2	-14.0	-23.0	-31.0	-31.0		-22.67	
E_3	0	-24.0	-40.0	-40.0		-21.33	-21.33

Согласно ММ-критерию следует проводить полную проверку. Критерий Байеса-Лапласа, в предположении, что все состояния машины равновероятны.

$$P(F_j) = q_j = 0.33,$$

рекомендуется отказаться от проверки. Матрица остатков для этого примера и их оценка (в тысячах) согласно критерию Сэвиджа имеет вид:

	F_1	F_2	F_3	Критерий Сэвиджа	
				$e_{ir}=\min\limits_{j} a_i$	$\min\limits_{j} e_{ir}$
E_1	+20.0	0	0	+20.0	
E_2	+14.0	+1.0	+6.0	+14.0	+14.0
E_3	0	+2.0	+15.0	+15.0	

Пример специально подобран так, что каждый критерий предлагает новое решение. Неопределённость состояния, в котором проверка застаёт ЭВМ, превращается в неясность, какому критерию следовать.

Поскольку различные критерии связаны с различными условиями, в которых принимается решение, лучшее всего для сравнительной оценки рекомендации тех или иных критериев получить дополнительную информацию о самой ситуации. В частности, если принимаемое решение относится к сотням машин с одинаковыми параметрами, то рекомендуется применять критерий Байеса-Лапласа. Если же число машин не велико, лучше пользоваться критериями минимакса или Севиджа.

§2. Производные критерии.

1º. Критерий Гурвица.

Стараясь занять наиболее уравновешенную позицию, Гурвиц предположил оценочную функцию, которая находится где-то между точкой зрения крайнего оптимизма и крайнего пессимизма:

$$\max_i e_{ir} = \{C \min_j e_{ij} + (1- C) \max_j e_{ij} \},$$

где C– весовой множитель.

Правило выбора согласно критерию Гурвица, формируется следующим образом:

> *матрица решений* $\| e_{ij} \|$ *дополняется столбцом, содержащим среднее взвешенное наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки. Выбираются только те варианты, в строках которых стоят наибольшие элементы* e_{ir} *этого столбца.*

При C=1 критерий Гурвица превращается в ММ-критерий. При $C = 0$ он превращается в критерий “азартного игрока”

$$\max_i e_{ir} = \max_i \max_j e_{ij} ,$$

т.е. мы становимся на точку зрения азартного игрока, делающего ставку на то, что «выпадет» наивыгоднейший случай.

В технических приложениях сложно выбрать весовой множитель C, т.к. трудно найти количественную характеристику для тех долей оптимизма и пессимизма, которые присутствуют при принятии решения. Поэтому чаще всего $C := {}^1/_2$.

Критерий Гурвица применяется в случае, когда :

1) о вероятностях появления состояния F_j ничего не известно;
2) с появлением состояния F_j необходимо считаться;
3) реализуется только малое количество решений;
4) допускается некоторый риск.

2º. Критерий Ходжа–Лемана.

Этот критерий опирается одновременно на ММ-критерий и критерий Баеса-Лапласа. С помощью параметра ν выражается степень доверия к используемому распределений вероятностей. Если доверие велико, то доминирует критерий Баеса-Лапласа, в противном случае – ММ-критерий, т.е. мы ищем

$$\max_i e_{ir} = \max_i \{\nu \sum_{j=1}^{n} e_{ij}\, q_i + (1-\nu) \min_j e_{ir}\}, \qquad 0 \le \nu \le 1. \qquad \underline{\underline{(*)}}$$

Правило выбора, соответствующее критерию Ходжа-Лемана формируется следующим образом:

матрица решений $\| e_{ij} \|$ дополняется столбцом, составленным из средних взвешенных (с весом $\nu \equiv const$) математическое ожиданиями и наименьшего результата каждой строки (*). Отбираются те варианты решений в строках которого стоит набольшее значение этого столбца.

При $\nu = 1$ критерий Ходжа-Лемана переходит в критерий Байеса-Лапласа, а при $\nu = 0$ становится минимаксным.

Выбор ν субъективен т. к. Степень достоверности какой-либо функции распределения – дело тёмное.

Для применения критерия Ходжа-Лемана желательно, чтобы ситуация в которой принимается решение, удовлетворяла свойствам:

1) вероятности появления состояния F_j неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;
2) принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций;
3) при малых числах реализации допускается некоторый риск.

3º. Критерий Гермейера.

Этот критерий ориентирован на величину потерь, т.е. на отрицательные значения всех e_{ij}. При этом

$$\max_i e_{ir} = \max_i \min_j e_{ij}\, q_j.$$

Т.к. в хозяйственных задачах преимущественно имеют дело с ценами и затратами, условие $e_{ij}<0$ обычно выполняется. В случае же, когда среди величин e_{ij} встречаются и положительные значения, можно перейти к строго отрицательным значениям с помощью преобразования $e_{ij} - a$ при подходящем образом подобранном $a > 0$. При этом оптимальный вариант решения зависит от a.

Правило выбора согласно критерию Гермейера формулируется следующим образом :

матрица решений $\| e_{ij} \|$ дополняется ещё одним столбцом содержащим в каждой строке наименьшее произведение имеющегося в ней результата на вероятность соответствующего состояния F_j. Выбираются те варианты в строках которых находится наибольшее значение e_{ij} этого столбца.

В каком-то смысле критерий Гермейера обобщает ММ-критерий: в случае равномерного распределения $q_j = \dfrac{1}{n}$, $j = \overline{1, n}$, они становятся идентичными.

Условия его применимости таковы :

1) вероятности появления состояния F_j неизвестны;
2) с появлением тех или иных состояний, отдельно или в комплексе, необходимо считаться;
3) допускается некоторый риск;
4) решение может реализоваться один или несколько раз.

Если функция распределения известна не очень надёжно, а числа реализации малы, то, следуя критерию Гермейера, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск.

4°. BL (MM) - критерий.

Стремление получить критерии, которые бы лучше приспосабливались к имеющейся ситуации, чем все до сих пор рассмотренные, привело к построению так называемых составных критериев. В качестве примера рассмотрим критерий, полученный путем объединения критериев Байеса-Лапласа и минимакса.

Правило выбора для этого критерия формулируется следующим образом:

матрица решений $\| e_{ij} \|$ *дополняется еще тремя столбцами. В первом из них записываются математические ожидания каждой из строк, во втором - разность между опорным значением*

$$e_{i_0 j_0} = \max_i \max_j e_{ij}$$

и наименьшим значением

$$\min_j e_{ij}$$

соответствующей строки. В третьем столбце помещаются разности между наибольшим значением

$$\max_j e_{ij}$$

каждой строки и наибольшим значением $\max e_{i_0 j}$ *той строки, в которой находится значение* $e_{i_0 j_0}$ *. Выбираются те варианты, строки которых (при соблюдении приводимых ниже соотношений между элементами второго и третьего столбцов) дают наибольшее математическое ожидание. А именно, соответствующее значение*

$$e_{i_0 j_0} - \max_j e_{ij}$$

из второго столбца должно быть или равно некоторому заранее заданному уровню риска $\varepsilon_{доп}$*. Значение же из третьего столбца должно быть больше значения из второго столбца.*

Применение этого критерия обусловлено следующими признаками ситуации, в которой принимается решение:

1) вероятности появления состояний F_j неизвестны, однако имеется некоторая априорная информация в пользу какого-либо определенного распределения;
2) необходимо считаться с появлением различных состояний как по отдельности, так и в комплексе;
3) допускается ограниченный риск;
4) принятое решение реализуется один раз или многократно.

BL(MM)-критерий хорошо приспособлен для построения практических решений прежде всего в области техники и может считаться достаточно надежным. Однако заданные границы риска $\varepsilon_{доп}$ и, соответственно, оценок риска ε_i не учитывает ни число применения решения, ни иную подобную информацию. Влияние субъективного фактора хотя и ослаблено, но не исключено полностью.

Условие

$$\max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0 j} \geq \varepsilon_i$$

существенно в тех случаях, когда решение реализуется только один или малое число раз. В этих условиях недостаточно ориентироваться на риск, связанный только с невыгодными внешними состояниями и средними значениями. Из-за этого, правда, можно понести некоторые потери в удачных внешних состояниях. При большом числе реализаций это условие перестает быть таким уж важным. Оно даже допускает разумные альтернативы. При этом не известно, однако, четких количественных указаний, в каких случаях это условие следовало бы опускать.

5º. Критерий произведений.

$$\max_i e_{ir} := \max_i \prod_j e_{ij}$$

Правило выбора в этом случае формулируется так :

Матрица решений $\|e_{ij}\|$ *дополняется новым столбцом, содержащим произведения всех результатов каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых находятся наибольшие значения этого столбца.*

Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами :

1) вероятности появления состояния F_j неизвестны;
2) с появлением каждого из состояний F_j по отдельности необходимо считаться;
3) критерий применим и при малом числе реализаций решения;
4) некоторый риск допускается.

Критерий произведений приспособлен в первую очередь для случаев, когда все e_{ij} положительны. Если условие положительности нарушается, то следует выполнять некоторый сдвиг $e_{ij} + a$ с некоторой константой $a > \left| \min\limits_{ij} e_{ij} \right|$. Результат при этом будет, естественно зависеть от a. На практике чаще всего

$$a := \left| \min\limits_{ij} e_{ij} \right| + 1.$$

Если же никакая константа не может быть признана имеющей смысл, то критерий произведений не применим.

5°. Пример.

Рассмотрим тот же пример (табл. 1).

Построение оптимального решения для матрицы решений о проверках по критерию Гурвица имеет вид (при C =0.5, в 10^3):

$\lVert e_{ij} \rVert$			$C \min\limits_j e_{ij}$	$(1-C) \max\limits_j e_{ij}$	e_{ir}	$\max\limits_i e_{ir}$
-20.0	-22.0	-25.0	-12.5	-10.0	-22.5	
-14.0	-23.0	-31.0	-15.5	-7.0	-22.5	
0	-24.0	-40.0	-20.0	0	-20.0	-20.0

В данном примере у решения имеется поворотная точка относительно весового множителя C : до $C = 0.57$ в качестве оптимального выбирается E_3, а при больших значениях – E_1.

Применение критерия Ходжа-Лемана ($q = 0.33$, $\nu = 0.5$, в 10^3) :

$\sum\limits_j e_{ij} q_j$	$\min\limits_j e_{ij}$	$\nu \sum e_{ij} q_j$	$(1-\nu) \min\limits_j e_{ij}$	e_{ir}	$\max\limits_i e_{ir}$
-22.33	-25.0	-11.17	-12.5	-23.67	-23.67
-22.67	-31.0	-11.34	-15.5	-26.84	
-21.33	-40.0	-10.67	-20.0	-30.76	

Критерий Ходжа-Лемана рекомендует вариант E_1 (полная проверка) – так же как и ММ-критерий. Смена рекомендуемого варианта происходит только при $\nu = 0.94$. Поэтому равномерное распределение состояний рассматриваемой машины должно распознаваться с очень высокой вероятностью, чтобы его можно было выбрать по большему математическому ожиданию. При этом число реализаций решения всегда остаётся произвольным.

Критерий Гермейера при $q_j = 0.33$ даёт следующий результат (в 10^3):

$\lVert e_{ij} \rVert$			$\lVert e_{ij} q_j \rVert$			$e_{ir} = \min\limits_j e_{ij} q_j$	$\max\limits_i e_{ir}$
-20.0	-22.0	-25.0	-6.67	-7.33	-8.33	-8.33	-8.33
-14.0	-23.0	-31.0	-4.67	-7.67	-10.33	-10.33	
0	-24.0	-40.0	0	-8.0	-13.33	-13.33	

В качестве оптимального выбирается вариант E_1. Сравнение вариантов с помощью величин e_{ir} показывает, что способ действия критерия Гермейера является даже более гибким, чем у ММ-критерия.

В таблице, приведенной ниже, решение выбирается в соответствии с BL(ММ)-критерием при q_1=q_2=q_3=$^1/_2$ (данные в 10^3).

$\|e_{ij}\|$			$\sum\limits_j e_{ij}q_j$	$e_{i_0j_0} - \min\limits_j$	$\max\limits_j$	$\max\limits_j e_{ij} - $ m
-20.0	-22.0	-25.0	-23.33	0	-20.0	0
-14.0	-23.0	-31.0	-22.67	+6.0	-14.0	+6.0
0	-24.0	-40.0	-21.33	+15.0	0	+20.0

Вариант E_3 (отказ от проверки) принимается этим критерием только тогда, когда риск приближается к $\varepsilon_{возм} = 15 \times 10^3$. В противном случае оптимальным оказывается E_1. Во многих технических и хозяйственных задачах допустимый риск бывает намного ниже, составляя обычно только незначительный процент от общих затрат. В подобных случаях бывает особенно ценно, если неточное значение распределения вероятностей сказывается не очень сильно. Если при этом оказывается невозможным установить допустимый риск $\varepsilon_{доп}$ заранее, не зависимо от принимаемого решения, то помочь может вычисление ожидаемого риска $\varepsilon_{возм}$. Тогда становится возможным подумать, оправдан ли подобный риск. Такое исследование обычно дается легче.

Результаты применения критерия произведения при $a = 41 \cdot 10^3$ и $a = 200 \cdot 10^3$ имеют вид :

	$\|e_{ij} + a\|$			$e_{ir} = \prod\limits_j e_{ij}$	$\max\limits_i e_{ir}$
a=41	+21	+19	+16	6384	6384
	+27	+18	+10	4860	
	+41	+17	+1	697	
a=200	+180	+178	+175	5607	
	+186	+177	+169	5563	
	+200	+176	+160	5632	5632

Условие $e_{ij} > 0$ для данной матрицы не выполнимо. Поэтому к элементам матрицы добавляется (по внешнему произволу) сначала $a = 41 \cdot 10^3$, а затем $a = 200 \cdot 10^3$.

Для $a = 41 \cdot 10^3$ оптимальным оказывается вариант E_1, а для $a = 200 \cdot 10^3$ – вариант E_3, так что зависимость оптимального варианта от a очевидна.

V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

Курсовой проект (работа) не предусмотрен.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ (ПРАКТИКУМОВ)

Лабораторные работы не предусмотрены.

VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Необходимым условием присутствия студента на практическом занятии является выполнение домашнего задания по тематике предыдущего практического занятия. Для выполнения практических заданий студенту необходимо иметь конспект лекций. Студенты знакомятся с заданием и выполняют его, опираясь на конспект лекций. Задание выдается одно на всю группу. Приветствуется самостоятельное выполнение заданий. В связи с большим объемом вычислений обязательно наличие электронного вычислительного средства (калькулятора).

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

При выполнении домашних работ необходимо использовать конспекты лекций, любую дополнительную литературу.

Перед контрольной работой студентам необходимо повторить теоретические основы методов, указанных преподавателем. При выполнении контрольной работы конспект лекций и другую дополнительную литературу не использовать.

IX. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, РЕАЛЬНО ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ И СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ, РАСКРЫВАЮЩЕЕ ОСОБЕННОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДАННЫХ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ

Выпускники могут выполнять расчеты в Microsoft Excel, используя любую литературу, посвященную данному программному продукту.

X. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (В Т. Ч. РАЗРАБОТАННЫЕ ВЕДУЩИМИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМИ ФИЛИАЛА)

Данные методические указания отсутствуют.

XI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ (МАТЕРИАЛЫ ПО КОНТРОЛЮ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ)

Преподаватель готовит контролирующие материалы в виде тестов, задач и в другой форме. Тематика контролирующих материалов должна соответствовать тематике материалов, прочитанных студентам на лекционных занятиях к моменту контроля знаний, и тематике задач, разобранных на практических занятиях к моменту контроля знаний. Преподаватель самостоятельно выбирает форму теста, правила работы с контролирующими материалами, время на его выполнение. Во время проведения контроля знаний студентов преподаватель объясняет студентам правила работы с контролирующими материалами и выдаёт эти материалы студентам. После истечения установленного времени контролирующие материалы собираются и обрабатываются. Критерии оценки знаний преподаватель устанавливает самостоятельно. Студентам, не сдавшим тест или не присутствующим на нем по каким-либо причинам, предоставляется дополнительная возможность пройти тест.

XII. КОМПЛЕКТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Задания для контрольных работ и домашних заданий берутся из книг, указанных в рабочей программе.

XIII. ФОНД ТЕСТОВЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд тестовых и контрольных заданий для оценки качества знаний по дисциплине приведен в приложении А.

XIV. КОМПЛЕКТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ ДЛЯ КАЖДОГО ИЗ ПРЕДУСМОТРЕННЫХ ЭКЗАМЕНОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Комплекты экзаменационных билетов составляются на основе экзаменационных вопросов, представленных в п. 2.6 рабочей программы данной дисциплины, по следующей форме:

ГОУВПО «Амурский государственный университет»

Утверждено на заседании кафедры
«___» ____________ 200 г.
Заведующий кафедрой – Труфанова Т.В.
Утверждаю: ____________

Кафедра *математического анализа и моделирования*
Факультет *математики и информатики*
Курс 4
Дисциплина "*Теория игр и исследование операций*"

Экзаменационный билет 1

1. Математическая модель операции и ее компоненты.
2. Метод нахождения решения вогнуто-выпуклых антагонистических игр.
3. Найти решение антагонистической матричной игры с матрицей выигрыша:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 4 & 7 \\ 6 & 3 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

XV. КАРТА ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ КАДРАМИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОГО СОСТАВА

Дисциплину в полном объёме ведёт: Подопригора Сергей Алексеевич, старший преподаватель кафедры математического анализа и моделирования.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ФОНД КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Найти графически максимум и минимум целевой функции

$$L = -x_1 - x_2 \to \min (\max)$$

При ограничениях

$$x_1 + x_2 \le 5, 2x_1 + x_2 \ge 6, \quad x_1 \le 4, \quad x_1, x_2 \ge 0.$$

2. Решить следующие задачи симплекс-методом. Составить задачи, двойственные данным, используя теорему двойственности найти их решение.

$-x_2 \to \min,$
$x_1 + x_2 \ge 1,$
$x_1 + x_2 \le 2,$
$x_1 - x_2 \le 1,$
$x_1 - x_2 \ge -1,$
$x_1, x_2 \ge 0,$

b) $x_1 - 5x_2 - 4x_3 + x_4 + 6x_5 - 9x_6 => \max,$
$-11x_1 + 10x_2 + 3x_3 - 10x_4 - 2x_5 + x_6 \le 1,$
$2x_1 + x_2 + 6x_3 - 11x_4 - 9x_5 + 11x_6 = 3,$
$x_1 + 15x_2 - 13x_3 - 9x_4 + x_5 \ge -2,$
$x_2 \ge 0, \quad x_4 \ge 0$

3. Найти опорное и оптимальное решение транспортной задачи

$$a = (4, 6, 10, 10) \qquad b = (7, 7, 7, 7, 2)$$

$$C = \begin{matrix} 26 & 30 & 17 & 10 & 16 \\ 30 & 37 & 26 & 9 & 23 \\ 13 & 4 & 32 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 5 & 14 & 24 \end{matrix}$$

4. Решить задачу о назначении на минимум и на максимум, если задана весовая матрица.

5. Телевизионная компания производит два типа телевизоров – «Астро» и «Космо». Имеются две производственные линии, каждая для своего типа телевизоров. Мощность линии по производству «Астро» составляет 70 телевизоров в день, а «Космо» – 50 единиц в день.

Цех А производит телевизионные трубки. В этом цехе на производство одной трубки к телевизору «Астро» требуется потратить 1,8 чел-ч, а на производство трубки «Космо» – 1,2 чел-ч. В настоящее время в цехе А на производство трубок к обеим маркам может быть затрачено не более 120 чел-ч в день. В цехе В производятся шасси. В этом цехе на производство одной единицы шасси как к телевизору «Астро», так и к «Космо» требуется затратить 1 чел-ч. В цехе В на производство шасси к обоим маркам телевизоров может быть затрачено не более 90 чел-ч.

Продажа каждого телевизора марки «Астро» обеспечивает получение прибыли в размере 150 усл. ед., а марки «Космо» – 200 усл. ед.

1. Если компания может продать столько телевизоров марки «Астро», сколько она произведет, то каков должен быть ежедневный план производства телевизоров это марки?
2. На сколько усл. ед. в день увеличится прибыль, если ресурс времени в цехе А возрастет на 2 чел-ч.? (Ответ на этот вопрос можно задать, используя двойственные оценки.)

6. В аптеке продается семь наименований поливитаминов. Каждое наименование содержит витамины трех различных типов. Цены на витамины различны. Требуется пройти профилактический курс, в течении которого с минимальными суммарными затратами необходимо получить 100 единиц витамина А, 80 – витамина С и 120 единиц витамина B_6. Необходимое количество поливитаминов покупается одновременно. Данные приведены в таблице.

Витамины	Содержание витаминов, ед/г							Всего необходимо
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	
A	5	0	2	0	3	1	2	100
C	3	1	5	0	2	0	1	80
B_6	1	0	3	1	2	0	6	120
Цена за 1 г, Усл. ед.	4	1	5	6	3,5	7	4	

1. Какое общее количество поливитаминов следует принять (г)?
2. Какое количество поливитамина P_1 следует принять (г)?
3. Каковы минимальные затраты на профилактический курс (усл. ед.)?

7. Из 500 листов железа первого размера и 300 листов железа второго размера несколькими способами выкраиваются три вида деталей. Даны нормы одновременного выхода деталей по различным способам.

Вид детали	***Листы размера 1***			***Листы размера 2***	
	Способы раскроя				
	1	2	3	1	2
	Количество деталей				
1	0	2	9	6	5
2	4	3	4	5	4
3	10	16	0	8	0

Определите максимальное число компонент деталей, если комплект состоит из четырех деталей вида 1, трех деталей вида 2 и двух деталей вида 3.

1. Сколько листов железа размера 2 раскраивается по первому способу?
2. Каково максимальное количество комплектов?
3. На сколько изменится максимальное количество комплектов, если в комплект решено добавит третью деталь вида 3?

8. Игрок А записывает одно из двух чисел: 1или 2, игрок В – одно из трех чисел:1, 2 или 3. Если оба числа одинаковой четности, то А выигрывает и выигрыш равен сумме этих чисел, если четности выбранных игроками чисел не совпадают, то В выигрывает, выигрыш равен сумме этих чисел. Построить платежную матрицу игры, определить нижнюю и верхнюю цены игры и проверить наличие седловой точки.

9. Определить для данной платежной матрицы верхнюю и нижнюю цену игры, минимаксные стратегии и оптимальные решения игры, если существует седловая точка

$$C = \begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{matrix}$$

10. Решить и дать графическую интерпретацию следующей игры 2 х 2

$$\begin{matrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{matrix}$$

11. Найти решение игры путем ее сведения к задаче линейного программирования, используя платежную матрицу задачи 9.

СОДЕРЖАНИЕ