Министерство образования Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Экономический факультет

Л.В. Рыбакова

РАЗРАБОТКА УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ:

Лабораторные работы

Методическое пособие

Благовещенск

2002

ББК

Печатается по решению

Редакционно-издательского совета
Экономического факультета
Амурского государственного
университета

Рыбакова Л.В.

Разработка управленческих решений: лабораторные работы. Методическое пособие для студентов очной и заочной форм обучения. Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2002.

Пособие включает основные сведения о математических методах разработки управленческих решений, а также ситуации и задания к лабораторным работам, порядок их выполнения на базе Excel.

Рецензенты:
Гусев С.А., доцент кафедры ЭиМО,
канд. тех. наук

© Амурский государственный университет, 2002

ВВЕДЕНИЕ

В XXI для успешного решения практических задач совершенствования управления и разработки эффективных управленческих решений необходимо применение новых методов управления, базирующихся на теории принятия решений с использованием математического моделирования в сфере информационных технологий, системы поддержки принятия решений (СППР), органично соединяющих разработку управленческих решений (РУР) и информационные технологии (ИТ).

В методологии нормативного подхода к разработке управленческих решений значительное место отведено методам принятия оптимальных решений, разработанным на основе математического аппарата теории исследования операций.

Самым распространенным классом ЭМ, реализуемых в СППР в настоящее время являются модели линейного программирования, экономическая интерпретация которых многогранна и представляет практический интерес для менеджеров в процессе анализа ситуации и разработки управленческих решений.

Современные СППР базируются на трех китах:

1. компьютерные средства решения управленческих задач;
2. исходные данные для задачи;
3. модель задачи, формализованное, программируемое представление задачи.

Предлагается методика разработки управленческих решений на базе Excel, где симплекс метод решения задачи линейного программирования реализован в диалоге **«Поиск решения»** меню **«Сервис».**

1. ПРИМЕР УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ ДЛЯ ПОИСКА РАШЕНИЯ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРИБЫЛИ И ОПТИМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ РЕСУРСОВ

Если финансы, оборудование, сырье, персонал полагать ресурсами, то значительное число задач в экономике можно рассматривать как задачи распределения ресурсов. Математической моделью таких задач является задача линейного программирования.

Рассмотрим ситуацию. Предприятие выпускает продукцию четырех типов: прод.1, прод.2, прод.3, прод.4. Для изготовления продукции требуются ресурсы трех видов: трудовые, сырьевые, финансы. Количество ресурса каждого вида, необходимое для выпуска продукции данного типа, называется нормой расхода. Нормы расхода, а также прибыль, получаемая от реализации единицы каждого типа продукции, приведены на рисунке 1. Там же приведено наличие располагаемого ресурса.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ресурс	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4	знак	наличие
2	Прибыль	60	70	120	130	max	
3	Трудовые	1	1	1	1	>=	16
4	Сырье	6	5	4	3	>=	110
5	Финансы	4	6	10	13	>=	100

Рис.1

2. ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИТУАЦИИ ДЛА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Составим математическую модель, для чего введем следующие обозначения:

x_j – количество выпускаемой продукции j-го типа, $j = \overline{1,4}$;

b_i – количество располагаемого ресурса i-го вида, $i = 1,3$;

a_{ij} – норма расхода i-го ресурса для выпуска единицы продукции j-го типа;

c_j – прибыль, получаемая от реализации единицы продукции j-го типа.

Теперь приступим к составлению модели.

Как видно из рисунка 1 для выпуска единицы прод.1 требуется 6 единиц сырья, значит для выпуска всей продукции прод.1 требуется $6x_1$ единиц сырья, где x_1 - количество выпускаемой продукции прод.1. С учетом того, что для других видов продукции зависимости аналогичны, ограничение по сырью будет иметь вид:

$$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 <= 110$$

В этом ограничении левая часть равна величине потребляемого ресурса, а правая показывает количество имеющегося ресурса.

Аналогично можно составить ограничения для остальных ресурсов и написать зависимость для целевой функции. Тогда математическая модель задачи будет иметь вид:

$$F = 60x_1 + 70x_2 + 120x_3 + 130x_4 \longrightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 <= 16$$

$$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 <= 110$$

$$4x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 13x_4 <= 100$$

$$x_j >= 0;\ j = \overline{1,4}$$

3. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ СИМПЛЕКС – МЕТОДОМ НА БАЗЕ EXCEL

Для решения задачи средством Excel необходимо создать форму для ввода условий задачи (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				переменные				
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4			
3	значение							
4	ниж.гр.					ЦФ	напр	
5	верх.гр.							
6	коэф.в ЦБ						макс	
7				ограничения				
8	вид					левая часть	знак	правая часть
9	трудовые							
10	сырье							
11	финансы							

Рис. 1

Исходные данные введены и условия задачи заданы на рисунке 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				переменные				
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4			
3	значение							
4	ниж. гр.							
5	верх. гр.							
6	коэф. в ЦФ	60	70	120	130	=СУММПРОИЗВ(B3:F$3;B6:E6)	макс	
7				ограничения				
8	вид					левая часть	знак	правая часть
9	трудовые	1	1	1	1	=СУММПРОИЗВ(B3:F$3;B9:E9)	<=	16
10	сырье	6	5	4	3	=СУММПРОИЗВ(B3:F$3;B10:E10)	<=	110
11	финансы	4	6	10	13	=СУММПРОИЗВ(B3:F$3;B11:E11)	<=	100

Рис.2

Для дальнейшей работы следует открыть диалоговое окно **«Поиск решения»** меню **«Сервис»** (рис. 3), где

– указать адрес ячейки целевой функции;
– задать направление оптимизации;
– указать адреса ячеек для результатов – искомых значений;
– точку максимума – назначить целевую функцию;
– ввести ограничения. Ограничения вводятся командой «добавить» в окне рисунков 3, 4.

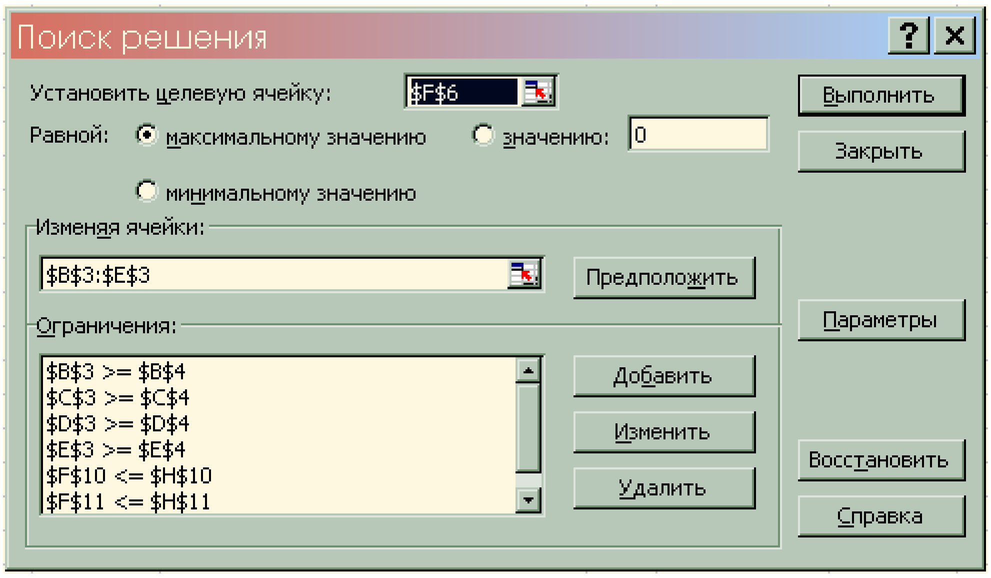


Рис. 3

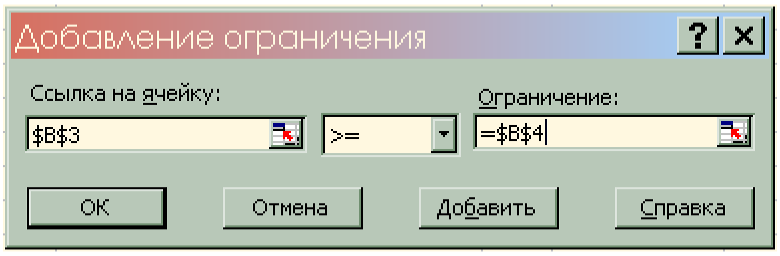


Рис. 4

Командой **«Выполнить»** осуществить поиск решения.
Решение может быть найдено (рис. 5) или не найдено (рис. 6).

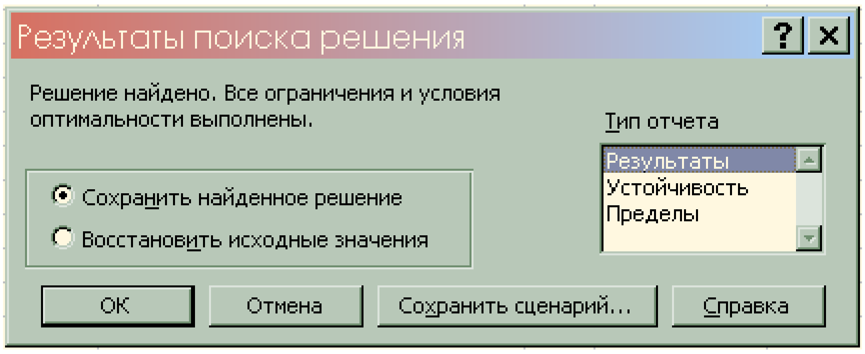


Рис. 5

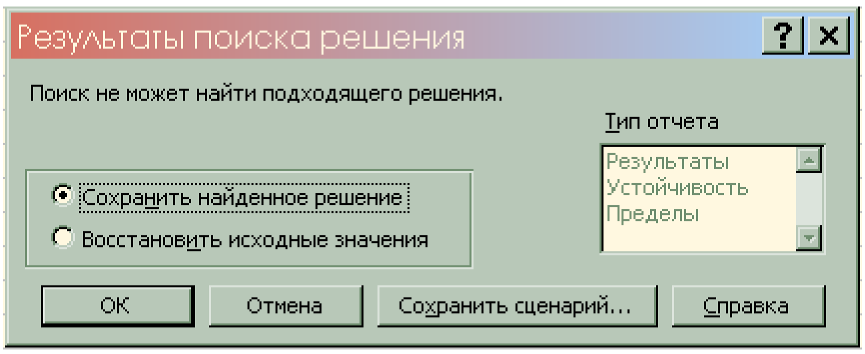


Рис. 6

Если на экране появится сообщение «», то значит целевая функция неограниченна при максимизации целевой функции – сверху, при минимизации – снизу. Необходимо ограничить, т. е. добавить соответствующие ограничения.

Если на экране появится сообщение, представленное на рисунке 6, это означает целевую несовместимость, ограничения несовместимы, ресурсов недостаточно. Следует преодолеть несовместимость.

Чтобы преодолеть несовместимость, следует выяснить, сколько ресурсов не хватило по ограничениям, т. е. в правой части неравенства необходимо определить добавочные переменные (пусть обозначим их t_i).

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 <= 16 + t_1$$
$$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 <= 110 + t_2$$
$$4x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 13x_4 <= 100 + t_3$$

Переносим t_{1-3} в левую часть ограничений, запишем неравенства:

$$(2)\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 - t_1 <= 16$$
$$(3)\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 - t_2 <= 110$$
$$(4)\ 4x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 13x_4 - t_3 <= 100$$
$$(5)\ t_{1,2,3} >= 0$$
$$(6)\ x_{1,2,3} >= 0$$

Введем требования поиска минимального количества добавок,

$$\sum t_i \longrightarrow \min$$

т. е. найти тот минимум ресурсов, который был бы достаточен для решения. Значит нужно ввести целевую функцию:

$$t_1 + t_2 + t_3 \longrightarrow \min.$$

Эта функция введена в ячейке I4 (рис.7).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1				переменные							
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4	t1	t2	t3			
3	значение	10	0	6	0				ЦФ	напр	
4	ниж.гр.								=СУММ(F3:H3)	мин	
5	верх.гр.								прибыль		
6	коэф.в ЦБ	60	70	120	130				=СУММПРОИЗВ(B$3:E$3;B6:E6)		
7				ограничения							
8	вид								левая часть	знак	правая часть
9	трудовые	1	1	1	1	-1			=СУММПРОИЗВ(B$3:H$3;B9:H9)	<=	16
10	сырье	6	5	4	3		-1		=СУММПРОИЗВ(B$3:H$3;B10:H10)	<=	110
11	финансы	4	6	10	13			-1	=СУММПРОИЗВ(B$3:H$3;B11:H11)	<=	100

Рис. 7

Здесь на рисунке 8 показаны следующие изменения:

1. добавлены столбцы (для этого поставлен курсор на столбец F4 **«Вставка» «Столбец»**) t_1, t_2, t_3 в ячейки по F, G, H;
2. целевая функция сместилась в столбец I;
3. появились (-1) в столбцах t_1 - t_3.

Таким образом, подготовлены данные для поиска решения.

Последующие действия.

«Сервис»

«Поиск решения»

В окне **«Поиск решения»** указать адрес целевой функции I4, направление поиска – min, изменяемые ячейки B3:H3.

Ограничения:

B3 = 10 E3 >= 0

C3 = 5 F3 >= 0
D3 = 6 G3 >= 0
H3 >=0 I9<=K9
I10 <= K10
I11 <= K11

После команды **«Выполнить»** появляется решение (рис.8), где дополнительный ресурс рассчитан и равен соответственно:

$$t_1 = 5;\ t_2 = 0;\ t_3 = 30.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1				переменные							
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4	t1	t2	t3			
3	значение	10	5	6	0	5	0	30	ЦФ	напр	
4	ниж.гр.								35	мин	
5	верх.гр.								прибыль		
6	коэф.в ЦБ	60	70	120	130				1670		
7				ограничения							
8	вид								левая часть	знак	правая часть
9	трудовые	1	1	1	1	-1			16	<=	16
10	сырье	6	5	4	3		-1		109	<=	110
11	финансы	4	6	10	13			-1	100	<=	100

Рис. 8

Таким образом, преодолена несовместимость.

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАШЕНИЯ

Когда задача решена, как показано в окне рис.5, можно сформировать отчеты трех типов.

Отчет по результатам, где представлено:

1). расчетное максимальное значение целевой функции, равное 1320 руб.

2). изменяемые ячейки, т. е. искомые объемы выпуска продукции

x_1 (значение продукции 1) = 10 шт. (кг.)

x_2 (значение продукции 2) = 0 шт.

x_3(значение продукции 3) = 6 шт.

x_4(значение продукции 4) = 0 шт.

3). Ограничения, т. е. остатки по ресурсам (несвязки), если левая и правая части ограничения не равны, или разница (избытки при знаке >= и наоборот), т. е. в столбце разница отчета представлено:

0 (трудовые ресурсы использованы полностью)

26, т. е. расчетное значение объема выпуска (x_1 = 10) на 10 кг. больше, чем значение нижнего предела (0) объема выпуска данной продукции.

Отчет по устойчивости, где представлено:

кроме полученных значений объемов выпуска (10, 0, 6, 0)следующее:

1). нормированный градиент – это двойственные оценки, которые показывают, на сколько изменится целевая функция при принудительном включении единицы этой продукции в оптимальное решение. Для продукции 2 и 4 нормированный градиент равен соответственно -10 и –20. Единицы измерения этих величин соответствуют единицам измерения величины целевой функции (руб.).

В нижней таблице представлен:

Множитель Лагранжа, т. е. теневые оценки (двойственные оценки), которые показывают, как изменится целевая функция при изменении соответствующего ресурса на единицу (в тех единицах измерения, в которых представлены ограничения по ресурсам), а сама величина теневой оценки представлена в единицах измерения целевой функции, т. е. для ограничения по трудовым ресурсам 16 час. множитель Лагранжа равен 20 руб., для ограничения по сырью, в левой части которого значение 84, множитель Лагранжа равен 0 руб., для финансовых ресурсов при увеличении их на единицу дополнительно к 100 руб., целевая функция увеличится на 10 руб. и составит 1330 руб.

Отчет по пределам показывает:

1) в каких пределах может изменяться выпуск продукции, вошедший в оптимальное решение при сохранении структуры оптимального решения, т. е. от нижнего предела 0 (т. к. $x_i >= 0$) до расчетного значения;
2) долю прибыли от выпуска каждого вида продукции.

5. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

Параметрический анализ в данном случае – анализ решения задач при различных значениях входящих в модель параметров.

Рассмотрим на примере изменения параметра предельного значения финансов (нагляднее менять параметры в тех ограничениях, где нет остатка по ресурсам).

Модель ситуации.

Создать новую модель или удалить результат решения предыдущий (обнулив B3:E3)(рис. 7). Затем:

- Изменить правую часть ограничения по ресурсам: например, вместо 100 ввести замену 50.
- Решить задачу (командой **«Поиск решения»**).
- Сохранить сценарий в окне рис. 5, присвоив сценарию имя, например, “Финансы – 50” (рис. 9). Завершить процедуру изменяя ограничения и финансы соответственно 100, 150, 200, 250, создав всего 5 сценариев.
-

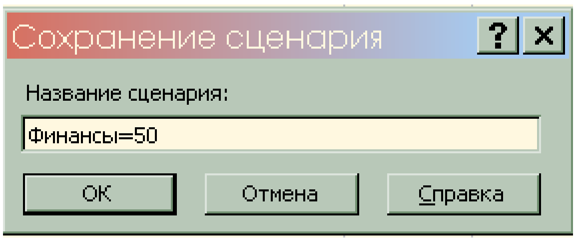


Рис.9

Когда необходимые сценарии созданы, вызвать диспетчер сценариев **(«Сервис», «Сценарий»**), дать команду на создание отчета (кнопка **«Отчет»**). Задать тип отчета (рис. 10) – отчет по структуре (рис.11)и на экране будет представлен Итоговый сценарий (рис.12)

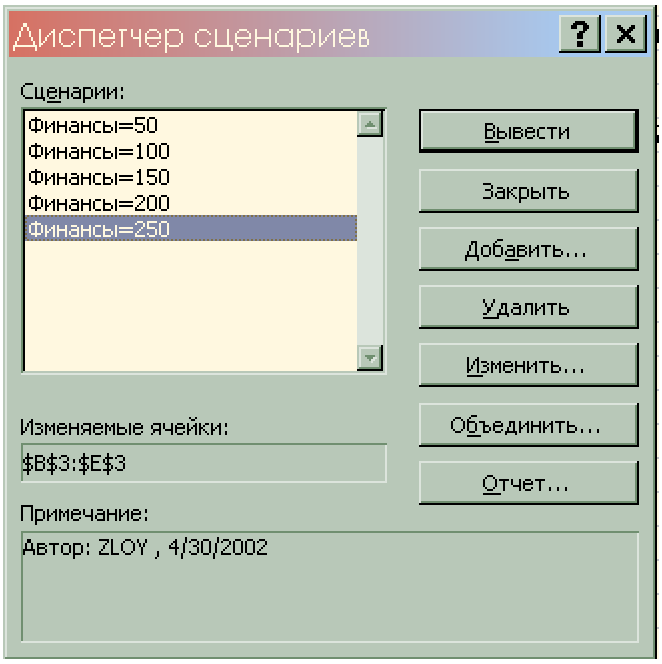


Рис.10

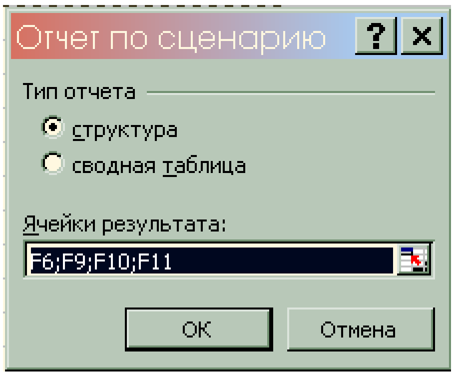
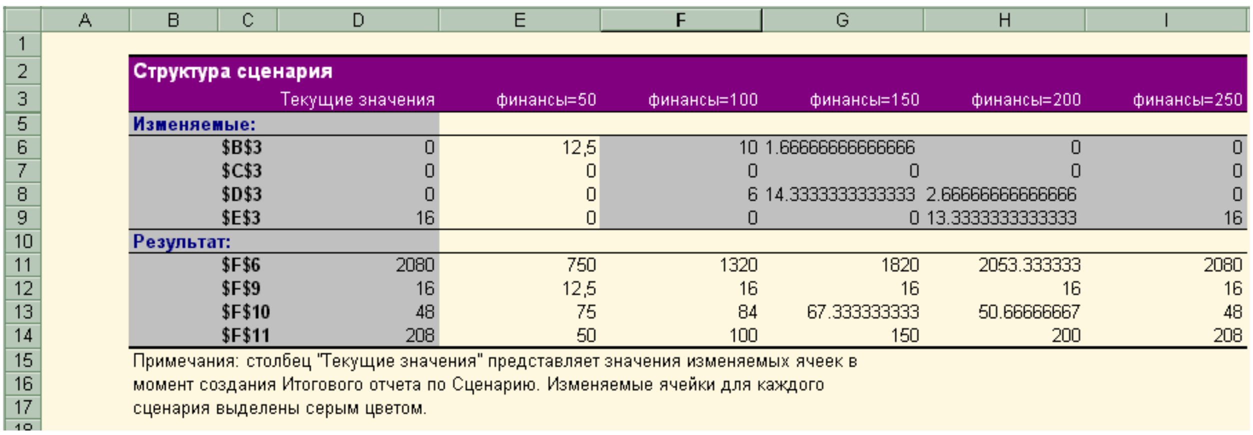


Рис.11



Структура сценария						
	Текущие значения	финансы=50	финансы=100	финансы=150	финансы=200	финансы=250
Изменяемые:						
B3	0	12,5	10	1.66666666666666	0	0
C3	0	0	0	0	0	0
D3	0	0	6	14.3333333333333	2.66666666666666	0
E3	16	0	0	0	13.3333333333333	16
Результат:						
F6	2080	750	1320	1820	2053.333333	2080
F9	16	12,5	16	16	16	16
F10	48	75	84	67.333333333	50.66666667	48
F11	208	50	100	150	200	208

Примечания: столбец "Текущие значения" представляет значения изменяемых ячеек в момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого сценария выделены серым цветом.

Рис. 12

Для удобства дальнейшего анализа итоговый сценарий можно отредактировать, удалив столбцы B и D, строки 5 и 10, в столбце C ввести вместо адресов ячеек наименование продукции, ресурсов, т. е. оформить сценарий в виде представленном на рисунке 13, при этом дробные элементы округлить до целых чисел, или до сотых (объем в кг.). отредактированный сценарий можно использовать для построения гистограмм, выделив C3:H3. построенные гистограммы облегчат анализ найденного решения (см. рис. 14а,14б,14в).

	C	D	E	F	G	H	I
1							
2	**Итоговый сценарий**						
3			Финансы=50	Финансы=100	Финансы=150	Финансы=200	Финансы=250
5		**Прод.1**	12,5	10	1,7	0	0
6		**Прод.2**	0	0	0	0	0
7		**Прод.3**	0	6	14,3	2,7	0
8		**Прод.4**	0	0	0	13,3	16
9		**Прибыль**	750	1320	1820	2053,3	2080
10		**Ресурсы**					
11		**трудовые**	12,5	16	16	16	16
12		**сырьё**	75	84	67,3	50,7	48
13		**финансы**	50	100	150	200	208

Рис. 13

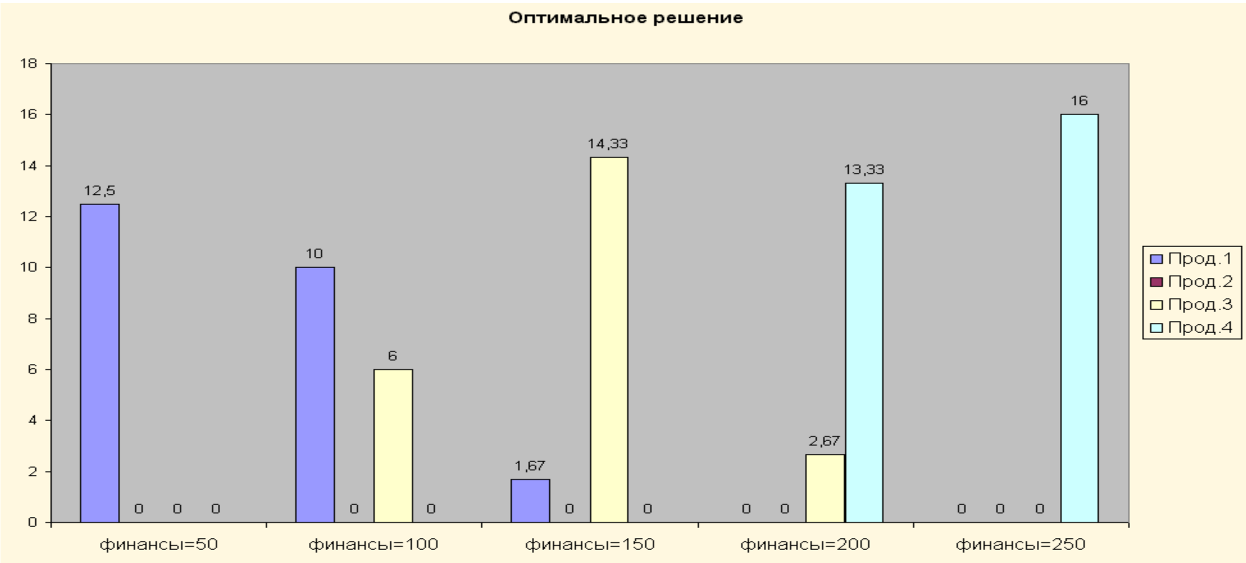


Рис. 14а

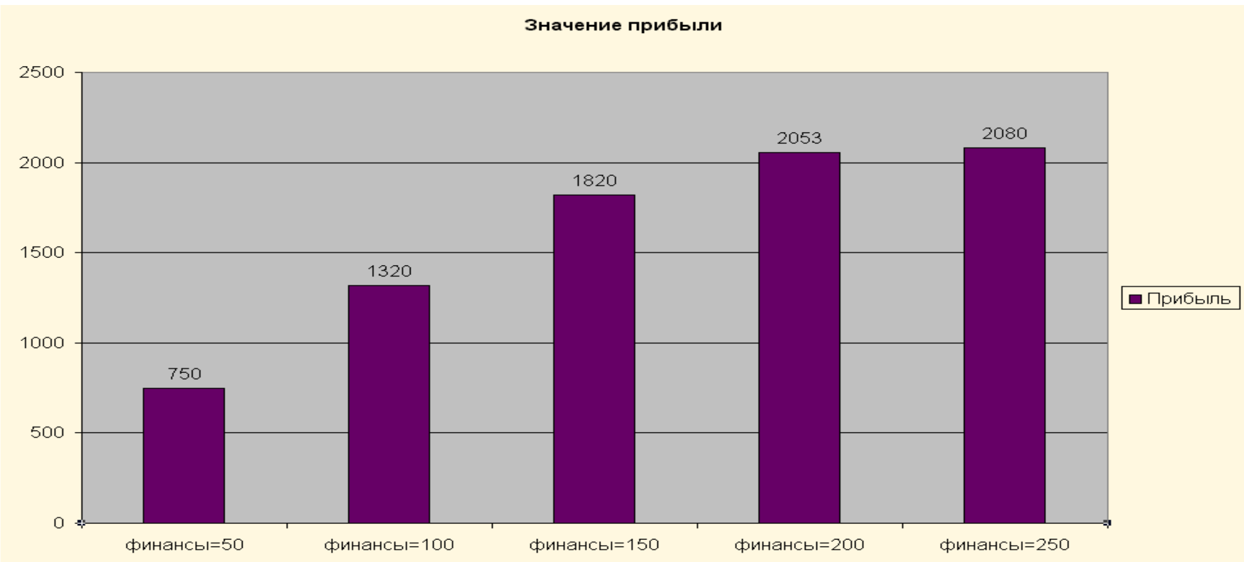


Рис. 14б

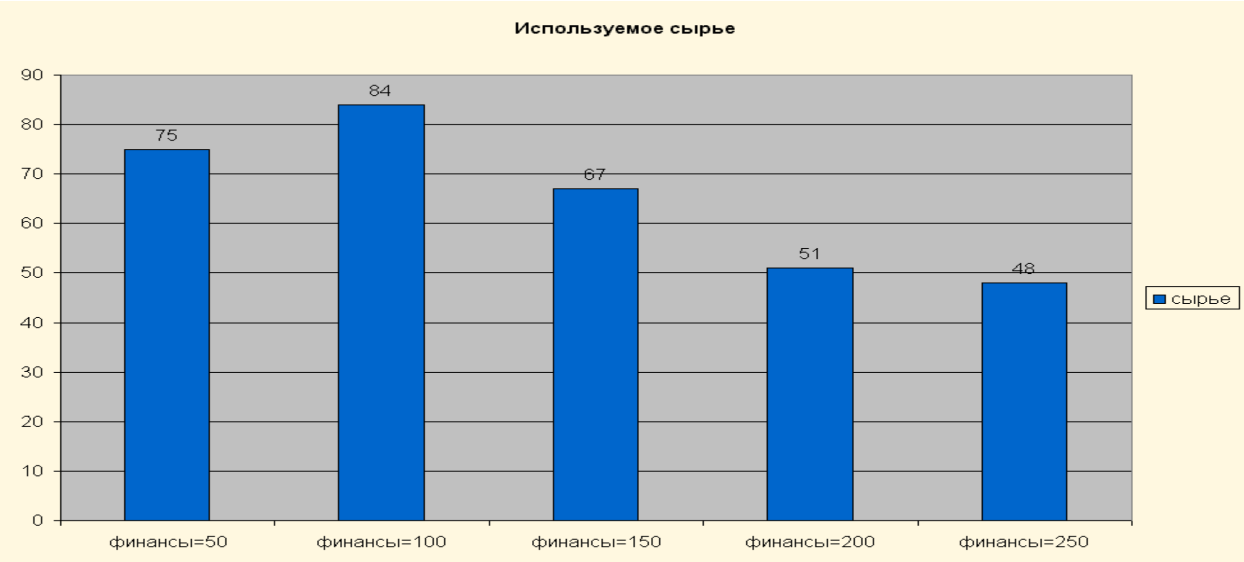


Рис. 14в

6. ПОИСК РЕШЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Рассмотрим ситуацию управления финансированием нескольких объектов во времени.

В общем виде исходные данные по ситуации представлены в таблице.

Объекты	Периоды	Ресурсы
	1…j…n	
1	$x_{11}\ldots x_{1j}\ldots x_{1n}$	b_1
…	…	…
i	$x_{i1}\ldots x_{ij}\ldots x_{in}$	b_i
…	…	…
m	$x_{m1}\ldots x_{mj}\ldots x_{mn}$	b_m
Потребность	$d_1 \quad d_j \quad d_n$	

При оптимальном финансировании для каждого объекта и каждого периода задаются не конкретные значения, а нижние и верхние граничные условия, т. е. пределы, в которых должны находиться назначаемые величины. В этих граничных условиях и производится финансирование с целью максимизации эффективности его использования. При этом эффективность определяется по целевой функции.

В этой таблице приняты обозначения:

i - номер объекта финансирования;

j - номер периода финансирования;

x_{ij} - объем финансирования i-го объекта в j-ом периоде;

b_i - задаваемая величина ресурсов, выделяемых для i-го объекта;

d_j - задаваемая величина ресурсов, потребляемых в j-ом периоде.

При принятых обозначениях приведенные ниже величины имеют следующий смысл:

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$ - сумма финансирования i-го объекта по всем периодам;

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}$ - сумма финансирования всех объектов в j-ом периоде.

Все эти величины являются искомыми и определяются в результате решения задачи. Для нахождения этих величин необходимо задать исходные данные, которые в различных задачах могут быть различными.

Математическая модель, как и всегда, включает:

- целевую функцию;
- ограничения;
- граничные условия.

Начнем с ограничений.

Ограничение для i-го объекта записывается в виде

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad \left\{ <=;\ =;\ >= \right\} \quad b_i$$

Ограничения для j- го периода записывается в виде

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \quad \left\{ <=;\ =;\ >= \right\} \quad d_j$$

Граничные условия могут быть односторонними и двусторонними. Если нет специальных соображений, то в нижней границе обязательно должна быть назначена не отрицательность переменных $x_{ij} >= 0$

Если заданы конкретные значения нижней границы k_{ij}, то $x_{ij} >= k_{ij}$

Назначение верхней границы допустимо, но не обязательно, поэтому в общем виде можно записать

$$k_{ij} <= x_{ij} <= K_{ij}$$

Целевая функция должна иметь вид

$$F = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \longrightarrow \max(\min)$$

где c_{ij} определяет, в каком смысле распределение ресурсов будет оптимальным.

При этом возможны различные варианты. Рассмотрим некоторые из них.

1. С помощью значений c_{ij} устанавливается приоритет финансирования i-го объекта в j-ом периоде. В том случае, чем важнее финансирование, тем выше значение c_{ij} оцениваемое в баллах, например, в интервале от 0 до 10.

2. Если c_{ij} является мерой оценки результата (финансирования), то целевая функция максимизируется.

3. Если c_{ij} характеризует непроизводительные затраты, то целевая функция минимизируется.

С учетом изложенного, рассматриваемая задача оптимального распределения финансирования может быть сформулирована в виде следующей математической модели.

$$F = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \qquad \max(\min)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad \{<=;\ =;\ >=\}\ b_i \qquad\qquad i = \overline{1, m}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \quad \{<=;\ =;\ >=\}\ d_j \qquad\qquad j = \overline{1, m}$$

$$k_{ij} <= x_{ij} <= k_{ij}$$

Система является задачей линейного программирования, решение которой производится по аналогичной схеме

Для решения задачи оптимального финансирования зададим исходные данные. Пусть m = 3, n = 4, т. е. будем решать задачу распределения финансирования для трех объектов в течение четырех периодов. Величина c_{ij} принимается как характеристика результатов, оцениваемая в баллах.

Задачу будем решать при двух вариантах исходных данных. В первом варианте задаются объемы финансирования, выделенные для каждого объекта; во втором варианте задается суммарный объем финансирования всех объектов. Начнем с первого варианта. Решение задачи включает:

- ввод исходных данных;
- решение задачи;
- формирование Сводной таблицы.

Алгоритм. Ввод исходных данных для оптимального распределения финансирования при заданных величинах для каждого объекта

1. Сделать, форму для ввода исходных данных задачи при m = 3, n = 4 (рис. 15).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Ограничения							
2			период 1	период 2	период 3	период 4	левая часть	знак в ограничении	задан. зн.	
3		Объект А					=СУММ(C4:F4)	<=	500	
4		Объект Б					=СУММ(C5:F5)	<=	300	
5		Объект В					=СУММ(C6:F6)	=	200	
6		левая часть	=СУММ(C4:C6)	=СУММ(D4:D6)	=СУММ(E4:E6)	=СУММ(F4:F6)				
7		знак в огр.	<=	<=	=	>=				
8		задан. знач.	160	150	90	100				
9										
10			Гран. Условия							
11										
12			период 1	период 2	период 3	период 4				
13	Объект А	нижн.гр.	50	30	20	40				
14		верх. гр.								
15	Объект Б	нижн.гр.	40	10	25	15				
16		верх. гр.		70						
17	Объект В	нижн.гр.	25	30	35	40				
18		верх. гр.			60					
19										
20			Коэф. В ЦФ							
21										
22			период 1	период 2	период 3	период 4		Целевая функция		напр.
23		Объект А	6	5	6	8		=СУММПРОИЗВ(C4:F6;C24:F26)		макс
24		Объект Б	10	8	7	9				
25		Объект В	3	5	4	6				

Рис. 15

Форма состоит из трех блоков:

- ограничений;
- граничных условий;
- коэффициентов в целевой функции.

2. В блок ограничений B3:I9 ввести с помощью кнопки «**Автосуммирование**»:

значения левых частей ограничении для объектов в ячейки G4:F7. Знаки ограничении в H4:H6 и в C8:P8 введены для наглядности. Их ввод для решения задачи будет рассмотрен ниже.

Значения правых частей для объектов в I4:I6 и для периодов в C9:F9.

3. В блок граничных условий A13:F19 ввести отличные от нуля нижние и верхние границы для всех переменных.

4. В блок коэффициентов целевой функции B23:F26 ввести значения коэффициентов.

5. Ввести целевую функцию:

– курсор в H29.

– **«Мастер функций».** Выбрать функции **«Математические»,** а именно **«СУММПРОИЗВ»**.

– ввести:

Массив 1 - C4:F6.

Массив 2 - C24:F26.

– **«Готово»**.

На этом ввод данных в таблицу заканчивается. Решение задачи следует выполнить по алгоритму.

Алгоритм. Решение задачи оптимального распределения финансирования.

1. «Сервис», «Поиск решения».

На экране: диалоговое окно **«Поиск решения».**

2. Ввести:

- **Целевую функцию** H29.
- **Максимизировать**.
- **Изменяя ячейки** C4:F6.

3. Ввести граничные условия:

- Нижние границы:

C4 >= C14

C5 >= C16

C6 >= C18

F6 >= F18

- Верхние границы:

D5 <= D17

E6 <= E19

Ввод каждого граничного условия производится командами:

«Добавить».

- Адрес переменной.
- Знак в ограничениях.
- Адрес граничного условия.
- **«Добавить»**

4. Ввести ограничения:

- для объектов:

G4 <= 14

G5 <= 15

G6 <= 16

- для периодов:

C7 <= C9

D7 <= D9

E7 = E9

F7 >= F9.

Ввод ограничений производится так же, как и граничных условий. После ввода последнего ограничения вместо **«Добавить»** нужно нажать кнопку **«ОК».**

На экране: диалоговое окно **«Параметры»** поиска решения.

5. Ввести **«Линейная модель».**
6. **«ОК».**
7. **«Выполнить».**

На экране: в ячейках C4:F6 результат решения задачи (рис. 16)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Ограничения							
2			период 1	период 2	период 3	период 4	левая часть	знак в ограничении	задан. зн.
3		Объект А	50	30	20	400	500	<=	500
4		Объект Б	85	10	25	180	300	<=	300
5		Объект В	25	30	45	100	200	=	200
6		левая часть	160	70	90	680			
7		знак в огр.	<=	<=	=	>=			
8		задан. знач.	160	150	90	100			
9									
10		Гран. Условия							
11									
12			период 1	период 2	период 3	период 4			
13	Объект А	нижн.гр.	50	30	20	40			
14		верх. гр.							
15	Объект Б	нижн.гр.	40	10	25	15			
16		верх. гр.		70					
17	Объект В	нижн.гр.	25	30	35	40			
18		верх. гр.			60				
19									
20		Коэф. В ЦФ							
21									
22			период 1	период 2	период 3	период 4		ЦФ	напр
23		Объект А	6	5	6	8		7500	макс
24		Объект Б	10	8	7	9			
25		Объект В	3	5	4	6			

Рис. 16

Из полученного решения видно, что объекту А в первом периоде выделено 50, во втором - 30 и т. д. Значение целевой функции находится в ячейке H29 и равно 7500. Смысл этой величины определяется смыслом коэффициентов Cij. Если для установления приоритета они назначались в баллах, то величина целевой функции физического смысла не имеет. Напомним, что мы рассматривали первый вариант задания исходных данных, в котором задавались значения ресурсов, выделенных на каждый объект.

Теперь перейдем к случаю, когда установлена общая сумма финансирования, которая должна распределяться между всеми объектами.

Алгоритм. Решение задачи оптимального распределения финансирования при заданном его суммарном значении

Ввод исходных данных производится, в основном, так же, как и в алгоритме, но в форме ввода исходных данных необходимо изменить следующее:

1. Удалить ограничения для объектов, находящиеся в ячейках H4:I6 (рис. 17)
2. Ввести строку 7:

в ячейки:

G7 суммирование G4:G6

H7 знак <=

I7 значение всех ресурсов 1000

3. Сервис, Поиск решения...
4. Удалить ограничения:

G4 <= I4

G5 <= I5

G6<=16

5. Ввести ограничения:
G7 <= I7
6. Выполнить.
На экране: результат решения задачи (рис.17).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Ограничения						
2									
3			период 1	период 2	период 3	период 4	левая часть	знак в ограничении	задан. зн.
4		Объект А	50	30	20	40	140		
5		Объект Б	665	10	35	20	730		
6		Объект В	25	30	35	40	130		
7		Все объекты				67	1000	<=	1000
8		левая часть	740	70	90	100			
9		знак в огр.	<=	<=	=	>=			
10		задан. знач.	160	150	90	100			
11									
12			Гран. Условия						
13									
14			период 1	период 2	период 3	период 4			
15	Объект А	нижн.гр.	50	30	20	40			
16		верх. гр.							
17	Объект Б	нижн.гр.	40	10	25	15			
18		верх. гр.		70					
19	Объект В	нижн.гр.	25	30	35	40			
20		верх. гр.			60				
21									
22			Коэф. В ЦФ						
23									
24			период 1	период 2	период 3	период 4		ЦФ	напр
25		Объект А	6	5	6	8		8650	макс
26		Объект Б	10	8	7	9			
27		Объект В	3	5	4	6			

Рис. 17

Из этого решения видно, что при назначении общего ресурса на все объекты результат распределения ресурсов, измеряемый значением целевой функции, увеличился по сравнению с первым вариантом с 7500 до 8650. Это еще раз подтверждает, что каждое ограничение ухудшает целевую функцию.

7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕДОСТАТОЧНОГО ФИНАНСИРОВАНИЯ

Если ввести задачу оптимального распределения финансирования при условиях, когда потребности в финансах превышают их наличие, тогда на экран выдается сообщение, что поиск не может найти решения. Это является, как известно, признаком несовместности. Естественно, что никакие алгоритмы не могут заменить недостающего финансирования. Однако они могут подсказать, как распределять финансирование в таких случаях.

Решение задачи рассмотрим для первого варианта исходных данных, когда каждому объекту были выделены определенные финансы. В таблицу введем в ячейки C9:F9 такие значения, чтобы их сумма 1550 заведомо превышала сумму значений, находящихся в ячейках правой части ограничений по объектам, равную 1000.

Здесь будем поступать так. Ограничение для объекта А имеет вид
C4 + D4 + E4 + F4 < I4.

Для преодоления несовместности введем недостающий ресурс. При этом уравнение примет вид

C4 + D4 + E4 + F4 = I4 + доп. рес.

или

C4 + D4 + E4 + F4 - доп. рес = I4.

На этом построено решение задачи при недостатке финансирования. Для решения задачи следует пользоваться следующим алгоритмом.

Алгоритм. Преодоление несовместности при недостаточном финансировании

1. Вызвать таблицу.
2. Вставить столбец G (рис.18).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Ограничения							
2			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.	левая часть	знак в ограничении	задан. зн.
3		Объект А						=СУММ(C4:F4)-G4	=	500
4		Объект Б						=СУММ(C5:F5)-G5	=	300
5		Объект В						=СУММ(C6:F6)-G6	=	200
6		левая часть	=СУММ(C4:C6)	=СУММ(D4:D6)	=СУММ(E4:E6)	=СУММ(F4:F6)				
7		знак в огр.	<=	<=	=	>=				
8		задан. знач.	500	150	400	500				
9										
10			Гран. Условия							
11										
12			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.			
13	Объект А	нижн.гр.	50	30	20	40				
14		верх. гр.								
15	Объект Б	нижн.гр.	40	10	25	15				
16		верх. гр.		70						
17	Объект В	нижн.гр.	25	30	35	40				
18		верх. гр.			60					
19										
20			Коэф. В ЦФ							
21										
22			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.	Целевая функция		напр.
23		Объект А	6	5	6	8		=СУММПРОИЗВ(C4:G6;C24:G26)		макс
24		Объект Б	10	8	7	9				
25		Объект В	3	5	4	6				

Рис. 18

3. Ввести в блок ограничений:
- Ячейки G3:G6.
- В ячейки H4:H6 ввести указанные формулы.
- В ячейки G14:G19 и G24:G26 ничего не вводить.

4. «Сервис», «Поиск решения».

5. Ввести:

Изменяемые ячейки: C4:G6.

Ограничения для объектов:

H4 = J4

H5 = J5

H6 = J6

Ограничения для периодов:

C7 <= C9

D7 <= D9

E7 = E9

F7 >= F9

6. Дополнительно к введенному ввести:

Граничные условия:

G4 >= G14

G5 >= G16

G6>=G18

7. **«Выполнить»**.

На экране: результат решения (рис.19).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Ограничения								
2			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.	левая часть	знак в ограничении	задан. зн.
3		Объект А	50	100	20	40	0	210	=	500
4		Объект Б	425	20	345	420	910	300	=	300
5		Объект В	25	30	35	40	0	130	=	200
6		левая часть	500	160	400	500				
7		знак в огр.	<=	<=	=	>=				
8		задан. знач.	500	150	400	500				
9										
10		Гран. Условия								
11										
12			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.			
13	Объект А	нижн.гр.	50	100	20	40				
14		верх. гр.								
15	Объект Б	нижн.гр.	40	10	25	15				
16		верх. гр.		70						
17	Объект В	нижн.гр.	25	30	35	40				
18		верх. гр.			60					
19										
20		Коэф. В ЦФ								
21										
22			период 1	период 2	период 3	период 4	недост.		ЦФ	напр.
23		Объект А	6	5	6	8			12450	макс
24		Объект Б	10	8	7	9				
25		Объект В	3	5	4	6				

Рис. 19

В полученной таблице G5 = 910. Это значит, что для выполнения финансирования при введенных в ячейки C9:F9 заданных значениях, необходимо увеличить финансирование для объекта Б на 910 единиц.

Аналогично можно определять недостающее финансирование и для второго варианта исходных данных, в котором назначались суммарные ресурсы для всех объектов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ситуации для поиска оптимального решения

Ситуация 1

Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей: X и Y. Завод располагает фондом рабочего времени в 400 чел.-ч. в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч., а для производства одной детали типа Y – 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 1150 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металлов составляет 10000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствие с которым общее число производимых в течении одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук. Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход в неделю, если доход от производства одной детали типа X составляет 30 руб., а от производства одной детали типа Y – 40 руб.?

Ситуация 2

Для производства трех видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объем имеющегося сырья каждого вида, а так же цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Ресурсы	Нормы затрат ресурса на одно изделие вида			Фонд рабочего времени; Объем имеющегося сырья каждого вида
	1	2	3	
Производительность оборудования (нормо-ч)				
1 типа	2	-	4	440
2 типа	4	3	1	300
Сырье (кг)				
1 вида	10	15	20	2800
2 вида	30	20	25	3900
Цена одного изделия (руб.)	10	15	20	
Выпуск (шт.)				
минимальный	10	20	25	
максимальный	20	40	100	

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделия каждого вида, а общая стоимость всей изготовленной продукции максимальной и все ресурсы будут использованы полностью.

Ситуация 3

Завод по производству электронного оборудования выпускает персональные компьютеры и системы подготовки текстов. В настоящее время освоены четыре модели:

1. «Юпитер» – объем памяти 512 Кбайт, одинарный дисковод;
2. «Венера» - объем памяти 512 Кбайт, двойной дисковод;
3. «Марс» - объем памяти 640 Кбайт, двойной дисковод;
4. «Сатурн» - объем памяти 640 Кбайт, жесткий диск.

В производственный процесс вовлечены три цеха завода – цех узловой сборки, сборочный и испытательный. Распределение времени, требуемого для обработки каждой модели в каждом цехе, а также максимальные производственные мощности цехов приведены в таблице. Отдел исследований рынка производит периодическую оценку спроса потребителей на каждую модель. Максимальные прогнозные значения спроса и доходы от реализации единицы продукции каждой модели также содержатся в таблице.

Таблица – Время, требуемое на обработку каждой модели в каждом цехе

Цех	Время на единицу продукции, ч.				Максимальная производственная мощность, ч/мес.
	«Юпитер»	«Венера»	«Марс»	«Сатурн»	
Узловой сборки	5	8	20	25	800
Сборочный	2	3	8	14	420
Испытательный	0,1	0,2	2	4	150
Максимальное прогнозное значение спроса	100	45	25	20	
Доход, руб.	15	30	120	130	

Построить задачу линейного программирования для изложенной проблемы производства изделий в ассортименте, если цель состоит в максимизации общего ежемесячного дохода.

Ситуация 4

Менеджер по ценным бумагам намерен разместить 100 тыс. капитала таким образом, чтобы получит максимальные годовые проценты с дохода. Его выбор ограничен четырьмя объектами инвестиций А, В, С, Д. А позволяет получить 6% годовых, В – 8%, С – 10%, Д–9%. Степень риска различна и с учетом этого менеджер ершил не менее 0,5 инвестиций вложить в А и В. чтобы обеспечить ликвидность, не менее 25% от общей суммы капитала нужно поместить в Д. Учитывая возможные изменения в области политики, предусматривается, что в объект С следует вложить не более 20%. Налоговая политика требует, чтобы в объект А было вложено не менее 30%.

Какое количество капитала следует вложить в каждый объект инвестиций, чтобы получить максимальный доход?

Ситуация 5

Менеджер международной банковской организации по инвестициям располагает 550000 руб., находящимися на счете банка, которые необходимо инвестировать, и рассматривает четыре общих типа инвестиций, а именно:

Тип 1: государственные ценные бумаги;

Тип 2: ценные бумаги корпораций;

Тип 3: обыкновенные акции отраслей сферы обслуживания;

Тип 4: обыкновенные акции отраслей производственной сферы.

Целью менеджера по инвестициям является максимизация нормы отдачи вложений, причем размер годовых процентов от инвестиций равен 8, 9, 10 и 12% для типов 1, 2, 3 и 4 соответственно. Денежные средства, не инвестированные ни по одному из указанных выше типов, остаются на банковском счете и приносят 4% годовых.

Менеджер по инвестициям принял решение, что не менее 50000 руб. следует поместить в ценные бумаги корпораций, а в инвестиционные проекты с элементами риска (т.е. ценные бумаги корпораций и все виды обыкновенных акций) следует вложить не более 300000 руб. Кроме того, он считает, что, по крайней мере, половину общей суммы денежных средств, инвестированных в соответствии с указанными выше типами инвестиций, следует вложить в обыкновенные акции, но в акции отраслей производственной сферы следует поместить не более одной четверти общей суммы инвестиций.

Ситуация 6

Промышленная фирма, специализируется на производстве технических лаков. Представленная ниже таблица содержит информацию о ценах продажи и соответствующих издержках производства единицы полировочного и матового лаков.

Лак	Цена продажи 1 флакона, руб.	Издержки производства одного флакона, руб.
Матовый	13,0	9,0
Полировочный	16,0	10,0

Для производства 1 флакона матового лака необходимо затратить 6 мин. трудозатрат, а для производства одного флакона полировочного лака — 12 мин. Резерв фонда рабочего времени составляет 400 чел.-ч. в день. Размер ежедневного запаса необходимой химической смеси равен 100 унциям, тогда как ее расход на один флакон матового и полировочного лаков составляет 0,05 и 0,02 кг соответственно. Технологические возможности завода позволяют выпускать не более 3000 флаконов лака в день.

В соответствии с соглашением с основным оптовым покупателем компания должна поставлять ему 5000 флаконов матового лака и 2500 флаконов полировочного лака за каждую рабочую неделю (состоящую из 5 дней). Кроме того, существует соглашение, в котором оговаривается минимальный объем производства в день, равный 2000 флаконам. Необходимо определить ежедневные объемы производства каждого вида лаков, которые позволяют получать максимальный общий доход.

Требуется:

1. Построить линейную модель для производственной проблемы, с которой столкнулась компания.
2. Определить ежедневный оптимальный план производства и соответствующую ему величину дохода.

3. Профсоюз компании требует увеличения оплаты 1 ч. сверхурочных работ на 20 руб. Обосновать, сочтет ли администрация компании целесообразным такое - предложение?

4. Для исходной задачи (не учитывающей сверхурочные работы) определить промежуток изменений показателя единичного дохода за 1 флакон полировочного лака, в котором исходное оптимальное решение остается прежним.

Ситуация 7

Построить математическую модель для поиска оптимального распределения финансирования между тремя объектами в течении года. Объем финансирования каждого объекта определить поквартально. Коэффициенты целевой функции, показывающие оценки эффективности финансирования каждого объекта в каждом периоде представлены в таблице.

	Период 1	Период 2	Период 2	Период 3
Объект А	6	5	6	8
Объект В	10	8	7	9
Объект С	3	5	4	6

Объемы годового финансирования каждого объекта ограничены соответственно 500, 300, 200 тыс. руб. Существуют также ограничения по периодам финансирования: в первом периоде общий объем финансирования не должен превышать 160 тыс. руб., во втором – не более 150, в третьем периоде объем финансирования должен быть равен 90 тыс. руб., в четвертом периоде объем может быть более 100 тыс. руб.

Нижние и верхние границы финансирования каждого объекта в каждом квартале приведены в таблице.

		Период 1	Период 2	Период 2	Период 3
Объект А	нижняя граница	50	30	20	40
	верхняя граница	-	-	-	-
Объект В	нижняя граница	40	10	25	15
	верхняя граница	-	70	-	-
Объект С	нижняя граница	25	30	35	40
	верхняя граница	-	-	60	-

СОДЕРЖАНИЕ

Лина Васильевна Рыбакова
Доцент кафедры экономики и менеджмента организации
Амурского государственного университета